



# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

• ЭНЕРГИЯ • 12/1972

## Единая энергетическая система Советского Союза

Министр энергетики и электрификации СССР П. С. Непорожний

Централизация энергетического хозяйства всей страны была предусмотрена планом ГОЭЛРО по прямому указанию В. И. Ленина. Все годы социалистического строительства это указание было основным направлением развития советской энергетики.

Сейчас, по прошествии более чем 50 лет со времени разработки плана ГОЭЛРО, уже можно видеть контуры Единой энергетической системы СССР, дающей возможность рационального использования отдаленных энергетических ресурсов и равномерного развития производительных сил на территории всей страны. Укрепление электроэнергетической базы ранее существовавших промышленных районов сочетается в этой системе с сооружением электростанций на окраинах страны и с наиболее выгодным и экономичным размещением новых промышленных центров. Каждый этап развития электроэнергетики СССР осуществлялся только при воздействии и с использованием последних достижений науки и наиболее совершенной техники; рост энергосистем, также как и всей советской энергетики, неотделим от общего роста индустриальной мощи Советской страны.

Принятый комиссией ГОЭЛРО термин «районная энергетическая станция» вытекал из представления об изолированно работающей электростанции, питающей ограниченный район. На карте электрификации, приложенной к плану ГОЭЛРО, за «район потенциального влияния» каждой районной станции был принят круг радиусом 200 км.

В числе других мероприятий план ГОЭЛРО указывал на необходимость «кустования» или «кольцевания» электростанций для улучшения экономичности их работы и повышения надежности питания потребителей. Создание «куста» электростанций могло быть осуществлено только строительством линий электропередачи высокого напряжения. В 1922 г. вступила в строй первая электропередача напряжением 110 кВ, протяженностью 120 км, передающая энергию вновь построенной Каширской

электростанции в Москву. Число линий быстро росло: к концу 1930 г. общая протяженность их превысила 3 тыс. км. Соединение на напряжении 110 кВ отдельных станций дало начало образованию местных, ограниченных по территории, энергетических систем Москвы, Ленинграда, отдельных районов Урала и Донецкого бассейна и др.

К 1935 г. в Советском Союзе сложилось шесть систем с годовой выработкой свыше 1 млрд. кВт·ч каждая (Московская около 4 млрд. кВт·ч, Ленинградская, Донецкая и Днепровская — свыше 2 млрд. кВт·ч).

Увеличение количества электростанций, рост техники, освоение электропередач более высокого напряжения позволило объединить производство и распределение электроэнергии уже в масштабах областей и крупных районов. Использование повышенных напряжений увеличивало пропускную способность линии, снижало относительные потери при передаче энергии, увеличивало дальность передачи. В 1932 г. по первой линии напряжением 154 кВ энергия Днепровской гидроэлектростанции имени В. И. Ленина — в то время крупнейшей в Европе — была передана на завод им. Дзержинского и предприятия Днепровского комбината. В 1933 г. была введена в эксплуатацию линия еще более высокого напряжения — 220 кВ — протяженностью 240 км (Свирская ГЭС — Ленинград). На напряжении 110—220 кВ полностью или частично образовались Горьковская и Ивановская местные энергетические системы, Донбасская и Азово-Черноморская. Линии этого же напряжения связали Московские и Горьковские электростанции; выросли системы Донбасса и Днепра.

Во время Великой Отечественной войны в Союзе было разрушено и выведено из строя около 45% всех линий электропередачи. Поскольку основные топливные базы — Донецкий и Подмосковский бассейны — были временно заняты немецко-фашистскими войсками, Москва питалась энергией Угличской и Рыбинской гидроэлектростанций по линии 220 кВ.

Осажденный Ленинград получал электроэнергию с Волховской ГЭС по «ледовой линии», опоры которой были вморожены в лед Ладожского озера.

Героическим трудом советский народ лечил нанесенные войной раны. Вместе со всеми трудящимися энергетики ударными темпами восстанавливали разбитые вражескими бомбами электростанции и сети. В 1945 г. протяженность линий электропередачи напряжением 110 кВ и выше не только достигла, но и несколько превысила уровень 1940 г. Уже в 1947 г. Советский Союз по выработке электроэнергии занял первое место в Европе и второе в мире. При восстановлении разрушенных районов широко использовались энергопоезда, энергия которых позволяла в самый короткий срок создать необходимые условия производства и быта.

Организация первого в СССР Объединенного диспетчерского управления относится к 1942 г.; оно было создано на Урале для координации работы трех управлений — Свердловэнерго, Пермэнерго и Челябинэнерго. Слабость существовавших связей на напряжении 110 кВ ограничивала возможности переброски мощности внутри Уральской энергосистемы.

В послевоенный период формируются Объединенные системы Центра и Юга. В 1945 г. организуется Объединенное диспетчерское управление, призванное оперативно руководить электростанциями Московской, Ярославской, Горьковской и Ивановской энергосистем (ОДУ Центра). Объединение Днепровской, Донецкой и Ростовской систем дает начало Объединенной системе Юга. К 1956 г., кроме трех крупных объединенных энергетических систем — Центра, Юга и Урала (каждая энергосистема мощностью 5—7 млн. кВт) — в стране было 46 систем мощностью менее 500 тыс. кВт, а 29 — даже меньше 200 тыс. кВт.

Планируемое развитие энергетических систем требовало изыскания более мощных и более экономичных передач электрической энергии на значительные расстояния. Еще в 1934 г. в Ленинграде был сооружен участок линии, предназначенный для опытных работ при напряжении 500 кВ. В 1937—1940 гг. велась предварительная проработка вопросов передачи энергии от будущей Куйбышевской ГЭС в районы Центра при напряжении 380—400 кВ. Эти и другие исследования, выполненные советскими учеными и инженерами, позднее создали условия для практического применения напряжения класса 500 кВ.

Формирование объединенных энергетических систем (ОЭС) и усиление межсистемных связей, основанное на использовании линий электропередачи напряжением сначала 400 кВ, а затем 500 кВ началось со второй половины пятидесятых годов. В 1956 г. введена в эксплуатацию первая в мире электропередача напряжением 400 кВ Волжская ГЭС имени В. И. Ленина — Москва, позднее переведенная на работу при напряжении 500 кВ и соединившая энергетические системы Центра и Средней Волги. Ввод линии Куйбышев — Челябинск — Свердловск создал связь указанных систем с Уралом. В конце 1959 г. электропередача Волжская ГЭС им. XXII съезда КПСС — Москва (две цепи по 1 000 км) дала возможность параллельной рабо-

ты энергетических систем Центра, Нижней Волги и Юга.

Изыскания в области электропередачи постоянным током увенчались вводом первой в мире воздушной линии постоянного тока Волжская ГЭС имени XXII съезда КПСС (Волгоград) — подстанция Михайловская (Донбасс) мощностью 750 тыс. кВт напряжением 800 кВ и протяженностью 470 км. Научно-исследовательские работы, проводимые на этой линии, служат задачам проверки оборудования, условий эксплуатации и определяют требования для будущих, еще более мощных и дальних электропередач.

Интенсивное объединение энергосистем происходило и в других районах страны: оформились ОЭС Северо-Запада (Ленинградская система, Эстонская, Латвийская, Литовская, Белорусская), Северного Кавказа, Закавказья (Азербайджанская, Грузинская, Армянская), Средней Азии (Узбекская, Южно-Казахстанская, Таджикская и Киргизская). Строительство транссибирской магистральной линии электропередачи напряжением 500 кВ, соединившей Иркутскую, Красноярскую и Западно-Сибирскую системы, образovalo мощную ОЭС. Рост энергетических систем, открывающий возможности повышения единичной мощности отдельных агрегатов и электростанций, является важнейшим фактором рационального использования топливно-энергетических и сырьевых ресурсов и развития производительных сил ранее отсталых районов.

Во всех союзных республиках строились крупные электростанции, оснащавшиеся по мере становления и развития отечественной энергетической и электротехнической промышленности все более мощным современным оборудованием.

В различных районах РСФСР, в том числе и в восточных, к началу 1972 г. действовали крупные конденсационные электростанции: в Центре — Черепетская мощностью 1 500 тыс. кВт, Конаковская — 2 400 тыс. кВт; на Урале — Южно-Уральская — 1 000 тыс. кВт; Верхне-Тагильская — 1 625 тыс. кВт, Троицкая — 1 500 тыс. кВт; в Сибири — Томь-Усинская — 1 300 тыс. кВт; Назаровская — 1 400 тыс. кВт, Беловская — 1 200 тыс. кВт и др.

На Волге и Каме сооружены такие всемирно известные гидроэлектростанции, как Волжская имени XXII съезда КПСС мощностью 2 530 тыс. кВт, Волжская имени В. И. Ленина — 2 300 тыс. кВт, Саратовская — 1 360 тыс. кВт, Воткинская — 1 млн. кВт. В Сибири, на Ангаре были сооружены Иркутская ГЭС — 660 тыс. кВт и Братская ГЭС — 4 100 тыс. кВт, на Енисее — флагман мировой энергетики Красноярская ГЭС, достигшая в 1971 г. своей проектной мощности 6 млн. кВт.

Наиболее крупные конденсационные электростанции сооружались на Украине. Здесь наряду с другими были построены Приднепровская ГРЭС, первая в стране достигающая (1966 г.) мощности 2 400 тыс. кВт, Ворошиловградская и Старобешевская — по 2 300 тыс. кВт, Змиевская, Бурштынская и Криворожская ГРЭС-2 — по 2 400 тыс. кВт, Славянская — 2 100 тыс. кВт и Ладыжинская — 1 800 тыс. кВт, построенная в рекордный срок — меньше чем за 4 года.

В Молдавской ССР, не имевшей до войны ни одной крупной электростанции, построена оснащенная новейшим оборудованием Молдавская ГРЭС мощностью 1 400 тыс. *квт* (проектная мощность 2 млн. *квт*). На Днестре сооружена Дубоссарская ГЭС.

В Белоруссии построены крупные тепловые электростанции Василевичская и Березовская, а на Лукомльской ГРЭС (проектная мощность 2,4 млн. *квт*), введено четыре энергоблока по 300 тыс. *квт*.

В республиках Прибалтики, где до 1940 г. самая крупная электростанция имела мощность 34 тыс. *квт*, сооружены такие энергогиганты, как Прибалтийская и Эстонская ГРЭС мощностью по 1 600 тыс. *квт* (на последней до 1971 г. было введено 800 тыс. *квт*), Литовская — 1 200 тыс. *квт* (проектная мощность 1,8 млн. *квт*). На р. Немане построена Каунасская ГЭС мощностью 90 тыс. *квт*, на Нарове — Нарвская ГЭС в 125 тыс. *квт* и на Даугаве — Плявиньская ГЭС в 825 тыс. *квт* — одна из крупнейших в Европе и первая в СССР пиковая гидроэлектростанция.

В республиках Закавказья, богатых гидроэнергоресурсами, в послевоенные годы (примерно до 1960 г.) развивалась преимущественно гидроэнергетика. Здесь были построены Мингечаурская ГЭС на р. Куре мощностью 359 тыс. *квт*, гидроэлектростанции Севано-Разданского каскада общей мощностью 556 тыс. *квт*, Татевская ГЭС — 157 тыс. *квт*, Храмские ГЭС № 1 и № 2, Ладжанурская ГЭС мощностью около 110 тыс. *квт* каждая и другие. За последние годы с ростом электропотребления и изменениями, произошедшими в топливно-энергетическом балансе, в Закавказье были построены Али-Байрамлинская ГРЭС, Тбилисская ГРЭС и другие тепловые электростанции, а также начато строительство крупной Разданской ГРЭС.

Электроэнергетика в Казахстане и Средней Азии создана практически за годы Советской власти. В послевоенные годы в Казахстане на р. Иртыше были построены крупные гидроэлектростанции — одна из первых на Востоке страны — Усть-Каменогорская мощностью 331 тыс. *квт* и Бухгарминская — 675 тыс. *квт*, а также ряд тепловых электростанций в промышленных центрах республики. Крупнейшая тепловая электростанция Казахстана — Ермаковская ГРЭС — к началу 1971 г. достигла мощности 900 тыс. *квт*.

В среднеазиатских республиках (кроме Туркмении) на первых шагах электроэнергетика развивалась за счет строительства гидростанций; крупнейшими из которых были Фархадская и Кайраккумская мощностью по 126 тыс. *квт*, Головная — 210 тыс. *квт*, Чардаринская — 100 тыс. *квт*. В настоящее время основные электростанции Средней Азии — тепловые. Ангренская ГРЭС использует в качестве топлива местный уголь и Ташкентская (1920 тыс. *квт*) — бухарский газ.

Рост производства электроэнергии в ранее отсталых национальных районах в большинстве случаев происходил быстрее, чем в целом по стране. За период 1940—1970 гг. выработка электроэнергии в Молдавской республике выросла в 440 раз, в Литовской — более чем в 90 раз, в Киргизии — почти в 70 раз, а в среднем по СССР — в 15,3 раза.

Благодаря курсу на интенсивное развитие восточных районов страны значительно выросла доля в общесоюзном производстве электроэнергии районов восточнее Урала: 9,2% в 1940 г. и 26,2% в 1970 г.

Слияние систем привело к созданию Единой системы европейской части СССР (ЕЕЭС); в 1963 г. к ней присоединилась ОЭС Северного Кавказа, в 1966 г. — ОЭС Северо-Запада, в 1970 г. — ОЭС Закавказья. В настоящее время на территории СССР действуют или находятся в процессе формирования 11 ОЭС, 7 из которых входят в ЕЕЭС. Само название «Единая Энергетическая система европейской части СССР» (ЕЕЭС) уже не соответствует фактическому состоянию. Сети ЕЕЭС перешагнули границы европейской части и распространились за Урал, в Казахстан и в Сибирь; объединение энергетических систем, связанных единым режимом следует рассматривать как современное состояние Единой Энергетической системы Союза (ЕЭС). В этом объединении, достигшем в 1971 г. мощности 114 млн. *квт* и выработавшем 570 млрд. *квт·ч* электроэнергии (71% общего производства электроэнергии в Союзе) на общую сеть работало 590 электростанций, на которых установлено 1 800 турбогенераторов, 480 гидрогенераторов, 2 600 паровых котлов. В объединение входят 61 районная энергетическая система и 3 энергетических района; оно охватывает площадь, превышающую 5 млн. *км*<sup>2</sup> с населением свыше 170 млн. чел.

Вне ЕЭС работают ОЭС Сибири, мощность которых к началу 1972 г. составляла 24 млн. *квт*, ОЭС Средней Азии — 7,9 млн. *квт* и ОЭС Казахстана — 4,6 млн. *квт* — в них входят 22 районные энергосистемы.

Восемь энергосистем объединены в ОЭС Дальнего Востока, из них две (Амурская и Хабаровская) работают параллельно.

Отдельно работают такие районные системы, как Кольская, Архангельская, Небит-Дагская и др. Можно считать, что станции, находящиеся вне ОЭС, дают около 3% всей электроэнергии страны.

Строительство мощных магистральных линий электропередачи высокого напряжения и создание объединенных энергетических систем привело к централизации электроснабжения практически всей обжитой территории страны.

Линии электропередачи напряжением 400—500 *кв*, положившие начало соединения Объединенных энергетических систем, получили дальнейшее развитие в районах Центра, Урала, Средней Волги и Сибири. Суммарная протяженность уже достигла 13,5 тыс. *км*. В системах Северо-Запада, Юга, Северного Кавказа и Закавказья основным высшим напряжением является 330 *кв*. Суммарная длина линий этого напряжения за период 1966—1970 гг. увеличилась почти в 2 раза, достигнув 14,2 тыс. *км*. Общая протяженность всех линий электропередачи (магистральных и распределительных) в СССР превышает 3 млн. *км*, из них линий напряжением 220 *кв* — 50 тыс. *км*, напряжением 110 *кв* — 185,8 тыс. *км*, а всего напряжением выше 35 *кв* — 445,5 тыс. *км* (1970 г.)

В общей системе электроснабжения занимают весьма значительное место электрические сети:



стоимость основных промышленно-производственных фондов электросетей к началу 1970 г. составляла 37% от стоимости промышленно-производственных фондов всей энергетики; в электросетях было занято 45% всей численности персонала, работающего в энергетике. Распределительные сети 0,4—20 кВ в текущей пятилетке увеличатся примерно на 750 тыс. км. Будут проводиться крупные реконструктивные работы по замене сельскохозяйственных линий, принятых от бывших организаций Сельэнерго. Налаживание этого сетевого хозяйства диктуется необходимостью повышения надежности снабжения электроэнергией действующих и вновь вводимых предприятий сельского хозяйства: птицеферм, установок первичной обработки сельскохозяйственной продукции, не говоря уже о доильных установках, устройствах водоснабжения, приготовления кормов, очистки и сушки зерна. Перерыв в подаче электроэнергии таким потребителям также недопустим, как и крупным промышленным предприятиям.

Предполагается ввести более 35 тыс. км линий, имеющих значение магистральных передач и работающих при напряжении 220—750 кВ. Линии 500 кВ свяжут ОЭС Урала, Средней Волги и Центра, Юга и Центра. Появятся новые линии 500 кВ в Средней Азии и Казахстане. Это же напряжение должно быть применено для выпуска энергии крупнейших электростанций, ввод которых предусмотрен пятилетним планом — Костромской, Углегорской, Запорожской, Ириклинской и Рефтинской ГРЭС, Нурекской, Усть-Илимской, Токтогульской и других гидроэлектростанций.

В условиях планируемого строительства крупнейших тепловых и гидравлических электростанций мощностью по 4—6 млн. кВт и при необходимости передачи больших количеств энергии на расстоянии 2—3 тыс. км напряжение 500 кВ будет недостаточным, так как не обеспечит необходимую экономичность передач. Учитывая это, советские энергетики, опираясь на опыт эксплуатации опытно-промышленных линий переменного тока 750 кВ, ведут строительство широтной магистрали 750 кВ Донбасс — Центр — Западная Украина. Помимо повышения устойчивости существующей сети 330 кВ, она будет служить для усиления связи между восточной и западной частями ОЭС Юга. В дальнейшем предусматривается связь на напряжении 750 кВ энергетических систем Центра и Северо-Запада путем строительства линии Ленинград — Москва.

Ведутся также исследовательские работы на коротких участках линий 1150 кВ переменного и 1500 кВ постоянного тока. На этих участках будут проверяться головные образцы оборудования, разрабатываемого электротехнической промышленностью, анализироваться вопросы короны, техники безопасности, надежности таких элементов линии, как изоляторы, провода и т. д.

Научно-исследовательские и проектные организации определяют оптимальные условия работы и необходимую пропускную способность будущих мощных системных связей, сооружение которых позволит объединить все электростанции — страны в Единой энергетической системе Советского Союза.

При раздельной работе энергетических систем мощность каждой из них должна быть достаточной для покрытия максимальных нагрузок. Но так как эти нагрузки в разных системах возникают разновременно, максимум объединения может быть меньше суммы максимумов отдельных систем. Для Единой системы в настоящее время эта разность максимумов составляет около 4,5 млн. кВт.

Расширение границ энергосистем позволяет получить дополнительную экономию за счет «широтного эффекта». Так, например, в момент максимальной нагрузки ЕЭС в системах Сибири и Казахстана нагрузки снижаются в целом на 1,5—2 млн. кВт. Освобождающаяся мощность восточных систем при соединении их с ЕЭС может быть использована для покрытия максимальных нагрузок европейской части Союза. В этом случае экономия за счет снижения резервной мощности будет составлять около 1 млн. кВт.

В отдельной энергетической системе приходится считаться с возможностью одновременного аварийного отключения 2—3 крупных агрегатов, что может составлять 8—10% мощности системы. Эти соображения определяют величину соответствующего резерва. Для крупной объединенной энергетической системы 8—10% составляются мощностью 40—50 энергоблоков; одновременное аварийное отключение такого количества единиц оборудования практически исключается. Опыт показывает, что одновременно в аварийном ремонте находится не более 8—10 энергоблоков.

Единая система может работать со сниженным вращающимся резервом, что дает экономию установленной мощности (по сравнению с необходимым резервом при раздельной работе энергосистем) до 6 млн. кВт.

Существующая Единая энергосистема, охватывающая в основном европейскую часть Советского Союза, позволяет снизить установленную мощность электростанций более чем на 10 млн. кВт, что соответствует экономии в капитальных затратах порядка 1 млрд. руб. и ежегодной экономии эксплуатационных расходов около 60 млн. руб.

Выгоды, получаемые при параллельной работе электрических систем, послужили стимулом к образованию энергетических систем, охватывающих в своей деятельности ряд государств. Объединение энергетических систем «Мир», созданное в рамках СЭВ, открыло новую форму сотрудничества социалистических стран в наиболее важной отрасли промышленного производства — в области энергетики. В объединение входят Народная Республика Болгария, Венгерская Народная Республика, Германская Демократическая Республика, Польская Народная Республика, Социалистическая Республика Румыния, Союз Советских Социалистических Республик и Чехословацкая Социалистическая Республика. Суммарная мощность электростанций этих стран, работающих на общую сеть энергосистемы «Мир», на начало 1972 г. составляла 58,5 млн. кВт, а протяженность линий электропередачи напряжением 330—500 кВ превысила 6 000 км. По соглашению стран-участниц управление работой Объединения производится из Праги.

Высокоэффективная аварийная взаимопомощь, снижение резерва установленной мощности, сокращение потерь в сетях, взаимные гарантированные поставки электроэнергии и другие мероприятия, далеко не столь действенные при раздельной выработке электроэнергии, сокращают расходы и создают значительные выгоды для каждой страны, входящей в объединение. Переход на параллельную работу ЭЭС и объединения энергетических систем «Мир», позволит за счет разновременности максимумов получить экономию установленной мощности 2 млн. кВт и за счет снижения резерва — 1 млн. кВт.

Преимущества объединения энергосистем используются в СССР гораздо эффективнее, чем в капиталистических странах. Централизация оперативного управления обеспечивает устойчивую работу Единой энергетической системы Советского Союза при величине резервной мощности меньше, а числе часов использования установленной мощности выше, чем в зарубежных странах.

Анализ опыта эксплуатации и теоретические исследования устанавливают оптимальные отношения между мощностью объединения и мощностью самого крупного агрегата, работающего на общую сеть (2—3% суммарной мощности). Естественно, что увеличение общей мощности позволяет повысить и единичную мощность, причем переход на крупные энергоблоки дает существенный экономический эффект.

Сооружение электростанций мощностью до 4 млн. кВт с энергоблоками 500—800 тыс. кВт позволяет снизить (сравнительно со станциями 2,4 млн. кВт с блоками 300 тыс. кВт) стоимость установленного киловатта на 8%, удельный расход топлива на 2—3%, расход металла на 16—18% и сократить штатный коэффициент на 40—50%.

Централизованное оперативное управление режимами работы энергосистем, определение нагрузок отдельных станций и перетоков из условий минимального расхода топлива позволило за 1971 г. сэкономить в СССР свыше 1 млн. т. условного топлива. В частности, на период сезонного снижения нагрузки в консервацию и холодный резерв выдвинулось более 3 млн. кВт малоэкономичного оборудования тепловых электростанций с параметрами пара 45 кг/см<sup>2</sup> и ниже, что дало экономию топлива около 400 тыс. т условного топлива. Сложная топливная конъюнктура прошедших лет привела к разработке режимов, увеличивающих против первоначальных планов выработку электроэнергии на электростанциях, сжигающих мазут, газ и местные виды топлива. Соответственно корректировались перетоки электроэнергии между отдельными энергосистемами. Осуществление этих режимов снизило расход дефектных углей.

В перспективе вместе с ростом мощности энергетических систем растут требования к обеспечению их повышенной маневренности. Это обуславливается как увеличением абсолютных размеров неравномерности потребления, так и принципиальным изменением структуры генерирующих мощностей — повышением доли энергетических установок, использование которых в неравномерном режиме технически сложно и экономически нецелесообразно.

К ним относятся крупные блоки тепловых станций и атомные станции.

В этих условиях для покрытия пиковых мощностей мыслится работа в двух направлениях. Первым является сооружение и использование специальных пиковых электростанций — к их числу надо отнести гидроэлектростанции (ГЭС), насосно-аккумулирующие электростанции (ГАЭС), газотурбинные электростанции (ГТС). Второе направление — осуществление мероприятий по повышению маневренности оборудования мощных блочных электростанций.

Источниками пиковой мощности, успешно сочетаемыми с существующими тепловыми электростанциями, являются гидроэлектростанции; их характеристика позволяет успешно покрывать остропиковую часть графика потребления. Их привлечение для решения указанной задачи будет осуществляться и в дальнейшем в максимально возможной степени. С учетом намеченного ввода гидроэлектростанций могут покрывать значительную долю потребности в пиковой мощности (около 70%). Какая-то доля может покрываться также и тепловыми станциями (конденсационными, с поперечными связями), использование которых в базисном режиме менее выгодно, чем блочных.

Для покрытия остальной части пиковых нагрузок намечается сооружение специальных пиковых ГАЭС и ГТС. Подробное рассмотрение их технико-экономических показателей привело к заключению, что удельные капиталовложения в ГТС значительно ниже, чем в ГАЭС, даже при числе часов использования ГТС 500—1 000 в год. Им и отдается предпочтение в планах ближайшего строительства. Однако для получения опыта (учитывая режимные преимущества ГАЭС) решено соорудить одну первоочередную гидроаккумулирующую электростанцию мощностью 1,2 млн. кВт с тем, чтобы на основе изучения опыта ее строительства и эксплуатации можно было бы уточнить вопрос о сравнительной эффективности ГАЭС и ГТС на более далекую перспективу.

Таким образом, переменная часть графиков нагрузки объединенных энергетических систем европейской части СССР сможет покрываться:

в ОЭС Среднего Поволжья, Северного Кавказа и Закавказья — гидроэлектростанциями;

в ОЭС Урала — за счет получения мощности от гидроэлектростанций Среднего Поволжья;

в ОЭС Центра — также за счет гидроэлектростанций Среднего и Нижнего Поволжья с использованием ГАЭС и ГТС;

в ОЭС Северо-Запада — за счет развития гидроэлектростанций и сооружения ГТС (в основном в Белоруссии, где гидроресурсы отсутствуют);

в ОЭС Юга — рационально использование гидроэлектростанций как собственного района, так и получение энергии из ОЭС Закавказья.

Надежность работы Единой энергосистемы достигается широким применением автоматики. Аварийные нарушения нормальных режимов протекают с быстротой, исключая эффективные действия оперативного персонала по предотвращению развития аварии. Поэтому локализация и ликвидация нарушений нормального режима возлагается на уст-

ройства автоматики. Помимо быстродействующих релейных защит, блокировок, снижающих вероятность неправильной работы релейной защиты и т. д., массовое применение находят разработанные советскими учеными и инженерами устройства системной и режимной автоматики.

Рост мощностей энергетических блоков влечет за собой усложнение управления ими. Поскольку один блок 300 тыс. квт имеет в среднем 600—800 точек контроля, применявшийся ранее «блочный щит» становится практически необозримым. В помощь дежурному персоналу на один, реже на два блока, на современных станциях устанавливаются информационно-вычислительные машины. Следует подчеркнуть, что такая машина не является управляющей машиной: на современном уровне техники энергетики еще не рискуют передать управление сложной машиной с быстрыми и весьма мощными переходными процессами еще более сложной системе автоматики. Осуществление автоматического управления блоком ставит задачи значительного упрощения схем и повышения надежности всех элементов, в первую очередь датчиков состояния контролируемых величин.

Наиболее полное использование преимуществ параллельной работы энергосистем возможно при едином оперативном руководстве, осуществляемом централизованным диспетчерским управлением. Каждая энергосистема является динамической структурой с постоянно меняющейся нагрузкой. Оперативное управление режимами, согласование работы всех входящих в систему электростанций, поддержание экономически наиболее выгодных нагрузок каждого генератора или линии электропередачи, комбинированное использование водных и топливных ресурсов в условиях меняющегося графика — таковы задачи диспетчерской службы.

Для централизованного оперативного управления и руководства работой ОЭС страны создано Центральное диспетчерское управление Единой энергосистемой СССР (ЦДУ ЕЭС СССР). ЦДУ совместно с научными и исследовательскими институтами участвует в разработке и корректировке планов выработки электроэнергии и решении вопросов перспективного развития ЕЭС; совместно с ОДУ Объединенных систем разрабатывает годовые сезонные и месячные балансы мощности и электроэнергии ЕЭС, эксплуатационные схемы основных сетей и режимы работы для наиболее характерных периодов времени (зимний максимум, весеннее половодье и т. д.), координирует выполнение ремонтов основного оборудования, оснащение ОЭС средствами диспетчерского управления, автоматическими устройствами для повышения надежности работы систем и основных связей.

Как ЦДУ, так и ОДУ ОЭС в своей текущей работе широко используют современную вычислительную технику. Ежедневно на ЦВМ прогнозируются плановые суточные графики работы энергосистем, энергообъединений, крупнейших гидростанций и линий электропередачи. Периодически вычисляются оптимальные режимы сработки водохранилищ каскадов ГЭС для получения максимальной выработки электроэнергии на гидростанциях.

Исследования статической и динамической устойчивости, токов короткого замыкания проводятся для анализа различных возможных аварийных режимов; мероприятия, определяемые в итоге, ведут к повышению надежности энергоснабжения потребителей.

Данные, полученные из машин ОДУ ОЭС, являются исходными для счетно-решающих машин отдельных систем. Они же передаются в ЦДУ, где, складываясь со сведениями, получаемыми от других ОЭС, дают оперативную информацию о работе Единой энергосистемы СССР.

Вычислительные машины ЦДУ обрабатывают информацию о расходовании и накоплении запасов топлива на электростанциях, выполнении планов выработки электроэнергии энергосистемами, о межсистемных перетоках и т. д. Для выполнения этих расчетов на ЦВМ используются данные (в основном накапливаемые в памяти ЦВМ) о нескольких миллионах параметров. Например, для задания суточных графиков нагрузки энергосистемам используют около 120 тыс. параметров, характеризующих состояние оборудования электростанций и сетей, топливную конъюнктуру, режимные ограничения, погодные условия. Небольшая (переменная) часть этой информации вводится ежедневно. После выполнения расчета в каждое ОДУ передается суточный плановый график нагрузки, который с помощью ЦВМ дробится на графики отдельных систем и электростанций. Время расчета суточного графика в ЦДУ ЕЭС и ОДУ в целом занимает не более одного часа. Для составления сводки о расходах и накоплении запасов топлива в ЦДУ ежедневно передаются с помощью телетайпов и аппаратуры передачи около 30—40 тыс. чисел исходной информации. Обработка ее производится в течение двух часов с выдачей результатов в виде таблиц.

Дальнейшее развитие энергетического хозяйства указывает на необходимость коренного совершенствования средств и методов управления путем создания автоматизированной системы управления (ОАСУ). Сложность современного энергетического производства определяется такими специфическими особенностями, как непрерывность его, строгое соответствие генерации и потребления электроэнергии, жесткое взаимодействие в едином производственном процессе большого количества удаленных друг от друга электростанций, высокий уровень автоматизации управления производством и распределением энергии.

Оптимизация работы ЕЭС требует наиболее совершенных средств и методов сбора и обработки информации, развития связи, применения быстродействующей вычислительной техники. Принципы и структура ОАСУ Минэнерго разработаны в соответствии с общими положениями и руководящими указаниями, принятыми в Советском Союзе.

Предполагается, что ОАСУ будет включать в себя ряд подсистем, две из которых — капитального строительства и управления производством и распределением — будут основными. В последнюю главную часть входит задача автоматизации диспетчерского управления (АСДУ), которая должна обеспечить оптимальное для народного хозяйства в целом взаимодействие всех основных звеньев ЕЭС.

В настоящее время оперативное диспетчерское управление осуществляют более одной тысячи непрерывно действующих диспетчерских пунктов, находящихся на разных уровнях иерархической централизованной системы. Для передачи оперативной и, в меньшей степени, хозяйственной информации Минэнерго эксплуатирует разветвленную сеть каналов связи, включая 800 тыс. каналов, действующих по линиям электропередачи, 200 радиорелейных станций, более 20 000 ультракоротковолновых и коротковолновых радиостанций.

С помощью небольшого количества ЦВМ, действующих на разных уровнях диспетчерского управления, и располагая текущей информацией, возможно решать задачи экономического распределения нагрузок между всеми основными электростанциями ЭЭС.

По плану развития ОАСУ будут создаваться взаимосвязанные управляющие вычислительные центры: один главный и 11 зональных. Они будут вводиться в эксплуатацию уже в текущей пятилетке.

Первое время ЦВМ будут использоваться как советчики диспетчера. Накопление опыта позволит

постепенно перейти к следующему этапу — использованию вычислительных машин для непосредственной автоматизации части функций ЭЭС.

Разработка и внедрение АСУ неразрывно связано с совершенствованием организационной структуры управления отраслью. Для упорядочения структуры имеется в виду дальнейшая централизация управления, приведение в соответствие систем хозяйственного и диспетчерского управления, укрепление энергосистем и другие мероприятия, осуществление которых будет увязываться с решением задач ОАСУ.

Таковы основные черты развития энергетической системы Советского Союза. Вооруженные решениями XXIV съезда КПСС, энергетики на всей территории необъятной Родины развернули борьбу за дальнейшее развитие и совершенствование своего сложного хозяйства.

Девятый пятилетний план, предусматривая улучшение размещения производительных сил, более широкое освоение природных ресурсов, повышение экономического потенциала, является развитием Ленинской идеи электрификации всей страны.



УДК 621.316.001.24

## К расчету установившихся режимов энергосистем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов

Доктор техн. наук Х. Ф. Фазылов, инженеры Т. Х. Насыров, И. Л. Брискин

Узбекская ССР

Основой комплекса алгоритмов решения режимных и оптимизационных задач электрических систем является алгоритм расчета установившихся режимов. С развитием сетей 220—500 кВ интерес представляют методы расчета установившихся режимов с учетом продольно-поперечного регулирования коэффициентов трансформации трансформаторов, связывающих сети с различным номинальным напряжением.

Наиболее перспективным является метод расчета установившегося режима, основанный на обращенной форме уравнений узловых напряжений (УУН) [Л. 1—3]. При наличии в сети трансформаторов с комплексными коэффициентами уравнения узловых напряжений в матричной форме имеют вид:

$$\dot{U} = a\dot{U}_0 - Z^* \dot{I}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}$  — матрица-столбец искоемых узловых напряжений;  $a$  — матрица-строка коэффициентов, учитывающая трансформационные соотношения и наличие поперечных проводимостей в схеме сети;  $Z^* = \dot{Y}^{-1}$  — обращенная матрица узловых проводимостей сети с учетом коэффициентов трансформации;  $\dot{U}_0$  — матрица-столбец, каждый элемент которой представляет

собой напряжение балансирующего узла;  $\dot{I}$  — матрица-столбец узловых токов  $I_i = \hat{S}_i / \dot{U}_i$ .

Учет коэффициентов трансформации в матрицах  $Z$  и  $a$  соответствует схеме замещения идеальный трансформатор—сопротивление (рис. 1). Соответствующая такому представлению система УУН позволяет эффективно рассчитывать серии установившихся режимов при постоянстве коэффициентов трансформации трансформаторов. При многократных расчетах установившихся режимов, проводимых для оптимизации режимов по коэффициентам трансформации, применение УУН в форме (1) является нецелесообразным, так как эта форма требует пересчета  $Z^*$  и  $a$  при изменении любого коэффициента трансформации трансформаторов. Трансформатор в любой ветви  $p$ — $q$  можно представить схемой замещения (рис. 2). Соответствующая этому представлению система УУН имеет вид:

$$\dot{U}_i = \dot{U}_0 - Z(\dot{I}_\phi + \dot{I}), \quad (2)$$

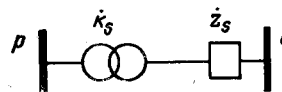


Рис. 1.

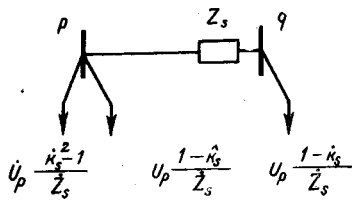


Рис. 2.

где  $\hat{Z}$  — обращенная матрица узловых проводимостей без учета коэффициента трансформации;

$\hat{I}_\Phi$  — матрица-столбец фиктивных токов, имитирующих трансформаторы.

Фиктивные токи накладываются на нагрузочные токи в узлах  $p$  и  $q$ , к которым примыкают трансформаторы. Использование уравнений в форме (2) позволяет учитывать изменение коэффициентов трансформации только изменением фиктивных токов, вычисляемых достаточно просто. Использование УУН в форме (1) или (2) зависит от постановки задачи расчета установившегося режима. Расчетная практика показывает, что процесс решения уравнений в форме (1) и (2) методами линейной итерации не всегда является сходящимся.

Так, решение УУН в форме (1) при задании фиксированных модулей напряжения в отдельных узлах иногда приводит к расходящемуся итерационному процессу, а сходимость при решении УУН в форме (2) в значительной степени зависит от величины модуля и аргумента коэффициентов трансформации.

Рассмотренные ниже преобразованные формы УУН получены на основе анализа условий сходимости методов линейной итерации [Л. 4] и свободны от указанных недостатков.

Исходя из УУН в форме (2) и условно разбив матрицу  $\hat{U}$  на подматрицы  $\hat{U}_s$  и  $\hat{U}_k$ , можно записать:

$$\left\| \begin{array}{c} \hat{U}_s \\ \hat{U}_k \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} \hat{U}_{os} \\ \hat{U}_{ok} \end{array} \right\| - \left\| \begin{array}{c} \hat{Z}_{ss} \\ \hat{Z}_{ks} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \hat{Z}_{sh} \\ \hat{Z}_{kh} \end{array} \right\| \left( \left\| \begin{array}{c} \hat{Y}_s \\ 0 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \hat{U}_s \\ 0 \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{c} \hat{I}_s \\ \hat{I}_k \end{array} \right\| \right), \quad (3)$$

где  $\hat{U}_s$  — напряжения узлов, примыкающих к трансформаторам;

$\hat{U}_k$  — напряжения остальных узлов;

$$\hat{Y}_s = \left\| \begin{array}{cc|cc} \hat{Y}_1^{(1)} & \hat{Y}_2^{(1)} & & \\ \hat{Y}_3^{(1)} & 0 & & \\ \hline & & \hat{Y}_1^{(2)} & \hat{Y}_2^{(2)} \\ & & \hat{Y}_3^{(2)} & 0 \\ \hline & & & & \hat{Y}_1^{(s)} & \hat{Y}_2^{(s)} \\ & & & & \hat{Y}_3^{(2)} & 0 \end{array} \right\|$$

— квазидиагональная матрица проводимостей с элементами:

$$\hat{Y}_1^{(s)} = \frac{k_s^2 - 1}{z_s}; \quad \hat{Y}_2^{(s)} = \frac{1 - k_s}{z_s}; \quad \hat{Y}_3^{(s)} = \frac{1 - k_s}{z_s};$$

$k_s, z_s$  — коэффициент трансформации и сопротивление  $s$ -го трансформатора;

$\hat{Z}_{ss}, \hat{Z}_{rs}, \hat{Z}_{sk}, \hat{Z}_{rk}$  — матрицы-клетки основной матрицы  $\hat{Z}$ .

Представляя (3) в виде системы  $2n$  уравнений с вещественными коэффициентами и переменными  $U = \varphi(U)$  и произведя анализ нормы

$$\|\varphi'(U)\|_m = \max \sum_{j=1}^{2n} \frac{\partial \varphi_j}{\partial U_j},$$

можно показать, что  $\max \sum \frac{\partial \varphi_j}{\partial U_j}$ , приходящийся, как

правило, на уравнения узлов, примыкающих к трансформаторам, меньше единицы только при значениях коэффициентов трансформации, мало отличающихся от единицы по модулю и от нуля по фазе. Таким образом, достаточные условия сходимости процесса линейной итерации [Л. 4] в общем случае оказываются не выполненными. Для понижения нормы  $\|\varphi'(U)\|_m$  необходимо в каждом из уравнений (3) перенести в левую часть те члены, в которые линейно входят неизвестные, а затем разрешить каждое из уравнений относительно соответствующей переменной. Решая (3) относительно  $\hat{U}_s$ , получаем:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{U}_s = (1 - \hat{Z}_{ss}^* \hat{Y})^{-1} (\hat{U}_{os} - \hat{Z}_{ss} \hat{I}_s - \hat{Z}_{sk} \hat{I}_k); \\ \hat{U}_k = \hat{U}_{ok} - \hat{Z}_{ks} \hat{I}_s - \hat{Z}_{rk} \hat{I}_k - \hat{Z}_{rs} \hat{Y} \hat{U}_s, \end{array} \right\} \quad (4)$$

где  $\hat{Z}_{ss}^*$  — матрица, отличающаяся от  $\hat{Z}_{ss}$  отсутствием взаимных (между узлами, примыкающими к трансформаторам) элементов.

Применение уравнений в форме (4) позволяет по сравнению с формой (2) рассчитывать режимы при изменении коэффициентов трансформации как по модулю, так и по фазе в достаточно широком диапазоне [Л. 5]. Обращение матрицы  $1 - \hat{Z}_{ss}^* \hat{Y}$  производится достаточно просто, тем более, что порядок ее невелик и равен удвоенному числу трансформаторов в схеме.

Исходя из УУН в форме (1), можно записать:

$$U = a \hat{U}_0 - (\hat{Z}' + \hat{Z}^\pi) \hat{I}, \quad (5)$$

где  $\hat{Z}'$ ,  $\hat{Z}^\pi$  — соответственно квадратная матрица с нулевыми диагональными коэффициентами и диагональная матрица.

Обозначая  $\hat{U}_0 = a \hat{U}_0 - \hat{Z}' \hat{I}$ , названное эквивалентным опорным напряжением, перепишем (5) в виде:

$$\hat{U} = \hat{U}_0 - \hat{Z}^\pi \hat{S} \hat{U}^{-1}, \quad (6)$$

где  $\hat{S}$  — матрица-столбец нагрузок в узлах;  $\hat{U}^{-1}$  — обращенная диагональная матрица  $\hat{U}$ .

Умножая правую часть (6) на  $\hat{U}$ , получаем:

$$|U^2| = \hat{U}_0 \hat{U} - \hat{Z}^\pi \hat{S}. \quad (7)$$

Итерационный процесс решения (7) осуществляется при помощи рекуррентных соотношений:

$$U_k^{(i+1)} = \frac{U_s^{(i)}}{2} + \frac{U_s^{(i)} \operatorname{Im}(\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k)}{|U_s^{(i)}|^2} \pm \frac{U_s^{(i)} \sqrt{D_k}}{2|U_s^{(i)}|^2}; \quad (8)$$

$$U_k^{(i+1)} = \frac{U_s^{(i)} U_k^{(i+1)} - \operatorname{Im}(\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k)}{U_s^{(i)}}, \quad (9)$$

где

$$D_k = |U_s|^2 [|U_s|^2 - 4 \operatorname{Re}(\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k)] - 4 [\operatorname{Im}(\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k)]^2.$$

По сравнению с (1) применение (7) позволяет, во-первых, обозначить некоторую область, в которой решения являются реальными, во-вторых, построить процесс итерационного решения таким образом, чтобы все приближения  $\hat{U}$  принадлежали этой области.

Из (8) видно, что для существования решения с вещественными составляющими напряжений необходимо выполнение условия  $D_k \geq 0$ , поэтому минимальное значение  $|U_s|$ , при котором еще существует решение,

$$|\hat{U}_s|_{\min} = \sqrt{2 [\operatorname{Re}(\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k) + |\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k|]}. \quad (10)$$

Поскольку  $\hat{U}_s = a \hat{U}_0 - \hat{Z} \hat{I}$ , то из (10) необходимое условие сходимости процесса итераций имеет вид:

$$\left| a \hat{U}_0 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \hat{Z}_{ki} \hat{I}_i \right| \geq \sqrt{2 [\operatorname{Re}(\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k) + |\hat{Z}_{kk} \hat{S}_k|]}. \quad (11)$$

Введение в зону сходимости при нарушении (11) производится в процессе итераций заменой  $|\hat{U}_s|$  на  $|\hat{U}_s|_{\min}$  при неизменном аргументе  $\delta_s$ .

Итерационное решение УУН в форме (7) методом квадратных уравнений позволяет значительно ускорить сходимость и получить результаты в тех случаях, когда решение в форме (1) оказывается расходящимся [Л. 6]. Не касаясь вопроса неоднозначности решений, укажем, что знак  $\pm$  в (8) обеспечивает сходимость к большему, по модулям напряжений, решению, являющемуся в большинстве случаев физически реальным решением.

Приняв за исходную форму (4) и проделав преобразование, получим УУН в виде совместного применения названных выше форм уравнений:

$$\left. \begin{aligned} |U_s^2| &= \hat{U}_{ss} \hat{U}_s - \hat{Z}_{ss}^A \hat{S}_s; \\ |U_k^2| &= \hat{U}_{sk} \hat{U}_k - \hat{Z}_{kk}^A \hat{S}_k. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Алгоритм расчета установившегося режима, основанный на УУН в форме (12), обеспечивает сходимость итерационного процесса как при изменении коэффициентов трансформации в достаточно широких пределах по аргументу, так и при различных видах задания исходной информации об узлах ( $P$  и  $Q$ ,  $P$  и  $|U|$ ).

Заметное ускорение сходимости итерационного процесса решения УУН имеет место при приведении параметров сети к одной ступени напряжения с сохранением неуравновешенных значений коэффициентов трансформации трансформаторов. Последнее замечание остается справедливым для всех алгоритмов итерационного расчета установившихся режимов, в том числе и для алгоритмов, основанных на исходной форме УУН:

$$\hat{Y} \hat{U} = \hat{I}.$$

**Выводы 1.** Предложенные преобразования УУН позволяют при неизменной матрице  $\hat{Z}$  рассчитать серии установившихся режимов с вариацией коэффициентов трансформации трансформаторов, представленных электрической схемой замещения.

2. Сходимость итерационного процесса решения УУН методами линейной итерации зависит не только от обусловленности матрицы  $\hat{Z}$ , но и от выбранной формы УУН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фазылов Х. Ф. Обобщенный метод потокораспределения в сложных цепях.— «Электричество», 1946, № 11.
- 2—3. Фазылов Х. Ф. Теория и методы расчета электрических систем. Изд. АН УзССР, Ташкент, 1953.
4. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. М., «Наука», 1970.
5. Фазылов Х. Ф., Брискин И. Л. Расчет установившегося режима электрических систем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов.— «Труды ТашПИ», 1971, вып. 75.
6. Фазылов Х. Ф., Насыров Т. Х. Вопросы однозначности, сходимости решений и выбора эффективного метода расчета установившихся режимов электрических систем.— В кн.: Оптимизация и управление большими системами в энергетике, Иркутск, 1970.

[20.3.1972]





# Комбинированный алгоритм оптимизации режима концентрированной тепловой энергосистемы

Доктор техн. наук В. Г. Журавлев, инженеры В. Г. Денисенко,  
М. В. Гродецкий, М. И. Бурлаку  
Молдавская ССР

Метод одномерного динамического программирования — удобный инструмент оптимизации режима электрических станций и энергосистем [Л. 1—3]. Однако широкое применение его (особенно при значительном числе агрегатов) затрудняется большим объемом необходимой памяти ЦВМ и значительным временем счета. Исследования, проведенные в Отделе энергетической кибернетики АН МССР, позволили разработать и реализовать более совершенный алгоритм, основанный на некоторой модификации метода динамического программирования в сочетании с методом множителей Лагранжа. Такая комбинация методов, а также дополнительный учет некоторых специфических особенностей задачи оптимизации режима позволили ускорить счет в 5—10 раз и в 5—12 раз сократить потребность в оперативной памяти.

Рассмотрим энергетические (расходные) характеристики агрегатов двух типов: выпуклые (рис. 1,а) и кусочно-выпуклые на каждом участке (рис. 1,б).

В последнем случае скачки на характеристике вызываются включением некоторых вспомогательных агрегатов (питательных насосов, дымососов и др.). Эквивалентные характеристики электростанций и энергосистем состоят из отдельных выпуклых участков, разделенных или точкой излома (включение следующего агрегата без ограничения по мощности (рис. 1,в), или скачком (рис. 1,г). В ряде случаев характеристики могут быть определены на несвязных интервалах мощности (рис. 1,д). Если характеристики каждого агрегата выпуклы, то эквивалентная характеристика станции в общем случае, не выпукла. На характеристике электростанций возможно появление дополнительных скачков из-за включения агрегатов с характеристиками, подобными представленной на рис. 1,б.

Применение метода множителей Лагранжа для энергетических расчетов сегодня достаточно хорошо отработано [Л. 4 и 5]. Алгоритм прост и обладает большим быстродействием. Однако, строго говоря, только характеристики типа 1,а допускают при наивыгоднейшем распределении нагрузки применение метода множителей Лагранжа. Во всех остальных случаях приходится искусственно подгонять характеристику к допустимому виду. Для выбора состава с одновременным распределением нагрузки метод множителей Лагранжа в чистом

виде не применим. Для строгого решения в случае характеристик вида 1,б и в или 1,г, необходимо применять более сложные алгоритмы, такие, как метод ветвей и границ [Л. 6] или динамическое программирование.

Если бы для рассматриваемых кусочно-выпуклых характеристик заранее были известны те участки характеристик, на которых должен работать агрегат, то для распределения нагрузки внутри этих участков допустимо применение метода множителей Лагранжа. Возникает естественное желание объединить положительные свойства методов Лагранжа и Беллмана в единый алгоритм.

**Постановка задачи.** Из рассмотренных энергетических характеристик наиболее общим является тип кусочно-выпуклых характеристик, определенных на несвязных интервалах мощности (рис. 1,д). Предлагаемый алгоритм разработан для характеристик такого типа и, следовательно, пригоден для всех остальных типов рассмотренных выше характеристик агрегатов или энергосистем.

Оптимальный состав работающих агрегатов выбирается из некоторого располагаемого подмножества  $n_p$  множества всех  $n$  агрегатов (энергосистем). Для каждого агрегата или энергосистемы заданы энергетические характеристики  $B_j(P_j)$ ,  $j=1, 2, \dots, n$ . Каждая характеристика состоит из выпуклых участков, определенных на интервалах нагрузки:

$$P_{j,\min}^{\alpha_j} \leq P_j \leq P_{j,\max}^{\alpha_j},$$

где индексами  $\alpha_j$  обозначены номера участков. Всего в характеристике  $\beta_j+1$  участок ( $\alpha_j=0, 1, 2, \dots, \beta_j$ ), причем первый участок (при  $\alpha_j=0$ ) определен на одной точке  $P_j=0$  и соответствует отключенному состоянию агрегата [ $B_j(0)=0$ ].

Будем считать

$$P_{j,\max}^{\alpha_j} \leq P_{j,\min}^{\alpha_j+1}$$

что соответствует зависимости, подобной представленной на рис. 1,д. Характеристики на выпуклых участках заданы таблично или в виде полинома, построенного по методу наименьших квадратов. Выпуклости можно добиться при аппроксимации характеристик, накладывая ограничения на вторую производную аппроксимирующего полинома [Л. 7].

Необходимо для каждого момента  $t$  рассматриваемого интервала времени выбрать такой состав работающего оборудования и такие нагрузки агрегатов, чтобы получить минимум расхода топлива по энергосистеме. При этом должен соблюдаться баланс мощности и ограничения на допустимые нагрузки каждого агрегата.

В статье рассматривается оптимизация режима концентрированной энергосистемы, где допустим приближенный учет потерь энергии в сетях. Учет осуществляется коррективкой энергетических ха-

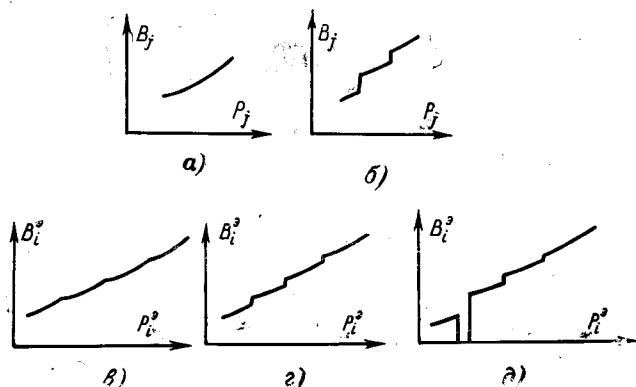


Рис. 1. Типы характеристик энергетических объектов.

рактических агрегатов (станций), например, так, как описано в [Л. 8]. Затраты на пуск агрегата считаются линейно зависимыми от времени простоя. Более строгий учет пусковых затрат возможен по методу, описанному в [Л. 2].

**Основные положения алгоритма.** В основу положен принцип динамического программирования. По сравнению с обычной схемой внесены изменения в прямой и обратный ходы алгоритма. На прямом ходе определяется наиболее выгодный состав работающего оборудования. Состав оборудования представляется номерами  $\alpha_j$  выпуклых рабочих участков, на которых находится оптимальная нагрузка агрегатов, определенная на прямом ходе. Поскольку точка  $P_j=0$  включена в число выпуклых участков  $\alpha_j$ , в предлагаемом алгоритме выбор состава работающих агрегатов является частным случаем выбора рабочего участка и выполняется одновременно с наиболее выгодным распределением нагрузки. Набор номеров рабочих участков  $\alpha_j$  первых  $i$  агрегатов обозначим  $A_i$ .

Прямой ход заключается в последовательном построении эквивалентных характеристик  $B_i^{\alpha_i}(P_i^{\alpha_i})$ ,  $i=2, \dots, n$ , показывающих зависимость минимально возможного расхода топлива первых двух, трех и т. д. до  $n$  совместно работающих агрегатов. В обычной схеме динамического программирования решение находится последовательным выполнением рекуррентной процедуры:

$$B_i^{\alpha_i}(P_i^{\alpha_i}) = \min\{B_i(P_i) + B_{i-1}^{\alpha_{i-1}}(P_{i-1}^{\alpha_{i-1}})\}, \quad (1)$$

где  $P_{i-1}^{\alpha_{i-1}} = P_i^{\alpha_i} - P_i$ .

Процесс минимизации осуществляется перебором с шагом  $h$  по всем возможным значениям  $P_i$  при фиксированной величине  $P_i^{\alpha_i}$ . Вся эквивалентная характеристика  $B_i^{\alpha_i}(P_i^{\alpha_i})$  находится повторением этой процедуры для всех  $P_i^{\alpha_i}$ , принадлежащих допустимому интервалу суммарной нагрузки. При этом для каждого значения мощности запоминается оптимальная мощность очередного  $i$ -го агрегата в виде  $P_i^* = P_i^{\alpha_i} - P_i^{\alpha_i}$ . В настоящий алгоритм внесено улучшение, использующее то, что очередная эквивалентная характеристика  $B_{i-1}^{\alpha_{i-1}}(P_{i-1}^{\alpha_{i-1}})$  состоит из выпуклых участков. Число их  $m_{i-1}$ , и они определены на интервалах постоянного состава  $A_i^k$  рабочих участков агрегатов:

$$P_{i-1, \min}^k \leq P_{i-1}^{\alpha_{i-1}} \leq P_{i-1, \max}^k$$

где  $k$  — номер выпуклого участка,  $k=1, 2, \dots, m_{i-1}$ .

Участок при  $k=1$  соответствует отключенному состоянию первых  $i-1$  агрегатов, т. е.  $P_{i-1}^{\alpha_{i-1}} = 0$ .

Характеристика агрегата также состоит из  $\beta_j + 1$  выпуклых участков, и поэтому при построении последующей эквивалентной характеристики  $B_i^{\alpha_i}(P_i^{\alpha_i})$  производится полный перебор сочетаний каждого из  $m_{i-1}$  участков предыдущей эквивалентной ха-

рактеристики с каждым из  $\beta_{j+1}$  участков характеристики очередного агрегата. Выполняется это построением вспомогательных характеристик, которые показывают оптимальный расход топлива при параллельной работе рассматриваемого  $i$ -го агрегата на  $\alpha_j$  участке с набором  $A_{i-1}^k$  агрегатов, реализующим данный выпуклый  $k$ -й участок предыдущей эквивалентной характеристики.

Способ построения вспомогательных характеристик следует из метода множителей Лагранжа и осуществляется следующим образом. Необходимо построить оптимальную эквивалентную характеристику двух выпуклых участков  $k$  и  $\alpha_i$  характеристик  $B_{i-1}^{\alpha_{i-1}}(P_{i-1}^{\alpha_{i-1}})$  и  $B_i(P_i)$ , определенных на соответствующих интервалах:

$$P_{i-1, \min}^k \leq P_{i-1}^{\alpha_{i-1}} \leq P_{i-1, \max}^k \quad \text{и} \quad P_{i, \min}^{\alpha_i} \leq P_i \leq P_{i, \max}^{\alpha_i}$$

Эта характеристика также выпукла и определена на интервале нагрузок:

$$P_{i-1, \min}^k + P_{i, \min}^{\alpha_i} \leq P_i \leq P_{i-1, \max}^k + P_{i, \max}^{\alpha_i}$$

Вместо процедуры (1) выполняется следующий алгоритм. Величина  $P_i^{\alpha_i}$ , начиная с нижней границы интервала, постепенно увеличивается с шагом  $h$ . При этом баланс мощности  $P_i^{\alpha_i} = P_{i-1}^{\alpha_{i-1}} + P_i$  может быть удовлетворен двумя способами: увеличением на  $h$  величины  $P_{i-1}^{\alpha_{i-1}}$  или величины  $P_i$ . Выбирается вариант с меньшим расходом топлива  $\Delta B$ :

$$\Delta B_i = B_i(P_i + h) - B_i(P_i);$$

$$\Delta B^{\alpha_i} = B_{i-1}^{\alpha_{i-1}}(P_{i-1}^{\alpha_{i-1}} + h) - B_{i-1}^{\alpha_{i-1}}(P_{i-1}^{\alpha_{i-1}}).$$

Когда одна из величин  $P_i$  или  $P_{i-1}^{\alpha_{i-1}}$  достигает предельного значения  $P_{i, \max}^{\alpha_i}$  или  $P_{i-1, \max}^{\alpha_{i-1}}$ , дальнейшее продвижение по  $P_i^{\alpha_i}$  продолжается без перебора.

Такое построение вспомогательных характеристик значительно сокращает объем перебора по сравнению с процедурой (1), не нарушая его строгости.

Очередная  $i$ -я эквивалентная характеристика  $B_i^{\alpha_i}(P_i^{\alpha_i})$  строится как нижняя огибающая предыдущей  $(i-1)$ -й эквивалентной характеристики и всех  $m_{i-1}(\beta_i + 1)$  вспомогательных характеристик. Вспомогательные характеристики вычисляются последовательно. Построение  $B_i^{\alpha_i}(P_i^{\alpha_i})$  проводится с помощью промежуточных эквивалентных характеристик. По каждой  $r$ -й вспомогательной характеристике строится  $r$ -я промежуточная, являющаяся нижней огибающей  $(r-1)$ -й промежуточной и  $r$ -й вспомогательной.

Исходной промежуточной характеристикой является  $(i-1)$ -я эквивалентная характеристика. Последняя [при  $r = m_{i-1}(\beta_i + 1)$ ] промежуточная характеристика является  $i$ -й эквивалентной характеристикой.

На рис. 2 показано построение очередной  $i$ -й эквивалентной характеристики по  $i-1$  эквивалентной характеристике и характеристике  $i$ -го агрегата.

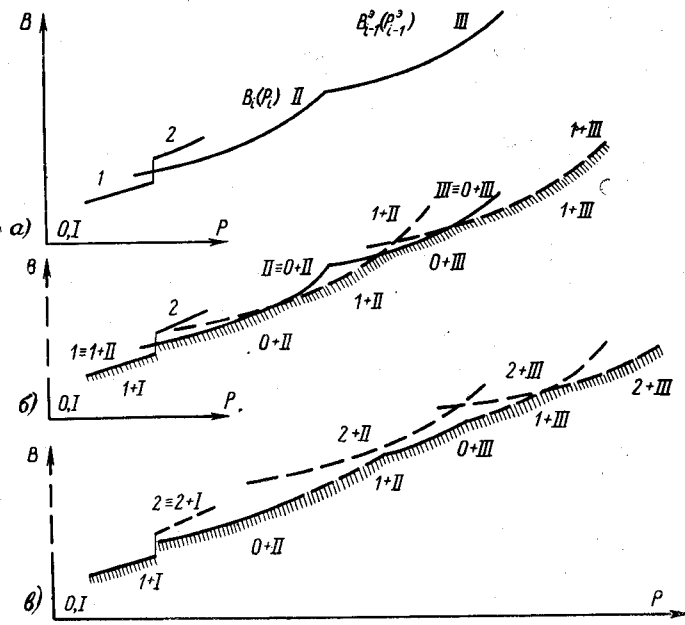


Рис. 2. Схема построения очередной эквивалентной характеристики.

а — характеристики  $V_i(P_i)$  и  $V_{i-1}^0(P_{i-1}^0)$ ; б — проверка эффективности работы агрегата на участках 0 и 1; в — то же на участке 2 (0, 1, 2 — номера выпуклых участков характеристики  $V_i(P_i)$ ; I, II, III — номера участков характеристики  $V_{i-1}^0(P_{i-1}^0)$ ). Вспомогательные характеристики обозначены сочетанием номеров участков исходных характеристик, промежуточные характеристики отмечены штриховкой.

Серия вспомогательных характеристик, полученных сочетанием всех выпуклых участков  $(i-1)$ -й эквивалентной характеристики с нулевым и первым участками характеристики агрегата показана на рис. 2, б. Штриховкой показана промежуточная характеристика (нижняя огибающая). Окончательное построение эквивалентной характеристики показано на рис. 2, в. Для этого построены вспомогательные характеристики как сочетание всех выпуклых участков  $(i-1)$ -й эквивалентной характеристики со вторым участком характеристики агрегата и взята нижняя огибающая.

В реализованном алгоритме промежуточная характеристика строится каждый раз после построения очередной вспомогательной характеристики.

Хранение результатов прямого хода. В результате работы алгоритма прямого хода строится таблица номеров рабочих участков  $\alpha_i$  — таблица состава  $A_i$ , соответствующего конечной эквивалентной характеристике  $V_n^0(P_n^0)$ . Таблица состава строится с тем же шагом мощности  $h$ .

В обычном алгоритме динамического программирования необходимо хранить величину оптимальной загрузки агрегатов  $P_{i-1}^* = P_{i-1}^*(P_i^0)$  для всех эквивалентных характеристик. Это требует большого объема памяти. В описанном алгоритме оптимальные нагрузки агрегатов, доставляющие минимум топлива, не запоминаются. Принятая запись состава весьма компактна. Для записи состояния агрегата с четырьмя участками (большее количество участков практически не встречается) требуется всего два разряда.

Обратный ход. Работа обратного хода начинается с вызова из таблицы состава  $A_i$  номеров рабочих участков  $\alpha_j$  для данной нагрузки  $P^i = P_n^0$ . Далее используется алгоритм Лагранжа. С его помощью оптимально распределяется нагрузка как для фиксированного состава агрегатов с выпуклыми характеристиками (по методу равенства относительных приростов расхода топлива). Величина относительного прироста находится методом подбора — делением отрезка пополам. Первый относительный прирост находится по формуле:

$$b_c = 0,5 (b_{\min} + b_{\max}),$$

где  $b_{\min}$  и  $b_{\max}$  — минимальное и максимальное значения относительных приростов.

**Сокращение необходимой памяти и объема перебора.** Подсчитаем аналитически необходимый объем памяти по предлагаемому алгоритму и сравним его с объемом обычной схемы динамического программирования. Сделаем следующие допущения: характеристика каждого агрегата задается  $l$  дискретными точками с шагом  $h$ ; число агрегатов  $n$  не больше числа разрядов в ячейке ЦВМ ( $n \leq 40$ ). Тогда запись номеров интервалов характеристик потребует  $2nl$  ячеек. Для эквивалентной характеристики необходимо  $nl$  ячеек. Тогда всего требуется  $H = 3nl$  ячеек.

При решении той же задачи по обычной схеме требуется  $il$  ячеек для записи каждой зависимости  $P_{i-1}^* = P_{i-1}^*(P_i^0)$ . Для записи всех таких зависимостей необходимо  $0,5nl(n-1)$  ячеек. Для необходимых на каждом  $i$ -м шаге эквивалентных характеристик  $V_i^0(P_i^0)$  и  $V_{i-1}^0(P_{i-1}^0)$  надо выделить такой объем памяти ЦВМ, сколько занимают „наиболее длинные“ из них:  $V_{n-1}^0(P_{n-1}^0)$  занимает  $l(n-1)$  ячеек и  $V_n^0(P_n^0) - nl$  ячеек. Общее количество ячеек равно  $H' = l(0,5n^2 + 1,5n - 1)$ . Относительная экономия объема памяти

$$H^* = \frac{H'}{H} = \frac{l(0,5n^2 + 1,5n - 1)}{3nl} \approx \frac{n+3}{6}$$

Относительная экономия объема памяти не зависит от шага квантования и, что важно, для больших схем растет прямо пропорционально числу агрегатов системы. Существенная экономия памяти (при 40 агрегатах потребная память уменьшается в 7 раз) приводит к значительной экономии времени счета, так как программу в большинстве случаев размещают только в оперативной памяти ЦВМ среднего класса. Это не удается при обычной схеме.

Сокращение перебора оценим, полагая, что каждый  $k$ -й выпуклый участок  $i$ -й эквивалентной характеристики имеет длину  $S_i^k$  точек, а каждая  $i$ -я эквивалентная характеристика состоит из  $m_i$  участков. Тогда общий объем перебора  $\Pi$  при построении  $n-1$  эквивалентных характеристик составит:

$$\Pi = \sum_{i=2}^n \sum_{k=1}^{m_i} (S_i^k + l - 1).$$

Если все агрегаты одинаковы, то  $S_i^k = l$ ;  $m_i = i - 1$  и  $\Pi = 0,5(2l - 1)(n - 1)n$ . Объем перебора в обычной схеме динамического программирования можно определить по этой же формуле, полагая  $S_i^k = l$ ;  $m_i = (i - 1)l$ , тогда  $\Pi_1 = 0,5l^2 n(n - 1)$ . Относительная величина экономии объема памяти

$$\Pi^* = \frac{\Pi_1}{\Pi} = \frac{l^2}{2l - 1} \approx \frac{l}{2} = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2h}$$

Величина экономии сокращения перебора не зависит от числа агрегатов и растет с уменьшением шага квантования.

**Дополнительные возможности.** Реализованы некоторые дополнительные возможности ускорения счета, в частности, сокращение диапазона перебора нагрузки при построении каждой эквивалентной и минимальной характеристики. Так, если  $P_{\max}^t$  и  $P_{\min}^t$  — максимальная и минимальная величины суточной нагрузки, то каждую  $i$ -ю эквивалентную характеристику допустимо строить в интервале

$$P_{\min}^t - \sum_{j=i+1}^n P_{j,\max} \leq P_i^t \leq P_{\max}^t$$

Это ускоряет процесс вычисления примерно на 30%. Если при прямом ходе алгоритма дополнительно запоминать наивыгоднейшую нагрузку хотя бы одного  $i$ -го агрегата или, что удобнее, величину относительного прироста (одинакового для всей системы), то можно значительно ускорить обратный ход. Однако для этого дополнительно потребуется  $nl$  ячеек оперативной памяти.

Оказалось, что использование на обратном ходе алгоритма Лагранжа при заданных в виде полиномов характеристиках оборудования уменьшает погрешность вычисления по сравнению с обычной схемой при одном и том же шаге квантования. Уменьшение погрешности происходит за счет того, что на обратном ходе распределение идет по непрерывным, а не по дискретно заданным характеристикам.

**Реализация алгоритма.** Алгоритм разработан для оптимизации суточного режима тепловой концентрированной энергосистемы или блочной многоагрегатной станции. Линейные пусковые расходы учитываются корректировкой расходных характеристик [Л. 6]. Перед началом работы просматривается задаваемая диспетчером таблица обязательно работающих и обязательно остановленных агрегатов. Остальные агрегаты относятся к категории свободно выбираемых. Таблица выполнена в виде матрицы, строки которой соответствуют часам суток, столбцы — номерам агрегатов. Обязательно работающий в данном часу агрегат помечается двойкой, свободно выбираемый — единицей, не работающий — нулем.

Предусматривается дополнительное уточнение состава агрегатов в те часы, когда суммарная нагрузка  $P^t$  не кратна шагу квантования. Уточнение проводится путем сопоставления по расходу топлива двух ближайших составов.

Алгоритм реализован на ЦВМ «Минск-22», БЭСМ-4 и на управляющей машине УМ-1, установ-

ленной на Молдавской ГРЭС. В последнем случае предполагается использовать эту программу для оперативного управления режимами ГРЭС одновременно с непрерывной корректировкой энергетических характеристик в темпе производства [Л. 9].

На ЦВМ «Минск-22» программа реализована для случая  $\beta = 1$  и составлена в кодах машины. Ее характеристики следующие. Вся программа для числа агрегатов  $n \leq 36$ , каждый из которых задан 20 точками, размещается в оперативной памяти. Программа занимает первый куб, второй куб целиком отведен под организацию широкой печати результатов. Характеристика изменения времени счета (получена экспериментально) в функции от числа агрегатов приведена на рис. 3. Там же приведена характеристика расчетного времени счета для обычной схемы динамического программирования. При этом не учтена потеря времени за счет обращения к внешней памяти (задача такого объема для обычной схемы динамического программирования в оперативной памяти не размещается). Поэтому реально экономия времени будет в 1,5—2,0 раза выше приведенных цифр.

Для ЦВМ БЭСМ-4 составлены две универсальные программы. Первая (для случая  $\beta = 1$ ) составлена на языке АЛГОЛ-60 с использованием Альфатранслятора. Она занимает около 800 ячеек и рассчитана на число агрегатов до 45. Предельный шаг квантования определяется из условия хранения предельных по длине эквивалентных характеристик и должен быть не меньше, чем

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,\max}}{1500}$$

Время счета (без печати) для агрегатов 100 Мвт, с шагом  $h = 5$  Мвт, характеризуется следующими данными:

Число агрегатов	10	20	30	45
Время счета, сек	5	18	35	80

Вторая программа составлена в кодах машины и предназначена для агрегатов с кусочно-выпуклыми характеристиками для случая  $\beta \leq 7$ . Программа работает с числом агрегатов не более 15.

Программа для машины УМ-1 использует только оперативную память машины, занимает вместе с исходной информацией около 1000 22-разрядных ячеек и работает с числом агрегатов не более 10. Рабочий массив программы — 400 ячеек. Характеристика каждого агрегата не должна содержать больше трех скачков.

**Выводы.** 1. На основе сочетания методов динамического программирования и множителей Ла-

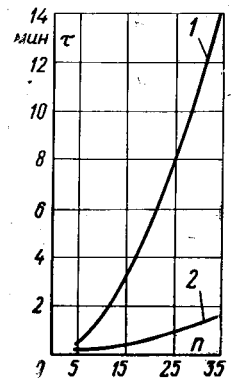


Рис. 3. Зависимость времени построения эквивалентной характеристики от располагаемого состава агрегатов (для ЦВМ «Минск-22»).

1 — по обычной схеме динамического программирования; 2 — по предлагаемому алгоритму.

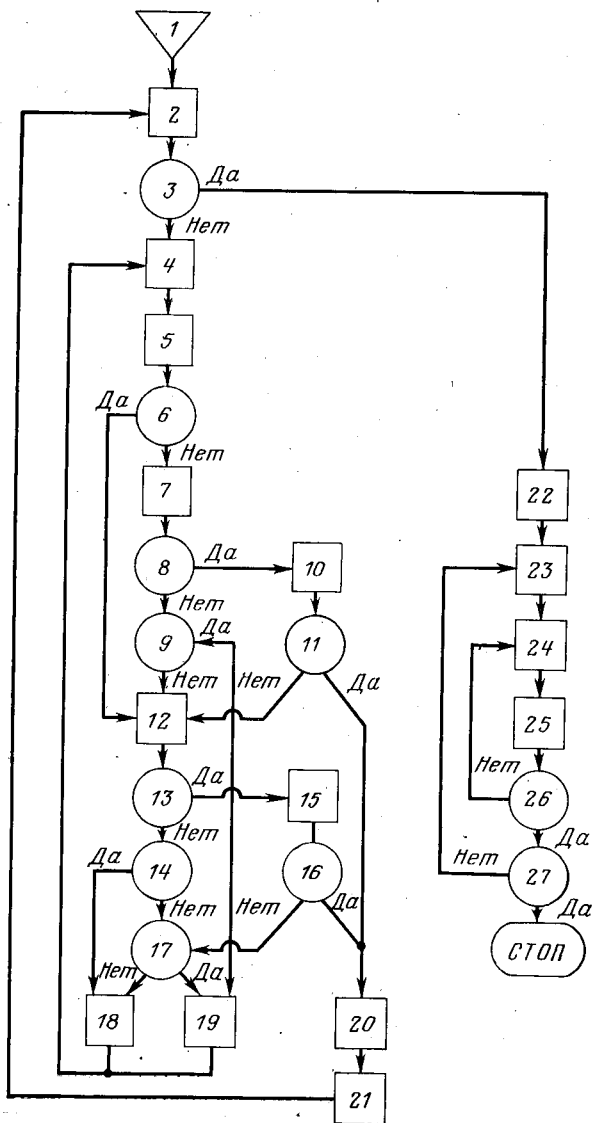


Рис. 4.

ранжа разработан комплексный алгоритм оптимизации режима концентрированной энергосистемы. Он требует значительно меньшего объема памяти и имеет более высокое быстродействие по сравнению с обычной схемой динамического программирования. Это позволяет рассматривать многоагрегатные системы, поскольку относительная величина экономии объема памяти растет с ростом числа агрегатов, и применять этот алгоритм при оперативных расчетах режима современных энергосистем.

2. Для сокращения перебора предлагается строить лишь нужную часть эквивалентных характеристик и не производить полного перебора при построении каждой следующей эквивалентной характеристики. Показано, что относительное сокращение объема перебора растет при уменьшении шага квантования характеристик.

