

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



'2

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

3

Планирование суточного режима ЭЭС с помощью ЦВМ

Канд. техн. наук В. М. ГОРНШТЕЙН, инж. О. И. ЛЕБЕДЕВА,
доктор техн. наук С. А. СОВАЛОВ, инженеры В. Я. ЧЕПИГА
и А. Г. ЮРОВСКИЙ

С развитием объединенных энергетических систем задачи обеспечения экономичной и надежной их работы становятся все более сложными. В особенности значительные трудности возникают при оперативном планировании суточного режима столь мощного и сложного по структуре энергообъединения, каким является Единая энергетическая система (ЭЭС) СССР.

На достигнутом уровне развития ЭЭС разработка суточных режимов вручную выходит за пределы возможностей персонала центрального диспетчерского управления (ЦДУ) и объединенных диспетчерских управлений (ОДУ). В связи с этим в последние годы особое внимание уделялось использованию ЦВМ для решения наиболее трудной из задач, связанных с эксплуатацией ЭЭС, — задачи планирования суточного режима.

Требования к алгоритму и программе расчетов на ЦВМ суточного режима ЭЭС. В соответствии с масштабами ЭЭС и структурой диспетчерского управления объем задачи определяется необходимостью экономического распределения мощностей между 25—40 энергообъектами. Программа, обеспечивающая решение задачи такого объема, должна позволять диспетчерским управлениям территориальных энергообъединений осуществить распределение мощностей не только между энергосистемами, но и между группами электростанций в соответствии с эквивалентной схемой объединения.

Эквивалентная схема должна обеспечить возможность учета влияния потерь активной мощности в межсистемных связях, а также учета ограничений по пропускной способности.

Решение задачи планирования суточного режима должно основываться на результатах расчетов длительных режимов, устанавливающих условия рационального использования гидроресурсов. В прин-

ципе, вводимые в расчет множители Лагранжа λ_i для ГЭС, определяемые условиями использования гидроресурсов, должны оставаться постоянными в течение сравнительно длительного периода [Л. 5 и 6].

Однако наличие большого числа ограничений приводит к необходимости задания расхода гидроресурсов на ограниченные промежутки времени и программа расчета должна давать возможность автоматического подбора λ_i для рассматриваемых суток.

При составлении суточных графиков могут ставиться условия выработки отдельными тепловыми энергосистемами или группами электростанций заданной величины электроэнергии или использования заданного количества топлива. В этом случае может оказаться необходимым подбор коэффициентов λ_i аналогично тому, как это делается при подборе заданной выработки ГЭС.

Эквивалентные энергообъекты ЭЭС могут состоять из большого числа электростанций, имеющих агрегаты различных типов. В течение суток возможны плановые изменения состава работающего оборудования и, вследствие этого, изменения характеристик относительных приростов. Каждая характеристика может иметь несколько разрывов непрерывности, поэтому характеристики относительных приростов предпочтительнее задавать в табличном виде. Расчет характеристик относительных приростов энергообъектов следовало бы производить в энергосистемах непосредственно перед расчетом суточного режима энергообъединения с учетом состояния оборудования и заявок на его ремонт. Однако, ввиду недостаточности имеющихся ЦВМ, это не всегда возможно. Отсюда программа расчета должна предусматривать возможность хранения во внешней памяти библиотеки для каждого энергообъекта,

состоящей из набора характеристик, соответствующих различным сочетаниям работающего оборудования.

Условия работы ЭЭС требуют выдерживания при расчетах небольших затрат времени. Необходимо иметь в виду, что выполнение расчета суточного режима на ЦВМ возможно лишь после получения всей необходимой исходной информации, что исключает секционирование расчета и введение исходных данных по мере их поступления.

Формализация задачи. Разработанная в 1967 г. программа предназначена для расчета на ЦВМ М-220 и БЭСМ-4 суточного режима объединенной энергосистемы [Л. 1]. При разработке программы учитывалась иерархическая структура диспетчерского управления. Энергосистемы или генераторные группы рассматриваются при расчете режима как эквивалентные электростанции, представленные эквивалентными характеристиками относительных приростов, рассчитываемых с помощью разработанной для этой цели отдельной программы [Л. 2]. При построении эквивалентных характеристик учитываются потери активной мощности в сети, а также порядок пуска и останова агрегатов на электростанциях.

Необходимые для учета потерь частные производные $\sigma_i = \frac{\partial \Pi}{\partial P_i}$, а также мощности контролируемых

ВЛ P_l определяются с помощью приведенных ниже линейризованных выражений, коэффициенты которых рассчитываются по специальной программе [Л. 3]. Указанные программы являются составными частями комплекса программы, предназначенного для планирования режима энергосистем и объединений. При расчете режима используется также программа расчета характеристик относительных приростов электростанций и программа прогноза графиков нагрузки (потребления) энергосистем, входящих в объединение.

Расчет суточного режима сводится к расчету режима для каждого часа суток. Связь между режимами различных часов, обусловленная наличием гидростанций и тепловых станций с ограниченным расходом топлива, учитывается введением множителей Лагранжа λ_i . Оптимальным считается режим, обеспечивающий минимум суммарных издержек на топливо в объединенной энергосистеме:

$$I = \sum_{i=0}^n c_i B_i, \quad (1)$$

где c_i — цена тонны условного топлива на i -й станции; B_i — часовой расход условного топлива [$B_i = f(P_i)$].

Задача заключается в нахождении мощностей энергообъектов (электростанций, генераторных групп) $P_i (i=0, 1, \dots, n)$, реализующих минимум функции (1). Все переменные P_i должны находиться в допустимой области, т. е. удовлетворять условиям:

$$\sum_{i=0}^n P_i - \sum_{j=0}^m P_j - \Pi = 0, \quad (2)$$

где $P_i (P_j)$ — нагрузка (потребление) j -й энергосистемы, входящей в объединение.

Это условие учитывается выделением балансирующего объекта (индекс «0»), мощность которого определяется равенством:

$$P_0 = \sum_{j=0}^m P_j + \Pi - \sum_{i=1}^n P_i. \quad (26)$$

Таким образом, независимыми переменными, по которым производится оптимизация, являются нагрузки P_i всех объектов, кроме балансирующего. Кроме того, должны учитываться условия, накладываемые на мощности электростанций и ВЛ

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (i=0, 1, \dots, n); \quad (3a)$$

$$P_l^{\min} \leq P_l \leq P_l^{\max} \quad (l=1, 2, \dots, m), \quad (3b)$$

где $m \neq n$.

Основные особенности принятой модификации градиентного метода [Л. 1], существенно улучшающие его сходимость, состоят в ограничении по модулю отдельных компонент вектора градиента и производных штрафной функции, автоматическом изменении шага при изменении направления вектора, а также введении в расчет среднего по модулю значения производных целевой функции по всем независимым переменным. Предусмотрена возможность введения в расчет характеристик относительных приростов, имеющих разрывы непрерывности.

Применение градиентного метода позволяет ограничения в виде (3), наложенные на P_i , учитывать приравниванием на каждой итерации переменных, вышедших за допустимые пределы, этим пределам. Ограничения вида (3), наложенные на зависимые переменные, т. е. на мощности балансирующей станции P_0 и ВЛ P_l , учитываются по методу штрафных функций [Л. 4] с изменениями, позволяющими устранить нарушения ограничений, не ухудшая сходимости процесса.

Целевая функция при наличии в энергосистеме только тепловых электростанций имеет вид:

$$F = \sum_{i=0}^n c_i B_i + \sum_0 \Pi_0 + \sum_l \Pi_l. \quad (4)$$

где Π_0 — штрафная функция, вводимая в случае нарушения (3) для балансирующей станции; Π_l — то же для l -й ВЛ.

Дифференцируя F по всем $P_i (i \neq 0)$, и приравнявая нулю полученные частные производные, найдем с учетом (26) следующее условие оптимальности:

$$a_i = \frac{\partial F}{\partial P_i} = \left(c_i b_i + \sum_l \frac{d\Pi_l}{dP_i} k_{il} \right) (1 - \sigma_0) - \left(c_0 b_0 + \sum_l \frac{d\Pi_l}{dP_i} k_{0l} \right) (1 - \sigma_i) = 0, \quad (5)$$

где $b_i = \frac{dB_i}{dP_i}$ — относительный прирост расхода энергоносителя (условного топлива для ТЭС или воды для ГЭС); $k_{il} = \frac{\partial \Pi_l}{\partial P_i}$ — коэффициент распределения мощ-

ности i -й электростанции на l -ю ВЛ; $\sigma_i = \frac{\partial \pi}{\partial P_i}$ — относительный прирост потерь активной мощности в сети по мощности i -й электростанции.

Расчет оптимального режима производится следующим образом:

1. Задаются произвольными значениями мощностей энергообъектов P_i .

2. Вычисляются составляющие вектора градиента a_i по формуле (5).

3. Делается шаг по всем переменным, рассчитываемый по следующей формуле:

$$\Delta P_i = -H a_i,$$

где H — множитель, порядок определения которого изложен в [Л. 1].

Расчет ведется до удовлетворения условиям (3) и (5) с заданной допустимой погрешностью. При наличии ГЭС или ТЭС с заданным расходом топлива вместо ζ_i в (5) вводится λ_i , обеспечивающий работу с заданным расходом энергоресурсов.

Наличие в (5) членов, содержащих σ_0 и k_{0l} вызвано возможностью выбора в качестве балансирующего объекта генераторной группы, в состав которой, помимо электростанции, расположенной в балансирующем узле (для которой $\sigma_0 = 0$ и $k_{0l} = 0$), могут входить и другие электростанции. В отличие от относительного прироста отдельных электростанций относительный прирост генераторных групп, вычисленный с учетом потерь, является функцией не одной переменной (суммарной мощности группы), а нагрузок нескольких объектов, в том числе и не входящих в состав данной группы (мощности смежных генераторных групп, отдельных электростанций данной энергосистемы, нагрузок потребителей данной и соседних энергосистем, нагрузок некоторых ВЛ. Характеристика относительных приростов принимает следующий вид:

$$b_i = f(P_i) + \sum_j \Delta b_j, \quad (6)$$

где $f(P_i)$ — основная нелинейная часть характеристики, определяемая при некоторых постоянных значениях нагрузок перечисленных выше объектов; Δb_j — поправка на изменение нагрузки j -го объекта, рассчитываемая на каждой итерации расчета.

При оснащении диспетчерских служб энергосистем вычислительными машинами, эквивалентные характеристики генераторных групп могут рассчитываться диспетчерскими службами с учетом действительного положения в энергосистеме (ремонт оборудования и т. п.) и передаваться ОДУ (ЦДУ).

В настоящее время ЦДУ и ОДУ вынуждены использовать заранее рассчитанные эквивалентные характеристики, не полностью учитывающие все изменения, происходящие в энергосистемах. Поэтому в программе предусмотрена возможность приближенной корректировки имеющихся характеристик в соответствии с изменениями располагаемой мощности объектов и их экономичности путем умножения на корректирующие коэффициенты. Кроме того, предусмотрена возможность изменений максимально и минимально допустимых мощностей энергообъектов.

Для оптимизации режима необходимо рассчитывать величины σ_i и P_i некоторых (контролируемых) ВЛ, перегрузку которых следует предотвратить. σ_i и P_i в общем случае зависят от мощностей всех узлов сети (генераторных и нагрузочных). Поэтому в настоящей программе предусмотрено вычисление σ_i и P_i в ходе итерационного процесса с помощью линеаризованных выражений вида [Л. 3]:

$$\sigma_i = \sum_d \alpha_{id} P_d + \sum_f \alpha_{if} P_f + \alpha_{i0}; \quad (7a)$$

$$P_i = \sum_d k_{id} P_d + \sum_f k_{if} P_f + k_{i0}, \quad (7b)$$

где индексами d и f обозначены нагрузки соответственно генераторных и нагрузочных групп; α_i и k_i — коэффициенты; α_{i0} и k_{i0} — свободные члены, получающиеся в результате линеаризации членов, входящих в генераторные и нагрузочные группы.

Линеаризованные выражения дают хорошие результаты в случаях, когда режим работы энергосистемы далек от пределов статической устойчивости. При приближении к пределу зависимость относительного прироста потерь в отдельных линиях электропередачи становится существенно нелинейной, что вызывает заметные погрешности при расчете по (7a). Для их уменьшения в программе предусматривается введение нелинейных поправок $\Delta \sigma_i$ к относительному приросту, зависящих от мощности ВЛ. Если $\Delta \sigma_i$ не равно нулю, то к относительному приросту σ_i объектов (станций, генераторных групп), рассчитанному по (7a), прибавляется поправка:

$$\Delta \sigma_i = \Delta \sigma_i \cdot k_{li}. \quad (8)$$

Расчет суточного режима сводится к 24-кратному повторению расчетов оптимального режима одного часа. Автоматический подбор множителей λ_i приводит к необходимости многократного (4—6 раз) повторения расчета суточного режима, что увеличивает время счета. Основные трудности создания программы для таких сложных расчетов, как оптимизация режима ЕЭС или ОЭС по активной мощности вызываются чрезвычайно большим объемом информации, необходимой для расчета. Для сокращения времени подготовки к расчету предусматривается автоматизация ряда вспомогательных расчетов, ранее проводившихся вручную, и ввод их результатов в данную программу. В частности, программа оптимизации использует графики нагрузки энергосистем, рассчитанные по отдельной программе прогноза. Предусматривается автоматический ввод матриц коэффициентов линеаризованных уравнений для учета потерь, рассчитанных по программе [Л. 3]. Для повышения удобства и оперативности предусмотрено хранение программы, а также неизменяющегося числового материала на магнитных лентах. Ввод с перфокарт предусматривается лишь для минимального количества меняющейся информации. Предусмотрена выдача результатов расчета в форме, удобной для использования диспетчерским персоналом. Выполнение перечисленных требований является необходимым условием оперативного счета.

Учет перечисленных требований значительно усложняет программу. Достаточно отметить, что в описываемой программе большую по объему часть занимают программы обработки информации и выдачи результатов (так называемые программы сервиса). Собственно программа расчета также весьма сложна. Это приводит к тому, что программа использует два оперативных накопителя ЦВМ М-220 (БЭСМ-4), магнитную ленту и барабаны.

Структурно программа включает в себя следующие основные блоки:

1. Ввода и обработки информации.
2. Ведущей программы.
3. Расчета оптимального режима точки суточного графика нагрузки.
4. Подбора множителей λ_i .
5. Печати таблицы результатов.

Внедрение программы. В ЦДУ ЕЭС СССР программа внедрена в 1968 г.¹

На первом этапе внедрения программы проводились расчеты типовых графиков рабочих и воскресных дней. В дальнейшем выполнялись расчеты графиков предыдущих суток с использованием результатов для анализа режимов. Постепенно делался переход к расчетам на ЦВМ параллельно составлению графиков вручную с частичным использованием результатов расчета на ЦВМ.