**Приложение.** На блок-схеме комбинированного алгоритма (рис. 4) цифрами обозначены блоки:

Прямой ход.

1. Ввод исходных данных.

2. Просмотр таблицы ограничений, заданных диспетчером.

3. Проверка: все ли агрегаты просмотрены? Подготовка к построению эквивалентной характеристики  $B_i^g(P_i^g)$ . Первый работающий агрегат записывается на место эквивалентной характеристики.

4. Определение значения вспомогательной характеристики в точке  $P_i^g = P_{i-1}^g + P_i^k$  и формирование состава  $A_i^k = A_{i-1}^k \cup \alpha_i$ . Построение вспомогательных и промежуточных (блок 5) характеристик начинается с  $P_i^g = P_{i, \max}^k + P_{i, \max}^g$ . Это дополнительно экономит объем памяти. Строящаяся  $i$ -я эквивалентная характеристика при продвижении  $P_i^g$  к нулю записывается на постепенно освобождающееся место от  $(i-1)$ -й эквивалентной характеристики, так как при любом  $P_i^g$  нужны только значения  $P_{i-1}^g = P_i^g - P_i^k \leq P_i^g$ .

5. Определение значения промежуточной характеристики в точке  $P_i^g$ ; формирование последовательностей  $A_i = A_i(P_i^g)$ .

6. Блоки 6, 14, 16 предназначены для проверки выполнения признака  $V$ , который вырабатывается в блоке 10, когда значение  $P_{i-1}^g$  достигает предельных значений  $P_{i-1, \min}^k$  или  $P_{i-1, \min}^g$ .

7. Пробный пуск по эквивалентной характеристике  $P_{i-1}^g - h$ . Поиск границ  $k$ -го выпуклого участка  $(i-1)$ -й эквивалентной характеристики.

8. Проверка: весь ли  $k$ -й участок характеристики  $B_{i-1}^g(P_{i-1}^g)$  или вся ли эквивалентная характеристика просмотрены?

9. Блоки 9, 11 — проверка выполнения признака  $W$ . Признак  $W$  выполняется, если просмотрен весь выпуклый участок характеристики агрегата.

10. Выработка признака  $V$ .

12. Пробный спуск по расходной характеристике агрегата  $P_i - h$ .

13. Проверка: вся ли расходная характеристика агрегата просмотрена?

15. Выработка признака  $W$ .

17. Проверка: выгоден ли шаг по  $(i-1)$ -ой эквивалентной характеристике или по характеристике  $i$ -го агрегата?

18. Шаг по  $P_i$ .

19. Шаг по  $P_{i-1}^g$ .

20. Построение эквивалентной характеристики  $B_i^g(P_i^g)$  в точках  $P_i^g$  из интервала  $P_{i, \min}^g \leq P_i^g \leq P_{i, \max}^g$ .

21. Определение границ построенной эквивалентной характеристики, обозначаемой на следующем шаге  $(i-1)$ -м номером.

Обратный ход. 22. Определение минимального и максимального относительных приростов системы.

23. Выбор нагрузки очередного часа графика нагрузки.

24. Определение относительного прироста состава агрегатов, работа которого оптимальна в этом часу.

25. Определение нагрузок агрегатов при полученном относительном приросте системы.

26. Проверка: выполняется ли баланс мощности системы в данном часу?

27. Проверка: весь ли график нагрузки просмотрен?

28. Печать результатов. Останов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Журавлев В. Г. Применение динамического программирования для оптимизации внутростанционного режима ГЭС. — «Электрические станции», 1965, № 12, с. 32—36.

2. Журавлев В. Г., Золотник С. Г. Применение метода динамического программирования для выбора наилучшего состава работающего оборудования тепловой энергосистемы. — Изв. АН СССР «Энергетика и транспорт», 1966, № 4, с. 111—118.

3. Арзамасцев Д. А., Обоскалов В. П. Выбор оптимального состава агрегатов станций энергосистемы. — «Электричество», 1968, № 10, с. 1—5.

4. Горнштейн В. М. Наилучшее распределение мощностей между параллельно работающими электростанциями. М., ГЭИ, 1949, с. 255.

5. Руководящие указания по выбору оптимальных режимов совместно работающих гидравлических и тепловых электростанций, М., ГЭИ, 1955, с. 45.

6. Маркович И. М., Лазебник А. И. Использование метода ветвей и границ в некоторых энергетических оптимизационных задачах. — «Электричество», 1970, № 7, с. 65—70.

7. Гродецкий М. В. Вычисление энергетических характеристик агрегатов по априорной информации и экспериментальным данным. — В кн.: «Выбор наиболее выгодного состава работающего оборудования современных энергосистем». Кишинев, РИО АН МССР, 1970, с. 3.

8. Гороховир Д. И., Журавлев В. Г., Бобер А. Г. Применение эквивалентных двухполюсников для расчета дифференциальных показателей, Материалы семинара по кибернетике, вып. 15. Алгоритмические проблемы расчета нормальных режимов сложных энергосистем, Кишинев, РИО АН МССР, 1967, с. 26—30.

9. Some Algorithm Problems of Normal Regime Control of Units Thermal Electric Power — stations. 3rd IFAC/IFIP Conference on Digital Computer Applications to Process Control, Helsinki, Finland, publications by Instrument Society of America Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 1971.

[16.8.1972]

УДК 621.311.016.35

## Возможности, методология и перспективы исследований устойчивости электрических систем прямым методом А. М. Ляпунова

Доктор техн. наук В. А. Веников, инж. Ю. С. Бампи

Москва

Одна из главных задач системной энергетики в настоящее время — обеспечение оптимального уровня надежности энергообъединений, рассматриваемых в широком плане как большие системы. Проблема надежности объединенных энергосистем весьма многогранна. Однако центральное место среди множества частных задач надежности занимают вопросы, связанные с обеспечением статической и динамической устойчивости системы в различных эксплуатационных режимах. Нормальное функционирование системы возможно лишь в том случае, если она (точнее, ее режим) способна противостоять действию различных возмущающих факторов, которые неизбежны при эксплуатации. Поэтому свойство устойчивости является важнейшей характеристикой надежности. Анализ устойчивости сложных динамических систем высокой размерности, к которым относятся и современные электрические системы, представляет собой весьма сложную и трудоемкую задачу.

Цель данной статьи состоит в том, чтобы обратить внимание инженеров-энергетиков на возможности и специфику использования прямого метода Ляпунова при решении задач устойчивости электрических систем, охарактеризовать принципиальные трудности, которые встречаются при его реализации в конкретных расчетах, определить целесообразные области применения метода функций Ляпунова для различных математических моделей и наметить круг связанных с этим исследований.

Существует два принципиально различных подхода к проблеме устойчивости динамических систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями в обыкновенных производных. Оба эти подхода лежат в основе общего метода исследования устойчивости движения, разработанного А. М. Ляпуновым [Л. 1] и развитого его последователями. Первый подход сводится к непосредственному рассмотрению траекторий возмущенного движения, т. е. к определению решений соответствующих дифференциальных уравнений. Асимптотическое поведение этих решений и дает ответ на интересующий нас вопрос об устойчивости. В тех

случаях, когда уравнения движения не интегрируются в квадратурах, рекомендуется искать решение в виде специальных сходящихся рядов, позволяющих анализировать асимптотические свойства решений в некоторой окрестности невозмущенного движения. Второй подход не предполагает записи решений дифференциальных уравнений в явном виде. Он дает возможность судить об устойчивости системы, используя информацию только о правых частях уравнений возмущенного движения.

Говоря об этих подходах, мы, прежде всего, имеем в виду первый метод Ляпунова, сводящий вопрос об устойчивости к исследованию характеристических показателей решений и его второй (прямой) метод, связывающий факт устойчивости с существованием специально подобранных  $V$ -функций обобщенных координат. Далее речь пойдет о втором методе Ляпунова, как основном методе решения задач устойчивости электрических систем.

Следует отметить, что обращение к прямому методу Ляпунова было вызвано потребностями инженерной практики в разработке строгих критериев динамической устойчивости сложных систем. Пионером в постановке этой задачи и ее решении для случая трехмашинной консервативной модели является А. А. Горев, который еще в 1934—1935 гг. успешно применил энергетические критерии для оценки устойчивости параллельной работы синхронных машин при больших возмущениях. Как известно, сущность прямого метода исследования устойчивости состоит в отыскании  $V$ -функции, полная производная которой  $\dot{V}$  по времени, найденная в силу системы уравнений возмущенного движения, обладала бы некоторыми специфическими для устойчивости свойствами. Кроме двух классических теорем А. М. Ляпунова об устойчивости (теорема А) и об асимптотической устойчивости (теорема Б) [Л. 2], важную роль в приложениях играет также следующая теорема Барбашина — Красовского.

Если существует определенно положительная функция  $V$  такая, что  $\dot{V} < 0$  вне  $M$  и  $\dot{V} \leq 0$  на  $M$ ,



где  $M$  — множество, не содержащее траекторий, кроме начала координат, то нулевое положение равновесия асимптотически устойчиво.

Эта теорема позволяет решить вопрос об асимптотической устойчивости с помощью функций Ляпунова, имеющих лишь знакопостоянную производную, причем требование теоремы об отсутствии на множестве  $M$  целых траекторий легко проверяется. Теорема Барбашина — Красовского значительно расширяет класс тех функций, которые используются для суждения об устойчивости.

Еще Н. Г. Четаевым [Л. 3] было отмечено, что, хотя теоремы Ляпунова утверждают факт локальной устойчивости, они могут быть с успехом применены для решения задачи об устойчивости «в большом», т. е. оценки области устойчивости и области притяжения исследуемого положения равновесия возмущенной системы. Нетрудно указать [Л. 4] обобщение теорем Ляпунова на случаи устойчивости «в большом» и «в целом». Одним из наиболее важных преимуществ использования прямого метода Ляпунова для изучения устойчивости энергетических систем является возможность получения глобальной информации об устойчивости системы без вычисления характера переходного процесса. В настоящее время анализ устойчивости сложных электрических систем заменяется фактическим построением кривой переходного процесса методами численного интегрирования. Вместо интересующей нас задачи об асимптотическом поведении системы нам приходится решать, вообще говоря, более сложную задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод численного интегрирования, хотя и дает удовлетворительные результаты при выборе достаточно малых интервалов времени и автоматической коррекции погрешностей на каждом шаге, тем не менее является весьма кропотливым и трудоемким. Объем вычислительной работы быстро растет вместе с числом машин в системе. И даже при наличии быстросрабатывающих ЦВМ, позволяющих вести расчет переходного процесса с большой точностью на значительных (но ограниченных) интервалах времени, мы не можем получить строгого критерия динамической устойчивости ввиду отсутствия каких-либо общих закономерностей протекания переходного процесса. Это в значительной мере обесценивает возможности численных методов при исследовании устойчивости электрических систем и может приводить к ошибочным заключениям, особенно в тех случаях, когда используются упрощенные и сильно идеализированные модели, т. е. в большинстве инженерных задач.

В тех случаях, когда нас интересует только информация об устойчивости перехода при различных начальных возмущениях, прямой метод Ляпунова представляется несомненно более рентабельным и заслуживающим внимания инженера.

Метод функций Ляпунова может быть полезным и в задачах статической устойчивости, если линейный анализ (по линеаризованным уравнениям первого приближения) оказывается недостаточным<sup>1</sup> или по каким-то причинам нужно получить

оценки для возмущенных решений. Наконец, весьма привлекательной особенностью второго метода Ляпунова является перспектива обобщенного подхода к широкому классу различных задач статики и динамики с позиций устойчивости «в большом», понимая под этим термином не только сам факт устойчивости, но и возможность аппроксимации области устойчивости и области притяжения нулевого положения равновесия.

Однако принципиальные возможности прямого метода Ляпунова для исследования устойчивости «в большом» динамических (в частности, сложных электрических) систем никак нельзя считать равнозначными возможностям его практического использования. Реализация метода функций Ляпунова даже в случае систем с высокой степенью идеализации вызывает трудности и требует практических ограничений, особенно для многомерных задач.

Прежде всего, отметим то обстоятельство, что анализ устойчивости по прямому методу предполагает неизменность структуры электрической системы и соответственно постоянство ее параметров. Если структура системы меняется в дискретные промежутки времени, как это имеет место, например, в цикле АПВ, то применение метода в подобной ситуации требует знания возмущенных координат в начальный момент времени, т. е. параметров режима к моменту отключения короткого замыкания. А это, в свою очередь, подразумевает вычисление переходного процесса с помощью какой-нибудь приближенной процедуры. Таким образом, прямой метод непосредственно применим для определения устойчивости перехода к послеаварийному состоянию равновесия лишь на последнем этапе расчета. Вычисление переходного процесса от момента возникновения короткого замыкания (первого возмущения) до момента успешной работы АПВ (последнего возмущения) осуществляется по-прежнему одним из численных методов. Напомним, что понятие динамической устойчивости энергосистемы связано с оценкой области асимптотической устойчивости послеаварийного положения равновесия. Режимы короткого замыкания и отключения поврежденного элемента определяют положение изображающей точки в начальный момент времени. Очевидно, переход будет устойчив, если к моменту последнего возмущения изображающая точка окажется внутри области асимптотической устойчивости. Чтобы сделать анализ динамической устойчивости единообразным на всем интервале динамического перехода и полностью исключить вычисление кривой переходного процесса, была предпринята интересная попытка [Л. 5] сочетать прямой метод Ляпунова с теорией устойчивости на конечном интервале. Однако существенного упрощения расчетов пока получить не удалось.

Еще одним практическим ограничением, сужающим возможности использования прямого метода Ляпунова и требующим принятия дополнительных положений, следует считать отсутствие в нем какой-либо информации о времени появления возможной неустойчивости.

Может случиться, что неустойчивость будет иметь место по истечении достаточно большого промежутка времени, когда вследствие изменчив-

<sup>1</sup> Имеются в виду критические случаи по Ляпунову.

шихся условий в системе факт выпадения из синхронизма одной или нескольких машин уже не представляет никакого практического интереса. Это обстоятельство, а также необходимость вычисления кривой переходного процесса в аварийном режиме, по-видимому, связаны с несовершенством математических моделей<sup>2</sup>, выбранных для описания поведения системы, и, казалось бы, могут быть легко устранены, если ввести в рассмотрение более полные и адекватные физике неавтономные модели. Однако здесь мы сталкиваемся с трудностями другого порядка, обусловленными отсутствием регулярных приемов построения функций Ляпунова для систем высокого порядка общего вида и необходимостью получения большого объема достоверной информации о параметрах режима элементов энергосистемы.

Следует подчеркнуть, что анализ устойчивости прямым методом Ляпунова, впрочем как и другие детерминированные методики, будет эффективным лишь в том случае, если принятая математическая модель достаточно точна и сохраняет существенные характеристики явления, по крайней мере, до момента выпадения из синхронизма. С другой стороны, выбор математической модели, как указывалось выше, ограничен, поскольку принятие ряда допущений на данном этапе развития рассматриваемых методов неизбежно. Строгое решение задач устойчивости на уровне консервативной и позиционной идеализации многомашинных систем уже сейчас находится в поле зрения инженера [Л. 6, 7 и 9]. Это определенное достижение, если иметь в виду трудности, возникающие при расчетах устойчивости сложных систем. Что касается простейшей системы «станция — шины неизменного напряжения», то для нее предлагается более полная математическая модель с учетом демпфирования и АРВ [Л. 9].

Практическая реализация прямого метода для исследования устойчивости «в большом» сдерживается еще и тем, что функции Ляпунова доставляют, как правило, только достаточные условия устойчивости, позволяющие выделить в фазовом пространстве лишь часть искомой области устойчивости. Вопрос о степени их близости к необходимым и достаточным условиям устойчивости остается открытым, а построение подходящей функции Ляпунова является в значительной мере делом изобретательности и удачи.

Известно, что методы численного интегрирования в многомашинных системах дают только необходимые условия устойчивости перехода. А с инженерной точки зрения важно знание именно достаточных условий, так как устойчивость должна быть обеспечена. Метод функции Ляпунова, принципиально решая эту задачу, в то же время не может выявить устойчивость во всей реально существующей у системы области устойчивости. С помощью функции Ляпунова можно только утверждать какой-либо факт, но никак нельзя его отрицать. Однако поиск лучших (в смысле более пол-

ной аппроксимации области устойчивости) функций Ляпунова не является безнадежным, поскольку обращение основных теорем Ляпунова [Л. 8] свидетельствует о том, что функции Ляпунова существуют во всей области устойчивости исследуемой системы.

Анализ динамической устойчивости<sup>3</sup> сложных энергосистем прямым методом Ляпунова связан с решением следующих основных вопросов:

определение возможных установившихся режимов и проверка их устойчивости «в малом»; подбор подходящей функции Ляпунова для системы уравнений возмущенного движения; построение области устойчивости исследуемого положения равновесия;

определение начальных возмущений и оценка предельных по устойчивости режимов.

Каждый из этих вопросов представляет собой достаточно сложную проблему, которая решается более или менее удовлетворительно в зависимости от степени идеализации рассматриваемой системы, имеющихся в распоряжении инженера вычислительных средств, точности и объема исходных данных. Не претендуя на полноту обзора полученных в указанных направлениях результатов, дадим краткую характеристику перечисленных выше задач и методов их решения.

Отыскание положений равновесия послепереходного режима сводится к решению систем нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений высокого порядка. Другими словами, речь идет о расчете одного или нескольких установившихся режимов. В настоящее время на основе известных методов контурных токов и узловых потенциалов разработаны программы расчета установившегося режима, в которых успешно реализуются различные модификации градиентных и итерационных алгоритмов. Вместе с тем расчет по этим программам в ряде случаев оказывается малоэффективным из-за неоднозначности решения, плохой сходимости, невозможности определить неустойчивые положения равновесия и т. д. Поэтому для определения координат системы в послепереходном режиме более предпочтительным, по-видимому, является использование численной процедуры дифференциального спуска<sup>4</sup>, в которой нашла свое выражение простая физическая идея «тяжелого шарика». Существенное преимущество методов дифференциального спуска состоит в том, что они обеспечивают сходимость вычислительного процесса при любом задании исходных (пусковых) значений переменных. Однако область применимости этих методов ограничена сравнительно простыми математическими моделями.

Следующим важным шагом при исследовании устойчивости «в большом» послепереходного положения равновесия является выбор подходящей функции Ляпунова. От того, насколько удачно найдена функция  $V$ , во многом зависит успех методов при решении конкретной задачи, хотя можно указать случаи, когда достаточность условий устойчи-

<sup>2</sup> В частности, с автономностью рассматриваемых систем дифференциальных уравнений.

<sup>3</sup> Это касается и анализа статической устойчивости с оценкой величин допустимых возмущений исходного режима.

<sup>4</sup> В литературе можно встретить термины «спуск по дифференциальным уравнениям», «гольф-метод» и др.

вости вполне удовлетворяет практику; инженера, как правило, интересует не любая, а «хорошая» (в смысле, определенном выше) функция Ляпунова. Если же не заботиться о качествах функции  $V$ , то мы неизбежно утонем в океане малоценных достаточных условий устойчивости, не имеющих никакого практического значения. Опыт показывает, что наибольший успех сопутствует тем функциям, которые могут быть построены исходя из физических соображений и учета особенностей рассматриваемых математических моделей [Л. 9—11].

Исторически первый — энергетический — подход к построению функций  $V$  и в настоящее время служит надежным компасом в поисках путей конструирования подходящих функций Ляпунова.

Простейшим, но весьма важным классом нелинейных систем, являются так называемые консервативные<sup>5</sup> системы. Известно, что для консервативных систем существует первый интеграл энергии, который в некоторой окрестности положения равновесия будет знакоопределенной функцией и может быть взят в качестве функции Ляпунова. Такой выбор функции  $V$  вполне соответствует и математическим представлениям, согласно которым первый интеграл системы уравнений возмущенного движения является наилучшей функцией Ляпунова, если только в некоторой окрестности начала координат он принимает положительные значения. Консервативные модели энергетических систем получили широкое распространение в инженерной практике. Для них удалось предложить «хорошую» функцию Ляпунова, которая строится регулярным способом [Л. 12]. Попутно отметим, что консервативные системы обладают еще целым рядом интересных<sup>6</sup> свойств, которые оказываются весьма полезными при оценках областей устойчивости «в большом».

Для электрических систем в позиционной и диссипативной идеализациях задача построения функции Ляпунова значительно усложняется, и на сегодняшний день не существует каких-либо универсальных методов ее решения. Обычно стремятся выделить в исходной системе консервативную часть<sup>7</sup>, (функция Ляпунова для нее известна), которую затем дополняют квадратичной формой фазовых переменных, не вошедших в уравнения консервативной модели. При этом можно надеяться, что построенная таким образом функция  $V$  дает условия устойчивости, близкие к необходимым и достаточным.

Иногда ищут функцию Ляпунова в виде полной энергии системы, имея в виду, что убывание энергии вследствие наличия демпфирования обеспечивает знакоотрицательность производной в некоторой области фазового пространства. Именно такой путь был принят при анализе устойчивости синхронных двигателей [Л. 9]. Возможность построения функции Ляпунова, обладающей знакоотрицательной производной во всем фазовом простран-

стве, в данном случае обусловлена спецификой рассматриваемой модели и выбором независимых координат системы в виде токов отдельных контуров.

Заметим, что если оперировать другими переменными, например для машин с демпферными обмотками координатами  $E'_q$ ,  $E''_q$ ,  $E''_d$ , то полная производная в силу уравнений возмущенного движения уже не будет всюду знакоотрицательной. Аналогичным образом строится функция Ляпунова в работе [Л. 13]. Поиск функции  $V$  в форме полной энергии системы можно рассматривать как частный случай известного в теории автоматического регулирования приема [Л. 14] построения функции Ляпунова в виде: «квадратичная форма + интеграл от нелинейности».

Можно указать на один весьма общий и распространенный в математической литературе подход к построению функции Ляпунова. Из линейной теории устойчивости известно, что необходимыми и достаточными условиями устойчивости являются условия Рауса — Гурвица. Естественно ожидать, что функция  $V$ , которая в линейном случае приводит к условиям Рауса — Гурвица, для исходной нелинейной системы будет наилучшей с точки зрения близости доставляемых ею условий устойчивости к необходимым и достаточным. Именно эта идея положена в основу всех конкретных функций  $V$ , построенных Е. А. Барбашиным и его учениками. Ими предложены эффективные приемы отыскания функций Ляпунова для частных, но важных классов нелинейных систем, к которым иногда приходят в результате идеализации синхронных машин. Однако на примере неконсервативной модели простейшей системы, учитывающей переходные процессы в обмотке ротора, нетрудно убедиться, что предлагаемая в [Л. 3] функция Ляпунова (правда, для весьма общего уравнения) оказывается менее удачной, чем функция А. А. Янко-Триницкого, в которой отражена специфика уравнений электрической системы.

Наконец, следует обратить внимание еще на один практический прием построения «хорошей» функции  $V$ . Пусть задана некоторая, вообще говоря, неконсервативная система. Тем или иным образом выделим из нее консервативную подсистему, для которой функция  $V$  строится регулярным способом. Далее, предлагается вычислять полную производную по времени вдоль решений исходной неконсервативной системы. Этот совершенно не строгий подход, применяемый с известной осторожностью, позволяет хотя бы частично учесть диссипацию энергии и в ряде случаев бывает полезен.

Высказанные выше интуитивные соображения о структуре функций  $V$  для неконсервативных систем и опыт их использования в практических задачах подводят к мысли, что «хорошая» функция Ляпунова должна иметь в своем составе первый интеграл консервативной части системы. Но и тогда нельзя гарантировать, что построенная функция  $V$  является наилучшей в указанном ранее смысле.

При исследовании более полных моделей энергосистем типа уравнений Парка — Горева, когда важно получить хотя бы грубую оценку области устойчивости, следует обратиться к общим методам

<sup>5</sup> Здесь и в дальнейшем под консервативными понимаются системы, полная энергия которых во время переходного процесса остается постоянной.

<sup>6</sup> В частности, могут иметь особые точки только двух типов: «центры» и «седла».

<sup>7</sup> Эта операция не всегда однозначна.

построения функций Ляпунова [Л. 15], основанным на чисто математических идеях и пригодных для произвольных нелинейных систем. Среди общих методов построения функций Ляпунова заслуживает быть отмеченным метод В. И. Зубова. В последнее время этот метод нашел широкое применение для различных нелинейных, в том числе и электрических, систем [Л. 22 и 23]. Метод Зубова требует решения дифференциального уравнения в частных производных, и если аналитическое решение (обычно в виде ряда) найдено, то оно определяет собой функцию Ляпунова, которая в некоторых случаях может быть улучшена за счет увеличения числа членов ряда.

Естественно, что универсальность этих методов ведет, как правило, к ухушению условий устойчивости и более грубым оценкам соответствующих областей. Однако нужно заметить, что эффективность общих методов<sup>8</sup> построения функции Ляпунова для решения практических задач может быть существенно повышена за счет использования вычислительной техники.

Рассмотрим третий этап анализа устойчивости электрических систем прямым методом Ляпунова, а именно, методику оценки областей устойчивости (притяжения) послеаварийного установившегося режима.

Прежде всего отметим, что не следует путать реально существующие области устойчивости с теми оценками, которые получают для них методом функций Ляпунова. Предположим, что некоторый равновесный режим системы устойчив по Ляпунову. Тогда в фазовом пространстве параметров режима всегда существует конечная область допустимых начальных возмущений, называемая областью устойчивости<sup>9</sup>, такая, что все возмущенные траектории, начинающиеся в этой области, и только они, со временем не превзойдут некоторых наперед заданных пределов. Эта область нам априори неизвестна. Мы знаем только, что она односвязна, ограничена сепаратрисными поверхностями и непременно содержит внутри себя исследуемое положение равновесия. Существенным в этом определении является то, что конечные области возмущений  $\epsilon$  можно указать лишь для достаточно малых начальных возмущений. Понятно также, что область допустимых начальных возмущений  $\eta$  зависит от того, насколько велика задаваемая нами область  $\epsilon$ , в которой должны располагаться возмущенные траектории.<sup>10</sup>

Если режим системы асимптотически устойчив, то в фазовом пространстве режимных параметров обязательно существует область  $h$ , называемая областью притяжения и обладающая тем свойством, что возмущенные траектории, выходящие из точек этой области, оставаясь ограниченными, со временем стремятся к положению равновесия. В том частном случае, когда область притяжения является все пространство, говорят об устойчивости положения равновесия «в целом».

Необходимо подчеркнуть, что область допустимых начальных возмущений может быть как областью устойчивости, так и областью асимптотической устойчивости в зависимости от выбранной математической модели объекта. В каждой практической задаче эти области приобретают вполне конкретный физический смысл. Положения равновесия, являющиеся особыми точками системы, как правило, либо устойчивы, либо устойчивы асимптотически<sup>11</sup>.

Выше указывалось, что прямой метод Ляпунова позволяет не только ответить на вопрос об устойчивости, но и получить достаточно эффективные оценки действительных областей устойчивости. Из доказательства теоремы Ляпунова об устойчивости (теорема А) вытекает простой способ аппроксимации области допустимых начальных возмущений. Соответствующее критериальное неравенство записывается в виде:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) < l(\epsilon), \quad (1)$$

где  $x_i, i = \overline{1, n}$  — фазовые координаты (применительно к электрической системе — параметры режима);  $l(\epsilon)$  — точная нижняя грань (наименьшее значение) функции Ляпунова на поверхности  $\epsilon$ -шара или любой гомеоморфной ему фигуры.

Обратим внимание на одно обстоятельство, которое, по нашему мнению, играет важную роль при построении критериев устойчивости «в большом». Пусть функция Ляпунова известна, а математическая модель исследуемого режима системы фиксирована. Тогда задачу аппроксимации реально существующих областей устойчивости можно рассматривать в следующих двух аспектах.

1. Задаются пределы, из которых возмущенные траектории не должны выходить. Требуется получить оценку области тех начальных возмущений, которые обеспечат пребывание возмущенных траекторий системы в указанных пределах.

2. По данной функции Ляпунова найти наибольшую подобласть реальной области устойчивости (притяжения), гарантирующую ограниченность траекторий возмущенного движения в любой момент времени.

Фактически это две различные задачи аппроксимации областей устойчивости, хотя и связанные между собой. Назовем сформулированные задачи соответственно задачами аппроксимации 1-го и 2-го рода. Первая из них, непосредственно вытекающая из определения устойчивости, является более общей и состоит в построении оценки области устойчивости для конкретно заданной области  $\epsilon$ . Вторая задача аппроксимации представляет собой важный частный случай задачи 1-го рода и сводится к максимизации полученной оценки по всевозможным  $\epsilon$ , не выходящим за пределы области существования<sup>12</sup> функции Ляпунова.

<sup>8</sup> Упомянутый метод Зубова, метод квадрирования Кравцовского, метод переменного градиента и др.

<sup>9</sup> Как известно, область притяжения есть частный случай области устойчивости.

<sup>10</sup> Область  $\epsilon$  определяется характером и условиями задачи.

<sup>11</sup> Картина расположения фазовых траекторий в окрестности особой точки типа «центро-фокус» убеждает нас в том, что возможна ситуация, когда положение равновесия одновременно устойчиво и асимптотически устойчиво «в большом».

<sup>12</sup> Под областью существования функции Ляпунова  $G$  понимается множество, на котором  $V > 0$  и  $\dot{V} \leq 0$ .

Наилучшая оценка области устойчивости по данной функции Ляпунова определяется следующим критериальным неравенством:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) < l, \quad (2)$$

где

$$l = \max_{\varepsilon \in G} l(\varepsilon);$$

$$G = \{x: V(x) > 0, \dot{V}(x) \leq 0\}, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Область (2), также как и области (1), замкнута и обладает тем свойством, что любая возмущенная траектория, начинающаяся внутри этой области, в дальнейшем из нее же не выйдет. Другими словами, неравенство (2) описывает множество тех начальных возмущений исследуемого режима, которые со временем не возрастают.

В ряде случаев бывает трудно указать пределы, в которых должны оставаться возмущенные траектории, а иногда в этом и нет необходимости. Примером может служить анализ динамической устойчивости, где нас интересует сам факт ограниченности угловых координат, тогда как величины отклонений углов не играют существенной роли и влияют лишь на качество переходного процесса. Такой постановке вопроса в наибольшей степени отвечает задача аппроксимации 2-го рода. Но можно ставить задачу иначе. Предположим, что колебания углов синхронных машин в послеаварийном режиме не должны превосходить некоторых регламентированных значений. Возникает вопрос: какие можно допустить начальные возмущения? Ясно, что здесь мы имеем дело с задачей аппроксимации областей устойчивости 1-го рода.

Если построенная функция Ляпунова удовлетворяет одной из теорем, гарантирующих асимптотическую устойчивость, то найденная подобласть устойчивости представляет собой часть области притяжения, для которой справедлива следующая внутренняя оценка:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq C, \quad (3)$$

где  $C$  — некоторая достаточно малая константа.

Чтобы наилучшим образом аппроксимировать область притяжения положения равновесия, число  $C$  надо выбирать настолько большим, насколько это возможно по условиям данной задачи. Очевидно, что при  $C = C_{\max}$  оценки (2) и (3) совпадают. Таким образом, отыскание наибольшей области допустимых начальных возмущений сводится к построению последней замкнутой поверхности уровня функции  $V$ , целиком лежащей в области существования функции Ляпунова. Будет ли область, ограниченная этой поверхностью, аппроксимировать область устойчивости или область притяжения зависит не только от выбранной математической модели, а еще и от свойств построенной функции  $V$ .

Выше уже говорилось, что функция Ляпунова для электрических систем в консервативной идеализации известна [Л. 12]. Она характерна тем, что ее производная на траекториях системы уравнений возмущенного движения тождественно обращается в нуль. Следовательно, в области положительной определенности эта функция удовлетворяет теореме Ляпунова о простой устойчивости. Для того, чтобы воспользоваться одним из критериальных

неравенств (1)—(3), нужно определить постоянную  $l$ , т. е. вычислить минимум функции многих переменных на  $n$ -мерной поверхности.

Задачи подобного рода пока еще не имеют удовлетворительного решения, поэтому при определении критериальной постоянной приходится преодолевать трудности как принципиального, так и вычислительного характера. Однако простота принятой математической модели, а также разумные требования к точности определения постоянной  $l$  во многих случаях позволяют решить поставленную задачу.

В [Л. 9] построена функция, полная производная которой вдоль траектории системы уравнений оказывается отрицательно определенной во всем фазовом пространстве переменных. Тогда в области положительной определенности найденная функция удовлетворяет теореме Ляпунова об асимптотической устойчивости (в случае знакоотрицательности производной — теореме Барбашина — Красовского).

Можно показать [Л. 19], что для функций Ляпунова с определенной структурой областей существования максимальные подобласти областей устойчивости (в консервативном случае) и областей притяжения ограничены замкнутыми многообразиями, проходящими через ближайшую к нулю (в смысле метрики функции  $V$ ) седловую точку. При этом задача построения критериальных неравенств типа (1)—(3) сводится к отысканию координат седловых (минимаксных) точек функции Ляпунова и выбору среди них той, в которой функция  $V$  принимает наименьшее значение.

В настоящее время существует три способа для определения критериальной постоянной. Первый из них [Л. 18] основан на решении системы трансцендентных уравнений методом скорейшего спуска. Известным приемом решение системы нелинейных уравнений сводится к задаче минимизации некоторой вспомогательной функций, в которой нас интересует нулевой минимум. Искомая седловая точка содержится в множестве конечного числа стационарных точек, доставляющих вспомогательной функции нулевой минимум или значение, близкое к нему. Спуск в нужную седловую точку существенно зависит от пусковых значений переменных. Для решения системы трансцендентных уравнений могут быть применены и другие численные процедуры, в частности, различные модификации методов дифференциального спуска, которые менее чувствительны к вариациям пусковых значений. Однако любые численные методы, в основе которых лежит идея спуска к экстремальным точкам, обладают одним общим недостатком — никогда нет уверенности в том, что в результате вычислений найдена нужная седловая точка. Второй способ отыскания критериальной постоянной  $l$ , называемый методом  $n$ -мерного куба, разработан в Сибирском НИИ Энергетики [Л. 20 и 21] и непосредственно следует из доказательства теоремы Ляпунова об устойчивости. Сущность его состоит в том, что из области существования функции  $V$  «вырезается» ориентированный вдоль осей координат куб со стороной  $2\varepsilon$ , на гранях которого осуществляется поиск точного нижнего предела функции Ляпунова. Затем наи-

меньшее значение функции  $V$  на поверхности выделенного  $n$ -мерного куба максимизируется по  $\varepsilon$  с тем, чтобы получить наилучшую оценку области устойчивости, не выходя при этом за пределы области существования функции Ляпунова. Фактически способ  $n$ -мерного куба представляет собой разновидность общей задачи нелинейного программирования, для приближенного решения которой предлагается эффективный алгоритм. Минимум функции  $V$  ищется среди характерных точек куба (центры граней, вершины и т. д.), а процесс поиска организован таким образом, чтобы по возможности снизить размерность задачи. Все же вычислительные трудности при использовании способа  $n$ -мерного куба велики и быстро растут с увеличением размерности системы. Обратим внимание на тот факт, что вместо куба в этом алгоритме может быть использована другая геометрическая фигура<sup>13</sup>, например  $n$ -мерная сфера, если она окажется более удобной в вычислительном отношении.

Для консервативной модели электрической системы оригинальный способ поиска нужной седловой точки предложен в [Л. 17]. Согласно обобщенных условий Рауса — Гурвица строится замкнутая поверхность, обладающая тем свойством, что граница области устойчивости и построенная поверхность имеют одну общую точку. Показано, что эта точка является искомой седловой точкой и в ней достигается глобальный минимум функции  $V$  на рассматриваемой поверхности. Реализация предлагаемого алгоритма сводится к отысканию условного глобального экстремума, что представляет собой достаточно сложную задачу. Поиск экстремального значения функции на поверхности предлагается осуществлять методом Монте-Карло.

Следует отметить, что знания координат нужной седловой точки и критического значения функции Ляпунова недостаточно для определения подобласти устойчивости, поскольку критериальному неравенству удовлетворяют точки фазового пространства, ограниченные как замкнутой, так и разомкнутой частью сепаратрисной поверхности. Поэтому критериальное неравенство (2) должно быть дополнено условием, гарантирующим принадлежность точки фазового пространства к множеству внутренних точек сепаратрисы. Одно из таких условий может быть записано в виде:

$$|x_i| < C_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где  $C_i$  —  $i$ -я координата ближайшей седловой точки.

После того, как критерии устойчивости исследуемого режима построены, нас будет интересовать факт попадания траекторий возмущенного движения в области, ограниченные системой неравенств (2) и (4). Другими словами, анализ динамической устойчивости будет заключаться в определении допустимых начальных возмущений и в оценке предельных режимов. При этом могут возникать самые разнообразные задачи. Наиболее распространенными среди них являются задачи определе-

ния критических времен отключения аварий и предельных доаварийных режимов. Применительно к первой из них анализ устойчивости перехода к послеаварийному состоянию равновесия состоит в численном интегрировании уравнений, описывающих движение исследуемой системы в аварийном режиме, вычисления на каждом шаге значения функции  $V$  и проверке критериального неравенства. Момент времени, при котором кривая переходного процесса выйдет на границу, определяемую соотношением  $V=l$ , и есть критическое время отключения аварии, гарантирующее устойчивость динамического перехода.

Метод Ляпунова дает возможность ответить и на другие вопросы, касающиеся качественного и количественного протекания переходного процесса: каков предел мощности для системы заданной конфигурации;

насколько близок режим системы к предельному по условиям динамической устойчивости; как быстро система стремится к неустойчивому положению равновесия;

какое влияние на устойчивость системы оказывают те или иные параметры;

каков физический характер процесса нарушения устойчивости.

Эффективность прямого метода Ляпунова может быть существенно повышена за счет использования тех дополнительных возможностей, которые появляются у инженера при решении практических задач. Поскольку критериальные неравенства строятся на основании уравнений возмущенного движения, а вектор начальных возмущений формируется путем интегрирования системы (или совокупности таких систем) дифференциальных уравнений в аварийном режиме, на отдельных этапах анализа устойчивости целесообразно применять различные (в смысле полноты) математические модели. Уравнения возмущенного движения удобно строить на основе простейших, например консервативных моделей, позволяющих находить функцию Ляпунова регулярным способом и сравнительно просто решать вопрос о построении критериев устойчивости «в большом». Формирование же вектора начальных возмущений обычно желательно производить на базе более полных математических моделей, учитывающих демпфирование, действия регулирования возбуждения, регулирования скорости и другие факторы, влияющие на состояние системы в момент последней коммутации. Это позволяет ближе подойти к необходимым и достаточным условиям динамической устойчивости [Л. 16].

Обратим внимание на возможность, пока еще не реализованную, улучшения оценки областей устойчивости и асимптотической устойчивости, получаемых с помощью функций Ляпунова. Чтобы судить о степени близости достаточных условий устойчивости к необходимым и достаточным, представило бы интерес построение области заведомой неустойчивости, окружающей особую точку и обладающей тем свойством, что любая траектория, выходящая из этой точки, со временем неограниченно растет. В этом случае получается двусторонняя оценка области или зоны неопределенности, при попадании в которую нельзя дать

<sup>13</sup> В силу топологического характера теорем Ляпунова, которые справедливы в любой норме вектора возмущенных координат.



утвердительно ответа как на вопрос об устойчивости, так и на вопрос о неустойчивости<sup>14</sup>. Размеры этой области могут служить критерием, характеризующим качество выбранной функции Ляпунова и получаемой аппроксимации реально существующей области устойчивости. Указанный подход к перспективе может быть применен не только при анализе устойчивости, но и положен в основу создания регулирующих устройств нового типа, обеспечивающих необходимый уровень устойчивости системы.

Сделаем еще несколько замечаний относительно практического использования прямого метода. Одно из основных неудобств метода функций Ляпунова при изучении динамической устойчивости энергосистем состоит в том, что метод не обеспечивает отыскания действительной области устойчивости, а следовательно, предела устойчивости. По крайней мере для консервативных моделей это можно объяснить тем, что функция Ляпунова конструируется в виде полной энергии системы и не учитывает распределение энергии между отдельными подсистемами (машинами). Для устранения этого недостатка, по-видимому, нужно строить функцию Ляпунова в виде суммы первых интегралов каждой из подсистем (машин).

Иногда удается построить функцию  $V$  для достаточно полных математических моделей, однако найденная функция дает плохую аппроксимацию реально существующей у системы области устойчивости. Так обстоит дело при построении функции Ляпунова в виде квадратичных форм. В этом случае целесообразно формировать вектор начальных возмущений по совокупности систем дифференциальных уравнений, включая и послеаварийный режим. При этом кривая переходного процесса строится до тех пор, пока траектория изображающей точки системы не окажется внутри области устойчивости или не станет ясно, что она в нее не попадет. Процесс численного интегрирования совокупности систем дифференциальных уравнений можно реализовать на ЦВМ с учетом большого числа влияющих факторов, обеспечивая высокую точность расчета и приемлемое быстродействие. Последнее замечание дает нам пример весьма перспективного подхода к анализу устойчивости сложных систем, а именно: сочетания численных и качественных методов исследования.

Выше при рассмотрении различных аспектов применения прямого метода Ляпунова для решения задач устойчивости энергетических систем была сделана попытка акцентировать внимание широкого круга научных работников и инженеров на достоинствах и недостатках прямого метода Ляпунова при исследовании устойчивости электрических систем, а также указать на некоторые возможности разработки и совершенствования эффективных алгоритмов оценки областей устойчивости. Хотя методика расчетов устойчивости электрических систем на основе метода функций Ляпунова и других качественных методов за последние годы значительно продвинулась, все же принципиальные трудности в ре-

ализации алгоритмов расчета для сколько-нибудь сложных систем, сдерживают применение этого нового подхода. Между тем такой подход мог бы оказаться эффективным в ряде проектных задач, связанных с развитием и объединением энергосистем, а также анализом систем регулирования, выбором оптимальных схем электроснабжения и т. д., когда приходится выполнять много упрощенных вариантов расчетов устойчивости.

Однако применение метода функций Ляпунова для анализа устойчивости электрических систем не должно являться самоцелью и его применение в дальнейшем оправдано только в том случае, если:

он будет конкурентоспособен по времени и точности расчетов с другими известными и апробированными методами;

для рассматриваемой математической модели сложной системы будет найдена «хорошая» функция Ляпунова;

эта функция будет строиться исходя не столько из «математических возможностей» исследователя, сколько из учета тех факторов, которые существенны при том или ином подходе к оценке устойчивости реальной системы.

Предстоит еще много сделать для того, чтобы качественные методы и, в частности, прямой метод Ляпунова, действительно стали эффективными и заняли подобающее им место среди других способов анализа устойчивости многомашинных регулируемых систем. Сегодня такое направление исследований представляется чрезвычайно важным и перспективным. При этом надо иметь в виду не только широкое применение современных средств вычислительной техники для реализации качественных методов анализа устойчивости сложных систем, но и разработку средств активного вмешательства в переходные процессы [Л. 24], использующих новые идеи и методы оценки устойчивости, для повышения надежности энергетических систем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М., Физматгиз, 1959.
2. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М., «Наука», 1966.
3. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. М., «Наука», 1965.
4. Барбашин Е. А. Функции Ляпунова. М., «Наука», 1970.
5. Руденко Ю. Н. Об анализе устойчивости динамических систем на основе второго метода Ляпунова.— Изв. АН СССР «Энергетика и транспорт», 1967, № 2.
6. Аронович Г. В. К определению достаточных условий динамической устойчивости энергетических систем.— «Труды ВНИИЭ», 1959, № 9.
7. El Abiad A. H. and Nagapan K. Transient Stability regions of multimachine Power Systems.— «IEEE Trans. Power Apparatus and Systems», 1966, 85, № 2.
8. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М., Физматгиз, 1959.
9. Янко-Триницкий А. А. Новый метод анализа работы синхронных двигателей при резко переменных нагрузках. М., ГЭИ, 1958.
10. Di Caprio V., Saccomanno F. Analysis of multimachine Power Stability by Liapunov direct method.— «Automazione e strumentazione», 1968.
11. Горев А. А. Избранные труды по вопросам устойчивости электрических систем. М., ГЭИ, 1960.
12. Тагиров М. А. О функции Ляпунова для уравнений электрической системы в консервативной идеализации.— Изв. АН СССР; «Энергетика и транспорт», 1966, № 1.

<sup>14</sup> При исчезновении этой области неопределенности функция Ляпунова является наилучшей и доставляемые ею условия устойчивости будут необходимыми и достаточными.

13. Cless G. E. Direct Method of Liapunov applied to Transient Power System Stability.— «IEEE Trans. Power Appar. and Systems», 1966, 85, № 2.

14. Лурье А. И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М., ГИТТЛ, 1951.

15. Барбашин Е. А. О построении функций Ляпунова для нелинейных систем. Первый международный Конгресс IFAC, 1960.

16. Тагиров М. А. Оценка области устойчивости электроэнергетических систем по критериям Ляпунова.— Istituto Nazionale di alta matematica, Symposia mathematica, vol. VI, 1971.

17. Вайман М. Я. Один способ построения областей допустимых отклонений фазовых переменных при исследовании динамической устойчивости энергосистем вторым методом Ляпунова.— «Труды II семинара-симпозиума по применению метода функций Ляпунова в энергетике», СибНИИЭнергетики, 1970, вып. 19.

18. Рудницкий М. П. Применение второго метода Ляпунова

к анализу динамической устойчивости сложных электрических систем «Труды УПИ им. Кирова», 1966, № 154.

19. Leighton W. Morse theory and Liapunov functions. Rendiconti del circolo Matematico di Palermo, 1964, serie II, v. 13.

20. Путилова А. Т., Тагиров М. А. Алгоритмы построения критериальных неравенств устойчивости «в большом» для электроэнергетических систем. Методика исследования режимов в энергосистемах. Новосибирск, «Наука», 1968.

21. Заславская Т. Б., Путилова А. Т., Тагиров М. А. Функция Ляпунова, как критерий синхронной динамической устойчивости.— «Электричество», 1967, № 6.

22. Yu Y. N. and Vonsurija K. Nonlinear power system stability study by Lyapunov function and Zubov's method.— «IEEE Trans. PAS», 1967, № 86.

23. De Sarkar A. K., Dharma Rao N. Zubov's method and transient — stability problems of power systems.— «IEE proceedings», 1971, 118, № 2.

24. Веников В. А. Применение кибернетики в электрических системах.— В кн.: Кибернетику на службу коммунизму. М., ГЭИ, 1961, т. I.

[6.4.1972]

УДК 621.316.925.2:621.313.333

## Особенности максимальной защиты асинхронных двигателей с частыми включениями и противовключениями

Доктор техн. наук Г. Г. Гимоян

Армянская ССР

По мере роста энерговооруженности промышленности и сельскохозяйственного производства все больше асинхронных двигателей оказываются в специфических режимах частых включений и противовключений, т. е. в режимах, когда по технологическим условиям нормально работающий двигатель после отключения практически мгновенно вновь включается в сеть (согласно или реверсивно). Такие режимы характерны для двигателей горнодобывающих и маневровых машин, угольных стругов, различных кранов, толкателей, лебедок и т. д. Мощность двигателей этих установок редко превышает 100—150 кВт, а среднее количество включений и отключений за сутки — 2 000—2 500. Однако, ввиду того, что эти включения и отключения происходят с неравномерной частотой и в отдельные промежутки времени весьма интенсивно, полные токи коммутации могут значительно превышать токи обычных пусков. Указанное объясняется наложением токов, вызванных напряжением сети и остаточной э. д. с. двигателя, которая из-за малого промежутка между коммутациями не успевает затухать. Так, согласно данным Всесоюзного научно-исследовательского института взрывозащитного электрооборудования (ВНИИВЭ) [Л. 1] более 70% включений угольных комбайнов происходит с частотой 1 200 циклов в час при наибольшей частоте 5 000 (в течение 2—3 сек).

При осуществлении максимальной защиты двигателей с подобными режимами на практике приходится сталкиваться с рядом затруднений. Так, в литературе отсутствуют рекомендации по выполнению подобных защит (способ выбора уставки, двух- или трехфазное исполнение, сочетание быстрого действия защиты с ее током срабатывания и т. д.). Кроме того, сверхтоки коммутационных переключений двигателя, от которых отстраивается защита, определены по аналитическим зависимостям, при-

менение которых в инженерной практике затруднено, и без учета влияния параметров сети, что приводит к значительным завышениям расчетных токов по сравнению с действительными [Л. 2 и 3]. Выбор уставки защиты по этим расчетным токам резко ухудшает ее чувствительность и делает неизбежными отказы при удаленных коротких замыканиях на питающей кабеле [Л. 4 и 5].

В статье изложена инженерная методика расчета коммутационных сверхтоков асинхронных двигателей, работающих в режимах частых включений и противовключений с учетом параметров сети, необходимых при проектировании и эксплуатации релейной защиты. Приводятся также рекомендации по обеспечению оптимальных параметров защиты по быстрдействию, селективности и чувствительности.

На рис. 1, а приведена схема замещения сети и двигателя с частыми включениями (противовключениями). Двигатель после отключения от сети, пока не израсходуется запасенная магнитная энергия, представлен активным линейным двухполюсником  $ab$  [Л. 6 и 7].

Предполагая, что за время протекания электромагнитных переходных процессов двигателя электромагнитные переходные процессы отсутствуют и скорость вращения ротора (состоящего из одной клетки) остается постоянной и допуская также, что сопротивления отдельных фаз статора и напряжения, подводимые к двигателю перед коммутацией, строго симметричны, модуль вектора остаточной э. д. с. ротора двигателя в начальные несколько периодов повторной коммутации

$$E_m = E_{m0} e^{-at} (1-s) e^{j\omega_p t} \quad (1)$$

где  $E_m$  — амплитуда вектора остаточной э. д. с. двигателя для произвольного момента времени;  $s$  — скольжение двигателя;  $\omega_p$  — угловая частота вращения ротора;  $\alpha$  — коэффициент затухания остаточной э. д. с. двигателя;  $E_{m0}$  — значение амплитуды вектора остаточной э. д. с. в начале повторной коммутации, равное  $k\sqrt{2}U_c$  ( $k$  — коэффициент пропорциональности). Величина  $k$  зависит не только от параметров сети и двигателя, но и от режима последнего. Если до повторной коммутации двигатель работал в режиме холостого хода, то  $k=0,95-0,97$ ; при номинальной нагрузке  $k=0,85-0,9$  [Л. 2, 3 и 8].

При холостом ходе двигателя  $\alpha$  определяется обратной величиной постоянной времени ротора  $T_p$ :

$$\alpha = \frac{1}{T_p} = \frac{\omega_p R_2}{X_2 + X_m}, \quad (2)$$

а при повторной коммутации — обратной величиной переходной постоянной времени ротора с учетом сопротивления сети  $T_{p\Sigma}$ :

$$\alpha = \frac{1}{T_{p\Sigma}} = \frac{\omega_p R_2}{X_2 + \frac{(X_c + X_1) X_m}{X_c + X_1 + X_m}}. \quad (3)$$

Для машин средней мощности величина  $T_p$  составляет 0,2—0,8 сек, а большой мощности — 1,1—1,3 сек. Величина  $T_{p\Sigma}$  меньше  $T_p$  в 7—13 раз. При работе двигателя непосредственно на шины, т. е. когда  $X_c=0$ , как видно из (3), величина  $T_{p\Sigma}$  равна переходной постоянной ротора  $T'_p$  [Л. 2—8].

При допущениях, названных выше, полные токи коммутации при согласных включениях  $i_c$  и противовключениях  $i_{\Pi}$  (рис. 1, а) можно найти методом наложения. Каждый из токов будет состоять из двух слагающих:  $i_{ce}$  и  $i_{\Pi e}$ , обусловленных остаточной э. д. с. двигателя (рис. 1, б) и  $i_{c.c}$  и  $i_{\Pi.c}$ , обусловлен-

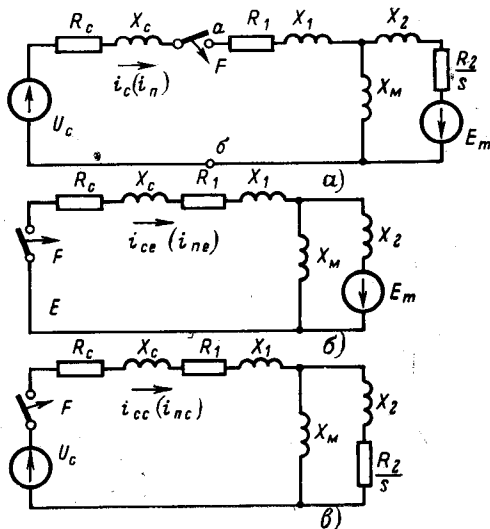


Рис. 1. Схема замещения сети и двигателя в режимах частых согласных включений (противовключений) для определения полных токов коммутации (а), слагающих токов коммутации, обусловленных остаточной э. д. с. двигателя (б) и обусловленных напряжением питающей сети (в).

$R_1, R_2, X_1, X_2$  и  $X_m$  — активные и реактивные сопротивления соответственно статора, ротора и ветви намагничивания двигателя;  $E_m$  — остаточная э. д. с. ротора двигателя;  $U_c, R_c$  и  $X_c$  — фазное напряжение, активное и реактивное сопротивления сети, включая активное и реактивное сопротивления питающей линии.

ных напряжением питающей сети  $U_c$  (рис. 1, в). Токи  $i_{ce}$  и  $i_{\Pi e}$ , как следует из (1), будут максимальными, когда двигатель перед повторной коммутацией работал в режиме холостого хода ( $s \approx 0$ ;  $\omega_p \approx \omega$ ):

$$i_{ce} = i_{\Pi e} = \frac{E_{m0}}{\sqrt{(R_a - X_a/\omega_p T_{p\Sigma})^2 + X_a^2}} \sin(\omega t + \psi_{ie}) e^{-\frac{t}{T_{p\Sigma}}} - \sin \psi_{ie} e^{-\frac{t}{T_a}}, \quad (4)$$

где  $R_a$  и  $X_a$  — эквивалентные активные и реактивные сопротивления коммутируемой цепи (рис. 1, б);

$$R_a = R_c + R_1; \quad X_a = X_c + X_1 + \frac{X_2 X_m}{X_2 + X_m}; \quad (5)$$

$T_a$  — переходная постоянная времени цепи;

$$T_a = \frac{X_a}{\omega R_a} = \frac{X_c + X_1 + \frac{X_2 X_m}{X_2 + X_m}}{\psi_e (R_c + R_1)}; \quad (6)$$

$\psi_e$  — фаза включения остаточной э. д. с.;  $\psi_{ie}$  — фаза включения принужденной составляющей тока коммутации, обусловленного этой э. д. с.:

$$\psi_{ie} = \psi_e - \varphi_a, \quad (7)$$

где  $\varphi_a$  — угол сдвига между принужденной составляющей тока коммутации и э. д. с.  $E_m$ :

$$\varphi_a = \arctg \frac{X_a}{R_a - \frac{X_a}{\omega T_{p\Sigma}}}. \quad (8)$$

Как видно из (4) токи  $i_{ce}$  и  $i_{\Pi e}$  содержат две составляющие: принужденную и свободную, обе из которых имеют затухающий характер. Принужденная составляющая имеет частоту колебаний, равную угловой частоте сети (ротора), и постоянную времени затухания  $T_{p\Sigma}$ , а свободная составляющая, начальное значение которой зависит от угла  $\psi_{ie}$ , имеет постоянную времени затухания  $T_a$ . Активная составляющая полного сопротивления цепи (рис. 1, б), как видно из (4) и (8), меньше сопротивления  $R_a$  на величину  $X_a/\omega T_{p\Sigma}$ . Физически это объясняется затухающим характером  $E_m$  и наличием в цепи индуктивности, э. д. с. самоиндукции которой стремится поддерживать ток в цепи. Чем больше коэффициент затухания э. д. с., тем меньше эквивалентное сопротивление цепи.

Максимальная (ударная) величина токов  $i_{ce}$  и  $i_{\Pi e}$  будет иметь место при  $\psi_{ie} = \pm \pi/2$ , т. е. спустя полпериода после коммутации<sup>1</sup>. Например, для многих шахтных забойных двигателей величина этого тока превышает амплитудное значение установившегося фактического пускового тока в 1,3—1,4 раза.

Токи  $i_{ce}$  и  $i_{\Pi e}$  (рис. 1, в) в общем случае также содержат принужденную и свободную составляющие. В обоих случаях начальное значение принужденной составляющей в момент коммутации

$$i_{\Phi.p} = \frac{\sqrt{2} U_c}{\sqrt{R_a^2 + X_a^2}} \sin(\omega t + \psi_{ie}) = \sqrt{2} I_{\Phi.p} \sin(\omega t + \psi_{ie}). \quad (9)$$

<sup>1</sup> Теоретически это происходит несколько раньше [Л. 2, 3 и 8].

где  $i_{ф.п}$  и  $I_{ф.п}$  — мгновенное и действующее значения фактического пускового тока двигателя;  $\psi_{ic}$  — фаза включения принужденной составляющей тока коммутации, обусловленного напряжением сети;  $R_{\Sigma}$  и  $X_{\Sigma}$  — активное и реактивное суммарные сопротивления сети и двигателя при пуске. При пренебрежении ветвью намагничивания

$$R_{\Sigma} = R_c + R_1 + R_2; \quad X_{\Sigma} = X_c + X_1 + X_2. \quad (10)$$

Однако при согласном включении ток (9) из-за условия  $s \approx 0$  после коммутации быстро (с постоянной времени  $T_{p\Sigma}$ ) затухает, в пределе стремясь к току холостого хода двигателя. При противовключении же благодаря условию  $s \approx 2$  ток (9) за время коммутации практически остается без изменения. Поэтому токи  $i_{c.c}$  и  $i_{п.с}$  в начальные периоды коммутации, которые и интересуют нас с точки зрения релейной защиты, будут определяться по выражениям:

$$i_{c.c} = \sqrt{2} I_{ф.п} [\sin(\omega t + \psi_{ic}) e^{-t/T_{p\Sigma}} - \sin \psi_{ic} e^{-t/T_{\Sigma}}]; \quad (11)$$

$$i_{п.с} = \sqrt{2} I_{ф.п} [\sin(\omega t + \psi_{ic}) - \sin \psi_{ic} e^{-t/T_{\Sigma}}], \quad (12)$$

где  $T_{\Sigma} = \frac{X_{\Sigma}}{\omega R_{\Sigma}}$  — переходная постоянная времени, с которой затухает аperiodическая составляющая тока, обусловленного напряжением сети.

Как показали исследования, амплитуды токов в (4) и (9), (11) и (12) практически мало отличаются друг от друга. Поэтому, заменив  $T_{\Sigma}$  на  $T_a$ , из названных уравнений получим следующие выражения для полных токов коммутации:

$$i_c = i_{c.c} + i_{c.c} = \sqrt{2} I_{ф.п} \{ [\sin(\omega t + \psi_{ic}) + \sin(\omega t + \psi_{ic}) e^{-t/T_{p\Sigma}} - (\sin \psi_{ic} + \sin \psi_{ic}) e^{-t/T_a}] \}; \quad (13)$$

$$i_{п} = i_{п.c} + i_{п.c} = \sqrt{2} I_{ф.п} \{ [\sin(\omega t + \psi_{ic}) e^{-t/T_{p\Sigma}} + \sin(\omega t + \psi_{ic}) - (\sin \psi_{ic} + \sin \psi_{ic}) e^{-t/T_a}] \}. \quad (14)$$

Исследование уравнений (13) и (14) показывает: вследствие быстрого затухания периодической составляющей тока  $i_{c.c}$  и необходимости известного промежутка времени (пока э. д. с. синхронно вращающегося ротора при согласном включении окажется в противофазе с напряжением сети) ток  $i_c$ , как правило, меньше тока  $i_{п}$ ; чем больше  $T_{p\Sigma}$ , тем меньше разница в токах  $i_c$  и  $i_{п}$ .

Максимальные значения токи  $i_c$  и  $i_{п}$  будут иметь спустя полпериода после коммутации при условии  $\psi_{ic} \approx \psi_{ic} \approx \pm \pi/2$ , т. е. когда напряжение сети и остаточная э. д. с. двигателя в момент коммутации будут находиться в противофазе, а мгновенные значения принужденных токов, обусловленных ими, проходить через свои максимумы. Величины ударных токов  $i_{c.y}^*$  и  $i_{п.y}^*$  в относительных единицах от амплитудного значения фактического пускового тока с учетом (13) и (14) будут вычисляться по выражениям:

$$i_{c.y}^* = \frac{i_{c.y}}{\sqrt{2} I_{ф.п}} = 2 \left( e^{-\frac{0,01}{T_{p\Sigma}}} + e^{-\frac{0,01}{T_a}} \right); \quad (15)$$

$$i_{п.y}^* = \frac{i_{п.y}}{\sqrt{2} I_{ф.п}} = 1 + e^{-\frac{0,01}{T_{p\Sigma}}} + 2e^{-\frac{0,01}{T_a}}. \quad (16)$$

Зависимости этих токов от  $T_a$  для  $T_{p\Sigma} = 0,01 - 0,12$  (граничные значения) приведены на рис. 2. Они были подтверждены и экспериментально. Так, при испытаниях подземных двигателей типа ЭДК4-1, ЭДКО4-2, МАД191/11К мощностью 80—90 кВт максимальные значения тока  $i_c$  достигали 1,8, а  $i_{п}$  — 2,2 амплитудного значения тока  $I_{ф.п}$  [Л. 6].

Чем больше промежутков времени между повторными включениями (или противовключениями), тем меньше влияние остаточной э. д. с. двигателя на величину токов коммутации. При промежутках времени примерно (2—3)  $T_p$  токи, обусловленные остаточной э. д. с. двигателя, практически отсутствуют и режим включения или противовключения мало будет отличаться от обычного пускового режима неподвижного двигателя. Поэтому при выборе уставки максимальной защиты подобных двигателей должны быть учтены не только параметры самого двигателя и сети (питающей линии), но и длительность промежутка между коммутациями и собственное время действия защиты. Величина уставки защиты будет максимальна, когда повторные коммутации происходят без выдержки времени, а защита имеет минимальное время срабатывания. Учитывая, что для многих типов электромагнитных токовых реле, применяемых в схемах защиты электродвигателей, это время составляет 1,5—2 полупериода, для действующих значений ударного тока коммутации, от которых и должна быть отстроена защита, из (13) и (14) получим:

$$I_{c.y} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_c^2 dt} \approx 2 I_{ф.п} \times \sqrt{\frac{\omega T_{p\Sigma}}{4\pi} \left( 1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{p\Sigma}}} \right) + \frac{\omega T_a}{2\pi} \left( 1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_a}} \right)}; \quad (17)$$

$$I_{п.y} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{п}^2 dt} \approx I_{ф.п} \times \sqrt{1 + 3 \frac{\omega T_{p\Sigma}}{4\pi} \left( 1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{p\Sigma}}} \right) + \frac{\omega T_a}{0,5\pi} \left( 1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_a}} \right)}. \quad (18)$$

Из последних уравнений следует, что, если расчет уставки защиты вести по фактическому току  $i_{ф.п}$ , что принято в инженерной практике, то, во избежание должных действий защиты, коэффициенты надежности

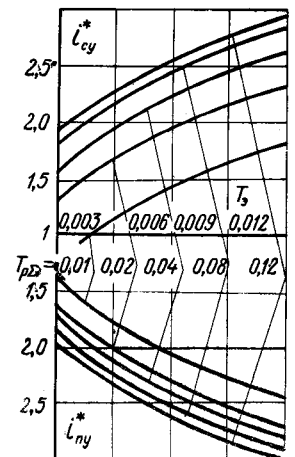


Рис. 2. Зависимости ударного тока коммутации двигателя с частыми согласными включениями и противовключениями от величины  $T_a$  и  $T_{p\Sigma}$ .

должны удовлетворять условиям:

$$K_{н.с} > \frac{I_{с.у}}{I_{ф.п}} < < 2\beta \sqrt{\frac{\omega T_{р\sigma} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{р\sigma}}}) + \frac{\omega T_{\sigma}}{2\pi} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{\sigma}}})}{\omega T_{р\sigma} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{р\sigma}}}) + \frac{\omega T_{\sigma}}{2\pi} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{\sigma}}})}} \quad (19)$$

$$K_{н.п} > \frac{I_{п.у}}{I_{ф.п}} < < \beta \sqrt{1 + 3 \frac{\omega T_{р\sigma} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{р\sigma}}}) + \frac{\omega T_{\sigma}}{0,5\pi} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{\sigma}}})}{\omega T_{р\sigma} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{р\sigma}}}) + \frac{\omega T_{\sigma}}{0,5\pi} (1 - e^{-\frac{4\pi}{\omega T_{\sigma}}})}} \quad (20)$$

где  $K_{н.с}$  и  $K_{н.п}$  — коэффициенты надежности защиты при согласных включениях и противовключениях двигателя;  $\beta = 1,1-1,2$  — коэффициент запаса, необходимый для исключения ложных действий защиты вследствие повышения напряжения в сети, вибраций панели коммутационного аппарата, погрешностей реле и т. д.

Величины  $K_{н.с}$  и  $K_{н.п}$ , подсчитанные по (19) и (20) для граничных значений  $T_{р\sigma} = 0,01-0,12$  в зависимости от  $T_{\sigma}$ , приведены на рис. 3. Они могут служить номограммами при расчете уставки защиты двигателей с частыми включениями или противовключениями, когда коммутации происходят без выдержки времени. Величины  $T_{р\sigma}$  и  $T_{\sigma}$ , необходимые при пользовании кривыми для произвольного двигателя, могут быть определены по (3) и (6). Входящие в (3) и (6)  $R_1, R_2, X_1, X_2$  и  $X_M$  с достаточной инженерной точностью находятся по формулам:

$$X_1 \approx X_2 = \frac{Z_{п} \sin \varphi_{п}}{2}; R_2 = Z_{п} \cos \varphi_{п} - R_1; X_M \approx \frac{U_c}{I_{х.х}} \quad (21)$$

где  $Z_{п}$  — полное пусковое сопротивление двигателя, определяемое по каталожным данным или из опыта короткого замыкания;  $\varphi_{п}$  — угол полного пускового сопротивления;  $I_{х.х}$  — ток холостого хода двигателя.

Активное сопротивление статора  $R_1$  измеряется при постоянном токе. При приближенных расчетах можно принять  $R_1 \approx R_2$ .

Если при коэффициентах надежности, выбранных по (19) и (20), чувствительность защиты окажется неудовлетворительной (что может иметь место при питании двигателей через длинные линии), то для повышения ее можно рекомендовать следующие мероприятия.

1. Выполнение защиты трехфазной вместо существующей двухфазной. Как показано в [Л. 5], это мероприятие при заданном  $K_{н}$  позволяет существенно повысить чувствительность защиты при несимметричных коротких замыканиях, когда аварийный ток в одной из поврежденных фаз вычитается, а в другой складывается с токами нагрузки. Трехфазное выполнение защиты позволяет всегда реагировать на больший ток и при прочих равных условиях обеспечить большую чувствительность.

2. Введение принудительной паузы между коммутациями двигателя длительностью не менее  $2T_{р}$ , благодаря чему значения  $K_{н}$  могут быть взяты как для защиты двигателей с обычными пусками, т. е. значительно ниже, чем выбранные по (19) и (20) ( $K_{н} = 1,2-1,5$  [Л. 4 и 5]). Для конкретного двигателя  $T_{р}$  определяется из (2) и (21).

3. Величины  $K_{н}$ , как правило, должны быть отнесены не к номинальному, а фактическому пусковому току. Это особенно важно для маломощных сильнонагруженных сетей, где токи коммутационных переключений соизмеримы с токами коротких замыканий (шахтные, нефте-, газо-, торфодобывающие предприятия, лесотехнические и т. д.).

**Пример.** Двигатель угольного комбайна типа ЭДК5-5, параметры которого  $P_{н} = 145$  квт,  $U_{н} = 660$  в,  $I_{н.п} = 750$  а ( $I_{н.п}$  — номинальный пусковой ток), работает в режиме частых согласных включений. Сопротивление питающей сети  $Z_c = 0,158 + j0,123$ . Требуется определить уставку максимальной токовой защиты. Из опытов короткого замыкания и холостого хода имеем:  $Z_{н} = 0,124 + j0,46$  ом;  $R_1 = 0,11$  ом;  $X_M = 7,42$  ом. Согласно (21) по этим данным получаем  $X_1 \approx X_2 = 0,23$ ;  $R_2 = 0,109$ .

Согласно (3) и (6)  $T_{р\sigma} = 0,017$  сек;  $T_{\sigma} = 0,007$  сек.

Из кривых рис. 2 и 3 получим  $i_{с.у}^* = 1,6$ ;  $K_{н.с} = 1,7$ . Учитывая, что фактический пусковой ток двигателя согласно (9)  $I_{ф.п} = 558$  а, получим  $i_{с.у} = 1260$  а;  $I_{ср} = 950$  а.

Если двигатель работал бы в режиме частых противовключений, имели бы  $i_{п.у} = 1630$  а;  $I_{ср} = 1170$  а.

Учитывая, что согласно (2) для данного двигателя  $T_{р} = 0,22$  сек при паузе между коммутациями  $t_{п} \geq 0,7$  сек пуск его не будет отличаться от обычных пусков, при которых  $I_{ср} = (1,2-1,3)I_{ф.п}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Недосеков С. С., Форович В. М. О зависимости электрического срока службы коммутационных аппаратов от режима работы. — В кн.: Материалы третьего Всесоюзного совещания по взрывозащитному электрооборудованию. Донецк, 1967.
2. Лайон В. Анализ переходных процессов в электрических машинах переменного тока. М., Госэнергоиздат, 1958.
3. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. М., Госэнергоиздат, 1963.
4. Гимоян Г. Г., Лейбов Р. М. Релейная защита подземного электрооборудования и сетей. М., «Недра», 1970.
5. Гимоян Г. Г. Особенности максимальной защиты асинхронных двигателей в маломощных сетях. — «Электричество», 1971, № 5.
6. Городский Д. А. Схема замещения индуктивного нагруженного генератора. — «Электричество», 1934, № 15.
7. Городский Д. А. Применение схемы замещения синхронного генератора. — «Электричество», 1935, № 17.
8. Казовский Е. Я. Переходные процессы в асинхронных машинах при включении и набросе нагрузки. — «Вестник электротехники», 1949, № 2.

[23.3.1972]

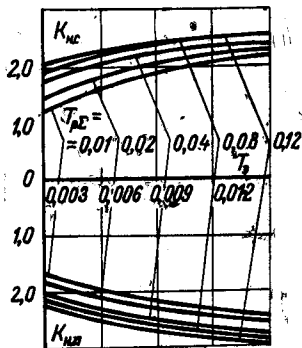


Рис. 3. Номограммы для определения коэффициента надежности максимальной защиты двигателей с частыми согласными включениями и противовключениями.

# Схема замещения каскадного трансформатора тока для высоких частот

Доктор техн. наук А. Д. Дроздов, канд. техн. наук С. Д. Хлебников  
и инж. В. А. Гармаш

Новочеркасский политехнический институт имени Серго Орджоникидзе

Короткие замыкания в сетях сопровождаются волновыми токами, при трансформации которых каскадными трансформаторами тока на промежуточной ступени последних возникают значительные импульсные напряжения. Напряжения от волновых токов могут вызвать кратковременные пробой или перекрытия изоляции.

Поскольку с ростом напряжений энергосистем уровень волновых токов увеличивается, их учет при проектировании новых каскадных трансформаторов тока на напряжения 500, 750, 1150 кВ обязателен. В статье излагается простой и достаточно точный способ расчета напряжений промежуточной ступени, проверенный при анализе волновых процессов в каскадных трансформаторах тока 500 кВ.

На рис. 1,а приведена полная электрическая схема двухкаскадного трансформатора тока (трансформаторы ТФНКД-500, ТФНК-400А, ТРН-500, 750). При обозначении собственных параметров трансформатора принят следующий порядок.

Первая цифра индекса: 1 — первичная обмотка, 2 — вторичная обмотка.

Вторая буква индекса: в — верхний каскад, н — нижний каскад.

Третья буква индекса: о — межвитковая изоляция обмотки, с — изоляция между сердечником и обмоткой.

Например,  $r_{2в.с}$  — сопротивление изоляции вторичной обмотки верхнего каскада по отношению к сердечнику.

Электрическую цепь, содержащую вторичную обмотку верхнего каскада  $\omega_{2в}$  и первичную обмотку нижнего каскада  $\omega_{1н}$  называют промежуточной ступенью;  $i_{п}$  — ток промежуточной ступени,  $u_{п}$  — напряжение на внешних выводах промежуточной ступени.

Основная изоляция трансформаторов верхнего и нижнего каскадов рассчитана на половину фазного напряжения (для каскадных т. т. 500 кВ около 150 кВ действ.). Изоляция промежуточной ступени — витковая, между обмоткой и сердечником, а также изоляция выводов рассчитана на сравнительно низкий уровень напряжения (испытательное напряжение для ТФНКД-500 принято 3,5 кВ). Промежуточная ступень электрически соединена с сердечником верхнего каскада.

При трансформации волновых токов возникают напряжения, опасные прежде всего для изоляции промежуточной ступени. Анализ перенапряжений от волновых токов для существующих каскадных трансформаторов тока можно ограничить диапазоном частот до 500 кГц из-за шунтирующего действия емкостей верхнего каскада.

Анализ целесообразно проводить при следующих допущениях: не учитывать емкости  $C_{1в.с}$  и  $C_{1н.с}$ , определяющие распределение напряжений по основной изоляции и не влияющие на трансформацию;

не учитывать витковые емкости  $C_{1в.о}$ ,  $C_{2в.о}$ ,  $C_{1н.о}$  и  $C_{2н.о}$ , так как собственные частоты контуров, образованных межвитковыми емкостями и индуктивностями рассеяния обмоток значительно выше 500 кГц;

считать выходные зажимы каскадного трансформатора тока закороченными и не учитывать собственных параметров обмоток  $\omega_2$ ; эксперимент показывает, что изменение внешней нагрузки  $Z_2$  от 0 до  $r_{ном}$  не сказывается на величине напряжения промежуточной ступени  $u_{п}$ ;

не учитывать активные сопротивления обмоток, так как для рассматриваемых частот они много меньше индуктивных сопротивлений рассеяния.

На рис. 1,б и в показаны электрическая схема каскадного трансформатора тока с учетом приведенных допущений и соответствующая ей схема замещения. Сосредоточенные параметры  $C_{2в.с}$  и  $r_{2в.с}$  на схеме рис. 1,б эквивалентны соответствующим распределенным параметрам исходной схемы рис. 1,а по величинам энергии, запасаемой в электрическом поле и рассеиваемой в изоляции.

На схеме замещения рис. 1,в:  $L_{\mu}$  — основная индуктивность верхнего каскада;  $r_{ст}$  — сопротивление потерь в стали верхнего трансформатора тока; вторичная обмотка верхней ступени (параметры  $L_{2в}$ ,  $C_{2в.с}$  и  $r_{2в.с}$ ) замещена по Т-образной схеме. Параметры схемы замещения удобно приводить к промежуточной ступени.

Для существующих каскадных трансформаторов тока практически без потери точности результатов возможно дальнейшее упрощение схемы замещения. Основная индуктивность  $L_{\mu}$ , несмотря на значительное проявление поверхностного эффекта в рассматриваемом диапазоне частот, во много раз превышает индуктивности рассеяния обмоток промежуточной ступени. Поэтому можно пренебречь шунтирующим влиянием  $L_{\mu}$ . При частотах, соответствующих наибольшим значениям напряжения  $u_{п}$ , индуктивное сопротивление рассеяния обмотки  $\omega_{2в}$  намного меньше сопротивления  $r_{ст}$  (для ТФНКД-500  $r_{ст} = 40-50$  ком,  $x_{2в}/2 = 825$  ом; для ТРН-500  $r_{ст} \approx 5$  ком,  $x_{2в}/2 = 57$  ом (см. приложение 1)). Поэтому сопротивление  $r_{ст}$  можно объединить с сопротивлением потерь в изоляции  $r_{2в.с}$ .

Таким образом, каскадный трансформатор тока представляется параллельным колебательным контуром  $r_3$ ,  $L_3$ ,  $C_3$  (рис. 1,г). Параметры контура определяются по формулам:

$$\frac{1}{r_3} = \frac{1}{r_{ст}} + \frac{1}{r_{2в.с}}; L_3 = L_{1н} + \frac{L_{2в}}{2}; C_3 = C_{2в.с}.$$

Для рассматриваемых трансформаторов тока согласно заводским данным величина индуктивности  $1/2 L_{2в}$  составляет  $1/4 - 1/20$  от величины  $L_{1н}$ , поэтому напряжение на  $L_3$  можно считать равным  $u_{п}$  (с некоторым запасом).



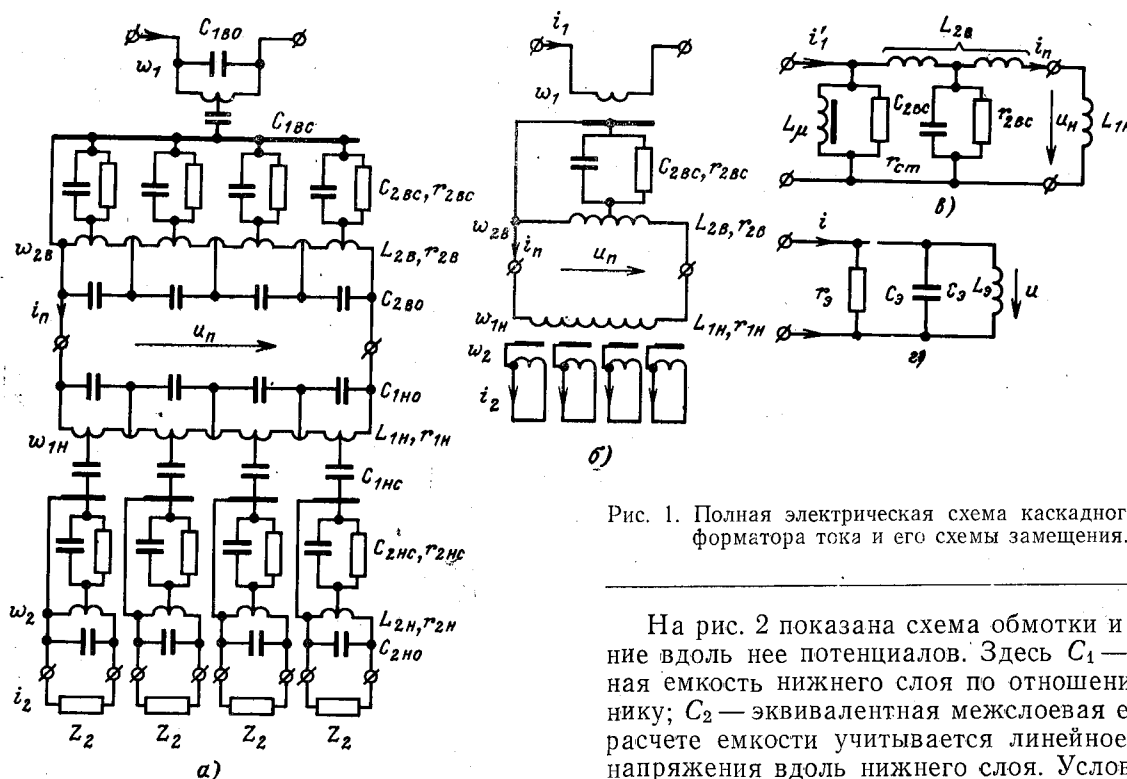


Рис. 1. Полная электрическая схема каскадного трансформатора тока и его схемы замещения.

Эквивалентная индуктивность каскадного трансформатора тока  $L_0$  определяется индуктивностями рассеяния обмоток промежуточной ступени, является линейным параметром и приближенно рассчитывается по формулам для индуктивности катушек, приведенным в [Л. 1 и 2]. Для ТФНКД-500:

$$L_{1H} = 0,0391 \text{ гн [Л. 1, формула (6-13)];}$$

$$L_{2B} = (16,4 - 19,7) \cdot 10^3 \text{ гн [Л. 2, формула (1-39)];}$$

$$L_0 \approx 0,039 - 0,009 = 0,048 \text{ гн.}$$

Эквивалентная емкость получается из расчета межслойных емкостей и емкости нижнего слоя обмотки по отношению к сердечнику путем приведения последних к выводам обмотки. Расчет емкостей для многослойной обмотки дается в [Л. 3], однако там не рассматривается случай электрического соединения одного конца обмотки с сердечником. Ниже приводится вывод формулы для эквивалентной емкости двухслойной обмотки (ТФНКД-500).

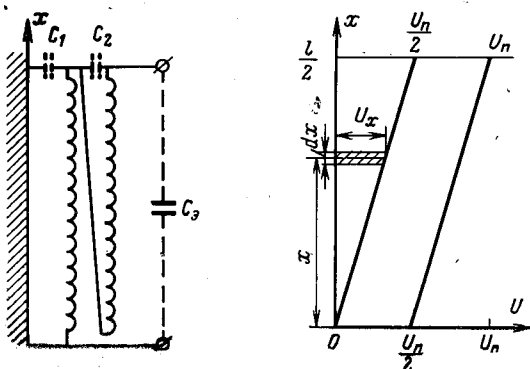


Рис. 2. Распределение потенциалов вдоль двухслойной обмотки (к расчету эквивалентной емкости).

На рис. 2 показана схема обмотки и распределение вдоль нее потенциалов. Здесь  $C_1$  — эквивалентная емкость нижнего слоя по отношению к сердечнику;  $C_2$  — эквивалентная межслойная емкость. При расчете емкости учитывается линейное нарастание напряжения вдоль нижнего слоя. Условием эквивалентности емкости  $C_1$  и распределенной емкости нижнего слоя является равенство энергии, запасаемой в электрическом поле:

$$\int_0^{C_H} \frac{u_x^2}{2} dC = \frac{C_1 \left(\frac{U_n}{2}\right)^2}{2}.$$

Здесь  $C_H$  — полная распределенная емкость нижнего слоя.

Интеграл в левой части равен:

$$\int_0^{C_H} \frac{u_x^2}{2} dC = \int_0^{U_n} \left(\frac{U_n}{l} x\right)^2 \frac{C_H}{l} dx = \frac{C_H U_n^2}{24}.$$

Таким образом,  $\frac{C_H U_n^2}{24} = \frac{C_1 U_n^2}{8}$ , откуда  $C_1 = \frac{C_H}{3}$ .

Верхний слой обмотки намотан так, что напряжение между витками разных слоев, расположенных друг против друга, одинаково во всех точках вдоль длины слоев, поэтому  $C_2$  равна полной межслойной емкости.

Емкости  $C_1$  и  $C_2$  приводятся к выводам обмотки по обычной формуле:

$$C_3 = C_1 \left(\frac{w'}{w_{2B}}\right)^2 + C_2 \left(\frac{w''}{w_{2B}}\right)^2,$$

где  $w'$  и  $w''$  — числа витков нижнего и верхнего слоев соответственно.

Аналитический расчет эквивалентной емкости  $C_3$  по конструктивным данным трансформатора тока выполняется со значительной погрешностью (15—20%). Это объясняется невозможностью точного определения расстояний между обмоткой и сердечником, имеющим сложную конфигурацию сечения.

Расчет эквивалентного сопротивления потерь  $r_3$  представляет значительные трудности. Составляющая  $r_{ст}$ , учитывающая потери в стали, достаточно просто вычисляется для линейной задачи ( $\mu = \text{const}$ ) [Л. 5]. В принципе возможно для приближенного расчета использовать допущение  $\mu = \text{const}$ , однако трудно установить, какое конкретное значение  $\mu$  следует принять. Перемагничивание сердечника высокочастотным волновым током накладывается на низкочастотное перемагничивание током нормально режима. Сопротивление  $r_{ст}$  определяется по высокочастотным частным циклам, однако положение последних по отношению к низкочастотной петле перемагничивания является случайным, так как определяется моментом короткого замыкания. Средние магнитные проницаемости для частных высокочастотных циклов могут значительно отличаться. Взяв наибольшую и наименьшую магнитные проницаемости, можно определить диапазон, в котором находится  $r_{ст}$ . Для трансформатора тока ТФНКД-500 при разряде одной линии 500 кВ  $r_{ст} = 90,8 - 202 \text{ ком}$  (см. приложение 2).

Для расчета сопротивления потерь в изоляции  $r_{2в.с}$  необходимо знание тангенса угла диэлектрических потерь  $\text{tg } \delta$  для бумажно-масляной изоляции на высоких частотах. Эти сведения в литературе отсутствуют. Поэтому оценка зависимости сопротивления потерь в изоляции от частоты была проведена экспериментально.

Как показывает опыт, сопротивление диэлектрических потерь в изоляции следует учитывать при частотах выше 40—50 кГц; на частотах 100—150 кГц  $r_{2в.с} \approx r_{ст}$ , а на более высоких частотах  $r_{2в.с} < r_{ст}$  и при  $f > 300 \text{ кГц}$  можно учитывать только  $r_{2в.с}$ .

Для всех типов каскадных трансформаторов тока 500 кВ параметры эквивалентного контура  $r_3$ ,  $L_3$ ,  $C_3$  удовлетворяют соотношению  $r_3 > 0,5 \sqrt{\frac{L_3}{C_3}}$ , т. е. цепь на рис. 1, 2 представляет собой колебательный контур. Величина  $r_3$  превышает величину волнового сопротивления  $\rho = \sqrt{\frac{L_3}{C_3}}$  в 4—6 раз, так что контур имеет высокую добротность. Его частотная характеристика имеет острый резонансный пик, а частота собственных затухающих колебаний мало отличается от частоты незатухающих колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}$$

На рис. 3 приведены частотные характеристики различных каскадных трансформаторов тока, снятые с помощью лампового генератора (сплошные линии), и частотные характеристики, полученные расчетом по параметрам эквивалентных колебательных контуров, определенным из эксперимента (нанесены отдельные точки). Практически полное слияние соответствующих характеристик подтверждает правильность представления каскадного трансформатора тока в виде колебательного контура.

Экспериментальные частотные характеристики каскадных трансформаторов тока построены в ко-

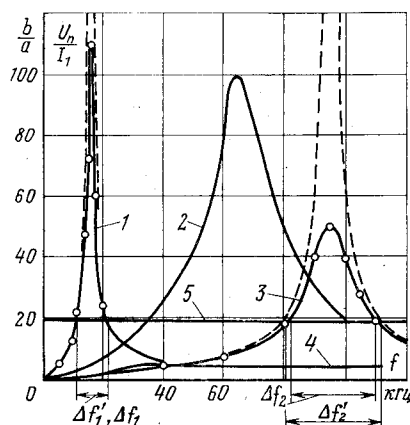


Рис. 3. Частотные характеристики каскадных трансформаторов тока.

1 — ТФНКД-500; расчет для  $L_3 = 0,048 \text{ гн}$ ,  $C_3 = 2060 \text{ нф}$ ; 2 — ТФНК-400; 3 — ТРН-500; расчет для  $L_3 = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ гн}$ ,  $C_3 = 2500 \text{ нф}$ ; 4 — ТРН-500 с защитной RC-цепью;  $r = 390 \text{ ом}$ ,  $C = 20000 \text{ нф}$ ; 5 — уровень прочности изоляции промежуточной ступени при токе разряда одной линии 500 кВ. Амплитудное значение тока равно  $I_1 = 1,35 \text{ ка}$ . Пунктиром показаны идеальные частотные характеристики ( $r_3 = \infty$ ).

ординатах  $U_{п}/I_1$  и  $f$ , где  $U_{п}$  и  $I_1$  — непосредственно измеренные величины напряжения и тока (первичный ток не приведен к виткам  $\omega_{2в}$ ). Такая характеристика удобна для определения максимального напряжения от действия периодического волнового тока:

$$u_{п \text{ max}} = \left( \frac{U_{п}}{I_1} \right)_{\text{max}} I_{1m(p)}$$

где  $I_{1m(p)}$  — амплитуда резонансной гармоники первичного тока.

Чтобы сравнивать частотную характеристику эквивалентного колебательного контура  $Z_{вх}(f)$  с экспериментальной характеристикой  $\frac{U_{п}}{I_1}(f)$ , необходимо учитывать коэффициент трансформации верхнего каскада  $n_в$ .

Частотная характеристика ТФНКД-500 существенно отличается от частотных характеристик других трансформаторов тока более низкой резонансной частотой. Объясняется это тем, что промежуточная ступень ТФНКД-500 выполнена на номинальный ток 5 а, а двух других — на 20 а.

С переходом на больший номинальный ток промежуточной ступени изменяется число витков промежуточной ступени, а следовательно, пропорционально  $\omega_{2в}^2$  уменьшается индуктивность рассеяния  $L_{н}$ . Емкость при этом также уменьшается примерно пропорционально числу витков, так как уменьшается длина обмотки. Так например, с переходом от 5-амперного к 20-амперному исполнению резонансная частота при сохранении идентичности геометрических размеров обмоток обоих трансформаторов тока изменится примерно в

$$\frac{f_{p20}}{f_{p5}} = \frac{\sqrt{C_3 L_3}}{\sqrt{C_3/4 \cdot L_3/16}} = 8 \text{ раз.}$$

В действительности это отношение составляет 6—7, так как емкость  $C_3$  изменяется менее, чем в 4 раза за счет увеличения сечения провода.

Анализ первичных процессов показывает, что наибольшую опасность представляют волновые то-

Тип трансформатора тока	$r_{\text{э}},$ ком	$L_{\text{э}},$ мгн	$C_{\text{э}},$ пф	$f_0,$ кГц	$\omega_0,$ сек <sup>-1</sup> · 10 <sup>4</sup>	$T_0,$ мксек	$\rho,$ ком	$\delta,$ сек <sup>-1</sup> · 10 <sup>4</sup>	$\omega',$ сек <sup>-1</sup> · 10 <sup>4</sup>	$T',$ мксек
ТФНКД-500	30	48	2 060	16	10,05	62,5	4,82	0,81	10,02	62,5
ТФНК-400	10	3,5	1 300	75	47,2	13,3	1,64	3,84	47,1	13,3
ТРН-500, 750	5	1,12	2 500	95	60	10,5	0,67	7,9	59,4	10,6

ки, возникающие при коротких замыканиях вблизи трансформатора тока, т. е. на шинах или вблизи ОРУ. Волновой ток имеет апериодическую составляющую с фронтом, близким к прямоугольному, и переменную составляющую с хорошо выраженной основной частотой.

Эквивалентный колебательный контур пригоден для анализа воздействия как гармоник, так и апериодической слагающей волнового тока. Апериодическую составляющую волнового тока при расчетах целесообразно представлять прямоугольным импульсом бесконечной продолжительности. Воздействие последнего на контур высокой добротности вызывает в нем затухающие колебания собственной частоты:

$$u_{\text{н}} = I_{\text{з}} \rho e^{-\delta t} \sin \omega' t,$$

где  $I_{\text{з}}$  — уровень прямоугольного импульса;  $\rho$  — волновое сопротивление трансформатора тока;  $\delta = \frac{1}{2r_{\text{э}}C_{\text{э}}}$  — коэффициент затухания;  $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  — частота собственных затухающих колебаний.

Наибольшее напряжение соответствует моменту  $t = T'/4 = 2\pi/4\omega'$ . В практических расчетах с запасом можно принять  $\delta = 0$ , тогда

$$U_{\text{нм}} = I_{\text{з}} \rho.$$

В таблице приведены основные параметры каскадных трансформаторов тока, полученные по экспериментальным частотным характеристикам.

Величины индуктивности  $L_{\text{э}}$  и емкости  $C_{\text{э}}$ , определенные из частотной характеристики каскадного трансформатора тока, снятой с помощью лампового генератора, пригодны для анализа воздействий волновых токов, так как указанные параметры практически линейны. Спротивление потерь зависит от величины первичного тока; значение  $r_{\text{э}}$ , определенное по пику частотной характеристики, получается меньше, чем при токах разряда линии 500 кВ, так как снятие частотной характеристики производится при очень малых индукциях, соответствующих начальному участку кривой намагничивания с минимальной магнитной проницаемостью.

Неточность определения  $r_{\text{э}}$  незначительна для практических расчетов по следующим соображениям. Расчет опасных напряжений целесообразно производить для двух типов волновых токов — прямоугольного импульса бесконечной продолжительности и синусоидального тока с частотой, близкой к резонансной.

Если рассчитать напряжение на промежуточной ступени от тока разряда одной линии 500 кВ резонансной частоты по пику характеристики, снятой с помощью лампового генератора, то оно, несмотря на заниженное значение  $r_{\text{э}}$ , составит для различных трансформаторов тока 67—155 кВ, что значительно

выше электрической прочности изоляции промежуточной ступени, которая составляет около 25 кВ ампл<sup>1</sup>. Отметив на частотной характеристике уровень пробивного напряжения, можно определить диапазон опасных частот  $\Delta f$ . Как видно из рис. 3, диапазоны опасных частот, найденные по идеальной (пунктирная линия) и реальной частотным характеристикам, практически не отличаются ( $\Delta f_1 = \Delta f'_1$ ;  $\Delta f_2 \approx \Delta f'_2$ ).

Различие частотных характеристик трансформаторов тока ТФНК-400 и ТРН-500, выполненных на один и тот же номинальный ток промежуточной ступени 20 а, объясняется следующим. Трансформатор ТФНК-400 имеет звеньевую конструкцию, а ТРН-500 — рымовидную, при которой индуктивность рассеяния обмотки  $\omega_{\text{ин}}$  значительно (примерно вдвое) меньше. Обмотки  $\omega_{\text{зв}}$  обоих трансформаторов намотаны одинаково и имеют примерно равные емкости  $C_{\text{зв.с}}$ . Поэтому частотная характеристика ТРН-500 имеет более высокую резонансную частоту.

При расчете напряжений от прямоугольной волны тока  $r_{\text{э}}$  можно не учитывать, находя максимальное напряжение без учета затухания, как показано выше.

Все типы существующих каскадных трансформаторов тока нуждаются в защите изоляции промежуточной ступени от перенапряжений. Защиту можно осуществить путем ограничения напряжения с помощью вентильного разрядника, либо путем изменения эквивалентных параметров трансформатора подключением внешней  $rC$ -цепи. Параметры  $rC$ -цепи, шунтирующей выводы промежуточной ступени, должны быть рассчитаны так, чтобы она не влияла на трансформацию тока промышленной частоты и для разрядных токов снижала волновое сопротивление  $\rho$  и эквивалентное сопротивление  $r_{\text{э}}$  до необходимой величины (см. приложение 3). Более предпочтительной является установка малогабаритного вентильного разрядника.

Разрабатываются новые каскадные трансформаторы тока с большими токами промежуточной ступени (до 100 а). Для таких трансформаторов тока резонансная частота будет смещена в область более высоких частот (200—400 кГц). Предварительный анализ показал, что опасность импульсных пробоев с переходом на большой ток промежуточной ступени не уменьшается. Однако условия возникновения и поддержания дуги ухудшатся из-за снижения напряжения промышленной частоты, и при определенном коэффициенте трансформации верхнего каскада дуга возникать не будет.

**Выводы.** 1. Волновые токи, сопровождающие короткие замыкания в сети, представляют опасность

<sup>1</sup> Это значение получено при испытании трансформатора тока ТФНКД-500 на Запорожском заводе высоковольтной аппаратуры.

для изоляции промежуточной ступени каскадных трансформаторов тока и могут явиться причиной неправильной работы релейной защиты.

2. Для расчета волновых процессов двухкаскадный трансформатор тока может быть представлен эквивалентным колебательным контуром  $r_3$ ,  $L_3$ ,  $C_3$ , пригодным для анализа высокочастотных периодических и импульсных воздействий.

3. Для оценки максимальных напряжений достаточно знать эквивалентные индуктивность  $L_3$  и емкость  $C_3$ .

4. Эквивалентные параметры  $L_3$  и  $C_3$  просто и точно можно определить по экспериментальной частотной характеристике каскадного трансформатора тока.

**Приложение 1. Соотношение между сопротивлением рассеяния и сопротивлением потерь.** Согласно заводским данным  $L_{2в} = 0,0175$  гн для ТФНКД-500 и  $L_{2в} = 1,9 \cdot 10^{-4}$  гн для ТРН-500. При резонансных частотах  $f_1 = 15$  кГц и  $f_2 = 96$  кГц соответственно сопротивления  $x_{2в}$  составят:  
 $x_{2в} = \omega_1 L_{2в} = 2\pi \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 17,5 \cdot 10^{-3} = 1650$  ом для ТФНКД-500;  
 $x_{2в} = \omega_2 L_{2в} = 2\pi \cdot 96 \cdot 10^3 \cdot 1,9 \cdot 10^{-4} = 114$  ом для ТРН-500.  
Из частотных характеристик  $r_{ст} = 40-50$  ком для ТФНКД-500,  $r_{ст} = 5$  ком для ТРН-500, т. е. соотношение  $r_{ст} \gg x_{2в}/2$  соблюдается.

**Приложение 2. Расчет сопротивления потерь  $r_{ст}$ .** Индукция в сердечнике верхнего каскада при номинальном режиме составляет около 0,1 тл. Индукция при токе разряда одной линии 500 кВ  $I_1 = 1,35$  ка равна примерно 0,03 тл. Магнитная проницаемость для стали Э-310, определенная для частных циклов, изменяется в пределах  $\mu_r$  (5—25)  $10^3$  [Л. 6].

Исходные данные к расчету: сечение сердечника верхнего каскада  $S = 153$  см<sup>2</sup>, средняя длина сердечника  $l = 118,5$  см, толщина листа стали  $d = 0,35$  мм, удельная проводимость стали  $\gamma = 2 \cdot 10^6$  (ом·м),  $\omega_{2в} = 400$ , амплитуда первичного тока  $I_1 = 1,35$  ка, резонансная частота каскадного трансформатора тока  $f = 15$  кГц.

Расчет проводится по методике [Л. 5].

а) индуктивность при постоянном токе для  $\mu_r = (5-25)10^3$  равна  $L_0 = \frac{\mu S \omega_{2в}^2}{l} = (13-65)$  гн;

б) параметр  $x = d\sqrt{\pi\mu\gamma f} = (27-60,5)$ ;

в) сопротивление в последовательной схеме замещения

$$r'_{ст} = \omega L = \frac{\omega L_0}{x} = (45,4-101)10^3 \text{ ом};$$

г) сопротивление в параллельной схеме замещения

$$r_{ст} = 2r'_{ст} = (90,8-202)10^3 \text{ ом}.$$

**Приложение 3. Расчет параметров защитной  $rC$ -цепи.** Емкость выбирается из условия ограничения напряжения на промежуточной ступени при воздействии прямоугольного импульса большой длительности максимального уровня

$$\rho_3 = \sqrt{\frac{L_{1н}}{C}} \leq \frac{u_{доп} n_b}{I_1},$$

откуда  $C \geq \frac{L_{1н}}{\rho_3^2}$ .

Здесь  $\rho_3$  — волновое сопротивление трансформатора при наличии защитной  $rC$ -цепи;  $n_b$  — коэффициент трансформации верхнего каскада;  $u_{доп}$  — допустимое напряжение на промежуточной ступени.

Активное сопротивление защитной  $rC$ -цепи выбирается из равенства  $r = \rho_3$ , так как это условие соответствует наибольшему снижению добротности контура при резонансе.

Пример расчета параметров защитной  $rC$ -цепи для ТФНКД-500 при  $u_{доп} = 10$  кВ, токе разряда четырех линий 500 кВ  $I_1 = 5,4$  ка,  $n_b = 100$ .

$$\rho_3 = \frac{u_{доп} n_b}{I_1} = \frac{10 \cdot 100}{5,4 \cdot 10^3} = 185 \text{ ом};$$

$$C = \frac{L_{1н}}{\rho_3^2} = \frac{48 \cdot 10^3}{185^2} = 1,42 \cdot 10^{-6} \text{ ф};$$

$$r = \rho_3 = 185 \text{ ом}.$$

При коэффициентах трансформации 1000/5/1 а и 2000/5/1 а эти параметры равны:  $C = 0,36$  мкф;  $r = 370$  ом и  $C = 0,09$  мкф;  $r = 740$  ом соответственно.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. М., «Энергия», 1970.
2. Бачурин Н. И. Трансформаторы тока. М., «Энергия», 1964.
3. Русин Ю. С. Расчет электромагнитных систем. М., «Энергия», 1968.
4. Грейсух М. А. и др. Бумажно-масляная изоляция в высоковольтных конструкциях. М., Госэнергоиздат, 1963.
5. Купфмюллер К. Основы теоретической электротехники. М., Госэнергоиздат, 1960.
6. Сырота И. М. Переходные режимы работы трансформаторов тока. Изд. АН УССР, Киев, 1961.

[16.5.1972]

УДК 621.315.1:621.317.33

## Упрощенный способ определения места повреждения на линиях электропередачи с учетом их реактивной проводимости

Инж. В. Ф. Гиоргобани  
Грузинская ССР

В настоящее время известны различные способы определения места повреждения на линиях электропередачи, позволяющие учесть реактивную проводимость линий [Л. 1—4]. Последний из них [Л. 4], не требуя громоздких вычислений, позволяет решать задачу в наиболее общем случае. Ниже описывается графический способ, который, подобно описанному в [Л. 5 и 6], позволяет с помощью графических операций определить место повреждения на линиях электропередачи с учетом их реактивной проводимости.

Зафиксировав значения тока и напряжения на одном конце линии, можно графически построить функцию изменения напряжения вдоль всей линии, предполагая, что повреждение находится на конце, противоположном месту фиксации. Построив аналогичную функцию для тока и напряжения другого конца линии, фактическое место повреждения можно определить по месту пересечения этих кривых.

В данной статье графический способ описывается применительно к одиночным линиям без ответв-

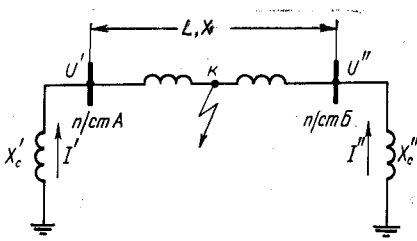


Рис. 1. Схема замещения нулевой последовательности линии электропередачи.

лений и одиночным линиям с ответвлением, хотя он позволяет определять место повреждения и на линиях более сложной конфигурации.

**Одиночная линия электропередачи без ответвления.** Схема замещения нулевой последовательности длинной линии электропередачи (рис. 1), в которой не учитываются активные сопротивления, фактически является однопроводной линией без потерь, нагруженной на индуктивное сопротивление. Поэтому при повреждении такой линии в любой ее точке между напряжением в месте повреждения и токами  $I'$ ,  $I''$  и напряжениями нулевой последовательности  $U'$ ,  $U''$ , зафиксированными на концах линии, справедливы следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} U_{\kappa} &= U' \cos \gamma l' + I' Z \sin \gamma l'; \\ U_{\kappa} &= U'' \cos \gamma l'' + I'' Z \sin \gamma l'', \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $l'$  — расстояние до места повреждения от подстанции А;  $l''$  — расстояние до места повреждения от подстанции Б;  $Z$  — волновое сопротивление линии;  $\gamma$  — коэффициент распространения.

Зная значения токов  $I'$ ,  $I''$  и напряжений  $U'$ ,  $U''$ , по выражениям (1) можно построить зависимости напряжений в месте повреждения  $U'_{\kappa} = f(l')$  и  $U''_{\kappa} = f(l'')$  в предположении неизменности зафиксированных величин и перемещения места повреждения от места фиксации к противоположному концу линии.

Токи и напряжения нулевой последовательности на концах линии в момент ее повреждения обусловлены напряжением в месте повреждения —  $U_{\kappa}$ . Поэтому в месте повреждения значения  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$  равны друг другу. Это дает возможность при графическом построении  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$  определить место повреждения по точке их пересечения (рис. 2).

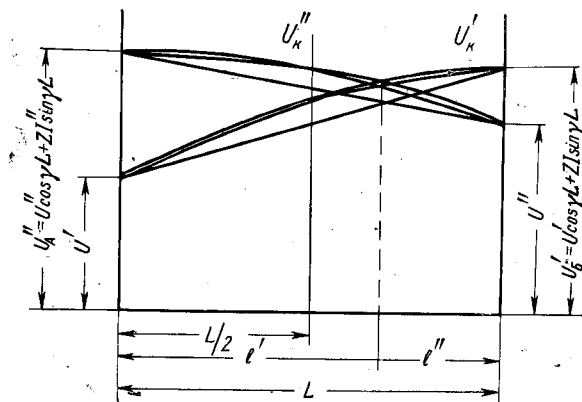


Рис. 2. Диаграммы распределения вдоль линии напряжений  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$ .

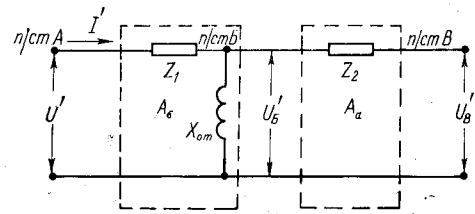


Рис. 3. Схема замещения нулевой последовательности линии электропередачи с ответвлением с учетом реактивной проводимости.

$X_{0\Gamma}$  — сопротивление нулевой последовательности подстанции ответвления;  $Z_1$  и  $Z_2$  — волновые сопротивления линий между подстанциями А и Б, Б и В.

Необходимо отметить, что графики  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$  изменяются вдоль длинной линии по синусоидальному закону и их точное графическое построение представляет определенную сложность. Вместе с тем, с целью упрощения работ, связанных с построением графиков  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$ , их можно аппроксимировать, для чего линию электропередачи можно разбить на несколько участков и на них  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$  построить в виде прямых линий. При этом величина напряжений в начале и конце любого участка определяется по выражениям (1) при замене в них  $l'$  и  $l''$  соответствующими расстояниями.

Линию электропередачи, длина которой не превышает 400 км, можно разделить на две равные части, и графики изменения напряжения в месте повреждения построить по трем точкам, как это показано на рис. 2.

Длина волны напряжения в схеме замещения нулевой последовательности в несколько раз больше длины подавляющего большинства существующих на практике линий. Поэтому для этих линий часть волны напряжения, уступающая в длину линии, не очень отличается от прямой. Имея в виду сказанное, для линий электропередачи, для которых  $\gamma L \leq 0,4$ ,  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$  можно строить в виде прямых, соединяющих две точки, первая из которых определяется напряжением в месте фиксации  $U'$  и  $U''$ , а вторая — напряжением конца линии, противоположного месту фиксации:

$$\left. \begin{aligned} U'_{\kappa} &= U' \cos \gamma L + I' Z \sin \gamma L \\ U''_{\kappa} &= U'' \cos \gamma L + I'' Z \sin \gamma L. \end{aligned} \right\} (2)$$

При этом зависимость между  $U'_{\kappa}$  и  $I'$ ,  $U''_{\kappa}$  и  $I''$ ,  $U''_{\kappa}$  и  $U''$  становится линейной. Эту зависимость можно получить и экспериментально, определяя сопротивление нулевой последовательности при коротких замыканиях на концах линии.

**Линия электропередачи с ответвлением.** Аналогично изложенному выше на длинных линиях с ответвлением место повреждения можно также определить графически по пересечению двух графиков  $U'_{\kappa}$  и  $U''_{\kappa}$ . Для построения графика  $U'_{\kappa}$  с учетом реактивной проводимости линии по значениям  $I'$  и  $U'$ , зафиксированным на подстанции А, представим длинную линию с ответвлением в виде двух последовательно включенных четырехполюсников  $A_6$  и  $A_a$  (рис. 3), причем один четырехполюсник имеет Г-образную схему замещения, а второй состоит из одного сопротивления.

Напряжения  $U'_Б$  и  $U'_В$  являются напряжениями в предполагаемых местах повреждения соответственно в точках Б и В при неизменности значений  $U'$  и  $I'$ , зафиксированных на подстанции А.

Для этих напряжений можно написать следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} U'_{\text{Б}} &= U'k'_{\text{нБ}} + I'k_{\text{тБ}}; \\ U'_{\text{В}} &= U'k'_{\text{нВ}} + I'k_{\text{тВ}}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $k'_{\text{нБ}}$ ,  $k'_{\text{тБ}}$ ,  $k'_{\text{нВ}}$  и  $k'_{\text{тВ}}$  являются общеизвестными коэффициентами ( $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ) четырехполюсников, зависящими только от параметров линии. При этом  $k'_{\text{нБ}}$  и  $k'_{\text{тБ}}$  являются коэффициентами четырехполюсника  $A_6$  и равны  $k'_{\text{нБ}} = \cos \gamma_1 L_1$  и  $k'_{\text{тБ}} = Z_1 \sin \gamma_1 L_1$ .

Что касается коэффициентов  $k'_{\text{нВ}}$  и  $k'_{\text{тВ}}$  то они являются коэффициентами результирующего четырехполюсника, составленного из четырехполюсников  $A_a$  и  $A_6$ , и рассчитываются по следующим выражениям:

$$\left. \begin{aligned} k'_{\text{нВ}} &= \cos \gamma_1 L_1 \left( \cos \gamma_2 L_2 + \frac{Z_2}{X_{0\Gamma}} \sin \gamma_2 L_2 \right) - \\ &\quad - \frac{Z_2}{Z_1} \sin \gamma_2 L_2 \sin \gamma_1 L_1; \\ k'_{\text{тВ}} &= Z_1 \sin \gamma_1 L_1 \left( \cos \gamma_2 L_2 + \frac{Z_2}{X_{0\Gamma}} \sin \gamma_2 L_2 \right) + \\ &\quad + Z_2 \sin \gamma_2 L_2 \cos \gamma_1 L_1. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Вывод выражений (4) здесь не приводится, но заметим, что они получены перемножением матриц коэффициентов четырехполюсников  $A_a$  и  $A_6$ .

В выражениях (3) так же, как и в (2), напряжения в месте повреждения представлены в виде

суммы слагаемых, определяемых перемножением тока и напряжения, зафиксированных на концах линии на постоянные коэффициенты. Это дает возможность все громоздкие расчеты провести заблаговременно, а их результаты свести в таблицу, позволяющую по делениям фиксирующих приборов тока и напряжения находить пропорциональные им составляющие напряжения в месте повреждения, предполагаемого в точке ответвления или на конце линии, противоположном месту фиксации.

Напряжения  $U'_Б$  и  $U'_В$  совместно с напряжением  $U'$  позволяют построить график  $U''_н$ , который, пересекаясь с графиком  $U''_н$ , построенным аналогично по результатам фиксации на подстанции В, определяет место повреждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шалыт Г. М. Учет реактивной проводимости линий при отыскании мест повреждения с помощью фиксирующих приборов.— «Электричество», 1967, № 1.
2. Висяшев А. Н. Учет реактивной проводимости линий при определении места повреждения.— «Электрические станции», 1969, № 1.
3. Висяшев А. Н. Практические способы учета реактивной проводимости при отыскании места повреждения на одиночных линиях с помощью фиксирующих приборов.— В кн. Опыт эксплуатации релейной защиты и электроавтоматики в энергосистемах, вып. 2, М., «Энергия», 1970.
4. Айзенфельд А. И., Шалыт Г. М. Определение места короткого замыкания в системе линий электропередачи с ответвлениями.— «Электричество», 1971, № 11.
5. Костянян Г. Г., Перадзе В. М., Гиоргобиани В. Ф. Графический метод определения места замыкания на землю на воздушных линиях напряжением 110 кВ и выше.— Грузинский научно-исследовательский институт научно-технической информации и технико-экономических исследований, серия «Энергетика», 1971, № 5.
6. Костянян Г. Г., Гиоргобиани В. Ф. Определение места повреждения на воздушных линиях 110—220 кВ с ответвлениями.— «Электрические станции», 1972, № 2.

[17.11.1971]

УДК 621.317.757

## Определение и контроль динамических свойств электромашинных элементов систем управления

Инженеры В. В. Злакоманов и Е. Н. Любин

Канд. техн. наук Б. С. Яковлев

РСФСР

Надежность и качество электромеханической САУ существенно зависит от динамических свойств применяемых электромашинных элементов (двигателей, генераторов, электромашинных преобразователей и др.) [Л. 1]. При производстве данных элементов САУ в большинстве случаев не производятся гарантированные измерения и контроль их динамических параметров (статических коэффициентов передачи и постоянных времени). Отсутствие гарантий на динамические свойства часто определяется не только технологическими трудностями уменьшения их разброса, но и сложностью, трудоемкостью определения и контроля динамических параметров подобных элементов [Л. 2 и 3]. Это обстоятельство нередко приводит к неоправданному завышению надежности электромашинных элементов САУ, к неудовлетворительной работе систем при отклонениях динамических параметров либо к необходимости

проведения специальных экспериментов по определению динамических параметров, что усложняет настройку систем. В статье рассматривается способ и устройство для проведения оперативного контроля и определения динамических параметров электромашинных элементов САУ в условиях производства.

**Способ определения и контроля динамических параметров электромашинных элементов.** Большинство линеаризуемых электромашинных элементов с достаточной для практических целей точностью характеризуется [Л. 1] передаточной функцией вида

$$W(p) = \frac{K}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}, \quad (1)$$

где  $a_1 > a_2$ ;  $a_0 = 0$ , 1.

Наибольшую трудность представляет поставленная задача при  $a_0 = 1$ . Этот случай и рассматривается далее, так как решение для  $a_0 = 0$  не имеет

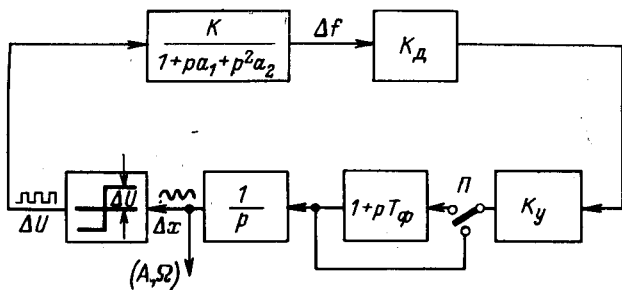


Рис. 1. Структурная схема релейной системы.

$K_d$ ,  $K_y$  — коэффициенты усиления датчика и усилителя;  $\Delta U$  — сигнал на выходе релейного элемента;  $\Pi$  — переключатель;  $\Delta x$  — фиксируемый сигнал.

принципиальных отличий. Для решения задачи контроля и определения параметров  $K$ ,  $a_1$  и  $a_2$  целесообразно развитие метода, основанного на включении испытуемого элемента в специально созданную релейную систему, работающую в автоколебательном режиме [Л. 4]. Предлагаемый автоколебательный метод не требует записи процессов, вспомогательной аппаратуры (низкочастотных генераторов, осциллографов и т. д.), прост в приборной реализации. Применение автоколебательного метода для оценки коэффициентов  $K$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , позволяет полностью характеризовать динамические свойства элемента и упрощает задачу контроля.

На рис. 1 приведена структурная схема простейшей асимметричной релейной системы, работающей в симметричном автоколебательном режиме. Характеристика релейного элемента предполагается однозначной. Сигнал с выхода электромашинного элемента преобразуется безынерционным датчиком в напряжение и затем поступает с усилителя либо непосредственно на интегратор, либо через форсирующее звено 1-го порядка, предназначенное для изменения параметров автоколебаний. Ввиду того, что частота автоколебаний  $\Omega$ , свойственная электро-механическим релейным системам, мала, а также для повышения точности измерения, целесообразно определять время  $t$  заданного числа колебаний  $n$ , которое связано с  $\Omega$  соотношением:

$$\Omega = \frac{2\pi n}{t}. \quad (2)$$

С учетом (2), согласно методу гармонической линеаризации, определяются динамические параметры звена (1):

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{A_1 (t_1^2 - t_2^2)}{c T_\phi t_1^2} = \frac{A_2 (t_1^2 - t_2^2)}{c T_\phi t_2^2}; \\ a_1 &= \frac{1}{T_\phi} \frac{t_1^2 - t_2^2}{(2\pi n)^2} = \frac{1}{T_\phi} Y; \\ a_2 &= \frac{t_1^2}{(2\pi n)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $c = \frac{4\Delta U K_d K_y}{\pi}$ ;  $A$  — амплитуда автоколебаний; обо-

значения с индексом 1 соответствуют системе (рис. 1) без форсирующего звена ( $T_\phi = 0$ ), а с индексом 2 — системе с фиксированной постоянной времени  $T_\phi$ .

Параметры  $a_1$ ,  $a_2$  могут быть определены графически по номограмме, построенной на основании

двух последних формул в (3). Следует отметить, что динамические параметры исследуемого элемента согласно (3) определяются приближенно в соответствии с примененным методом анализа релейной системы. Дополнительные исследования релейной системы, выполненные точными аналитическими методами и методом моделирования, показали, что погрешность определения по (3) не превышает 6—8%, что вполне допустимо для инженерной практики. Определение динамических параметров  $a_1$ ,  $a_2$  с большей точностью затруднительно даже в лабораторных условиях.

Нормальная (по требованиям к надежности и качеству) работа САУ может быть обеспечена лишь при определенных значениях  $K$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , заключенных в некоторой области, ограничивающей динамические свойства исследуемого объекта [Л. 5 и 6]. Предполагая, что динамические свойства всех элементов САУ, кроме исследуемого, постоянны и заданы, например, в виде частотных характеристик, область допустимых значений  $K$ ,  $a_1$  и  $a_2$  может быть определена путем расчета областей устойчивости или заданного качества работы САУ в пространстве контролируемых параметров. На основе подобных областей путем последовательного определения указанных параметров можно обоснованно осуществлять контроль и отбраковку исследуемых элементов. Однако такая методика контроля сложна, трудоемка и допускает возможность субъективных ошибок. Применяя метод расчета областей устойчивости САУ [Л. 5] и используя формулы (3), (5), можно получить формулы для расчета областей устойчивости САУ непосредственно в параметрах автоколебаний  $A$ ,  $t$  рассматриваемой системы [Л. 7]:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1^2 &= \frac{\omega^2}{1 + KU(\omega)}; \\ t_1 &= \frac{2\pi n}{\Omega_1}; \\ A_1 &= \frac{c\omega}{V(\omega)\Omega_1^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $U(\omega)$ ,  $V(\omega)$  — соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики известной части системы.

Области устойчивости в параметрах автоколебаний  $A_1$ ,  $t_1$  значительно упрощают и ускоряют операцию контроля, так как в этом случае отпадает необходимость численного определения динамических параметров, что, согласно изложенному выше, связано с включением форсирующего звена. При контроле динамических свойств элементов САУ по областям устойчивости предполагается, что параметр  $K$  известен (например, определен по статическим характеристикам).

При приборной реализации автоколебательного метода необходимо обеспечить симметричный автоколебательный режим, стабильность параметров регулятора системы и использовать релейный элемент с однозначной характеристикой. Воздействие  $\Delta U$  должно быть стабильным и достаточно малым по амплитуде, исходя из условия линеаризуемости электромашинного элемента в заданной рабочей точке.



Применение изложенного метода для определения динамических параметров объектов, описываемых передаточной функцией более высокого порядка, чем (1), является возможным, но при этом усложняются расчетные формулы и номограммы и, соответственно, возрастает число измерений и номограмм.

**Устройство для определения и контроля динамических параметров электромашинного преобразователя.** В качестве примера реализации приведенного выше метода рассмотрим устройство для оценки параметров электромашинного преобразователя постоянного тока в переменный (типа УФ), предназначенного для работы в прецизионной системе регулирования частоты (ПСРЧ). Практика работы данного класса систем показала, что подобные системы весьма чувствительны к изменению параметров источника питания [Л. 7] и преобразователя. Так, например, замена одного преобразователя на другой того же типа часто не гарантирует устойчивой работы системы вследствие существенного отличия их динамических свойств, обусловленного, в частности, отсутствием контроля и проверки. С целью оперативного определения и контроля динамических свойств преобразователя разработано устройство, блок-схема которого приведена на рис. 2.

Регулирование частоты преобразователя осуществляется за счет изменения напряжения на обмотке возбуждения двигателя. Для выведения преобразователя в рабочий режим по частоте используется стабилизированный управляемый источник питания СУИП. Стабилизация напряжения, поступающего на обмотку возбуждения двигателя, необходима для предотвращения влияния колебаний напряжения первичного источника питания. Датчик частоты ДЧ (частотный дискриминатор) выполняет роль чувствительного элемента и элемента сравнения. Данное устройство совместно с испытуемым преобразователем образует релейную систему стабилизации частоты (рис. 1) и снабжено автономными измерителями: амплитуды  $I_A$ , времени  $I_t$  и постоянной составляющей на входе релейного блока РБ  $I_{СКВ}$ . Блок управления БУ предназначен для управления работой устройства. Силовой релейный блок СРБ управляемый от маломощного РБ, предназначен

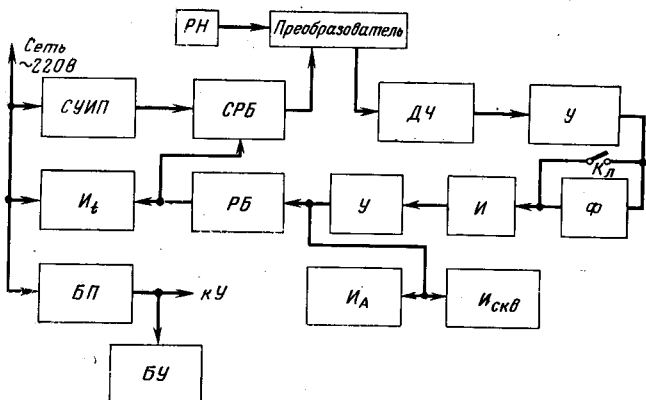


Рис. 2. Блок-схема устройства для определения и контроля динамических свойств преобразователя.

У — усилитель; И — интегратор; БП — блок питания усилителей.

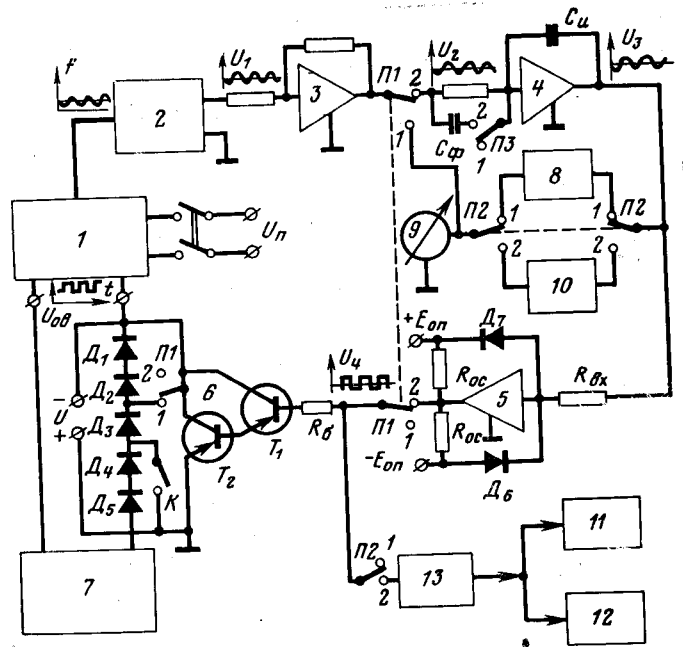


Рис. 3. Функциональная схема устройства для определения и контроля динамики преобразователей.

1 — преобразователь; 2 — частотный дискриминатор; 7 — стабилизированный, управляемый источник питания; 10 — измеритель амплитуды; 13 — синхронизирующее устройство.

для создания в цепи возбуждения требуемых импульсов напряжения относительно его номинального значения. Включение форсирующего звена  $\Phi$  осуществляется ключом  $Кл$ . Стабилизация напряжения преобразователя, осуществляемая с помощью регулятора напряжения  $РН$  способствует уменьшению погрешностей измерительного элемента — ДЧ. Симметричность автоколебательного режима контролируется измерителем  $I_{СКВ}$  и регулируется с помощью СУИП. В данном режиме работы постоянная составляющая на входе РБ отсутствует. Подобное устройство после включения соответствующих датчиков может быть использовано и для оценки динамики других типов электромашинных элементов. Функциональная схема устройства приведена на рис. 3. Предварительный усилитель 3, интегрирующе-дифференцирующее звено 4, релейный блок 5 выполнены по типовым схемам на операционных усилителях (например, типа УУ-2). Для ликвидации динамической петли гистерезиса релейного элемента применены уменьшенные относительно типовых номинальные значения сопротивлений  $R_{ВХ}$ ,  $R_{ОС}$ , использованы диоды  $Д_7$ ,  $Д_8$  с большой крутизной вольт-амперной характеристики. Силовой релейный блок состоит из транзисторного ключа 6 и диодной цепочки  $Д_1—Д_5$ . Для задания рабочего режима по цепи возбуждения применен регулируемый, стабилизированный выпрямитель СУИП [Л. 7]. Измеритель постоянной составляющей 8 может быть выполнен на диодно-емкостных цепочках, включенных по мостовой схеме (диоды в плечах моста включены встречно), с использованием суммирующего усилителя, снабженного фильтром.

В качестве измерителя амплитуды может быть рекомендована схема двойного пикового вольтметра, реализуемая на операционном усилителе. Изме-

рители числа импульсов  $I_1$  и времени  $I_2$  также могут быть выполнены по типовым схемам, в частности, с использованием электромеханических элементов (реле и счетчиков импульсов). Переключатели  $П_1, П_2$  используются для пуска и останова автоколебательного режима, а также при измерениях и сбросах показаний измерителей, переключатель  $П_3$  осуществляет коммутацию форсирующего звена.

Используя свойства вольт-амперных характеристик диодной цепочки  $D_1—D_5$  и перехода эмиттер — коллектор транзистора  $T_2$ , можно при настройке силового релейного блока получить требуемые стабильные импульсы напряжения. Настройка данного блока осуществляется за счет величины сигнала, поступающего с релейного элемента 5, величины сопротивления  $R_6$ , количества диодов, коммутируемых переключателем  $П_1$ , а также величины тока в диодной цепочке  $D_1—D_5$ , задаваемого с помощью дополнительного источника  $U$  и определяющего рабочий режим работы цепи диодов. Диодная цепочка  $D_1—D_5$ , имеющая малое динамическое сопротивление по сравнению с сопротивлением цепи возбуждения, обеспечивает постоянство параметров цепи возбуждения, а также получение ступенчатых воздействий  $\Delta U$  при наличии постоянной составляющей в цепи возбуждения. Количество диодов в цепи возбуждения и порядок их переключения определяют величину воздействия  $\Delta U$ .

Устройство работает следующим образом. После включения  $СУИП$  и установления тока возбуждения, близкого к номинальному, преобразователь питается от своего источника питания  $U_n$ . С помощью  $СУИП$  преобразователь выводится в заданный режим, при этом  $П_1$  находится в положении 1. Контроль рабочего положения осуществляется по вольтметру 9 (показание ноль). При замыкании релейной системы  $П_1$  переходит в положение 2,  $П_2$  — в положение 1, подключая вход релейного элемента на измеритель постоянной составляющей 8. С помощью  $СУИП$  устанавливается симметричный автоколебательный режим, после чего производится измерение. При операции «измерение»  $П_1$  находится в положении 2,  $П_2$  переводится в положение 2, подключая измеритель амплитуды, измеритель заданного числа импульсов и счетчик времени. Значение амплитуды фиксируется вольтметром 9. При операции «сброс» устройство возвращается к исходному состоянию, в котором осуществляется контроль симметричности автоколебательного режима системы.

Операция измерения при наличии форсирующего звена аналогична вышеописанной.

Данное устройство позволяет определять непосредственно значение коэффициента усиления преобразователя. Для этого  $П_1$  устанавливается в положение 1 (регулятор отключен), вольтметр 9 подключен к выходу усилителя 3, а преобразователь выведен на рабочий режим по частоте. При замыкании ключом  $K$  определенного числа диодов цепочки  $D_1—D_5$  на входе преобразователя образуется

постоянное (заранее известное) по величине входное воздействие  $\Delta U$ , вследствие чего частота преобразователя соответственно изменяется и фиксируется прибором 9, по показаниям которого определяется коэффициент усиления  $K$ . Результаты измерений могут быть использованы для определения либо контроля динамических параметров, например, по требуемому качеству работы САУ.

Учитывая, что динамика преобразователей, как и других электромашинных элементов автоматики, зависит от динамических свойств источника питания [Л. 6], рекомендуется определять динамические параметры и производить контроль с постоянным источником питания, обладающим малым внутренним комплексным сопротивлением.

На основании изложенного изготовлен прибор для оценки динамических свойств преобразователей типа  $УФ$  мощностью от 1 до 3 квт. Производственные испытания, преследовавшие цели оценки чувствительности прибора к изменению параметров преобразователя и режимов его работы, а также оценки возможного разброса динамических свойств преобразователей, предназначенных для работы с заданным регулятором частоты, показали приемлемую чувствительность прибора и пригодность его для целей оперативного контроля и определения динамических параметров. Время измерения и получения результата в виде передаточной функции (1) составляет при этом 2—3 мин. Испытания прибора предусматривали также исследование влияния на динамику преобразователя ряда параметров, например, сопротивления якоря, вентиляторного момента, режима работы и др.

При испытаниях установлено, что на динамику преобразователя также существенно влияют свойства  $ИП$  и режимы работы; преобразователи одной партии не идентичны по своим свойствам, а возможный разброс динамических параметров  $K, a_1$  и  $a_2$  может достигать 200—300%. Прибор успешно прошел длительную производственную эксплуатацию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаталов А. С. Структурные методы в теории управления и электроавтоматике. М., Госэнергоиздат, 1962, 408 с.
2. Вавилов А. А., Солодовников А. И. Экспериментальное определение частотных характеристик автоматических систем. М., Госэнергоиздат, 1963, 251 с.
3. Михайлов А. В. Эксплуатационные допуски и надежность в радиоэлектронной аппаратуре. М., «Советское радио», 1970, 216 с.
4. Ротач В. Я. и др. Применение метода Гольдфарба при определении частотных характеристик промышленных объектов.— В кн.: Метод Гольдфарба в теории регулирования, М., Госэнергоиздат, 1962, с. 211—224.
5. Дудников Е. Г. Основы автоматического управления тепловых процессов. М., Госэнергоиздат, 1956, 264 с.
6. Яковлев Б. С. Динамический комплекс «источник питания — система управления» и вопросы его проектирования.— В кн.: Вопросы динамики систем управления, № 64, Челябинский политехнический институт, Челябинск, 1970, с. 211—220.
7. Злакоманов В. В., Любин Е. Н., Яковлев Б. С. Устройство для определения и контроля постоянных времени. А. С. № 289396. Оpubл. в бюл.— «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1971, № 1, с. 157.

[3.1.1972]



# Инвертор напряжения, работающий на противо-э. д. с.

Доктор техн. наук, проф. Ю. Г. Толстов, канд. техн. наук В. Е. Скороваров,  
инженеры В. Н. Бако, В. Г. Степанова, В. В. Топельберг

Москва

Автономные и ведомые сетью статические инверторы могут быть разделены на два класса — инверторы тока и инверторы напряжения<sup>1</sup>, а инверторы на неполностью управляемых вентилях — на инверторы с искусственной и естественной коммутацией. При естественной коммутации установленная мощность вентиля будет минимальной. Однако в этом случае преобразование осуществляется с потреблением реактивной мощности от сети переменного тока и требует, как правило, установки на выходе инвертора статических или синхронных компенсаторов значительной мощности.

Несколько большими возможностями обладают инверторы с искусственной коммутацией. В частности, применение инверторов тока с искусственной коммутацией позволяет осуществить преобразование с выдачей реактивной мощности потребителю, повысить коммутационную устойчивость инверторов в переходных режимах, обеспечить при наличии входного регулятора (например, управляемого выпрямителя) работу инвертора на короткое замыкание. При этом установленная мощность конденсаторов для искусственной коммутации в ряде случаев оказывается ниже мощности конденсаторов, необходимых для такой же компенсации реактивной мощности при включении их параллельно выходу инвертора.

Применение инвертора напряжения с искусственной коммутацией также позволяет в принципе осуществить преобразование с выдачей реактивной мощности потребителю при пониженной мощности конденсаторов и повысить коммутационную устойчивость инвертора в переходных режимах. Кроме того, узел искусственной коммутации в инверторе напряжения позволяет осуществлять регулирование выходного напряжения (с помощью широтно-импульсного регулирования) и аварийное отключение средствами самого инвертора при коротком замыкании в нагрузке и отказаться от дополнительных входных и выходных регулирующих устройств, а также использовать инвертор как в ведомом, так и в автономном режимах.

Таким образом, исследование ведомых сетью инверторов напряжения с искусственной коммутацией может представлять определенный интерес.

**Схема инвертора напряжения и его основные характеристики.** Для рассмотрения принята трехфазная мостовая схема инвертора напряжения (ИН), в упрощенном виде представленная на рис. 1. При анализе предполагается, что период частоты сети много больше времени протекания коммутационных процессов и что эти процессы не оказывают существенного влияния на исследуемые характеристики. Поэтому на рис. 1 не показаны узлы коммутации. Вентили  $B1-B6$  считаются полностью управляемыми.

<sup>1</sup> Толстов Ю. Г. Автономные инверторы. В кн.: Преобразовательные устройства в электроэнергетике. М., «Наука», 1964, с. 3—38.

Кроме того, предполагается, что активными потерями схемы можно пренебречь. Напряжение источника питания  $U_d$  считается идеально сглаженным, а система напряжений сети и система импульсов управления — симметричными.

В соответствии с программой переключений, задаваемой системой управления, плечи каждой фазы вентильного преобразователя находятся поочередно в открытом состоянии в течение  $180^\circ$  частоты приемной системы (см. диаграмму переключений на рис. 2). В конце интервала открытого состояния каждого плеча, например, первой фазы  $a$ , производится его выключение и включение другого плеча этой же фазы. Аналогичные переключения с фазовым сдвигом  $\pm 2\pi/3$  производятся и в других плечах инвертора.

В результате переключений постоянное напряжение источника  $U_d$  преобразуется в трехфазную систему напряжений ступенчатой формы  $u_a, u_b, u_c$  с чередующимися амплитудами  $\frac{1}{3}U_d$  и  $\frac{2}{3}U_d$  длительностью  $\pi/3$ , как это показано на рис. 2. Сдвигая систему импульсов управления во времени, можно сдвигать фазу тока относительно фазы э. д. с. системы.

При принятых допущениях вентильный преобразователь инвертора может быть заменен трехфазным генератором гармоник напряжения. Расчет системы переменного тока ИН сводится при этом к расчету трехфазной системы, в которой действуют две системы источников напряжения  $e_a, e_b, e_c$  и  $u_a, u_b, u_c$ , связанные между собой через индуктивность рассеяния  $L$  силового трансформатора  $Tr$ .

В силу симметрии расчет фазного тока можно проводить для одной фазы. Этот расчет удобно выполнять методом наложения, рассматривая отдельно действие э. д. с. приемной системы  $e$  и напряжения на выходе преобразователя  $u$ .

Выберем за начало отсчета времени момент коммутации вентиля 4 (рис. 2). Тогда напряжение этой

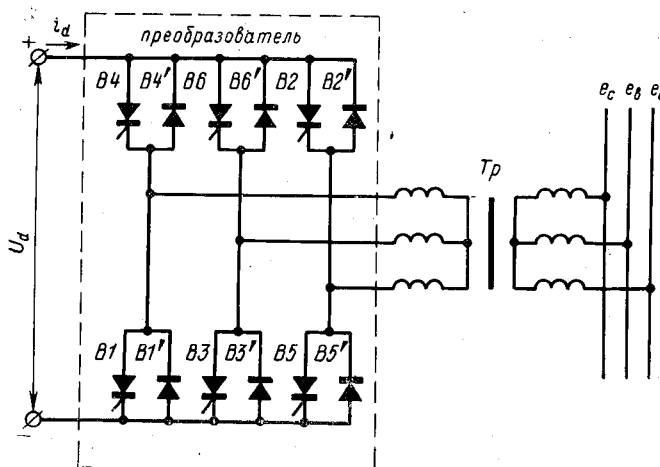


Рис. 1. Схема инвертора напряжения.

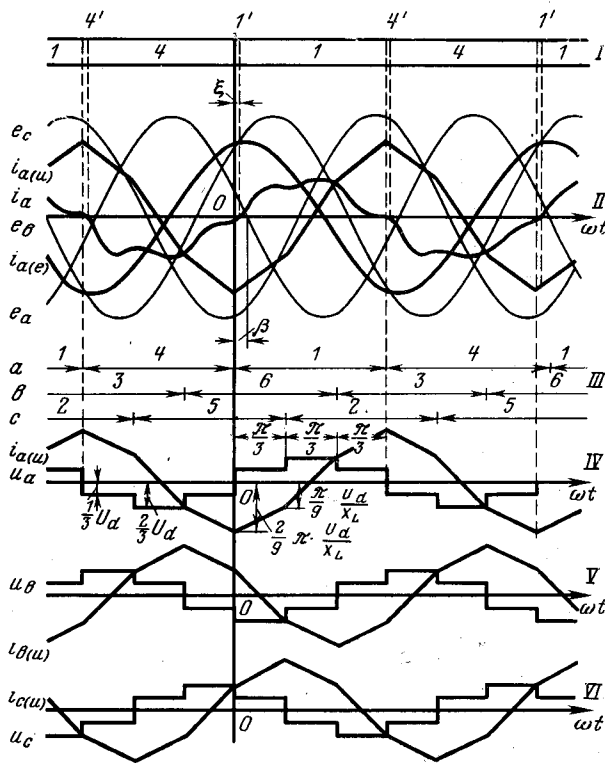


Рис. 2. Диаграммы токов и напряжений в фазах инвертора напряжения.

фазы может быть представлено в виде:

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} U_m^k \sin k\vartheta, \quad (1)$$

где  $\vartheta = \omega t$ ;  $U_m^k = \frac{2}{\pi} \frac{U_d}{k}$ ;  $k = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$ ;

$\omega$  — круговая частота приемной системы.

Электродвижущая сила приемной системы равна:

$$e = -E_m \sin(\vartheta - \beta). \quad (2)$$

Здесь  $\beta$  — угол между выбранным началом отсчета времени и моментом прохождения  $e$  через нуль.

Под действием двух указанных напряжений происходит наложение двух токов: тока, обусловленного э. д. с. приемной системы,

$$i(e) = \frac{E_m}{x_L} \cos(\vartheta - \beta); \quad (3)$$

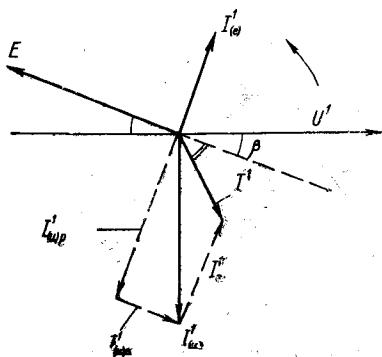


Рис. 3. Векторная диаграмма фазных токов и напряжений ИН.

$U^1$  — первая гармоника инвертированного напряжения;  $I^1(e)$  — ток, обусловленный э. д. с. приемной системы;  $I^1(u)$  — основная гармоника тока, обусловленная инвертированным напряжением;  $I^1(u)_a$ ;  $I^1(u)_p$  — активная и реактивная составляющие тока;  $I^1$  — ток основной гармоники в приемной системе.

тока, обусловленного напряжением преобразователя,

$$i(u) = - \sum_{k=1}^{\infty} I_m^k \cos k\vartheta, \quad (4)$$

где

$$I_m^k = \frac{2}{k^2 \pi} \frac{U_d}{x_L}.$$

Выражение для тока, обусловленного напряжением преобразователя, может быть также записано по интервалам:

$$i(u) = \begin{cases} \frac{1}{3} \frac{U_d}{x_L} \left( \vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{при } 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{3}; \\ \frac{1}{3} \frac{U_d}{x_L} (2\vartheta - \pi) & \text{при } \frac{\pi}{3} \leq \vartheta \leq \frac{2\pi}{3}; \\ \frac{1}{3} \frac{U_d}{x_L} \left( \vartheta - \frac{\pi}{3} \right) & \text{при } \frac{2\pi}{3} \leq \vartheta \leq \pi. \end{cases} \quad (5)$$

Из (3) и (5) следует, что в момент коммутации  $\vartheta = 0$  ток в заканчивающем работу вентиле определяется выражением:

$$i_0 = \frac{E_m}{x_L} \cos \beta - \frac{2\pi}{9} \frac{U_d}{x_L}. \quad (6)$$

Указанные составляющие тока фазы  $a$  ( $i_{a(u)}$  и  $i_{a(e)}$ ) изображены на рис. 2.

На основании (1) — (4) можно записать выражение для напряжений и токов основной частоты приемной системы:

$$\left. \begin{aligned} e^1 &= -E_m \sin(\vartheta - \beta); \\ u^1 &= \frac{2}{\pi} U_d \sin \vartheta; \\ i^1 &= i_{(e)}^1 + i_{(u)}^1 = \frac{E_m}{x_L} \cos(\vartheta - \beta) - \frac{2}{\pi} \frac{U_d}{x_L} \cos \vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

На рис. 3 построена векторная диаграмма основных гармоник токов и э. д. с. в фазе приемной системы.

Из векторной диаграммы можно установить следующие основные соотношения для ИН, ведомого сети.

Выражения для эффективных значений активной и реактивной составляющих основной гармоники фазного тока получим в виде:

$$I_a^1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{U_d}{x_L} \sin \beta; \quad (8)$$

$$I_p^1 = \frac{1}{x_L} \left( \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_d \cos \beta - E \right), \quad (9)$$

где  $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ .

Угол сдвига основной гармоники относительно э. д. с. приемной системы определяется выражением:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{I_p^1}{I_a^1} = \arctg \left( \operatorname{ctg} \beta - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{E}{U_d \cos \beta} \right). \quad (10)$$

Для активной и реактивной мощностей приемной системы соответственно имеем:

$$P^1 = 3EI_a^1 = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{U_d E}{x_L} \sin \beta; \quad (11)$$

$$Q^1 = P^1 \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{3E}{x_L} \left( \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_d \cos \beta - E \right) \quad (12)$$

Энергетические характеристики ведомого сетью инвертора напряжения. Для анализа энергетических характеристик ИН удобно перейти к системе относительных единиц. За базисные величины при этом принимаются: на стороне постоянного напряжения

$$I_{dб} = I_{дн}, U_{dб} = U_{дн}; \quad (13)$$

на стороне переменного напряжения

$$E_{ф.б} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_{дн}, I_{ф.б} = \frac{\pi}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} I_{дн}. \quad (14)$$

Как следует из векторной диаграммы рис. 3, в режиме инвертирования ИН может работать в диапазоне изменения угла  $\beta$  от 0 до 180°. На рис. 4 по (11) и (12) построены графики изменения активной  $P^1$  и реактивной  $Q^1$  мощностей в относительных единицах при  $\dot{U}_d = 1$  для нескольких значений э. д. с. приемной системы  $\dot{E}$ . Как следует из графиков, практическое значение может иметь область углов  $\beta$  от 0 до 30°, соответствующая изменению активной мощности инвертора от нуля до номинального значения. При  $\beta = 0$  активная мощность ИН равна нулю, а величина и знак реактивной мощности зависят от величины э. д. с. приемной системы. При  $\dot{E} < 1$  инвертор может выдавать реактивную мощность, а при  $\dot{E} > 1$  имеет место потребление реактивной мощности инвертором напряжения.

При  $\beta = 0$  для режима  $\dot{E} < 1$ , когда инвертор выдает в систему реактивную мощность, средний ток на входе инвертора  $I_d = 0$ . В этом проявляется принципиальное отличие ИН от инвертора тока. Последний не может работать в режиме идеального компенсатора реактивной мощности при наличии напряжения на входе.

По мере увеличения  $\beta$  инвертор увеличивает выдачу активной мощности. Реактивная мощность инвертора для  $\dot{E} = \text{const}$  при этом снижается. Выдачу активной мощности при заданном  $\cos \varphi_1$  можно осуществлять, изменяя одновременно угол  $\beta$  и  $E$

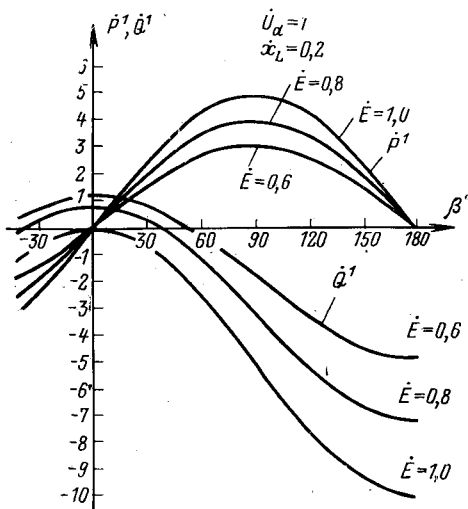


Рис. 4. Графики активных и реактивных мощностей инвертора напряжения.

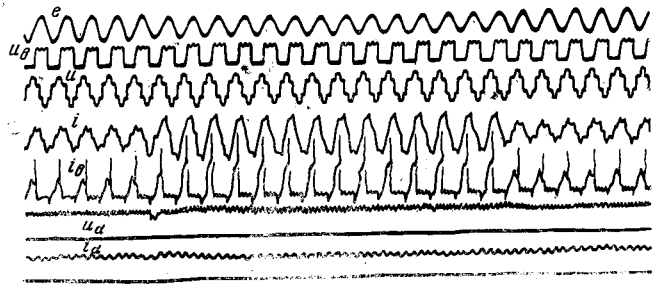


Рис. 5. Процессы в инверторе при резком снижении напряжения в приемной системе.

или  $\beta$  и  $\dot{U}_d$  (например, путем регулирования выпрямителя).

Регулирующий эффект реактивной мощности ИН по напряжению приемной системы  $\dot{E}$

$$\frac{d\dot{Q}^1}{d\dot{E}} = \frac{1}{x_L} (2\dot{E} - \dot{U}_d \cos \beta) \quad (15)$$

и положителен при  $\dot{E} \geq \frac{\dot{U}_d \cos \beta}{2}$ . При номинальном

напряжении на входе ( $\dot{U}_d = 1$ ) инвертор напряжения увеличивает выдачу реактивной мощности в приемную систему при резком снижении э. д. с. до 50—60%, т. е. практически даже в тяжелых аварийных режимах. Положительный регулирующий эффект ИН способствует восстановлению напряжения приемной системы, если снижение явилось результатом дефицита реактивной мощности в ней.

Устойчивость ИН при аварийных симметричных и несимметричных снижениях напряжения приемной системы обеспечивается надлежащим выбором параметров коммутирующего устройства с учетом возрастания тока в главных вентильях.

На рис. 5 приведена оциллограмма процесса при 30%-м снижении напряжения приемной системы. Ток на выходе инвертора и в главных вентильях возрастает за счет увеличения генерируемой реактивной мощности, ток на входе несколько снижается. После ликвидации посадки инвертор восстанавливается в прежнем режиме.

**Гармонический состав токов и напряжений ИН. Приемная система.** Как уже отмечалось, ИН можно представить в виде трехфазного генератора гармоник напряжения. В относительных единицах выражение (1) примет вид:

$$\dot{U}_k = \frac{\dot{U}_d}{k} \sin k\theta. \quad (16)$$

Под действием гармоник напряжения в фазе приемной системы протекают гармоники тока

$$i_k = \frac{\dot{U}_d}{k^2 x_L} \sin \left( k\theta - \frac{\pi}{2} \right). \quad (17)$$

Амплитуды гармоник тока не зависят от значения тока на входе  $I_d$  и при  $U_d = \text{const}$  — от передаваемой мощности. При холостом ходе, когда  $P^1 = 0$  и  $Q^1 = 0$ , инвертор нагружен только гармониками тока.

**Питающая система.** При работе трехфазного мощного ИН источник питания загружается гармониками тока кратности  $n = 6m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) по

Таблица 1

Расчетные величины	Значения $\dot{E}$				
	1	0,95	0,9	0,8	0,7
$\dot{Q}^1$	0,06	0,22	0,43	0,83	1,16
$i_{dm}^6$	0,17	0,27	0,38	0,57	0,78
$i_{dm}^{12}$	0,098	0,16	0,2	0,3	0,4
$i_{dm}^{18}$	0,07	0,1	0,14	0,2	0,27
$i_{dm}^{24}$	0,055	0,077	0,1	0,15	0,2

отношению к основной частоте приемной системы.