При этом последовательно увеличивалось количество расчетов в неделю и степень их использования.

Этот период продолжался 8 месяцев. С 1 июня 1969 г. проводятся ежедневные оперативные расчеты суточных графиков с помощью ЦВМ с полным прекращением расчетов вручную.

Большая часть информации, характеризующая Единую энергосистему, постоянно находится на магнитных лентах. В течение суток, предшествующих расчету, накапливается оперативная информация для расчета, характеризующая режим ЕЭС за текущие сутки и предполагаемые изменения в составе оборудования на предстоящие сутки. В день проведения расчета с 8 ч 30 мин исходная информация готовится службами режимов, диспетчерской и гидроэнергетической, и передается службе вычислительной техники к 9 ч 30 мин. В это время определяются максимальные и минимальные величины нагрузки энергообъектов, прогноз энергопотребления энергосистем и энергообъединений, ограничения по пропускной способности элементов сети, суточные выработки энергообъектов с заданным расходом энергоресурсов. С 9 ч 30 мин до 10 ч исходная информация кодируется и готовится для ввода в машину. Объем ежедневной информации составляет около 40 перфокарт. С 10 ч до 11 ч 30 мин выполняется расчет и результаты передаются в диспетчерскую службу. До 12 ч, если часть исходных данных изменялась, расчет может быть скорректирован. Результаты расчета хранятся на двух магнитных барабанах и двух лентопротяжных механизмах и являются частью исходных данных для расчета ре-

жима последующих суток. При необходимости в конце дня проводится предварительный расчет по информации следующих суток для проверки совместности предполагаемых условий и общей оценки режима.

Проведение ежедневных оперативных расчетов определяет повышенные требования к состоянию ЦВМ. Перед эксплуатационным персоналом ставится задача обеспечить работу машины в определенные часы. При любых неисправностях машины обслуживающий персонал немедленно проводит необходимые ремонтные работы с тем, чтобы к утреннему оперативному счету полностью подготовить машину. Можно отметить, что за период 16 мес. ежедневных расчетов было четыре отказа ЦВМ. За этот период среднее время на один расчет снизилось с 3,7 до 1,0 ч. Значительное время на выполнение расчета в первые месяцы объясняется тем, что каждый режим считался на машине дважды: утром и накануне вечером для предварительной оценки расчетных условий. После накопления опыта удалось отказаться от систематического двойного расчета режима.

Снижение расхода топлива в целом по Единой энергосистеме является конечной целью использования цифровой вычислительной машины для расчета суточных графиков энергообъединений и энергосистем. Величина получаемой экономии топлива изменяется в относительно широких пределах и зависит от многих факторов.

ЦДУ ЕЭС провело расчеты по анализу экономической эффективности применения вычислительных машин для задания суточных графиков. Сравнению подлежали расчеты топлива, вычисленные по графикам нагрузки энергосистем для ряда периодов 1968 г. при расчетах вручную и на цифровой машине БЭСМ-4. Расчетные периоды января и октября 1968 г. характеризуются режимом жесткой экономии водных ресурсов, небольшой величиной резерва. Период июня является периодом паводка на гидроэлектростанциях Волжско-Камского каскада. Существенных отличий схемы сети ЕЭС от нормальной не было. Результаты расчетов показывают, что в период значительных резервов (июнь) экономия топлива может достигать весьма существенных величин (см. таблицу).

Январь		Июнь		Октябрь	
Число	Экономия топлива, %	Число	Экономия топлива, %	Число	Экономия топлива, %
8	0,62	1	1,40	7	0,35
9	0,59	2	0,61	8	0,62
10	0,52	3	1,00	9	0,52
11	0,39	4	1,49	10	0,30
12	0,32	5	1,20	11	0,63
13	0,56	6	0,90	12	1,21
14	0,46	7	0,93	13	0,97

ЛИТЕРАТУРА

¹ Разработке этой программы предшествовало использование опытных программ ИНЭУМ и ВНИИЭ, по которым в 1965—1966 гг. проводились пробные расчеты типовых графиков ЕЭС с помощью машины Урал-4.

1. Горнштейн В. М. и др., Методика расчета на ЦВМ оптимального суточного режима объединенной энергосистемы (Программа В-2/67), Сб. трудов ВНИИЭ, вып. 38, изд-во «Энергия», 1971.

Учет перечисленных требований значительно усложняет программу. Достаточно отметить, что в описываемой программе большую по объему часть занимают программы обработки информации и выдачи результатов (так называемые программы сервиса). Собственно программа расчета также весьма сложна. Это приводит к тому, что программа использует два оперативных накопителя ЦВМ М-220 (БЭСМ-4), магнитную ленту и барабаны.

Структурно программа включает в себя следующие основные блоки:

1. Ввода и обработки информации.
2. Ведущей программы.
3. Расчета оптимального режима точки суточного графика нагрузки.
4. Подбора множителей λ_i .
5. Печати таблицы результатов.

Внедрение программы. В ЦДУ ЕЭС СССР программа внедрена в 1968 г.¹

На первом этапе внедрения программы проводились расчеты типовых графиков рабочих и воскресных дней. В дальнейшем выполнялись расчеты графиков предыдущих суток с использованием результатов для анализа режимов. Постепенно делался переход к расчетам на ЦВМ параллельно составлению графиков вручную с частичным использованием результатов расчета на ЦВМ.

При этом последовательно увеличивалось количество расчетов в неделю и степень их использования.

Этот период продолжался 8 месяцев. С 1 июня 1969 г. проводятся ежедневные оперативные расчеты суточных графиков с помощью ЦВМ с полным прекращением расчетов вручную.

Большая часть информации, характеризующая Единую энергосистему, постоянно находится на магнитных лентах. В течение суток, предшествующих расчету, накапливается оперативная информация для расчета, характеризующая режим ЕЭС за текущие сутки и предполагаемые изменения в составе оборудования на предстоящие сутки. В день проведения расчета с 8 ч 30 мин исходная информация готовится службами режимов, диспетчерской и гидроэнергетической, и передается службе вычислительной техники к 9 ч 30 мин. В это время определяются максимальные и минимальные величины нагрузки энергообъектов, прогноз энергопотребления энергосистем и энергообъединений, ограничения по пропускной способности элементов сети, суточные выработки энергообъектов с заданным расходом энергоресурсов. С 9 ч 30 мин до 10 ч исходная информация кодируется и готовится для ввода в машину. Объем ежедневной информации составляет около 40 перфокарт. С 10 ч до 11 ч 30 мин выполняется расчет и результаты передаются в диспетчерскую службу. До 12 ч, если часть исходных данных изменялась, расчет может быть скорректирован. Результаты расчета хранятся на двух магнитных барабанах и двух лентопротяжных механизмах и являются частью исходных данных для расчета ре-

жима последующих суток. При необходимости в конце дня проводится предварительный расчет по информации следующих суток для проверки совместимости предполагаемых условий и общей оценки режима.

Проведение ежедневных оперативных расчетов определяет повышенные требования к состоянию ЦВМ. Перед эксплуатационным персоналом ставится задача обеспечить работу машины в определенные часы. При любых неисправностях машины обслуживающий персонал немедленно проводит необходимые ремонтные работы с тем, чтобы к утреннему оперативному счету полностью подготовить машину. Можно отметить, что за период 16 мес. ежедневных расчетов было четыре отказа ЦВМ. За этот период среднее время на один расчет снизилось с 3,7 до 1,0 ч. Значительное время на выполнение расчета в первые месяцы объясняется тем, что каждый режим считался на машине дважды: утром и накануне вечером для предварительной оценки расчетных условий. После накопления опыта удалось отказаться от систематического двойного расчета режима.

Снижение расхода топлива в целом по Единой энергосистеме является конечной целью использования цифровой вычислительной машины для расчета суточных графиков энергообъединений и энергосистем. Величина получаемой экономии топлива изменяется в относительно широких пределах и зависит от многих факторов.

ЦДУ ЕЭС провело расчеты по анализу экономической эффективности применения вычислительных машин для задания суточных графиков. Сравнению подлежали расчеты топлива, вычисленные по графикам нагрузки энергосистем для ряда периодов 1968 г. при расчетах вручную и на цифровой машине БЭСМ-4. Расчетные периоды января и октября 1968 г. характеризуются режимом жесткой экономии водных ресурсов, небольшой величиной резерва. Период июня является периодом паводка на гидроэлектростанциях Волжско-Камского каскада. Существенных отличий схемы сети ЕЭС от нормальной не было. Результаты расчетов показывают, что в период значительных резервов (июнь) экономия топлива может достигать весьма существенных величин (см. таблицу).

Январь		Июнь		Октябрь	
Число	Экономия топлива, %	Число	Экономия топлива, %	Число	Экономия топлива, %
8	0,62	1	1,40	7	0,35
9	0,59	2	0,61	8	0,62
10	0,52	3	1,00	9	0,52
11	0,39	4	1,49	10	0,30
12	0,32	5	1,20	11	0,63
13	0,56	6	0,90	12	1,21
14	0,46	7	0,93	13	0,97

ЛИТЕРАТУРА

¹ Разработке этой программы предшествовало использование опытных программ ИНЭУМ и ВНИИЭ, по которым в 1965—1966 гг. проводились пробные расчеты типовых графиков ЕЭС с помощью машины Урал-4.

1. Горюштин В. М. и др., Методика расчета на ЦВМ оптимального суточного режима объединенной энергосистемы (Программа В-2/67), Сб. трудов ВНИИЭ, вып. 38, изд-во «Энергия», 1971.

Влияние различных факторов на погрешность определения емкостных проводимостей воздушных линий сверхвысокого напряжения

Доктор техн. наук Н. А. МЕЛЬНИКОВ, инж. Ю. С. ЖЕЛЕЗКО,
канд. техн. наук Л. А. СОЛДАТКИНА

Москва

Исходные положения. Для линий сверхвысоких напряжений характерны более жесткие требования по определению параметров их схем замещения, чем для ВЛ высоких напряжений. В особенности это касается емкостных проводимостей линий. При определении емкостных проводимостей для линий напряжением до 220 кВ можно было без заметных погрешностей пренебрегать влиянием ряда факторов, в том числе близостью земли, различием в положении проводов на опорах, наличием заземленных грозозащитных тросов и параллельных цепей и т. д. Эти же положения иногда без специальных обоснований условно распространялись и на линии 330 кВ.

Однако для линий сверхвысокого напряжения неучет всех этих факторов может приводить к существенным погрешностям, что связано прежде всего со значительным увеличением междуфазных расстояний, которые становятся соизмеримыми с высотой подвеса проводов над землей. Из-за неучета влияния земли и других факторов здесь погрешности в определении емкостных проводимостей могут достигать 10% и более. Отсутствие транспозиции проводов или удлинение ее циклов при большой протяженности линий сверхвысокого напряжения может приводить к заметным различиям в значениях емкостных проводимостей для разных фаз. Это важно, в частности, для отстройки релейной защиты и т. п.

Целью настоящей статьи является количественная оценка влияния различных факторов на значения емкостных проводимостей для линий сверхвысокого напряжения и выявление необходимости учета этих факторов при решении типовых практических задач. Исследование выполнено для наиболее употребительных систем координат (фазных и симметричных), целесообразность выбора которых определяется характером решаемой задачи.

Точность определения значений емкостных проводимостей прежде всего отражается на требуемой величине мощности компенсирующих устройств. Пофазное различие в значениях емкостных проводимостей приводит к несимметрии режима.

Расчеты по определению емкостных проводимостей производились на ЦВМ М-220 для линий 220—1150 кВ с обычно применяемыми сечениями проводов и унифицированными опорами (для линий

750 и 1150 кВ габариты опор оценивались ориентировочно). Линии рассматривались при работе всех трех фаз в двух случаях: когда транспозиция линий отсутствует и когда на линиях различной протяженности используется один цикл транспозиции¹.

Для удобства использования приведенных материалов в приложении кратко приведены основные теоретические сведения об определении емкостных проводимостей в указанных системах координат. Более подробно эти вопросы освещены в [Л. 1 и 2].

Результаты расчетов представлены в виде поправок Δ , (%). При определении более точного значения емкостной проводимости с учетом влияния соответствующего фактора, значение проводимости $b_{\text{упр}}$, определенное по упрощенной формуле, следует умножить на коэффициент $(1 + \Delta)$:

$$b = b_{\text{упр}}(1 + \Delta). \quad (1)$$

При необходимости учета нескольких влияющих факторов в (1) подставляется значение суммарной поправки Δ_s :

$$b = b_{\text{упр}}(1 + \Delta_s), \quad (2)$$

где

$$\Delta_s \approx \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots \quad (2a)$$

Выражение (2a) получено на основании многочисленных расчетов, которые показали, что с достаточной степенью точности может быть допущено суммирование отдельных поправок, обусловленных различными влияющими факторами. Поскольку все значения полученных поправок суммируются, то очевидно, что целесообразно учитывать даже относительно небольшие значения отдельных поправок (например, 1—2%).

Влияние различных факторов на определение емкостных проводимостей. При оценке влияния различных факторов на значения емкостных проводимостей следует прежде всего исходить из существа решаемой задачи. Типовые задачи, которые приходится решать при проектировании и эксплуатации линий сверхвысокого напряжения, могут быть сформулированы следующим образом.

¹ Некоторые факторы оказывают заметное влияние и на значения продольных индуктивных сопротивлений. Однако в настоящей статье это не рассматривается.

2. Горнштейн В. М., Мирошниченко Б. П. и Муравлева Э. А. Методика расчета на ЦВМ эквивалентных характеристик групп электростанций (Программа В-1), сб. трудов ВНИИЭ, вып. 38, изд-во «Энергия», 1971.

3. Горнштейн В. М. и Максимов Ю. И. Методика расчета на ЦВМ коэффициентов линеаризованных выражений для расчета относительных приростов потерь активной мощности в сети и нагрузок линий электропередачи (Программа В-3/69), Сб. трудов ВНИИЭ, вып. 38, изд-во «Энергия», 1971.

4. Горнштейн В. М., Условия оптимального режима энергосистемы при учете режимных ограничений с помощью штрафных функций, «Электричество», 1965, № 8.

5. Горнштейн В. М., Об определении наивыгоднейшего режима энергетических систем, «Электричество», 1961, № 8.

6. Гончаренко А. С. и др., Определение оптимальных режимов энергосистем, «Электричество», 1964, № 8.



Расчет симметричного режима работы электрической системы, который фактически является режимом прямой последовательности. Эти расчеты выполняются наиболее часто. Они необходимы, например, для выявления экономически целесообразных режимов работы систем электроснабжения потребителей, при выборе типа, мощности, местоположения и режимов работы компенсирующих и регулирующих устройств и т. д. При ведении режима крупных энергетических систем такие расчеты приходится выполнять ежедневно.