Гармонический ряд тока системы в относительных единицах имеет вид:

$$I_d(\vartheta) = I_d + \sum_{n=6}^{\infty} (\dot{a}_n \cos n\vartheta + \dot{b}_n \sin n\vartheta), \quad (18)$$

где

$$\dot{a}_n = \frac{a_n}{I_{дн}} = \frac{\dot{E}}{\dot{x}_L} \left( \frac{1}{6n-1} - \frac{1}{6n+1} \right); \quad (19)$$

$$\dot{b}_n = \frac{b_n}{I_{дн}} = -\frac{\dot{E}}{\dot{x}_L} \left( \frac{1}{6n-1} + \frac{1}{6n+1} \right) \cos \beta + \frac{\pi^2}{27n} \frac{\dot{U}_d}{\dot{x}_L}. \quad (20)$$

В табл. 1 приведены величины амплитуд первых четырех гармоник тока при номинальном режиме ИН ( $\dot{U}_d=1$ ;  $I_d=1$ ;  $P^1=1$ ) в зависимости от относительного напряжения приемной системы для  $\dot{x}_L = 0,17$ .

Как видно из таблицы, амплитуды гармоник возрастают по мере снижения значений  $\dot{E}$ , т. е. по мере возрастания реактивной мощности ИН.

**Токи в вентилях инвертора.** В период работы одного плеча моста от 0 до 180° ток фазы  $i$  замыкается первоначально через обратный неуправляемый вентиль и только после изменения знака переходит на прямой. Обозначим длительность открытого состояния обратного вентиля через  $\xi$  и определим этот угол с учетом только токов основной частоты. Ток основной частоты в фазе ИН при включении вентиля (см. диаграмму рис. 2) определяется выражением:

$$i_1(\vartheta) = \frac{\dot{E}}{\dot{x}_L} \cos(\vartheta - \beta) - \frac{\dot{U}_d}{\dot{x}_L} \cos \vartheta. \quad (21)$$

Определим угол  $\xi$  из условия

$$i_1(\xi) = 0 \quad (22)$$

в виде

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{\frac{\dot{U}_d}{\dot{E}} - \cos \beta}{\sin \beta}. \quad (23)$$

Среднее значение тока обратного неуправляемого вентиля определяется как

$$I'_{cp} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\xi} i_1 d\vartheta$$

и равно:

$$I'_{cp} = \frac{1}{6\dot{x}_L} \{ \dot{E} [\sin(\xi - \beta) + \sin \beta] - \dot{U}_d \sin \xi \}. \quad (24)$$

Средний ток прямого вентиля находим из выражения:

$$I_{cp} = \frac{1}{2\pi} \int_{\xi}^{\pi} i_1 d\vartheta;$$

$$I_{cp} = \frac{1}{6\dot{x}_L} [ \dot{E} \sin(\beta - \xi) + \sin \beta ]. \quad (25)$$

Результаты расчетов средних токов по (24) и (25) для номинального режима работы ИН ( $P_n^1$ ,  $U_{дн}$ ,  $I_{дн}$ ) и различных значений  $\dot{E}$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

Расчетные величины	Значения $\dot{E}$					
	1	0,95	0,9	0,8	0,7	0,5
$\beta$	10°	10°30'	11°	12°	14°	20°
$\dot{Q}^1$	0,06	0,22	0,4	0,8	1,15	1,3
$\xi$	5°	21°10'	32°	50°	60°	72°10'
$I'_{cp}$	0,34	0,35	0,353	0,43	0,52	0,72
$I'_{cp}$	0,0008	0,013	0,035	0,11	0,19	0,37

Аналогичным образом могут быть найдены эффективные токи в прямом и обратном вентиле.

**Выводы:** 1. Преобразование энергии ведомым инвертором напряжения с искусственной коммутацией может осуществляться с выдчей реактивной энергии потребителю.

2. При постоянном напряжении источника питания активная и реактивная мощности ИН могут регулироваться изменением угла  $\beta$  и напряжения приемной или передающей системы.

3. В ИН имеет место положительный регулирующий эффект по напряжению приемной системы для реактивной мощности.

4. Увеличение выдчи реактивной мощности вызывает увеличение среднего тока вентиляей основного моста инвертора, а также увеличение амплитуд гармоник тока, посылаемых ИН в источник питания.

5. Внезапные симметричные и несимметричные снижения напряжения в приемной системе не приводят к опрокидыванию ИН. Надлежащий выбор параметров контура коммутации обеспечивает работу инвертора практически при любом уменьшении напряжения.



# О взаимном демпфировании коммутируемых секций

## В машинах постоянного тока

В. П. Толкунов, В. И. Белошенко

Украинская ССР

При проектировании машин постоянного тока, в частности при выборе оптимальных параметров якорной обмотки, немаловажное значение имеет оценка ее демпфирующих качеств.

Под явлением взаимного демпфирования секций здесь и в дальнейшем подразумевается способность соседних коммутируемых секций поглощать часть электромагнитной энергии, выделяющейся при разрыве короткозамкнутого контура секции, заканчивающей процесс коммутации, что может в значительной мере облегчить условия этого разрыва. О значительном влиянии явления взаимного демпфирования на коммутирующую способность машин указывается в ряде работ [Л. 1—3] и др., однако во всех этих работах анализ указанного явления производился с точки зрения критериев и рекомендаций, предложенных еще Дрейфусом [Л. 1]. Теоретические и экспериментальные исследования, произведенные в Харьковском политехническом институте, показали, что многие основные и общепринятые положения, выдвинутые в работе Л. Дрейфуса, нуждаются в существенных поправках. В ходе исследования был установлен ряд новых закономерностей взаимного демпфирования секций якорной обмотки.

При рассмотрении процессов демпфирования можно принять следующие упрощающие допущения, не вносящие погрешности.

1. Демпфирующим действием некоммутируемых секций якорной обмотки можно пренебречь. Действительно, число последовательно включенных секций, входящих в состав параллельной ветви, обычно превышает 25; таким образом, ее индуктивность в такое же число раз превышает индуктивность коммутируемой секции  $L$ . Поэтому как следует из нижеприводимых выражений, влияние некоммутируемых секций практически не должно сказываться на процессе демпфирования.

2. Активным сопротивлением демпфирующих контуров  $R_s$  можно пренебречь в дифференциальных уравнениях, отражающих взаимообмен энергией при размыкании контура.

Строго говоря, наличие  $R_s$  приводит к снижению интенсивности демпфирования с течением времени. Однако этот эффект будет выражен лишь в том случае, если постоянная времени демпфирующего контура  $T_d$  соизмерима с периодом размыкания  $\tau$ . Расчеты показали, что  $T_d \approx 5 \cdot 10^{-3}$ , а  $\tau \approx 5 \times 10^{-5}$  сек. При вычислении  $T_d$  необходимо определить динамическое сопротивление щеточного контакта. Период размыкания найден в предположении, что он не превосходит времени поворота якоря на величину межламельной изоляции. Более подробно этот вопрос освещен в [Л. 4].

3. Если по демпфирующему  $k$ -му контуру протекает ток коммутации  $i_{sk}$ , скорость изменения его во времени столь мала по сравнению со скоростью изменения тока  $i'_{sk}$ , наводящегося магнитным полем при демпфировании, что члены, содержащие производную  $di_{sk}/dt$ , будут неизмеримо малы по

сравнению с членами, содержащими производную  $di'_{sk}/dt$ , и ими без видимой погрешности можно пренебречь.

Для нахождения общих закономерностей взаимного демпфирования предварительно рассмотрим несколько задач, связанных со взаимным обменом энергией между индуктивно связанными цепями при разрыве короткозамкнутого контура одной или нескольких из них. **Задача 1.** Имеется два контура с токами  $i_1$  и  $i_2$  и индуктивностями  $L_1$  и  $L_2$ . Взаимосвязь между ними определяется взаимоиндуктивностью  $M_{12}$ . Рассмотрим явление разрыва первого контура.

Имеем:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} = U_p;$$

$$M_{12} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} = 0,$$

где  $U_p$  — напряжение, возникающее между двумя разрываемыми точками контура;

$$U_p = L_p \frac{di_1}{dt};$$

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{U_p L_2}{\begin{vmatrix} L_1 & M_{12} \\ M_{12} & L_2 \end{vmatrix}},$$

отсюда находим результирующую индуктивность разрываемого контура

$$L_p = \frac{\begin{vmatrix} L_1 & M_{12} \\ M_{12} & L_2 \end{vmatrix}}{L_2} = L_1 \left( 1 - \frac{M_{12}^2}{L_1 L_2} \right) = G_p L_1.$$

Здесь  $G_p = \frac{L_p}{L_1}$  — коэффициент, названный нами коэффициентом демпфирования.

Коэффициент показывает, какая часть выделяемой при разрыве контура электромагнитной энергии остается недемпфированной. Вопреки общепринятым представлениям, по нашему мнению, именно этот коэффициент, а не значение результирующей индуктивности  $L_p$  является основным показателем демпфирующей способности обмотки. Действительно, рассмотрим в качестве примера сравнение двух обмоток: в первой из них  $L_1 = 0,1$  гн и при разрыве короткозамкнутого контура 80% выделяющейся энергии отводится в соседние секции; в другой обмотке  $L_1 = 0,01$  гн и 20% выделяющейся энергии переходит вследствие демпфирования в соседние контуры. Несмотря на то, что секции первой обмотки имеют  $L_p = 0,02$  гн, а секции второй обмотки 0,008 гн, совершенно очевидно, что демпфирующие качества первой обмотки значительно выше, чем второй. Таким образом, для рассматриваемого случая

$$G_p = 1 - \frac{M_{12}^2}{L_1 L_2},$$

(для упрощения записи здесь и в дальнейшем вместо  $i_{sk}$  и  $di_{sk}/dt$  употребляются  $i_k$  и  $di_k/dt$ ).

**Задача 2.** Три контура с токами  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$  и ин-



дуктивностями  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$ . Контур 1 разрывается, контуры 2 и 3 являются демпфирующими; взаимосвязь между контурами определяется взаимными индуктивностями  $M_{12}$ ,  $M_{13}$  и  $M_{23}$ , причем  $M_{12} \neq M_{13}$ , т. е. оба демпфирующих контура различным образом сцеплены с разрываемым контуром 1. Имеем:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} = U_p;$$

$$M_{12} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} = 0;$$

$$M_{13} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} + L_3 \frac{di_3}{dt} = 0;$$

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{U_p \begin{vmatrix} L_2 & M_{23} \\ M_{23} & L_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 \end{vmatrix}},$$

откуда

$$G_p = \frac{D}{D'},$$

где  $D$  — определитель матрицы, составленной из коэффициентов рассматриваемых дифференциальных уравнений;  $D'$  — минор элемента  $L_1$  указанной матрицы.

Это выражение останется справедливым и для случая  $n$  контуров, из которых  $n-1$  являются демпфирующими.

**Задача 3.** При разрыве контура 1 демпфирующие контуры 2 и 3 располагаются таким образом, что  $M_{12} = M_{13}$  и  $L_2 = L_3 = M_{23}$ . В этом случае вторые и третьи строки матрицы одинаковы, поэтому  $D = 0$ . Из соображений симметрии  $di_2/dt = di_3/dt$ .

Число неизвестных уменьшилось на единицу, поэтому достаточно принимать во внимание только первые два уравнения. Коэффициент демпфирования

$$G_p = \frac{\begin{vmatrix} L_1 & 2M_{12} \\ M_{12} & 2L_2 \end{vmatrix}}{2L_2L_1} = 1 - \frac{M_{12}^2}{L_1L_2}.$$

Это выражение будет аналогично формуле задачи 1. Такой же результат получится, если  $n-1$  контуров демпфируют контур 1, причем  $M_{12} = M_{13} = \dots = M_{1n}$  и  $L_1 = L_2 = \dots = L_n = M_{23} = M_{34} = \dots = M_{n-1,n}$ . При этом производная тока любого демпфирующего контура  $k$  равна:

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{1}{n-1} \frac{di_1}{dt},$$

где  $di_1/dt$  — производная тока демпфирующего контура в задаче 1.

Физически это означает следующее. Если демпфирующие контуры имеют одинаковое потокоцепление с разрываемым контуром 1 и, кроме того, они находятся в одинаковых магнитных условиях, между ними существует полная магнитная связь, энергия, передаваемая от разрываемого контура к демпфирующим, не зависит от числа демпфирующих контуров. Применительно к нашему исследованию это означает, что увеличение числа демпфирующих контуров в рассматриваемой задаче не облегчает условий разрыва контура 1. Трансформируе-

мая энергия распределяется между всеми демпфирующими контурами поровну; таким образом, с ростом числа контуров на каждый из них приходится меньшая доля поступающей энергии. **Задача 4.** Имеется замкнутая цепочка  $n$  контуров. Каждый  $k$ -й контур связан с контурами  $k-1$  и  $k+1$  посредством взаимной индуктивности  $M$ . Все контуры имеют одинаковую индуктивность  $L$  и разрываются одновременно. В этом случае имеем систему  $n$  уравнений типа:

$$L \frac{di_k}{dt} + M \frac{di_{k-1}}{dt} + M \frac{di_{k+1}}{dt} = U_p, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Решая эту систему, находим:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = \dots = \frac{di_n}{dt} = \dots = \frac{di_n}{dt}.$$

Значения  $G_p$  для всех контуров должны быть одинаковыми и равными:

$$G_p = 1 + \frac{2M}{L}.$$

**Задача 5.** Рассматриваются три взаимосвязанных контура, обладающих одинаковой индуктивностью  $L$ . Контуры 1 и 2 одновременно разрываются, контур 3 остается замкнутым. Контур 1 имеет одинаковую связь с контурами 2 и 3, которые имеют полную связь между собою.

В этом случае справедливо:

$$L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_3}{dt} = U_{p1};$$

$$M \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} + L \frac{di_3}{dt} = U_{p2};$$

$$M \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} + L \frac{di_3}{dt} = 0.$$

Из этой системы следует, что  $U_{p2} = 0$ , а коэффициент демпфирования первого контура

$$G_p = 1 - \frac{M^2}{L^2}.$$

Таким образом, эта задача имеет решение, аналогичное решению задачи 1.

Перейдем теперь непосредственно к исследованию демпфирующих свойств якорной обмотки.

Из вышеизложенного вытекает, что оценка демпфирующих качеств исследуемых обмоток должна быть произведена по следующим двум критериям: коэффициенту демпфирования  $G_p$ , который, как указывалось выше, является основным показателем демпфирующей способности обмотки; числу эквивалентных демпфирующих контуров  $n'_d$ .

Согласно результатам, полученным при решении задачи 3, следует считать, что увеличение числа демпфирующих контуров, имеющих полную магнитную связь между собою и одинаковую с разрываемым контуром, не увеличивает количества отсасываемой от этого контура энергии. Поэтому из общего числа демпфирующих контуров  $n_d$  следует выделить  $n'_d$  контуров, имеющих различную магнитную связь с разрываемым контуром. При рассмотрении дифференциальных уравнений обмена энергии должны быть учтены только последние  $n$  контуров. Поступающая в эквивалентный контур энергия должна поровну делиться между всеми контурами, входящими в эквивалентный.

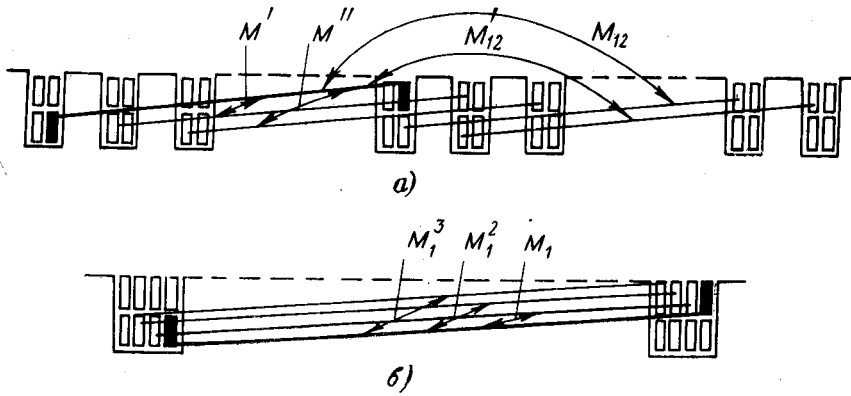


Рис. 1. Магнитная связь в обычных равносекционных обмотках.  
а — между секциями разных полюсов; б — между секциями одного полюса.

Из вышеизложенного следует сделать весьма важный вывод о том, что увеличение числа контуров, объединенных в эквивалентный, не облегчает условий разрыва коммутлируемых контуров, и, таким образом, демпфирующая способность обмотки определяется не полным числом контуров  $n_d$ , а числом эквивалентных контуров  $n'_d$ .

В общем случае магнитная связь между коммутлируемыми секциями может быть пяти видов:  $M_{12}$ ,  $M_1$ ,  $M'_{12}$ ,  $M'$ ,  $M''$ . Смысл этих взаимных индуктивностей становится понятным из рис. 1, а. Расчеты показали, что наличие магнитных связей типа  $M'_{12}$  и  $M''$  практически не влияет на величину  $G_p$ , вследствие чего эти связи в дальнейшем не будут учитываться. Были проведены многочисленные эксперименты по определению численных значений указанных магнитных связей. Подробное изложение этих экспериментов и полученных результатов приведено в [Л. 5]. Здесь приводятся примерные значения этих связей:  $M_1^* \approx 0,95 \div 0,91$ ;  $M_{12}^* \approx 0,25 \div 0,3$ ;  $M'^* \approx 0,26 \div 0,35$ .

Проанализируем теперь все возможные сочетания параметров якорной обмотки обычного (неступчатого) исполнения с точки зрения вышеуказанных критериев. Прежде всего рассмотрим секцию, коммутлирующую последней в пазу. Здесь возможны следующие случаи.

1. Диаметральная обмотка (укорочение  $\varepsilon=0$ ). Здесь два типа магнитных связей  $M_{12}$  и  $M'$ . Верхний и нижний слои пазов теоретически коммутлируют совершенно синхронно, поэтому по аналогии с задачей 1 и 4, пренебрегая членами высшего порядка малости, получим

$$G_p = 1 + \frac{2M_{12}}{L} - \left(\frac{M'}{L}\right)^2 \text{ или } G_p = 1 + 2M_{12}^* - M'^*{}^2,$$

где звездочка над символом означает, что рассматриваемая индуктивность выражена в относительных единицах (в долях  $L$ ). Подставляя в это выражение примерные величины указанных индуктивностей, находим, что значение  $G_p$  для рассматриваемого сочетания близко к 1,5.

2. Укороченная обмотка ( $\varepsilon < U_n + \beta_i$ ), где  $U_n$  — число секций на паз;  $\beta_i$  — расчетное щеточное перекрытие.

Для этого наиболее часто встречающегося на практике случая имеем по аналогии с задачей 2:

$$G_p = \frac{D}{DL}.$$

где

$$D = \begin{vmatrix} L & M_{12} & M' \\ M_{12} & L & M'_{12} \\ M' & M'_{12} & L \end{vmatrix};$$

$D'$  — минор первой строки и первого столбца матрицы  $D$ .

Соответственно получим

$$G_p = \frac{\begin{vmatrix} 1 & M_{12}^* & M'^* \\ M_{12}^* & 1 & M'_{12}^* \\ M'^* & M'_{12}^* & 1 \end{vmatrix}}{1 - M_{12}^*{}^2}.$$

Пренебрегая множителями, содержащими  $M_{12}$ , и учитывая, что  $M' \approx M_{12}$ , для рассматриваемого сочетания имеем:

$$G_p = 1 - 2M_{12}^*{}^2.$$

С учетом пределов возможного изменения  $M_{12}$ , получаем численное значение  $G_p$  равным 0,82—0,87. Таким образом, здесь при разрыве секции, коммутлирующей последней в пазу, от нее отводится за счет демпфирования, примерно 15% всей энергии.

3. Укороченная обмотка ( $\varepsilon > U_n + \beta_i$ ). Этот случай весьма редко встречается на практике. Эквивалентный демпфирующий контур, образованный индуктивностью  $M_{12}$ , здесь отсутствует, и трансформация энергии происходит только в соседний паз. По аналогии с задачей 1 запишем:

$$G_p = 1 - M'^*{}^2 \approx 0,9.$$

В этом случае по сравнению с предыдущим энергии отводится примерно в 2 раза меньше.

4. Для секций, которые не коммутлируют последней в пазу, помимо прежних магнитных связей имеет место эквивалентный демпфирующий контур, обладающий магнитной проводимостью типа  $M_1$ . Как было установлено экспериментально [Л. 5], если коэффициент связи между секциями 1 и 2 (рис. 1, б) выражается через  $M_1$ , то коэффициент связи между секциями 1 и 3 близок к  $M_1^2$ , а коэффициент связи между 1 и 4 секциями близок к  $M_1^3$  и т. д. При этом для секции, при разрыве короткозамкнутого контура которой остается еще  $k$  закороченных и расположенных в том же слое пазов секций, коэффициент демпфирования равен:

$$G_p = \frac{\begin{vmatrix} 1 & M_1^* & M_1^{*2} & \dots & M_1^{*k} \\ M_1^* & 1 & M_1^* & \dots & M_1^{*k-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_1^{*k} & M_1^{*k-1} & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & M_1^* & M_1^{*2} & \dots & M_1^{*k-1} \\ M_1^{*k-2} & M_1^{*k-2} & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}}.$$

Опуская ряд промежуточных преобразований, получим

$$G_p = \frac{(1 - M_1^*{}^2)^k}{(1 - M_1^*{}^2)^{k-1}} = 1 - M_1^*{}^2.$$

Таким образом, коэффициент демпфирования для рассматриваемых секций не зависит от числа демпфирующих контуров. Численное его значение близко к 0,09. Получается, что при разрыве секций, не коммутируемых последними в пазу, от них посредством демпфирования отводится более 90% всей выделяющейся энергии, что и предопределяет безыскровый разрыв. Это обстоятельство подтверждается многолетней практикой: в трудных по коммутации машинах, как правило, подгорают каждая  $U_{\text{п}}$  пластина, присоединенная к секции, коммутируемой последней в пазу.

Анализ уравнений демпфирования для рассматриваемого случая показывает, что при разрыве короткозамкнутого контура секции, коммутируемой не последней в пазу, выделяющаяся при этом электромагнитная энергия в основном трансформируется в соседнюю секцию. Этот вывод получил у нас экспериментальное подтверждение: в момент разрыва контура секции паза обратный импульс тока в кривой  $i_s=f(t)$  наблюдается лишь в соседней секции, а для остальных коммутируемых секций паза кривая  $i_s=f(t)$  остается практически без изменений.

Было проанализировано явление, которое названо явлением вторичного демпфирования. Оно заключается в том, что в момент трансформации энергии от разрываемого контура 1 в демпфирующий последний, в свою очередь, может иметь магнитную взаимосвязь с последующей замкнутой секцией 3 и частично передавать ей получаемую энергию и т. д. Образуется своеобразная цепочка демпфирующих контуров. Учет явления вторичного демпфирования может быть осуществлен путем прибавления добавочного слагаемого, которое зависит от  $M$  и может быть найдено в соответствии с рис. 2.

В заключение рассмотрим демпфирующую способность некоторых специальных модификаций якорных обмоток.

**Ступенчатое исполнение обмотки.** При разрыве контура секции, коммутируемой последней в пазу, для нее имеют место дополнительные магнитные связи типа  $M_V$  и  $M_N$  (рис. 3,а). Расчетное и экспериментальное определение этих индуктивностей показало, что их значение находится в пределах  $M_V^* = 0,45 \div 0,55$  и  $M_N^* = 0,72 \div 0,77$ . Число эквивалентных демпфирующих контуров для секции, находящейся в наиболее неблагоприятных условиях по демпфированию (секция, коммутирующая последней в нижнем слое паза), увеличивается до трех, а в некоторых случаях до четырех. Расчеты коэффициента демпфирования показали, что его значение в неко-

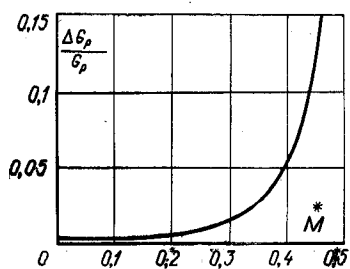


Рис. 2. К учету явления вторичного демпфирования.

торой мере зависит от параметров обмотки и направления вращения. Так, при левом (со стороны коллектора) вращении якоря коэффициент  $G_p = 0,6 \div 0,65$  при  $U_{\text{п}} > \varepsilon$  и  $G_p = 0,65 \div 0,7$  при  $U_{\text{п}} < \varepsilon$  ( $U_{\text{п}}$  — число коротких секций на паз). При правом вращении для всех сочета-

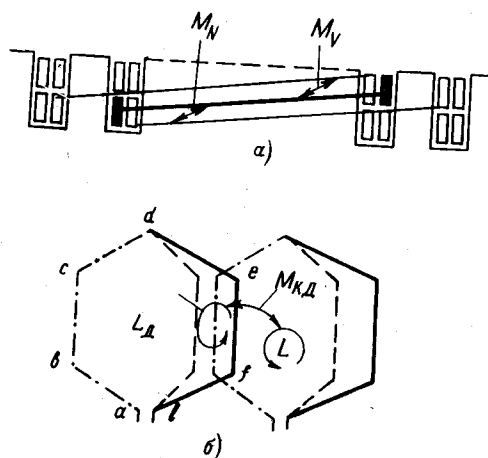


Рис. 3. Магнитная связь в специальных обмотках.

а — ступенчатая обмотка; б — обмотка с расщепленными по высоте секциями.

ний параметров обмотки якоря коэффициент  $G_p$  находится одинаково и имеет значение  $0,65 \div 0,65$ .

**«Лягушечье» исполнение обмотки.** Число эквивалентных демпфирующих контуров и величина магнитных связей будут иметь значения, аналогичные петлевой обмотке с соответствующим сочетанием коммутационных параметров. Поэтому при переходе с петлевого исполнения на «лягушечье» коэффициенты демпфирования практически не изменяются.

**Обмотка с расщепленными по высоте секциями** (схема Р. А. Лютера). Как показано в [Л. 6], характерной особенностью этой обмотки является наличие еще одного канала для трансформации выделяющейся при разрыве электромагнитной энергии, вследствие чего число эквивалентных демпфирующих контуров  $n'_d$  увеличивается на единицу. Этот демпфирующий контур образуется расщеплением одной из сторон секции (контур  $defld$  на рис. 3,б).

В рассматриваемом случае трансформируемая при демпфировании энергия попадает не в соседние коммутируемые секции, затрудняя условия их коммутации, а в замкнутые демпфирующие контуры, в которых она выделяется в виде джоулевых потерь. Несложные вычисления показывают, что наличие дополнительного эквивалентного контура образованного расщеплением плеча секции, уменьшает коэффициент демпфирования:

$$G'_p = G_p - \frac{M_{\text{д.к}}^2}{L_{\text{д.к}}^*},$$

где  $M_{\text{д.к}}^*$  и  $L_{\text{д.к}}^*$  — соответственно относительные значения индуктивной связи между демпфирующим и коммутирующим контурами и самоиндуктивности коммутируемого контура.

Расчеты и экспериментальные замеры значений  $M_{\text{д.к}}^*$  и  $L_{\text{д.к}}^*$  показали, что отношение  $M_{\text{д.к}}^2/L_{\text{д.к}}^*$  обычно находится в пределах  $0,08 \div 0,12$  в малых машинах и  $0,12 \div 0,25$  в больших. Таким образом, применение указанной схемы позволяет уменьшить коэффициент  $G_p$  в обычной петлевой обмотке машин малой и большой мощности соответственно до значений  $0,7—0,79$  и  $0,6 \div 0,75$ .

4. Многоходовые обмотки. Коэффициент  $G_p$  не зависит от числа ходов обмотки. Это обстоятельство, а также дополнительные исследования позволили сделать вывод, что переход на многоходовые обмотки практически не меняет демпфирующую способность машины.

**Выводы.** 1. Основным критерием, характеризующим демпфирующую способность обмотки, является коэффициент демпфирования.

2. Демпфирующие контуры, имеющие полную магнитную связь между собой и одинаковую связь с разрываемым контуром, можно объединить в эквивалентный демпфирующий контур.

3. На коэффициент демпфирования  $G_p$ , а значит и на демпфирующие качества обмотки оказывает влияние не общее число демпфирующих контуров, а число эквивалентных демпфирующих контуров.

4. Условия демпфирования заметно ухудшаются при  $\epsilon \geq U_n$  и особенно в диаметральных обмотках.

5. При разрыве короткозамкнутого контура секции, не коммутируемой последней в пазу, выделяющаяся энергия трансформируется в основном в секцию, расположенную рядом по ширине паза.

6. Демпфирующая способность наиболее распространённой петлевой обмотки с укорочением шага

секций на полпаза не столь велика, как это обычно принято считать.

7. Условия взаимного демпфирования коммутационных секций в «лягушечных», а также в многоходовых обмотках равноценны простым петлевым.

8. Наилучшими демпфирующими качествами обладают ступенчатые обмотки и обмотка с расщепленными по высоте секциями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дрейфус Л. Коммутация больших машин постоянного тока. Берлин, 1929.
2. Тилерс Г. Новый взгляд на коммутацию.— В кн.: Технический сборник Американского общества инженеров и архитекторов, 1946.
3. Яковенко В. А., Дончев Д. С. Коммутационные параметры одноходовых петлевых и лягушечных обмоток.— «Электротехника» 1965, № 12.
4. Белошенко В. И. Выбор оптимальных коммутационных параметров обмотки якоря машин постоянного тока. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Харьков, 1970.
5. Толкунов В. П., Белошенко В. И., Радишевский Ю. А. Определение индуктивных параметров секций обмотки якоря машин постоянного тока.— «Электротехника», 1969, № 3.
6. Толкунов В. П. Исследование обмоток якоря машин постоянного тока с целью повышения качества их работы. Автореф. дис. на соиск. учен. степени доктора техн. наук. Харьков, 1968.

[28.6.1972]

УДК 621.3.078.001.57

## Синтез САР привода рудничного подъема по системе тиристорный преобразователь — двигатель

А. Д. Динкель, В. И. Петренко, Л. М. Ковалев, Б. В. Васильев

РСФСР

Привод постоянного тока с питанием двигателя от тиристорного преобразователя [система тиристорный преобразователь — двигатель (ТП—Д)] находит широкое применение во всех отраслях промышленности.

Применение системы ТП—Д в горной промышленности для привода мощных шахтных подъемных машин обусловлено ее преимуществами по сравнению с широко применяемой в настоящее время системой Г—Д. Основные преимущества привода подъема по сравнению с системой Г—Д по системе ТП—Д:

большая надежность и производительность подъема вследствие лучших регулировочных качеств как в статических, так и в динамических режимах;

меньший вес, габариты и стоимость преобразователя;

большой к. п. д. и меньший удельный расход электроэнергии на подъем.

Режимы работы подъемной установки и особенности технологии подъема полезного ископаемого, а также транспортирования груза и людей определяют требования к САР:

САР привода рудничного подъема должна обладать достаточно высоким быстродействием, обеспечивая высокую динамическую точность, при отсутствии перерегулирований по выходному параметру;

при движении с максимальной скоростью САР должна обеспечивать точность ее поддержания 1—2%;

независимо от величины и знака статического момента на валу двигателя ошибка по пути в момент остановки для клетевых подъемных установок не должна превышать  $\pm 5$  см, а для скиповых —  $\pm 20$  см; при этом ошибка не должна зависеть от высоты подъема;

САР должна обеспечивать устойчивое регулирование скорости в диапазонах 1:50 (диапазон регулирования зависит от максимальной скорости движений подъемных сосудов);

быстродействие САР по моменту, развиваемому двигателем, должно быть таким, чтобы за время растормаживания подъемной установки момент двигателя достиг величины, равной статическому моменту.

Эти требования и особенности привода рудничных подъемных установок по системе ТП—Д обуславливают необходимость исследования и разработки метода синтеза САР такого привода.

САР привода рудничного подъема, как правило, замкнута и основной регулирующей обратной связью является отрицательная обратная по скорости. Тогда, с учетом общепринятых допущений, САР в простейшем виде описывается следую-

щей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T_{вх} \frac{dU_{вх}}{dt} + U_{вх} &= U_3 - U_{о.с1}; \\ E_d &= K_{ТП} U_{вх} (t - T_{зап}); \\ L \frac{dI_{я}}{dt} + R_{\Sigma} I_{я} + K_e n; \\ \frac{GD^2}{38,3} \frac{dn}{dt} &= M_{дв} - M_{ст}; \\ U_{о.с1} &= K_{о.с1} n; \\ E_{дв} &= K_e n; \\ M_{дв} &= K_M I_{я}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $R_{\Sigma}$ ,  $L_{\Sigma}$  — суммарное активное сопротивление и суммарная индуктивность цепи ТП—Д;  $K_e$ ,  $K_M$  — коэффициенты пропорциональности между э. д. с. двигателя и скоростью и между моментом и током двигателя;  $K_{ТП}$  — общий коэффициент усиления ТП;  $K_{о.с1}$  — коэффициент обратной связи по скорости;  $M_{дв}$  — электромагнитный момент двигателя;  $M_{ст}$  — приведенный статический момент, действующий на привод;  $GD^2$  — суммарный приведенный маховый момент;  $I_{я}$  — ток якорной цепи;  $n$  — скорость вращения электродвигателя;  $E_d$  — э. д. с. преобразователя;  $E_{дв}$  — э. д. с. двигателя;  $U_{вх}$  — напряжение на входе преобразователя;  $U_{о.с1}$  — напряжение обратной связи по скорости;  $U_3$  — задающее напряжение;  $T_{вх}$  — постоянная времени входного суммирующего устройства;  $T_{зап}$  — чистое запаздывание преобразователя.

Для последующего исследования и общности выводов рационально перейти к относительным единицам. Система уравнений (1) в относительных еди-

ницах запишется в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{вх} \frac{dU_{вх}}{d\tau} + U_{вх} &= U_3 - U_{о.с1}; \\ \epsilon_d &= U_{вх} (\tau - \theta_{зап}); \\ S_H \theta_{\Sigma} \frac{dI_{я}}{d\tau} + S_H I_{я} &= \epsilon_d - (1 - S_H) v; \\ \frac{dv}{d\tau} &= \frac{S_H}{1 - S_H} (\mu_{дв} - \mu_{ст}), \end{aligned} \right\} (2)$$

где

$$\theta_{вх} = \frac{T_{вх}}{T_M}; \theta_{зап} = \frac{T_{зап}}{T_M}; \theta_{\Sigma} = \frac{T_{\Sigma}}{T_M}; \epsilon_d = \frac{E_d}{E_{дн}};$$

$$I_{я} = \frac{I_{я}}{I_{ян}}; v = \frac{n}{n_H} = \frac{v}{v_H}; \mu_{дв} = \frac{M_{дв}}{M_{дв.н}};$$

$$\mu_{ст} = \frac{M_{ст}}{M_{дв.н}}; U_{вх} = \frac{U_{вх}}{U_{вх.н}};$$

$\tau = \frac{t}{T_M}$  — время в относительных единицах;  $S_H = \frac{I_{я.н} R_{\Sigma}}{E_{дн}} = \frac{n_0 - n_H}{n_0}$  — номинальное скольжение двигателя;  $T_M = \frac{GD^2}{38,3 K_e K_M}$  — электромеханическая постоянная времени привода;  $T_{\Sigma} = \frac{L_{\Sigma}}{R_{\Sigma}}$  — постоянная времени якорной цепи;  $K_{раз}$  — коэффициент усиления разомкнутой системы.

Структурная схема САР в соответствии с уравнениями приведена на рис. 1, а.

Для обеспечения заданной точности поддержания скорости в установившихся режимах и в зависимости от диапазона регулирования САР должна иметь достаточно высокий коэффициент усиления. Как показали исследования, требуемое значение коэффициента усиления значительно больше критического, определяемого из условия устойчивости САР. Логарифмические частотные характеристики САР ( $L_{1охв}$ ,  $L_{2охв}$ ) для крайних значений параметров реальных подъемных установок приведены на рис. 2. Эти характеристики свидетельствуют о том, что при требуемых значениях коэффициентов усиления САР со структурой, приведенной на рис. 1, неустойчива. Определение структуры и параметров корректирующих звеньев, вводимых в САР, для обеспечения устойчивой работы, рационально выполнять по логарифмическим частотным характеристикам, для чего необходимо знать требуемую точность выполнения заданной скорости в периоды неустановившегося движения. САР привода рудничного подъема обеспечивает достаточную для практики точность выполнения заданной программы движения подъемных сосудов, если динамическая ошибка при движении с максимальным ускорением (замедлением) не превышает статическую ошибку, т. е.

$$\delta_a = \frac{v_3(\tau) - v(\tau)}{v_M} \leq \delta_{ст}, \quad (3)$$

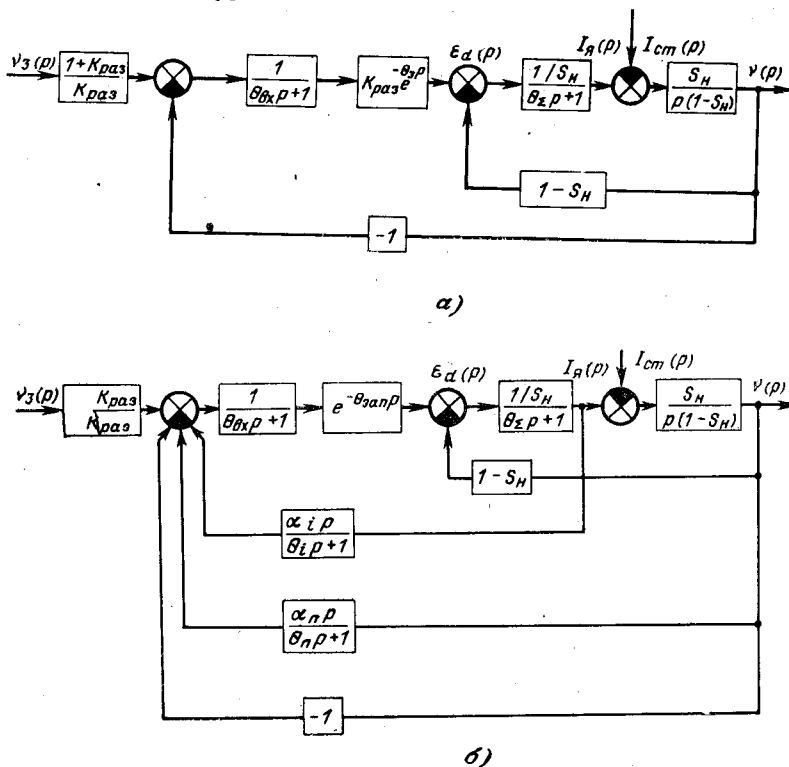


Рис. 1. Структурная схема некорректированной (а) САР и скорректированной (б) САР.

где  $\delta_a$  — динамическая ошибка на участках движения с максимальным ускорением;  $\delta_{ст}$  — ошибка при движении с установившейся скоростью;  $v_3(\tau)$ ;  $v(\tau)$ ;  $v_m$  — соответственно заданная, действительная и максимальная скорости.

Для построения желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики необходимо знать оптимальную частоту среза. Частота среза при условии отсутствия перерегулирования [Л. 1]

$$\omega_c = \frac{2\pi}{t_{пер}} \quad (4)$$

Условие отсутствия перерегулирования в скорректированной САР приводит к тому, что переходный процесс близок к апериодическому. Вследствие этого для определения оптимальной частоты среза САР может быть заменена апериодическим звеном первого порядка с эквивалентной постоянной времени  $T_э$ .

Тогда время регулирования

$$t_{пер} = (4-5)T_э \quad (5)$$

Эквивалентная постоянная времени определяется из (3) при условии, что  $v_3(t)$  изменяется по линейному закону, т. е. заданное ускорение постоянное:

$$T_э \leq \frac{\delta_{ст} v_m}{a_m} \quad (6)$$

где  $v_m$  — максимальная установившаяся скорость движения подъемного сосуда;  $a_m$  — максимальное ускорение (замедление).

Переходя к относительным единицам с учетом (4) — (6), частота среза определится следующим выражением:

$$\omega^*_c = (0,4 - 0,5) \pi \frac{a^*_m}{\delta_{ст}} \quad (7)$$

где  $a^*_m = \frac{a_m T_m}{v_m}$  — относительное ускорение. При  $\delta_{ст} = 0,02$  и реальных значениях  $a^*$  оптимальная частота среза

$$\omega^*_c = \frac{\pi}{3} \div 2\pi.$$

В соответствии с указанными пределами оптимальной частоты среза и требуемых значений коэффициентов усиления на рис. 2 построены желаемые логарифмические частотные характеристики  $L_{1ж}(\omega)$ ,  $L_{2ж}(\omega)$ , соответствующие реальным максимальным и минимальным значениям параметров САР привода рудничных подъемов. Все характеристики, соответствующие другим промежуточным параметрам, будут расположены между двумя приведенными. Здесь же построены и характеристики корректирующих обратных связей, полученные на основе характеристик нескорректированной САР и желаемых характеристик. Характеристики корректирующих звеньев определены из условия их включения в цепи обратных связей (параллельные корректирующие элементы). Как видно из рис. 2, для получения желаемых динамических характеристик САР в ней необходимо ввести обратные связи по первой и второй производной от скорости или обратные связи по первым производным тока и скорости. Для простоты реализации в качестве корректирующих элементов, включаемых в цепи обратных связей, целесообразно использовать дифференцирующие

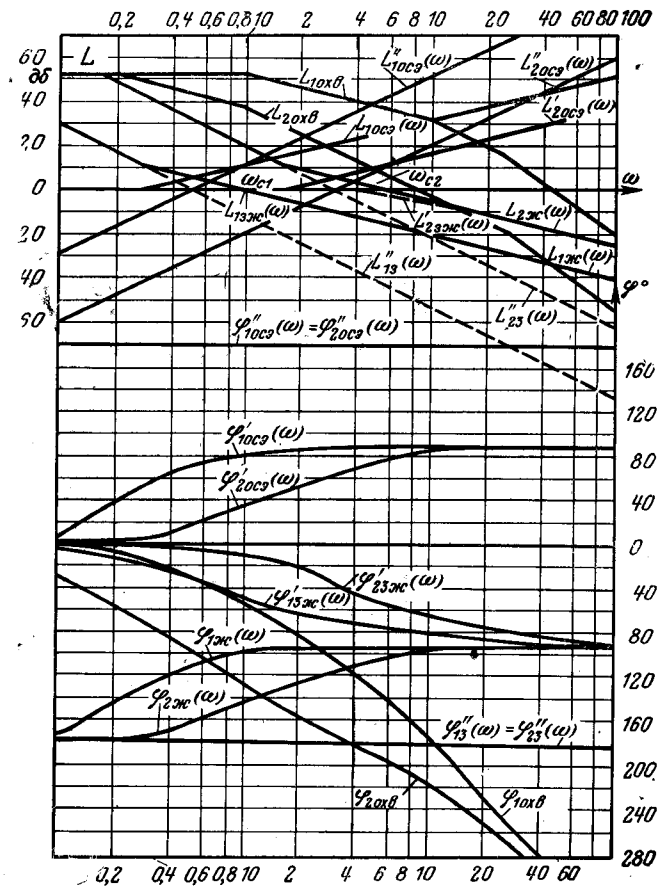


Рис. 2. Логарифмические частотные характеристики:  $\omega_{с1}$ ,  $\omega_{с2}$  — оптимальные значения частоты среза для крайних значений параметров подъемных установок;  $L_{10хв}$ ,  $L_{20хв}$ ,  $\Phi_{10хв}$ ,  $\Phi_{20хв}$  — характеристики нескорректированной САР;  $L_{1ж}$ ,  $L_{2ж}$ ,  $\Phi_{1ж}$ ,  $\Phi_{2ж}$  — желаемые характеристики разомкнутой системы;  $L_{13ж}$ ,  $L_{23ж}$ ,  $\Phi_{13ж}$ ,  $\Phi_{23ж}$  — желаемые характеристики замкнутой системы;  $L_{13ж}''$ ,  $L_{23ж}''$ ,  $\Phi_{13ж}''$ ,  $\Phi_{23ж}''$  — характеристики внутреннего замкнутого контура;  $L_{10сз}$ ,  $L_{20сз}$ ,  $\Phi_{10сз}$ ,  $\Phi_{20сз}$  — характеристики первого корректирующего звена;  $L_{10сз}''$ ,  $L_{20сз}''$ ,  $\Phi_{10сз}''$ ,  $\Phi_{20сз}''$  — характеристики второго корректирующего звена.

звенья на пассивных элементах с передаточными функциями

$$W_{o.c.i}(p) = \frac{K_{o.c.i} p}{\theta_i p + 1};$$

$$W_{o.c.n}(p) = \frac{K_{o.c.n} p}{\theta_n p + 1},$$

где  $K_{o.c.i}$  — коэффициент обратной связи по току;  $K_{o.c.n}$  — коэффициент обратной связи по скорости.

Структура корректирующих элементов, как видно из рис. 2, остается неизменной для всех САР независимо от параметров. Учитывая это, уравнения в относительных единицах, описывающие САР привода подъема по системе ТП—Д с гибкими обратными связями запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{вх} \frac{dU_{вх}}{d\tau} + U_{вх} &= (U_3 - U_{o.c.i} - U_{o.c.n} - \\ &\quad - U_{o.c.i})(1 + K_{раз}); \\ \epsilon_d &= U_{вх}(\tau - \theta_{зап}); \\ S_n \theta_\Sigma \frac{dI_\pi}{d\tau} + S_n I_\pi &= \epsilon_d - (1 - S_n)v; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{d\tau} &= \frac{S_H}{1-S_H} (\mu_{дв} - \mu_{ст}); U_{o.c.i} = k_{o.c.i} v; \\ \theta_n \frac{dU_{o.c.n}}{d\tau} + U_{o.c.n} &= k_{o.c.n} \frac{dv}{d\tau}; \\ \theta_i \frac{dU_{o.c.i}}{d\tau} + U_{o.c.i} &= k_{o.c.i} \frac{dI_H}{d\tau}; \end{aligned} \right\}$$

где

$$k_{o.c.i} = K_{o.c.i} \frac{n_H}{U_{3.H}}; k_{o.c.n} = K_{o.c.n} \frac{n_H}{U_{3.H} T_M};$$

$$k_{o.c.i} = K_{o.c.i} \frac{I_{H.H.}}{U_{3.H} T_M};$$

$U_{o.c.i}$  — напряжение жесткой обратной связи по скорости;  $U_{o.c.n}$  — напряжение гибкой обратной связи по скорости;  $U_{o.c.i}$  — напряжение гибкой обратной связи по току якоря;  $k_{o.c.i}$ ;  $k_{o.c.n}$ ;  $k_{o.c.i}$  — соответствующие коэффициенты обратных связей.

Структурная схема САР согласно (8) приведена на рис. 1, б, где введены следующие обозначения:

$$\alpha_n = \frac{1 + K_{раз}}{K_{раз}} k_{o.c.n};$$

$$\alpha_i = \frac{1 + K_{раз}}{K_{раз}} k_{o.c.i}.$$

Синтезированная по изложенной методике САР привода подъема по системе ТП—Д с конкретными параметрами исследовалась на АВМ. При этом в модели осуществлялось сопряжение физической модели тиристорного преобразователя с аналогом привода, набранном на АВМ по методике, изложенной в [Л. 2]. Осциллограммы, характеризующие реакцию САР на скачкообразное изменение управляющего и возмущающего воздействий, а также реакцию системы на линейно изменяющееся управляющее воздействие, приведены на рис. 3.

Управление подъемной установкой с приводом от двигателя постоянного тока, как правило, автоматизировано, и программа движения подъемных сосудов задается системой автоматического управления в функции пути или в функции времени. Наиболее ответственным участком движения подъемных сосудов является период замедления. В этот период заданная оптимальная скорость описывается следующей системой уравнений:

$$v_{31} = v_M - \rho \frac{t^2}{2} \text{ при } 0 \leq t \leq t_1;$$

$$v_{32} = v_M - \rho \frac{t_1^2}{2} - a_M t \text{ при } 0 \leq t \leq t_2;$$

$$v_{33} = \rho \frac{(t_1 - t_2)^2}{2} \text{ при } 0 \leq t \leq t_3; \quad (9)$$

$$t_1 = t_3.$$

Отсчет времени в каждом уравнении ведется от нуля, что упрощает форму записи уравнений.

Ввиду того, что САР статическая, то неизбежна ошибка регулирования по скорости и, как следствие ошибка по пути. Для компенсации накопленной ошибки по пути в программу вводится дополнительный период движения с очень низкой скоростью, так называемый период дотягивания. От величины периода дотягивания в значительной степени зависят длительность цикла движения подъемных сосудов и, как следствие, производительность подъемной установки. В связи с этим путь дотягивания должен соответствовать значению ошибки по пути, накопленной в период замедления.

Ошибка системы по скорости через коэффициенты ошибок в общем виде запишется в виде:

$$\Delta v = C_0 v_3(t) + C_1 \frac{dv_3(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 v_3(t)}{dt^2} + \dots$$

$$\dots + C'_0 M(t) + C'_1 \frac{dM(t)}{dt} + \frac{C'_2}{2!} \frac{d^2 M}{dt^2} + \dots, \quad (10)$$

где

$$C_0 = [W_{\Delta v}(p)]_{p=0}; C_1 = \left[ \frac{dW_{\Delta v}(p)}{dp} \right]_{p=0};$$

$$C_2 = \left[ \frac{d^2 W_{\Delta v}(p)}{dp^2} \right];$$

$W_{\Delta v}(p)$  — передаточная функция замкнутой системы по ошибке от управляющего воздействия;

$$C'_0 = [W_{\Delta M}(p)]_{p=0}; C'_1 = \left[ \frac{dW_{\Delta M}(p)}{dp} \right]_{p=0};$$

$$C'_2 = \left[ \frac{d^2 W_{\Delta M}(p)}{dp^2} \right];$$

$W_{\Delta M}(p)$  — передаточная функция замкнутой системы по ошибке от возмущающего воздействия.

В интервале периода замедления статический момент практически не изменяется и можно принять  $M_{ст} = const$ . Тогда ошибки по скорости на участках периода замедления

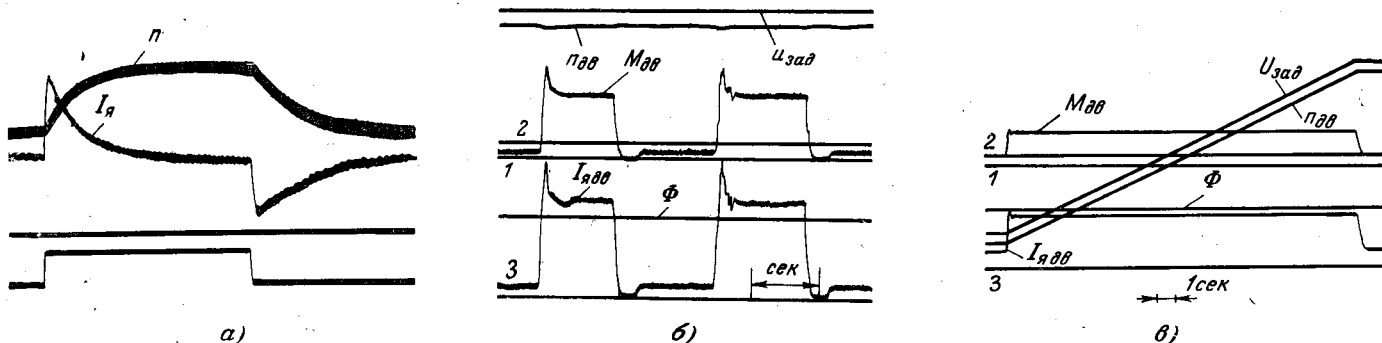


Рис. 3. Осциллограммы режимов работы САР:

а, б — реакция САР на скачкообразное изменение соответственно возмущающего и управляющего воздействий; в — реакция САР на линейно изменяющееся управляющее воздействие.



$$\left. \begin{aligned} \Delta v_1 &= C_0 \left( v_M - \rho \frac{t^2}{2} \right) - C_1 \rho t - C_2 \rho + C'_0 M; \\ \Delta v_2 &= C_0 \left( v_M - \rho \frac{t_1^2}{2} - a_M t \right) - C_1 a_M + C'_0 M; \\ \Delta v_3 &= C_0 \rho \frac{(t_1 - t)^2}{2} - C_1 \rho t - C_2 \rho + C'_0 M. \end{aligned} \right\} (11)$$

$$+ \frac{T_\theta^2}{K_{\text{раз}}^2} a_M + \frac{v_M \Delta v M}{K_{\text{раз}} M_H} \left( \frac{v_M}{a_M} + \frac{a_M}{\rho} \right) \quad (13)$$

или в относительных единицах:

$$\Delta S = \frac{\Delta S}{v_M T_M} = \frac{1}{K_{\text{раз}}} \left[ \left( \frac{1}{a^*} + \tau_1 \right) \left( \frac{1}{2} + \Delta v \mu \right) + \theta_0 + \frac{\theta_0^2}{K_{\text{раз}}} a^* \right]. \quad (14)$$

Как видно из (14), ошибка по пути складывается из двух составляющих  $\Delta S^* = \Delta S^*_1 + \Delta S^*_2$ . Составляющая

$$\Delta S^*_1 = \frac{1}{K_{\text{раз}}} \left[ 0,5 \left( \frac{1}{a^*} + \tau_1 \right) + \theta_0 + \frac{\theta_0^2}{K_{\text{раз}}} a^* \right] \quad (15)$$

постоянна и может быть компенсирована предвысказанием программы, а составляющая

$$\Delta S^*_2 = \frac{1}{K_{\text{раз}}} \Delta v \mu \left( \frac{1}{a^*} + \tau_1 \right) \quad (16)$$

зависит от возмущающего воздействия.

Для обеспечения компенсации ошибки по пути, накопленной системой за период замедления, участок пути, где происходит движение со скоростью дотягивания, не должен быть меньше, чем максимально возможная ошибка по пути, определяемая в зависимости от способа задания программы выражением (14) или выражением (16).

**Выводы.** 1. Для обеспечения необходимой точности САР привода шахтного подъема по системе ТП—Д при реальных значениях параметров требуемый коэффициент усиления превышает критический и для обеспечения устойчивости САР необходимо введение корректирующих звеньев.

2. Исследования показали, что устойчивость САР и требуемое качество регулирования при реальных значениях параметров обеспечивается введением гибких связей по первой и второй производной скорости или по первым производным скорости и тока двигателя.

3. Структура скорректированной САР остается неизменной для всех реальных значений параметров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., «Наука», 1966. 640 с.
2. Любимов Э. В., Динкель А. Д., Петренко В. И. Исследование характеристик привода по системе УВ—Д на АВМ. В кн.: «Горные машины и автоматика», № 1, 1970, 59—61.

[15.6.1971]



УДК 621.313.35

## Режим динамического торможения асинхронного двигателя со смешанным возбуждением при несимметрии роторной цепи

Канд. техн. наук А. И. Танатар

Украинская ССР

В асинхронных двигателях, работающих в режиме динамического торможения, сильно сказывается размагничивающее действие ротора, особенно значительное при больших частотах вращения. Поэтому средний тормозной момент оказывается сравнительно небольшим. Для повышения эффективности дина-

мического торможения асинхронного двигателя можно использовать режим смешанного возбуждения при одновременном создании несимметрии в роторной цепи (рис. 1,а).

Ниже приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования свойств асинхронного двигателя, ра-

ботающего в режиме динамического торможения со смешанным возбуждением.

Эксперименты показали, что при включении двигателя по предложенной схеме и соответствующем подборе параметров системы возможно получить механические характеристики различного вида. В частности, возможно получить практически постоянный тормозной момент при изменении частоты вращения машины в пределах от 250% до 20% синхронной частоты вращения двигателя.

При анализе предполагалось, что машина ненасыщенная и поток остаточного магнетизма равен нулю.

Токи в машине. При включении машины по указанной схеме н. с. статора

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{AC} + \vec{F}_B, \quad (1)$$

где  $\vec{F}_{AC}$  — н. с. двух фаз статора, подключенных к постороннему источнику постоянного тока, а  $\vec{F}_B$  — н. с. фазы статора, осуществляющей обратную связь.

Из векторной диаграммы (рис. 1, б) следует, что

$$F_{AC} = F_A \cos 30^\circ + F_C \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} (I_A \omega_1 + I_B \omega_2) = \sqrt{3} I_B \omega_1. \quad (2)$$

Так как векторы  $F_{AC}$  и  $F_B$  сдвинуты в пространстве на  $90^\circ$ , то результирующая н. с.

$$F_1 = \sqrt{F_{AC}^2 + F_B^2} = \omega_1 \sqrt{3I_B^2 + I_{o.c.}^2}, \quad (3)$$

где  $I_B$  — ток в обмотках независимого возбуждения;  $I_{o.c.}$  — ток в обмотке обратной связи.

Эквивалентный трехфазный ток статора

$$I_1 = \frac{0,472 F_1}{\omega_1} = 0,472 \sqrt{3I_B^2 + I_{o.c.}^2}. \quad (4)$$

Намагничивающей силой  $F_1$  будет создано неподвижное в пространстве магнитное поле. При вращении двигателя в фазах ротора наводятся э. д. с.  $\epsilon_2$ .

Так как сопротивления фаз ротора неодинаковы, по ним будут протекать токи различной величины. Их значения могут быть найдены из уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_A &= \epsilon_2 \dot{Y}_A \frac{\dot{Y}_B(1-a^2) + \dot{Y}_C(1-a)}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}; \\ I_B &= \epsilon_2 \dot{Y}_B \frac{\dot{Y}_A(a^2-1) + \dot{Y}_C(a^2-a)}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}; \\ I_C &= \epsilon_2 \dot{Y}_C \frac{\dot{Y}_A(a-1) + \dot{Y}_B(a-a^2)}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Полные проводимости  $\dot{Y}_A$ ,  $\dot{Y}_B$  и  $\dot{Y}_C$  фаз A, B и C роторной цепи определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_A &= \frac{1}{(r_a + r_2) + jx_2 \nu}; \\ \dot{Y}_B &= \frac{1}{r_2 + jx_2 \nu}; \\ \dot{Y}_C &= \frac{1}{(r_2 + 2r_p) + jx_2 \nu}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $r_a$  — эквивалентное сопротивление цепи обратной связи, приведенное к цепи переменного тока ротора,

$$r_a = 0,81 \frac{r_1 r_m}{r_1 + r_m}. \quad (7)$$

Разложим несимметричную систему роторных токов ( $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ) на симметричные составляющие прямой  $I_{21}$  и обратной

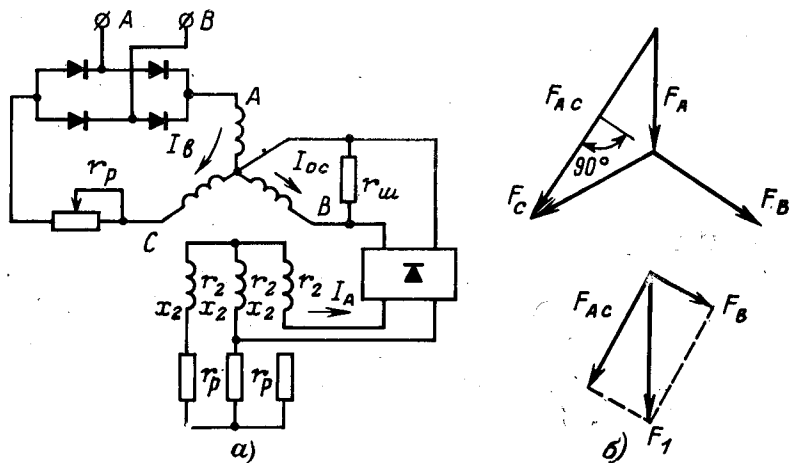


Рис. 1. Схема включения асинхронного двигателя, работающего в режиме динамического торможения со смешанным возбуждением и несимметрией роторной цепи (а) и векторная диаграмма МДС статора (б).

$I_{22}$  последовательностей:

$$i_{21} = \frac{I_A + aI_B + a^2I_C}{3} = \epsilon_2 \frac{\dot{Y}_A \dot{Y}_B + \dot{Y}_A \dot{Y}_C + \dot{Y}_B \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} = \epsilon_2 \frac{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}{\dot{Z}_A \dot{Z}_B + \dot{Z}_A \dot{Z}_C + \dot{Z}_B \dot{Z}_C}; \quad (8)$$

$$i_{22} = \frac{I_A + a^2I_B + aI_C}{3} = -\epsilon_2 \frac{\dot{Z}_A + a\dot{Z}_B + a^2\dot{Z}_C}{\dot{Z}_A \dot{Z}_B + \dot{Z}_A \dot{Z}_C + \dot{Z}_B \dot{Z}_C}. \quad (9)$$

Модули этих токов определяются из уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{21} &= \epsilon_2 \sqrt{\frac{R^2 + 9x_2^2 \nu^2}{A^2 + 4R^2 x_2^2 \nu^2}}; \\ I_{22} &= \epsilon_2 \sqrt{\frac{(r_p - r_a)^2 + 3r_p^2}{A^2 + 4R^2 x_2^2 \nu^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} R &= 3r_2 + 2r_p + r_a; \\ A &= 4r_p r_2 + 3r_2^2 + 2(r_2 + r_p) r_a - 3x_2^2 \nu^2 = A_1 - 3x_2^2 \nu^2. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Степень несимметрии роторных токов

$$\epsilon_2 = \frac{I_{22}}{I_{21}} = \sqrt{\frac{(r_p - r_a)^2 + 3r_p^2}{R^2 + 9x_2^2 \nu^2}}. \quad (12)$$

Между током  $I_A$ , поступающим на выпрямитель цепи обратной связи, и током прямой последовательности ротора  $I_{21}$  существует следующее соотношение:

$$I_A = I_{21} \sqrt{\frac{9(r_2 + r_p)^2 + 3(r_p + 1,73x_2 \nu)^2}{R^2 + 9x_2^2 \nu^2}} = k_2 I_{21} = k_2 k_e I'_{21}. \quad (13)$$

Здесь  $k_e$  — коэффициент трансформации двигателя.

Ток в обмотке обратной связи

$$I_{o.c.} = k_1 I_A = k_1 k_2 k_e I'_{21}. \quad (14)$$

Значения токов прямой и обратной последовательностей ротора зависят от результирующей н. с. статора или от значения  $I_1$ . Для установления этой зависимости заменим несимметричную систему сопротивлений такой эквивалентной симметричной системой, при которой ток в роторе будет равен току прямой последовательности несимметричной системы.

Из уравнения (8) следует, что

$$Z_o = \frac{\dot{Z}_A \dot{Z}_B + \dot{Z}_A \dot{Z}_C + \dot{Z}_B \dot{Z}_C}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C} = R_o + jx_o. \quad (15)$$

где

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= R \frac{A_1 + 3x_2^2 v^2}{R^2 + 9x_2^2 v^2}; \\ x_0 &= x_2 v \left[ 1 + \frac{R^2 - 3A_1}{R^2 + 9x_2^2 v^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

При симметричных сопротивлениях роторной цепи у асинхронного двигателя, работающего в режиме динамического торможения, ток в роторе  $I'_{21}$  и трехфазный ток статора связаны следующей зависимостью:

$$I'_{21} = \frac{I_1 x_0 v}{\sqrt{R_s'^2 + (x_0' + x_0 v)^2}} = \delta I_1. \quad (17)$$

При относительной частоте вращения  $v > 0,5$  коэффициент  $\delta$  практически постоянен и может быть подсчитан по формуле:

$$\delta = \frac{x_0}{x_0' + x_0' v}. \quad (18)$$

Из уравнений (14) и (17) следует, что

$$I_{o.c} = k_1 k_2 k_e \delta I_1 = k_n I_1. \quad (19)$$

Подставляя значение  $I_{o.c}$  в (4), после преобразования получаем

$$I_1 = I_B \sqrt{\frac{3}{4,5 - k_n^2}} = 0,816 k_i I_B, \quad (20)$$

где  $k_i = \sqrt{\frac{4,5}{4,5 - k_n^2}}$  — коэффициент усиления н. с. статора.

При  $k_i = 1$  получается обычное соотношение между током независимого возбуждения и эквивалентным трехфазным током статора ( $I_1 = 0,816 I_B$ ).

Следует иметь в виду, что уравнение (20) получено в предположении, что поток остаточного магнетизма равен нулю. Однако уравнение справедливо и при наличии этого потока. Только в этом случае ток  $I_B$  может изменяться не от нуля, а от определенного значения  $I_{B0}$ , при котором магнитный поток равен потоку остаточного магнетизма.

**Момент вращения машины.** При включении двигателя по приведенной схеме тормозной момент может быть представлен в виде четырех моментов. Первый из них  $M_1$  возникает в результате взаимодействия токов прямой последовательности ротора с неподвижным магнитным потоком статора. Момент  $M_2$  обусловлен взаимодействием вращающегося магнитного потока, созданного токами обратной последовательности ротора, с токами в статоре, вызванными этим магнитным потоком.

При питании обмоток независимого возбуждения от выпрямителей в них кроме постоянного тока протекает переменный ток  $I_a$ , значение которого пропорционально току независимого возбуждения и связано с ним соотношением:

$$I_a = 0,71 q_1 I_B, \quad (21)$$

где  $q_1$  — коэффициент пульсации.

Этот ток создает пульсирующее магнитное поле статора, которое можно разложить на два вращающихся магнитных потока — прямой и инверсивный. Взаимодействие этих потоков с токами в роторе обусловит появление моментов  $M_3$  и  $M_4$ . Расчеты показали, что момент  $M_2$  очень мал и его можно не принимать во внимание. Моменты  $M_3$  и  $M_4$  могут быть довольно существенными при больших частотах вращения (до 10—15% от  $M_1$ ). Величина их пропорциональна квадрату переменного тока  $I_a$ . Так как величина последнего пропорциональна значению коэффициента пульсации, то эти моменты следует учитывать только при питании обмоток независимого возбуждения статора от выпрямителей, собранных по однополупериодной ( $q_1 = 1,57$ ), двухполупериодной или мостиковой ( $q_1 = 0,667$ ) схемам выпрямления. Для упрощения расчетов составляющими  $M_3$  и  $M_4$  будем пренебрегать.

В этом случае результирующий тормозной момент  $M$  машины

$$M = M_1 = \frac{2,92 I_{21}'^2 R_s'}{n_c v}, \quad (22)$$

подстановкой в него значения  $I'_{21}$  из (17) и (20) получаем:

$$M = \frac{1,95 k_i^2 I_B^2 \delta^2 R_s'}{n_c v} = \frac{1,95 I_B^2 x_0^2 k_i^2 R_s' v}{n_c [R_s'^2 + (x_0' + x_0' v)^2]}. \quad (23)$$

Входящие в (23) коэффициенты  $k_i$  и  $\delta$ , а также эквивалентное активное сопротивление  $R_s'$  зависят от величины  $v$ . Расчеты показывают, что при изменении относительной скорости от  $v_1 = 0$  до  $v_2 = 2,5$  величина  $R_s'$  возрастает на 2—5%.

Величина  $\delta$  в интервале частот от  $v_1 = 0,5$  до  $v_2 = 2,5$  практически остается постоянной. При меньших частотах вращения она начинает быстро снижаться. Поэтому приближенно можно считать, что величины  $R_s'$  и  $\delta$  от частоты вращения не зависят. Указанное допущение значительно упрощает расчет характеристик и подбор параметров системы.

**Расчет параметров системы.** Для того, чтобы тормозной момент двигателя не зависел от скорости вращения  $v$ , необходимо, как это видно из (23), чтобы коэффициент усиления  $k_i$  изменялся согласно уравнению

$$k_i = \sqrt{\alpha v}, \quad (24)$$

где  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности.

Из уравнений (20) и (24) следует, что

$$k_{n1} = \sqrt{4,5 - \frac{4,5}{\alpha v}} = 2,12 \sqrt{1 - \frac{1}{\alpha v}}. \quad (25)$$

Определив из (25) значения коэффициента  $k_{n1}$  и  $k_{n2}$  при скоростях вращения  $v_1$  и  $v_2$ , на основании уравнения (19) можно записать:

$$\frac{k_{n1}}{k_{n2}} = \frac{k_{21}}{k_{22}}, \quad (26)$$

где  $k_{21}$  и  $k_{22}$  — значения коэффициента  $k_2$  при частотах вращения  $v_1$  и  $v_2$ .

Учитывая уравнение (13), получаем

$$\left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2 = \frac{[9(r_2 + r_p)^2 + 3(r_p + 1,73v_1)^2][R^2 + 9x_2^2 v_1^2]}{[9(r_2 + r_p)^2 + 3(r_p + 1,73v_2)^2][R^2 + 9x_2^2 v_2^2]}. \quad (27)$$

Из (11) и (27) определим значение эквивалентного сопротивления  $r_0$ :

$$r_0 = -(3r_2 + 2r_p) + 3x_2 \sqrt{\frac{Dv_1^2 - v_2^2}{1 - D}}, \quad (28)$$

где

$$D = \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2 \frac{9(r_2 + r_p)^2 + 3(r_p + 1,73x_2 v_2)^2}{9(r_2 + r_p)^2 + 3(r_p + 1,73x_2 v_1)^2}. \quad (29)$$

Из (28) следует, что получение постоянного тормозного момента в заданном интервале изменения скорости вращения  $v$  возможно в том случае, когда подкоренное выражение положительно, следовательно

$$1 > D > 1 - \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2. \quad (30)$$

Из (29) и (30) можно определить необходимое значение сопротивления  $r_p$ . Оно должно удовлетворять двум неравенствам:

$$\begin{aligned} r_p &> -0,75 \left[ r_2 + 0,577 x_2 \frac{v_1 - \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2 v_2}{1 - \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2} \right] + \\ &+ \sqrt{0,75^2 \left[ r_2 + 0,577 x_2 \frac{v_1 - \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2 v_2}{1 - \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2} \right]^2 -} \\ &- 0,75 \left[ r_2 + x_2 \frac{v_1^2 - v_2^2 \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2}{1 - \left( \frac{k_{n1}}{k_{n2}} \right)^2} \right]; \end{aligned}$$

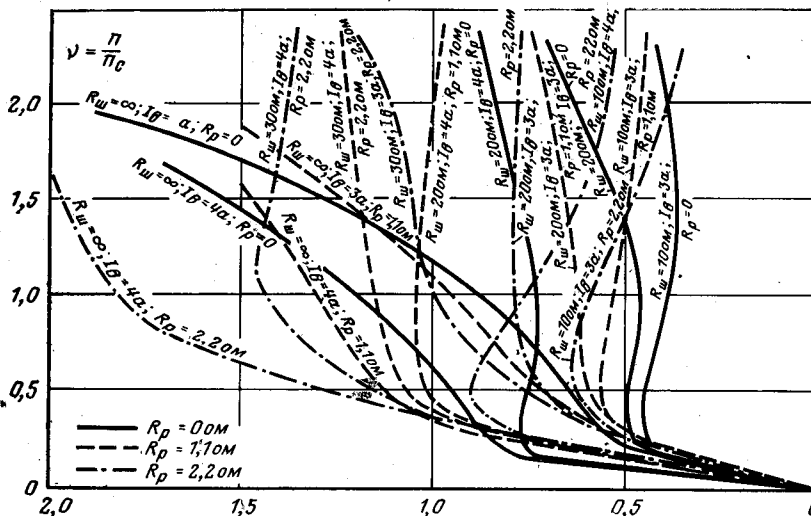


Рис. 2. Экспериментально полученные механические характеристики двигателя МТ 011-6.

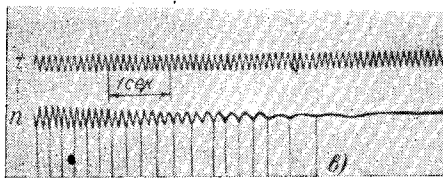
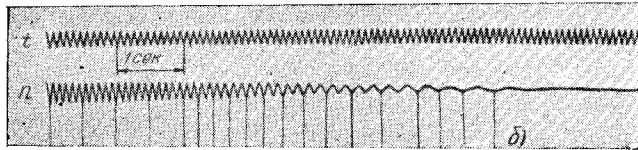
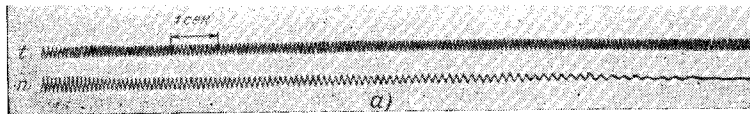


Рис. 3. Осциллограммы процесса торможения.

а — в режиме динамического торможения ( $I_B=20$  а;  $r_p=0,2$  ом;  $t_T=13$  сек);  
б — при включении по предложенной схеме ( $I_B=15$  а;  $r_p=0,2$  ом;  
 $t_T=6$  сек); в — то же при  $I_B=20$  а;  $t_T=3,8$  сек.

$$r_p > -0,75 \left[ r_2 + 0,577 x_2 v_1 v_2 \frac{\left( \frac{k_{п1}}{k_{п2}} \right)^2 v_1 - v_2}{\left( \frac{k_{п1}}{k_{п2}} \right)^2 v_1^2 - v_2^2} \right] +$$

$$+ \sqrt{0,75^2 \left[ r_2 + 0,577 x_2 v_1 v_2 \frac{\left( \frac{k_{п1}}{k_{п2}} \right)^2 v_1 - v_2}{\left( \frac{k_{п1}}{k_{п2}} \right)^2 v_1^2 - v_2^2} \right]^2 -$$

$$- 0,75 \left[ r_2^2 + x_2^2 v_1^2 v_2^2 \frac{\left( \frac{k_{п1}}{k_{п2}} \right)^2 - 1}{\left( \frac{k_{п1}}{k_{п2}} \right)^2 v_1^2 - v_2^2} \right]}$$

После подсчетов выбирается большое значение сопротивления  $r_p$ . Затем по формуле (28) высчитывается величина  $r_2$ , а по (7) —  $r_{ш}$ . Необходимый ток возбуждения определится, исходя из необходимого значения тормозного момента при заданном значении относительной скорости и определенных сопротивлениях  $r_p$  и  $r_{ш}$  по формуле (23).