При расчетах этих режимов используются значения емкостных проводимостей b_1 (точнее b_{11}), которые называются проводимостями прямой последовательности (см. формулы П3 и П5). Они по существу связывают напряжения \dot{U}_1 и точки \dot{I}_1 прямой последовательности.

Расчет режима обратной последовательности. Этот режим характеризуется значениями токов \dot{I}_2 и напряжений \dot{U}_2 обратной последовательности, которые существенно влияют на работу электроприемников, генераторов и релейной защиты (ток \dot{I}_2 возникает в результате действия на систему пофазно различных рабочих проводимостей системы напряжений прямой последовательности). Эта зависимость определяется емкостной проводимостью линий $\dot{b}_{21} = \hat{b}_{12}$ (см. формулу П3). Составляющая тока \dot{I}_2 , вызванная напряжением \dot{U}_2 обратной последовательности, при этом не является определяющей, так как в рассматриваемых условиях напряжение \dot{U}_2 сравнительно мало. Хотя $b_{21} \ll b_{22}$ (точнее b_{22}), но роль составляющей тока \dot{I}_2 , вызванной b_{21} в линиях сверхвысокого напряжения, может быть заметной из-за большого значения напряжения \dot{U}_1 . Поэтому важно определять значения b_{21} достаточно правильно, не допуская ошибок более 5—10%.

Расчет режима нулевой последовательности. Определение токов \dot{I}_0 и напряжений \dot{U}_0 нулевой последовательности представляет интерес при оценке влияния на линии связи, выборе уставок релейной защиты, проверке работы заземляющих устройств.

Основная составляющая тока \dot{I}_0 в рассматриваемых условиях определяется напряжением \dot{U}_1 и емкостной проводимостью $\dot{b}_{01} = \hat{b}_{10}$ (см. формулу П3). Составляющая тока \dot{I}_0 , обусловленная напряжением \dot{U}_0 нулевой последовательности и проводимостью b_{00} (точнее b_{00}), включаемой в схему нулевой последовательности, оказывается в рассматриваемых условиях значительно меньшей (несмотря на то, что $b_{00} \gg b_{01}$). Это связано с тем, что напряжение \dot{U}_0 значительно меньше напряжения \dot{U}_1 .

При расчетах в фазных координатах, естественно, важно иметь достаточно правильные значения, входящие в матрицу емкостных проводимостей \mathbf{b} (см. формулу П1).

Точность определения отдельных элементов матрицы \mathbf{b} в целом должна быть большей, чем для элементов матрицы \mathbf{b}_s в системе симметричных координат (а именно соответствующей требованиям

для b_1). Это является одним из недостатков системы фазных координат.

Погрешности при упрощенном определении матрицы емкостных проводимостей \mathbf{b} и \mathbf{b}_s . Точное определение элементов матрицы емкостных проводимостей \mathbf{b} (формула П1) требует обращения матрицы потенциальных коэффициентов \mathbf{p} (формула П2), а для определения матрицы \mathbf{b}_s требуется еще и подобное преобразование (формула П4). В численном виде обращение матрицы 3-го порядка относительно несложно и в случае необходимости может быть выполнено. Однако в общем виде все формулы для вычисления проводимостей $b_1, b_2, b_0, b_{21}, b_{01}$ и т. д. при этом получаются очень сложными. Практически их использование не может быть рекомендовано, поэтому здесь они не приводятся.

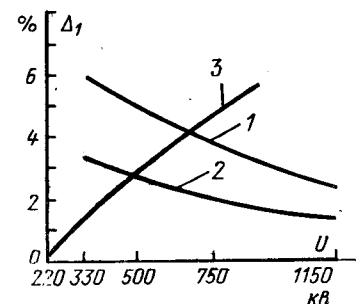
В связи с указанным, как правило, приходится пользоваться упрощенными представлениями. В частности, в матрице потенциальных коэффициентов (формулы П2 и П4) приближенно учитываются одни диагональные элементы; все внедиагональные элементы принимаются равными нулю. Как известно, операция обращения диагональной матрицы является весьма простой, поэтому формулы для определения всех нужных проводимостей могут быть получены в общем виде. Однако при этом важно знать, насколько такие приближенные расчеты позволяют правильно оценить искомые значения проводимостей.

В системе симметричных координат для приближенного определения проводимостей b_1, b_2 и b_0 используются формулы П5 и П6. Результаты проведенных расчетов показали, что во всем диапазоне рассмотренных номинальных напряжений линий от 220 до 1150 кВ включительно получаемая ошибка от неучета влияния внедиагональных элементов матрицы \mathbf{p} не превышает 0,5—0,7%. Практически такие погрешности могут не приниматься во внимание.

При определении проводимостей b_{21} и b_{01} можно пользоваться для рассмотренных линий следующими зависимостями $b_{21} \approx (-0,03 + j0,05)b_1$ и $b_{01} \approx (0,01 + j0,02)b_1$. Абсолютные значения проводимостей b_{21} и b_{01} для типовых конструкций линий различных напряжений приведены ниже.

Приближенное определение емкостных проводимостей в фазных координатах при использовании только диагональных элементов матрицы \mathbf{p} (формула П2) приводит к значительно большим погрешностям, особенно для средней фазы — они достигают нескольких процентов. На рис. 1 (кривые 1 и 2) приведены соответствующие зависимости необходимых поправок Δ_1 для линий с горизонталь-

Рис. 1. Поправки, учитывающие влияние внедиагональных элементов матрицы \mathbf{p} потенциальных коэффициентов при определении емкостных проводимостей для средней b_{bb} (кривая 1) и крайних b_{aa} и b_{cc} (кривая 2) фаз, а также поправки к значениям емкостных проводимостей, учитывающие влияние близости земли (кривая 3).



ным расположением проводов при различных номинальных напряжениях. Из анализа кривых следует, что по мере роста номинального напряжения значения получаемых относительных погрешностей постепенно уменьшаются. Например, для средней фазы b линии 330 кВ погрешность в величине b_{bb} составляет 6%, а для линии 750 кВ — 4%. Это объясняется тем, что по мере роста напряжения увеличиваются расстояния между фазами и несколько снижается их взаимное влияние. Во всех указанных случаях приближенные значения проводимостей оказываются меньше фактических.

Дополнительно укажем, что для всего рассмотренного диапазона номинальных напряжений линий с горизонтальным расположением проводов проводимости $b_{ab} \approx b_{bc}$ примерно составляют 4% от b_{aa} , а b_{ac} изменяются в пределах от 0,016 b_{aa} для линии 330 кВ до 0,011 b_{aa} для линии 1150 кВ (см. приложение).

Влияние земли. На рис. 1 (кривая 3) представлены значения поправок Δ_2 , которые должны быть введены для учета влияния земли при определении емкостных проводимостей (например, при использовании формулы П7 вместо формул П5). Приближенные значения проводимостей оказываются заметно меньше фактических значений. Из анализа кривой 3 (рис. 1) видно, что для линий напряжений 330—500 кВ и выше учет влияния земли должен производиться обязательно.

Влияние изменения радиуса провода и изменения стрел провеса. В случае увеличения эквивалентного радиуса провода сверх принятого при расчете емкостные проводимости несколько увеличиваются. Например, при увеличении эквивалентного радиуса провода примерно на 23%, что соответствует замене провода марки АС-240 проводом марки АСО-400 для линий 220 кВ или замене 3×АСО-500 на 3×АСО-600 для 500 кВ, проводимости увеличиваются: прямой последовательности на 4%, нулевой — на 3%, фазные — на 4%.

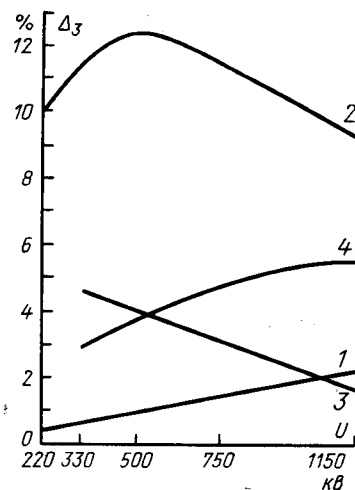
Изменения стрелы провеса, которые появляются в период эксплуатации линии за счет изменения температуры проводов, сказываются заметно только на значении емкостной проводимости нулевой последовательности. Например, изменения стрелы провеса в диапазоне 2 м для линий всех рассмотренных напряжений приводят к изменениям емкостных проводимостей прямой и обратной последовательностей на 0,2—0,25%, нулевой — на 3—3,7%. Фазные проводимости изменяются на 0,5—1,5% (см. приложение).

Влияние заземленного троса. На рис. 2 и 3 представлены кривые, показывающие на сколько должны увеличиваться емкостные проводимости линий различных напряжений при учете влияния заземленного троса (трос заземлен в одном месте). Из анализа кривых видно, что заземленный трос относительно мало увеличивает проводимости b_1 и b_2 прямой и обратной последовательности. Например, для линий 750 кВ это увеличение составляет всего 1,5%, а для линий 1150 кВ — 2,2%. Для линий 500 кВ и ниже влияние троса сказывается еще слабее.

Для проводимости b_0 нулевой последовательности влияние заземленного троса весьма значитель-

Рис. 2. Поправки к значениям емкостных проводимостей линий, учитывающие влияние заземления троса.

1 — для прямой и обратной последовательностей (b_1 и b_2); 2 — для нулевой последовательности (b_0); 3 — для средней фазы (b_{bb}); 4 — для крайних фаз (b_{aa} , b_{cc}).



но. Во всем диапазоне рассмотренных напряжений при учете влияния заземленного троса эти проводимости должны быть увеличены не менее, чем на 9,5—12,5%. Интересно отметить, что для линий 750 кВ и выше относительное влияние заземленного троса несколько снижается. Это объясняется существенным увеличением проводимости b_0 для этих линий вследствие заметного возрастания эквивалентного радиуса проводов расщепленной фазы.

На рис. 3 показано влияние заземленного троса на изменение абсолютных величин проводимостей b_{21} и b_{01} (действительные и мнимые составляющие этих величин изменяются примерно одинаково). Из приведенных кривых видно, что влияние троса на значения этих проводимостей весьма значительно. Так, фактические значения b_{21} при наличии троса уменьшаются на 9—12% для линий 330—500 кВ и на 24—35% для линий 750 и 1150 кВ. Для проводимости b_{01} влияние троса сказывается несколько по-другому. Для линий 330 кВ наличие троса резко уменьшает значение b_{01} (почти на 50%), для линий 500 кВ — на 35%. Для линий 750 кВ наличие троса практически не влияет на эту величину, а для линий 1150 кВ величина b_{01} должна быть увеличена на 37%.

Для емкостных проводимостей, выраженных в системе фазных координат, влияние заземленного троса сказывается тем сильнее, чем ближе данная фаза к тросу. Например, при расположении проводов на опоре «бочкой»² проводимость для верхней фазы увеличивается примерно на 5%, в то время как для нижней лишь на 0,6%. При горизонтальном расположении проводов на опоре (рис. 2) более заметным является влияние тросов на проводимости крайних фаз (3—5,5% для линий 330—1150 кВ).

² Предполагалось, что провода одноименных фаз расположены на одной высоте.

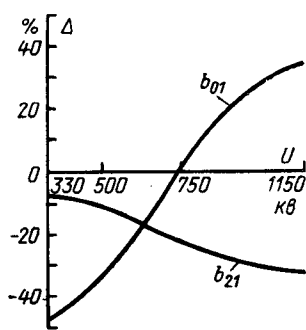


Рис. 3. Поправки к значениям емкостных проводимостей b_{21} и b_{01} , учитывающие влияние заземленного троса.

Для средней фазы наличие тросов увеличивает проводимость линий 330—500 кВ на 4—4,8%. С увеличением напряжения это влияние снижается, для линий 1150 кВ — до 1,5%. Это объясняется тем, что на линиях более высокого напряжения при унифицированных опорах тросы оказываются более удаленными от средней фазы. Наличие заземленного троса для линий во всем рассмотренном диапазоне напряжений приводит к уменьшению проводимостей b_{ab} и b_{bc} на ~20%, а b_{ac} на ~40%.

Влияние параллельных цепей линий. Параллельная цепь, проложенная на одной опоре с рассматриваемой цепью, оказывает весьма значительное влияние на емкостные проводимости фаз. При этом в наибольшей степени уменьшаются проводимости близко расположенных фаз. Например, для верхней фазы двухцепной опоры 220 кВ, находящейся на расстоянии 3,5 м от оси опоры, это влияние составляет 13%, а для средней фазы с расстоянием от оси, равным 6 м, — 5%. При представлении проводимостей в симметричных координатах это влияние составляет 3,5—4% для проводимостей прямой последовательности и 20—25% — для нулевой.

Для линий, проложенных на разных опорах, это влияние достаточно мало (при расстоянии в 50 м проводимости каждой цепи снижаются менее, чем на 0,7%) и, как правило, может не учитываться.

Учет распределенности параметров воздушных линий и транспозиции проводов. В целях учета фактически распределенных параметров часто рекомендуются при расчетах линий длиной более 200 км применять цепочечную схему замещения. Однако расчеты по этой схеме получаются достаточно трудоемкими. Возникает вопрос о значении получаемых погрешностей при замене всей линии одной, например, П-образной схемой замещения, если параметры этой схемы определяются путем умножения погонных параметров на соответствующую длину всей линии. Интерес представляет также другая задача: каким образом должны быть скорректированы значения удельных параметров линии длины l для того, чтобы скомпенсировать ошибку, получаемую при указанном выше приеме расчета.

Как известно [Л. 1], каждый участок нетранспонированной линии может быть представлен в виде трехфазного трехполюсника с матрицами обобщенных параметров **A, B, C, D**; всю транспонированную линию можно рассматривать как каскадное соединение соответствующих трехфазных трехполюсников. В настоящей статье для определения коэффи-

циентов коррекции удельных параметров линия разделялась на участки длиной по 10 км, каждый из которых замещался приближенной схемой П. Затем по их обобщенным параметрам определялись параметры эквивалентного трехполюсника для каждого шага транспозиции и для линии в целом. После этого определялись параметры эквивалентной схемы П. С этими параметрами, которые считались эталонными, сравнивались параметры приближенной П-образной схемы, полученные путем умножения соответствующих погонных проводимостей на половину длины линии:

$$\frac{B}{2} = b \frac{l}{2}. \quad (3)$$

Сравнение выполнено для линии с одним циклом транспозиции длиной до 600 км. Расчеты показали, что в рассматриваемых условиях изменение емкостных проводимостей практически не зависит от габаритов линий, но имеет четко выраженную зависимость от длины линии. На рис. 4 представлены зависимости от длины поправок Δ_c , которые следует вносить в формулу (1) при определении емкостных проводимостей в симметричных и фазных координатах для учета их распределенного характера. Формула (3) может быть использована лишь при длинах участков линий менее 150 км.