**Экспериментальное исследование.** С целью проверки теоретических выводов было проведено испытание асинхронных двигателей МТ 011-6 мощностью 1,4 квт и ОДКА 75/8 мощностью 16 квт. На первом из них исследовался тепловой режим и снимались механические характеристики.

Величина момента, создаваемого двигателем, определялась по тензодатчикам, наклеенным на стальную пластину, приваренную одним концом к корпусу статора, а другим зажатую между двумя роликами. Статор двигателя не был закреплен, а мог поворачиваться на некоторый угол. Тензодатчики включались по мостовой схеме, в измерительную диагональ которой был включен зеркальный гальванометр со шкалой, проградуированной в кг·м. Частота вращения измерялась тахогенератором. Были сняты механические характеристики (рис. 2) при различных значениях сопротивлений  $r_p$  и  $r_{ш}$  и тока независимого возбуждения  $I_B$ .

Испытания показали, что изменением параметров системы можно менять вид механической характеристики и, в частности, получить тормозной момент, практически не зависящий от скорости вращения машины. Тепловые испытания двигателя, включенного по указанной схеме, показали, что нагрев находится на допустимом уровне.

На двигателе ОДКА 75/8 оценивалась эффективность предложенной системы торможения по продолжительности процесса замедления. Для повышения точности измерений двигатель соединялся с дополнительным диском, момент инерции которого известен. При этом снимались осциллограммы изменения частоты вращения двигателя в процессе торможения (рис. 3). Обработка осциллограмм дала возможность построить механические характеристики двигателя, включенного по схеме, приведенной на рис. 1, а, а также сравнить значения эффективного тормозного момента по предложенной и обычной схемам.

Сравнение экспериментально полученных механических характеристик с расчетными показало достаточно хорошее совпадение результатов. Максимальная погрешность не превышала 10%. Расчетные моменты меньше экспериментальных в среднем на 8%.

**Выводы 1.** При включении двигателя по предложенной схеме изменяется очертание механической характеристики.

2. Соответствующим подбором параметров системы можно обеспечить постоянство тормозного момента при изменении скорости вращения двигателя от максимально допустимой  $v_m=2,5$  до критической  $v_k \approx 0,2$ .

3. Постоянство тормозного момента в процессе торможения дает возможность сократить время и путь замедления или снизить ток возбуждения в 1,6—1,7 раза.

4. Целесообразно использование предлагаемой схемы включения в приводе крановых механизмов. В механизмах подъема просто осуществляется переход с повышенной скорости опускания грузов на «посадочную», а кроме того, уменьшаются динамические напряжения в системе.

В приводе механизмов передвижения предложенная схема торможения позволяет облегчить работу механических тормозов, используя их только как стопорные.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Капунцов Ю. Д., Иорданов С. Расчет характеристик асинхронного двигателя в режиме динамического торможения с самовозбуждением.— «Труды МЭИ, 1966, вып. LXVI, «Электромеханика», ч. I, с. 133—141.
2. Саяк И. И., Фильц Р. В. Расчет характеристик асинхронного двигателя при динамическом торможении с самовозбуждением. Известия вузов, «Электромеханика», 1966, № 9, с. 982—988.

# Электрический дифференциал в поточных линиях

Канд. техн. наук С. В. Пасти и, инж. Ю. Б. Князев

РСФСР

В многодвигательном электроприводе, когда рабочие органы машин связаны через транспортируемый материал, система автоматического регулирования частоты вращения двигателя в ряде случаев содержит роликовый компенсатор. Такой компенсатор имеет поступательно движущийся или качающийся ролик, воздействующий через механическую передачу на регулировочный реостат.

Емкость компенсатора, например, в красильно-отделочном оборудовании текстильной промышленности доходит до  $0,5 \div 3,0$  м.

Рассматриваемые устройства не только существенно увеличивают габариты машин, но и являются источником технологического брака («засечек»), возникающих при исчезновении контакта ролика с тканью во время нестационарных процессов.

Для обеспечения малонатяжной проводки материалов, что связано с необходимостью снижения потребительской усадки тканей, необходимо в несколько раз увеличить число приводных точек. Необходимо разработать такую систему многодвигательного электропривода, в которой роликовые компенсаторы были бы заменены на малогабаритные датчики, что позволит повысить технико-экономические показатели машин.

Практически возможно построить систему автоматического регулирования не по управляемому воздействию через источники питания (цепь якоря, цепь возбуждения), а по возмущающему воздействию непосредственно на валу двигателя, применив «сидовое» согласование скоростей. Свойствами «саморегулирования» в функции нагрузки обладает схема электрического дифференциала (ДЭ). По своим характеристикам такая система (два двигателя постоянного тока последовательно включены по якорю и один из них зашунтирован) является аналогом механического дифференциала с тормозными муфтами. За счет перераспределения напряжения сети между последовательно включенными двигателями можно обеспечить отработку изменений натяжения материала даже в пределах нескольких ньютонов. Подробное описание ДЭ в [Л. 1].

Рассмотрим характеристики электропривода, изображенного на рис. 1 при следующих исходных уравнениях электропривода:

$$U_{12} = E_1 + E_2 + I_1 R_1 + I_2 R_2; \quad (1)$$

$$E_1 = \frac{30}{\pi} C_{e1} \Phi_1 \omega_1; \quad (2)$$

$$E_2 = \frac{30}{\pi} C_{e2} \Phi_2 \omega_2; \quad (3)$$

$$v_1 = \frac{\omega_1 \rho_1}{i_1}; \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{\omega_2 \rho_2}{i_2}; \quad (5)$$

$$I_2 = I_1 + I_{ш}; \quad (6)$$

$$E_1 + I_1 R_1 = I_{ш} R_{ш}; \quad (7)$$

$$M_{д1} = C_{м1} \Phi_1 I_1; \quad (8)$$

$$M_{д2} = C_{м2} \Phi_2 I_2; \quad (9)$$

$$M_{с1} = \frac{1}{i_1 \eta_1} [M_{x1} + \rho_1 (T_1 - T_2)]; \quad (10)$$

$$M_{с2} = \frac{1}{i_2 \eta_2} [M_{x2} + \rho_2 (T_2 - T_3)]; \quad (11)$$

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_{д1} - M_{с1}; \quad (12)$$

$$J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{д2} - M_{с2}. \quad (13)$$

При анализе статических характеристик сделаем допущение, что материал, связывающий валы двигателей, не деформируется, т. е.  $v_1 = v_2 = v$ .

При выполнении расчетов не будем учитывать действие реакции якоря, действие компаундирующей серийной обмотки, а также магнитные потоки рассеяния в обмотках возбуждения двигателей.

Статические характеристики. Из (1) — (5) следует:

$$v = \frac{\pi}{30} \frac{U_{12} - I_1 R_1 - I_2 R_2}{\frac{C_{e1} i_1 \beta_1 \Phi_{1н}}{\rho_1} + \frac{C_{e2} i_2 \beta_2 \Phi_{2н}}{\rho_2}}, \quad (14)$$

где  $\beta_1 = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1н}}$  и  $\beta_2 = \frac{\Phi_2}{\Phi_{2н}}$  — коэффициенты ослабления магнитных потоков двигателей.

Решая совместно (1) — (13) и вводя обозначения:

$$K_{12} = \frac{\rho_1}{\rho_2}; \quad f_{12} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}; \quad \eta_{12} = \frac{\eta_1}{\eta_2};$$

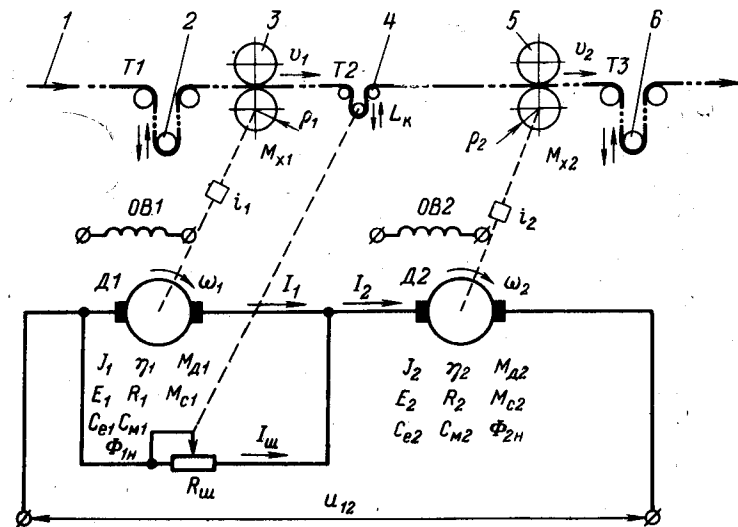


Рис. 1. Секция агрегата с приводом по схеме ДЭ.

1 — транспортируемый материал; 2 и 6 — роликовые компенсаторы; 3 и 5 — приводные механизмы; 4 — малоходовой датчик натяжения;  $L_k$  — величина перемещения подвижного ролика датчика натяжения;  $D_1, 2$  — электродвигатель;  $U_{12}$  — напряжение источника;  $M_{x1, x2}$  — момент нагрузки без учета составляющей от натяжения ткани;  $M_{д1, д2}$  — момент на валу двигателя;  $E_{1,2}$  — противо-э. д. с.;  $R_{1,2}$  — полное внутреннее сопротивление якорной цепи;  $C_{e1, e2, m1, m2}$  — конструктивные постоянные двигателя;  $\Phi_{1н, 2н}$  — номинальный магнитный поток двигателя;  $i_{1,2}$  — передаточное отношение редуктора;  $T_{1,2,3}$  — натяжение ткани на участке;  $OB1, 2$  — обмотка возбуждения;  $I_{1,2, ш}$  — ток в цепи;  $R_{ш}$  — сопротивление шунта;  $v_{1,2}$  — скорость движения ткани;  $\rho_{1,2}$  — радиус ролика;  $J_{1,2}$  — момент инерции привода;  $\eta_{1,2}$  — к. п. д. привода (редуктора и двигателя);  $M_{с1, с2}$  — момент статической нагрузки с учетом потерь в двигателе;  $\omega_{1,2}$  — угловая скорость двигателя.

$$R_{д1} = 1 + \frac{R_1}{R_m}; R_{д2} = 1 + \frac{R_2}{R_m}; i_{12} = \frac{i_1}{i_2};$$

$$C_{м12} = \frac{C_{м1}}{C_{м2}}; C_{e12} = \frac{C_{e1}}{C_{e2}}; \mu_{12} = \frac{M_{x1}}{M_{x2}};$$

$$M_{т1}^{д1} = \frac{T_1 \rho_1}{M_{x1}}; M_{т2}^{д2} = \frac{T_2 \rho_2}{M_{x2}}; M_{т3}^{д2} = \frac{T_3 \rho_2}{M_{x2}},$$

получаем:

$$M_{т2}^{д2} = \frac{M_{ш1}^{д2} + \frac{(i_{12} C_{e12} f_{12} + K_{12} R_{д1}) (1 + M_{т1}^{д1}) \mu_{12}}{(i_{12} C_{e12} f_{12} R_{д2} + K_{12}) i_{12} C_{e12} f_{12} \eta_{12}} + M_{т3}^{д2} - 1}{\frac{(i_{12} C_{e12} f_{12} + K_{12} R_{д1}) K_{12}}{(i_{12} C_{e12} f_{12} R_{д2} + K_{12}) i_{12} C_{e12} f_{12} \eta_{12}} + 1}} \quad (15)$$

где

$$M_{ш1}^{д2} = \frac{U_{12} i_{12} C_{e12} f_{12}}{R_{ш} (i_{12} C_{e12} f_{12} R_{д2} + K_{12})} \frac{C_{м2} \Phi_2 i_2 \eta_2}{M_{x2}} = \frac{M_{ш1}}{M_{x2}} \quad (16)$$

При  $I_1 R_1 + I_2 R_2 \approx 0$ , решая (1) ÷ (7) относительно  $I_{ш}$ , имеем:

$$I_{ш} = \frac{U_{12} i_{12} C_{e12} f_{12}}{R_{ш} (i_{12} C_{e12} f_{12} + K_{12})} \quad (17)$$

Очевидно, что первый сомножитель в (16) представляет собой уточненное значение  $I_{ш}$  по сравнению с (17), поскольку параметр  $R_{д2}$  в знаменателе дроби

позволяет учесть  $\sum_1^n IR \neq 0$ . Из рассмотренного сле-

дует, что  $M_{ш1}^{д2}$  — долевой момент на валу второго механизма, создаваемый при протекании тока  $I_{ш}$  через второй двигатель, когда шунт включен на первый двигатель.

В (15) параметры  $i_{12}$ ;  $C_{e12}$ ;  $K_{12}$  являются конструктивными величинами и для конкретных механизмов постоянны.

Параметры  $f_{12}$ ;  $R_{д1}$ ;  $R_{д2}$  — постоянны для принятых уставок структурной схемы привода; параметры  $M_{т1}^{д1}$ ;  $M_{т2}^{д2}$ ;  $M_{т3}^{д2}$  и  $\mu_{12}$  в процессе эксплуатации меняются и определяют условия существования  $T_2$ . Изменениями параметра  $\eta_{12}$  с достаточной для инженерных расчетов точностью можно пренебречь.

Уравнение (15) позволяет проанализировать статические характеристики ДЭ применительно к любому классу механизмов.

При расчленении протяженных машин на отдельные приводные зоны возможно выполнить схему ДЭ симметричной. Если ДЭ использован для привода отдельных механизмов, значительно отличающихся по своим механическим характеристикам (плюсовки, отжимные устройства и др.), то схема будет несимметричной.

Представляет интерес выявление зависимости  $M_{т2}^{д2} = f(M_{ш1}^{д2})$ . Для симметричного ДЭ имеем:

$$i_{12} = 1; C_{e12} = 1; f_{12} = 1; K_{12} = 1; \\ \eta_{12} = 1; R_{д1} = R_{д2} = R_{д}$$

Тогда (15) примет вид:

$$M_{т2}^{д2} = \frac{M_{ш1}^{д2} + \mu_{12} (1 + M_{т1}^{д1}) + M_{т3}^{д2} - 1}{2} \quad (18)$$

При  $\mu_{12} \geq 1$  возможна устойчивая работа без шунтирования ( $M_{т2}^{д2} > 0$  при  $M_{ш1}^{д2} = 0$ ).

При  $\mu_{12} = 1$  и  $M_{ш1}^{д2} = 0$  получим:

$$T_2 = \frac{T_1 + T_3}{2}, \quad (19)$$

т. е. натяжение материала внутри симметричного ДЭ, когда  $M_{x1} = M_{x2}$  и нет шунтирующего сопротивления, равно полусумме натяжений внешних участков.

Практически  $M_{x1} = M_{x2}$ , тогда при наличии шунта условие (19) в симметричном ДЭ можно выполнить при следующем соотношении параметров выражения (18):

$$M_{ш1}^{д2} + \mu_{12} - 1 = 0. \quad (20)$$

При  $\mu_{12} < 1$  имеем  $M_{ш1}^{д2} > 0$ .

Абсолютная величина шунтирующего момента, найденная из (20), равна:

$$M_{ш1} = M_{ш1}^{д2} M_{x2} = \left(1 - \frac{M_{x1}}{M_{x2}}\right) M_{x2} = M_{x2} - M_{x1}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что необходимое регулирующее воздействие равно разности моментов холостого хода механизмов секции ДЭ.

При  $\mu_{12} > 1$  момент  $M_{ш1}^{д2} < 0$ . Знак минус означает в данном случае, что для выполнения условия (19) шунтирующий момент на валу Д2 должен иметь не движущий, а нагрузочный характер, т. е. при  $\mu_{12} > 1$  необходимо притормозить Д2. Такой режим обеспечивается при шунтировании Д2, причем на валу Д1 в это время создается дополнительный движущий момент при увеличении  $I_1$  за счет  $I_{ш}$ .

При регулировании скорости поточной линии, в составе которой находится ДЭ, изменением напряжения якорных цепей ( $U_{12} = \text{var}$ ) или цепей возбуждения двигателей ( $\beta_1 = \text{var}$ ,  $\beta_2 = \text{var}$  при  $f_{12} = \text{const}$  величина  $T_2$  будет меняться.

Из (15) следует, что при  $T_1 = \text{const}$  и  $T_3 = \text{const}$  постоянство натяжения  $T_2$  можно обеспечить при стабилизации тока  $I_{ш}$  (момента  $M_{ш}$  шунтирующего контура).

**Анализ переходных процессов.** Решая совместно уравнения (1) ÷ (13) получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} + a_1 \omega_1 + b_1 \omega_2 - d_1 T_2 - c_1 &= 0; \\ \frac{d\omega_2}{dt} + a_2 \omega_2 + b_2 \omega_1 + d_2 T_2 - c_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$a_1 = \frac{1}{T_{эм1}}; a_2 = \frac{1}{T_{эм2}}; b_1 = \frac{1}{T_{эм1} R_{д2} C_{e12} f_{12}};$$

$$b_2 = \frac{C_{e12} f_{12}}{T_{эм2} R_{д1}}; d_1 = \frac{\rho_1}{J_1 i_1 \eta_1}; d_2 = \frac{\rho_2}{J_2 i_2 \eta_2};$$

$$C_1 = \frac{1}{J_1} \left( \frac{U_{12} C_{м1} \Phi_1}{R_1 + R_{д1} R_2} - \frac{M_{x1} + \rho_1 T_1}{i_1 \eta_1} \right); C_2 =$$

$$= \frac{1}{J_2} \left( \frac{U_{12} C_{м2} \Phi_2 R_{д1}}{R_1 + R_{д1} R_2} - \frac{M_{x2} - \rho_2 T_2}{i_2 \eta_2} \right);$$

$$T_{эм1} = \frac{J_1 \pi}{30 R_{д2}} \frac{R_1 + R_2 R_{д1}}{C_{м1} C_{e1} \Phi_1^2}; T_{эм2} = \frac{J_2 \pi}{30 R_{д1}} \frac{R_1 + R_2 R_{д1}}{C_{м2} C_{e2} \Phi_2^2}.$$

Параметры  $T_{эм1}$  и  $T_{эм2}$ , имеющие размерность времени, являются электромеханическими постоянными первого и второго привода.

Система уравнений (22) выведена при условии шунтирования Д1; при шунтировании Д2 уравнения (6) и (7) примут вид:

$$I_1 = I_2 + I_{ш}; I_{ш}R_{ш} = I_2R_2 + E_2.$$

Решив (1) ÷ (13) с учетом этих уравнений, можно показать, что в (22) изменяются только коэффициенты  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2$  и  $c_2$ .

Уравнения (22) описывают ДЭ при наличии связи по валам ( $T_2 > 0$ ).

Для случая  $T_2 = 0$  уравнения динамики привода имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} + a_1\omega_1 + b_1\omega_2 &= c_1; \\ \frac{d\omega_2}{dt} + a_2\omega_2 + b_2\omega_1 &= c_2. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Решив систему уравнений (23) относительно  $\omega_1$ , получим:

$$\frac{d^2\omega_1}{dt^2} + (a_1 + a_2)\frac{d\omega_1}{dt} + (a_1a_2 - b_1b_2)\omega_1 = c. \quad (24)$$

Корни характеристического уравнения выражения (24) всегда действительные:

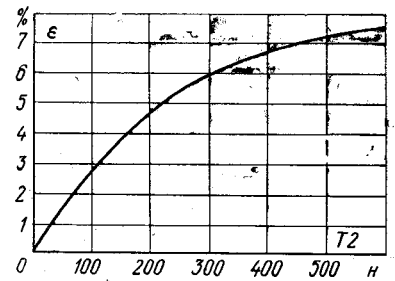
$$P_{1,2} = -\frac{a_1 + a_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_1 - a_2)^2}{4} + b_1b_2}.$$

Поэтому ДЭ при неизменных параметрах машины и схемы электропривода, когда отсутствует связь по валам, является аperiodическим звеном второго порядка, т. е. абсолютно устойчивым звеном.

Рассмотрим режимы пуска ДЭ, которые являются предельным случаем регулирования по управляющему воздействию. В этом случае при анализе переходных процессов необходимо учитывать физические свойства материала.

Исследования показали, что даже при проводке легко деформируемых тканей с точки зрения допу-

Рис. 2. Зависимость упругой деформации штапельной ткани от натяжения материала.



стимых остаточных деформаций возможно кратковременно превысить статический уровень натяжения в несколько раз, причем тем больше, чем меньше время действует нагрузка.

Рассмотрим возможности существования «силового» согласования частоты вращения приводных двигателей секции ДЭ в период нестационарных процессов.

В соответствии с [Л. 2] уравнение связи двух валов через транспортируемый материал имеет вид:

$$\frac{\omega_2 \rho_2}{i_2 (1 + \epsilon_2)} - \frac{\omega_1 \rho_1}{i_1 (1 + \epsilon_1)} = \frac{L_2}{(1 + \epsilon_2)^2} \frac{d\epsilon_2}{dt} - \frac{1}{1 + \epsilon_2} \frac{dL_2}{dt}, \quad (25)$$

где  $\epsilon_1$  — относительная деформация материала, поступающего в зону между валами ДЭ;  $\epsilon_2$  — относительная деформация материала в зоне обработки;  $L_2$  — длина ткани в зоне обработки.

Последний член в (25) учитывает наличие компенсатора в зоне. Очевидно, что рассматриваемый участок является звеном обратной связи в замкнутой (внутренней) системе автоматического регулирования натяжения  $T_2$ .

В общем случае возможен режим  $T_2 = 0$  и в зоне ДЭ будет кратковременно существовать петля материала  $l$ :

$$l = \frac{\rho_1}{i_1} \int_0^t \omega_1 dt + L_k - \frac{\rho_2}{i_2} \int_0^t \omega_2 dt. \quad (26)$$

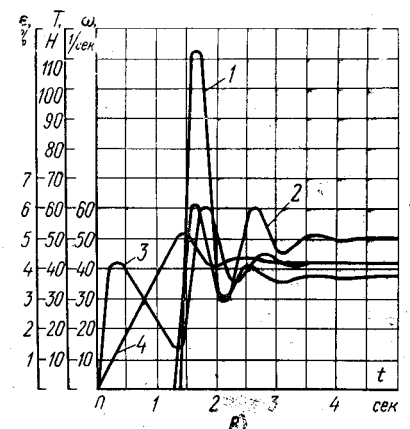
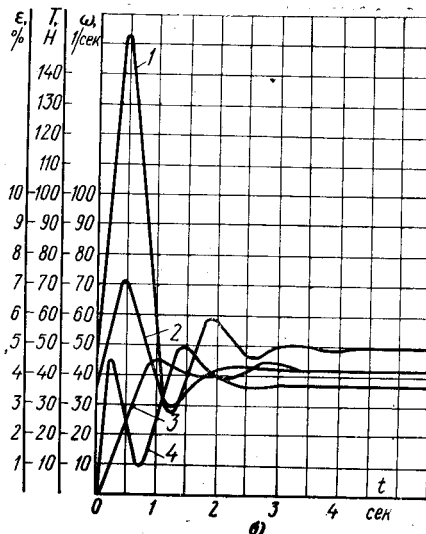
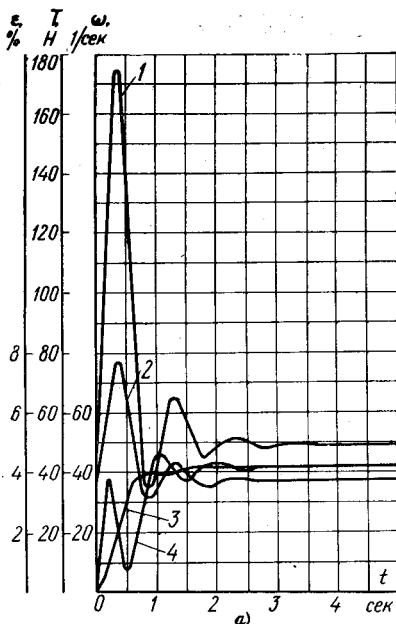


Рис. 3. Переходные процессы при пуске секции роликовой сушильной машины, имеющей привод с симметричным ДЭ. Параметры схемы:  $T_1 = T_3 = 50$  н;  $R_{ш} = \infty$ ;  $\rho_1 = \rho_2 = 0,055$  м;  $i_1 = i_2 = 5$ ;  $M_{x1} = M_{x2} = 2$  н·м;  $\eta_1 = \eta_2 = 0,7$ ;  $J_{\min} = 0,02$  н·м·сек<sup>2</sup>;  $J_{\max} = 0,16$  н·м·сек<sup>2</sup>;  $U_{12} = 50$  в; приводные двигатели типа П12  $P_H = 0,45$  кВт;  $n_H = 1500$  об/мин полное сопротивление силовой цепи при 75 °С,  $R_1 = R_2 = 3,9$  ом  
1 — натяжение материала ( $T_2$ ); 2 — деформация материала ( $\epsilon_2$ ); 3 — угловая скорость двигателя Д1 ( $\omega_1$ ); 4 — угловая скорость двигателя Д2 ( $\omega_2$ );  
а —  $L_k = 0$ ;  $J_{12} = 8$ ; б —  $L_k = 0,1$  м;  $J_{12} = 8$ ; в —  $L_k = 0$ ;  $J_{12} = 0,125$ .



При выполнении расчетов используем зависимость, изображенную на рис. 2, и нагрузочную характеристику малоходового датчика натяжения  $\mathcal{U}$  (рис. 1), работающего в индикаторном режиме:

$$\frac{L_{\kappa}}{T_2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м/н при } L_{\kappa \text{ max}} = 0,1 \text{ м.}$$

При анализе переходных процессов в ДЭ наибольший интерес представляет изучение влияния на режим пуска моментов инерции механизмов ( $J_1$  и  $J_2$ ).

На рис. 3 изображены графики параметров исследуемой системы привода, рассчитанные на ЦВМ.

Зависимости 2 рис. 3, а и б показывают, что величина  $\varepsilon_2$  при чрезвычайно неблагоприятных условиях пуска ( $J_{12}=8$ ) превышает расчетный рабочий уровень деформации менее, чем в 2 раза за короткий промежуток времени ( $t < 0,5$  сек).

При обратном соотношении предельных параметров ( $J_{12}=0,125$ ) режим пуска, изображенный на рис. 3, в, сопровождается образованием петли ( $T_2=0$ ). Даже при восьмикратном превышении маховых масс на валу двигателя Д2 по сравнению с Д1 время существования петли (за счет опережения двигателя Д1 составляет 1,35 сек, а отклонение 2 от рабочего уровня при пике 1 не превышает 20%.

Сравнивая зависимости 1 на рис. 3, а и б, видим, что при введении малоходового датчика величина пика натяжения  $T_2$  уменьшилась с 175 н (рис. 3, а) до 152 н (рис. 3, б), т. е. на 13%, число циклов колебаний  $T_2$  уменьшилось с 3 до 2.

Практически для секций поточных линий наиболее типичен случай  $J_{12}=1$ , в связи с чем пики натя-

жения  $T_2$  при пуске будут на порядок меньше, чем в рассмотренном случае.

**Выводы:** 1. Для повышения технико-экономических показателей многодвигательного электропривода поточных линий целесообразно объединять приводные двигатели попарно, что позволяет заменить в образующейся секции ДЭ роликовые компенсаторы, а вместе с ними и регуляторы, на малоходовые датчики натяжения, работающие в индикаторном режиме.

2. В ячейке ДЭ натяжение материала автоматически выравнивается (без воздействия на источники питания по якорной цепи или цепи возбуждения) за счет «силового» согласования по нагрузке. Для симметричного ДЭ величина установочного шунтирующего момента, необходимого для обеспечения проводки ткани, получаемого путем шунтирования наименее нагруженного двигателя, не превышает разности моментов холостого хода механизмов секции.

3. При силовом согласовании частоты вращения приводных двигателей ячейки ДЭ в период пуска механизма деформации материала, связывающего валы, не превышают допустимый уровень даже для тканей, требующих малонапряженной проводки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пастин С. В., Панков А. Е., Князев Ю. Б. Электрический дифференциал в перематывающих механизмах.— «Электричество», 1968, № 8.

2. Куликов А. М., Хавкин В. П. Многозонные перематывающие устройства как объект автоматического управления.— «Технология текстильной промышленности», Изв. вузов, 1968, № 1.

[11.1.1972]



УДК 62—83:62.503—53

## Выбор исполнительного двигателя в системах следящего электропривода

Канд. техн. наук Ю. Г. Хвалов, инженеры Г. А. Макаров, М. Б. Школьник

Украинская ССР

Исполнительный двигатель следящего электропривода выбирают на основании анализа весьма большого количества факторов [Л. 1]. Учет такого количества часто противоречивых показателей является довольно трудной задачей, и поэтому введение некоторой количественной меры, позволяющей связать воедино влияние всех указанных факторов и получить оценку пригодности исполнительного двигателя для работы в конкретных условиях и при определенных входных воздействиях, представляется вполне оправданным.

Естественно, такие меры могут быть различными. Удобнее всего для этой цели выбрать какой-либо функционал, учитывающий характеристики входных и требуемых выходных воздействий, и в который интересующие разработчика следящего привода показатели входят как параметры. Подобные функционалы введены в работе [Л. 2], в которой предлагается оценивать динамические свойства исполнительных двигателей по значению эквивалентной постоянной времени для детерминированного ступенчатого входного сигнала или среднего квадрата ошибки для случайного сигнала как функций по-

стоянных времени двигателя, а также системы управления двигателя и характеристик входных воздействий.

Однако такой анализ в линейной постановке задачи без учета ограничений координат системы может не дать ожидаемых результатов. Действительно, в линейных системах низкие динамические качества двигателя могут быть скомпенсированы введением в схему управления соответствующих корректирующих звеньев. При этом выбор двигателя по его динамическим качествам в значительной степени теряет смысл, и на первый план выступают схемные и конструктивные характеристики двигателя. Однако в тех случаях, когда от следящего привода требуется максимальная точность, динамические характеристики двигателя должны быть учтены.

В современных быстродействующих электроприводах и следящих системах точность в основном определяется ограничениями скорости и ускорения исполнительного двигателя. Если требуемые скорости и ускорения выше тех значений, которые способен обеспечить исполнительный элемент привода,

то попытки получения заданной точности введением каких-либо корректирующих устройств будут безуспешны.

Наиболее целесообразным представляется оценивать динамические свойства двигателей для заданного входного сигнала путем синтеза оптимальных в некотором смысле систем привода с учетом ограничений их координат, неизменными элементами которых являются сравниваемые двигатели, а затем вычисление и сравнение ошибок синтезированных систем.

При случайном входном сигнале за меру точности системы обычно принимают величину среднего квадрата ошибки

$$M[e^2] = \int_{-\infty}^{\infty} |1 - \Psi(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega, \quad (1)$$

где  $\Psi(j\omega)$  — частотная характеристика замкнутой системы;  $e$  — ошибка системы;  $M$  — оператор математического ожидания;  $S_x(\omega)$  — спектральная плотность входного сигнала, которая для случайного стационарного процесса может быть представлена дробно-рациональной функцией

$$S_x = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)}, \quad (2)$$

где  $P(\omega)$  и  $Q(\omega)$  — некоторые полиномы относительно  $\omega$  со степенями  $2m$  и  $2n$  соответственно ( $n \geq m$ ).

Синтез оптимальной в смысле минимума среднеквадратической ошибки системы при учете ограничений координат неизменяемой ее части и реализуемости системы управления проведен в [Л. 3]. Полученное в этой работе решение позволяет единым методом определить оператор следящей системы как при наличии, так и при отсутствии шумов во входном сигнале.

Сформулируем задачу. Пусть для системы автоматизированного привода, на входе которого действует входной случайный стационарный сигнал  $x(t)$  с гауссовой плотностью вероятности, требуется выбрать исполнительный двигатель из ряда имеющихся с тем, чтобы среднеквадратическая ошибка системы была минимальна. При этом известна передаточная функция  $r$ -го двигателя.

$$\Psi_{1r}(p) = \frac{M_{1r}(p)}{N_{1r}(p)}, \quad (r = 1, 2, \dots), \quad (3)$$

где  $M_{1r}(p)$  и  $N_{1r}(p)$  — полиномы относительно  $p$  со степенями  $m_{1r}$  и  $n_{1r}$  соответственно, причем по условиям физической реализуемости [Л. 3]  $n_{1r} \geq m_{1r}$ .

Кроме того, должно быть известно число  $q_r$  ограничиваемых координат каждого из двигателей и максимально допустимые среднеквадратические значения  $\sigma_{ir}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, q_r$ ) этих координат. Например, если для  $r$ -го двигателя ограничены скорость и ускорение вала, то  $q_r = 2$ .

При этих условиях минимизация функционала среднеквадратической ошибки системы приводит к уравнению типа Винера — Хопфа, решение которого в комплексной области имеет вид [Л. 3]:

$$\Psi_0(j\omega) = \frac{1}{\Psi(j\omega)} \int_0^{\infty} e^{-j\omega\tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_{hx}(\omega)}{\Psi(-j\omega)} e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (4)$$

Для случая фильтрации, когда  $S_{hx}(\omega) = S_x(\omega)$ ,

$$\Psi_0(j\omega) = \frac{2\pi}{\Psi(j\omega)} \left[ \frac{S_x(\omega)}{\Psi(-j\omega)} \right]_+, \quad (5)$$

где  $\Psi_0(j\omega)$  — частотная характеристика замкнутой оптимальной системы автоматического управления;  $S_{hx}(\omega)$  — взаимная спектральная плотность требуемого сигнала  $h(t)$  и входного  $x(t)$ , а функции  $\Psi(j\omega)$  и  $\Psi(-j\omega)$  определяются из соотношения:

$$\Psi(j\omega)\Psi(-j\omega) = 2\pi \left[ S_x(\omega) + \sum_{i=0}^q \lambda_i (-1)^i (j\omega)^{2i} S_x(\omega) \right]. \quad (6)$$

Здесь  $\lambda_i$  представляют собой неопределенные множители Лагранжа. Знак «плюс» у выражения в квадратных скобках в (5) означает, как обычно, что это выражение должно быть разложено на простые дроби и в этом расположении должны быть оставлены только те простые дроби, которые соответствуют полюсам, расположенным в верхней полуплоскости.

Из (4) и (5) получим частотную характеристику замкнутой оптимальной системы управления в виде:

$$\Psi_0(j\omega) = \frac{M(j\omega)}{N(j\omega)}. \quad (7)$$

Здесь коэффициентами полиномов  $M(j\omega)$  и  $N(j\omega)$  являются некоторые комбинации коэффициентов полиномов  $P(\omega)$  и  $Q(\omega)$  и неопределенных множителей Лагранжа  $\lambda_i$ . Для исключения последних составим систему из  $q$  уравнений:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |(j\omega)^i \Psi_0(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega = \sigma_{ir}^2, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, q). \quad (8)$$

Максимально допустимые среднеквадратические значения ограничиваемых координат  $\sigma_{ir}$  для  $r$ -го двигателя могут быть вычислены, например, при коэффициенте риска 0,003:

$$\sigma_{ir} = \frac{1}{3} / \sigma_{ir}^{\max}, \quad (9)$$

где  $\sigma_{ir}^{\max}$  — максимально допустимое значение  $i$ -й координаты  $r$ -го двигателя. Для астатических систем, выходной сигнал которых является несмещенной оценкой входного, условие (8) при  $i = 0$  заменяется условием несмещенности:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) d\tau = 1, \quad (10)$$

где  $g(\tau)$  — весовая функция замкнутой оптимальной системы автоматического управления.

Из (7), (8), (9) и (10) может быть полностью найдена частотная характеристика оптимальной системы автоматического управления  $\Psi_{0r}(j\omega)$  при заданном входном сигнале для всех сравниваемых двигателей в качестве исполнительного органа этой системы. После чего, подставив выражение  $\Psi_{0r}(j\omega)$  в соотношение (1), получим ряд  $e_r$  ( $r = 1, 2, \dots$ ) среднеквадратических ошибок каждой из систем. Минимальное число из этого ряда позволит выбрать наиболее подходящий для этого случая исполнительный двигатель.

После того, как найдена частотная характеристика оптимальной системы и выбран ее исполнительный двигатель, легко найти передаточную функцию управляющего устройства и приступить к его практической реализации.

Для примера выберем исполнительный двигатель следящей системы, на входе которой действует случайный стационарный гауссовый полезный сигнал  $x(t)$  с нулевым средним и корреляционной функцией вида:

$$K_x(\tau) = a^2 \exp(-a|\tau|). \quad (11)$$

Помеха во входном сигнале отсутствует. Сравним между собой исполнительные двигатели постоянного тока с печатным якорем, шаговый и асинхронный двухфазный. Сравним будем двигатели примерно одинаковой потребляемой мощности, учитывая ограничение по скорости и ускорению выходного вала и накладывая на систему требование астатизма первого порядка. Таким образом, при всех  $r=1, 2, 3$  значение  $q=2$ . При этом для сигнала с корреляционной функцией (11) выражение (6) примет вид:

$$\begin{aligned} \psi(j\omega)\psi(-j\omega) &= 2\pi \left( \frac{a^2}{\pi} \frac{\alpha}{\omega^2 + a^2} \right) [1 + \lambda_0 - \lambda_1(j\omega)^2 + \\ &+ \lambda_2(j\omega)^4] = 2\alpha\lambda_2\alpha^2 \left[ \frac{(\beta_1 + j\omega)(\beta_1 - j\omega)(\beta_2 + j\omega)(\beta_2 - j\omega)}{(\alpha + j\omega)(\alpha - j\omega)} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — новые неизвестные коэффициенты, введенные вместо  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$ , как это предлагается в [Л. 3] для упрощения преобразований.

Из (5) легко получить выражение для оптимальной передаточной функции:

$$\Psi_0(p) = \frac{1}{\lambda_2} \frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\beta_1 + \beta_2} p^2 + p + \frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1 + \beta_2}}. \quad (13)$$

Наложим на систему условие несмещенности, т. е. астатизма первого порядка. Выражение (10) в комплексной области имеет вид:

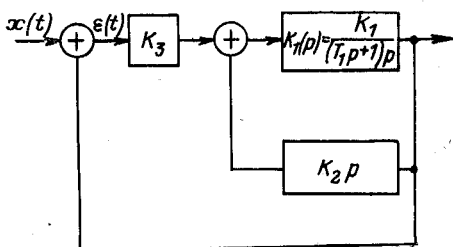
$$\Psi_0(0) = 1, \quad (14)$$

так как

$$\Psi_0(0) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-j\omega\tau} a\tau, \quad (15)$$

отсюда  $\lambda_2 = 1$ . Положив  $T = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2}$  и  $K = \frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1 + \beta_2}$ , приведем (13) к стандартному виду:

$$\Psi_0(p) = \frac{K}{T^2 p + p + K}. \quad (16)$$



Дисперсия скорости и ускорения для найденной оптимальной системы:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \frac{a^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{j\omega K}{T(j\omega)^2 + j\omega + K} \right|^2 \frac{\alpha}{\omega^2 + a^2} d\omega = \\ &= \frac{\alpha a^2 K^2}{a^2 T + \alpha + K}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \frac{a^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{(j\omega)^2 K}{T(j\omega)^2 + j\omega + K} \right|^2 \frac{\alpha}{\omega^2 + a^2} d\omega = \\ &= \frac{\alpha a^2 K^2 (K + \alpha)}{T(\alpha^2 T + \alpha + K)}. \end{aligned} \quad (18)$$

Числовые значения  $K$  и  $T$  и среднеквадратичные ошибки системы с каждым из трех сравниваемых двигателей, вычисленные на основании (1), (9), (17) и (18), приведены в таблице. Вычисления проводились при  $a=2$ ,  $\alpha=1$ , приведенном моменте инерции  $j=0,14 \text{ т} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2$  и передаточном числе редуктора  $K_{ред}=0,2$ . Вычисления показывают, что наименьшей ошибкой обладает следящая система с двигателем постоянного тока с печатным якорем, так как он имеет наибольшие максимально допустимые значения скорости и ускорения. Последние определялись соответственно по формулам:

$$\sigma_{1r}^{\max} = \frac{n_r^{\max} K_{ред}}{30}; \quad \sigma_{2r}^{\max} = \frac{M_r^{\max} K_{ред}}{j}, \quad (19)$$

где  $n_r^{\max}$  и  $M_r^{\max}$  — соответственно максимальная скорость (об/мин) и максимальный момент второго двигателя.

Структурная схема оптимальной системы для случая, когда постоянная времени  $T_1$  больше постоянной времени синтезированной системы  $T$ , приведена на рисунке. Здесь через  $K_1(p)$  обозначена передаточная функция двигателя.

Наименование электродвигателя	Максимальная скорость	Максимальное ускорение	Коэффициент передачи, К	Постоянная времени, Т	Среднеквадратичная ратичная ошибка
Асинхронный двухфазный АДП-362	40,8	243	52	1,45	2,4
Шаговый двигатель мод. 109 Японской фирмы	62,8	1465	114	0,21	1,24
Двигатель с печатным якорем ПЯ-20	84,5	2860	198	0,17	0,83

В качестве управляющего устройства применена тахометрическая обратная связь с передаточной функцией  $K_2(p) = K_{2p}$  и усилитель с передаточным коэффициентом  $K_3$ . Легко найти, что значения  $K_2$  и  $K_3$  должны быть равны:

$$K_2 = \frac{T_1 - T}{K_1 T}, \quad K_3 = \frac{K T_1}{K_1 T}. \quad (20)$$

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Мелкозеров П. С. Приводы в системах автоматического управления. М., «Энергия», 1966.
2. Коган В. Г., Казанский В. М. Оценка динамических свойств исполнительных двигателей в системах автоматизированного электропривода.— «Электричество», 1968, № 6.
3. Хвалов Ю. Г. Синтез реализуемой следящей системы с учетом сухого трения и ограничений координат по критерию минимума среднеквадратической ошибки.— «Автоматика и телемеханика», 1967, № 11.

# Работа выпрямительного моста на противо-э. д. с. при активно-емкостной нагрузке с учетом активного сопротивления источника

Канд. техн. наук Я. П. Грейвулис

Латвийская ССР

При выполнении устройств автоматики в целом ряде случаев требуется рассмотреть работу выпрямительного моста на активно-емкостную нагрузку и противо-э. д. с., обусловленную нелинейностью применяемых элементов (стабилитронов, триодов, управляемых клапанов и др.).

Существенное влияние на исследуемые режимы оказывает активное сопротивление источника напряжения переменного тока. Что же касается параметров питающего трансформатора, то, как правило, достаточно бывает учесть только активное сопротивление его обмоток и не учитывать индуктивностей рассеяния. Это допущение справедливо для трансформаторов, мощность которых составляет не более 200—300 *ва* при частоте 50 *гц*, и постоянная времени цепи клапанов не превышает 0,05—0,08 периода напряжения питающей сети [Л. 1]. Известно, что с уменьшением мощности относительное значение индуктивности рассеяния трансформатора падает, а активного сопротивления — возрастает.

Для упрощения расчетов принимается допущение о синусоидальности питающего напряжения. Реальные диоды заменяются идеальными, последовательно с которыми включены источники э. д. с. и прямые динамические сопротивления. Значения обратных сопротивлений диодов считаются бесконечно большими.

Схема замещения двухполупериодного выпрямителя представлена на рис. 1. Для нее возможны два режима работы:

режим *N* — ток проводят клапаны двух противолежащих плеч моста;

режим *R* — все клапаны закрыты.

Существование режима *R* объясняется тем, что скорости изменения напряжений на емкости и на входе выпрямителя различны.

Целью расчета является определение токов и напряжений в отдельных частях схемы, а также установление закономерностей изменения некоторых характеристик режимов в зависимости от изменения параметров схемы.

Для расчета стационарного электромагнитного процесса схемы следует задаться состояниями клапанов на каком-либо из интервалов его повторя-

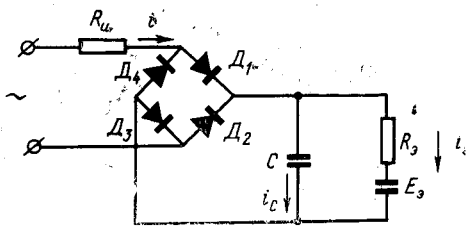


Рис. 1. Схема замещения выпрямительного моста с активно-емкостной нагрузкой и противо-э. д. с.

$R_0$  — активное сопротивление источника напряжения;  $C$  — фильтрующая емкость;  $R_2$  — активное сопротивление нагрузки;  $E_0$  — противо-э. д. с.

мости и определить углы коммутации нагрузки [Л. 2].

Кривые изменения напряжения на нагрузке показаны на рис. 2.

Дифференциальное уравнение, описывающее процесс в режиме *N*:

$$U_m \sin \vartheta = R_n \left( \frac{1}{x_c} \frac{du_c}{d\vartheta} + \frac{u_c - E_0}{R_2} \right) + u_c, \quad (1)$$

где  $\vartheta = \omega t$ .

Его решение при начальном условии  $u_c(\alpha_1) = U_m \sin \alpha_1$ :

$$u_c = E_0 a + U_m \frac{a}{b} \frac{\sin \vartheta - a\tau \cos \vartheta}{1 + a^2\tau^2} - \left[ E_0 a + U_m \left( \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha_1 - a\tau \cos \alpha_1}{1 + a^2\tau^2} - \sin \alpha_1 \right) \right] e^{-\frac{\vartheta - \alpha_1}{a\tau}}, \quad (2)$$

где  $\tau = \frac{R_2}{x_c}$ ;  $b = \frac{R_n}{R_2}$ ;

$$a = \frac{b_1^*}{1 + b} = \frac{R_n}{R_0 + R_n}.$$

В режиме *R* источник и нагрузка оказываются разделенными и происходит разряд емкости, описываемый дифференциальным уравнением:

$$\frac{1}{x_c} \frac{du_c}{d\vartheta} + \frac{u_c - E_0}{R_2} = 0. \quad (3)$$

С учетом начального условия  $u_c(\alpha_2) = U_m \sin \alpha_2$ ,

$$u_c = E_0 - (E_0 - U_m \sin \alpha_2) e^{-\frac{\vartheta - \alpha_2}{\tau}}. \quad (4)$$

Используя условия равенств напряжений источника питания и емкости на границах чередования режимов *N* и *R* (рис. 2), получаем следующую систему уравнений для определения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_2 = \frac{E_0 a}{U_m} + \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha_2 - a\tau \cos \alpha_2}{1 + a^2\tau^2} - \left( \frac{E_0 a}{U_m} + \right. \\ \left. + \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha_1 - a\tau \cos \alpha_1}{1 + a^2\tau^2} - \sin \alpha_1 \right) e^{-\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{a\tau}}; \\ \sin \alpha_1 = \frac{E_0}{U_m} - \left( \frac{E_0}{U_m} - \sin \alpha_2 \right) e^{-\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{\tau}}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Решение системы трансцендентных уравнений может быть проведено на ЦВМ каким-либо итерационным методом. Метод простой итерации требует

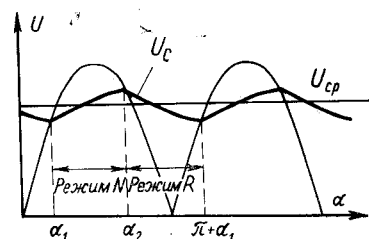


Рис. 2. Кривая изменения напряжения  $u_c$ .

достаточно точного начального приближения углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Поэтому был применен метод Ньютона. Для него необходима проверка условия неравенства нулю якобиана системы в точке начального приближения,  $J(\alpha_1, \alpha_2) \neq 0$  [Л. 3].

Зависимости углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  от отношения  $\frac{E_0}{U_m}$  для нескольких значений параметров  $\tau$  и  $b$  приведены на рис. 3.

с поляризованными реле [Л. 4], из высших гармоник обычно достаточно бывает учесть только влияние второй гармоники выпрямленного напряжения<sup>1</sup>. На более высокие гармоники такие органы не реагируют из-за своей инерционности. Амплитуда второй гармоники может быть определена разложением напряжения  $u_c(\vartheta)$  в тригонометрический ряд Фурье. Ее косинусная и синусная составляющие, отнесенные к амплитудному значению входного напряжения, равны соответственно:

$$\xi_2 = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{E_0 a}{U_m} (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) - \frac{a}{b} \frac{\frac{1}{3} \cos 3\alpha_2 - \frac{1}{3} \cos 3\alpha_1 - \cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 + a\tau \left( \frac{1}{3} \sin 3\alpha_2 - \frac{1}{3} \sin 3\alpha_1 + \sin \alpha_2 - \sin \alpha_1 \right)}{1 + a^2\tau^2} + \right. \\ \left. + 2a\tau \left( \frac{E_0 a}{U_m} + \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha_1 - a\tau \cos \alpha_1}{1 + a^2\tau^2} - \sin \alpha_1 \right) \frac{\cos 2\alpha_2 e^{-\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{a\tau}} - \cos 2\alpha_1 - 2a\tau (\sin 2\alpha_2 e^{-\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\tau}} - \sin 2\alpha_1)}{1 + 4a^2\tau^2} + \right. \\ \left. + \frac{E_0}{U_m} (\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2) + 2\tau \left( \frac{E_0}{U_m} - \sin \alpha_2 \right) \frac{\cos 2\alpha_1 e^{-\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{\tau}} - \cos \alpha_2 - 2\tau (\sin 2\alpha_1 e^{-\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{\tau}} - \sin 2\alpha_2)}{1 + 4\tau^2} \right]; \quad (8)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{\pi} \left[ -\frac{E_0 a}{U_m} (\cos 2\alpha_2 - \cos 2\alpha_1) - \frac{a}{b} \frac{\frac{1}{3} \sin 3\alpha_2 - \frac{1}{3} \sin 3\alpha_1 - \sin \alpha_2 + \sin \alpha_1 - a\tau \left( \frac{1}{3} \sin 3\alpha_2 - \frac{1}{3} \sin 3\alpha_1 + \sin \alpha_2 - \sin \alpha_1 \right)}{1 + a^2\tau^2} + \right. \\ \left. + 2a\tau \left( \frac{E_0 a}{U_m} + \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha_1 - a\tau \cos \alpha_1}{1 + a^2\tau^2} - \sin \alpha_1 \right) \times \frac{\sin 2\alpha_2 e^{-\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{a\tau}} - \sin 2\alpha_1 + 2a\tau (\cos 2\alpha_2 e^{-\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\tau}} - \cos 2\alpha_1)}{1 + 4a^2\tau^2} - \right. \\ \left. - \frac{E_0}{U_m} (\cos 2\alpha_1 - \cos 2\alpha_2) + \right. \\ \left. + 2\tau \left( \frac{E_0}{U_m} - \sin \alpha_2 \right) \frac{\sin 2\alpha_1 e^{-\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{\tau}} - \sin 2\alpha_2 + 2\tau (\cos 2\alpha_1 e^{-\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{\tau}} - \cos 2\alpha_2)}{1 + 4\tau^2} \right]. \quad (9)$$

Отношение среднего значения выпрямленного напряжения к амплитудному значению входного напряжения

$$\lambda = \frac{U_{ср}}{U_m} = \frac{1}{\pi U_m} \int_{\vartheta_0}^{\vartheta_0 + \pi} u_c d\vartheta. \quad (6)$$

Интегрируя (2) и (4) соответственно в границах режимов  $N$  и  $R$ , получим:

$$\lambda = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{E_0 a}{U_m} (\alpha_2 - \alpha_1) - \frac{a}{b} \times \right. \\ \left. \times \frac{\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1 + a\tau (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)}{1 + a^2\tau^2} + a\tau \left( \frac{E_0 a}{U_m} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{a}{b} \frac{\sin \alpha_1 - a\tau \cos \alpha_1}{1 + a^2\tau^2} - \sin \alpha_1 \right) \left( e^{-\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{a\tau}} - 1 \right) + \right. \\ \left. + \frac{E_0}{U_m} (\pi + \alpha_1 - \alpha_2) + \tau \left( \frac{E_0}{U_m} - \sin \alpha_2 \right) \left( e^{-\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{a\tau}} - 1 \right) \right]. \quad (7)$$

В схемах, основанных на сравнении входной величины с заданной, использующих нуль-индикаторы

Относительное значение амплитуды второй гармоники выпрямленного напряжения

$$F_2 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}. \quad (10)$$

Изменение значений  $\lambda$  и  $F_2$  в зависимости от приведенных выше параметров показано на рис. 4.

Экспериментальная проверка, проведенная с использованием анализатора спектра частотных характеристик типа АСЧХ-1, подтвердила правильность полученных результатов. В то же время сравнение результатов с данными, полученными в [Л. 2] без учета активного сопротивления источника, показывает, что даже при малых значениях параметра  $b$  имеются значительные погрешности в определении  $\lambda$  и  $F_2$ .

**Выводы.** 1. Режимы работы выпрямительного моста на противо-э. д. с. при активно-емкостной нагрузке с учетом активного сопротивления источника

<sup>1</sup> Очевидно, выпрямленное напряжение содержит только четные гармоники.

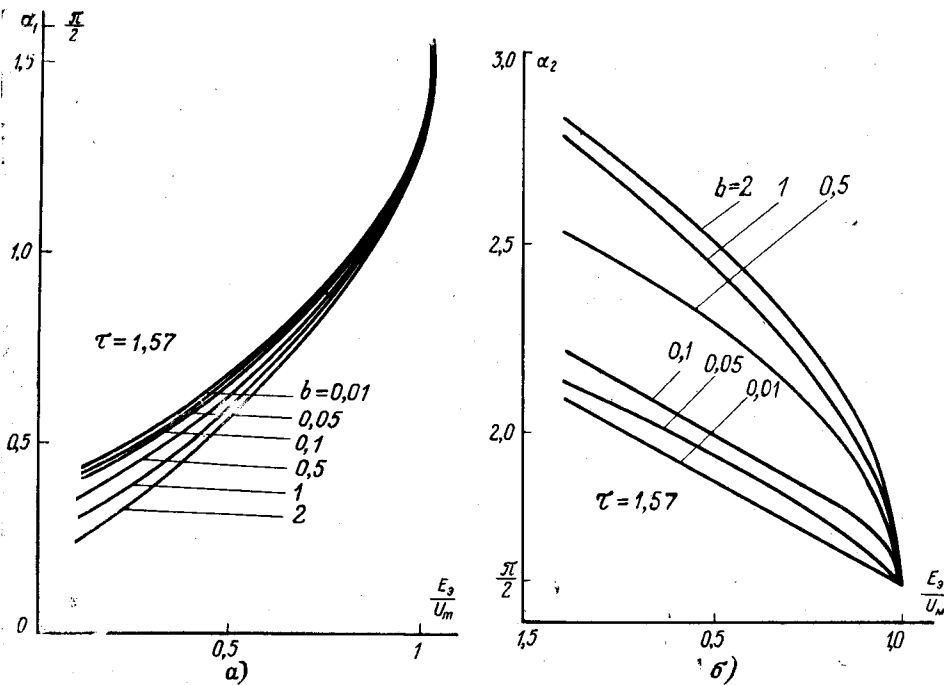


Рис. 3. Зависимости углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  от  $E_3/U_m$  при различных значениях  $b$  и  $\tau$ .

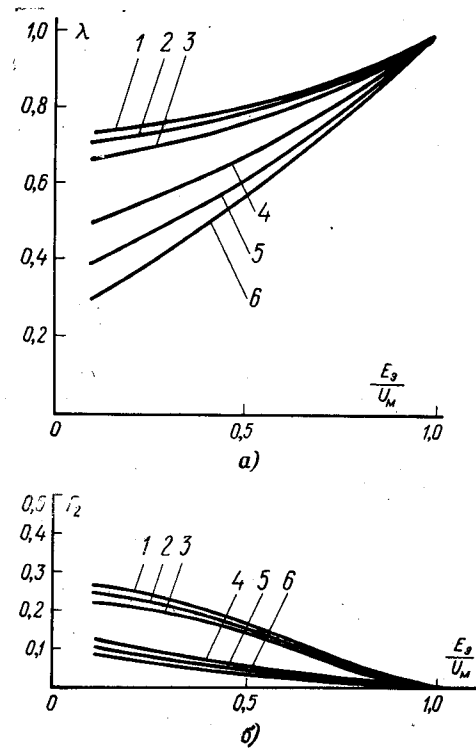


Рис. 4.

а — зависимости коэффициента постоянной составляющей  $\lambda$  от  $E_3/U_m$  при различных значениях параметра  $b$  и  $\tau=1,57$ ; б — зависимости коэффициента второй гармоники  $F_2$  от  $E_3/U_m$  при различных значениях  $b$  и  $\tau=1,57$ .  
1 —  $b=0,01$ ; 2 —  $b=0,05$ ; 3 —  $b=0,1$ ; 4 —  $b=0,5$ ;  
5 —  $b=1,0$ ; 6 —  $b=2,0$ .

вполне характеризуются значениями схемных параметров  $E_3/U_m$ ,  $b$  и  $\tau$ .

2. Для уменьшения второй гармоники  $u_c$  необходимо при некотором фиксированном значении  $b$  увеличить значение  $\tau$ , либо отношение  $E_3/U_m$ . Кривые рис. 4, б следует использовать при выборе величины фильтрующей емкости.

3. Неучет активного сопротивления источника приводит к значительным ошибкам в определении  $\lambda$  и  $F_2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артамонов В. В. Маломощные выпрямители (основы теории и расчет). М., «Связь», 1970.
2. Грейвулис Я. П., Пунтныш В. Я. Работа выпрямительного моста на против-э. д. с. при активно-емкостной нагрузке

в режиме синусоидального входного напряжения. Изв. АН Латв. ССР, 1967, № 5.

3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики М., Физматгиз, 1963.

4. Грейвулис Я. П. К расчету схемы измерительного органа с одной электрической величиной со стабилизатором. Ученые записки Рижского политехнического института, «Электроэнергетика», вып. 7. Рига, «Зинатне», 1968.

[12.7.1971]



УДК 621.3.011

## Матрицы и передаточные функции цепных схем

А. С. Федянин

Смоленск

В ряде систем автоматического управления широкое применение находят многозвенные пассивные фильтры, состоящие из эквивалентных Г, П или Т-образных четырехполюсников. Для исследования динамических свойств указанных систем (устойчивость, качество регулирования и т. д.) необходимо знать передаточные функции фильтров в виде дробно-рациональных функций комплексного переменного  $p$ .

Эти передаточные функции легко могут быть получены, если известны соответствующие матрицы цепных схем. Наиболее полно цепные схемы рассматривались в [Л. 1—3]. Однако матрицы и пере-

даточные функции, полученные в [Л. 1—3] с помощью гиперболических функций, к решению указанных задач применить затруднительно. Ниже определяются матрицы и передаточные функции цепных схем именно в виде дробно-рациональных функций в соответствии с указанными требованиями.

Допустим, что цепная схема состоит из  $n$  звеньев (рис. 1), а сигнал передается от зажимов 1—1' к зажимам 2—2'. В этом случае А-матрица одного звена, как известно, имеет вид:

$$A_T(1) = \begin{pmatrix} 1 + zy & z \\ y & 1 \end{pmatrix}$$

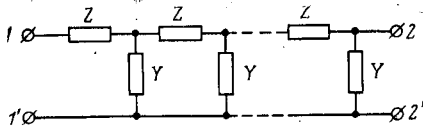


Рис. 1.

и следовательно, для всей цепной схемы получим:

$$A_r(n) = \begin{pmatrix} 1 + zy & z \\ y & 1 \end{pmatrix}^n.$$

Методом полной индукции можно доказать, что

$$A_r(n) = \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i} z^{n-i-1} \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i-1} z^{n-i-1} = \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i} z^{n-i-1} \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-2}{i} y^{n-i-1} z^{n-i-1} \quad (1)$$

Допустим теперь, что цепная схема состоит из  $n$  перевернутых Г-образных четырехполюсников, т. е. в схеме, приведенной на рис. 1, сигнал передается от зажимов 2—2' к зажимам 1—1'. Очевидно, что такая цепная схема может быть представлена в виде соединения трех четырехполюсников, причем один из них является уже рассмотренной ранее цепочкой, состоящей из  $(n-1)$ -го звена.

Для такой цепной схемы А-матрица может быть записана в виде:

$$A_{II}(n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix} \cdot A_r(n-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Перемножая матрицы в (2), после несложных преобразований получим:

$$A_{II}(n) = \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-2}{i} y^{n-i-1} z^{n-i-1} \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i-1} z^{n-i-1} \sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i} z^{n-i-1} \sum_{i=0}^{i=n} \binom{2n-i}{i} y^{n-i} z^{n-i} \quad (3)$$

Используя известные соотношения между элементами различных матриц четырехполюсников, например из [Л. 4], можно получить для рассматриваемых цепных схем В-, Z-, Y-, G-, H-матрицы. Не приводя, однако, выражений для этих матриц, отметим, что

$$Z_{II}(n) \equiv Y_r(n), \quad Z_r(n) \equiv Y_{II}(n).$$

Выражения для матриц цепных схем, состоящих из эквивалентных П- и Т-образных четырехполюс-

ников, могут быть получены так же, как и для цепных схем, состоящих из перевернутых Г-образных четырехполюсников, т. е. сведением П- и Т-образных схем к каскадному соединению трех четырехполюсников, один из которых является цепной схемой, состоящей из  $(n-1)$ -го Г-образного звена.

Найдем теперь выражения для передаточных функций:

$$W(p) = \frac{U_s'(p)}{E(p)}, \quad (4)$$

где  $U_s(p)$  — напряжение на выходных зажимах  $s$ -го четырехполюсника при условии, что цепная схема содержит  $n$  звеньев;  $E(p)$  — напряжение источника э. д. с., включенного на входные зажимы цепной схемы.

Рассматриваемую цепную схему можно представить в виде двух четырехполюсников, первый из которых содержит  $s$  элементарных звеньев, а второй —  $(n-s)$  звеньев (рис. 2).

Для схемы, приведенной на рис. 2, можем записать систему уравнений:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_s \\ I_s \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} U_s \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}(n-s) & a_{12}(n-s) \\ a_{21}(n-s) & a_{22}(n-s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_H \\ I_H \end{pmatrix};$$

$$U_H = z_H I_H;$$

$$U_1 = E - z_r I_1.$$

Решая эту систему относительно  $U_s$  и учитывая, что для рассматриваемых схем выполняется матричное соотношение

$$A(s) \cdot A(n-s) = A(n),$$

найдем выражение для передаточной функции:

$$W(p) = \frac{a_{12}(n-s) + z_H a_{11}(n-s)}{z_r a_{22}(n) + z_H a_{11}(n) + z_r z_H a_{21}(n) + a_{12}(n)}. \quad (5)$$

Наконец, подставляя в (5) значения для  $a_{ij}$  из (1) и (3), получим:

$$W_{s,r}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s} [z \binom{2n-2s-i}{i-1} + z_H \times \sum_{i=0}^{i=n} [z_H \binom{2n-i}{i} + z \binom{2n-i}{i-1}] \times \binom{2n-2s-i}{i} y^{n-s-i} z^{n-s-i} + z_r z_H y \binom{2n-i}{i-1} + z_r \binom{2n-i-1}{i-1}] y^{n-i} z^{n-i}}{\dots} \quad (6)$$

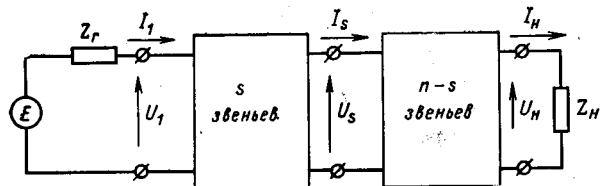


Рис. 2.



$$W_{s,\Pi}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s-1} \left[ z \binom{2n-2s-i-1}{i} + \sum_{i=0}^{i=n} \left[ z \binom{2n-i-1}{i-1} + z \binom{2n-i}{i-1} + z_{\text{H}} \binom{2n-2s-i-2}{i} \right] y^{n-s-i-1} z^{n-s-i-1} + z_{\Gamma} z_{\text{H}} y \binom{2n-i}{i-1} + z_{\Gamma} \binom{2n-i}{i} \right] y^{n-i} z^{n-i}}{\dots} \quad (7)$$

Сравнительно часто при практическом включении цепных схем наблюдается режим идеального источника напряжения на входе, когда внутреннее сопротивление источника  $z_{\Gamma}$  может оказаться во много раз меньше входного импеданса цепной схемы во всем диапазоне частот входного сигнала, т. е. при  $\omega_{\text{H}} \leq \omega \leq \omega_{\text{В}}$  для схемы, приведенной на рис. 1:

$$|z_{\Gamma}| \ll \left| \frac{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{2n-i}{i} y^{n-i} z^{n-i}}{\sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i} z^{n-i-1}} \right|, \quad (8)$$

а для схемы, состоящей из перевернутых Г-образных четырехполюсников,

$$|z_{\Gamma}| \ll \left| \frac{\sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-2}{i} y^{n-i-1} z^{n-i-1}}{\sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{2n-i-1}{i} y^{n-i} z^{n-i-1}} \right|. \quad (9)$$

При выполнении условий (8) и (9) выражения для передаточных функций (6) и (7) упрощаются:

$$W_{s,\Gamma}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s} \left[ z \binom{2n-2s-i}{i-1} + z_{\text{H}} \times \sum_{i=0}^{i=n} \left[ z \binom{2n-i}{i-1} + z_{\text{H}} \binom{2n-i}{i} \right] \times \binom{2n-2s-i}{i} y^{n-s-i} z^{n-s-i} \right]}{\times y^{n-i} z^{n-i}}; \quad (10)$$

$$W_{s,\Pi}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s-1} \left[ z \binom{2n-2s-i-1}{i} + \sum_{i=1}^{i=n} \left[ z \binom{2n-i}{i-1} + z_{\text{H}} \times \binom{2n-2s-i-2}{i} \right] y^{n-s-i-1} z^{n-s-i-1} \right]}{\times \binom{2n-i-1}{i-1} y^{n-i} z^{n-i}}. \quad (11)$$

Полагая  $z_{\text{H}} = z$ , получим:

$$W_{s,\Gamma}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s} \binom{2n-2s-i+1}{i} y^{n-s-i} z^{n-s-i}}{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{2n-i+1}{i} y^{n-i} z^{n-i}}; \quad (12)$$

$$W_{s,\Pi}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s-1} \frac{4n-4s-3i-2}{2n-2s-2i-1} \times \sum_{i=1}^{i=n} \frac{4n-3i+1}{2n-2i+1} \times \binom{2n-2s-i-2}{i} y^{n-s-i-1} z^{n-s-i-1}}{\times \binom{2n-i-1}{i-1} y^{n-i} z^{n-i}}. \quad (13)$$

В режиме холостого хода, т. е. когда  $z_{\text{H}} = \infty$ , и при выполнении условий (8) и (9) цепные схемы описываются передаточными функциями:

$$W_{s,\Gamma}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s} \binom{2n-2s-i}{i} y^{n-s-i} z^{n-s-i}}{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{2n-i}{i} y^{n-i} z^{n-i}}; \quad (14)$$

$$W_{s,\Pi}(p) = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-s-1} \binom{2n-2s-i-2}{i} y^{n-s-i-1} z^{n-s-i-1}}{\sum_{i=1}^{i=n} \binom{2n-i-1}{i-1} y^{n-i} z^{n-i}}. \quad (15)$$

Практически можно считать, что режим холостого хода наступает, если выходной импеданс цепной схемы оказывается во много раз меньше сопротивления нагрузки для всего диапазона пропускемых частот.

Передаточные функции, полученные в предположении, что выполняются условия совместного существования режимов идеального источника напряжения и холостого хода, для наиболее распространенных цепных схем даны в таблице.

В том случае, когда напряжения снимаются с выходных зажимов последнего звена цепной схемы, во всех приведенных выше выражениях следует положить  $s=n$ .

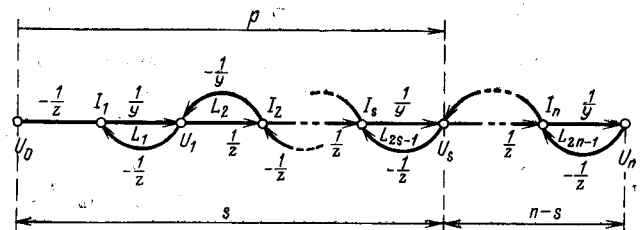


Рис. 3.

Схема	$W_{s,\Gamma}(p)$	$W_{s,\Pi}(p)$
	$\frac{\sum_{i=0}^{i=n-s} \binom{n-s+i}{n-s-i} (RC)^i p^i}{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{n+i}{n-i} (RC)^i p^i}$	$\frac{\sum_{i=0}^{i=n-s-1} \binom{n-s-1+i}{n-s-1-i} (RC)^i p^i}{\sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{n-1+i}{n-1-i} (RC)^i p^i}$
	$\frac{(RC)^s p^s \sum_{i=0}^{i=n-s} \binom{2n-2s-i}{i} (RC)^i p^i}{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{2n-i}{i} (RC)^i p^i}$	$\frac{(RC)^{s+1} p^{s+1} \sum_{i=0}^{i=n-s-1} \times}{\times \binom{2n-2s-2-i}{i} (RC)^i p^i} \times \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \binom{2n-1-i}{i-1} (RC)^i p^i}{\sum_{i=1}^{i=n} \binom{2n-i-1}{i-1} (RC)^i p^i}$
	$\frac{\sum_{i=0}^{i=n-s} \binom{n-s+i}{n-s-i} (LC)^i p^{2i}}{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{n+i}{n-i} (LC)^i p^{2i}}$	$\frac{\sum_{i=0}^{i=n-s-1} \binom{n-s-1+i}{n-s-1-i} (LC)^i p^{2i}}{\sum_{i=0}^{i=n-1} \binom{n-1+i}{n-1-i} (LC)^i p^{2i}}$
	$\frac{(LC)^s p^{2s} \sum_{i=0}^{i=n-s} \binom{2n-2s-i}{i} (LC)^i p^{2i}}{\sum_{i=0}^{i=n} \binom{2n-i}{i} (LC)^i p^{2i}}$	$\frac{(LC)^{s+1} p^{2(s+1)} \sum_{i=0}^{i=n-s-1} \times}{\times \binom{2n-2s-2-i}{i} (LC)^i p^{2i}} \times \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \binom{2n-i-1}{i-1} (LC)^i p^{2i}}{\sum_{i=1}^{i=n} \binom{2n-i-1}{i-1} (LC)^i p^{2i}}$

Целесообразно привести здесь также топологический метод определения передаточных функций для рассматриваемого класса схем, который заключается в том, что рассматриваемой цепной схеме соответствует направленный граф (рис. 3), где в узлах чередуются токи  $I_k$ , определяемые по разности смежных напряжений ячеек, и напряжения  $U_k$ , получаемые на проводимостях от разностей токов. Граф имеет  $2n-1$  однотипных контуров  $L_1 = L_2 = \dots = L_{2n-1} = -1/yz$ , кроме того, при сьеме напряжения с произвольной  $s$ -й ячейки граф имеет один прямой путь:

$$P = \frac{1}{y^s z^s}$$

В этом случае формула Мезона для передаточной функции принимает вид:

$$W_{s,\Gamma} = \frac{P (1 - \overbrace{\sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_k + \dots}^{\text{выборка из } n-s \text{ ячеек}})}{1 - \underbrace{\sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_k + \dots}_{\text{выборка из } n \text{ ячеек}}} \quad (16)$$

Поскольку все контуры одинаковы, остается только подсчитать число контуров, число парных

произведений, триад и т. д. из независимых контуров, что дает:

$$W_{s,\Gamma} = \frac{P \{1 - [2(n-s) - 1]L + [2(n-s) - 3] \times \dots \times [(n-s) - 1]L^2 + \dots + (-1)^{n-s} L^{n-s}\}}{1 - (2n-1)L + (2n-3)(n-1)L^2 + \dots + (-1)^n L^n} = \frac{P \sum (-1)^i \binom{2n-2s-i}{i} L^i}{\sum (-1)^i \binom{2n-i}{i} L^i} \quad (17)$$

В правой части (17) использованы обозначения коэффициентов, введенные ранее. Чтобы полностью перейти к формуле (14), достаточно умножить числитель и знаменатель (17) на  $D = y^n z^n$ , где  $D$  равно инверсному произведению всех участков прямых путей рассматриваемого графа или диагональному элементу матрицы уравнений узлов графа, записанных в стандартной форме.

В отличие от ранее полученных выражений, топологическая формула (16) или формулы раскрытия определителя через его диагональный член  $D$  в методе деревьев, изложенном в [Л. 5], применимы

и для схем с разнородными ячейками. Однако вполне возможно, что при переходе от (16) к формам с биномиальными коэффициентами могут возникнуть затруднения чисто вычислительного характера, вследствие которых получение передаточных функций именно в виде дробно-рациональных функций окажется выполнимым лишь в некоторых частных случаях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канторович М. И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. М., «Наука», 1964.

2. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях, М., «Советское радио», 1959.  
3. Яхинсон Б. Я. Переходные характеристики цепной линии из Г-образных звеньев.— В кн.: Теоретическая электротехника, Изд. Львовского университета, 1967, № 4.  
4. Корректирующие цепи в автоматике. Сб. переводов статей под редакцией М. З. Литвина-Седого. М., Изд-во иностр. лит., 1954.  
5. Шаталов А. С. Топологический метод деревьев для преобразования матричных уравнений линейных объектов.— «Электричество», 1972, № 8, с. 10—15.

[3.7.1972]

УДК 621.313.2:621.3.017.71

## Теплоотдача в зазоре жидкостнонаполненных электрических машин постоянного тока

Доктор техн. наук Б. Ф. ТОКАРЕВ и Канд. техн. наук П. И. ТОДОС

Москва

Через воздушный зазор электрической машины осуществляется тепловая связь между основными элементами машины, поэтому интенсивность теплоотдачи в зазоре и факторы, от которых она зависит, требуют тщательного изучения.

Число публикаций по вопросам теплоотдачи в зазоре жидкостнонаполненных машин постоянного и переменного тока ограничено, а расчетное выражение, данное в [Л. 1], в этом случае не применимо.

В электрических машинах стенки воздушного зазора могут быть как гладкими, так и изрезанными продольными каналами, образованными надпазовыми шлицами и межполюсными раскрытиями. При вращении ротора машины в зазоре с гладкими стенками формируется непрерывный поток жидкости, состоящий из турбулентного ядра и двух пристенных ламинарных подслоев, на долю которых приходится основная часть теплового сопротивления зазора.

В зазоре же с зубчатыми стенками процесс протекает иначе. В своем перемещении относительно поверхности зазора поток жидкости, попадая на сбегаящий край зубца (участок между двумя пазами), срывается и нарушает при этом пристенный ламинарный подслой. С другого края паза под действием вращающегося ротора жидкость втягивается под следующий зубец, на поверхности которого начинается формирование нового ламинарного подслоя с толщиной, увеличивающейся с удалением от края зубца от нуля до стабилизированного значения.

Процесс срыва и формирования ламинарного подслоя на поверхности ротора и статора машин постоянного тока протекает аналогично, но с той лишь разницей, что ширина и глубина пазов на поверхности ротора (а также на поверхности статора главного полюса в машинах с компенсационной обмоткой) значительно меньше, чем ширина и глубина межполюсных окон.

Однако анализ<sup>1</sup>, проведенный с использованием исследований Хагена и Данака [Л. 2] по теплообмену в области отрывного турбулентного пограничного слоя при обтекании впадин, показывает, что практически встречаемые в электрических машинах значения относительной ширины  $b_n/\delta$  и глубины  $h_n/\delta$  надпазовых шлицев (и, тем более, межполюсных окон) во много раз превосходят те минимальные значения, которые являются достаточными для полного разрушения набегаящего ламинарного подслоя. Отсюда следует весьма важный вывод о том, что интенсивность теплоотдачи в рассматриваемых зазорах с пазами не зависит от размеров последних. Этот вывод позволяет значительно упростить задачу исследования.

Поскольку интенсивность теплоотдачи поверхности находится в близкой к обратно пропорциональной зависимости с толщиной ламинарного подслоя, локальные значения коэф-

фициента теплоотдачи на поверхности зубца изменяются вдоль его ширины в пределах от максимального значения у набегаящего края от стабилизированного значения.

Определение закономерности роста толщины ламинарного подслоя затруднительно, поэтому для большинства технических задач, в том числе и в нашем случае, целесообразно ограничиться определением лишь среднего по длине канала (зубца) значения коэффициента теплоотдачи. В этом случае задача сводится к определению влияния начального участка канала (поверхности зубца) с повышенной интенсивностью теплоотдачи на среднее значение коэффициента.

Известно, что с ростом относительной длины канала  $l/d_{гидр}$  влияние начального участка уменьшается. Так, например, для труб с  $l/d_{гидр} > 50$  и при любых скоростях движения потока влиянием входного участка можно пренебречь [Л. 3].

Для воздушных зазоров с зубчатыми стенками условие  $l/d_{гидр} = b_n/2\delta > 50$  выполняется лишь для поверхности главных полюсов двухполюсных машин постоянного тока. Таким образом, лишь в этом случае можно пренебречь влиянием межполюсных окон и считать зазор гладким. Во всех остальных случаях влияние пазов в той или иной мере сказывается на интенсивности теплоотдачи стенок зазора.

Экспериментальное исследование теплоотдачи в воздушном зазоре с гладкими и зубчатыми стенками проводилось на опытной установке, представляющей собой модель жидкостнонаполненной машины постоянного тока. Модель состоит из вращающегося нагреваемого ротора и неподвижного водоохлаждаемого статора. Ротор и статор снабжены сменными рубашками, с помощью которых можно изменить ширину зазора и форму соответствующей поверхности.

Для того, чтобы приблизить экспериментальные условия к реальным, стенки пазов статора и дно пазов ротора оклеивались пластинками из полистирола.

Опыты проводились для следующих сочетаний поверхностей: гладкий ротор — гладкий статор, гладкий ротор — зубчатый статор ( $z_{ст} = 6; 12; 24$ ), гладкий статор — зубчатый ротор ( $z_{рот} = 8; 16; 32$ ) и зубчатый статор ( $z_{ст} = 24$ ) — зубчатый ротор ( $z_{рот} = 32$ ). Изменением скорости вращения ротора и вязкости был охвачен диапазон чисел Тэйлора от 0 до  $2 \cdot 10^7$ , при этом использовались жидкости: трансформаторное масло, топливо Т-7 и их 50-процентная смесь.

Результаты опытов обрабатывались в виде критериев подобия: числа Тэйлора  $Ta = \omega^2 \delta^3 \nu^{-2}$ , числа Нуссельта  $Nu_{ст(рот)} = 2\delta \lambda^{-1} \alpha_{ст(рот)}$  и числа Прандтля  $Pr = c_p \rho \nu \lambda^{-1}$ . В результате сравнения данных, полученных в опытах с различными жидкостями, было установлено, что зависимость интенсивности теплоотдачи стенок зазора в диапазоне числа Тэйлора  $2 \cdot 10^3 \leq Ta < 2 \cdot 10^7$  от числа Прандтля является степенной с показателем  $m = 0,3$ .

В результате опытов, проведенных с тремя жидкостями, для гладкого зазора при двух значениях его ширины были получены зависимости  $Nu_{ст(рот)} Pr^{-0,3} = f(Ta)$ .

<sup>1</sup> Описание хода анализа не приводится из-за отсутствия в нем каких-либо методологических особенностей.

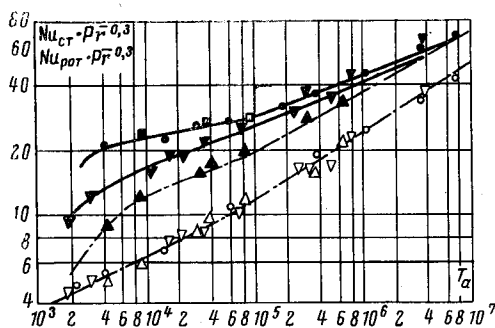


Рис. 1. Теплоотдача в зазоре с гладким ротором и зубчатым статором (светлые точки относятся к ротору, черные — к статору).

○ —  $z_{ст}=24, b_{zст}/2\delta=6$ ; ▽ —  $z_{ст}=12, b_{zст}/2\delta=14$ ; △ —  $z_{ст}=6, b_{zст}/2\delta=30$ ; — — —  $z_{ст}=0, b_{zст}/2\delta=\infty$ ; □ —  $z_{ст}=24, z_{рот}=32$ .

С разбросом менее 10% все опытные точки располагаются на общим кривых, описываемых уравнениями:

$$Nu_{ст} = 1,2Pr^{0,3}Ta^{0,25}, \quad (1)$$

$$Nu_{рот} = 0,54Pr^{0,3}Ta^{0,28}. \quad (2)$$

Опытные данные для зазоров с одной гладкой и другой зубчатой поверхностями, обработанные в виде числа Тейлора и числа Нуссельта, отдельно для статора и ротора приведены на рис. 1 и 2. Из рисунков видно, что интенсивность теплоотдачи гладкой поверхности при другой зубчатой сохраняется такой же, как и для зазора с обеими гладкими стенками. Таким образом, пазы на одной поверхности не сказываются на интенсивности теплоотдачи другой, т. е. стенки зазора могут быть рассмотрены раздельно.

При малом числе пазов, т. е. большом значении относительной ширины зубца, интенсивность теплоотдачи зубчатой поверхности отличается незначительно от интенсивности теплоотдачи гладкой. С увеличением  $z$  интенсивность теплоотдачи растет.

Для зубчатого ротора в диапазоне  $2 \cdot 10^3 < Ta \leq 2 \cdot 10^6$  средние линии опытных зависимостей  $Nu_{рот}Pr^{-0,3} = f(Ta)$  при различных  $z_{рот}$  идут почти параллельно друг другу и лишь при  $Ta > 2 \cdot 10^6$  резко сближаются, а начиная с  $Ta = 4 \cdot 10^6$ , практически совпадают.

Для зубчатого статора средние линии  $Nu_{ст}Pr^{-0,3} = f(Ta, z_{ст})$  имеют наибольшее расхождение при малых числах  $Ta$ . С ростом  $Ta$  они сближаются и при  $Ta > 10^6$  сходятся к линии, описывающей теплоотдачу гладкого статора.

Установленная выше взаимосвязь дает возможность использовать для расчета интенсивности теплоотдачи зубчатых поверхностей уравнения (1) и (2), как для гладких стен. При этом необходимо ввести в эти уравнения дополнительные множители  $\Phi_{zст}$  и  $\Phi_{zрот}$ , учитывающие влияние пазов.

По данным опытов (рис. 1) была построена зависимость коэффициента пазов статора  $\Phi_{zст}$  от числа  $\Phi_{zрот}$  и относительной ширины зубца  $b_{zрот}/2\delta$  (рис. 3). Для расчета  $\Phi_{zст}$

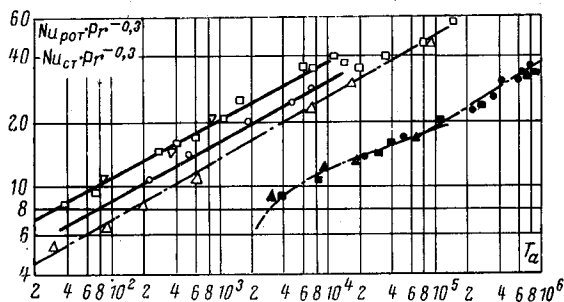


Рис. 2. Теплоотдача в зазоре с гладким статором и зубчатым ротором (светлые точки относятся к ротору, черные — к статору).

△ —  $z_{рот}=8, b_{zрот}/2\delta=19$ ; ○ —  $z_{рот}=16, b_{zрот}/2\delta=9$ ; □ —  $z_{рот}=32, b_{zрот}/2\delta=4,2$ ; — — —  $z_{рот}=0$ ; ▽ —  $z_{рот}=32, z_{ст}=24$ .

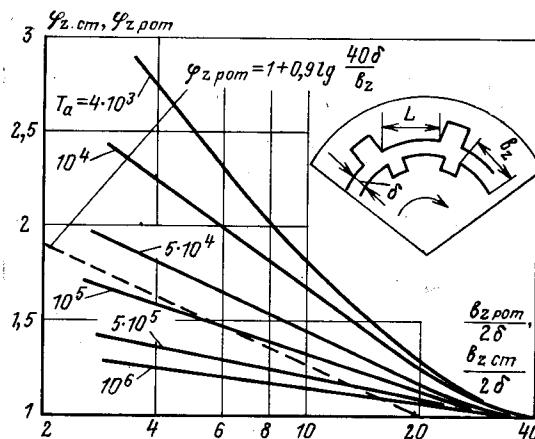


Рис. 3. Зависимости  $\Phi_{zст} = f(b_{zст}/z\delta)$  и  $\Phi_{zрот} = f(b_{zрот}/2\delta)$ .

можно использовать также следующую эмпирическую зависимость

$$\Phi_{zст} = 1 + 28,5Ta^{-0,325}lg(60\delta/b_{zст}). \quad (3)$$

Для гладкой поверхности полюсных наконечников в качестве  $b_{zст}$  следует принимать его ширину, а при наличии канавок, образованных надпазовыми шлицами, величина  $b_{zст}$  равна ширине зубца.

Коэффициент эффекта пазов ротора  $\Phi_{zрот}$  для широкого диапазона чисел Тейлора ( $2 \cdot 10^3 Ta < 2 \cdot 10^6$ ) практически не зависит от  $Ta$ , а является функцией лишь относительной ширины зубца  $b_{zрот}/2\delta$ . Для указанной области  $Ta$  по результатам опытов рис. 2 была построена зависимость  $\Phi_{zрот} = f(b_{zрот}/2\delta)$  (рис. 3), которая с незначительной погрешностью аппроксимируется уравнением:

$$\Phi_{zрот} = 1 + 0,9lg(40\delta/b_{zрот}). \quad (4)$$

При  $Ta > 2 \cdot 10^6$  можно принять  $\Phi_{zрот} = 1$ .

Программа исследований была завершена проведением серии опытов с пазами на обеих стенках зазора. Полученные опытные данные (см. точки с флажками на рис. 1 и 2) показывают, что характер теплоотдачи каждой поверхности сохраняется таким же, как и в опытах с одной гладкой и другой зубчатой поверхностями. Этим лишним раз подтверждается вывод о том, что интенсивности теплоотдачи стенок зазора не зависят друг от друга.

Условные обозначения в статье:  $\delta$  — ширина воздушного зазора;  $r$  — радиус ротора;  $\nu, \lambda, c_p$  — соответственно коэффициенты кинематической вязкости, теплопроводности и удельной теплоемкости жидкости;  $\rho$  — плотность жидкости;  $b_n, h_n$  — ширина и глубина паза (надпазового шлица или межполюсного раскрытия).

**Выводы.** 1. В результате экспериментального исследования получены критериальные уравнения для определения интенсивности теплоотдачи в воздушном зазоре жидкостнонаполненных машин постоянного тока с гладкими поверхностями ротора и статора.

2. Интенсивность теплоотдачи в зазоре с зубчатыми стенками не зависит от размеров пазов (в пределах, встречаемых в электрических машинах).

3. Взаимное влияние стенок зазора незначительно, т. е. процессы теплоотдачи поверхности ротора и статора могут рассматриваться раздельно.

4. Степень влияния пазов на теплоотдачу поверхности зависит от  $Ta$  и относительной ширины зубца. Предложены графические и аналитические зависимости от определения коэффициентов эффекта пазов ротора и статора.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко А. И., Янговский Е. И. Тепловое сопротивление воздушного зазора электрических машин — «Вестник электропромышленности», 1957, № 3.
2. Хаген, Данак. Теплообмен в области отрыва турбулентного пограничного слоя при обтекании впадин — «Теплопередача», М., «Мир», 1967, № 4.
3. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — СО АН СССР, 1970.

[ 28.6.1971 ]

## Баланс реактивной мощности на нелинейном элементе

Л. Ф. Котова

Москва

При определении периодического режима в цепи с нелинейными элементами, допускающими кусочно-линейную аппроксимацию характеристик (ферромагнитные сердечники, электрические вентили, элементы с релейными характеристиками) обычно решают сложные трансцендентные уравнения, в которых неизвестны лишь моменты  $t_1, t_2, \dots$  перехода изображающей точки с одного прямолинейного участка характеристики на другой. При представлении периодического решения в виде ряда Фурье, что часто является наиболее рациональным, общепринятым условием для определения  $t_1, t_2, \dots$  по значениям искомой величины в эти моменты дают хорошие результаты при расчете с очень большим числом гармоник [Л. 1], но при инженерном расчете с малым числом гармоник приводят к значительным погрешностям. Для определения  $t_1, t_2, \dots$  с существенно меньшей погрешностью при малом числе гармоник можно использовать уравнения баланса активной и реактивной мощности на нелинейном элементе.

В [Л. 2] показано применение уравнения баланса активной мощности. При близком к нулю сдвиге фаз между первыми гармониками напряжения и тока нелинейного элемента лучшие результаты дает уравнение баланса реактивной мощности, рассматриваемое ниже.

Для реактивных мощностей каждой гармоники, потребляемых нелинейным элементом в цепи с периодической э. д. с., справедливо соотношение:

$$\sum_{k=1}^{\infty} kQ_k = \frac{1}{2\pi} \oint u_r(i) di. \quad (1)$$

Выражение (1) получено аналогично соотношениям в [Л. 3] (см. приложение 1).

Если вольт-амперная характеристика нелинейного элемента однозначна (безынерционное нелинейное сопротивление), то правая часть уравнения (1) равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{\infty} kQ_k = 0. \quad (2)$$

Если вольт-амперная характеристика нелинейного элемента неоднозначна, что эквивалентно наличию индуктивности или емкости, то правая часть уравнения (1) соответствует  $1/2\pi$  части площади, охваченной петлеобразной вольт-амперной характеристикой. Форма последней может зависеть не только от свойств самого нелинейного элемента, но также от параметров линейной части цепи, амплитуды э. д. с. и т. п.

При анализе электрических цепей современных ферромагнитный элемент часто рассматривают в идеализированном виде с характеристикой:

$$\begin{aligned} i < 0, \quad \Psi = -\Psi_0; \\ i = 0, \quad -\Psi_0 < \Psi < \Psi_0; \\ i > 0, \quad \Psi = \Psi_0, \end{aligned}$$

где  $\Psi_0$  — потокосцепление при насыщенном сердечнике.

Напряжение и ток такой «идеальной» нелинейной индуктивности в момент насыщения сердечника могут измениться скачкообразно. Так в простейшей цепи, состоящей из последовательного соединения «идеальной» нелинейной индуктивности, линейного сопротивления  $R$ , паразитная индуктивность  $L$  которого пренебрежимо мала, и источника э. д. с.  $e = E_m \sin \omega t$  при  $\omega t = \beta$ , когда достигается насыщение сердечника, происходит скачок напряжения  $-u(\beta_-) = -E_m \sin \beta$  и скачок тока,

$$i(\beta_+) = \frac{E_m \sin \beta}{R},$$

где  $\beta$  определяется из выражения

$$\int_0^{\beta/\omega} E_m \sin \omega t dt = 2\Psi_0.$$

В реальных условиях потокосцепление в насыщенном состоянии хотя и незначительно, но зависит от тока, следовательно, существует малая индуктивность  $L_s$ . Если принять значение  $L_s$  постоянным и достаточно малым по сравнению с отношением  $R/\omega$ , то ввиду малости постоянной времени переходного процесса по сравнению с полупериодом э. д. с. можно пренебречь изменением э. д. с.  $e$  во время перехода сердечника в насыщенное состояние и считать, что изменение тока и напряжения происходит при этом по закону:

$$\left. \begin{aligned} u &= u(\beta_-) e^{pt}; \\ i &= i(\beta_+) (1 - e^{pt}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $p = -R/L_s$ .

Из (3) получается уравнение наклонного прямолинейного участка динамической вольт-амперной характеристики ферромагнитного элемента:

$$i = i(\beta_+) \left[ 1 - \frac{u}{u(\beta_-)} \right]. \quad (4)$$

Характеристика в целом для случая  $\beta < \frac{\pi}{2}$  показана на рис. 1, а.

Как видно из (4), форма динамической характеристики не зависит от индуктивности  $L_s$ , поэтому следует считать, что характеристика остается той же самой и при нелинейности насыщенной ветви, если соблюдается условие  $L \ll L_s$ .

После интегрирования (1) с учетом (4) получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty} kQ_k = \frac{1}{2\pi} u(\beta_-) i(\beta_+). \quad (5)$$

Внесение в рассмотренную цепь последовательно с  $R$  линейной емкости  $C$  вообще изменяет характер явления. Однако при условии  $RC \gg 4 \frac{L_s}{R}$  корни характеристического уравнения цепи при насыщенной нелинейной индуктивности

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L_s} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L_s}\right)^2 - \frac{1}{L_s C}}$$

действительны и сильно отличаются друг от друга по абсолютному значению  $\left(p_2 \approx -\frac{R}{L_s}, \text{ а } |p_1| \ll |p_2|\right)$ . В этом случае

закон изменения тока и напряжения реальной нелинейной индуктивности практически не будет отличаться от (3) и для такой цепи будет справедливо уравнение баланса реактивной мощности вида (5).

При последовательном соединении нелинейной индуктивности с сопротивлением  $R$  и линейной индуктивностью  $L$  при переходе сердечника в насыщенное состояние напряжение  $e - iR =$

$= (L_s + L) \frac{di}{dt}$  делится между индуктивностями  $L$  и  $L_s$ . При замене насыщенной ветви реальной характеристики  $\Psi(i)$  прямолинейным участком и при малом значении постоянной вре-

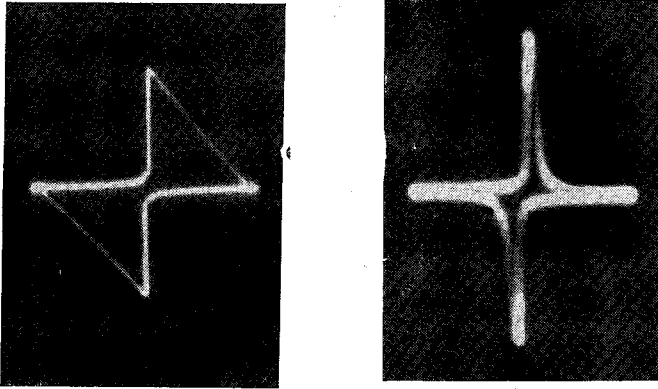
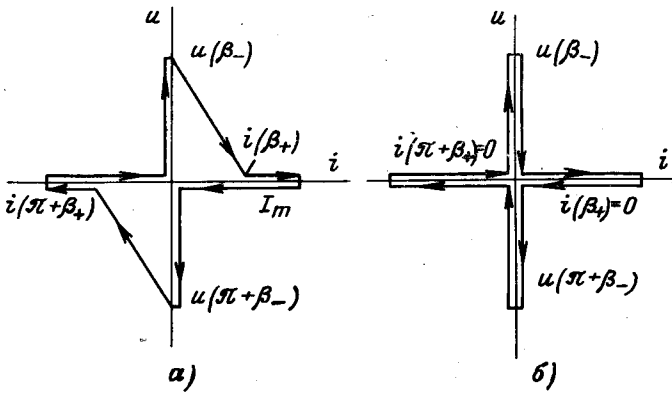


Рис. 1.

мени переходного процесса по сравнению с полупериодом э. д. с. вольт-амперная характеристика соответствует показанной на рис. 2, а уравнение баланса реактивной мощности имеет вид:

$$\sum_{k=1}^{\infty} kQ_k = \frac{1}{2\pi} \frac{L_s u(\beta_-)}{L_s + L} i_1(\beta_+). \quad (6)$$

Если  $L_s \ll L$ , то вольт-амперная характеристика вырождается, принимая вид, показанный на рис. 1, б, а интеграл (1) обращается в нуль.

Было проведено осциллографирование вольт-амперных характеристик на ферромагнитном элементе с двумя обмотками (рабочей и измерительной) и тороидальным сердечником из сплава НП-50. По осциллограмме (рис. 1, в), снятой при последовательном соединении рабочей обмотки с добавочным линейным сопротивлением, что в сумме составило  $R=132 \text{ Ом}$ , и питания от синусоидального напряжения  $E=20 \text{ в}$  были получены следующие результаты:  $u(\beta_-)=27 \text{ в}$ ,  $I_m = \frac{E_m}{R} = 0,214 \text{ а}$ ;  $i(\beta_+)=0,2 \text{ а}$ ,  $\alpha=72^\circ$ . Чисто активное сопротивление линейной части этой цепи не может потреблять реактивную мощность от нелинейного элемента ни на одной из гармоник. Поэтому реактивная мощность на нелинейном элементе состоит только из реактивной мощности, получаемой от источника питающего напряжения на первой гармонике. Соотношение (5) в этом случае принимает вид:

$$\text{Im}(\dot{U}_1 \dot{I}_1^*) = \frac{1}{2\pi} u(\beta_-) i(\beta_+). \quad (5a)$$

Справедливость (5а) легко проверить, вычислив по приведенным данным первые гармоники напряжения  $U_1$  на нелинейной индуктивности и тока  $I_1$  в ней.

Использование уравнений баланса мощности на нелинейном элементе обеспечивает малый объем вычислительной работы для определения  $t_1, t_2, \dots$  при отношениях параметров

цепи  $\omega L/R > 1$  и  $1/\omega CR < 1$  при простом последовательном соединении. При сложной конфигурации линейной цепи, присоединенной к зажимам нелинейного элемента, это свойство метода сохраняется, если частотные характеристики цепи подобны частотным характеристикам указанных простейших цепей.

**Приложение 1.** В цепи, питаемой от периодической э. д. с.,  $k$ -ую гармоническую составляющую тока в нелинейном элементе можно записать в комплексной форме:

$$i_k = I_{mk} \cos(k\omega t + \psi_k) = I_k e^{jk\omega t} + I_{-k} e^{-jk\omega t},$$

где

$$I_k = \frac{I_{mk} e^{j\psi_k}}{2}; \quad I_{-k} = I_k^* = \frac{I_{mk} e^{-j\psi_k}}{2}.$$

В соответствии с этим имеем:

$$i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k e^{jk\omega t}; \quad \dot{i} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k^* e^{-jk\omega t}.$$

Производная тока

$$\frac{di}{d\omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k^* e^{-jk\omega t} (-jk). \quad (7)$$

Комплексная амплитуда  $k$ -ой гармоники напряжения на нелинейном элементе определяется выражением:

$$U_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) e^{-jk\omega t} d\omega t. \quad (8)$$

Умножение обеих частей равенства (8) для каждой гармоники на  $-jkI_k^*$  и суммирование полученных выражений по всем гармоникам приводит к соотношению:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_k I_k^* (-jk) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} -jk I_k^* e^{-jk\omega t} \right) d\omega t. \quad (9)$$

Левую часть (9) можно записать иначе, учитывая, что сумма для каждой  $k$ -ой и  $-k$ -ой гармоники составляет:

$$-jk \dot{U}_k I_k^* + jk \dot{U}_{-k} I_{-k}^* = k \frac{U_{mk} I_{mk}}{2} \sin \varphi_k = kQ_k,$$

где  $Q_k$  — реактивная мощность  $k$ -ой гармоники для нелинейного элемента. Сумму в правой части (9) можно заменить по (7), а функцию  $u(\omega t)$  — функцией  $u(i)$ , если последняя известна:  $u(\omega t) = u[i(\omega t)] = u(i)$ . Тогда (9) принимает вид:

$$\sum_{k=1}^{\infty} kQ_k = \frac{1}{2\pi} \int_{i(0)}^{i(2\pi)} u(i) di.$$

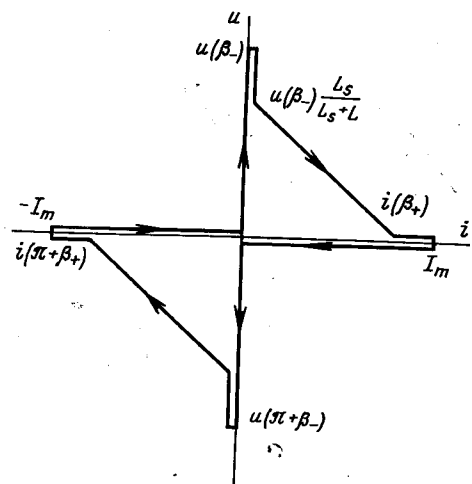


Рис. 2.

Вследствие периодичности режима  $i(2\pi) = i(0)$  и интеграл в правой части превращается в интеграл по контуру  $u(i)$ , что приводит к (1).

**Приложение 2.** Проанализируем цепь из последовательно соединенных «идеальной» нелинейной индуктивности, линейных индуктивности  $L$  и активного сопротивления  $R$  с э. д. с.  $e = E_m \sin \omega t$  при относительной амплитуде  $E_m/2\psi_0\omega = 1,2$ ;  $\frac{\omega L}{R} = 1,6$  и  $\omega L_s/R \ll 1$ . Нужно определить гармоники тока в цепи.

Здесь  $L_s \ll L$  и для расчета подходит уравнение (2). Напряжение  $u$  на «идеальной» нелинейной индуктивности составляет:

$$\left. \begin{aligned} \alpha < \omega t < \beta; u = E_m \sin \omega t; i = 0; \\ \beta < \omega t < \pi + \alpha; u = 0; i \neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Значения  $\alpha$  и  $\beta$  всегда связаны соотношением:

$$\int_{\alpha/\omega}^{\beta/\omega} u dt = 2\psi_0, \quad (11)$$

которое при условиях (10) принимает вид:

$$\cos \beta = \cos \alpha - \frac{2\psi_0\omega}{E_m}. \quad (11a)$$

Уравнение (2) для рассматриваемой цепи имеет вид:

$$\text{Im} \left( \dot{U}_1 \dot{I}_1^* \right) \frac{R}{E^2} + \sum_{k=3}^{\infty} k b_k U_k^2 \frac{R}{E^2} = 0, \quad (12)$$

где  $U_1, U_k$  — первая и  $k$ -ая гармоники напряжения  $u$ ;

$$I_1 \frac{R}{E} = \frac{E - \dot{U}_1}{R + j\omega L} \frac{R}{E} = \frac{1 - \dot{U}_1}{1 + j1,6};$$

$$k b_k R^2 = \frac{-k^2 \omega L R}{R^2 + k^2 (\omega L)^2} = \frac{-k^2 1,6}{1 + k^2 1,6^2}; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} k b_k R = -0,625.$$

Уже при  $k=7$   $k b_k R = -0,62$ , поэтому для всех гармоник выше пятой можно принять  $k b_k R = -0,625$ . Выражение (12)

примет вид:

$$\begin{aligned} \text{Im} \left( \frac{\dot{U}_1}{E} \frac{\dot{I}_1^* R}{E} \right) - 0,6 \frac{U_3^2}{E^2} - 0,615 \frac{U_5^2}{E^2} - \\ - 0,625 \left( \frac{U^2}{E^2} - \sum_{k=1}^5 \frac{U_k^2}{E^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $U$  — действующее значение  $u$ , вычисляемое по (10);

$$\frac{U^2}{E^2} = \text{Re} \frac{\dot{U}_1}{E}.$$

Выражение (13) позволяет определить  $\alpha = \omega t_1$ , например, графическим путем. Для этого надо выбрать несколько произвольных значений  $\alpha$ , по (11a) найти соответствующие им значения  $\beta$ , для каждой пары  $\alpha$  и  $\beta$  вычислить [Л. 2] три первые нечетные гармоники напряжения  $u$  и квадрат его относительного действующего значения  $U^2/E^2$ .

Подставляя их в левую часть (13), вычислить значения  $\sum k Q_k \frac{R}{E^2}$  для выбранных значений  $\alpha$ . Точка пересечения кривой, соответствующей расчетной зависимости  $\sum k Q_k \frac{R}{E^2}(\alpha)$ ,

с осью абсцисс определяет искомое значение  $\alpha = 48^\circ,4$ . Метод припасовывания экспоненциальных функций дает близкое значение  $\alpha = 48^\circ,55$ .

По гармоникам напряжения  $u$ , соответствующим  $\alpha = 48^\circ,4$  легко определить гармоники тока [Л. 2].

Для рассмотренного расчета была снята осциллограмма вольт-амперной характеристики на нелинейной индуктивности (рис. 1,а). В опыте получены значения  $\alpha = 48^\circ$  и  $\beta = 102^\circ$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. О периодических режимах в нелинейной динамической системе. — «Прикладная математика и механика», 1956, т. 20, № 5, с. 639—654.
2. Котова Л. Ф. Метод расчета установившегося режима по сдвигу фаз между первыми гармониками на нелинейном элементе. — «Электричество», 1967, № 4, с. 88—90.
3. Manley J. M., Rowe H. E. Some General Properties of Nonlinear Elements — Part I. General Energy Relations. Proceedings of the IRE. 1956, № 7, p. 904—913.

[17.1.1972]

УДК 621.314.5

## Универсальная энергетическая диаграмма и характеристики мощных компенсированных преобразователей

Доктор техн. наук С. Р. Глинтерник

Ленинград

Управляемые вентильные преобразователи с конденсаторами в главной цепи можно применять не только для выпрямления или инвертирования тока, но и для быстродействующего регулирования реактивной мощности в электрических системах. Электромагнитные процессы в преобразователях с конденсаторами, работающих с улучшенным коэффициентом мощности в установках, предназначенных для выпрямления и инвертирования тока, исследованы достаточно полно [Л. 1—6]. Меньше изучены электромагнитные процессы в преобразователях при их работе в качестве компенсатора реактивной мощности [Л. 7—8]. На рис. 1 приведена трехфазная мостовая схема компенсированного преобразователя с последовательно включенными конденсаторами.

В компенсированных преобразователях процесс коммутации тока протекает по более сложному закону, чем в обычных преобразователях без конденсаторов. Приближенное представление этой закономерности позволяет существенно упростить расчет нормальных режимов и характеристик преобразователей. Наиболее простое допущение о линейном характере коммутации тока, хотя и связано с некоторыми погрешностями (которые далее будут оценены), но позволяет легко расчи-

тывать энергетические характеристики управляемых преобразователей. Принятие линейного закона коммутации полностью определяет форму кривой тока в вентилях и вторичных фазных токов в виде блоков равнобокой трапеции с основаниями, равными  $2\pi/3 \pm \gamma$ , и высотой, равной  $I_d$ . Наклон этих кривых в интервалах коммутации соответствует отношению  $I_d/\gamma$ , где  $\gamma$  — угол коммутации, а  $I_d$  — среднее значение выпрямленного тока преобразователя.

При выборе начала отсчета времени от момента отпирания (зажигания) вентиля 3 для токов в вентилях в интервале коммутации  $0 \leq \theta \leq \gamma$  имеем:

$$i_3 = \frac{I_d}{\gamma} \theta, \quad i_1 = -\frac{I_d}{\gamma} (\theta - \gamma), \quad i_2 = I_d;$$

в межкоммутационном интервале  $\gamma \leq \theta \leq \pi/3$  ток  $i_1 = 0$ , а токи  $i_2 = i_3 = I_d$ . Так определяются токи в вентилях в нормальных установившихся режимах преобразователя, когда происходит поочередное чередование двух и трех одновременно работающих вентилях и не учитываются пульсации выпрямленного тока.



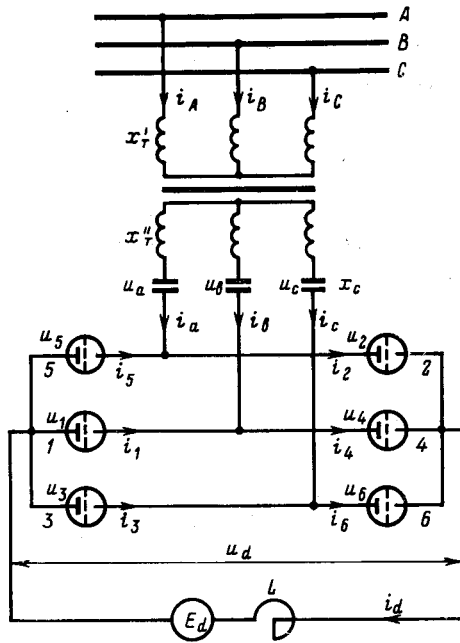


Рис. 1.

При этом напряжения на конденсаторах в коммутационном интервале определяются выражениями:

$$u^*_a = x_c I_a \left( \theta - \frac{\gamma}{2} \right); u^*_c = x_c I_a \frac{\pi}{3} - x_c \int_0^{\theta} i_a d\theta = x_c I_a \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2\gamma} x_c I_a \theta^2; u^*_b = -(u^*_a + u^*_c).$$

В межкоммутационном интервале напряжение  $u'_a$  имеет то же выражение, напряжение  $u'_b = -x_c I_a \pi / 3$ , а  $u^*_c = -(u'_a + u'_b)$ .

В случае спрямления параболической формы кривой напряжений на конденсаторах в коммутационном интервале отрезками, являющимися продолжением прямых на смежных межкоммутационных участках, напряжение на конденсаторах приобретает простую трапециевидную форму с основаниями  $\pi$  и  $\pi/3$  и высотой  $U_{cm} = x_c I_a \pi / 3$ .

Действующие значения вторичного фазного тока и напряжения на конденсаторах определяются соответственно выражениями:

$$I = \sqrt{\frac{2}{3}} I_a \sqrt{1 - \frac{\gamma}{2\gamma}} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} I_a \left( 1 - \frac{\gamma}{4\pi} \right); \quad (1)$$

$$U_c = \frac{\pi \sqrt{5}}{9} x_c I_a \sqrt{1 - \left( \frac{\gamma}{\pi} \right)^2} \approx x_c I_a \frac{\pi}{4} \sqrt{1 - \left( \frac{\gamma}{\pi} \right)^2} \approx 0,78 x_c I_a. \quad (2)$$

Выражение для амплитуды основной гармоники тока имеет вид:

$$I_{m1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{\sin \gamma/2}{\gamma/2} I_a \approx \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_a. \quad (3)$$

Угол сдвига фазы основной гармоники переменного тока относительно э. д. с. системы при принятых допущениях найдем из выражения:

$$\psi = \alpha + \frac{\gamma}{2}. \quad (4)$$

Выражение (4) отличается от точного на величину, которая может быть оценена по формуле:

$$\delta = \frac{\gamma^2}{12} k_z \operatorname{ctg} \left( \alpha + \frac{\gamma}{2} \right). \quad (5)$$

Здесь

$$k_z = 1 - v^2 \left( \frac{2\pi}{3} - \frac{\gamma}{3} \right) \frac{\gamma}{2},$$

причем

$$v = \frac{x_c}{x_R}, \quad x_R = x'_r + x''_r. \quad (6)$$

где  $v$  — относительная собственная частота контура коммутации.

Средние значения тока и напряжения трехфазного мостового преобразователя связаны с углами  $\alpha$  и  $\gamma$  следующими соотношениями [Л. 3]:

$$I_d = \frac{\sqrt{3} E_m}{x_R} k_I \sin \frac{\gamma}{2} \sin \left( \alpha + \frac{\gamma}{2} \right); \quad (7)$$

$$U_d = \frac{3\sqrt{3} E_m}{\pi} k_V \cos \frac{\gamma}{2} \cos \left( \alpha + \frac{\gamma}{2} \right). \quad (8)$$

Для преобразователя с последовательно включенными конденсаторами имеем:

$$k_I = \frac{1}{k_z};$$

$$k_V = 1 + \frac{v}{v^2 - 1} \left( \frac{2\pi}{3} - \frac{\gamma}{2} \right) \left( \operatorname{tg} v \frac{\gamma}{2} - v \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right).$$

Угол  $\alpha_0$  естественного отпирания (зажигания), характеризуемый моментом вступления в работу очередного вентиля выпрямителя как раз при переходе напряжения на нем через нуль [Л. 3], связан с углами  $\alpha$ ,  $\gamma$  и углом запирания (погашения)  $\delta$  инвертора соотношением:

$$\alpha + \gamma + \delta = \pi - \alpha_0. \quad (9)$$

Подстановка  $\alpha_0$  вместо  $\alpha$  в (7) и (8) определяет значения  $I_{dгр}$  и  $U_{dгр}$ , определяющие границу области возможной работы преобразователя. Границы области работы преобразователя, на которых становится уже возможным вступление в работу очередного вентиля в выпрямительном режиме и еще возможно своевременное завершение процесса коммутации в инверторном режиме, зависят от соотношения параметров главной цепи и от величины нагрузки преобразователя.

Вся область работы преобразователя с последовательно включенными конденсаторами разделяется на две части: область работы преобразователя с потреблением реактивной мощности и область его работы с выдчей реактивной мощности в систему переменного тока. Последняя существует только, когда  $v > 1$ . Линия раздела обеих областей представляет собою геометрическое место корней уравнения  $k_z = 0$ . Наименьший корень  $\gamma = \gamma_{кр}$  этого уравнения определяется выражением:

$$\gamma_{кр} = \pi \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{6}{\pi^2 v^2}} \right]. \quad (10)$$

Для ряда значений параметра  $v$  были рассчитаны значения  $\gamma_{кр} = f(v)$ :

$v$	1,045	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0
$\gamma_{кр}$	60°	26°14'	14°14'	8°58'	6°12'	3°26'	2°12'

Преобразователь с последовательно включенными конденсаторами работает с выдчей реактивной мощности только когда угол коммутации  $\gamma > \gamma_{кр}$ . Угол  $\gamma_{кр}$  соответствует изменению знака коэффициента  $k_z$ . В силу знакопостоянства выражения (7) для выпрямленного тока  $I_d$  изменение знака этого коэффициента должно сопровождаться изменением знака  $\sin(\alpha + \gamma/2)$ . Условие  $\sin(\alpha + \gamma/2) = 0$  поэтому определяет критические значения углов  $\alpha$  для выпрямителя  $\alpha'_{кр} = -\gamma_{кр}/2$  и для инвертора  $\alpha''_{кр} = 180^\circ - \gamma_{кр}/2$ . Критические углы  $\alpha_{кр}$  и  $\alpha''_{кр}$  соответствуют режимам перехода преобразователя из области потребления в область выдчи реактивной мощности. Граница же перехода преобразователя из выпрямительного в инверторный режим работы определяется переменной знака  $U_d$ , т. е. определяется условием  $\cos(\alpha + \gamma/2) = 0$ .

Активная, реактивная и полная мощности преобразователя определяются соответственно выражениями:

$$P = U_d I_d = \frac{3}{2} E_m I_{m1} \cos \psi \approx \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m I_a \cos \psi; \quad (11)$$

$$Q = P \operatorname{tg} \psi \approx \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m I_a \sin \psi; \quad (12)$$

$$S = 3 \frac{E_m}{\sqrt{2}} I = \sqrt{3} \left(1 - \frac{\gamma}{4\pi}\right) E_m I_{d*} \quad (13)$$

Коэффициент мощности равен:

$$\chi = \frac{P}{S} = \frac{S_1}{S} \frac{P}{S_1} = \lambda \cos \psi, \quad \text{где } S_1 = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m I_{d*} \quad (14)$$

Коэффициент искажения мощности  $\lambda = \frac{S_1}{S}$  определяется выражением:

$$\lambda = \frac{3}{\pi} \left(1 + \frac{\gamma}{4\pi} - \frac{\gamma^2}{24}\right) \quad (15)$$

Зависимость коэффициента искажения от угла коммутации следующая:

$\lambda$	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$\gamma$	0,955	0,961	0,967	0,976	0,984	0,988	0,991	0,991

Для типовой мощности конденсаторов, определяемой как произведение действующих значений тока и напряжения, имеем:

$$P_c = 3U_c I = \frac{\pi\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \left(1 - \frac{\gamma}{4\pi}\right) x_c I_{d*}^2 \approx \frac{6}{\pi} \left(1 - \frac{\gamma}{4\pi}\right) x_c I_{d*}^2 \quad (16)$$

В долях активной мощности преобразователя типовая мощность конденсаторов выражается следующим образом:

$$\frac{P_c}{P} = \frac{3}{\pi} \frac{v^2}{\chi} I_{d*} \approx \frac{v^2}{\cos \psi} I_{d*} \quad (17)$$

Для преобразователя, работающего в режиме компенсатора реактивной мощности, относительная величина типовой мощности конденсаторов равна:

$$\frac{P_c}{Q} \approx \frac{v^2}{\sin \psi} I_{d*} \quad (18)$$

Здесь  $I_{d*}$  — относительная величина тока нагрузки преобразователя  $I_d$ , выраженная в долях тока

$$I_6 = \frac{\sqrt{3} E_m}{2x_R}$$

Запишем выражения (11) и (12) в относительных величинах, приняв за базисную величину мощности  $P_6 = \frac{9E_m^2}{2\pi x_R}$ :

$$P_* = I_{d*} \cos \psi; \quad Q_* = I_{d*} \sin \psi \quad (19)$$

Выражения (19) для активной и реактивной мощностей преобразователя позволяют построить удобную универсальную энергетическую диаграмму преобразователя в полярных координатах. Выберем  $I_{d*}$  в качестве радиус-вектора, а угол  $\psi = \alpha + \gamma/2$  — в качестве аргумента полярной системы координат. Тогда лучи  $\psi = \text{const}$ , выходящие из начала координат, будут геометрическим местом равных углов сдвига фаз, а окружности  $I_{d*} = \text{const}$  — геометрическим местом равных величин относительной нагрузки преобразователя. Совмещенные с полярными координатами оси декартовой системы координат будут соответственно осями активной и реактивной мощностей. Лучи  $\psi = \text{const}$  являются энергетическими характеристиками преобразователя, регулируемого так, что  $\alpha + \gamma/2 = \text{const}$ .

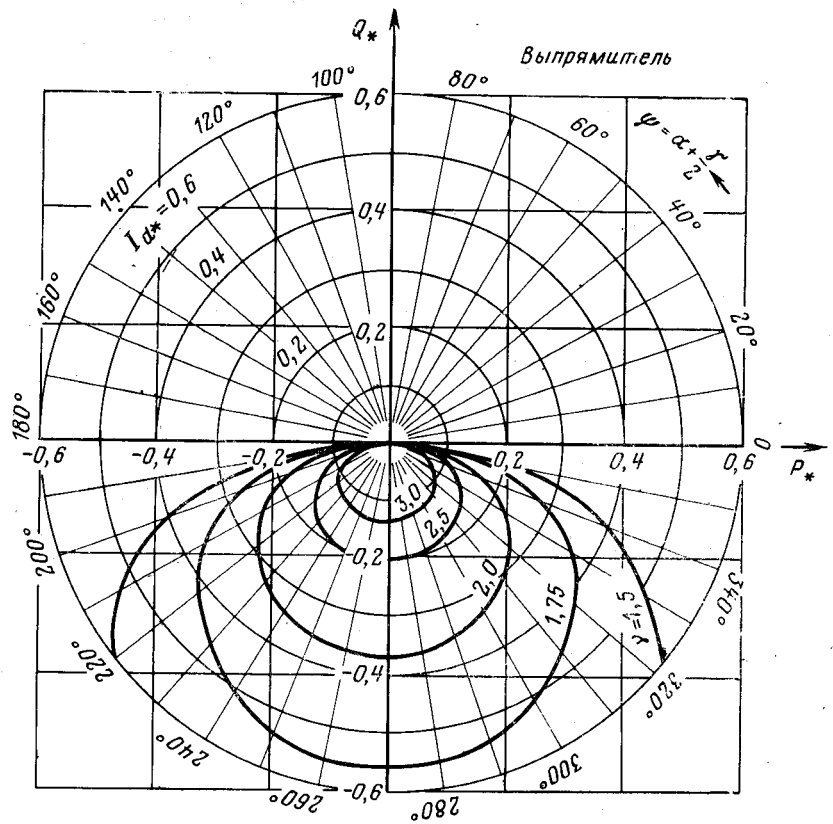


Рис. 2.

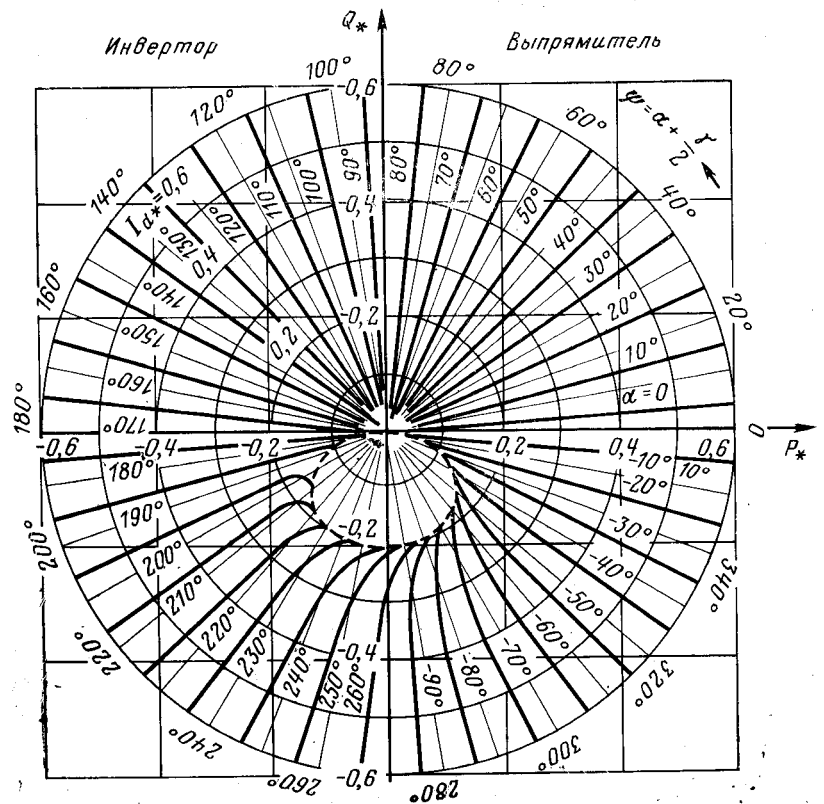
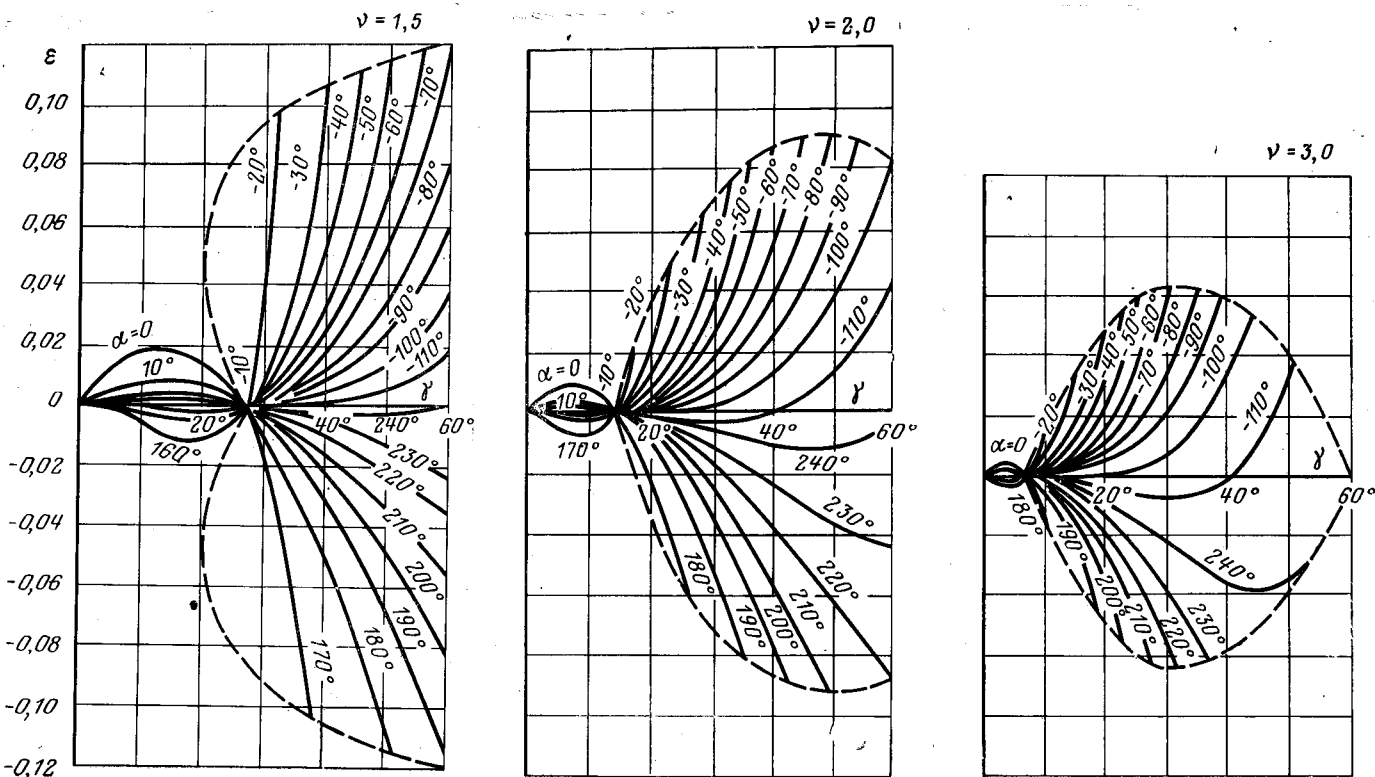
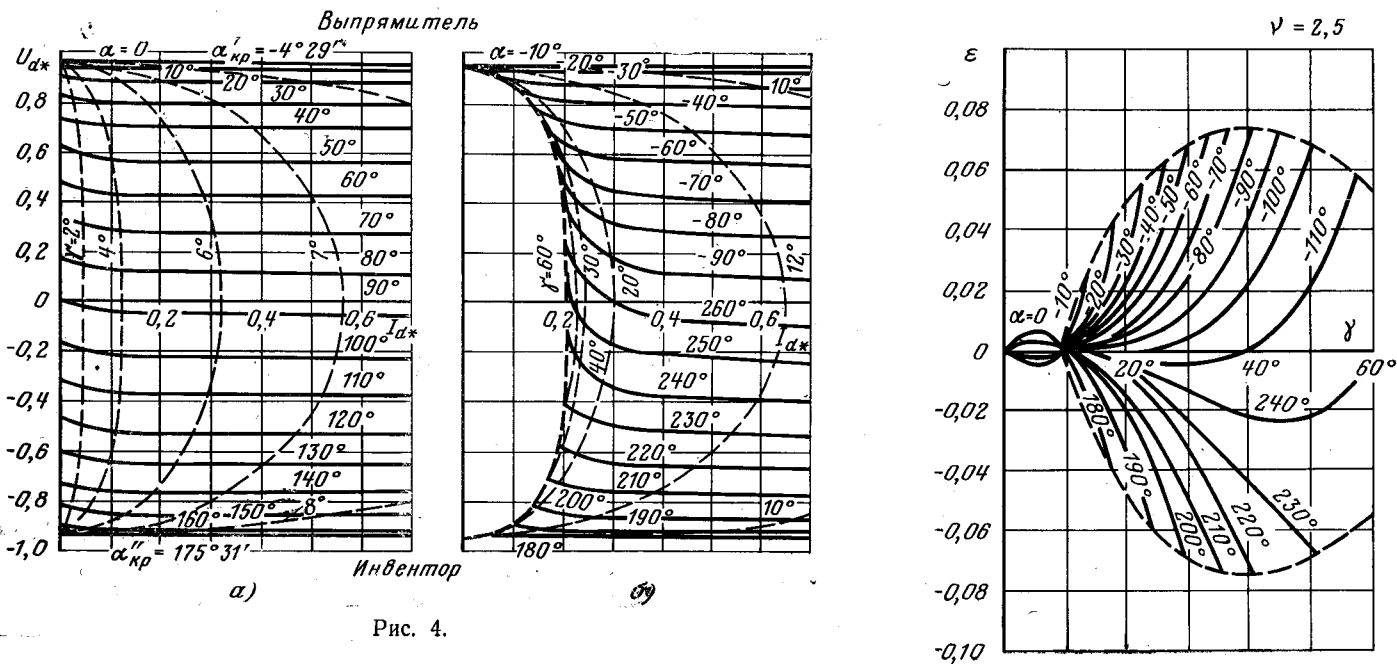


Рис. 3.



Универсальная энергетическая диаграмма преобразователя построена на рис. 2. Правая полуплоскость соответствует выпрямительному, а левая — инверторному режимам работы преобразователя. Верхняя полуплоскость соответствует режимам работы преобразователя с потреблением реактивной мощности, а нижняя — режимам работы с выдачей реактивной мощности. Жирные кривые в нижней полуплоскости ограничивают нерабочую зону, размеры которой зависят от выбранного параметра  $\nu$ . Нерабочая зона при малых нагрузках преобразователя, расположенная во внутренней части плоскости, ограниченной жирной линией для каждого фиксированного значения  $\nu$ , с увеличением этого параметра уменьшается. Однако увеличение  $\nu$  связано с возрастанием необходимой мощности конденсаторов. Таким образом, область работы компенсированных преобразователей при выдаче ими реактивной мощно-

сти имеет существенную особенность — нерабочую зону при малых нагрузках.

На рис. 3 приведена энергетическая диаграмма компенсированного преобразователя для частного случая, когда  $\nu = 2,5$ . Граница рабочей области здесь показана пунктирной линией, а сплошные жирные линии представляют энергетические характеристики преобразователя при постоянстве угла отпирания (зажигания)  $\alpha = \text{const}$ .

Нерабочая зона в области работы преобразователя с выдачей реактивной мощности проявляется также и в семействе внешних характеристик преобразователя. На рис. 4 приведено семейство внешних характеристик  $U_{d*} = f(I_{d*})$  для одного из значений параметра  $\nu = 2,5$ . Здесь относительная величина  $U_{d*}$  выпрямленного напряжения определена в долях от  $\sqrt{3}E_m$ , т. е. в долях амплитуды линейного напряжения трехфазной сети.

Режимам работы преобразователя с потреблением реактивной мощности соответствует рис. 4,а, а режимам работы с выдачей реактивной мощности в систему — рис. 4,б. В этой области при малых нагрузках расположена нерабочая зона, а в рабочей зоне этой области нелинейный характер зависимостей  $U_a = f I_a$  при различных  $\alpha = \text{const}$  проявляется в большей степени, чем в области работы преобразователя с потреблением реактивной мощности. Тонкими пунктирными линиями на рис. 4 показаны линии равных углов коммутации  $\gamma = \text{const}$ . В области потребления реактивной мощности увеличение нагрузки преобразователя сопровождается ростом угла коммутации. В области выдачи реактивной мощности имеет место обратная картина.

Принятое допущение о прямолинейном характере коммутации тока не вносит заметных погрешностей в расчеты средних и действующих значений токов и напряжений на конденсаторах, а также их основных гармоник. Несколько большие величины погрешности создаются в определении угла фазового сдвига  $\varphi$ . Они оцениваются по (5). На рис. 5 представлено семейство кривых зависимости  $\varepsilon = f(\gamma)$  при различных  $\alpha = \text{const}$ , рассчитанных для нескольких значений параметра  $\nu$ . Узловые точки на рис. 5 соответствуют критическому значению угла  $\gamma = \gamma_{кр}$ .

Из рис. 5 видно, что в области работы преобразователя с потреблением реактивной мощности, когда  $\gamma < \gamma_{кр}$ , погрешности пренебрежимо малы. Они более заметны в области работы преобразователя с выдачей реактивной мощности, когда  $\gamma > \gamma_{кр}$ , и возрастают по мере приближения к границе рабочей области, показанной на рис. 5 жирным пунктиром. В выпрямительном режиме поправки к приближенному выражению угла  $\varphi$  положительные, а для инверторного режима они отрицательные.



## О численном обращении изображений при расчете электрических цепей с помощью преобразования Лапласа

Канд. техн. наук В. И. Астрахан

Москва

Одним из наиболее распространенных методов расчета переходных процессов в электрических цепях является метод, основанный на применении интегрального преобразования Лапласа. Однако при расчете цепей высокого порядка с сосредоточенными параметрами и особенно цепей с распределенными параметрами известные трудности встречает переход от изображений к оригиналам. При использовании теоремы разложения эти трудности в первую очередь связаны с определением корней характеристических уравнений, которые представляют собой либо алгебраические уравнения высокого порядка, либо трансцендентные уравнения.

Отмеченные затруднения в значительной степени могут быть преодолены с помощью дискретных методов и методов, основанных на приведении непрерывных систем к эквивалентным импульсным [Л. 1]. Первая группа методов основана на замене интегральных уравнений системой разностных уравнений. К данной группе методов относятся канонический метод [Л. 1], метод разложения функций во временные ряды [Л. 2] и др.

Ко второй группе относятся методы: Цыпкина—Гольденберга, Красовского—Поспелова, Рагаззини—Бергена, Боксера—Талера и др. [Л. 1]. К данной группе методов относится также метод, предложенный Я. Б. Кадымовым применительно к расчету цепей с распределенными параметрами [Л. 3]. Указанные методы базируются на использовании аппарата дискретного преобразования Лапласа.

Общим недостатком второй группы методов является то, что их применение связано с большим объемом математических выкладок, возникающих при определении изображения искомой дискретной функции.

Рассматриваемый в статье метод численного обращения изображений относится к группе дискретных методов и разработан для расчета цепей с распределенными параметрами, но может быть использован также для расчета цепей с сосредоточенными параметрами и для расчета таблиц некоторых функций.

Рассмотренные выше особенности режимов и характеристик компенсированных преобразователей позволяют обоснованно подходить к выбору области работы и параметров таких преобразователей, в частности, при их использовании в качестве регулируемых источников реактивной мощности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабат Г. И., Кацман Я. А. Тиратронные преобразователи с улучшенным коэффициентом мощности.— «Электричество», 1937, № 4, с. 8—17.
2. Электропередача постоянного тока как элемент энергетических систем. Изд. АН СССР, М.—Л., 1962. Авт.: Л. Р. Нейман, С. Р. Глинттерник, А. В. Емельянов, В. Г. Новицкий.
3. Глинттерник С. Р. Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей, Л., «Наука», 1968.
4. Глинттерник С. Р. Упрощенный расчет установившихся режимов ионного преобразователя с конденсаторами в его главной цепи.— Изв. вузов, «Энергетика», 1958, № 12.
5. Шипулина Н. А. Исследование мостовой схемы с последовательным включением конденсаторов в схемных обмотках трансформаторов, «Изв. НИИПТ», сб. 3. М.—Л., Госэнергоиздат, 1958.
6. Глинттерник С. Р. Электромагнитные процессы в трехфазном мостовом преобразователе с последовательно включенными конденсаторами.— Изв. вузов, «Энергетика», 1965, № 9.
7. Чиженко И. М. Двухмостовой преобразователь электрического тока с коммутирующим устройством.— Изв. вузов, «Энергетика», 1958, № 4.
8. Вентильные преобразователи с конденсаторами в силовых цепях. М., «Энергия», 1969, Авт.: А. В. Баев, Ю. К. Волков, В. П. Долинин, В. Я. Корнеев.

[27.1.1972]

УДК 621.372.21.001.24

Основная идея метода заключается в том, что изображения функции  $Q_1(p)$ , оригинал которой необходимо определить, представляют в виде отношения двух функций:

$$Q_1(p) = \frac{Q_3(p)}{Q_2(p)}. \quad (1)$$

Функции  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$  выбирают таким образом, чтобы их оригиналы можно было найти по таблицам соответствий. Ниже будет показано, что изображения  $Q_1(p)$ , являющиеся решениями многих электротехнических задач, могут быть представлены в виде (1).

Из (1) получаем:

$$Q_1(p)Q_2(p) = Q_3(p). \quad (2)$$

Назовем уравнение (2) базовым, а функции  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$  — соответственно базовой и дополняющей. Во временной области уравнение (2) приводит к интегральному уравнению Вольтерра первого рода:

$$\int_0^t q_1(\tau) q_2(t-\tau) d\tau = q_3(t), \quad (3)$$

где  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$ ,  $q_3(t)$  — оригиналы функций  $Q_1(p)$ ,  $Q_2(p)$ ,  $Q_3(p)$ .

Из [Л. 4] известно, что уравнение (3) имеет единственное решение относительно функции  $q_1(t)$ , которое найти, однако, в явном виде не представляется возможным. Поэтому для решения (3) воспользуемся численным методом, изложенным в [Л. 2], и соотношениями, приведенными в [Л. 5]. Согласно [Л. 2] уравнение (3) можно заменить приближенным соотношением:

$$T q_1[n]! * q_2[n] = q_3[n]. \quad (4)$$

где  $q_1[n], q_2[n], q_3[n]$  — решетчатые функции, соответствующие непрерывным функциям времени  $q_1(t), q_2(t), q_3(t)$ ;  $T$  — период повторения решетчатых функций. Как известно, решетчатые функции получают из непрерывных путем подстановки

$$t = nT, \quad (5)$$

где  $n=0, 1, 2, 3, \dots$

Переписем (4) в виде [Л. 5]:

$$T \sum_{m=0}^{n-1} q_1[m] q_2[n-m] = q_3[n]. \quad (6)$$

В развернутой форме получаем из (6) систему уравнений относительно значений функции  $q_1[n]$ :

$$\left. \begin{aligned} Tq_1[0]q_2[0] &= q_3[0]; \\ T\{q_1[0]q_2[1] + q_1[1]q_2[0]\} &= q_3[1]; \\ \dots &\dots \\ T\{q_1[0]q_2[n] + q_1[1]q_2[n-1] + \dots + q_1[n]q_2[0]\} &= q_3[n]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Так как функции  $q_2(t)$  и  $q_3(t)$ , а следовательно, и функции  $q_2[n]$  и  $q_3[n]$  известны, то решив систему (7), имеем:

$$\left. \begin{aligned} q_1[0] &= \frac{1}{q_2[0]} T^{-1} q_3[0]; \\ q_1[1] &= \frac{1}{q_2[0]} \{T^{-1} q_3[1] - q_1[0] q_2[1]\}; \\ \dots &\dots \\ q_1[n] &= \frac{1}{q_2[0]} \left\{ T^{-1} q_3[n] - \sum_{m=1}^{n-1} q_1[m] q_2[n-m] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Точность решения определяется выбором периода повторения решетчатых функций  $T$ . При уменьшении последнего можно получить решение с любой наперед заданной точностью. Величину  $T$  выбирают на основании рекомендаций, приведенных в [Л. 1, 2, 5].

Сказанное выше позволяет определить следующие этапы численного обращения изображений на основе рассмотренного метода.

1. Представляем изображение искомой функции времени  $Q_1(p)$  в виде (1) или, назначив функцию  $Q_3(p)$ , определяем из (1) функцию  $Q_2(p)$ . В некоторых случаях более простым оказывается назначить функцию  $Q_2(p)$  и из (1) определять функцию  $Q_3(p)$ . Во всех случаях следует исходить из того, чтобы функции  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$  имели наиболее простой вид и их оригиналы можно было бы найти по таблицам соответствий.

2. Находим по таблицам соответствий оригиналы  $q_2(t)$  и  $q_3(t)$  функций  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$  и осуществляем переход к решетчатым функциям путем подстановки (5).

3. Определяем функцию  $q_1(t)$  по выражению:

$$\begin{aligned} q_1(t)|_{t=nT} &\approx q_1[n] = \\ &= \frac{1}{q_2[0]} \left\{ T^{-1} q_3[n] - \right. \\ &\left. - \sum_{m=0}^{n-1} q_1[m] q_2[n-m] \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

4. Оригиналы изображений вида  $H(p) = F_1(p) Q_1(p)$  находим из уравнения:

$$\begin{aligned} h(t)|_{t=nT} &\approx h[n] = \\ &= T \sum_{m=0}^{n-1} f_1[m] q_1[n-m], \quad (10) \end{aligned}$$

где  $f_1[n]$  определяется по формуле, аналогичной (9).

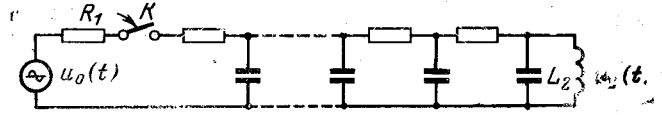


Рис. 1.

Некоторые трудности при использовании описанного метода, названного методом дополняющих изображений, может вызвать выбор функций  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$ . Поэтому автором на основании п. 1 составлены формулы для определения функций  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$ , которые помещены в таблице. Таблица охватывает достаточно широкий класс линейных цепей с сосредоточенными и распределенными параметрами и может быть в дальнейшем дополнена.

Для иллюстрации применения метода дополняющих изображений проведем расчет нескольких схем с распределенными и сосредоточенными параметрами.

Рассчитаем кривую выходного напряжения для схемы на рис. 1, содержащей длинную линию — безындукционный кабель, к началу которой подключается генератор синусоидального напряжения, обладающий внутренним сопротивлением. Напряжение в операторной форме в конце линии находим из соотношения [Л. 6]:

$$U(l, p) = U_0(p) \frac{z z_2}{z(z_1 + z_2) \operatorname{ch} \gamma l + (z_1^2 + z_1 z_2) \operatorname{sh} \gamma l}, \quad (15)$$

где  $\gamma l$  — произведение операторного коэффициента распространения на длину линии;  $z, z_1, z_2, U_0(p)$  — характеристическое сопротивление линии, сопротивление генератора, сопротивление нагрузки и напряжение генератора в операторной форме. Для кабельной линии имеем:

$$\begin{aligned} \gamma l &= l \sqrt{RCp} = a \sqrt{p}; \quad a = l \sqrt{RC}; \quad z = \sqrt{\frac{R}{pC}} = \frac{b}{\sqrt{p}}; \\ &b = \sqrt{\frac{R}{C}}. \end{aligned}$$

Выражение (15) с учетом параметров схемы на рис. 1 преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} U(l, p) &= 2U_0(p) \times \\ &\times \frac{1}{p \sqrt{p}} \frac{1}{\frac{bL_2 p}{\sqrt{p}} [e^{a \sqrt{p}} (bL_2 p \sqrt{p} + bR_1 \sqrt{p} + b^2 + R_1 L_2 p^2) + \\ &+ e^{-a \sqrt{p}} (bL_2 p \sqrt{p} + bR_1 \sqrt{p} - b^2 - R_1 L_2 p^2)]} = \\ &= 2U_0(p) Q_1(p), \quad (16) \end{aligned}$$

$Q_1(p)$	$Q_3(p)$	$Q_2(p)$	Номер формулы
$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} A_i p^i}{\sum_{j=0}^{m-1} B_j p^j}, \quad m \leq n$	$\frac{M(p)}{p^{n+1}}$	$\frac{N(p)}{p^{n+1}}$	(11)
$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} A_i p^i + \sum_{i=0}^{m-1} A_i p^i e^{\pm p \tau_0}}{\sum_{j=0}^{m-1} B_j p^j + \sum_{j=0}^{m-1} B_j p^j e^{\pm p \tau_0}}, \quad m \leq n$	$\frac{M(p) e^{-p \tau_0}}{p^{n+1}}$	$\frac{N(p) e^{-p \tau_0}}{p^{n+1}}$	(12)
$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} A_i p^{0,5i} + \sum_{i=0}^{m-1} A_i p^{0,5i} e^{\pm a \sqrt{p}}}{\sum_{j=0}^{m-1} B_j p^{0,5j} + \sum_{j=0}^{m-1} B_j p^{0,5j} e^{\pm a \sqrt{p}}}, \quad m \leq n$	$\frac{M(p) e^{-a \sqrt{p}}}{p^{0,5n+0,5}}$	$\frac{N(p) e^{-a \sqrt{p}}}{p^{0,5n+0,5}}$	(13)
$\frac{1}{\sqrt{p^2 + a^2}}$	$[Q_1(p)]^2$	$Q_1(p)$	(14)

где  $Q_1(p)$  — дробная часть уравнения (16).

Из (13) получаем:

$$Q_3'(p) = \frac{e^{-a\sqrt{p}}}{p}; \quad Q_2(p) = \frac{1}{p} + \frac{R_1}{L_2} \frac{1}{p^2} + \frac{b}{L_2} \frac{1}{p^2\sqrt{p}} + \frac{R_1}{b} \frac{1}{\sqrt{p}} + e^{-2a\sqrt{p}} \left( \frac{1}{p} + \frac{R_1}{L_2} \frac{1}{p^2} - \frac{b}{L_2} \frac{1}{p^2\sqrt{p}} - \frac{R_1}{b} \frac{1}{\sqrt{p}} \right).$$

По таблицам соответствий находим:

$$q_3(t) = 1 - \Phi\left(\frac{a}{2\sqrt{t}}\right),$$

где  $\Phi\left(\frac{a}{2\sqrt{t}}\right)$  — интеграл ошибок Гаусса;

$$q_2(t) = 1(t) + \frac{R_1}{L_2} t + \frac{b}{L_2} \frac{4}{3} \sqrt{\frac{t^3}{\pi}} + \frac{R_1}{b} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} + \frac{a}{\sqrt{\pi t^3}} e^{-\frac{a^2}{t}} * \left[ 1(t) + \frac{R_1}{L_2} t - \frac{b}{L_2} \frac{4}{3} \sqrt{\frac{t^3}{\pi}} - \frac{R_1}{b} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \right].$$

Параметры схемы на рис. 1 имеют следующие значения:

$$R = 23,5 \text{ ом/км}; \quad C = 0,25 \text{ мкф/км}; \quad l = 18,9 \text{ км}; \quad R_1 = 74 \text{ ом}; \\ L_2 = 93 \cdot 10^{-3} \text{ гн}; \quad u_0(t) = 200 \sin \omega t; \quad f = \omega/2\pi = 5 \text{ кГц}.$$

Принимая период повторения решетчатых функций  $T = 10^{-5}$  сек, вычисляем функции  $q_3[n]$  и  $q_2[n]$ . При вычислении функции  $q_3[n]$  были использованы соотношения (9) и (10). Поскольку функция  $q_2[n]$  не определена при  $n=0$ , то все расчеты проводим для смещенных на период  $T$  решетчатых функций. При этом используем соотношения:

$$q_1[n-1] = \frac{1}{q_2[1]} \left\{ T^{-1} q_3[n-1] - \sum_{m=1}^{m=n-2} q_1[m] q_2[n-m] \right\}_{n \geq 2}; \quad (17)$$

$$u_2[l, n-1] = 2T \sum_{m=1}^{m=n-1} q_1[m] u_0[n-m]_{n \geq 2}. \quad (18)$$

Расчетная кривая переходного процесса, полученная с помощью ЦВМ, изображена на рис. 2.

Проведем расчет схемы, отличающейся от схемы на рис. 1 тем, что она содержит длинную линию без потерь. К входу схемы подключается генератор синусоидального напряжения с ненулевой начальной фазой  $u_0(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ . Примем  $\varphi = \pi/2$ . На основании [Л. 6] для линии без потерь можно записать:

$$U(l, p) = 2U_0(p) \times \frac{1}{\rho L_2} \frac{e^{\rho l}}{[(\rho + R_1) L_2 p + \rho(R_1 + \rho)] + e^{-\rho l}} \times \frac{1}{\rho L_2} \frac{e^{-\rho l}}{[(\rho - R_1) L_2 p + \rho(R_1 - \rho)]} = 2U_0(p) F_1(p),$$

где  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  — характеристическое сопротивление линии без потерь;  $\gamma l = \rho l$  — произведение коэффициента распространения на длину линии.

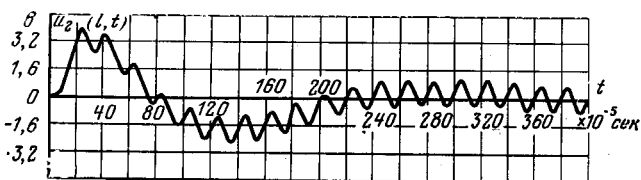


Рис. 2.

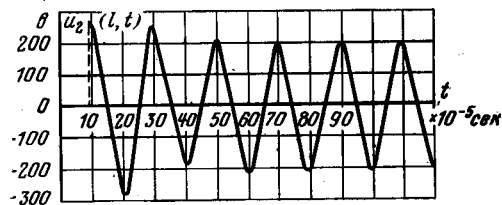


Рис. 3.