Для линий с удлиненными циклами транспозиции приходится учитывать проводимости b_{21} и b_{01} . Причина этого заключается в том, что симметрирование получается неполным, так как условия на разных шагах оказываются различными (из-за распределенного характера емкости). В табл. 1 приведены средние значения (для разных шагов транспозиции) b_{21} и b_{01} . Эти значения достаточно умножить на половину длины транспонированной линии, чтобы получить результирующие проводимости П-образной схемы — для передающего (I) и приемного (II) концов линии. При этом были приняты следующие схемы расположения проводов по горизонтали на отдельных шагах транспозиции: 1 шаг — a, v, c ; 2 шаг — c, a, v ; 3 шаг — v, c, a (расположение проводов для нетранспонированной линии: a, v, c).

Таблица 1

Номинальное напряжение линии, кВ	Проводимости*, 10^{-9} сим/км			
	приемного конца b_{21}	передающего конца b_{21}	приемного конца b_{01}	передающего конца b_{01}
500	0,24	0,24	0,09	0,06
750	0,28	0,28	0,11	0,06
1150	0,30	0,36	0,12	0,07

* Вещественные составляющие близки к нулю.

Отсюда следует, что при пофазно одинаковых симметричных напряжениях по концам такой линии длиной l , у ее концов возникают токи обратной и нулевой последовательностей, определяемые указанными здесь проводимостями b_{21} и b_{01} , умноженными на половину длины линии $\frac{l}{2}$.

Влияние короны на проводах. Как известно [Л. 3], возникновение короны на проводах в условиях плохой погоды (при хорошей погоде с влиянием короны на проводах можно не считаться) при-

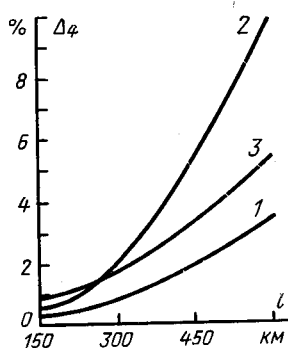


Рис. 4. Поправки к средним значениям емкостных проводимостей в зависимости от длины l цикла транспозиции линий.

1 — для прямой и обратной последовательностей (b_1 и b_2); 2 — нулевой (b_{01}); 3 — фазных (b_{aa} , b_{bb} , b_{cc}).

водит к заметному увеличению значений емкостных проводимостей. Это объясняется появлением значительных объемных зарядов вокруг проводов.

Положение осложняется тем, что в районе плохой погоды оказывается только часть линий рассматриваемой сети, длина которой непрерывно изменяется. Даже на этой территории условия оказываются различными и переменными. Поэтому о какой-либо точности расчетов говорить не приходится. Однако следует иметь в виду, что, хотя время такого ненормального для условий работы линий положения оказывается ограниченным, но учет этого влияния может быть целесообразным и даже необходимым: соответствующие режимы должны быть допустимыми, а влияние на значения емкостной проводимости получается достаточно большим.

Приближенно можно считать, что увеличение всех емкостных проводимостей линий определяется возрастанием отношения U/U_k (где U_k — критическое напряжение короны):

$$b_k = b \left(1 + 0,15 \frac{U}{U_k} \right).$$

Для ориентировочных расчетов можно считать, что при очень плохой погоде $U/U_k = 1,8$ и, следовательно, $b_k \approx 1,25b$, т. е. увеличение всех емкостных проводимостей достигает 25%. Более подробно эти вопросы рассмотрены в [Л. 3].

Следует отметить, что на значение емкостной проводимости определенное влияние оказывают также влажность и температура воздуха, изменяющие его диэлектрическую проницаемость. Однако количественно влияние этих факторов не выяснено и требует дополнительных исследований.

Приложение. Матрица погонных емкостных проводимостей для трехпроводной линии (фазы a, b, c) с учетом земли без тросов в системе фазных координат выражается следующим образом:

$$\mathbf{b} = \omega C = \omega \mathbf{p}^{-1} = \begin{vmatrix} b_{aa} & b_{ab} & b_{ac} \\ b_{ab} & b_{bb} & b_{bc} \\ b_{ac} & b_{bc} & b_{cc} \end{vmatrix}. \quad (\text{П-1})$$

где матрица рабочих потенциальных коэффициентов

$$\mathbf{p} = \alpha (\lg \mathbf{H}_{\text{п}} - \lg \mathbf{D}_{\text{п}}) = \alpha \lg \begin{vmatrix} \frac{H_{aa}}{\rho} & \frac{H_{ab}}{D_{ab}} & \frac{H_{ac}}{D_{ac}} \\ \frac{H_{ab}}{D_{ab}} & \frac{H_{bb}}{\rho} & \frac{H_{bc}}{D_{bc}} \\ \frac{H_{ac}}{D_{ac}} & \frac{H_{bc}}{D_{bc}} & \frac{H_{cc}}{\rho} \end{vmatrix}; \quad (\text{П-2})$$

$\alpha = 41,4 \cdot 10^6$ км/ф; ω — угловая частота трехфазного переменного тока; H_{ij} — расстояния между проводом i и зеркальным отражением провода j (при этом провод, провисающий по цепной линии со стрелой провеса f и габаритным расстоянием h_r заменяется эквивалентным прямолинейным с расстоянием до земли $h_s \approx h_r + 1/3f$); D_{ij} — расстояние между проводами i и j ; при $i=j$ вместо D_{ij} принимается внешний радиус ρ провода; $\mathbf{H}_{\text{п}} = \|H_{ij}\|$ — матрица, составленная из величин расстояний H_{ij} ; $\mathbf{D}_{\text{п}} = \|D_{ij}\|$ — матрица, составленная из расстояний D_{ij} .

В системе s симметричных координат (индексами 1, 2 и 0 отмечены соответственно параметра прямой, обратной и нулевой последовательностей) матрица погонных емкостных проводимостей выражается:

$$\mathbf{b}_s = \omega C_s = \omega \dot{\mathbf{p}}_s^{-1} = \begin{vmatrix} b_1 & \dot{b}_{12} & \dot{b}_{10} \\ \dot{b}_{12} & b_2 & \dot{b}_{10} \\ \dot{b}_{10} & \dot{b}_{10} & b_0 \end{vmatrix}, \quad (\text{П-3})$$

где

$$\dot{\mathbf{p}}_s = \dot{s}^{-1} \dot{\mathbf{p}} \dot{s} = \begin{vmatrix} \dot{p}_1 & \dot{p}_{12} & \dot{p}_{10} \\ \dot{p}_{12} & \dot{p}_2 & \dot{p}_{10} \\ \dot{p}_{10} & \dot{p}_{10} & \dot{p}_0 \end{vmatrix}; \quad (\text{П-4})$$

\dot{s} — матрица—оператор, для трехфазной системы имеет вид:

$$\dot{s} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \dot{a}^2 & \dot{a} & 1 \\ \dot{a} & \dot{a}^2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\dot{a} = e^{j \frac{2}{3} \pi}.$$

Аналогично могут быть составлены матрицы потенциальных коэффициентов для трехпроводных линий при наличии заземленного троса, параллельных цепей и т. п.

При наличии заземленных тросов матрица рабочих потенциальных коэффициентов для системы фаз получается следующей:

$$\mathbf{p}_p = \mathbf{p} - \mathbf{p}_T \mathbf{p}_{TT}^{-1} \mathbf{p}_{Tt},$$

где

$$\mathbf{p}_{TT} = \alpha (\lg \mathbf{H}_{TT} - \lg \mathbf{D}_{TT});$$

$$\mathbf{p}_T = \alpha (\lg \mathbf{H}_{\text{п}T} - \lg \mathbf{D}_{\text{п}T}).$$

Здесь матрица \mathbf{p} определяется по формуле (П-2); $\mathbf{H}_{TT} = \|H_{st}\|$ — матрица расстояний между тросом s и зеркальным отражением троса t (при двух тросах это — квадратная матрица второго порядка); при двух тросах s и t $\mathbf{D}_{TT} = D_{st}$ — расстояние между ними; $\mathbf{H}_{\text{п}T}$ и $\mathbf{D}_{\text{п}T}$ — матрицы соответствующих расстояний между проводами и тросами. Следует иметь в виду, что все указанные матрицы, содержащие расстояния между проводами и тросами (и их зеркальными отражениями), составляются так же, как это показано в формуле (П-2).

Матрица рабочих потенциальных коэффициентов для одной цепи линии при наличии второй параллельной цепи имеет вид:

$$\mathbf{p}_p = \mathbf{p} + \mathbf{p}_m,$$

где

$$\mathbf{p}_m = \alpha (\lg \mathbf{H}_{\text{пп}} - \lg \mathbf{D}_{\text{пп}}).$$

Здесь $\mathbf{H}_{\text{пп}}$ и $\mathbf{D}_{\text{пп}}$ — матрицы соответствующих расстояний между проводами параллельных цепей.

По диагональной матрице \mathbf{p} получаются следующие формулы для проводимостей различных последовательностей:

$$b_1 = b_2 = \frac{7,58 \cdot 10^{-6}}{\lg \frac{D_{cp} H_L}{\rho H_M}}, \text{ сим/км}; \quad (\text{П-5})$$

$$b_0 = \frac{7,58 \cdot 10^{-6}}{\lg \frac{H_L H_M^2}{\rho D_{cp}^2}}, \text{ сим/км}, \quad (\text{П-6})$$

Таблица 2

Удельные проводимости воздушных линий 220 и 330 кВ

Тип опоры	Марка провода	Отношение $K = D_{cp}/\rho$, 10 ²	$b_1 = b_2$, 10 ⁻⁶ сим/км	b_0 , 10 ⁻⁶ сим/км
Одноцепная 220 кВ	АС-240	6,55	2,72	1,75
	АСО-300	6,15	2,75	1,76
Двухцепная 220 кВ	АСО-300	7,7	5,1	2,35
Одноцепная 330 кВ	АСО-600	6,74	2,75	1,98
	2×АСО-300	1,54	3,58	2,38
Двухцепная 330 кВ	2×АСО-300	1,31	6,94	3,11

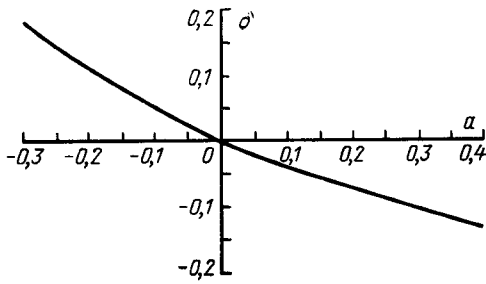


Рис. 5. Поправки, учитывающие изменение фактических исходных данных — $D_{ср}$, ρ и т. п. по сравнению с принятыми в расчетах.

где $D_{ср}$ — среднегеометрическое расстояние между проводами отдельных фаз; H_L и H_M — среднегеометрические расстояния между проводами линии и их зеркальными отражениями относительно поверхности земли:

$$H_L = \sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}}; \quad H_M = \sqrt[3]{H_{ab}H_{ac}H_{bc}}.$$

Для линий 110—150 кВ и ниже при $D \ll H$ отношение $H_M/H_L \approx 1$. При этом формула (П-5) приобретает вид, который обычно используется для приближенного определения средней рабочей емкости проводимости трехфазной линии:

$$b_1 = b_{ср} \approx \frac{7,58 \cdot 10^{-6}}{\lg \frac{D_{ср}}{\rho}}. \quad (\text{П-7})$$

Для иллюстрации выше приведены результаты расчетов по определению емкостных проводимостей b_1 , b_2 и b_0 с учетом влияния земли для типовых линий 220 и 330 кВ (табл. 2), а также полные матрицы емкостных проводимостей для линий 500 и 750 кВ в фазных и симметричных координатах. Полные удельные матрицы проводимостей линий 500 и 750 кВ. 500 кВ провода ЗХАСО—500, $K = 1,25 \times 10^2$ фазные координаты:

$$\mathbf{b} = \begin{vmatrix} 3,35 & -0,51 & -0,16 \\ -0,51 & 3,42 & -0,51 \\ -0,16 & -0,51 & 3,35 \end{vmatrix} \cdot 10^{-6}, \text{ сим/км};$$

координаты симметричных составляющих:

$$\mathbf{b}_s = \begin{vmatrix} 3,77 & -0,13 - j0,23 & 0,05 - j0,08 \\ -0,13 + j0,23 & 3,77 & 0,05 + j0,08 \\ 0,05 + j0,08 & 0,05 - j0,08 & 2,59 \end{vmatrix} \times 10^{-6}, \text{ сим/км}.$$

750 кВ, провода $4 \times \text{АСО—600}$, $K = 0,83 \times 10^2$ фазные координаты:

$$\mathbf{b} = \begin{vmatrix} 3,80 & -0,52 & -0,14 \\ -0,52 & 3,86 & -0,52 \\ -0,14 & -0,52 & 3,80 \end{vmatrix} \cdot 10^{-6}, \text{ сим/км};$$

координаты симметричных составляющих:

$$\mathbf{b}_s = \begin{vmatrix} 4,21 & -0,14 - j0,24 & 0,05 - j0,09 \\ -0,14 + j0,24 & 4,21 & 0,05 + j0,09 \\ 0,05 + j0,09 & 0,05 - j0,09 & 3,04 \end{vmatrix} \times 10^{-6}, \text{ сим/км}.$$

В тех случаях, когда фактическое отношение $K = D_{ср}/\rho$ отличается от принятого в расчете коэффициентом $(1 + \delta)$, вышеприведенные значения параметров в координатах симметричных составляющих могут быть скорректированы с помощью кривой $\delta = f(a)$, приведенной на рис. 5, путем умножения на исходному значению емкостной проводимости на $(1 + \delta)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельников Н. А., Электрические сети и системы, изд-во «Энергия», 1969.
2. Мельников Н. А., Рокотян С. С., Шеренцис А. Н., Проектирование электрической части воздушных линий электропередачи 330—500 кВ, Госэнергоиздат, 1963.
3. Левитов В. И., Корона переменного тока, изд-во «Энергия», 1969.

[20.9.1971]



УДК 621.316.9:621.311.4

Об оценке надежности схем гроззащиты подстанций

И. Ф. ПОЛОВОЙ, В. Р. ОКороков, А. Ф. Воронкин, Н. В. ЦИМЕРСКАЯ

Ленинград

Методика исследования схем гроззащиты подстанций высокого напряжения, используемая в настоящее время [Л. 1—3], не обеспечивает обоснование требований к надежности защиты. Она позволяет оценить только «относительную надежность», т. е. на сколько надежность одной схемы выше или ниже другой.

Этот ее недостаток обусловлен использованием в качестве показателя надежности не ожидаемого числа в год $\beta_{п}$ грозовых повреждений изоляции электрооборудования, а ожидаемого числа в год $\beta_{о.п}$ возникновения опасных грозовых перенапряжений, превышающих условно выбранный уровень допустимых для изоляции импульсных воздействий.