Из (12) определяем  $F_3(p) = \frac{e^{-p\tau_0}}{p}$ ;

$$F_2(p) = \left( 1 + \frac{R_1}{\rho} \right) \frac{1}{p} + \frac{R_1 + \rho}{L_2} \frac{1}{p^2} + \left( 1 - \frac{R_1}{\rho} \right) \frac{e^{-2p\tau_0}}{p} + \frac{R_1 - \rho}{L_2} \frac{e^{-2p\tau_0}}{p^2}.$$

По таблицам соответствий находим  $f_3(t) = 1(t - \tau_0)$ ;

$$f_2(t) = \left( 1 + \frac{R_1}{\rho} \right) \cdot 1(t) + \frac{R_1 + \rho}{L_2} t + \left( 1 - \frac{R_1}{\rho} \right) \cdot 1(t - 2\tau_0) + \frac{R_1 - \rho}{L_2} (t - 2\tau_0) \cdot 1(t - 2\tau_0).$$

В схеме, содержащей линию без потерь  $L = 0,812$  мкн/км,  $C = 34,5$  нф/км; остальные параметры те же, что и в схеме на рис. 1. Последующий расчет проводим в уже рассмотренном порядке при  $T = 10^{-5}$  сек. Полученная кривая переходного процесса приведена на рис. 3.

Для сопоставления полученных результатов расчет переходного процесса в линии без потерь был проведен также по методу, предложенному в [Л. 3]. Результаты, полученные разными методами при одном и том же шаге повторения решетчатой функции, отличаются не более, чем на 1%. Однако применение метода дополняющих изображений позволило значительно уменьшить объем математических выкладок и несколько сократить объем вычислений.

Расчитаем теперь кривую переходного процесса в следящей системе с гибкой обратной связью (рис. 4) при воздействии на вход схемы единичной функции времени  $q_{вх}(t)$ . Параметры системы имеют следующие значения:  $k_c = 0,87$  в/град;  $T_q = 0,12$  сек;  $T_m = 0,25$  сек;  $c_0 = 0,0106 \frac{6}{\text{рад/сек}}$ ;  $i_p = 165$ ;  $k_0 = -0,2$ ;  $k_y = 100$ ;  $T_0 = 0,5$  сек.

Изображение выходной величины в операторной форме с учетом значений параметров системы имеет вид:

$$Q_{вых}(p) = Q_1(p) = \frac{49,7(1 + 0,5p)}{0,015p^6 + 0,215p^4 + 10,9p^2 + 25,9p + 49,7} = \frac{M(p)}{N(p)}.$$

Из (11) находим функции  $Q_2(p)$  и  $Q_3(p)$ . Дальнейший расчет проводим согласно принятой методике при  $T = 0,01$  сек. Результаты расчета функции  $q_{вых}(t)$  приведены в виде графика на рис. 5. Данные результаты совпадают с решением задачи, полученным в [Л. 7] с помощью преобразования Лапласа при использовании теоремы разложения и определении корней характеристического уравнения по методу деления многочленов.

Метод дополняющих изображений может быть использован и для вычисления таблиц функций, например, показательных, бesselевых и др. Для этого необходимо изображение функции обозначить через  $F_1(p)$  и провести расчет согласно

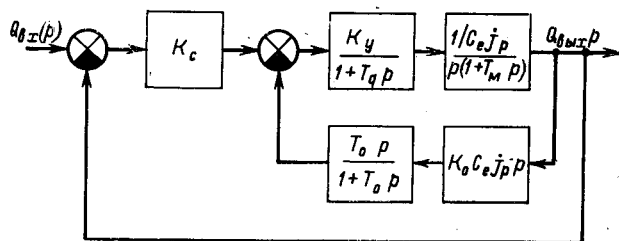


Рис. 4.

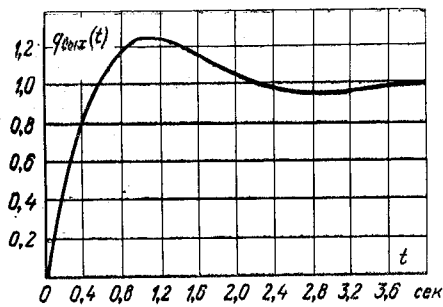


Рис. 5.

принятой методике. В качестве примера вычислим таблицу бесселевой функции нулевого порядка. Ее изображение имеет вид:

$$J_0(t) \doteq \frac{1}{\sqrt{p^2+1}} = F_1(p).$$

Из (14) получим:

$$F_3(p) = \frac{1}{p^2+1} \doteq \sin t = f_2(t); F_2(p) = F_1(p).$$

Базовое уравнение принимает вид:

$$F_1(p) F_1(p) = F_3(p).$$

Последнему уравнению соответствует система уравнений:

$$T \sum_{m=0}^{m=n} f_1[m] f_1[n-m] = f_3[n].$$

Решив данную систему уравнений относительно функции  $f_1[n]$ , находим:

$$\left. \begin{aligned} f_1[1] &= \sqrt{T^{-1} f_3[1]}; \\ f_1[n-1] &= \frac{1}{2f_1[1]} \left\{ T^{-1} f_3[n-1] - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{m=2}^{m=n-2} f_1[m] f_1[n-m] \right\}. \end{aligned} \right\} (19)$$

Соотношения (19) записаны для смещенных на период  $T$  решетчатых функций. Результаты расчета функции  $J_0(t)$  при

$T=10^{-3}$  сек отличаются не более, чем на две единицы последнего десятичного разряда от значений, приведенных в [Л. 8].

Рассмотренный в статье метод численного обращения изображений является близким каноническому методу, предложенному Б. Н. Наумовым [Л. 1]. Канонический метод является наиболее точным и универсальным в группе дискретных методов и применяется для расчета линейных систем автоматического регулирования с постоянными и переменными параметрами и нелинейных систем; данный метод основан на приведении интегрального уравнения Вольтерра второго рода, описывающего систему автоматического регулирования, к канонической форме и последующей замене интегрального уравнения разностными.

Метод дополняющих изображений в отличие от канонического не требует приведения интегрального уравнения к канонической форме. Его другая особенность состоит в том, что для определения искомой функции времени требуется найти решение интегрального уравнения Вольтерра не второго, а первого рода. Более детальное сопоставление методов, основанное на решении идентичных задач, является, очевидно, предметом специального исследования.

В заключение отметим, что предложенный в статье метод дополняющих изображений может быть использован, как это следует из приведенных примеров, для решения широкого класса линейных задач электротехники и теории автоматического регулирования, а также для расчета таблиц функций: показательных, бесселевых и др. Применение метода позволяет проводить численные расчеты по простым алгоритмам и оказывается особенно эффективным при расчете сложных систем с распределенными и сосредоточенными параметрами на ЦВМ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Наумов Б. Н. Переходные процессы в линейных системах автоматического регулирования. М.—Л., Госэнергоиздат, 1960, 223 с.
2. Тэлор Дж., Пестель М. Анализ и расчет нелинейных систем автоматического управления, М.—Л., «Энергия», 1964, 488 с.
3. Кадымов Я. Б. Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. М., «Наука», 1968, 192 с.
4. Смирнов В. И. Курс высшей математики. М., Физматгиз, 1958.
5. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем, М., Физматгиз, 1963, 968 с.
6. Круг К. А. Переходные процессы в линейных электрических цепях. М.—Л., Госэнергоиздат, 1948, 344 с.
7. Васильев Д. В., Чунч В. Г. Системы автоматического управления (примеры расчета). М., «Высшая школа», 1967, 419 с.
8. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М., «Наука», 1964, 344 с.

[17.3.1972]





## О свойствах сумм коэффициентов чувствительности электрических цепей

Э. В. Зелях, Л. М. Ройтман

Одесский электротехнический институт связи

Свойства сумм коэффициентов чувствительности некоторых системных функций линейных обратимых цепей анализировались в [Л. 1—4].

Ниже на основе единого подхода получены свойства сумм коэффициентов системных функций как обратимых, так и необратимых цепей, а также найдены свойства сумм коэффициентов чувствительности нулей и полюсов системных функций.

Известно, что любую системную функцию обратимой и необратимой цепей можно представить отношением миноров или алгебраических сумм миноров матрицы узловых проводимостей (сопротивлений контурных токов) цепи, причем миноры числителя и знаменателя имеют соответственно одинаковый порядок [Л. 5].

Раскрыв миноры, можно убедиться, что любая системная функция цепи есть однородная функция проводимостей (сопротивлений) двухполюсных и многополюсных элементов цепи. Под однородной функцией понимается функция  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , такая, что

$$F(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^m F(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где  $\lambda$  — параметр;  $m$  — степень однородности.

Определим степень однородности каждой из системных функций цепи:

$$\begin{aligned} m_z(z_1, z_2, \dots, z_n) &= 1; & m_z(y_1, y_2, \dots, y_n) &= -1; \\ m_y(z_1, z_2, \dots, z_n) &= -1; & m_y(y_1, y_2, \dots, y_n) &= 1; \\ m_k(z_1, z_2, \dots, z_n) &= 0; & m_k(y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь  $m_F$  — степень однородности функции  $F$ ,  $z$ ,  $y$  — любое входное или передаточное сопротивление (проводимость) искомого цепи;  $K$  — любой коэффициент передачи по напряжению или току искомого цепи;  $z_1, z_2, \dots, z_n$  — сопротивления двухполюсных элементов и параметры матриц сопротивлений необратимых элементов, входящих в цепь;  $y_1, y_2, \dots, y_n$  — элементы перечисленных функций  $F$ : проводимости двухполюсных элементов и параметры матриц проводимости необратимых элементов, входящих в цепь.

Для однородной функции степени  $m$  справедлива формула Эйлера:

$$\sum_{i=1, 2, \dots, n} \frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \frac{x_i}{F(x_1, x_2, \dots, x_n)} = m.$$

Применяя формулу Эйлера к системным функциям<sup>1</sup>, получим следующие числовые значения сумм коэффициентов чувствительности этих функций:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1, 2, \dots, n} S_{z_i}^z &= 1; & \sum_{i=1, 2, \dots, n} S_{y_i}^z &= -1; \\ \sum_{i=1, 2, \dots, n} S_{z_i}^y &= -1; & & \\ \sum_{i=1, 2, \dots, n} S_{y_i}^y &= 1; & \sum_{i=1, 2, \dots, n} S_{z_i}^k &= 0; \\ \sum_{i=1, 2, \dots, n} S_{y_i}^k &= 0. & & \end{aligned} \right\} (1)$$

<sup>1</sup> Частный случай такого применения к входному сопротивлению цепи содержится в [Л. 1].

Таким образом, с помощью единого подхода получены соотношения для сумм коэффициентов чувствительности системных функций как обратимых, так и необратимых цепей.

Представляет интерес получить числовые оценки для сумм коэффициентов чувствительности функций цепи, не представимых отношением миноров матриц цепи.

К таким функциям относятся нули и полюса системных функций цепи. Используя известные выражения для коэффициентов системных функций цепи, найдем, что все коэффициенты числителя представляют собой функции с одинаковой степенью однородности относительно аргументов  $R_i, L_j, 1/C_k, z_i$  или  $1/R_i, 1/L_j, C_k, y_l$ , где  $R_i, L_j, C_k$  — величины сопротивлений, индуктивностей и емкостей цепи;  $z_i, y_l$  — соответственно наборы сопротивлений и проводимостей, характеризующие необратимые элементы, входящие в цепь.

Следовательно, корни полинома числителя есть однородные функции нулевого порядка относительно  $R_i, L_j, 1/C_k, z_i$  или  $1/R_i, 1/L_j, C_k, y_l$ . Этим же свойством обладают и корни знаменателя.

Используя формулу Эйлера, получаем:

$$\sum S_{R_i}^p + \sum S_{L_j}^p + \sum S_{z_i}^p - \sum S_{C_k}^p = 0; \quad (2)$$

$$\sum S_{C_k}^p + \sum S_{y_l}^p - \sum S_{R_i}^p - \sum S_{L_j}^p = 0; \quad (3)$$

$$\sum S_{R_i}^{p'} + \sum S_{L_j}^{p'} + \sum S_{z_i}^{p'} - \sum S_{C_k}^{p'} = 0; \quad (4)$$

$$\sum S_{C_k}^{p'} + \sum S_{y_l}^{p'} - \sum S_{R_i}^{p'} - \sum S_{L_j}^{p'} = 0. \quad (5)$$

Здесь  $p, p'$  — соответственно произвольные полюс и нуль системной функции.

Применяя любое из выражений (2)—(5) к цепям LC, получаем интересное соотношение:

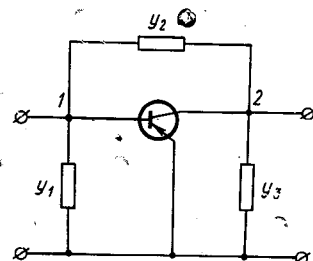
$$\sum S_{L_j}^{\omega_p} = \sum S_{C_k}^{\omega_p}, \quad (6)$$

где  $\omega_p$  — частота любого резонанса.

**Пример 1.** Определим матрицу узловых проводимостей  $[y]$  необратимой цепи, представленной на рисунке:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + y_6 & y_6 - y_2 \\ y_6 - y_2 & y_2 + y_3 + y_k \end{bmatrix},$$

где  $y_6, y_{6k}, y_{6b}, y_k$  — параметры транзистора.



Коэффициент передачи по напряжению слева направо равен:

$$F = \frac{\Delta_{12}(y)}{\Delta_{11}(y)},$$

где  $\Delta_{12}(y)$  и  $\Delta_{11}(y)$  — алгебраические дополнения матрицы  $[y]$ , вычислив которые, получим

$$F = \frac{y_2 - y_{кб}}{y_2 + y_3 + y_к}$$

Определим коэффициенты поэлементной чувствительности функции  $F$ :

$$S_{y_2}^F = \frac{(y_3 + y_к + y_{кб}) y_2}{(y_2 + y_3 + y_к)(y_2 - y_{кб})}; \quad S_{y_{кб}}^F = -\frac{y_{кб}}{y_2 - y_{кб}};$$

$$S_{y_3}^F = -\frac{y_3}{y_2 + y_3 + y_к}; \quad S_{y_к}^F = -\frac{y_к}{y_2 + y_3 + y_к}.$$

Сложив вычисленные коэффициенты чувствительности, получим:

$$\sum S^F = 0.$$

Это соотношение подтверждает последнее выражение в (1).

**Пример 2.** Имеются последовательный и параллельный колебательные контуры без потерь. Частота резонанса в обоих случаях определяется по формуле:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Вычисляя коэффициенты чувствительности частоты резонанса, получаем:

$$S_L^{\omega_p} = S_C^{\omega_p} = -\frac{1}{2}. \quad (7)$$

Приведенное равенство следует из общей формулы (6). Полученные выше результаты могут найти применение при анализе электрических фильтров, усилителей, генераторов и т. п.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Belove.** Sensitivity Sums for Homogenous Functions. IEEE, March, 1964, СТ-II.
2. **De Buda** About Sensitivity invariants of Equivalent Network. IEEE, № 2, 1970, СТ-17.
3. **Вульман И. Д.** Свойства характеристик линейных радиочепей.— «Радиотехника», 1970, № 1.
4. **Авдеев И. И.** О свойствах сумм коэффициентов чувствительности системных функций цепей.— «Электричество», 1971, № 3.
5. **Зелях Э. В., Ройтман Л. М.** Методы вычисления  $z$ -параметров неавтономного  $2n$ -полюсника.— В кн.: Вопросы электро-связи. Киев, изд-во «Техника», 1970.
6. **Королев Ю. В.** Связь коэффициентов полиномов передаточной функции с матричными параметрами электронных схем.— «Радиоэлектроника», том X, 7, 1967.

[11.9.1972]

УДК 538.311.001.24

## Поле продольной сигналограммы с учетом наклона линий эквифазной намагниченности

М. В. Лауфер, Л. Г. Чацки

Киевский политехнический институт

При записи сигналов с высокой плотностью имеют место специфические искажения, связанные с конфигурацией поля записывающей головки, а также с влиянием собственного поля сигналограммы в процессе записи. Для этих искажений, сравнительно недавно описанных в [Л. 1], точных количественных расчетов еще не было проведено, хотя на важность и необходимость такого анализа указывалось в [Л. 1 и 2]. Особые сложности возникают при попытке учета влияния магнитной проницаемости носителя.

Ниже проведен расчет поля ленточной, продольной, ненагруженной, магнитной сигналограммы с учетом фазового сдвига намагниченности в элементарных слоях носителя, схематично показанной на рисунке.

Задача решена при следующих допущениях: рабочий слой сигналограммы состоит из однородного изотропного материала, обладающего линейными характеристиками;

поле носителя — плоско-параллельное; магнитная проницаемость рабочего слоя постоянна и равна  $\mu_n$ ;

носитель расположен в свободном пространстве. При записи гармонического сигнала остаточная намагниченность по длине распределена в каждом элементарном слое носителя по закону (см. рисунок):

$$\vec{I}_r = I_m \sin k(x - y \operatorname{ctg} \theta) \vec{i}, \quad (1)$$

где  $y$  — ордината данного элементарного слоя;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны записанного гармонического колебания;  $\vec{i}$  — единичный вектор, совпадающий по направлению с осью  $x$ ;  $\theta$  — угол наклона эквифазной намагниченности.

На основании уравнений Максвелла для рассматриваемой задачи имеем:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{I}); \\ \vec{I} &= \vec{I}_r + (\mu_n - 1) \vec{H}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Следовательно, магнитное поле можно оценить с помощью скалярного потенциала магнитного поля  $\varphi$ .

Составим уравнение относительно скалярного потенциала магнитного поля для трех областей, указанных на рисунке.

$$\Delta \varphi_i = \begin{cases} 0 & \text{при } i = 1 \text{ или } 3; \\ \frac{\operatorname{div} \vec{I}_r}{\mu_n} = \frac{I_m k \cos k(x - y \operatorname{ctg} \theta)}{\mu_n} & \text{при } i = 2, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\Delta$  — оператор Лапласа;  $i$  — номер указанной области.

Граничные условия в данной задаче отличны от классических задач Неймана, Дирихле и смешанной граничной задачи. Рассматриваемая физическая среда неоднородна, однако она состоит из трех однородных частей, на границах которых должны соблюдаться следующие два условия:

равенство скалярных магнитных потенциалов:

$$\varphi_i = \varphi_{i+1}, \quad i = 1 \text{ или } 2; \quad (5)$$

равенство нормальных производных от скалярных потенциалов, умноженных на магнитную проницаемость среды:

$$\mu_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} = \mu_{i+1} \frac{\partial \varphi_{i+1}}{\partial y}, \quad i = 1 \text{ или } 2. \quad (6)$$

Решение (4) целесообразно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= -A_1 e^{-ky} \cos(kx + \gamma); \\ \varphi_2 &= A_2 e^{ky} \sin(kx - \psi) + B_2 e^{ky} \sin(kx + \psi) - \xi(x, y); \\ \varphi_3 &= -A_3 e^{-ky} \cos(kx - \gamma), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$\xi(x, y) = I_m \sin^2 \theta \frac{\cos k(x - y \operatorname{ctg} \theta)}{\mu_n k}. \quad (8)$$

Подставляя (7) с учетом (8) в (6), получаем систему из четырех уравнений, где помимо четырех неизвестных постоянных интегрирования введены еще два неизвестных угла сдвига фаз  $\psi$  и  $\gamma$ , выбор которых осуществляем таким образом, чтобы постоянные интегрирования  $A_1, A_2, B_2, A_3$  не зависели от координаты  $x$ .

После преобразований получим выражения для постоянных интегрирования и углов сдвига фаз:

$$\psi = \operatorname{arctg} \left[ \frac{\mu_H + \operatorname{th} \frac{kd}{2}}{1 + \mu_H \operatorname{th} \frac{kd}{2}} \operatorname{tg} \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta - \beta \right) \right], \quad (9)$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{2A_2 \operatorname{sh} \frac{kd}{2} \cos \psi - \frac{I_m \sin \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta \right)}{(1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \mu_H k}}{-2A_2 \operatorname{ch} \frac{kd}{2} \sin \psi - \frac{I_m \cos \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta \right)}{(1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \mu_H k}}; \quad (10)$$

$$A_2 = -B_2 = \frac{I_m \sin^2 \theta \cos \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta - \beta \right)}{2\mu_H k \sin \beta \cos \psi \operatorname{ch} \frac{kd}{2} \left( \mu_H + \operatorname{th} \frac{kd}{2} \right)}; \quad (11)$$

$$A_1 = A_3 = e^{kd/2} \sqrt{b}, \quad (12)$$

где  $\beta$  определяется из выражения:

$$\mu_H \operatorname{ctg} \theta = \operatorname{ctg} \beta; \quad (13)$$

$$b = \left[ 2B_2 \sin \psi \operatorname{ch} \frac{kd}{2} - \frac{I_m \cos \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta \right)}{(1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \mu_H k} \right]^2 + \left[ 2B_2 \cos \psi \operatorname{sh} \frac{kd}{2} + \frac{I_m \sin \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta \right)}{(1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \mu_H k} \right]^2. \quad (14)$$

Воспользовавшись соотношением  $\vec{H} = -\operatorname{grad} \varphi$ , найдем выражения для составляющих напряженности поля вокруг и внутри носителя:

под носителем записи при  $y \leq -\frac{d}{2}$

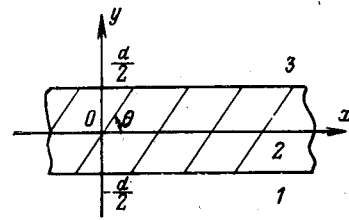
$$\left. \begin{aligned} H_x &= -\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = -A_1 k e^{ky} \sin(kx + \gamma); \\ H_y &= -\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = A_1 k e^{ky} \cos(kx + \gamma); \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

внутри носителя записи при  $-\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2}$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = -A_2 k e^{ky} \cos(kx - \psi) - \\ &\quad - B_2 k e^{-ky} \cos(kx + \psi) - \frac{I_m \sin^2 \theta \sin k(x - y \operatorname{ctg} \theta)}{\mu_H}; \\ H_y &= -\frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = -A_2 k e^{ky} \sin(kx - \psi) + \\ &\quad + B_2 k e^{-ky} \sin(kx + \psi) + \frac{I_m \operatorname{ctg} \theta \sin k(x - y \operatorname{ctg} \theta)}{(1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \mu_H}; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

над носителем записи при  $y \geq \frac{d}{2}$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -\frac{\partial \varphi_3}{\partial x} = -A_3 k e^{-ky} \sin(kx - \gamma); \\ H_y &= -\frac{\partial \varphi_3}{\partial y} = -A_3 k e^{-ky} \cos(kx - \gamma), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$



где величины  $A_1, A_2, B_2, A_3, \psi, \gamma$  определены формулами (9) — (14).

Выражения для индукции в свободном пространстве получаем из (15) и (17) путем умножения обеих частей на  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  гн/м, а для продольной составляющей поля внутри носителя находим выражение индукции с учетом (3); выражение для поперечной составляющей индукции получается умножением  $H_y$  на  $\mu_0 \mu_H$ .

В частном случае при  $\mu_H = 1$  получим:

$$\theta = \beta;$$

$$\psi = \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta - \theta;$$

$$A_2 = -B_2 = \frac{I_m}{2k} \sin \theta e^{-kd/2};$$

$$A_1 = A_3 = \frac{I_m}{2k} (e^{kd/2} - e^{-kd/2}) \sin \theta \times$$

$$\times \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \left( \frac{kd}{2} \operatorname{ctg} \theta \right)}{\operatorname{sh}^2 \frac{kd}{2}}}.$$

В этом случае выражения для напряженности поля совпадают с выражениями, полученными методом интегрирования связанных магнитных зарядов, как это сделано, например, для случая равномерного распределения остаточной намагниченности по толщине носителя в [Л. 3].

Из (15) — (17) следует, что в пространстве сверху и снизу носителя получены одинаковые по знаку и по величине амплитудные значения для продольной составляющей поля, однако фазовый сдвиг у сложным образом зависит от длины волны записанного сигнала, угла наклона линий эквифазной намагниченности, магнитной проницаемости и толщины рабочего слоя носителя.

Для поперечной составляющей получены одинаковые по величине, но различные по знаку амплитудные значения напряженности и индукции поля сверху и снизу носителя записи. Величина амплитуды также сложным образом зависит от перечисленных выше факторов.

Продольная и поперечная составляющие поля внутри рабочего слоя носителя состоят из трех составляющих, имеющих такую же длину волны, как исходная остаточная намагниченность. Одна из них имеет постоянную амплитуду, но ее фазовый сдвиг зависит от ординаты рассматриваемого элементарного слоя. Две другие имеют фазовый сдвиг, не зависящий от координаты  $y$ , но амплитуда каждой из них зависит от  $y$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Iwasaki S. I., Suguki T. Dynamical Interpretation of Magnetic Recording Process, IEEE Trans. Magnet., v. MAG-4, 1968, № 3.
2. Корольков В. Г. Современное состояние и проблемы теории магнитной записи с высокочастотным подмагничиванием. — В кн.: Вопросы магнитной записи электрических сигналов. М., «Связь», 1970.
3. Уоллес Р. Л. Воспроизведение сигналов, записанных на носитель магнитной записи. В кн.: Магнитная запись электрических сигналов. М., «Энергия», 1967.



# К расчету электростатического поля вблизи кромки с закруглениями

Канд. техн. наук А. И. Князь

Одесса

При расчетах ряда электромагнитных систем основное внимание приходится уделять исследованию полей вблизи острых участков (кромки) электродов. Например, в технике высоких напряжений изучение этих областей наиболее важно с точки зрения обеспечения электрической прочности конструкции. Ввиду сложности и разнообразия форм электродов реальных устройств обычно не удается произвести строгий расчет всего электрического поля. Упрощение, которое применяется для приближенного решения задачи, выполняется при ее постановке. Оно состоит в выборе модели, достаточно близкой к реальной системе, но более простой в расчетном отношении.

Наиболее простой модельной задачей для изучения полей вблизи кромок является, как известно, задача о поле полуплоскости. Ее исследование позволило не только оценить некоторые характеристики электрического поля, но и уточнить постановку задач дифракции (условие на ребре) [Л. 1].

Соображения электрической прочности обуславливают то, что для высоковольтной аппаратуры более типичными являются закругленные кромки, а не острые [Л. 2]. В данной статье предложен метод изучения электростатического поля полуплоскости с «насадкой» в виде поверхности вращения, ось которой совпадает с краем полуплоскости. Такая модельная задача позволит оценивать пространственные поля вблизи кромки, имеющей закругления переменного радиуса, кромки с неровными краями, наварами и т. п.

Непосредственной проверкой нетрудно убедиться, что уравнению Лапласа

$$U''_{\rho} + \frac{1}{\rho} U'_{\rho} + U''_z + \frac{1}{\rho^2} U''_{\varphi} = 0 \quad (1)$$

удовлетворяет функция вида [Л. 3]:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \cos \frac{\varphi}{2} F(\rho, z). \quad (2)$$

Здесь  $\rho, z$  — обычные цилиндрические координаты, а функция  $F$  — любая двумерная гармоническая функция, т. е. для нее справедливо уравнение:

$$F''_{\rho} + F''_z = 0. \quad (3)$$

Рассмотрим две задачи: о плоскопараллельном поле заземленной плоскости  $x=0$  с цилиндрическим выступом произвольной формы и о поле заземленной полуплоскости  $\varphi=\pi$  с телом вращения, поперечное сечение которого меридианальной плоскостью совпадает по форме с поперечным сечением цилиндра (рис. 1).

Располагая выражением для потенциала плоскопараллельного поля  $F(x, y)$ ; производим в нем замену:

$$x \rightarrow \rho, \quad y \rightarrow z. \quad (4)$$

Подстановка полученной таким путем функции  $F(\rho, z)$  в (2) дает решение  $U(\rho, z, \varphi)$  пространственной задачи. В самом деле, гармоничность функции  $U$  в силу (2) обеспечена автоматически. Граничные же условия также выполняются: на поверхности вращения  $U_r=0$ , так как  $F_r(\rho, z)=0$  (в плоскопараллельной задаче  $F_r(x, y)=0$ ). На полуплоскости  $\varphi=\pi$  имеем:  $U=0$ , т. к.  $\cos \varphi/2=0$ . В плоскопараллельном поле потенциал плоскости  $x=0$  равен нулю, причем при  $x \rightarrow 0$  функция  $F \rightarrow 0$  так же, как  $Cx$ . Тем самым обеспечивается условие  $F(\rho, z) \rightarrow 0$  при  $\rho \rightarrow 0$  так же как  $C\rho$ . Значит, потенциал  $U$  при  $\rho \rightarrow 0$  будет стремиться к нулю как  $\sqrt{\rho} \cos \varphi/2$ , т. е. так, как этого требует строгая постановка граничной задачи (условие на ребре) [Л. 1].

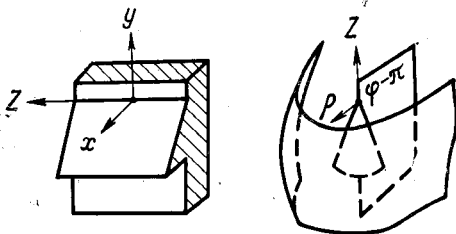


Рис. 1.

Итак, решение пространственной задачи о поле полуплоскости с выступом в виде поверхности вращения получается по решению задачи о поле плоскости с цилиндрическим выступом аналогичного поперечного сечения на основании замены (4). Этот простой алгоритм позволяет перенести множество известных аналитических и численных результатов из плоскопараллельных полей на указанные пространственные поля. Следует заметить, что использование соотношений (2) — (4) является развитием методики построения потенциалов пространственных полей некоторых классов по потенциалу плоскопараллельного поля [Л. 3 и 4].

В заключение приведем ряд выражений для потенциалов полей полуплоскости с выступами (рис. 2). Изображенные границы следует подразумевать как контуры поперечного сечения плоскостью  $z=C$  цилиндрических поверхностей (в плоскопараллельной задаче) и как контуры поперечного сечения плоскостью  $\varphi=C$  поверхностей вращения (в пространственной задаче). С учетом (2) выпишем лишь формулы для  $F(\rho, z)$ . Потенциалы соответствующих плоскопараллельных полей  $F(x, y)$  получены с применением конформных преобразований [Л. 5] по заданным параметрическим уравнениям контуров [Л. 6].

Таким образом, для различных выступов имеем:

цилиндрический выступ  $F = C(\rho - a)$ ;

сферический выступ

$$F = C\rho \left( 1 - \frac{a^2}{\rho^2 + z^2} \right);$$

сфероцилиндрический выступ

$$F = C(\rho - b) \left[ 1 - \frac{a^2}{(\rho - b)^2 + z^2} \right];$$

эллипсоидальный выступ

$$F = \frac{C}{b^2 - a^2} \left[ b\rho + a \sqrt{(z^2 - \rho^2 + a^2 - b^2)^2 + 4z^2\rho^2} \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \frac{1}{2} \arctg \frac{-2\rho z}{z^2 - \rho^2 + a^2 - b^2} \right) \right];$$

синусоидальный выступ

$$F = CV(\rho, z),$$

где  $V$  задается уравнением:

$$\operatorname{th} \beta V \sqrt{a^2 \operatorname{ch}^2 \beta V - (\rho + V)^2} + \frac{1}{\beta} \arcsin \frac{\rho + V}{a \operatorname{ch} \beta V} - z = 0,$$

$$\beta = \frac{2\pi}{b};$$

циклоидный выступ

$$F = CV(\rho, z),$$

где  $V$  задается уравнением:

$$\frac{z}{a} + \arccos \left[ \left( 1 + V - \frac{\rho}{a} \right) e^{-V} \right] + \\ + \sqrt{e^{2V} - \left( 1 + V - \frac{\rho}{a} \right)^2} = 0.$$

Ясно, что в случае необходимости число примеров можно приумножить. Такая необходимость представится, по-видимому, не только в технике высоких напряжений, но и при рассмотрении других технических устройств, имеющих острые края, например, полосковых линий.

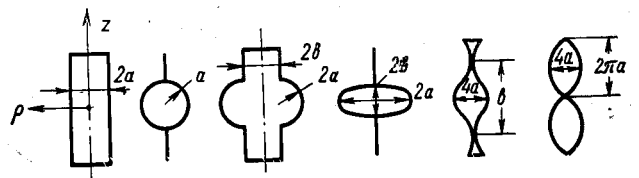


Рис. 2.

Во всех рассмотренных примерах одним электродом является полуплоскость с «насадкой» в виде тела вращения. Представить качественно форму других эквипотенциальных поверхностей проще всего, рассматривая вначале поле полуплоскости без тела вращения. Такое поле хорошо изучено [Л. 7], его эквипотенциальные поверхности являются поверхностями параболических цилиндров.

Появление на кромке полуплоскости тела вращения несколько выгибает параболические поверхности. Итак, вторым электродом можно считать любую из таких эквипотенциальных поверхностей. На рис. 1, б для примера указана одна из них. При этом постоянная  $C$  в вышеприведенных формулах принимает конкретное числовое значение, зависящее от напряжения между двумя электродами. Заметим, что эквипотенциальные поверхности, отстоящие все дальше от ребра полуплоскости, все ближе по форме к плоскости [Л. 7], т. е. вторым электродом в рассматриваемых задачах приближенно можно считать плоскость, нормальную к полуплоскости. Особенно важно, что это допустимо при вычислении поля в области с наибольшим градиентом потенциала (в промежутке). Так, потенциал в первом примере хорошо передает закон изменения реального поля в промежутке между плоскостью и пластиной конечной толщины, имеющей цилиндрическое закругление на кромке (рис. 2, 1) из [Л. 2].

С помощью потенциалов в 5 и 6 примерах удобно исследовать поле высоковольтного промежутка «плоскость — полуплоскость», если полуплоскость имеет неровную кромку.

Предложенный в данной статье метод позволяет получить большой набор решений, с помощью которых можно аппроксимировать потенциалы полей реальных неоднородностей кромок.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М., «Мир», 1964.
2. Резвых К. А. Расчет электростатических полей в аппаратуре высокого напряжения. М., «Энергия», 1967.
3. Князь А. И. О применении функций комплексного переменного к расчетам пространственных полей. — Доповіді АН УССР, сер. А, 1971, № 10.
4. Князь А. И. О классе пространственных полей, аналогичных плоскопараллельным. — В кн.: Кибернетика и вычислительная техника. Киев, «Наукова думка», вып. 11, 1971.
5. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М., «Энергия», 1970.
6. Савелов А. А. Плоские кривые. М., Физматгиз, 1960.
7. Шимони К. Теоретическая электротехника, М., «Мир», 1964.

[22.12.1971]

УДК 621.372.001.24

## Способ получения эквивалентных схем для сложных цепей при наличии многих индуктивных связей

Канд. техн. наук О. М. Богатырев

Москва

Расчетные схемы для сложных цепей [Л. 1] составляются таким образом, чтобы уравнения, описывающие процессы в этих цепях, после их преобразования, соответствовали более простым схемам, эквивалентным исходным. Вообще говоря, решение может быть и неоднозначным, потому что оно зависит от способа преобразования уравнений.

Ниже показан прием составления эквивалентной схемы для имеющих индуктивные связи цепей, в которой отсутствует взаимная индуктивность. Конфигурация цепи, равно как и входящие в схему источники питания, могут при этом изменяться. Неизменными остаются токи в некоторых исходных ветвях, а также в преобразованной части цепи.

Подобная задача ставилась в [Л. 2 и 3], но решение ее там дано в довольно абстрактной и громоздкой форме.

Суть предложения заключается в следующем. Записываются уравнения контурных токов с учетом взаимной индукции для исходной схемы. Эти уравнения не должны измениться. Поэтому эквивалентная схема без взаимной индукции составляется по следующему правилу. В первом уравнении для контурного тока  $I_1$  множители при других токах  $I_2, I_3$  и т. д. должны соответствовать общим сопротивлениям  $Z_{12}, Z_{13}$  и т. д. между контурами с токами  $I_1, I_2$  или  $I_1, I_3$  и т. д., а множитель  $Z_{11}$  у тока  $I_1$  должен получаться как сумма  $Z_{11} = Z_{11} + Z_{12} + Z_{13} + \dots$ , откуда находится  $Z_{11}$  — сопротивление, обтекаемое только током  $I_1$ . Электродвижущая сила в первом контуре схемы замещения равна алгебраической сумме э. д. с. первого контура исходной схемы и включается она последовательно с сопротивлением  $Z_{11}$ . Аналогичные преобразования прорядываются и для других контурных токов. В сложных схемах, содержащих 4 и более контуров, при взаимной индукции между непересекающимися контурами

освободиться от всех индуктивных связей, очевидно, невозможно (см. пример 2).

Если требуется выяснить условие, при котором преобразованная схема сохраняет бы ту же конфигурацию, что и исходная, то предлагаемая методика отвечает также и на этот вопрос. Если контурные токи (они же токи в ячейках) в исходной схеме касаются друг друга, то схема замещения сохраняет то же вид. Если же некоторые контурные токи не имеют общих ветвей, то вид схемы не изменяется только в том случае, когда между этими токами нет индуктивной связи. Например, ниже в примере 1 (рис. 1), где в случае отсутствия индуктивных связей между токами  $I_1$  и  $I_2$ , т. е. при  $x_{12} = x_{15} = x_{24} = x_{45} = 0$ , общее сопротивление  $Z_{12} = 0$ , схема сохранила бы свой вид (рис. 2 при  $Z_{12} = 0$ ).

Ниже на нескольких примерах иллюстрируется предлагаемая методика.

**Пример 1.** На рис. 1 приведена трехконтурная схема с 10-ю индуктивными связями ( $x_{12}; x_{13}; x_{14}; x_{15}; x_{23}; x_{24}; x_{25}; x_{34}; x_{35}; x_{45}$ ), которая описывается следующими уравнениями контурных токов:

$$I_1 (Z_1 + Z_4 + 2jx_{14}) - I_3 (Z_4 + jx_{14} - jx_{13} - jx_{34} - jx_{15} - jx_{45}) - I_2 (jx_{15} + jx_{45} - jx_{12} - jx_{24}) = \dot{E}_1;$$

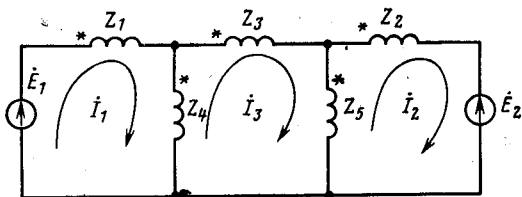


Рис. 1.

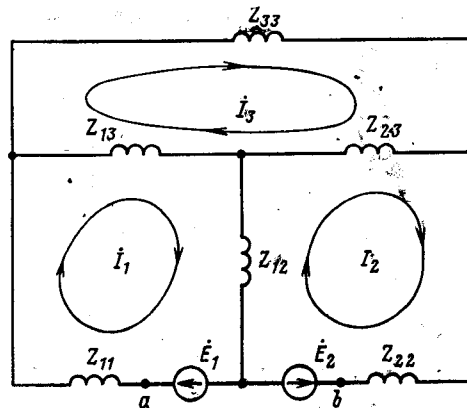


Рис. 2.

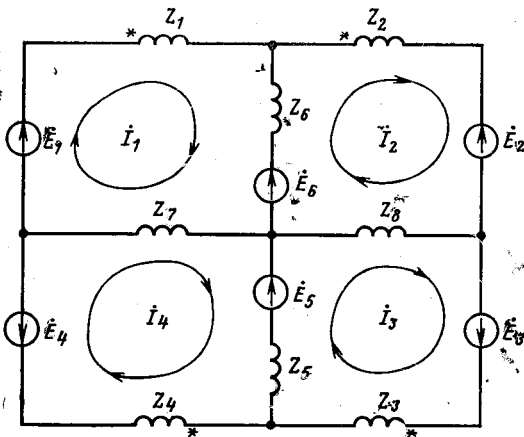


Рис. 3.

$$i_2(Z_2 + Z_5 - 2jx_{25}) - i_3(Z_5 - jx_{25} - jx_{23} + jx_{35} + jx_{24} - jx_{45}) - i_1(-jx_{12} + jx_{15} - jx_{24} + jx_{45}) = -\dot{E}_2;$$

$$i_3(Z_3 + Z_4 + Z_5 - jx_{34} - jx_{45} + jx_{35} - jx_{34} - jx_{45} + jx_{35}) - i_1(Z_4 + jx_{14} - jx_{13} - jx_{15} - jx_{34} - jx_{45}) - i_2(Z_5 - jx_{45} + jx_{35} + jx_{24} - jx_{23} - jx_{25}) = 0.$$

Если ввести новые обозначения сопротивлений, то уравнения можно записать в виде:

$$i_1 Z_I - i_3 Z_{13} - i_2 Z_{12} = \dot{E}_1;$$

$$i_2 Z_{II} - i_3 Z_{23} - i_1 Z_{12} = -\dot{E}_2;$$

$$i_3 Z_{III} - i_1 Z_{13} - i_2 Z_{23} = 0.$$

Этим уравнениям соответствует схема, показанная на рис. 2, где

$$Z_{12} = j(x_{15} + x_{45} - x_{12} - x_{24});$$

$$Z_{13} = Z_4 + j(x_{14} - x_{13} - x_{34} - x_{15} - x_{45});$$

$$Z_{23} = Z_5 + j(x_{35} + x_{24} - x_{45} - x_{23} - x_{25});$$

$$Z_{11} = Z_I - Z_{12} - Z_{13} = Z_1 + j(x_{14} + x_{12} + x_{24} + x_{13} + x_{34});$$

$$Z_{22} = Z_{II} - Z_{12} - Z_{23} = Z_2 + j(x_{12} + x_{23} - x_{25} - x_{15} - x_{35});$$

$$Z_{33} = Z_{III} - Z_{13} - Z_{23} = Z_3 + j(x_{13} + x_{15} - x_{14} + x_{23} + x_{25} - x_{24} - x_{34} + x_{35}).$$

**Пример 2.** Четырехконтурная схема с 6-ю индуктивными связями (рис. 3) описывается следующими уравнениями контурных токов:

$$i_1(Z_1 + Z_6 + Z_7) - i_2(Z_6 - jx_{12}) - i_3(-jx_{13}) - i_4(Z_7 - jx_{14}) = \dot{E}_1 - \dot{E}_6;$$

$$i_2(Z_2 + Z_6 + Z_8) - i_1(Z_6 - jx_{12}) - i_3(Z_8 - jx_{23}) - i_4(-jx_{24}) = \dot{E}_6 - \dot{E}_2;$$

$$i_3(Z_3 + Z_8 + Z_5) - i_1(-jx_{13}) - i_2(Z_8 - jx_{23}) - i_4(Z_5 - jx_{34}) = \dot{E}_3 + \dot{E}_5;$$

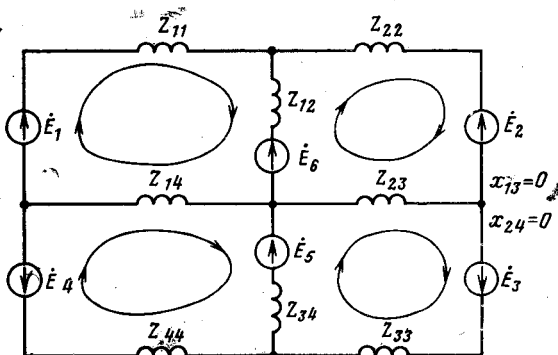


Рис. 4.

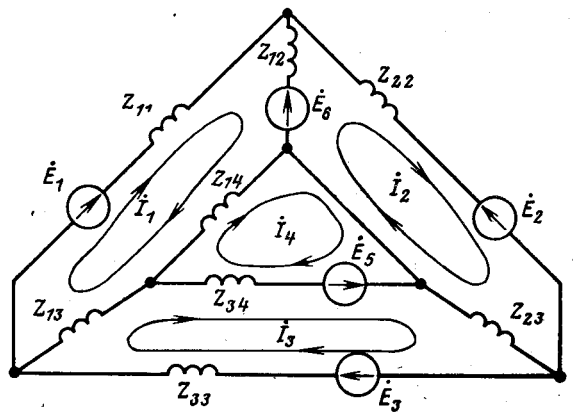


Рис. 5.

$$i_4(Z_4 + Z_7 + Z_5) - i_1(Z_7 - jx_{14}) - i_2(-jx_{24}) - i_3(Z_5 - jx_{34}) = -\dot{E}_4 - \dot{E}_5.$$

При введении новых обозначений сопротивлений уравнения можно представить в виде:

$$i_1 Z_I - i_2 Z_{12} - i_3 Z_{13} - i_4 Z_{14} = \dot{E}_1;$$

$$i_2 Z_{II} - i_1 Z_{12} - i_3 Z_{23} - i_4 Z_{24} = \dot{E}_{II};$$

$$i_3 Z_{III} - i_1 Z_{13} - i_2 Z_{23} - i_4 Z_{34} = \dot{E}_{III};$$

$$i_4 Z_{IV} - i_1 Z_{14} - i_2 Z_{24} - i_3 Z_{34} = \dot{E}_{IV}.$$

Написанные уравнения показывают, что освободить полностью данную схему от взаимной индукции невозможно, потому что нельзя построить схему из четырех контуров со всеми электрическими связями так, чтобы каждый контур имел бы свою собственную ветвь. Поэтому задача может быть решена не полностью и в двух вариантах. Первому варианту соответствует схема, показанная на рис. 4, в которой конфигурация сохраняется. Здесь имеем:

$$Z_{11} = Z_I - Z_{12} - Z_{14} + jx_{13} = Z_1 + j(x_{12} + x_{13} + x_{14});$$

$$Z_{22} = Z_{II} - Z_{12} - Z_{23} + jx_{24} = Z_2 + j(x_{12} + x_{23} + x_{24});$$

$$Z_{33} = Z_{III} + jx_{13} - Z_{23} - Z_{34} = Z_3 + j(x_{13} + x_{23} + x_{34});$$

$$Z_{44} = Z_{IV} + jx_{24} - Z_{14} - Z_{34} = Z_4 + j(x_{14} + x_{24} + x_{34}).$$

При этом надо принять  $x_{13}=0$  и  $x_{24}=0$  или же сохранить эти индуктивные связи в схеме замещения, т. е. из шести связей оставить две.

Второй вариант реализации написанных уравнений возможен по схеме рис. 5, в которой надо принять  $E_4=0$  и  $Z_{44}=0$ , что приводит к условию  $Z_4=0$  и соответственно  $x_{14}=x_{24}=x_{34}=0$ , т. е. отсутствию взаимной индукции с четвертой ветвью.

Приведенные выше примеры рассмотрены на переменном токе. Однако они справедливы и для любого переходного мгновенного тока, для чего надо вместо  $Z(j\omega)$  писать  $Z(p)$  и вместо  $jx=j\omega M$  писать  $pM$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богатырев О. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов при электрической связи между обмотками. — «Электричество», 1966, № 11, с. 86—88.
2. Максимович Н. Г. Линейные электрические цепи и их преобразования. М., Госэнергоиздат, 1961.
3. Ионкин П. А. О схемах замещения электрических цепей с магнитной связью. — «Электричество», 1947, № 2, с. 60—64.



## Заседание секции IV Научного совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики

В Карагандинском политехническом институте 21—22 июня 1972 г. состоялось заседание секции IV, на котором были рассмотрены результаты исследований, выполненных в последнее время, по вопросам формирования разряда и развития канальной стадии пробоя диэлектриков (в том числе — многокомпонентных), а также применения разряда в электротехнологии и горном деле.

Во вступительном слове академик АН КазССР А. С. Сагинов отметил актуальность и своевременность заседания секции ввиду все более расширяющегося применения многокомпонентных диэлектрических систем, внедрения электротехнологии в производство, а также перспективности использования электрических разрядов в горном деле для создания новых и усовершенствования существующих способов добычи нефти и переработки минерального сырья. Важную роль при этом играет теоретическое и экспериментальное изучение электрофизических характеристик канальной стадии разряда, а также физических процессов в предпробивной стадии и при формировании разряда.

А. А. Воробьев, Л. Т. Мурашко (Томский политехнический институт) выступили с докладом, посвященным ориентационным эффектам при пробое ионных кристаллов NaCl и KCl. Показано, что каждый кристалл обладает своим типом анизотропии электрической прочности  $E$ : для кристалла NaCl выполняются соотношения  $E_{100} > E_{111} > E_{110}$ , для кристалла KCl соотношения  $E_{111} > E_{100} > E_{110}$ . Анизотропия наблюдается также для предпробивных токов и времени запаздывания разряда при большей чувствительности этих характеристик к смене кристаллографического направления, чем для электрической прочности. Направление диагонали грани, имеющее наименьшую электрическую прочность, характеризуется наибольшим коэффициентом ударной ионизации и плотностью предпробивного тока. Выбор кристаллографического направления влияет и на протекание контактных явлений: эффективная работа выхода электронов из катода для образцов KCl составляет 0,28 эВ для грани (100) и 0,14 эВ для грани (110). Результаты экспериментов хорошо согласуются с многоэлектронным механизмом пробоя и доказывают существование предпробивных эффектов ориентации и решающую роль электронных процессов при образовании кристаллографических путей пробоя.

И. И. Каляцкий, Б. В. Семкин, В. И. Курец (Томский политехнический институт) выступили с докладом «Электрофизические и гидродинамические характеристики искры в твердых диэлектриках», в котором подчеркивается необходимость разработки обоснованных физических представлений о механизмах релаксационных процессов в плазме с высокой плотностью частиц ( $10^{20}$ — $10^{22}$  см<sup>-3</sup>), характерной для твердого диэлектрика и радикально отличающейся от плазмы с относительно низкой плотностью ( $10^{14}$  см<sup>-3</sup>), рассмотрение которой правомочно при анализе характеристик искры в газе. До тех пор, пока не будет получено уравнение состояния для вещества, подобного плазме высокой плотности, эксперименты будут иметь решающее значение при изучении искры в твердых диэлектриках и будут неотъемлемым дополнением к теоретическому анализу гидродинамических возмущений, генерируемых искрой в твердом теле. В докладе рассмотрены следующие характеристики завершающей канальной стадии пробоя твердых диэлектриков: энергетические характеристики искрового канала, расширение канала, поле давлений на фронте ударной волны и в канале, энергетический баланс.

При рассмотрении энергетических характеристик канала (проводимости, мощности, тока, индуктивности) показано, что не удается обнаружить четкой связи между параметрами токового шнура и характеристиками исходного материала.

Однако для некоторых горных пород акустическая жесткость и временное сопротивление сжатию коррелируют с проводимостью канала; в данном случае удается найти мощность, проводимость и ток с учетом параметров внешнего контура. Проводимость оценена величинами порядка  $10^{-4}$ — $10^{-2}$  (ом·см)<sup>-1</sup>.

Несмотря на большое количество имеющихся экспериментальных работ по анализу характеристик искрового канала в настоящее время нельзя дать априорно расчет энергетических параметров системы «канал — разрядный контур». Попытки представления уравнения состояния вещества модифицированным уравнением идеального газа не приводят к положительным результатам. Тем не менее, аналитическое решение для переходного процесса в разрядном контуре с учетом нелинейного сопротивления искры может быть найдено, если результаты экспериментального определения проводимости искры формально представить некоторыми функциями.

Экспериментальный анализ расширения канала в щелочногалогенидных кристаллах и органическом стекле выполнен при помощи электронно-оптического затвора ЗИМ-2, электрооптического преобразователя ЗИС, а также ВЧ-зондирования. Во всех случаях получены сходные результаты. Показано, что границы наблюдаемого свечения и границы канала можно отождествить с высокой точностью. В пределах длительности выделения энергии зависимость радиуса канала  $r$  от времени  $t$  описывается соотношением  $r = at^n + b$ , где  $n$ ,  $a$ ,  $b$  — постоянные. Оценку динамического радиуса канала можно произвести, измеряя период ВЧ-колебаний и индуктивность канала. Разработана методика оценки давления на фронте ударной волны при возбуждении искрового канала в твердом теле вблизи границы с жидкостью. Получено, что максимальные давления на фронте ударной волны для кварца не превышают  $2 \cdot 10^4$  атм; длительность волны сжатия на расстояниях, на порядок превышающих длину межэлектродного промежутка, в 3—5 раз превышает длительность выделения энергии. Расширение канала происходит с пульсациями в несколько стадий; при этом в 1-й стадии (которая соответствует, в основном, упругой деформации вещества) давление на фронте ударной волны может быть в 40—50 раз меньше, чем во 2-й стадии расширения (в среде, уже подверженной разрушению), когда импульс тока уже заканчивается.

Экспериментально показано, что доли энергии, затрачиваемой на образование газовой фазы, излучаемой каналом в волне сжатия, теряемой при пластических релаксациях и т. д., оцениваются величинами соответственно 0,25—0,3; 0,2—0,4 и 0,0002—0,0008 от энергии, выделенной в канале. В докладе приведено сопоставление воздействия на твердые вещества искрового разряда, механического удара и взрыва.

В докладе М. П. Тонконогова (Карагандинский политехнический институт) освещены основные результаты теоретических исследований диэлектрической релаксации и ее влияния на импульсный пробой кристаллических диэлектриков с примесями и поликристаллических твердых тел.

Диэлектрическая релаксация в ионных кристаллах, содержащих полярные молекулы, связывается с дискретной ориентацией «полярных вакансий», дипольный момент которых численно равен моменту молекулы, входящей в кристалл. Получена система кинетических уравнений, решение которых в линейном приближении позволяет определить роль структуры и спектра энергии активации диполей на вершинах потенциальных барьеров, разделяющих подрешетки кристалла. Установлено, что зависимость  $\lg \delta$  от частоты определяется числом подрешеток, их энергетическими характеристиками, а также числом молекул, окружающих «полярную вакансию». Получена и исследована полная система кинетических урав-



нений, характеризующих установление диэлектрической релаксации в ионных кристаллах произвольной структуры, имеющей центр симметрии, что позволило определить  $\lg \delta$  в моно- и поликристаллах как функции частоты, температуры, концентрации и величины дипольных моментов комплексов. Сопоставление теории с опытными данными обнаруживает хорошее согласие.

Ввиду практической важности вопроса об электрическом пробое многих видов изоляции и минералов, имеющих слоистую структуру, получено решение системы уравнений (в виде ряда), на основании которого можно сделать ряд выводов о механизме импульсного пробоя при учете роли слоев с резко выраженными релаксационными процессами. Получено решение системы двух уравнений (кинетического и Лапласа) для распределения поля в слое, разделяющем диэлектрический шар и диэлектрическую среду. Вычисления проведены на ЦВМ и применены к исследованию предпробивного состояния.

Приведены исследования электрической прочности горных пород с учетом их структуры и состава, а также вероятности пробоя. Уравнения регрессии, определяющие связь электрической прочности горных пород с энергией связи породообразующих минералов, показывают, что чем выше степень метаморфизма горных пород, тем выше электрическая и механическая прочность, так как с увеличением степени метаморфизма энергия связи породообразующих минералов возрастает.

В заключение докладчик остановился на результатах теоретических исследований параметров канала разряда и ударной волны при заданном законе ввода энергии в разрядный промежуток. При этом канал разряда аппроксимировался круговым цилиндром, плазма рассматривалась как термически равновесная система. Получена расчетная методика, в соответствии с которой по известному давлению на фронте ударной волны можно вычислить механические напряжения, возникающие в твердых телах.

В докладе **Ю. И. Протасова, Н. И. Андриенко, Г. Н. Добровольского, А. В. Фролова** (Московский горный институт) изложены результаты исследований пробоя многокомпонентных диэлектриков в больших толщинах. Изучалось формирование и развитие пробоя между электродами, расположенными на поверхности горной породы (фосфорит, апатит), при переменном напряжении промышленной частоты. Показано, что при достаточном малых расстояниях между электродами происходит пробой на поверхности диэлектрика в воздухе, при достаточно больших — внедрение канала пробоя в твердый диэлектрик и распространение его в соответствии с конфигурацией силовых линий, завершающееся пробоем по объему. Зависимости напряженности пробоя по поверхности и пробоя по объему от расстояния между электродами имеют различную крутизну и пересекаются при расстояниях 7—10 см, что дает возможность определить граничные условия, при которых происходит заглубление канала. Зависимость тока  $i$ , протекающего через горные породы, от напряженности  $E$  резко неоднородного электрического поля аппроксимируется выражением  $j = kE^2$ , причем коэффициент  $k$  учитывает расстояние между электродами. Максимальная величина тока, превышение которой ведет к пробую, постоянна для рассмотренных пород и не зависит от расстояния между электродами.

В дополнительном сообщении тех же авторов изложены результаты исследований температурного поля в глубине диэлектрика при расположении электродов на поверхности. Установлено, что максимальная температура наблюдается на поверхности только до некоторой величины напряженности, при превышении которой зоны повышенной температуры постепенно перемещаются внутрь образца. Локальный внутренний разогрев можно объяснить тем, что под действием сильного поля изотропные диэлектрики приобретают резкую анизотропию электрических свойств.

В докладе **С. С. Васильева, С. В. Родэ, С. М. Разиновой** (Технологический институт легкой промышленности, Москва) проанализированы характеристики разрядного контура при наличии внешнего возмущения гармонического характера. Получены формулы для описания возмущений тока в контуре и падения напряжения на разрядном промежутке в нестационарном режиме. Эти формулы дают также переход к стационарному режиму при гармоническом возмущении, что подтверждается явным эксцентриситетом расчетных фигур Лиссажу в начальные моменты и их постепенным центрированием с течением времени. Стационарное состояние соответствует

решению В. Л. Грановского. Подчеркивается важность того положения, согласно которому возмущение плазмы разряда должно задаваться как возмущение э. д. с. контура. Это подтверждается экспериментальным исследованием падения напряжения на разрядном промежутке, спектра свечения разряда и разрядного тока в контуре с кварцевой трубкой при переменном напряжении. Нарастание тока и усиление процессов возбуждения молекул азота и окиси азота после пробоя промежутка в начале каждого периода соответствует возмущению э. д. с. разрядной цепи.

В сообщении **М. П. Тонконогова, Ю. Д. Ильюшенкова** (Карагандинский политехнический институт) были изложены результаты аналитического исследования канальной стадии импульсного электрического разряда в плотных средах. Исходя из кинетического уравнения для функции распределения электронного газа при условии воздействия только электрических сил, получены интегралы упругих и неупругих столкновений электронов с ионами и атомами. Далее получены уравнения для функций распределения электронного и ионного газа по скоростям, причем для ионов введено условие равенства нулю интеграла неупругих соударений. В общем виде вычислены скорости электронов и ионов, а также давление в канале разряда.

В сообщении **И. И. Вишневецкого, Л. Ф. Котловой, А. В. Кравцова, С. И. Смольянинова** (Томский политехнический институт) «Импульсный электрический пиролиз жидких углеводородов» изложены результаты полного факторного эксперимента по исследованию влияния напряжения и энергии накопителя, индуктивности разрядного контура и межэлектродного зазора на скорость выхода и состав целевых продуктов при электрокрекинге индивидуальных углеводородов, природных нефтей и газоконденсатов месторождений Западной Сибири. Установлено, что наиболее значительны концентрации олефиносодержащих газов и ацетилена (до 50%). Реакции электрокрекинга наиболее критичны к скорости выделенной энергии и к размерам реакционных сосудов. Существенное влияние оказывает строение углеводородов (цепь, цикл или бензолное кольцо). Длина цепи парафинов не влияет существенно на количество и состав продуктов электрокрекинга. Установлены четкие зависимости состава газа от времени крекингования. Даны предварительные заключения о механизме крекинга углеводородов при воздействии импульсного разряда.

Сообщение **Г. С. Коршунова и Ю. Ф. Свиридова** (Томский политехнический институт) было посвящено исследованию процесса образования искры при статическом пробое в наносекундном диапазоне воздушных промежутков при наличии твердого диэлектрика, вдоль поверхности которого развивается разряд. Теория Ромпе и Вайцеля, удовлетворительно объясняющая процесс образования искры в однородном поле при временах, меньших  $10^{-8}$  сек, развита и применена для описания процесса перекрытия твердых диэлектриков при давлениях от 1 до 7 атм. Анализ полученных результатов позволяет предположить интенсивную ионизацию поверхности твердого диэлектрика с выходом из нее электронов в канал разряда. Это приводит к увеличению плотности плазмы и ускоренному уменьшению сопротивления искрового промежутка. Указанное влияние твердого диэлектрика прекращается при давлении свыше 5 атм, что объясняется преобладающим влиянием плотности воздушной среды и уменьшением интенсивности ионизации лавин в направлении, перпендикулярном полю.

В сообщении **А. А. Воробьева и С. В. Кима** (Томский политехнический институт и Карагандинский политехнический институт) доложены результаты электронно-оптических и осциллографических исследований импульсного пробоя суспензии, состоящей из трансформаторного масла и стеклянных шариков. Показано, что развитие разряда носит толчкообразный лидерный характер. При малой концентрации примесей (до 1%) скорость распространения лидера является постоянной, определяется диэлектрическими свойствами жидкости и практически не зависит от концентрации примеси. С увеличением концентрации свыше 1% вероятность попадания головки лидера в сильное поле поляризованной частицы резко возрастает; в результате ступенчатого перемещения головки лидера от одного очага неоднородности к другому эффективная скорость лидера возрастает.

Сообщение **В. А. Векслера** (Карагандинский политехнический институт) было посвящено расчету распределения электрических полей между компонентами неоднородных диэлектриков на фронте единичного импульса при высоких на-

пряжениях. Решалась задача для двухслойного плоского конденсатора при временах, сравнимых со временем релаксации тепловой, ионной и ориентационной поляризации. Форма импульса напряжения задавалась экспонентой. Получено решение системы уравнений полного тока, кинетических уравнений для первого и второго слоев и условия однородности поля. Количественные данные по распределению напряженности поля приведены для системы «фюзен-аргиллит», моделирующей ископаемые угли, в зависимости от времени и от скорости нарастания напряжения. Для фюзена как для материала с более резко выраженными релаксационными свойствами характерен минимум напряженности с течением времени, ослабляющийся при увеличении крутизны напряжения и вообще отсутствующий для аргиллита. Этим объясняется первоочередность пробоя аргиллита в системе двух сред.

В другом сообщении **В. А. Векслера, Ю. И. Лехта, В. А. Миронова, К. М. Омарова** представлен расчет распределения полей на фронте единичного импульса для трехслойного диэлектрика с учетом влияния установления поляризации.

**В. Я. Ушаков и В. В. Лопатин** (Томский политехнический институт) выступили с сообщением о новых экспериментальных результатах, полученных при исследовании пробоя жидкостей в сильно перенапряженных промежутках. В частности, установлено явление взрывного разрушения электродов в начале инициирования разряда и перенос материала взорвавшегося электрода на противоположный электрод в прерванном разряде. В однородном поле разряд инициируется с анода, вследствие чего нужно искать связь электрической прочности в ряде случаев именно с характеристиками материала анода. Сформулированы предположения о значительной роли электростатической ионизации в жидкости при развитии пробоя.

В сообщении **Ю. С. Пинтяля, Н. А. Матвиевской, Т. И. Докучаевой** (Московский энергетический институт) методами корреляционного и факторного анализа исследовано влияние относительного содержания клетчатки и объемного распределения волокон клетчатки на импульсную прочность изоляционных бумаг. Структура бумаг является одним из основных факторов. На основе элементарной структурной модели импульсного пробоя бумаги были получены законы распределения пробивных напряженностей непропитанной бумажной изоляции; средние расчетные значения удовлетворительно совпадают с экспериментальными для бумаг К-120 и КВ-080.

**Н. И. Фальковский** (Институт электродинамики АН УССР, Киев) выступил с сообщением о результатах комплексного исследования свойств плазмы и параметров канала разряда при токах до 100 кА и длительности аperiodических импульсов 10–20 мксек. Экспериментальные результаты, полученные

при изучении температуры канала, диаметра канала, их изменения во времени, а также зависимости от параметров разрядной цепи качественно подтверждают теорию С. И. Брагинского. По экспериментальным данным рассчитаны: скорость расширения канала во времени, давление в канале, концентрация частиц, проводимость плазмы, сопротивление канала, плотность тока, градиент напряженности в канале, рассмотрены также вопросы излучения плазмы.

В сообщении **О. С. Ильенко** (Украинское отделение института «Сельэнергопроект», Киев) «К теории канала стационарной электрической дуги» показано, что согласно теореме термодинамики необратимых процессов о минимальном возникновении энтропии в канале стационарной дуги имеет место минимум мощности, отводимой путем теплопроводности и конвекции, но не излучения. Этот вывод может быть использован для теоретического анализа характеристик канала разряда и позволяет упростить решение дифференциального уравнения стационарной дуги.

В дискуссии **С. Н. Койков** подчеркнул необходимость моделирования теоретических соотношений при экспериментальном излучении физических процессов в канале разряда и обратил внимание на возможную большую роль объемных зарядов, не учитываемую в ряде докладов и сообщений. **Н. М. Горбин** указал на необходимость тщательного изучения количественных соотношений между электронным и поляризационным объемными зарядами. Докладчик предложил подробнее исследовать взрывные эффекты в стадии инициирования пробоя жидкости при существенно различных скоростях приложения напряжения. **М. В. Костенко** обратил внимание на то, что ряд теоретических положений пока еще не нашел корректной экспериментальной проверки, и подчеркнул необходимость усиления экспериментальных работ по изучению характеристик искрового разряда. **Г. Г. Лысаковский** предложил более тщательно формулировать условия возникновения пробоя многокомпонентных систем не только с точки зрения локальных напряженностей, но и размеров области существования этих напряженностей. **А. А. Воробьев** подчеркнул, что проблема пробоя диэлектриков нуждается в широкой постановке на заседаниях секции IV. Необходимо объединить вопросы подготовки, формирования и развития пробоя как единого процесса.

В дискуссии приняли также участие **М. П. Тонконогов, Б. В. Семкин, В. Я. Ушаков, Н. И. Фальковский, В. А. Векслер** и другие. С заключительным словом выступил председатель секции, чл.-корр. АН СССР **М. В. Костенко**, который сформулировал итоги заседания и подчеркнул необходимость более тесной связи теории с экспериментом, а также улучшения координации исследований, выполняемых по отдельным вопросам.

Канд. техн. наук **Г. Г. Лысаковский**



**Л. А. ЖЕКУЛИН**

Умер Лев Анатольевич Жекулин, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

Уже дипломная работа Льва Анатольевича «Исследование распространения радиоволн в магнитном поле земли», опубликованная в 1930 г., имела большое теоретическое и практическое значение для решения вопросов дальней связи. Эта работа определила основное направление научных интересов Л. А. Жекулина; до последних дней своей жизни он продолжал продотворные исследования в этой области, руководя специальной лабораторией в институте Радиотехники и электроники АН СССР.

В 1936 г. Лев Анатольевич в бригаде электросвязи АН СССР занимается вопросом радиосвязи Москва—Хабаровск и разрешает важнейший вопрос о суммарном поглощении электромагнитной волны при ее прохождении в ионосфере. Это исследование позволило решить такие существенно важные задачи, как предельная дальность связи и выбор рабочей частоты.

Докторская диссертация «Исследование неустановившихся процессов в поглощающих средах и системах с распределенными постоянными», защищенная Л. А. Жекулиным в 1942 г., явилась некоторым итогом этой основной линии научных работ.

В послевоенные годы особенное значение приобретает проблема коаксиального кабеля — одного из замечательных средств многоканальной связи. В работе Л. А. Жекулина «Неустановившийся режим в коаксиальном кабеле» (1941 г.) основные вопросы распространения сигналов по коаксиальному кабелю были



уже решены. В 1947—1948 гг., продолжая углублять и расширять исследование в этой области, Л. А. Жекулин получает важный результат о влиянии неоднородностей в коаксиальном кабеле на режим его работы. Эта работа была удостоена первой премии Президиума АН СССР.

Необходимо упомянуть о важных исследованиях Л. А. Жекулина по теории многослойных плоских, цилиндрических и сферических электромагнитных экра-

нов, выполненных в 1936—1937 гг. и удостоенных тогда же академической премии. Эти исследования легли в основу большой комплексной работы кафедры теоретической электротехники МЭИС, руководимой Л. А. Жекулиным, по электромагнитному экранированию промышленных объектов.

Педагогическую работу Лев Анатольевич начал в 1929 г. на кафедре теоретической электротехники Московского электротехнического института связи. С 1938 г. до последних дней жизни он являлся заведующим кафедрой ТОЭ и в дальнейшем ТЛЭЦ МЭИС. Лев Анатольевич — один из авторов современных программ по курсам теоретической электротехники и ТЛЭЦ, принятых как в институтах связи, так и в электроэнергетических вузах нашей страны.

Помимо научной и педагогической деятельности Лев Анатольевич вел также большую общественную работу. Так, в 1952 г. он был избран депутатом Московского Совета, где выполнил серьезную работу по секции школ, в течение многих лет являлся членом избирательных комиссий в Московском электротехническом институте связи, состоял членом редколлегии журнала «Электричество».

Лев Анатольевич удостоен высоких правительственных наград; несколько лет тому назад ему было присвоено почетное звание Заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

В лице Льва Анатольевича мы потеряли не только крупного, блестяще эрудированного ученого, но и человека высоких душевных качеств, общение с которым всегда было приятно.

*Группа товарищей*

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Брюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (зам. главного редактора), Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, Д. В. Разевиг (главный редактор), А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., д. 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Л. Н. Никитина

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
<b>1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА</b>		
Остапенко В. Н. и Лукович В. В. — О методе расчета электрохимической защиты от коррозии трубопроводов конечной длины	1	45
Бабак О. В. и Филиппов В. Е. — Расчетные соотношения для магнитного модулятора при одновременном намагничивании сердечников двумя полями, отличающимися по частоте	1	77
Попов В. С. и Шутеев Э. И. — Отрицательные сопротивления	1	65
Бедерсон А. А. и Мельников О. Н. — Расчет переходных процессов в электрических цепях при импульсном воздействии методом средних параметров	2	66
Волков В. Н. и Крылов И. А. — Коагуляция и рассеяние биполярного заряженного аэрозоля	2	69
Флиддлер Г. М. — «Интегрально-энергетический» метод расчета нестационарных процессов в нелинейных массивных магнитопроводах	3	42
Панесенков М. А. — Уравнения динамических петель гистерезиса	3	91
Остроумов Г. В. — Радиальное распределение тока в системе из однослойного цилиндрического индуктора и расположенной снаружи коаксиальной металлической трубы	5	45
Рамм А. Г., Голубкова М. Н. и Усоскин В. В. — Расчет емкости параллелепипеда произвольных размеров	5	90
Колечицкий Е. С. — Численный метод расчета осесимметричных электростатических полей	7	57
Демирчян К. С., Кияткин Р. П. и Новгородцев А. Б. — Моделирование электрических полей в анизотропных кристаллах	7	63
Иванов С. А. и Шкляр Л. И. — Об одном методе расчета электрических полей	7	65
Рябихин Е. А. — Об итерационном методе расчета нелинейных цепей	7	77
Ганичев Е. А. и Цицкиян Г. Н. — Электромагнитное поле цилиндрической катушки, экранированной плоским проводящим слоем	8	6
Шаталов А. С. — Топологический метод деревьев для преобразования матричных уравнений линейных объектов	8	10
Кременецкий И. И., Медведев К. Е. и Гусев В. Н. — Расчет эквивалентного сопротивления конденсатора на высоких частотах	8	73
Фур И. И. — О неиспользованных возможностях баллистического метода измерений	9	71
Прутковский А. С., Пузырин М. А. и Файницкий М. З. — Метод расчета электрических полей в неоднородных анизотропных средах	10	62
Овчинников И. Е., Прозоров В. А. и Рогачевский В. С. — Об учете размагничивающей н. с. в цепях с постоянными магнитами	10	79
Максимов А. И. — Оптимальное значение магнитной индукции в ферромагнитном сердечнике	10	80
Караев Р. И. и Лямец Ю. Я. — О применении разностных уравнений длинной линии	11	28
Фархи С. Л. и Хинов И. Г. — Метод анализа синусоидальных режимов в нелинейных цепях с ферромагнитной индуктивной связью	11	36
Матющенко В. С. и Косарев Б. И. — О расчете электрического поля блуждающих токов в ближней зоне	11	58
Карапетян М. А. — Исследование электрического поля в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями двух типов	11	720
<b>2. ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА</b>		
Ступель А. И., Львов Ю. Н. и Левина Л. С. — Моделирование на ЦВМ частотных характеристик линии при расчете переходных процессов волновым методом	1	25
Лай Тхэ Хуэн — Способ повышения помехоустойчивости высокочастотных каналов по линиям электропередачи	1	28

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Страхов С. В. и Трубачев В. Т. — Динамика автономной электроэнергетической системы с гидромеханическим приводом постоянной скорости	1	34
Сипайлов Г. А. и Лоос А. В. — О применении ударных генераторов для физических исследований	1	52
Большаков В. Н. — Разряд индуктивного накопителя энергии для получения импульса с коротким фронтом	1	56
Михайлов М. И. и Разумов Л. Д. — Статистические данные об условиях сближения междугородных кабелей с линиями электропередачи	1	79
Веников В. А., Путятин Е. В., Портной М. Г. и Тимченко В. Ф. — Об учете вероятностных факторов при управлении режимом межсистемных электропередач	2	4
Куренный Э. Г. — К определению колебаний электрической нагрузки	2	9
Жидких Н. М. — Учет изменений в электрической схеме при определении различных режимов методом оптимального исключения	2	13
Буевич В. В., Герценберг Г. Р., Каштелян В. Е. и Остроумов Э. Е. — Косвенное измерение синхронизирующей мощности для сохранения заданного запаса статической устойчивости ВЛ	2	18
Гуревич Ю. Е. и Либова Л. Е. — Об определении характеристик нагрузки по напряжению методом пассивного эксперимента	2	21
Горин Б. Н., Левитов В. И. и Шкилев А. В. — Разряды молнии в Останкинскую телебашню	2	24
Адонц П. Т. и Арутюнян С. Г. — К расчету установившегося режима компенсированной линии электропередачи	2	73
Фокин Ю. А. и Гремяков А. А. — Статистические характеристики активных и реактивных нагрузок потребителей электрических сетей напряжением 6—10 кВ	2	75
Горнштейн В. М., Лебедева О. И., Савалов С. А., Ченига В. Я. и Юровский А. Г. — Планирование суточного режима ЭЭС с помощью ЦВМ	3	1
Мельников И. А., Железко Ю. С., Солдаткина Л. А. — Влияние различных факторов на погрешность определения емкостных проводимостей воздушных линий сверхвысокого напряжения	3	5
Половой И. Ф., Окорочков В. Р., Воронкин А. Ф., Цимерский Н. В. — Об оценке надежности схем грозозащиты подстанций	3	10
Коршунов А. П. — Выбор модели сельских разветвленных электрических сетей	3	18
Дмитриев К. С., Казанский В. Е. — Ток небаланса фильтра тока нулевой последовательности при глубоком насыщении трансформаторов тока	3	22
Михляев М. С. — К определению качества электроэнергии при работе синхронных генераторов соизмеримой мощности	3	28
Каменева В. В. и Киреева Э. А. — Определение местоположения главных понизительных или распределительных подстанций промышленных предприятий	3	83
Михневич Г. В. и Фиалков В. М. — Влияние компенсирующих устройств, включенных в узлах нагрузки на динамическую устойчивость энергосистем	4	1
Глазунов А. А., Строев В. А. и Гремяков А. А. — Об экономически целесообразной емкостной компенсации в радиально-магистральных распределительных сетях	4	5
Давыдов И. С., Мельзак И. Я. и Шеренцис А. Н. — Внутренние перенапряжения в современных электрических сетях 500 кВ	4	10
Генов Л., Сиромыхов Б. и Величков В. — Определение сечений грозозащитных тросов линий электропередач с учетом их термической устойчивости	4	17
Соколов А. Г. — Исследование уравнений коронного разряда для коаксиальных цилиндров	4	20
Лебедев О. В. — Дискретный способ сравнения электрических величин в измерительных органах устройств релейной защиты и автоматики энергосистем	4	73

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Адонц Г. Т. — Метод расчета установившегося режима электрической системы	5	1
Хрюкин С. С. — Новый принцип защиты синхронных машин от витковых и двойных замыканий на землю в обмотке ротора	5	6
Гимоян Г. Г. — Фильтровые токовые защиты трехфазных электродвигателей	5	11
Кузьмин Я. Ф. и Махнитко А. Е. — Расчет электрических сетей при заданных мощностях в узлах методом разбиения на подсхемы	5	16
Кадейшвили В. Г. — Метод решения некоторых оптимизационных задач проектирования	5	21
Александров Г. Н., Редков В. П. и Лысков Ю. И. — Электрическая прочность воздушных промежутков между проводом и опорой при коммутационных перенапряжениях	5	25
Агапов В. Г. и Разевиг Д. В. — Пробивные напряжения газовых промежутков при больших давлениях	5	32
Васяев В. И. и Верещагин И. П. — К расчету характеристик униполярного коронного разряда в системе электродов «ряд проводов между плоскостями»	5	34
Литвинов В. Е. и Мирзабекян Г. З. — Численный метод решения уравнения униполярного стационарного коронного разряда в плоских полях	5	40
Горин Б. Н., Берлина Н. С. — Метод оценки защитного действия тросовых молниеотводов с учетом характеристик разброса	6	36
Гальперн М. Л. — Удельная несущая способность конструкции деревянных опор	6	81
Веников Н. А., Маркович И. М., Рокотян С. С. и Черня Г. А. — Выбор системы номинальных напряжений электрических сетей в энергообъединениях и ЭЭС СССР	7	1
Синьчугов Ф. И. — Терминология по надежности в энергетике	7	4
Соколов В. А. и Соболев В. Н. — Субгармонические и ультрагармонические колебания в электрических сетях с резонансными безынерционными токоограничивающими устройствами	7	8
Берлянд Э. Г. — Анализ изменения токов и активных мощностей при многочастотных асинхронных режимах	7	11
Волкова О. В., Слуцкий Л. С., Бурмистров В., Кокуркин Б. П. и Корявин А. Р. — Разрядные характеристики некоторых изоляционных конструкций при коммутационных импульсах	7	70
Бережной А. В. и Рошенин А. Ф. — Об аналитическом определении экономических характеристик математической модели оптимизации электрической сети	7	75
Ершевич В. В. и Кривушкин Л. Ф. — Поперечное регулирование напряжения в сетях 750—330 кВ	8	15
Савченко Е. В. — Расчет токов короткого замыкания синхронных генераторов с самовозбуждением, работающих параллельно с системой	8	19
Каялов Г. М. и Балабанян Г. А. — Геометрические принципы размещения цеховых подстанций	8	23
Фокин Ю. А., Резников И. Г. и Арсамаков И. И. — Определение расчетной нагрузки понижающих трансформаторов центров питания по характеристикам случайного процесса ее изменения	8	29
Никитин Ю. М. — Особенности применения градиентного метода оптимизации для настройки локальных регуляторов в устройствах энергоснабжения	8	32
Буй Тхиен Зу и Разевиг Д. В. — Обратный разряд молнии	8	49
Мирзабекян Г. З. и Григорьев И. Н. — Влияние заряженной дисперсной фазы на характеристики коронного разряда	8	53
Либкинд М. С. и Маневич А. С. — Определение уровня токов трехфазных коротких замыканий при планировании развития энергосистемы	8	78
Салютин А. А. — Работа однофазного выпрямительного источника питания аккумуляторных батарей с активно-индуктивной нагрузкой	8	81

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Гамм А. З. — Оценка текущего состояния электроэнергетической системы как задача нелинейного программирования	9	1
Ильин В. Д. и Куров Б. Н. — Сравнение алгоритмов распределения нагрузок с учетом изменения состояния энергосистемы при реализации решений	9	7
Фазылов Х. Ф., Брискин И. Л. и Насыров Т. Х. — Алгоритмы расчетов установившихся режимов больших электрических систем	9	11
Аронов М. А., Ларионов В. П. и Харченко А. Ф. — Исследование поверхностных частичных разрядов при переменном напряжении	9	50
Захар-Иткин М. Х. и Фролкин А. А. — Погрешности измерений высокочастотных параметров на входе линии электропередачи	9	90
Веников В. А., Головицын Б. И. и Лисеев М. С. — Вопросы управления режимами электроэнергетических систем	10	1
Александров Г. Н., Герасимов Ю. А., Редков В. П. и Лысков Ю. И. — Электрическая прочность междуфазовых воздушных промежутков на подстанциях сверхвысокого напряжения при коммутационных перенапряжениях	10	7
Кузнецов Л. Е. и Тиходеев Н. Н. — Воздушная изоляция для линий сверхвысокого напряжения	10	13
Лысков Ю. И. и Мельзак И. Я. — О статистической оценке атмосферного давления и относительной плотности воздуха	10	16
Никитин Ю. М. — Метод цифрового моделирования случайных дифференцируемых процессов в устройствах энергоснабжения	10	20
Фокин Ю. А. и Арсамаков И. И. — Экспериментальное исследование нагрузок крупных городских подстанций с комплексным составом потребителей	10	23
Шнеерсон Э. М. — Построение дистанционных органов со сложными характеристиками в комплексной плоскости сопротивлений	10	28
Лямин Ю. А. — Затухание коронного разряда между коаксиальными цилиндрами в потоке запыленного газа	10	58
Емельянов Н. П., Мельников Н. А., Роддатис В. К. и Шеренцис А. Н. — Возможности снижения потерь в линиях электропередачи 220—750 кВ с учетом короны путем регулирования рабочего напряжения	11	1
Левиуш А. И., Микуцкий Г. В. и Сапир Е. Д. — Уменьшение влияния помех от короны на работу высокочастотного канала дифференциально-фазной защиты	11	6
Стефан Илиев — Влияние некоторых факторов и их погрешности на динамическую устойчивость энергосистем	11	11
Жежеленко И. В. — Высшие гармоники в системах электроснабжения металлургических заводов	11	53
Борин В. Н. — Разрядные напряженности в газе при повышенных давлениях	11	66
Брехов В. М. и Ларионов В. П. — Молниезащита обтекателя самолета	11	85
<b>3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ТРАНСФОРМАТОРЫ</b>		
Бертинов А. И. и Колосков М. С. — Волновой электродвигатель с расщепленным магнитным потоком фазы	1	1
Домбровский В. В. и Смоловик С. В. — Приближенный учет насыщения магнитной цепи генератора при расчетах устойчивости параллельной работы	1	9
Бабис Р. С. — Циркулирующие токи в многофазных винтовых обмотках трансформаторов	2	56
Сви П. М. — Эксплуатационные измерения частичных разрядов силовых трансформаторов	2	63
Грейсух М. В. — О режиме работы синхронных электродвигателей	2	85

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.	Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Иванов-Смоленский А. В., Мнацаканян М. С. — Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью	3	57	Чернопятюв Н. И. — Обобщение расчетных формул при работе трехфазных двигателей в однофазных сетях	7	48
Алиевский В. Л., Бертинов А. И. и Павлов Ю. Г. — Анализ внутренних условий самовозбуждения генераторов постоянного тока	3	61	Виноградов А. Л., Казовский Е. Я., Лабзин М. Д. и Шмырева М. М. — Экспериментальные исследования внешних магнитных полей параметрических шаговых двигателей	7	73
Ларченко В. И. — Электромагнитный момент шаговых электродвигателей	3	75	Пашинский В. Г. — Обобщенная форма некоторых соотношений теорий двигателя Шраге	7	79
Иванова Г. В. — Расчет параметров однофазных асинхронных двигателей в пусковом режиме	3	77	Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г. и Тутубалин В. Н. — Сравнение повреждаемости корпусной изоляции турбогенераторов с воздушным и водородным охлаждением	8	36
Зихерман М. Х. — Характеристики намагничивания мощных трансформаторов	3	79	Лищенко А. П. — Уравнения синхронного режима и круговая диаграмма явнополюсной синхронной машины с автоматическим регулированием возбуждения	8	58
Русин Ю. С. — Тепловые потери в изоляции высоковольтных трансформаторов	3	85	Копылов И. П. и Щедрин О. П. — Расчет установившихся токов асинхронной машины, питаемой через нелинейный элемент	8	62
Ермекова Р. А. — Об эффективности работы асинхронного двигателя при отключениях напряжения и частоты	3	86	Лодочников Э. А. и Орлов Е. Г. — К расчету импульсной системы регулирования электрических машин с неявно выраженным модулятором ширины импульсов	8	65
Лурье С. И. — Осевые усиления в обмотках трансформатора	4	23	Пинцов А. М. — К расчету индуктивностей параллельных шин и рассеяния обмоток трансформаторов	8	70
Урусов И. Д. и Кузнецов М. В. — Схема замещения импульсной нагрузки и расчет установившихся процессов в синхронном генераторе	4	32	Коитиро Тэрада — Трансформатор для одновременной передачи электроэнергии постоянным и переменным током	8	77
Цветков В. А. — К расчету электродинамических сил в зоне лобовых частей обмотки статора электрической машины	4	35	Постников И. М. — Приближенный метод определения экономических удельных нагрузок и размеров	9	40
Анищенко Е. И. — Применение обмоточного коэффициента распределения катушечных групп для анализа гармонических э. д. с. в обмотке	4	39	Рогозин Г. Г. и Ларин А. М. — Определение частотных характеристик турбогенераторов по переходным функциям, получаемым в опытах ударного возбуждения и гашения поля	9	80
Сипайлов Г. А., Романов Ю. А. и Пережиров Ю. И. — Конденсаторное самовозбуждение асинхронного генератора	4	43	Данилевич Я. Б. — Добавочные потери в лобовых частях обмотки статора турбогенератора	10	32
Козий Б. И. и Фельц Р. В. — Самовозбуждение насыщенного асинхронного двигателя с последовательными конденсаторами	5	57	Прусс-Жуковский В. В. — О приближенном описании безыскровых зон машин постоянного тока	10	35
Зихерман М. Х. и Каменева Н. П. — Об остаточной индукции в трансформаторах 330—750 кВ	5	86	Алиевский В. Л., Бертинов А. И., Орлов В. Л. и Шерстюк А. Г. — Основные расчетные соотношения униполярных электрических машин без ферромагнитопровода	10	38
Чесонис В. И. и Янкаускас З. К. — Емкостный генератор возвратно-поступательного движения	5	89	Лизунов С. Д. и Фрид Е. С. — Измерение частичных разрядов в трансформаторах	10	45
Нурмухамедов М. Н., Тамоян Г. С. и Хайруллин И. Х. — Влияние геометрии ротора на электромагнитный момент торцевой индукционной машины	6	1	Резниченко В. Ю. — Алгоритм решения дифференциальных уравнений асинхронного двигателя	10	82
Смирнов Л. В. — Аналитический метод определения основной гармоники магнитного поля в воздушном зазоре насыщенной явнополюсной синхронной машины	6	5	Копылов И. П. и Соломахин Д. В. — Дифференциальные уравнения несимметричной асинхронной машины с переменными параметрами	11	18
Маергойз И. Д. и Полещук Б. И. — Расчет магнитного поля и параметров схем замещения асинхронной машины со сплошным ферромагнитным ротором	6	9	Панфилов Н. А. — Пульсации тока и напряжения трехфазного вентильного генератора при активной нагрузке	11	21
Мукосеев Ю. Л., Вагин Г. Я. и Червонный Е. М. — Расчет суммарной нагрузки машин контактной сварки методом статистического моделирования на ЦВМ	6	16	Бертинов А. И. и Фарбовский А. А. — Электромагнитный момент двигателя с катящимся ротором с расщепленным магнитопроводом при питании по схеме с вентильной коммутацией	11	25
Тенетко М. И., Черемисов И. Я. — Модификация метода сеток для расчета электрических, магнитных и температурных полей в электрических машинах	6	19			
Лурье С. И., Савельев М. П. — Динамические осевые усилия в обмотках трансформаторов	6	25	<b>4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ, ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, КАБЕЛИ, ПРОВОДА</b>		
Столлов Л. И. и Зыков Б. Н. — К теории магнитозлектрических моментных устройств	7	32	Гогичайшвили П. Ф., Мясников А. В. и Преображенская М. В. — Надежность коммутационной аппаратуры упрощенных подстанций 110 кВ	1	5
Прозоров В. А. и Рогачевский В. С. — Частотное управление магнитозлектрическими синхронными двигателями при минимальных потерях	7	37	Кискачи В. М. — Схемы подключения защиты и сигнализации однофазных замыканий при параллельных кабелях	1	13
Петров Л. П. и Невольниченко В. Н. — Влияние нелинейности индуктивностей рассеяния на режим самовозбуждения асинхронной машины	7	41	Подгорный Э. В. и Богдан А. В. — Токовые интегральные характеристики трансформаторов тока в переходных режимах	1	18
Ковальков Г. А. и Мисюлин А. В. — Стационарные процессы в многофазном генераторе, работающем на нагрузку через тиристорный выпрямитель	7	44			



Автор и название статьи	№ журн.	Стр.	Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Белкин Г. С. — Методика расчета величины эрозии силовых контактов при воздействии электрической дуги	1	61	Гончар В. С., Каплан В. В., Нашатырь В. М. и Янчус Э. И. — О воспроизведении при синтетических испытаниях стандартных кривых восстанавливающегося напряжения для выключателей на 330—750 кВ	9	83
Шоффа В. Н. и Коробков Ю. С. — Электромагнитные силы взаимодействия магнитных контактов ферридов с внутренней памятью при отпуске	1	73	Фабрикант В. Л. — Получение релейных измерительных органов сравнением мгновенных значений нескольких электрических величин	9	85
Дружинин В. В. и Куренных Л. К. — О зависимости удельных потерь электротехнической стали от амплитуды магнитной индукции	1	75	Якобс А. И. и Мишкин В. М. — Расчет сопротивлений вертикальных стержневых заземлителей, работающих в «многофазной земле»	9	89
Исаков Ю. А. — Выключатели на большие токи с повышенной рабочей температурой контактов	2	52	Кротман Л. С. — Электрический контакт двух цилиндров с круглой центральной площадью касания	10	65
Мантров М. И. — Расчет пробивного напряжения изоляции токопроводов при тепловом пробое	2	78	Белкин Г. С., Воскресенский С. Н., Ермаков В. И., Киселев В. Я. и Лукацкая И. А. — Применение меди в качестве материала контактных систем вакуумных дугогасительных камер	10	69
Казанский В. Е. — О трансформаторе тока с дисковой формой представления информации	2	83	Дроздов А. Д., Висяцев А. Н., Баглейбертер И. З. и Хомутов Б. А. — Каскадный трансформатор тока с дополнительной ступенью	11	14
Вайнштейн Р. А., Шмойлов А. В. и Мусин А. Х. — Анализ и расчет параметрического делителя частоты с изменяющейся индуктивностью	3	49	Платонов В. В. и Сенчуков А. А. — Прожигание дефектной изоляции кабельных линий большой протяженностью	11	76
Лернер М. М. — Расчет потерь в электрическом конденсаторе при импульсном воздействии с произвольной скважностью	3	52	Подмазов А. В., Пономарев Б. В. и Фролов А. С. — Высоковольтные быстродействующие предохранители для защиты импульсных конденсаторов в мощных емкостных накопителях	11	82
Дорошко Л. И. — Характеристики анизотропной стали под разными углами к направлению прокатки	3	88	Филатов И. С., Юдкин Б. И., Хлебников Б. Н., Куклин О. П., Олейникова К. Н., Грицев В. П. и Филатова В. Я. — Арилокс — новый теплостойкий диэлектрик	11	84
Багин В. В. и Ушаков В. Я. — Исследование электрической прочности диэлектриков применительно к изоляции наносекундных устройств	4	76	Ушаков В. Я. и Багин В. В. — Длительная электрическая прочность полиэтилена на импульсах наносекундной длительности	11	86
Цатурян А. И. — О предельных концентрациях дисперсной фазы в аппаратах электронно-ионной технологии	4	79	Штейн М. М. и Щербинин С. И. — К расчету феррорезонансного стабилизатора	11	88
Зельцер А. Н., Книжник Р. Г. и Шехтман Ш. М. — Высокочастотные параметры изолирующих стеклопластиковых распорок	4	82			
Колесов С. Н., Балабан Н. П. и Кильдеев И. А. — Зависимость электропроводности полимеров от молекулярной массы	4	83			
Любчик М. А. — Динамическая эффективность электромагнитных механизмов	5	48			
Пушков Н. В. и Соломоник С. С. — Вероятностная оценка характеристик изоляции высоковольтных кабелей и проводов	5	80			
Тимошин М. Г. и Ларионов В. П. — Разрядные явления в потоке воздуха	5	83			
Левинуш А. И., Медведева Л. Н., Сапир Е. Д. — Быстродействующее реле направления мощности обратной последовательности	6	32			
Салютин А. А. — Магнитные усилители с активно-индуктивной нагрузкой и шунтирующим вентилем	6	73			
Грицай И. И. — Расчет феррорезонансного режима работы трансформатора тока	7	16			
Негневицкий И. Б. и Рубановский М. В. — Дрейф нуля двухтактного магнитного усилителя, обусловленный нестабильностью напряжения питания	7	52			
Багалея Ю. В. — Расчет электрических характеристик трехкомпонентных систем диэлектриков	7	68			
Цлаф А. Л. — Дугостойкость материала дугогасительных камер электрических аппаратов	8	39			
Белкин Г. С. и Данилов М. Е. — Исследование особенностей электрической эрозии металлокерамических материалов	8	45			
Каплан Д. А. и Тополянский Е. Л. — Электрические характеристики трансформаторной маслобарьерной изоляции при воздействии постоянного напряжения	9	45			
Вакар Я. Н. — К созданию быстродействующих реле сопротивления	9	54			
Эрих Ю. Н. — Зависимость параметров электромагнита от расположения катушек на магнитопроводе	9	63			
Гурницкий В. Н. — О выборе электромагнитов постоянного тока	9	66			
Куликов А. А. — Математическое моделирование электромагнитных процессов в системах с индукционной катушкой и транзисторным ключом	9	76			
<b>5. ЭЛЕКТРОПРИВОД</b>					
			Александров Е. Г., Клейбанов С. Б., Суслова О. Б., Мамедов Ф. А. и Резниченко В. Ю. — Оптимальное по нагреву управление асинхронным короткозамкнутым двигателем при частотном пуске	1	37
			Вуль Ю. Я. и Симонов Ю. В. — Выбор параметров обмоток возбуждения генератора при использовании критического самовозбуждения в замкнутых системах Г—Д	2	41
			Мейстель А. М. и Гельман Ф. Н. — Формирование разгона асинхронных двигателей с помощью бесконтактных тиристорных коммутаторов	2	45
			Сандлер А. С., Семешко А. Н. — Автономный двухдвигательный бесконтактный электропривод переменного тока для механизмов с вентиляторной нагрузкой	3	64
			Кулесский Р. А. — Синтез оптимальных передаточных функций в системах подчиненного регулирования параметров электропривода	3	69
			Трахтенберг Р. М. — Астатические дискретные системы электропривода постоянного тока	4	47
			Бургин Б. Ш. — Асимптотическая устойчивость нелинейной двухмассовой электромеханической системы с безынерционным регулятором скорости	4	53
			Олефир Ф. Ф. и Попов А. Н. — О синтезе систем автоматического торможения и точного останова реверсивных холоднопрокатных станков	4	58
			Воронин А. Н. — Оптимальный разгон электропривода с экскаваторной характеристикой	4	63
			Корытин А. М. — Синтез параметров цепей автоматизированного электропривода на АВМ	4	69
			Анхимюк В. Л. — Оптимальное управление системой автоматической стабилизации скорости с разомкнутой корректирующей цепью	5	54
			Ленович А. С., Еланчик В. И., Дубинец А. Я., Бутенко В. П. и Колесник С. В. — Надежность мощных реверсивных тиристорных электроприводов	6	42

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Соколов М. Н. и Исаченко В. Х. — Динамические характеристики электромашинных регуляторов подачи долота буровых установок с тиристорными преобразователями	6	47
Филатов А. С. — Анализ электромеханических систем с упругой связью	7	28
Потанов В. Д. и Петрова И. В. — Параллельная работа на общий вал нескольких электроприводов постоянного тока	7	61
<b>6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПЕЧИ И ДР.</b>		
Лаптева Т. И. — Надежность системы управления и защиты преобразовательных агрегатов тяговых подстанций	2	30
Исаев И. П., Можаров Р. В. и Мисевич В. Н. — Синтез и оптимизация надежности одноконтурных цепей управления электроподвижного состава	5	67
Пупынин В. Н. и Бычков А. Н. — Обрыв рельсовой цепи в тяговой сети переменного тока	5	71
Дашкевич А. Б. — Повышение эффективности использования электрической энергии в электро-транспорте	9	15
Хвостов В. С. и Гаврилов Я. И. — Вагон метрополитена с импульсным регулированием скорости при пуске и торможении	9	19
Павлов И. В. и Евминов Л. И. — Определение степени усиления гармоник тока электровозов в тяговых сетях	9	92
Ефремов И. С., Масягин К. Г. и Розенфельд В. Е. — О выборе оптимального напряжения для линий скоростного трамвая	10	73
Алексеев В. С. и Трейвас В. Г. — Статистический расчет электрических режимов дуговых электропечных установок	11	62
<b>7. АВТОМАТИКА И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА</b>		
Аблаев М. А., Дубровин М. А. и Севрюгов А. В. — Анализ режимов мостового преобразователя с насыщающимися дросселями	1	40
Михайлов В. В. и Коробейников Б. А. — Импульсный фазочувствительный орган с угловой коррекцией характеристик	1	69
Васильев Д. В., Зубарев Ю. Я. и Мельцер М. И. — Исследование систем автоматического управления с нестабильными параметрами	2	36
Адамия Г. Г. и Чванов В. А. — Способы симметрирования трехфазной системы напряжений на выходе автономного инвертора при несимметрии параметров нагрузки и инвертора	2	48
Мерабишвили П. Ф. — Использование операторного метода для расчета установившегося и переходных процессов в трехфазных автономных инверторах	2	81
Леймонд Л. Л., Бродецкая Е. Е. — Прогнозирование значений контролируемых параметров электротехнических устройств	3	32
Поздеев А. Д., Донской Н. В. — Влияние неполной управляемости вентильных преобразователей на устойчивость замкнутых систем	3	36
Бенин В. Л., Редько Ю. П. и Максимов В. М. — Спектр выходного сигнала статического время-импульсного преобразователя мощности	4	66
Ротанов Н. А. и Антюхин В. М. — Влияние активных сопротивлений на характеристики однофазных мостовых выпрямителей	5	61
Некрасов О. А. и Мугинштейн Л. А. — Допустимая нагрузка кремниевых вентилей при их последовательно-параллельном включении	5	75
Тулупов В. Д. — Стабилизация систем автоматического регулирования с тиристорными возбудителями	6	54

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Шипилло В. П. — Частотные характеристики управляемого вентильного преобразователя	6	62
Найдис В. А., Поляков Л. М. и Шкловский Б. И. — Анализ силовых схем тиристорных преобразователей	6	67
Булитко А. Д., Марков Г. В., Столбов Ю. А. и Торбенков Г. М. — Статический преобразователь для измерения мощности в уравновешенной трехфазной системе	6	79
Гуткин Б. М., Ленда Г. А. и Иванова М. И. — Исследование процесса включения автономного параллельного инвертора	7	18
Кардашов А. А. и Заставный Л. А. — Моделирование управляемого вентильного преобразователя переменного напряжения в постоянное	7	23
Дубровин М. А. и Севрюгов А. В. — Анализ переходных процессов в преобразовательных системах с нелинейными индуктивностями	9	25
Колесников В. М. — Обратные преобразователи и некоторые вопросы теории вентильных схем	9	30
Аптер Э. М. — Выбор нагрузок тиристорных в мощных преобразователях с использованием статистико-вероятностных методов	9	37
Боровиков М. А. и Инешин А. П. — Способ коррекции систем автоматического регулирования	9	59
Глазенко Т. А. и Иришков В. И. — Расчет характеристик тиристорных преобразователей с дросселями насыщения в гасящих устройствах	9	49
Курчик Б. З. — Расчет характеристик регулируемого прямоугольно-ступенчатого напряжения инверторов	9	55
Войтик М. С. — Структурное представление и анализ устойчивости САР тиристорных стабилизированных выпрямителей	11	39
Каганов И. Л. и Булатов О. Г. — Сочетание однооперационных тиристорных с двухоперационными в узлах коммутации тока	11	43
Константинов В. Г. и Пронько Л. А. — Условия однозначности выходных параметров трехфазных статических преобразователей	11	46
Бай Р. Д. и Фельдман А. В. — Системы управления отклонением луча для знаковой индикации на электроннолучевых трубках	11	79
<b>8. ДИСКУССИИ</b>		
Лисочкина Т. В. — по ст. Александрова Г. Н. «К методике выбора расщепленных проводов линий сверхвысокого напряжения» («Электричество», № 7, 1968). Ответ автора	1	80
Крикунчик А. Б., Хесин М. И., Караваев Ю. А., Ермилов А. А., Захаров Ю. М. — по ст. Крайза А. Г. и др. «Оптимальные исполнения силовых двухобмоточных трансформаторов и схемы крупных понижающих подстанций 110 кВ» («Электричество», № 5, 1970). Ответ авторов	1	84
Брон О. Б., Образцов В. А., Беляев Л. М. — по ст. Игнатов В. Е. и др. «Исследование форсировки гашения поля для турбогенераторов с бесщеточным возбуждением» («Электричество», № 8, 1970). Ответ авторов	2	89
Ульшин В. А.; Краус Э. Г.; Суржко О. И.; Гринберг Я. П. — по ст. Киклевича Н. А. «Электропривод угольных комбайнов в современных условиях» («Электричество», № 2, 1970)	6	83
Берон А. И., Позин Е. З.; Хорин В. Н., Шишкин Н. Р., Фролов А. Г., Школяренко В. В., Дарыкин И. Н. — по ст. Киклевича Н. А. «Электропривод угольных комбайнов в современных условиях» («Электричество», № 2, 1970). Ответ автора	8	84
Туфанов В. А.; Мясников А. В., Червонный Е. М. — по ст. Синьчугова Ф. И. «Терминология по надежности в энергетике» («Электричество», № 7, 1972)	8	91



Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
<b>Кадомская К. П.</b> — по ст. Разевига Д. В. и др. «Ударные коэффициенты при включении холостой линии» и ст. Артемьева Е. Д. и др. «О прогнозировании характеристик коммутационных перенапряжений» («Электричество», № 11, 1969)	9	84
<b>Сарычев В. С.</b> — по ст. Бургсдорфа В. В. и др. «Применение деревянных опор на линиях электропередачи» («Электричество», № 3, 1970)	11	91

## 9. ХРОНИКА

<b>Цварава Г. К.</b> — История электротехники на XIII Международном конгрессе по истории наук	1	89
<b>Слоним М. А.</b> — Заседание I секции Научного совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики АН СССР	2	94
<b>Щербина О. В.</b> — В Научном совете по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики АН СССР	4	90
<b>Иванов В. Л., Лысаковский Г. Г.</b> — Исследование молнии и грозозащита	4	91
<b>Грудинский П. Г.</b> — Пятьдесят лет со дня пуска Каширской ГРЭС	6	88
Экспозиция Советского Союза на Международной выставке «Электро-72»	6	89
<b>Лысаковский Г. Г.</b> — Электрические процессы в жидких диэлектриках и научные проблемы применения изолирующих жидкостей в электроэнергетике	7	83
<b>Бортников Ю. С.</b> — Пленарное заседание Научного совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики	7	86
<b>Либкинд М. С., Фиалков В. М.</b> — I Всесоюзное научно-техническое совещание по применению ферромагнитных устройств в энергетических системах	7	84
<b>Яковлев А. Ф.</b> — Днепрогэс имени В. И. Ленина	10	91
<b>Петрушенко Е. И.</b> — Сессия Научного совета АН УССР по проблеме «Теоретическая электротехника и электроника»	10	94

## 10. ЮБИЛЕИ

Профессор Н. Н. Щедрин	1	90
Александр Емельянович Алексеев	1	90
Профессор А. И. Москвитин	1	91
Василий Владимирович Афанасьев	1	91
Глеб Максимилианович Кржижановский	2	1
Академик Леонид Робертович Нейман	4	93
Валентин Андреевич Веников	4	93
Профессор, доктор технических наук З. Г. Каганов	5	92

Автор и название статьи	№ журн.	Стр.
Анатолий Михайлович Быстров	7	85
Нейман Л. Р. — Академик Владимир Федорович Миткевич, его труды и прогрессивные идеи	8	1
Петр Николаевич Листов	8	93
А. С. Сандлер	9	94
Профессор Б. И. Угримов	10	91

## 11. НЕКРОЛОГИ

Александр Васильевич Фатеев	1	92
Геннадий Викторович Михневич	1	92
Александр Маркович Бамдас	5	92
Виталий Кузьмич Плюгачев	7	89
Г. С. Аронзон	8	93
Ш. М. Размадзе	9	94

## 12. ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

<b>Овсеев В. В.</b> — К вопросу автоматизации процесса проектирования линий электропередачи	3	92
<b>Баранчук Е. И.</b> — Замечания по статье В. Н. Яворского и О. В. Титова («Электричество», № 9, 1969)	4	84

## 13. БИБЛИОГРАФИЯ

Энергетический терминологический словарь на семи языках	1	93
<b>Николаев Ф.</b> — Книга Д. Б. Мотгомери «Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов»	3	94
<b>Фабрикант В. Л., Кузьмин Я. Ф., Обушев Г. К., Блок В. М.</b> — Книга под ред. В. А. Веникова «Электрические системы»	7	90
<b>Константинов Б. А., Морозов Ю. А.</b> — книга В. Е. Мапойлова «Основы электробезопасности»	7	92
<b>Миловзоров В. П.</b> — Книга И. Б. Негневицкого «Операционные магнитные усилители»	7	93

## 14. РАЗНЫЕ СТАТЬИ И ИНФОРМАЦИИ

<b>Павлов Л. И., Новелла В. Н., Фонарева М. В.</b> — По страницам технических журналов	2	91
<b>Павлов Л. И., Фонарева М. В.</b> — По страницам технических журналов	4	86
<b>Павлов Л. И., Фонарева М. В.</b> — По страницам технических журналов	7	81
<b>Павлов Л. И., Фонарева М. В.</b> — По страницам технических журналов	10	87



## АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

### А

Аблаев М. А. 1, 40  
 Агапов В. Г. 5, 32  
 Адамия Г. Г. 2, 48  
 Адонц Г. Т. 2, 73; 5, 1  
 Алиевский Б. Л. 3, 61; 10, 39  
 Александров Г. Н. 1, 83; 5, 25; 10, 7  
 Александров Е. Г. 1, 37  
 Алексеев С. В. 11, 62  
 Анищенко Е. И. 4, 39  
 Антюхин В. М. 5, 62  
 Анхимюк В. Л. 5, 54  
 Аптер Э. М. 9, 37  
 Аронов М. А. 9, 50  
 Арсамаков И. И. 8, 29; 10, 23  
 Арутюнян С. Г. 2, 73  
 Астрахан В. И. 12, 73

### Б

Бабак О. В. 1, 77  
 Бабис Р. С. 2, 56  
 Багалей Ю. В. 7, 68  
 Багин В. В. 4, 76; 11, 86  
 Баглейбтер И. З. 11, 14  
 Бай Р. Д. 11, 79  
 Бако В. Н. 12, 37  
 Балабан Н. Н. 4, 83  
 Балабанян Г. А. 8, 23  
 Бампи Ю. С. 12, 15  
 Баранчук Е. И. 4, 84  
 Бедерсон А. А. 2, 66  
 Белкин Г. С. 1, 61; 8, 45; 10, 69  
 Белова Л. А. 8, 36  
 Белошенко В. И. 12, 41  
 Беляев Л. М. 2, 89  
 Бенин В. Л. 4, 66  
 Бережной А. В. 7, 75  
 Берлина Н. С. 6, 36  
 Берлянд Э. Г. 7, 11  
 Берон А. И. 8, 84  
 Бертинов А. И. 1, 1; 3, 61; 10, 39; 11, 25  
 Блок В. М. 7, 90  
 Богатырев О. М. 12, 81  
 Богдан А. В. 1, 8  
 Большаков В. Н. 1; 56  
 Борин В. Н. 11, 67  
 Боровиков М. А. 9, 59  
 Бортников Ю. С. 7, 86  
 Брехов В. М. 11, 89  
 Брискин И. Л. 9, 11; 12, 7  
 Бродецкая Е. Е. 3, 32  
 Брон О. Б. 2, 89  
 Бувеч В. В. 2, 18  
 Буй Тхиен Зу 8, 49  
 Булатов О. Г. 11, 43  
 Булитко А. Д. 6, 79  
 Бургин Б. Ш. 4, 53  
 Бурлаку М. И. 12, 10  
 Бурмистров М. В. 7, 70  
 Бутенко В. П. 6, 42  
 Бычков А. Н. 5, 71

### В

Вагин Г. Я. 6, 16  
 Вайнштейн Р. А. 3, 49  
 Вакар Я. М. 9, 54  
 Васильев Б. В. 12, 45  
 Васильев Д. В. 2, 36  
 Васяев В. И., 5, 34  
 Верещагин И. П. 5, 34  
 Величков В. 4, 17  
 Веников В. А. 2, 1; 7, 1; 10, 1; 12, 15

Виноградов А. Л. 7, 73  
 Висящев А. Н. 11, 14  
 Войтик М. С. 11, 40  
 Волков В. Н. 2, 69  
 Волкова О. В. 7, 70  
 Воронин А. Н. 4, 63  
 Воронкин А. Ф. 3, 10  
 Воскресенский С. Н. 10, 69  
 Вуль Ю. Я. 2, 41

### Г

Гаврилов Я. И. 9, 19  
 Гальперин М. Л. 6, 81  
 Гамм А. З. 9, 1  
 Ганичев Г. Л. 8, 6  
 Гарма В. А., 12, 27  
 Герасимов Ю. А. 10, 7  
 Гельман Ф. Н. 2, 45  
 Генов Л. 4, 17  
 Герценберг Г. Р. 2, 18  
 Гимоян Г. Г. 5, 11; 12, 23  
 Гиоргибани В. Ф. 12, 31  
 Глазенко Т. А. 10, 49  
 Глазунов А. А. 4, 5  
 Глинтерник С. Р. 12, 69  
 Гогичайшвили П. Ф. 1, 5  
 Голубкова М. Н. 5, 90  
 Головицын Б. И. 10, 1  
 Гончар В. С. 9, 83  
 Горин Б. Н. 2, 24; 6, 36  
 Горнштейн В. М. 3, 1  
 Грейвулис Я. П. 12, 59  
 Грейсх М. В. 2, 85  
 Гремяков А. А. 2, 75; 4, 5  
 Гринберг Я. П. 6, 86  
 Григорьев И. Н. 8, 53  
 Грцай И. И. 7, 16  
 Грицев В. П. 11, 84  
 Гродецкий М. В. 12, 10  
 Грудинский П. Г. 6, 88  
 Гуревич Ю. Е. 2, 21  
 Гурницкий В. Н. 9, 66  
 Гусев В. Н. 8, 73  
 Гуткин Б. М. 7, 18

### Д

Давыдов И. С. 4, 10  
 Данилевич Я. Б. 10, 32  
 Данилов М. Е. 8, 45  
 Дарыкин И. Н. 8, 86  
 Дашкевич А. Б. 9, 15  
 Денисенко В. Г. 12, 10  
 Демирчян К. С. 7, 63  
 Динкель А. Д. 12, 45  
 Дмитриев К. С. 3, 22  
 Домбровский В. В. 1, 9  
 Донской Н. В. 3, 36  
 Дорожок Л. И. 3, 88  
 Дроздов А. Д. 11, 14; 12, 27  
 Дружинин В. В. 1, 75  
 Дубинец А. Я. 6, 42  
 Дубровин М. А. 1, 40; 9, 25

### Е

Евминов Л. И. 9, 92  
 Еланчик В. И. 6, 42  
 Емельянов Н. П. 11, 1  
 Ермаков В. И. 10, 69  
 Ермакова Р. А. 3, 86  
 Ермилов А. А. 1, 86  
 Ефремов И. С. 10, 73  
 Ершевич В. В. 8, 15

### Ж

Жежеленко И. В. 11, 53  
 Железко Ю. С. 3, 5  
 Жидких Н. М. 2, 13  
 Журавлев В. Г. 12, 10

### З

Заставный Л. А. 7, 23  
 Захар-Иткин М. Х. 9, 90  
 Захаров Ю. М. 1, 87  
 Зельцер А. Н. 4, 82; 5, 86  
 Зелях Э. В. 12, 77  
 Зихерман М. Х. 3, 79; 5, 86  
 Злакоманов В. В. 12, 33  
 Зубарев Ю. Я. 2, 36  
 Зыков Б. Н. 7, 32

### И

Иванов В. Л. 4, 91  
 Иванова Г. В. 3, 77  
 Иванова М. И. 7, 18  
 Иванов С. А. 7, 65  
 Иванов-Смоленский А. В. 3, 57  
 Игнатов В. Е. 2, 90  
 Илиев С. 11, 11  
 Ильин В. Д. 9, 7  
 Инешин А. П. 9, 59  
 Иршиков В. И. 10, 49  
 Исаев И. П. 5, 67  
 Исаков Ю. А. 2, 52  
 Исаченко В. Х. 6, 47

### К

Каганов И. Л. 11, 43  
 Кадомская К. П. 10, 84  
 Кадейшвили В. Г. 5, 21  
 Казанский В. Е. 2, 83; 3, 22  
 Казовский Е. Я. 7, 73  
 Каменева В. В. 3, 83  
 Камнева Н. П. 5, 86  
 Каплан В. В. 9, 83  
 Каплан Д. А. 9, 45  
 Караваяв Ю. А. 1, 85  
 Караев Р. И. 11, 28  
 Карапетян М. А. 11, 72  
 Кардашов А. Л. 7, 23  
 Каштелян В. Е. 2, 18  
 Каялов Г. М. 8, 23  
 Киклевич Н. А. 8, 88  
 Кильдеев И. А. 4, 83  
 Киреева Э. А. 3, 83  
 Киселев В. М. 10, 69  
 Кискачи В. М. 1, 13  
 Книжник Р. Г. 4, 82  
 Клейбанов С. Б. 1, 37  
 Князев Ю. Б. 12, 53  
 Князь А. И. 12, 80  
 Княткин Р. П. 7, 63  
 Ковалев Л. М. 12, 45  
 Ковальков Г. А. 2, 90; 7, 44  
 Козий Б. И. 5, 57  
 Кокуркин Б. П. 7, 70  
 Колесник С. В. 6, 42  
 Колесников В. М. 9, 30  
 Колесов С. Н. 4, 83  
 Колечицкий Е. С. 7, 57  
 Колосков М. С. 1, 1  
 Константинов Б. А. 7, 42  
 Константинов В. Г. 11, 46  
 Коитиро Тэрада 8, 77  
 Копылов И. П. 8, 62; 11, 18  
 Коробейников Б. А. 1, 69  
 Коробков Ю. С. 1, 73  
 Коршунов А. П. 3, 18  
 Корытин А. М. 4, 69  
 Корявин А. Р. 7, 70  
 Косарев Б. И. 11, 58  
 Котова Л. Ф. 12, 67  
 Крайз А. Г. 1, 87  
 Краус Э. Г. 6, 85  
 Кременецкий И. И. 8, 73  
 Кривушкин Л. Ф. 7, 15  
 Крикунчик А. Б. 1, 84

Кротман Л. С. 10, 65  
 Крылов И. А. 2, 69  
 Кузнецов М. В. 4, 32  
 Кузнецова Л. Е. 10, 13  
 Кузьмин Я. Ф. 5, 16; 7, 90  
 Куклин О. П. 11, 84  
 Кулесский Р. А. 3, 69  
 Куликов А. А. 9, 76  
 Куренный Э. Г. 2, 4  
 Куренных Л. К. 1, 75  
 Куров Б. Н. 9, 7  
 Курчик Б. З. 10, 55

### Л

Лабзин М. Д. 7, 73  
 Лай Тхэ Хуэн 1, 25  
 Лаптева Т. И. 2, 30  
 Ларин А. М. 9, 80  
 Ларионов В. П. 5, 83; 9, 50; 11, 89  
 Ларченко В. И. 3, 75  
 Лауфер М. В. 12, 78  
 Лебелев О. В. 4, 73  
 Лебедев О. И. 3, 1  
 Левина Л. С. 1, 25  
 Левитов В. И. 2, 24  
 Левиуш А. И. 6, 32; 11, 6  
 Леймон Л. Л. 3, 32  
 Ленда Г. А. 7, 18  
 Ленивич А. С. 6, 42  
 Лернер М. М. 3, 52  
 Либкинд М. С. 8, 78; 8, 94  
 Либова Л. Е. 2, 21  
 Лизунов С. Д. 10, 45  
 Лисеев М. С. 10, 1  
 Лисочкина Т. В. 1, 80  
 Литвинов В. Е. 5, 40  
 Лищенко А. П. 8, 58  
 Лодочников Э. А. 8, 65  
 Лоос А. В. 1, 52  
 Лукацкая И. А. 10, 69  
 Лукович В. В. 1, 45  
 Лурье С. И. 4, 23; 6, 25  
 Лысаковский Г. Г. 4, 91; 7, 83; 12, 83  
 Лысков Ю. И. 5, 25; 10, 7; 10, 16  
 Львов Ю. Н. 1, 25  
 Любин Е. Н. 12, 33  
 Любчик М. А. 5, 48  
 Лямец Ю. Я. 11, 28  
 Лямин Ю. А. 10, 58

### М

Маергойз И. Д. 6, 9  
 Макаров Г. А. 12, 56  
 Максимов А. И. 10, 80  
 Максимов В. М. 4, 66  
 Мамедов Ф. А. 1, 37  
 Мамиконянц Л. Г. 8, 36  
 Маневич А. С. 8, 78  
 Мантров М. И. 2, 78  
 Марков Г. В. 6, 79  
 Маркович И. М. 7, 1  
 Матющенко В. С. 11, 58  
 Махнитко А. Е. 5, 16  
 Медведев К. Е. 8, 73  
 Медведева Л. Н. 6, 32  
 Мейстель А. М. 2, 45  
 Мельзак И. Я. 4, 10; 10, 16  
 Мельников Н. А. 3, 5; 11, 1  
 Мельников О. Н. 2, 66  
 Мельпер М. И. 2, 36  
 Мерабшвили П. Ф. 2, 81  
 Микляев М. С. 3, 28  
 Микуцкий Г. В. 11, 6  
 Миловзоров В. П. 7, 93  
 Мисевич В. Н. 5, 67

Мисюлин А. В. 7, 44  
Мирзабекян Г. З. 5, 40; 8, 53  
Михайлов В. В. 1, 69  
Михайлов М. И. 1, 79  
Михневич Г. В. 4, 1  
Мишкин В. М. 9, 89  
Мнацаканян М. С. 3, 57  
Можаров Р. В. 5, 67  
Морозов Ю. А. 7, 92  
Мосягин К. Г. 10, 73  
Мукосеев Ю. Я. 6, 16  
Мугинштейн Л. А. 5, 75  
Мусин А. Х. 3, 49  
Мясников А. В. 1, 5; 8, 92

## Н

Найдис В. А. 6, 67  
Насыров Т. Х. 9, 11; 12, 7  
Нашатырь В. М. 9, 83  
Невольничко В. Н. 7, 41  
Негневицкий И. Б. 7, 52  
Нейман Л. Р. 8, 1  
Некрасов О. А. 5, 75  
Непорожний П. С. 12, 1  
Никитин Ю. М. 8, 32; 10, 20  
Николаев Ф. 3, 94  
Новородцев А. Б. 7, 63  
Новелла В. Н. 2, 91  
Нурмухаметов М. Н. 6, 1

## О

Образцов В. А. 2, 87  
Обушев Г. К. 7, 90  
Овсеенко В. В. 3, 92  
Овчинников И. Е. 10, 79  
Ожороков В. Р. 3, 10  
Олейникова К. Н. 11, 84  
Олефир Ф. Ф. 4, 58  
Орлов В. Л. 10, 39  
Орлов Е. Г. 8, 65  
Остапенко В. Н. 1, 45  
Остроумов Г. В. 5, 45  
Остроумов Э. Е. 2, 18

## П

Павлов И. В. 9, 92  
Павлов Л. И. 2, 91; 4, 86; 7, 81; 10, 87  
Павлов Ю. Г. 3, 61  
Пастин С. В. 12, 53  
Панасенков М. А. 3, 91  
Панфилов Н. А. 11, 21  
Пашинский В. Г. 7, 79  
Пережиров Ю. И. 4, 43  
Петренко В. И. 12, 45  
Петров Л. П. 7, 41  
Петрова И. В. 7, 61  
Петрушенко Е. И. 10, 94  
Пинцов А. М. 8, 70  
Платонов В. В. 11, 76  
Подгорный Э. В. 1, 18  
Подмазов А. В. 11, 82  
Поздеев А. Д. 3, 86  
Позин Е. З. 8, 84  
Полищук Б. И. 6, 9  
Половой И. Ф. 3, 10

Поляков Л. М. 6, 67  
Пономарев Б. В. 11, 82  
Попов А. Н. 4, 58  
Попов В. С. 1, 65  
Портной М. Г. 2, 1  
Постников И. М. 9, 40  
Потапов В. Д. 7, 61  
Преображенская М. В. 1, 5  
Прозоров В. А. 7, 37; 10, 79  
Пронько Л. А. 11, 46  
Прусс-Жуковский В. В. 10, 35  
Прутковский А. С. 10, 62  
Пузрин М. А. 10, 62  
Пупынин В. Н. 5, 71  
Путятин Е. В. 2, 1  
Пушков Н. В. 5, 80

## Р

Разевиг Д. В. 5, 32; 8, 49  
Разумов Л. Д. 1, 79  
Рамм А. Г. 5, 90  
Редков В. П. 5, 25; 10, 7  
Редько Ю. П. 4, 66  
Резников И. Г. 8, 29  
Резниченко В. Ю. 1, 37; 10, 82  
Рогачевский В. С. 7, 37; 10, 79  
Рогозин Г. Г. 9, 80  
Роддатис В. К. 11, 1  
Розенфельд В. Е. 10, 73  
Ройтман Л. М. 12, 77  
Рожотян С. С. 7, 1  
Романов Ю. А. 4, 43  
Ротанов Н. А. 5, 62  
Роцена А. Ф. 7, 75  
Рубановский М. В. 7, 52  
Русин Ю. С. 3, 85  
Рябихин Е. А. 7, 77

## С

Савельев М. П. 6, 25  
Савченко Е. В. 8, 19  
Салютин А. А. 6, 73; 8, 81  
Сандлер А. С. 3, 64  
Сапир Е. Д. 6, 32; 11, 6  
Сарычев В. С. 11, 91  
Сви П. М. 2, 63  
Севрюков А. В. 1, 40; 9, 25  
Семешко А. И. 3, 64  
Сенчуков А. А. 11, 76  
Симонов Ю. В. 2, 41  
Синчугов Ф. И. 7, 4  
Сипайлов Г. А. 1, 52; 4, 43  
Сироматов Б. 4, 17  
Скороваров В. Е. 12, 37  
Слоним М. А. 2, 94  
Слуцкий Л. С. 7, 70  
Смирнов Л. В. 6, 5  
Смоловик С. В. 1, 9  
Соболев В. Н. 7, 8  
Совалов С. А. 3, 1  
Соколов А. Г. 4, 20  
Соколов В. А. 7, 8  
Соколов М. М. 6, 47  
Солдаткина Л. А. 3, 5  
Соломахин Д. В. 11, 18

Соломоник С. С. 5, 80  
Степанова В. Г. 12, 37  
Столбов Ю. А. 6, 79  
Столбов Л. И. 7, 32  
Страхов С. В. 1, 34  
Строев В. А. 4, 5  
Ступель А. И. 1, 25  
Суржко О. И. 6, 85  
Суслова О. Б. 1, 37

## Т

Тамоян Г. С. 6, 1  
Танатар А. И. 12, 49  
Тенетко Н. И. 6, 19  
Тимошин М. Г. 5, 83  
Тимченко В. Ф. 2, 1  
Тиходеев Н. Н. 10, 13  
Тодос П. И. 12, 65  
Токарев Б. Ф. 12, 65  
Толкунов В. П. 12, 41  
Толстов Ю. Г. 12, 37  
Топельберг В. В. 12, 37  
Тополянский Е. Л. 9, 45  
Торбенков Г. М. 6, 79  
Трахтенберг Р. М. 4, 47  
Трейвас В. Г. 11, 62  
Трубачев В. Г. 1, 34  
Тулупов В. Д. 6, 54  
Тутубалин В. Н. 8, 36  
Туфанов В. А. 8, 91

## У

Ульшин В. А. 6, 83  
Урусов И. Д. 4, 32  
Усоскин В. В. 5, 90  
Ушаков В. Я. 4, 76; 11, 86

## Ф

Фабрикант В. Л. 7, 90; 9, 85  
Фазылов Х. Ф. 9, 11; 12, 7  
Файницкий М. З. 10, 62  
Фарбовский А. А. 11, 25  
Фархи С. Л. 11, 36  
Федянин А. С. 12, 61  
Фельдман А. В. 11, 79  
Финалов В. М. 4, 1; 8, 94  
Филатов А. С. 7, 28  
Филатов И. С. 11, 84  
Филатова В. Я. 11, 84  
Филиппов В. Е. 1, 77  
Фильц Р. В. 5, 57  
Флидлидер Г. М. 3, 42  
Фокин Ю. А. 2, 75; 8, 29; 10, 23  
Фонарева М. В. 2, 91; 4, 86; 7, 81; 10, 87  
Фрид Е. С. 10, 45  
Фролкин А. А. 9, 90  
Фролов А. Г. 8, 86  
Фролов А. С. 11, 82  
Фур З. И. 9, 71

## Х

Хайруллин И. Х. 6, 1  
Харченко А. Ф. 9, 50  
Хвалов Ю. Г. 12, 56

Хвостов В. С. 9, 19  
Хесин М. И. 1, 85  
Хинов И. Г. 11, 36  
Хлебников Б. М. 11, 84  
Хлебников С. Д. 12, 27  
Хомутов Б. А. 11, 14  
Хорин В. Н. 8, 86  
Хрюкин С. С. 5, 6  
Хубларов Н. Н. 1, 87

## Ц

Цатурян А. И. 4, 79  
Цверева Г. К. 1, 89  
Цимерская Н. В. 3, 10  
Цветков В. А. 4, 35  
Цицкиан Г. Н. 8, 6  
Цлаф А. Л. 8, 39

## Ч

Чванов В. А. 2, 48  
Челига В. Я. 3, 1  
Чацкис Л. Г. 12, 78  
Чванов В. А. 2, 48  
Челига В. Я. 3, 1  
Червоный Е. М. 6, 16; 8, 92  
Черемисов И. Я. 6, 19  
Чернопятов Н. И. 7, 48  
Черня Г. А. 7, 48  
Чесонис В. И. 5, 89

## Ш

Шаталов А. С. 8, 10  
Шеренцис А. Н. 4, 10; 11, 1  
Шерстюк А. Г. 10, 39  
Шехтман Ш. М. 4, 82  
Шипило В. П. 6, 62  
Шишкин Н. Ф. 8, 85  
Шкилев А. В. 2, 24  
Шкловский Б. И. 6, 67  
Шклярлов Л. И. 7, 65  
Школяренко В. В. 8, 86  
Школьник М. Б. 12, 56  
Шмойлов А. В. 3, 49  
Шмырева М. М. 7, 73  
Шнеерсон Э. М. 10, 28  
Шоффа В. Н. 1, 73  
Штейн М. М. 11, 88

## Щ

Щедрин О. П. 8, 62  
Щербина О. В. 4, 90  
Щербинин С. И. 11, 88  
Щутеев Э. И. 1, 65

## Ю

Юдкин Б. И. 11, 84  
Юровский А. Г. 3, 1

## Э

Эрих Ю. Н. 9, 63

## Я

Якобс А. И. 9, 89  
Яковлев А. Ф. 10, 91  
Яковлев Б. С. 12, 33  
Якуб Ю. А. 1, 87  
Янкаускас З. К. 5, 89  
Янчус Э. И. 9, 83



# СОДЕРЖАНИЕ

Непорожний П. С. — Единая энергетическая система Советского Союза	1	Грейвулис Я. П. — Работа выпрямительного моста на противо-э. д. с. при активно-емкостной нагрузке с учетом активного сопротивления источника	59
Фазылов Х. Ф., Насыров Т. Х., Брискин И. Л. — К расчету установившихся режимов энергосистем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов	7	Федянин А. С. — Матрицы и передаточные функции цепных схем	61
Журавлев В. Г., Денисенко В. Г., Гродецкий М. В., Бурлаку М. И. — Комбинированный алгоритм оптимизации режима концентрированной тепловой энергосистемы	10	Токарев Б. Ф., Тодос П. И. — Теплоотдача в зазоре жидкостнонаполненных электрических машин постоянного тока	65
Веников В. А., Бампи Ю. С. — Возможности, методология и перспективы исследований устойчивости электрических систем прямым методом А. М. Ляпунова	15	<b>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</b>	
Гимоян Г. Г. — Особенности максимальной защиты асинхронных двигателей с частыми включениями и противовключениями	23	Котова Л. Ф. — Баланс реактивной мощности на нелинейном элементе	67
Дроздов А. Д., Хлебников С. Д., Гармаш В. А. — Схема замещения каскадного трансформатора тока для высоких частот	27	Глинттерник С. Р. — Универсальная энергетическая диаграмма и характеристики мощных компенсированных преобразователей	69
Гиоргобiani В. Ф. — Упрощенный способ определения места повреждения на линиях электропередачи с учетом их реактивной проводимости	31	Астрахан В. И. — О численном обращении изображений при расчете электрических цепей с помощью преобразования Лапласа	73
Злакоманов В. В., Любин Е. Н., Яковлев Б. С. — Определение и контроль динамических свойств электромашиных элементов систем управления	37	<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Толстов Ю. Г., Скороваров В. Е., Бако В. Н., Степанова В. Г., Топельберг В. В. — Инвертор напряжения, работающий на противо-э. д. с.	41	Зелях Э. В., Ройтман Л. М. — О свойствах сумм коэффициентов чувствительности электрических цепей	77
Толкунов В. П., Белошенко В. И. — О взаимном демпфировании коммутируемых секций в машинах постоянного тока	45	Лауфер М. В., Чацкис Л. Г. — Поле продольной сигналаграммы с учетом наклона линий эквифазной намагниченности	78
Динкель А. Д., Петренко В. И., Ковалев Л. М., Васильев Б. В. — Синтез САП привода рудничного подъема по системе тиристорный преобразователь — двигатель	49	Князь А. И. — К расчету электростатического поля вблизи кромки с закруглениями	80
Танатар А. И. — Режим динамического торможения асинхронного двигателя со смешанным возбуждением при несимметрии роторной цепи	53	Богатырев О. М. — Способ получения эквивалентных схем для сложных цепей при наличии многих индуктивных связей	81
Пастин С. В., Князев Ю. Б. — Электрический дифференциал в поточных линиях	56	<b>ХРОНИКА</b>	
Хвалов Ю. Г., Макаров Г. А., Школьник М. Б. — Выбор исполнительного двигателя в системах следящего электропривода		Лысаковский Г. Г. — Заседание секции IV Научного совета по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики	83
		<u>Л. А. Жекулин</u>	86

## CONTENTS

The United Power System of the USSR — P. S. Neporodjny	1	U. B. Knazev	53
On Calculating the Steady State of Power Systems with Account Taken of Complex Transformation Ratios — H. F. Fazilov, T. H. Nasirov, I. L. Briskin	7	Selection of the Executive Motor in Servo Drive Systems — U. G. Hvalov, G. A. Makarov, M. B. Shkolnik	56
A Composite Algorithm for Optimizing the Operation of a Concentrated Thermal Power System — V. G. Dju-ravlev, V. G. Denisenko, M. V. Grodetki, M. I. Burlaku	10	A Rectifier Bridge Operating on a Counter E. M. F. for a R—C Load with Account Taken of the Source Resistance — J. P. Greyvulis	59
The Possibilities, Methodology and Prospects for Power System Stability Analysis by Lapunov's Direct Method — V. A. Venikov, U. S. Bampy	15	Matrixes and Transfer Functions for Ladder Networks — A. S. Fedianin	61
Special Features of Overcurrent Protection for Frequently Switched Induction Motors — G. G. Gimoyan	23	Heat Loss in the Air Gap of Liquid Filled D. C. Machines — B. F. Tokarev, P. I. Todos	65
An Equivalent Circuit for a Cascade Type Current Transformer at High Frequencies — A. D. Drozdov, S. D. Hlebnikov, V. A. Garmash	27	<b>FROM OPERATING EXPERIENCE</b>	
A Simplified Method for Determining Fault Points on Transmission Lines with Account Taken of Their Susceptances — V. F. Giorgobiani	31	Reactive Power Balance in a Non — linear Element — L. F. Kotova	67
Determining and Monitoring Dynamic Properties of Rotary Element in Control Systems — V. V. Zlakomanov, E. N. Lubin, B. S. Yakovlev	37	A Universal Energy Diagram and the Characteristics of Large Compensated Converters — S. R. Gliinternik	69
A Voltage Inverter Operating on a Counter E. M. F. — U. G. Tolstov, V. E. Skorovarov, V. N. Bako, V. G. Stepanova, V. V. Topelberg	41	On Numerical Transformation to the Time Domain in Calculating Electric Circuits by the Laplace Transformation — V. I. Astrakhan	73
On the Mutual Damping of Commutating Sectors in D. C. Machiens — V. P. Tolkunov, V. I. Beloshenko	45	<b>REPORTS</b>	
Synthesis of the Automatic Control System for a Mine Hoist Drive Using a Thyristor Converter — Motor Arrangement — A. D. Dinkel, V. I. Petrenko, L. M. Kovalev, B. V. Vasiliev	49	The Properties of Sums of Sensitivity Coefficients for Electric Circuits — E. V. Zeliach, L. M. Roitman	77
The Dynamic Braking of a Synchronous Motor with Compound Excitation and Unsymmetrical Rotor Circuit — A. I. Tanatar		The Field of a Longitudinal Signalogram with Account Taken of the Slope of Equipphase Magnetization Lines — M. V. Laufer, L. G. Chatskis	78
An Electrical Differential in Conveyers — S. V. Pastin,		On Calculating the Electromagnetic Field Near a Rounded Edge — A. I. Knaz	83
		A Way of Obtaining Equivalent Circuits for Complex Networks Having Many Mutual Inductances — O. M. Bogatirev	81
		<b>CHRONICLE</b>	

**К расчету установившихся режимов энергосистем с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов**

Х. Ф. Фазылов, Т. Х. Насыров, И. Л. Брискин  
«Электричество», 1972, № 12

Рассматриваются наиболее эффективные для режимных расчетов формы преобразования уравнений узловых напряжений в их обращенной форме при учете комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов, представленных электрической схемой замещения. Предлагаемые преобразования узловых уравнений не требуют повторного обращения матрицы проводимостей при изменении коэффициентов трансформации, позволяя значительно улучшить сходимость итерационного процесса решения методами линейной итерации.

УДК 621.311.001.1

**Комбинированный алгоритм оптимизации режима концентрированной тепловой энергосистемы**  
В. Г. Журавлев, В. Г. Денисенко,  
М. В. Гродецкий, М. И. Бурлаку  
«Электричество», 1972, № 12

Предлагается алгоритм оптимизации режима концентрированной энергосистемы, основанный на сочетании методов динамического программирования и множителей Лагранжа. Он требует значительно меньшего (в 5–10 раз) расхода памяти и имеет (в 5–12 раз) более высокое быстродействие по сравнению с обычной схемой динамического программирования. Библ. 9.

УДК 621.311.016.35

**Возможности, методология и перспективы исследований устойчивости электрических систем прямым методом Ляпунова.**

Веников В. А., Бампи Ю. С.  
«Электричество», 1972, № 12

Внимание к проблеме надежности электрических систем, рассматриваемых как большие системы, требует анализа устойчивости сложных динамических систем высокой размерности. В этом плане исследование устойчивости электрических систем представляет собой сложную, трудоемкую задачу. Рассматриваются пути решения этой задачи на основе применения метода функций Ляпунова, оцениваются преимущества и недостатки качественных методов анализа устойчивости, намечается круг связанных с этим исследований. Библ. 24.

УДК 621.316.925.2:621.313.333

**Особенности максимальной токовой защиты асинхронных двигателей с частыми включениями и противовключениями.**

Гимоян Г. Г.  
«Электричество», 1972, № 12

Рассматриваются особенности максимальной токовой защиты асинхронных двигателей с частыми включениями и противовключениями. Предлагаются инженерная методика расчета токов коммутации и кривые для определения их ударных значений. Даются рекомендации и номограммы для определения уставки защиты. Излагаются решения, улучшающие параметры защиты по селективности, чувствительности и быстродействию. Библ. 8.

УДК 621.314.224

**Схема замещения каскадного трансформатора тока для высоких частот.**

Дроздов А. Д., Хлебников С. Д.,  
Гармаш В. А.  
«Электричество», 1972, № 12

В статье показано, что для анализа поведения каскадных трансформаторов тока при волновых процессах они могут быть заменены параллельным колебательным контуром, параметры которого либо рассчитываются по конструктивным данным трансформатора, либо определяются из экспериментальной частотной характеристики. Библ. 6.

УДК 621.317.757

**Определение и контроль динамических свойств электромашинных элементов систем управления.**

Злакоманов В. В., Любин Е. Н.,  
Яковлев Б. С.  
«Электричество», 1972, № 12

Предложен способ определения и контроля динамических свойств электромашинных элементов по параметрам автоколебаний, генерируемых специально организуемой релейной системой. Дана методика контроля электромашинных элементов САУ с учетом обеспечения требований по динамике электромеханической САУ. Приводится описание схемы устройства для определения и контроля динамических свойств электромашинных преобразователей. Библ. 7.

УДК 621.314.572

**Инвертор напряжения, работающий на противо-э. д. с.**  
Толстов Ю. Г., Скороваров В. Е., Бако В. Н.  
и др.

«Электричество», 1972, № 12

Приводятся результаты исследования электромагнитных процессов в ведомом инверторе напряжения с искусственной коммутацией.

Показано, что при использовании такого инвертора преобразование энергии постоянного тока в энергию переменного тока может происходить с выдачей реактивной мощности потребителю. При этом имеет место положительный регулирующий эффект по напряжению приемной системы для реактивной мощности. Внезапные симметричные и несимметричные снижения напряжения в приемной системе при надлежащем выборе параметров контуров коммутации не приводят к опрокидыванию инвертора. Приведенные расчетные формулы позволяют рассчитать основные рабочие характеристики инвертора. Библ. 1.

**О взаимном демпфировании коммутуруемых секций в машинах постоянного тока.**

Толкунов В. П., Белошенко В. И.  
«Электричество», 1972, № 12

Устанавливаются закономерности взаимного демпфирования коммутуруемых секций в машинах постоянного тока. Показано, что основным критерием эффективности демпфирования является коэффициент демпфирования  $G_p$ . Вычислены примерные значения этого коэффициента при различных сочетаниях коммутационных параметров. Произведено сопоставление демпфирующих качеств различных модификаций обмотки якоря. Библ. 6

УДК 621.3.078.001.57

**Синтез САР привода рудничного подъема по системе тиристорный преобразователь—двигатель.**

Динкель А. Д., Петренко В. И.,  
Ковалев Л. М., Васильев Б. В.  
«Электричество», 1972, № 12

Приводится синтез САР привода подъемной машины по системе ТП—Д. Доказана необходимость введения параллельных корректирующих элементов, осуществляющих обратную связь по первой и второй производной скорости. Скорректированная САР остается неизменной для всех реальных значений параметров подъемных установок. САР привода исследована методом математического моделирования. Получены выражения для определения ошибок по пути, на основании которых может быть рассчитан необходимый путь дотягивания. Библ. 2.

УДК 62—83:621.3.078

**Электрический дифференциал в поточных линиях.**

Пастин С. В., Князев Ю. Б.  
«Электричество», 1972, № 12

Рассматриваются новые принципы построения многодвигательного электропривода протяженных машин, в которых необходимо обеспечить малонапряжную проводку обрабатываемого материала. Предлагается составлять такие системы из групп по два двигателя, якорные цепи которых включены последовательно (электрический дифференциал (ДЭ)). В этом случае громоздкий роликковый компенсатор в ДЭ заменяется малоходовым датчиком натяжения, улучшаются технико-экономические показатели электропривода и агрегата в целом. Библ. 2.

**Выбор исполнительного двигателя в системах следящего электропривода.**

Хвалов Ю. Г., Макаров Г. А.,  
Школьник М. Б.  
«Электричество», 1972, № 12

Сравниваются динамические свойства исполнительных двигателей в системах автоматизированного электропривода путем синтеза оптимальных в смысле минимума среднего квадрата ошибки систем с этими двигателями и последующим сравнением величин этих ошибок. Библ. 3.

УДК 621.316.632

**Работа выпрямительного моста на противо-э. д. с. при активно-емкостной нагрузке с учетом активного сопротивления источника**

Грейвулис Я. П.  
«Электричество», 1972, № 12

Определяются значения углов коммутации нагрузки выпрямительного моста, значения коэффициентов постоянной слагающей и второй гармоники выпрямленного напряжения в зависимости от характеризующих параметров. Приводятся формулы для инженерных расчетов. Библ. 4.

УДК 621.314.5

**Универсальная энергетическая диаграмма и характеристики мощных компенсированных преобразователей.**

Глинтерник С. Р.  
«Электричество», 1972, № 12

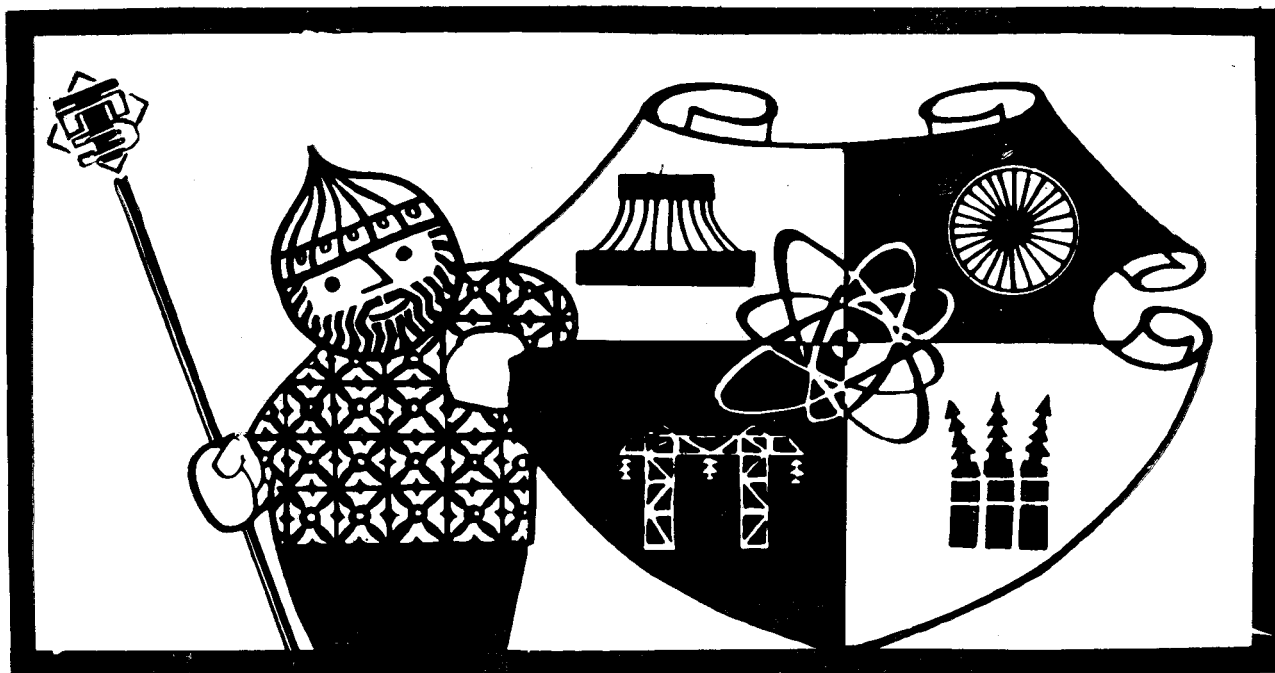
Рассмотрены характеристики одного из типов компенсированных вентиляльных преобразователей с конденсаторами, включенными последовательно в главную цепь между трансформатором и трехфазным вентиляльным мостом. Анализ проводится для всей области его возможной работы: как с выдачей, так и с потреблением реактивной мощности из трехфазной цепи в выпрямительном, инверторном и чисто компенсационном режиме. Предложена универсальная энергетическая диаграмма для компенсированных преобразователей. Библ. 8.

УДК 621.372.21.001.24

**О численном обращении изображений при расчете электрических цепей с помощью преобразования Лапласа.**

Астрахан В. И.  
«Электричество», 1972, № 12

Описан численный метод обращения сложных изображений, исключая применение теоремы разложения, названной методом дополняющих изображений. Применение метода иллюстрируется на примерах расчета цепи высокого порядка с сосредоточенными параметрами и цепей с распределенными параметрами. Показано, что метод может быть использован также для вычисления таблиц некоторых функций. Библ. 8.



Всесоюзное объединение «Технопромэкспорт» экспортирует комплектное оборудование тепловых, гидравлических и атомных электростанций, трансформаторных подстанций и линий электропередач; поставляет опреснительные установки, предприятия лесозаготовительной, деревообрабатывающей и целлюлозно-бумажной промышленности, типографии и киностудии.

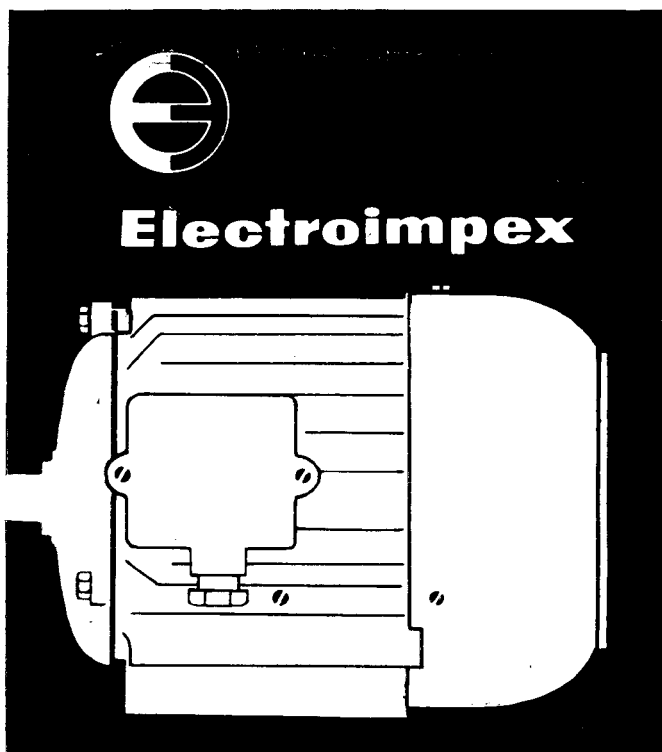
Выполняет проектно-изыскательские работы и оказывает техническое содействие в монтажных, пуско-наладочных и строительных работах.

В/О «Технопромэкспорт» командировует высококвалифицированных специалистов на место строительства и организует обучение национальных кадров как в Советском Союзе, так и в стране Заказчика.

В/О «Технопромэкспорт»  
СССР, Москва, М-324  
Овчинниковская наб., 18/1  
Телеграфный адрес:  
Москва Технопромэкспорт  
Телефон: 220-15-23  
Телекс: 158

# Technopromexport





Трехфазные асинхронные электродвигатели в полностью закрытом исполнении с короткозамкнутым ротором.

Модели АО, АО-2 и АОР 220/380 и 380/660 в, 50 гц.

Мощность: 0,37—100 квт; 750, 1 500 и 3 000 об/мин.

Однофазные электродвигатели моделей ЕО, ЕОРК и ЕОВС.

Мощность: 0,18—1,1квт, 1 500 и 3 000 об/мин.

Превосходная техническая и электрическая характеристика и высокая надежность.

**Экспортер: О-во О. О. ЭЛЕКТРОИМПЭКС**  
**София, ул. Дж. Вашингтона, 17**  
**Телефон: 88-49-91**  
**Телеграммы: ЭЛЕКТРОИМПЭКС**  
**СОФИЯ**