Переход от $\beta_{о.п}$ к $\beta_{п}$ можно выполнить при наличии результатов исследования характеристик импульсной прочности изоляции при перенапряжениях сложной формы, представляющих собою униполярные импульсы с быстрозатухающей (в течение 6÷10 мксек) колебательной составляющей и медленно

затухающей (в течение десятков микросекунд) апериодической составляющей. Для таких исследований изоляции необходимы значительные затраты, которые в настоящее время представляются необоснованными. Самые общие физические представления указывают на то, что $\beta_{п} < \beta_{о.п}$.

При использовании $\beta_{о.п}$ для оценки относительной надежности было принято максимальное упрощение расчетов этой характеристики. Считалось, что приблизительно одинаковая погрешность при определении $\beta_{о.п}$ для сравниваемых вариантов автоматически исключается при относительном сопоставлении.

Было произведено сравнение $\beta_{о.п}$ с данными опыта эксплуатации. Для основного в начале пятидесятых годов типа подстанций 110 кВ с разрядниками РВС-110, подходами линий на деревянных опорах с двумя тросами и $R_3 = 10 \text{ ом}$, при расчетной интенсивности грозовой деятельности $D_7 = 50$ грозовых часов в год, значение $\beta_{о.п} \approx 4 \cdot 10^{-3}$ ($M = 1/\beta_{о.п} \approx 250$

Таблица 1

Объем исходных данных по повреждениям изоляции электрооборудования на подстанциях

Номинальное напряжение подстанций, кВ	Количество подстанций—лет наблюдений		Количество случаев повреждения изоляции электрооборудования			
	Фактические, А	Приведенные ¹ , А _{пр}	Всего	Негрозовых	Грозовых	Процент грозовых в общем числе
35	6 069	7 269	248	127	121	49
110	2 556	2 895	129	92	37	29
150	506	451	45	33	12	27
220	221	268	31	21	10	32

¹ А_{пр}—количество подстанций—лет наблюдения, приведенные к расчетной интенсивности грозовой деятельности—средней годовой продолжительности гроз D_г=50 ч.

лет). По опыту эксплуатации такие подстанции имели среднее значение $\beta_{п} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ ($M=500$ лет) [Л. 4]. Надежность схем грозозащиты этих подстанций удовлетворяла требованиям эксплуатации, а затраты на их осуществление являлись умеренными. Поэтому полученное значение $\beta_{о.п} = 4 \cdot 10^{-3}$ было принято в качестве «масштаба», которым пользовались с учетом значения и роли отдельных подстанций в энергосистемах [Л. 5 и 6].

Внедрение опор из сборного железобетона вскрыло слабость изложенного подхода. Оказалось, что расчетное значение $\beta_{о.п}$ для подстанций 110 и 35 кВ с подходами линий на железобетонных опорах много выше принятого масштаба. Для подстанций 110 кВ значение $\beta_{о.п}$ повысилось в 10—12 раз, для подстанций 35 кВ — в 5—7 раз. Для решения вопроса о допустимости такого повышения $\beta_{о.п}$ и приблизительно пропорционального снижения эксплуатационной надежности схем грозозащиты необходимо воспользоваться экономическим сопоставлением различных схем грозозащиты путем использования общепринятого критерия приведенных затрат на грозозащиту с учетом ожидаемого народнохозяйственного ущерба от грозовых повреждений электрооборудования.

Расчет капитальных вложений и эксплуатационных расходов, входящих в этот критерий, не представляет затруднений. Поскольку срок осуществления работ по грозозащите подстанций обычно не превышает одного года, в качестве критерия можно использовать самую простую формулу приведенных затрат $Z_{гз}$ [Л. 7].

Определение составляющей ожидаемого годового ущерба от грозовых повреждений $У_{гз}$ является сложным и в настоящее время мало разработанным вопросом. Эта задача разбивается на две части. Во-первых, необходимо оценить расчетную величину ожидаемого ущерба на одно грозовое повреждение подстанции. Во-вторых, необходимо уточнить расчеты надежности схем грозозащиты, чтобы при изменении элементов этих схем получить соответствующие расчетные значения $\beta_{п}$ электрооборудования подстанций.

Данные об ущербе от грозовых повреждений были получены путем обработки эксплуатационных материалов по грозозащите подстанций за период с 1955 по 1967 г. (12 лет) в семи крупных энергосистемах, расположенных в разных районах Европейской части СССР. По отчетным данным энергосистем определены два показателя, необходимые для расчета ущерба: затраты на ремонтно-восстановительные работы $У_{рв}$ и недоотпуск электроэнергии ΔW на одно грозовое повреждение подстанции.

Грозозащита подстанций является, вообще говоря, конкретной задачей. Однако в данном случае целью была общая ориентировка в оценке требований к схемам грозозащиты типовых подстанций. Поэтому в работе были исследованы средние значения указанных показателей на одно грозовое повреждение электрооборудования подстанции для всех обследованных энергосистем, которые достаточно хорошо отражают средние значения для энергосистем СССР в целом. Объем исходных данных характеризуется табл. 1.

По всем случаям грозовых повреждений были составлены выборки $У_{рв}$ и ΔW отдельно для случаев повреждения силовых трансформаторов и повреждения остального электрооборудования. По выборкам определены средние опытные значения $У_{рв}$ и ΔW , а также границы доверительных интервалов со степенью доверия 90% для математического ожидания этих величин.

Для подстанций 35 и 110 кВ результаты приведены в табл. 2. Для подстанций 150 и 220 кВ исходных данных оказалось недостаточно.

Из табл. 2 видно, что оба показателя (ΔW в большей степени) обладают значительным разбросом. Только по грозовым повреждениям силовых трансформаторов 110 кВ этот разброс можно было бы объяснить малым объемом выборки ($n=12$). Повидимому, большой разброс является отражением характера исследуемых величин: оба показателя резко зависят от многих случайных обстоятельств. В частности, эти показатели при грозовых повреждениях силовых трансформаторов обнаруживают явную зависимость от мощности поврежденной единицы. Эта зависимость столь существенна, что для целей конкретного проектирования необходимо в последующем расширить имеющиеся данные и определить значения $У_{рв}$ и ΔW на единицу установленной мощности трансформаторов.

Выборки $У_{рв}$ и ΔW объединяют два случая грозовых повреждений: при нормальных схемах грозозащиты и при наличии отступлений от нормальных схем грозозащиты (электрооборудования с ослабленной изоляцией; отсутствия тросовой защиты подходов или недостаточной длины защищенных подходов; отсутствия вентильных разрядников и высокого сопротивления заземления опор на подходах, не предусмотренного рекомендациями «Руководящих указаний»). Вторая группа составляет подавляющее большинство (80—85%) всех имевших место случаев грозовых повреждений. Но только первая группа характеризует надежность и ущерб от грозовых повреждений нормальных схем грозозащиты, подлежащих исследованию и сопоставлению по $Z_{гз}$. Поэтому было проверено соотношение повреждения трансформаторов и остального электрооборудования в обеих группах грозовых повреждений. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 2

Результаты оценки показателей, определяющих ущерб при грозовых повреждениях электрооборудования на подстанциях 35 и 110 кВ

Наименование	Подстанции 35 кВ		Подстанции 110 кВ	
	Для силовых трансформаторов	Для повреждения остального электрооборудования	Для повреждения силовых трансформаторов	Для повреждения остального электрооборудования
Число случаев грозового повреждения	39	82	12	25
Среднее значение затрат энергосистем на ремонтно-восстановительные работы $U_{рв}$, руб.	940	90	6 650	140
Границы доверительного интервала с достоверностью 90% для математического ожидания $M(U_{рв})$, руб.	1 200—700	100—60	12 000—2 500	180—80
Ширина доверительного интервала в % к $U_{рв}$	50	45	140	75
Среднее значение недоотпуска электроэнергии ΔW , квт·ч	960	480	8 600	80
Границы доверительного интервала с достоверностью 90% для математического ожидания $M(\Delta W)$, квт·ч	1 600—270	830—130	21 000—0	150—10
Ширина доверительного интервала в % к ΔW	140	150	250	180

Таблица 3

Распределение грозовых повреждений по типам электрооборудования при разных условиях грозозащиты

Номинальное напряжение подстанций, кВ	Повреждение при нормальных схемах грозозащиты				Повреждение при наличии отступлений от нормальных схем грозозащиты			
	Трансформаторы		Остальное электрооборудование		Трансформаторы		Остальное электрооборудование	
	Количество	%	Количество	%	Количество	%	Количество	%
35	8	53	6	47	31	36	56	64
110	3	100	0	0	9	41	13	59

Примечание. При составлении настоящей таблицы исключены случаи повреждений грозозащитных разрядников, поскольку они имели место, как правило, не вследствие воздействия грозовых перенапряжений (20 случаев на подстанциях 35 кВ и 12 случаев на подстанциях 110 кВ).

В соответствии с табл. 3 при определении расчетного показателя ущерба на одно грозовое повреждение U_p (см. табл. 4) исключили из того, что повреждения силовых трансформаторов составляют 60%, а остального электрооборудования 40% всех случаев грозовых повреждений на подстанциях с нормальными схемами защиты.

Полученные значения показателей для расчета ущерба использованы при оценке величины ущерба на одно грозовое повреждение U_p . При этом учитывались четыре составляющие ущерба: основной, дополнительный, прямой и косвенный, соответственно для энергосистем и для потребителей энергии. Все составляющие ущерба потребителей были выражены в функциональной зависимости от недоотпуска электроэнергии. Их численные значения на 1 квт·ч определены на основании отчетных данных ЦСУ за 1968 г. для промышленности СССР в целом. Прямой ущерб энергосистем принят равным затратам на ремонтно-восстановительные работы (см. табл. 4). Остальные три составляющие ущерба энергосистем также выражены в зависимости от ΔW и получена оценка их значений на 1 квт·ч по отчетным данным энергосистем.

Таблица 4

Расчетные показатели для оценки ущерба на одно грозовое повреждение для подстанций 35 и 110 кВ

Номинальное напряжение подстанций, кВ	Прямые затраты энергосистем на ремонтно-восстановительные работы, руб.		Недоотпуск электроэнергии, квт·ч	
	Среднее опытное значение $U_{рв}$	Оценка максимального значения в 90% доверительном интервале $U_{рв}'$ 90%	Среднее опытное значение ΔW	Оценка максимального значения в 90% доверительном интервале ΔW
35	600	780	770	1 300
110	4 000	6 500	5 200	12 000

Полученные удельные значения ущерба приведены в табл. 5. По данным табл. 4 и 5 получены рас-

Таблица 5

Составляющие ущерба в руб. на 1 квт·ч недоотпуска электроэнергии

Группы ущерба	Составляющие ущерба				Всего
	Основной ущерб	Дополнительный ущерб	Прямой ущерб	Косвенный ущерб	
Ущерб энергосистем	0,04	0,01	—*	0,09	0,14
Ущерб потребителей	0,10	0,19	0,10	0,07	0,46
Всего	0,14	0,20	0,10	0,16	0,60

* Учитывается суммарно на одно грозовое повреждение по значениям $U_{рв}$ в табл. 4.

четные значения ущерба на одно грозовое повреждение U_p (см. табл. 6).

Средний ожидаемый годовой ущерб от грозовых повреждений для каждого варианта схемы грозозащиты определяется выражением

$$U_{гз} = \beta_{п} U_p \quad (1)$$

где $\beta_{п}$ — ожидаемое число грозовых повреждений в год.

Для расчета $\beta_{п}$ было решено воспользоваться данными опыта эксплуатации, чтобы определить коэффициент перехода κ от $\beta_{о.п}$ по соотношению:

$$\beta_{п} = \kappa \beta_{о.п} \quad (2)$$

В обследованных энергосистемах были отобраны случаи грозовых повреждений на подстанциях с нормальными схемами грозозащиты. По полученным выборкам определены средние опытные значения $\beta_{п.э}$ и возможные границы значений математического ожидания этой величины (см. табл. 7). При этом возможная ошибка для подстанций 35 кВ при использовании $\beta_{п.э}$, обусловленная ограниченным объемом выборки ($n=14$), составляет $\pm 45\%$, что можно считать приемлемым. Для подстанций 110 кВ ограниченный объем выборки ($n=3$) делает необходимым дальнейшее уточнение значения $\beta_{п.э}$ посредством расширения исходных данных.

Каждый из 14 случаев грозовых повреждений на подстанциях 35 кВ был подвергнут исследованию; во всех случаях определены все необходимые исходные данные и вычислены значения $\beta_{о.п}$, по которым затем найдено среднее значение $\beta_{о.п} = 1,6$ (на 100 подстанций — лет при $D_{\tau} = 50$ ч). При этом $\kappa = \beta_{п.э} / \beta_{о.п} = 0,125$.

С учетом значения $\beta_{п.э}$ на границе 90-процентного доверительного интервала (см. табл. 7) полу-

Таблица 6

Расчетные значения прямого ущерба энергосистем на одно грозовое повреждение подстанций

Номинальное напряжение подстанций, кВ	Расчетное значение ущерба $У_p$ в руб на одно грозовое повреждение	
	По средним оценкам показателей ущерба	По максимальным оценкам показателей, полученным с достоверностью 90%
35	1 060	1 560
110	7 100	15 700

чено значение $\kappa_{\max} \approx 0,20$, которое и принято для расчета ожидаемого среднего годового ущерба от грозовых повреждений:

$$У_{гз} = 0,2 \beta_{о.п} У_p \quad (3)$$

С учетом (3) произведено сопоставление 148 вариантов схемы грозозащиты проходной подстанции 35 кВ (рис. 1) по приведенным затратам:

$$З_{гз} = p_{п} K_{гз} + И_{гз} + У_{гз} \quad (4)$$

Характеристика вариантов схемы приведена в табл. 8.

Число вариантов расчетных показателей надежности $\beta_{о.п}$ и $\beta_{п} = 0,2 \beta_{о.п}$ равно 48, так как вариации значения удельного сопротивления грунта оказывают влияние только на капитальные вложения и эксплуатационные издержки. Расчеты $\beta_{о.п}$ произ-

Таблица 7

Расчеты ожидаемого количества грозовых повреждений на 100 подстанций — лет электрооборудования подстанция 35 и 110 кВ по данным опыта эксплуатации

Номинальное напряжение подстанций, кВ	Количество подстанций лет наблюдения А	Количество случаев грозовых повреждений при нормальных схемах грозозащиты n	Среднее опытное значение ожидаемого количества грозовых повреждений на 100 подстанций лет $\beta_{п.э}$	Доверительная вероятность, %	Границы доверительных интервалов		
					верхняя $\beta_{п.э}^{\max}$	нижняя $\beta_{п.э}^{\min}$	$\frac{\beta_{п.э}^{\max} - \beta_{п.э}^{\min}}{\beta_{п.э}}$, %
35	7 269	14	~0,20	80	0,27	0,13	70
				90	0,29	0,115	90
				95	0,30	0,10	100
110	2 556	3	~0,10	80	0,23	0,054	180
				90	0,29	0,048	240
				95	0,34	0,040	300

Таблица 8

Перечень и индексация рассмотренных вариантов схемы грозозащиты проходной подстанции 35 кВ

Индекс при буквах А; Б; В; Г; Д; Е	Тип и количество вентильных разрядников	Расстояние от разрядников до трансформаторов l_p , м	Тип опор на подходе	Изоляция линии на подходе	Сопротивление заземления опор R_3 , ом	Удельное сопротивление грунта ρ , ом·см
1	1×РВС—35	60	Деревянные одноцепные (ПБ-2м)	Нормальная 2×П—4,5+1,5 м	5	10*
2	2×РВС—35	—	Металлические двухцепные (П-35-2)	Усиленная 6×П—4,5+2,0 м дерева	10	5·10*
3	—	—	Железобетонные одноцепные (ПБ-35-1)	Нормальная 3×ПМ—4,5	15	10·10*
4	—	—	—	Усиленная 7×ПМ—4,5	20	—

Примечание. Ключ к расшифровке вариантов: схема А, Б, В, Г, Д, Е означает вариант с одним комплектом разрядников РВС-35 (пересечение колонки А со строкой 1) при $l_p = 60$ м (пересечение Б с 1), при подходах на железобетонных одноцепных опорах (пересечение В с 3), имеющих нормальную изоляцию линии 35 кВ (пересечение Г с 3) при сопротивлении заземления $R_3 = 10$ ом (пересечение Д с 2) и при удельном сопротивлении грунта $\rho = 5 \times 10^4$ ом·см (пересечение Е с 2).

Таблица 9

Изменение составляющих приведенных затрат по вариантам схем грозозащиты проходной подстанции 35 кВ (руб/год)

Удельное сопротивление грунта ρ , ом·см	Тип опор на подходах	Изоляция линий на подходах	Сопротивление заземления опор, ом								
			5		10		15		20		
			1×РВС-35	2×РВС-35	1×РВС-35	2×РВС-35	1×РВС-35	2×РВС-35	1×РВС-35	2×РВС-35	
1×10 ⁴	Деревянные одноцепные с двумя тросами	2×П-4,5+1,5 м дерево	900+7 907	618+5 623	832+21 853	578+14 592	805+35 840	557+22 579	800+48 848	553+30 583	
		6×П-4,5+2,0 м дерево	1 160+1 1 161	855+1 856	1 082+2 1 084	800+1 801	1 050+3 1 053	775+2 777	1 040+6 1 046	772+4 776	
	Металлические двухцепные с одним тросом	3×ПМ-4,5	274+58 332	226+36 262	254+87 341	212+54 266	244+103 347	206+64 270	242+111 353	205+68 273	
		7×ПМ-4,5	462+7 469	371+5 376	443+20 463	351+13 364	437+29 466	342+20 362	430+41 471	341+27 368	
	Железобетонные одноцепные с одним тросом	3×ПМ-4,5	533+87 620	374+50 424	485+122 607	346+71 417	465+148 613	323+86 409	455+165 620	321+96 417	
		7×ПМ-4,5	790+10 800	623+7 630	733+23 756	578+15 593	708+37 745	560+25 585	702+54 756	557+37 594	
	10×10 ⁴	Деревянные одноцепные с двумя тросами	2×П-4,5+1,5 м дерево	2 720+7 2 727	1 759+5 1 764	1 860+21 1 881	1 214+14 1 228	1 060+35 1 095	720+22 742	970+88 1 058	673+30 703
			6×П-4,5+2,0 м	3 180+1 3 181	2 280+1 2 281	2 095+2 2 097	1 800+1 1 801	1 335+3 1 338	980+2 982	1 235+6 1 241	910+4 914
		Металлические двухцепные с одним тросом	3×ПМ-4,5	943+58 1 001	602+36 638	602+87 689	425+54 479	332+103 435	260+64 324	301+111 412	242+68 310
7×ПМ-4,5			1 234+7 1 241	888+5 893	870+20 890	582+13 595	547+29 576	417+20 437	500+41 541	390+27 417	
Железобетонные одноцепные с одним тросом		3×ПМ-4,5	1 758+87 1 845	1 130+50 1 180	1 185+122 1 307	770+71 841	648+148 796	440+86 526	578+165 743	404+96 500	
		7×ПМ-4,5	2 300+10 2 310	1 755+7 1 762	1 585+23 1 608	1 215+15 1 230	923+37 960	423+25 448	747+54 901	667+37 704	

Примечание. Первое слагаемое — составляющая, зависящая от капиталовложений, а второе слагаемое — ущерб; в знаменателе — суммарные, приведенные затраты.

водились по методике [Л. 3] с помощью кривых опасных волн по максимальной длине опасной зоны $l_{0,3(m)}$, исходя из предположения, что длина защитного подхода $l_{п} = l_{0,3(m)}$.

В зависимости от условий защиты показатель надежности $\beta_{п}$ для исследованных вариантов изменялся в широких пределах от $\beta_{п} = 10^{-1}$ [$M = 10$ лет, варианты $A_1B_1V_3\Gamma_3D_4(E_1-E_3)$] до $\beta_{п} = 10^{-4}$ [$M = 10\,000$ лет, варианты $A_2B_1V_1\Gamma_2D_1(E_1-E_3)$] (расшифровку вариантов см. табл. 8).

Ежегодные эксплуатационные расходы, поскольку они в основном включили амортизацию, определялись долей 7% от капитальных вложений. Нормативный коэффициент эффективности дополнительных капитальных вложений принимался равным $\rho_{н} = 0,12$ [Л. 7].

При вычислении капитальных вложений в схемы грозозащиты учитывались следующие составляющие: затраты на тросы, включая увеличение затрат на тросовые опоры, затраты на заземление опор на подходах; дополнительные затраты по условию изоляции и затраты на вентиляльные разрядники. Расчеты производились по данным о капиталовло-

жениях в элементы грозозащиты, представленным СЗ0 ВГПИ «Энергосетьпроект»¹. Полученные значения $Z_{гз}$ приведены в табл. 9.

Из табл. 9 видно, что для приведенных затрат на грозозащиту подстанций 35 кВ характерна преобладающая роль составляющих, зависящих от капитальных вложений, тогда как ущерб от грозовых перенапряжений в большинстве рассмотренных вариантов имеет второстепенное значение. Например, для варианта $A_1B_1V_1\Gamma_1D_2E_1$ (пересечение третьей колонки и первой строки в табл. 9) $U_{гз} = 21$ руб/год составляет только 2,5% от доли $Z_{гз}$, зависящей от капитальных вложений. Для варианта $A_1B_1V_3\Gamma_3D_2E_1$ (пересечение третьей колонки и пятой строки табл. 9) $U_{гз} = 122$ руб/год составляет соответственно 25%.

Сравнение соседних колонок показывает, что при прочих равных условиях варианты с двумя комплектами РВС-35 экономичнее вариантов с одним комплектом РВС-35. Это объясняется тем, что

¹ Подготовка этих данных выполнена под руководством инженера М. Б. Кегелеса.

установка второго комплекта разрядников снижает не только составляющую $U_{ГЗ}$ вследствие повышения надежности схем защиты, но одновременно снижает и капитальные вложения, так как существенно уменьшает длину максимальной опасной зоны, а следовательно и длину подхода. При этом экономия капитальных вложений на сооружение защищенных подходов превышает затраты на дополнительный комплект разрядников. В противоположность этому применение усиленной изоляции линий на подходах во всех рассмотренных вариантах оказалось невыгодным, так как удорожание изоляции оказалось больше, чем возможное уменьшение $U_{ГЗ}$ за счет повышения надежности схем защиты.

Влияние величины сопротивления заземления опор существенно зависит от удельного сопротивления грунта. Как видно из рис. 2, а и б, при низких значениях $\rho = 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ приведенные затраты мало изменяются при изменении сопротивления заземления опор в пределах от 5 до 20 ом. Почти во всех случаях имеет место минимум значения $Z_{ГЗ}$. Однако он выражен очень слабо и, учитывая большие разбросы исходных величин для показателей ущерба, в этом случае правильнее пользоваться указанием [Л. 8] и выбирать значения R_3 , обеспечивающие наименьшие капиталовложения, поскольку они обеспечивают значения приведенных затрат, находящиеся в одной области.

При высоких значениях $\rho = 10 \cdot 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ вначале имеет место резкое снижение приведенных затрат с переходом к более высоким сопротивлениям заземления опор. Однако при $R_3 > 15 \text{ ом}$ (очевидно в пределах 15—30 ом) значения $Z_{ГЗ}$ снова мало зависят от R_3 и снова следует выбрать наиболее дешевые варианты. Таким образом, при $\rho = 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ следует ориентироваться на сопротивление заземления опор $R_3 \approx 15 \div 20 \text{ ом}$, а при $\rho = 10^5 \text{ ом} \cdot \text{см}$ сопротивление $R_3 \approx 25 \div 30 \text{ ом}$.

Высокая стоимость заземления опор при грунтах с большим удельным сопротивлением привела к увеличению допустимых значений сопротивления заземления опор на подходах [Л. 9]. Согласно [Л. 9] при $\rho < 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ требуется сопротивление $R_3 = 10 \text{ ом}$; при $10^4 < \rho < 5 \cdot 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ допускается $R_3 = 15 \text{ ом}$, а при $\rho > 5 \cdot 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ $R_3 = 20 \text{ ом}$. Данные табл. 9 и рис. 2 показывают, что для грозозащиты подстанций 35 кв возможно дальнейшее увеличение допустимых значений R_3 . При $\rho = 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$ оказывается оптимальным $R_3 = 15 \div 20 \text{ ом}$, а при $\rho = 10^5 \text{ ом} \cdot \text{см}$ $R_3 = 25 \div 30 \text{ ом}$. Однако при этом повышенные сопротивления могут привести к увеличению грозовых повреждений на подстанциях 35 кв.

Вывод о повышении значения R_3 основан на расчетных значениях ежегодного ущерба от грозовых повреждений $U_{ГЗ}$, обладающих большим разбросом. Поэтому целесообразно провести проверку «устойчивости» этого вывода при возможных пределах изменения $U_{ГЗ}$. Согласно (1) и (2) разброс $U_{ГЗ}$ определяется возможным разбросом значений ожидаемого числа грозовых повреждений в год $\beta_{п}$ и расчетного значения ущерба на одно грозовое повреждение U_p . Точность среднего значения U_p выше точности расчетного значения $\beta_{п}$, поскольку последнее определено на основании меньшего числа

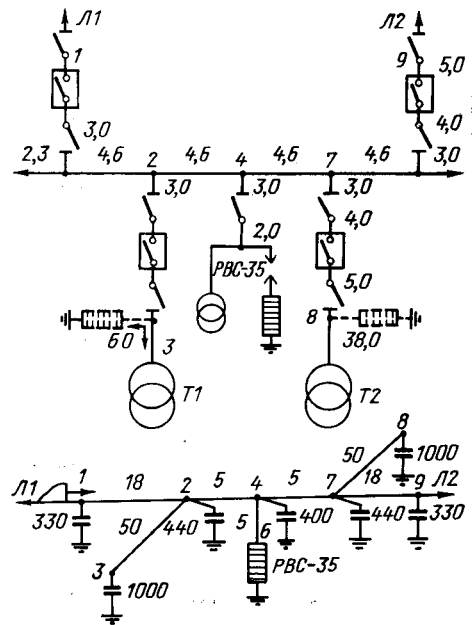


Рис. 1. Схема проходной подстанции 35 кв.

точек ($n=14$), чем значение U_p , составляющие которого для подстанций 35 кв (см. табл. 2) рассчитаны при числе точек $n=39$ (для повреждения трансформаторов) и $n=82$ (для повреждения электрооборудования).

Возможный разброс значений $\beta_{п}$ учитывается разбросом коэффициента перехода κ от расчетного показателя надежности схем грозозащиты подстанций $\beta_{о.л}$ к эксплуатационному показателю $\beta_{п.э}$.

Данные табл. 9 и рис. 2 получены при расчетном значении $\kappa=0,2$, принятом по верхней границе 90% доверительного интервала для величины $\beta_{п.э}$. Если при расчете κ исходить из верхней границы 99% доверительного интервала для $\beta_{п.э}$, получается расчетное значение $\kappa=0,25$. При этом величина го-

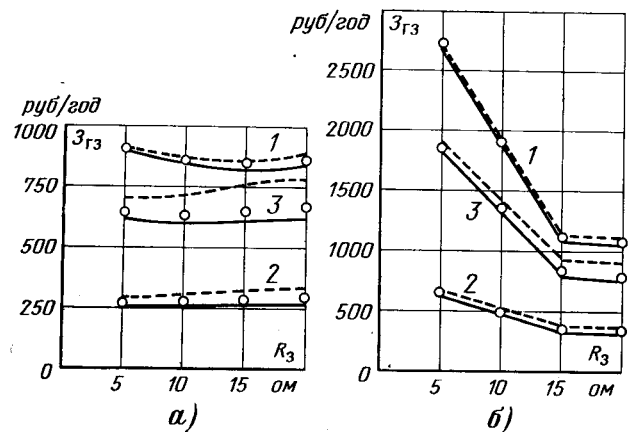


Рис. 2. Приведенные затраты для вариантов грозозащиты проходной подстанции 35 кв.

а — при $\rho = 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см}$; б — при $\rho = 10^5 \text{ ом} \cdot \text{см}$; 1 — при одном комплекте ПВС (линии на деревянных опорах); 2 — при двух комплектах ПВС (линии на двухцепных металлических опорах); 3 — при одном комплекте ПВС (линии на одноцепных железобетонных опорах); — по данным табл. 9; - - - при увеличении значения U_p в два раза при $\kappa=0,25$; ○ — при значениях U_p , увеличенном на 25%.

Таблица 10

Результаты расчетов зависимости приведенных расходов на грозозащиту подстанции 35 кВ при вариациях расчетного значения величины ежегодных ущербов от грозовых повреждений

R_3 , ом·см	R_3 , ом	Значения руб/год								
		Кривая 1 рис. 2			Кривая 2 рис. 2			Кривая 3 рис. 2		
		по табл. 9	при $U_{гз}$, уве- личенном на 25%	при U_p , уве- личенном в два раза	по табл. 9	при $U_{гз}$, уве- личенном на 25%	при U_p , уве- личенном в два раза	по табл. 9	при $U_{гз}$, уве- личенном на 25%	при U_p , уве- личенном в два раза
10^4	5	907	909	914	262	271	298	620	640	707
	10	853	858	874	266	279	320	607	638	729
	15	840	849	875	270	286	334	613	650	765
	20	848	860	896	273	291	341	620	660	785
10^5	5	2 727	2 729	2 734	638	647	674	1 845	1 865	1 932
	10	1 881	1 886	1 902	473	492	533	1 307	1 348	1 429
	15	1 095	1 104	1 130	324	340	388	796	833	944
	20	1 058	1 080	1 146	310	327	378	748	783	908

догового ущерба составит: $U_{гз} = 0,25 \beta_{0,п} U_p$, т. е. увеличится на 25% [см. формулу (3)]. При этом для точек кривых 1–3 рис. 2 получены значения, приведенные в табл. 10 и на рис. 2 (точками). Они показывают, что даже при таком изменении $U_{гз}$ выводы относительно допустимых значений сопротивления заземления не изменились (сохранили «устойчивость»).

Существенно большой размер «возмущения» величины $U_{гз}$ не может быть разумно обоснован статистикой опытных данных. Однако с целью выявления тенденции изменения приведенных затрат на грозозащиту были выполнены расчеты при увеличении значения U_p в два раза. Такая проверка для типовых подстанций 35 кВ не имеет практического значения, но она интересна с точки зрения грозозащиты подстанций 110 кВ. Для последних величины U_p (см. табл. 6) на порядок выше, чем для подстанций 35 кВ. Капитальные затраты на грозозащиту подстанций 110 кВ так же, как и ее надежность, выше, чем для подстанций 35 кВ, однако они увеличиваются менее резко, сохраняя свой порядок. При этом удельный вес $U_{гз}$ в сумме приведенных затрат на грозозащиту подстанций 110 кВ может возрасти в два раза и более.

Результаты расчетов при двойном увеличении значения U_p также приведены в табл. 10 и на рис. 2 (пунктирные кривые). Они показывают, что при $\rho = 10^5$ ом·см выводы табл. 9 сохранили устойчивость. Однако при хорошо проводящих грунтах сопротивление заземления опор следует иметь около 10 ом и менее. Расчетные значения $U_{гз}$ могут иметь отклонения от принятых в настоящей статье не только в сторону увеличения, но и в сторону их уменьшения. В последнем случае доля $U_{гз}$ в приведенных затратах будет уменьшаться и это приведет лишь к подтверждению полученных из табл. 9 выводов. Поэтому «устойчивость» зависимости $Z_{гз} = \varphi(R_3)$ проверена нами только при возрастании $U_{гз}$.

Данные табл. 9 показывают, что наименьшие приведенные затраты имеют варианты схемы грозозащиты подстанции 35 кВ с подходами линий на двухцепных металлических опорах и самые большие значения $Z_{гз}$ у вариантов с подходами линий на

деревянных опорах. Из этого не следует, однако, что подходы к подстанциям экономично выполнять на двухцепных металлических опорах. Данные табл. 9 учитывают капитальные вложения только на осуществление грозозащиты. При этом не учитывалась разница в затратах на металлические, железобетонные и деревянные опоры, за исключением удорожания в связи с подвеской защитных тросов. Так как затраты на опоры и фундаменты существенно превышают затраты на грозозащиту линий, то тип опор на подходах к подстанциям выбирается независимо от схемы грозозащиты подстанций.

Принятые в настоящей статье варианты типов опор линий на подходах были выбраны с целью проверки: не ведет ли применение железобетонных опор к недопустимому снижению надежности грозозащиты подстанций. Результаты показали, что несмотря на резкое снижение надежности и соответственное повышение ожидаемого ежегодного ущерба от грозовых повреждений, схемы грозозащиты подстанций 35 кВ с подходами на железобетонных опорах имеют лучшие экономические показатели, чем при подходах линий на деревянных опорах.

Выводы. 1. Типовые подстанции 35 кВ с подходами линий на железобетонных и металлических опорах, несмотря на резко увеличенную вероятность грозовых повреждений, имеют лучшие технико-экономические показатели схем грозозащиты, чем при подходах линий на деревянных опорах. Последние могут иметь экономическое преимущество только для особых условий, связанных с возможностью резкого увеличения ущерба от грозовых повреждений, во много раз превышающего средние величины.

2. Усовершенствование вентиляльных разрядников 35 кВ, а в известных пределах и увеличение их количества, обеспечивающее заметное уменьшение длины защищенного подхода, во всех случаях приводит к экономически более выгодной схеме грозозащиты.

3. На подходах к подстанциям 35 кВ в грунтах с хорошим удельным сопротивлением ($\rho < 10^4$ ом·см) целесообразно иметь сопротивление заземления опор $R_3 = 10-15$ ом, при $10^4 < \rho <$

$\leq 5 \cdot 10^4 \text{ ом} \cdot \text{см} - R_3 = 15 - 25 \text{ ом}$, а при $5 \cdot 10^4 < \rho \leq 10^5 \text{ ом} \cdot \text{см} - R_3 = 25 - 30 \text{ ом}$.

4. Практические выводы пунктов 1—3 основаны на усредненных данных опыта эксплуатации и рассчитаны на типовые подстанции 35 кВ как в отношении их схем и конструкции, так и в отношении их места и значения в электрических сетях. В тех случаях, когда при проектировании конкретных подстанций могут быть использованы более точные данные об ущербе при грозовых повреждениях, их использование будет полезно. При проектировании подстанций для особых условий их грозозащита может выбираться по изложенной методике с необходимыми поправками в расчетные величины, прежде всего U_p .

5. Выводы, касающиеся лишь подстанций 35 кВ, не могут быть полностью распространены на подстанции 110 кВ, поскольку для них возможно существенное изменение соотношения основных составляющих приведенных затрат на грозозащиту: ($p_n K_{гз} + I_{гз}$) с одной стороны и $U_{гз}$ — с другой.

6. Результаты использования экономического подхода к выбору схем грозозащиты подстанций 35 кВ показывают его большую эффективность. Необходимо провести анализ опыта эксплуатации подстанций 110 кВ в объеме, обеспечивающем необходимые данные по оценке U_p и $U_{гз}$, чтобы иметь

практическую возможность применения разработанной методики к экономическому выбору схем грозозащиты подстанций 110 кВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кучинский Г. С., Половой И. Ф., Вероятное число случаев отключений как критерий грозозащищенности подстанций высокого напряжения, Труды ЛПИ, 1948, № 3.
2. Половой И. Ф., Печенкин И. Д., Грозозащита подстанций 150 и 220 кВ, «Электрические станции», 1962, № 9.
3. Половой И. Ф., Грозозащита подстанций и вращающихся машин, Изд. ВИНТИ, 1964.
4. Бургсдорф В. В., Грозозащита энергосистемы и вопросы ее усовершенствования, Труды научно-технич. сессии по перенапряжениям, Госэнергоиздат, 1950.
5. Кадомская К. П., Половой И. Ф., Шмелькин Б. М., Грозозащита подстанций 400 кВ, Труды ЛПИ, вып. ТВН № 4, Госэнергоиздат, 1954.
6. Костенко М. В., Половой И. Ф., Шеренцис А. Н., Выбор импульсных уровней изоляции аппаратов и трансформаторов 400 кВ, «Электричество», 1955, № 8.
7. Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений, изд-во «Экономика», 1969.
8. Решение бюро секции кибернетики и математического моделирования Научного Совета по комплексным проблемам энергетики Отделения физико-технических проблем энергетики АН СССР об исходных научно-методических положениях оценки надежности в энергетике от 2 апреля 1969 г., Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1969, № 4.
9. Правила устройства электроустановок, изд-во «Энергия», 1965.

[29.11.1971]



Уважаемый читатель!

Публикуем перечень книг из плана издательства «Энергия» на 1972 г., которые рекомендуются читателям нашего журнала.

Петренко А. И., Фесечко В. А. Методы и устройства распознавания цвета объектов. 7 л. (Б-ка по автоматике).

Пивоваров Л. В. Индукционные измерители линейной скорости и длины. 7 л. (Б-ка по автоматике).

Рудаков В. В., Мартикайнен Р. П. Синтез электроприводов с последовательной коррекцией. 9 л. (Б-ка по автоматике).

Рыбников С. И. Автоматическое управление намоткой эластичных материалов. 7 л. (Б-ка по автоматике).

Снайдер Д. Методы состояний для непрерывной оценки в применении к теории связи. Пер. с англ. 7 л. (Б-ка по автоматике).

Соболев О. С. Однотипные связанные системы регулирования. 8 л. (Б-ка по автоматике).

Строков В. А. Преобразование и передача информации в многоканальных системах. Развертывающее резонансное преобразование, 7 л. (Б-ка по автоматике).

Схемы автоматики с фоточувствительными и излучающими полупроводниковыми приборами. 5 л. (Б-ка по автоматике) — Авт.: Воронин В. Г., Гребнев А. К., Кривонос А. И., Русланов В. И.

Устинский А. П. Дифференциальные электромагнитные муфты и коробки передач. 6 л. (Б-ка по автоматике).

Шарин Ю. С., Либерман Я. Л., Апахов В. Я. Комбинаторные шкалы в системах автоматики. 7 л. (Б-ка по автоматике).

Элементы и устройства структурной техники. 8 л. (Б-ка по автоматике) — Авт.: Богачева А. В., Добрынин А. Н., Завьялов В. Г. и др.

ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ВАКУУМНОГО

И ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

Берри Р., Холл П., Гаррис М. Тонкопленочная технология. Пер. с англ. 22 л.

Данилин Б. С. Вакуумная техника в производстве интегральных схем. 15 л.

Минаков В. И., Коган М. З. Производство тонкопленочных микросхем. 13 л.

Романов Г. З., Диков В. В. Оборудование для изготовления печатных схем. 9 л.

Эстеркин М. С. Ремонт электронных измерительных устройств. 17 л.

РАДИОЭЛЕКТРОННАЯ АППАРАТУРА

Буклер В. О., Владимиров Л. П., Гиршман Г. Х. Монтаж радиоаппаратуры. 16 л.

Жук М. С., Молочков Ю. В. Проектирование линзовых сверхширокополосных антенн и фидерных устройств. 22 л.

Конструкции корпусов и тепловые свойства полупроводниковых приборов. 11 л. — Авт.: Годов А. Н., Горюнов Н. Н., Громов В. С. и др.

Электрические устройства переменного тока мощных радиосистем. 2 л. — Авт.: Ткачев А. А., Бородулин Ю. Б., Гинзбург А. Д. и др.

ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И РАДИОДЕТАЛИ

Золотарев В. Ф. Безвакуумные аналоги телевизионных трубок. 14 л.

Пролейко В. М., Чекмарев Н. А. Качество, надежность и долговечность электронных приборов. 16 л.

Рабкин Л. И., Новикова З. И. Кагушки индуктивности на ферритовых сердечниках. 13 л.

Выбор модели сельских разветвленных электрических сетей

Канд. техн. наук А. П. КОРШУНОВ

Москва

Для научных исследований сельского электроснабжения, для оценки эффективности новых технических средств, для планирования расходов материальных ресурсов на сельское электроснабжение и для решения многих других задач возникает необходимость в отыскании «средней схемы» или «средних показателей» существующих сельских электрических сетей. Однако сельские сети характеризуются крайне обширным многообразием своих параметров, что затрудняет оценку осредненных показателей.

В настоящее время в проектных организациях для получения каких-либо средних показателей сетей применяют способ обработки показателей ранее выполненных проектов в разных зонах страны с последующим осреднением полученных результатов. Однако такой способ определения средних показателей является чрезвычайно промоздким и, кроме того, он обладает рядом следующих серьезных недостатков.

1. Обработка всех проектов практически невозможна, поэтому обрабатывается лишь небольшая часть проектов. Между тем технико-экономические показатели проектов резко отличаются друг от друга. Поэтому необходима специальная методика направленного отбора репрезентативных проектов. Такой методики пока нет, поэтому подбор проектов является произвольным, а результаты обработки — случайными.

2. Конкретные проекты нередко из конъюнктурных соображений выполняются с заранее предписанными ограничениями (например, по расходу проводов), с неоптимальными параметрами сетей и т. п. Поэтому обработка таких проектов с целью определения норм расхода средств и материалов может дать искаженные результаты.

3. В ранее разработанных проектах не учитывались и не могли быть учтены новые технические направления, намечаемые в перспективе. Поэтому обработка конкретных, ранее выполненных проектов, может дать только ранее существовавшие нормативы, а задача часто состоит в том, чтобы оценить показатели с учетом внедрения новых технических средств.

Учитывая изложенное, нами предложена методика выбора усредненной модели существующих сельских сетей, которая отражала бы особенности сельского электроснабжения в конкретной зоне и с помощью которой можно было бы получить максимум достоверной информации при минимуме расчетов. Чаще всего для исследований и для практических целей требуется определение удельных показателей приведенных затрат, стоимости и расхода основных материалов на единицу длины линий или на единицу передаваемой мощности (электроэнергии).

Указанные показатели зависят от большого числа факторов: от схемы сетей, их разветвленности, от особенности трасс, от районов климатических

условий, от материала опор, от расчетной электрической мощности и т. п. Сочетание этих факторов может быть крайне разнообразным. Однако исследования показали, что не все факторы в одинаковой степени влияют на искомые результаты. Таким образом, главная задача при выборе модели состоит в выявлении тех параметров или факторов, от которых в наибольшей степени зависят искомые результаты.

Схема сельского электроснабжения состоит из питающей линии (ВЛ 35 или 110 кВ), районной подстанции (РТП 35/10 или 110/10 кВ), распределительных линий (ВЛ 10 кВ), трансформаторных пунктов (ТП) и, наконец, низковольтных линий (ВЛ 0,4 кВ).

Каждый элемент схемы характеризуется конструктивным исполнением, передаваемой мощностью, а воздушные линии еще и «схемой» сети (т. е. протяженностью и разветвленностью). Конструктивное исполнение сетей, зависящее от районов климатических условий, обычно бывает заданным. Производственно-экономические особенности районов электроснабжения можно учесть соответствующим выбором удельных электрических нагрузок. Для РТП и ТП при заданной их конструкции исчерпывающим параметром для моделирования является число и мощность трансформаторов. Для питающих ВЛ — мощность и длина.

Наиболее сложным и важным является моделирование «схемы» разветвленных ВЛ 10 и 0,4 кВ, которые по капиталоемкости составляют 70—85% всей схемы электроснабжения.

С целью упрощения задачи нами сделана попытка аналитического обоснования обобщенного параметра, который бы мог характеризовать экономические показатели сельских разветвленных ВЛ 10 и 0,4 кВ.

Как известно, стоимость (K) ВЛ любого напряжения с некоторыми допущениями может быть представлена в виде линейной зависимости от сечения проводов, т. е.

$$K = K' + bs, \text{ руб/км}, \quad (1)$$

где K' — составляющая стоимости ВЛ, определяемая конструкцией опор и районами климатических условий, но независящая от сечений проводов, руб/км; b — коэффициент, зависящий от конструкции линий в целом, руб/мм²; s — сечение проводов, мм².

Приведенные затраты

$$Z = (K' + bs) (E_n + r_a) + I + \frac{P^2}{U^2} \times \times \frac{r}{s} \tau c 10^{-3}, \text{ руб/км}, \quad (2)$$

где E_n — коэффициент экономической эффективности; r_a — отчисления на амортизацию; I — издержки по обслуживанию линий, не зависящие от ее мощности, руб/км; P — мощность ВЛ, кВА; U — но-

минальное напряжение, *кв*; ρ — удельное сопротивление проводов, *ом·мм²/км*; τ — число часов потерь в год; c — стоимость потерь электроэнергии, *руб/квт·ч*.

Из (1) и (2) следует, что при заданных конструкциях опор и районах климатических условий искомые показатели ВЛ будут определяться сечением проводов и мощностью. Таким образом, основная задача по отысканию модели будет состоять в отыскании тех параметров разветвленных линий, которые в наибольшей степени влияют на сечения проводов и передаваемую мощность.

Для получения искомого результата выразим зависимость сечений проводов от исходных данных. Если будет задана зона действия районной подстанции 35/10 *кв* площадью F *км²* и если на этой площади будет размещено N дворов (семей), то параметры для проектируемой схемы электроснабжения могут быть записаны в следующем виде.

Радиус распределительной сети

$$R = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ км,}$$

где μ — коэффициент, зависящий от формы площади F . Для круга $\mu = 3,14$, для квадрата $\mu = 4$ и т. д.

Общая мощность подстанции 35/10 *кв*

$$P_{35/10} = N p_{10}, \text{ кВт,}$$

где p_{10} — приведенная к шинам 10 *кв* удельная максимальная мощность в расчете на один двор, включая производственные, коммунально-бытовые и прочие нужды.

Поверхностная плотность нагрузки

$$\rho_0 = \frac{N p_{10}}{F} = \frac{N p_{10}}{\mu R^2}, \frac{\text{кВт}}{\text{км}^2}.$$

Если от каждого ТП будет питаться $n_{ТП}$ дворов, то число ТП

$$m_{ТП} = \frac{N}{n_{ТП}}.$$

Согласно [Л. 1] длина разветвленной ВЛ 10 *кв* (L_{10}) связана с числом ТП и площадью территории зависимостью:

$$L_{10} = \alpha \sqrt{m_{ТП} F} = \alpha R \sqrt{\frac{\mu N}{n_{ТП}}}, \text{ км,}$$

где α — коэффициент, зависящий от разветвленности сетей и равный 0,7—1,0.

Если сечения проводов ВЛ выбирать пропорционально передаваемой по ним мощности (т. е. по экономическим нагрузкам), то среднее сечение проводов ($s_{ср}$) для всей разветвленности ВЛ 10 *км* будет пропорционально частному от деления суммы моментов этой ВЛ, на длину всей ВЛ, т. е.

$$s_{ср} = \frac{\sum P_i l_i}{\sum l_i} = \gamma_{10} \frac{\sum P_i l_i}{L_{10}},$$

где γ_{10} — коэффициент пропорциональности; P_i , l_i — мощность и длина i -го участка ВЛ.

Момент разветвленности линий для всей зоны подстанции 35/10 (F) мало зависит от числа ТП [Л. 2]

$$\sum P_i l_i = \phi R^3 \rho_0 = \frac{\phi}{\mu} R N p_{10},$$

где ψ — коэффициент, который колеблется от 2,67 до 3,2 при изменении числа ТП от 1 до ∞ .

Подставляя значения момента в выражение для $s_{ср}$, получим:

$$s_{ср} = \frac{\gamma_{10} \psi R N p_{10}}{\mu L_{10}} = \frac{\gamma_{10} \psi}{\alpha \sqrt{\mu^3}} p_{10} \sqrt{N n_{ТП}}.$$

Аналогичным образом можно определить среднее сечение проводов для ВЛ 0,4 *кв*. Каждая ВЛ 0,4 *кв* приблизительно может быть представлена в виде лучевой линии с равномерной нагрузкой.

Мощность такой линии ($P_{0,4}$) будет в основном пропорциональна числу подключенных дворов.

$$P_{0,4} = \frac{n_{ТП} P_{0,4}}{n_{\phi}},$$

где $n_{ТП}$ — число дворов для ТП в целом; $p_{0,4}$ — приведенная к шинам 0,4 *кв* удельная максимальная мощность на 1 двор (включая и производственную нагрузку); n_{ϕ} — число лучевых линий (фидеров).

Средняя мощность одной ВЛ 0,4 *кв* (средняя по всей длине) —

$$P_{0,4ср} \approx \frac{P_{0,4}}{2} = \frac{n_{ТП} P_{0,4}}{2 n_{\phi}}.$$

Длина ВЛ 0,4 *кв* будет пропорциональна числу подключенных к ней дворов:

$$L_{0,4} = n l' = \frac{n_{ТП}}{n_{\phi}} l',$$

где l' — длина ВЛ 0,4 *кв* (*км*), приходящаяся на 1 двор. Так как провода ВЛ 0,4 *кв* выбираются по потере напряжения, то среднее сечение проводов будет пропорционально моменту линии

$$s_{ср 0,4} = \gamma_{0,4} P_{0,4ср} L_{0,4}$$

или окончательно

$$s_{ср 0,4} = \frac{\gamma_{0,4} l'^2 n_{ТП}}{2 n_{\phi}^2} l' p_{0,4}.$$

Таким образом, удельная стоимость 1 *км* ВЛ 10 и ВЛ 0,4 *кв* может быть записана в виде:

$$K_{10} = K'_{10} + b_{10} \frac{\gamma_{10} \psi}{\alpha \sqrt{\mu^3}} p_{10} \sqrt{N n_{ТП}}; \quad (3)$$

$$K_{0,4} = K'_{0,4} + b_{0,4} \frac{\gamma_{0,4}}{2} \frac{n_{ТП}^2}{n_{\phi}^2} l' p_{0,4}. \quad (4)$$

Соответственно удельные затраты на 1 *км*

$$Z_{10} = K'_{10} (E_n + \rho_a) + I_{10} + p_{10} \sqrt{N n_{ТП}} \left[\frac{b \psi \gamma_{10}}{\alpha \sqrt{\mu^3}} (E_n + \rho_a) + \frac{\psi \rho_{ср} c 10^{-3}}{U_{10}^2 \gamma_{10}} \right]; \quad (5)$$

$$Z_{0,4} = K'_{0,4} (E_n + \rho_a) + I_{0,4} + b_{0,4} \frac{\gamma_{0,4}}{2} (E_n + \rho_a) p_{0,4} + \rho_{0,4} \frac{\rho_{ср} c 10^{-3}}{2 U_{0,4}^2 \gamma_{0,4} l'}. \quad (6)$$

В (3) и (5) величины b , τ , ρ_a , c , U , I , K' совершенно не зависят, а коэффициенты γ , ψ , α , μ почти не зависят от схемы сетей.

Следовательно, обобщенным параметром, влияющим на стоимость и приведенные затраты разветвленных ВЛ 10 кВ, будет параметр

$$A = p_{10} \sqrt{N n_{ТП}}$$

или при заданной удельной мощности p_{10}

$$A = \sqrt{P_{35/10} P_{10/04}}$$

Для ВЛ 0,4 кВ обобщающим параметром будет

$$B = \frac{n_{ТП}^2}{n_{\Phi}^2} l' p_{0,4} \quad \text{или} \quad B = P_{10/04} \frac{n_{ТП}}{n_{\Phi}^2} l'$$

Параметрами A и B и следует руководствоваться при выборе репрезентативных моделей для ВЛ 10 и 0,4 кВ.

Если потребуется моделирование всей схемы электроснабжения, включая РТП и ВЛ 35 кВ, то мощность этих элементов можно определить с помощью того же параметра A , в котором следует принять

$$n_{ТП} = N, \quad \text{т. е.}$$

$$A_{35} = A_{РТП} = p_{10} \sqrt{N N} = p_{10} N.$$

Это и есть мощность РТП и ВЛ 35 кВ.

Для любого конкретного объекта значения A и B будут случайными. Поэтому для выбора моделей сетей по целой зоне, величины A и B (а если моделируется вся схема, то и протяженности всех линий) должны быть определены вероятностно-статистическим методом, как математические ожидания по всей зоне. Согласно теореме Чебышева о больших числах, при большом числе выборки, математическое ожидание признака (с ограниченной дисперсией) будет близким к среднеарифметическому значению этого признака [Л. 3]. Поэтому для зон с большим числом подстанций 35/10 кВ параметры A и B и протяженности ВЛ можно вычислять как среднеарифметические по зоне. Необходимые данные для этого легко получить из отчетов ЦСУ, энергоснабжающих организаций и других служб по электрификации сельского хозяйства. На основе этих данных можно выявить осредненные параметры A и B существующих (эксплуатируемых) сетей.

В качестве модели можно разработать искусственную схему сетей, но лучше для этой цели выбрать реальную сеть из конкретного проекта, которая бы имела параметры, близкие к параметрам A и B по зоне в целом. Такой подбор модели позволит учесть не только главные, но и второстепенные факторы реальных сетей, влияющие на искомые показатели, например, особенности трасс.

Располагая моделью схемы существующих сетей, можно производить на ней любые исследования, в том числе разработать модель перспективных сетей. Например, задаваясь разными ожидаемыми исходными данными (удельными нагрузками на двор, районами климатических условий, конструкциями опор и т. п.) вводить любые изменения схемы и технические усовершенствования, намечаемые в перспективе, и с учетом всего этого рассчитать модель в любом интересующем аспекте. В результате можно получить стоимость, приведенные

затраты, расход материалов на единицу длины линий или единицу мощности сетей, эффект от внедрения нововведений и т. п. при любых исходных данных с учетом ожидаемых изменений в перспективе.

Полученные показатели на этой одной модели будут средними (характерными) для всей рассматриваемой зоны, по данным которой определен обобщенный параметр.

Расход материалов (дерева, железобетона, металла и т. п.) в меньшей степени зависит от параметров A и B , чем стоимости и затраты. Поэтому модель, выбранная для расчета стоимости, тем более будет репрезентативной для расчета расхода материалов.

Если потребуется определить какие-либо показатели в разрезе разных зон (областей), то не обязательно для каждой зоны (области) иметь свою модель. Число расчетных моделей будет зависеть от желаемой точности расчетов.

Зададимся точностью расчетов $\pm \varepsilon$, %, определяемой как

$$\varepsilon = \frac{K_1 - K_2}{K_1} 100\%.$$

При отклонении стоимости на $\pm \varepsilon$, %, сечение проводов ВЛ изменится в f раз, где

$$f = \frac{s_2}{s_1} = \frac{A_2}{A_1}.$$

Тогда

$$K_1 (1 \pm \varepsilon / 100) = K' + b_{10} s_1 f,$$

откуда

$$f = \left(1 \pm \frac{K_1}{b_{10} s_1} \cdot \frac{\varepsilon, \%}{100} \right)$$

или

$$A_2 = A_1 \left(1 \pm \frac{K_1}{b_{10} s_1} \cdot \frac{\varepsilon, \%}{100} \right).$$

Пример. При расчете какой-то модели получили среднее сечение проводов ВЛ 10 кВ — A_{35} , для которого $K = 1880$ руб/км, а $B = 11,4$ руб/мм², задаваясь точностью, скажем, $\pm 5\%$ получим

$$A_2 = A_1 \left(1 \pm \frac{1880}{11,4 \cdot 35} \cdot \frac{5}{100} \right) = A_1 (1 \pm 0,236).$$

Это значит, что при одинаковых районах климатических условий и конструкциях опор, результаты расчетов стоимости ВЛ 10 кВ на модели с параметром A_1 могут быть с точностью $\pm 5\%$ распространены на все другие зоны (или отдельные подстанции 35/10 кВ), у которых параметр A_2 не выходит за пределы (0,764—1,236) A_1 .

Для ВЛ 0,4 кВ по аналогии с предыдущим

$$B_2 = B_1 \left(1 \pm \frac{K_{0,4}}{b_{0,4} s_1} \cdot \frac{\varepsilon, \%}{100} \right).$$

Если модели сетей разных объектов (зон) отличаются только обобщенными параметрами A и B , то при всех равных прочих условиях для вычисления удельных стоимостей ВЛ для всех объектов (зон) достаточно со всеми подробностями рассчитать только одну модель, а для других моделей стоимостные показатели и приведенные затраты можно вычислять, пользуясь только обобщенными параметрами. Из предыдущего следует, что

$$K_i = K_1 + b_{10} s_1 \left(\frac{A_i}{A_1} - 1 \right);$$

$$Z_i = Z_1 + b'_1 \left(\frac{A_i}{A_1} - 1 \right),$$

где K_i, A_i, Z_i — удельная стоимость, обобщенный параметр и приведенные затраты i -й модели; K_1, A_1, s_1, b'_1 — величины, полученные из подробного расчета первой модели.

Здесь

$$b'_1 = b s_1 (E_{\text{н}} + \rho_a) + \frac{P_1^2}{U^2} \frac{\rho}{s_1} \tau c 10^{-3}.$$

Пользование таким приемом существенно сократит объем вычислительных работ и обеспечит высокую точность расчетов.

Если ставится задача по определению средних показателей в зоне, которая имеет разные конструкции опор, разные районы климатических условий и т. п., то для решения этой задачи необходимо определить на той же модели искомые показатели с учетом каждого из этих признаков. Далее выявить распределение вероятностей протяженности сетей по каждому признаку и на основе этого вычислить математическое ожидание искомого показателя, т. е.

$$C_{\text{ср}} = \sum_k \rho_k \left[\sum_j \rho_j \left(\sum_i \rho_{si} C_{si} \right) \right],$$

где $C_{\text{ср}}$ — искомый (средний) показатель по зоне; C_{si} — тот же показатель при сечении провода s_i ; ρ_{si} — вероятность (частость) применения проводов с сечением s_i (определяется из электрического расчета модели); ρ_j — вероятность (частость) применения j -го материала опор (обычно задается планом строительства сетей); ρ_k — вероятность (частость) строительства ВЛ в k -ом районе климатических условий (определяется на основе региональных карт районов климатических условий).

Модель сети может быть использована и для выявления наиболее рациональных способов развития существующих сетей, т. е. для получения ожидаемых параметров сетей в перспективе.

Поскольку развитие сетей одной подстанции 35/10 кв влияет на схему и параметры сетей смежных подстанций, то в этом случае следует рассмотреть территорию с двумя или несколькими аналогичными моделями и для этой совокупности сетей расчетным путем установить наиболее экономичный способ увеличения пропускной способности. Этот способ и будет наиболее рациональным для всей рассматриваемой зоны. Он и будет характеризовать основное направление в развитии сетей данной зоны. Таким образом, выбранная модель может быть использована для решения целого ряда практических и исследовательских задач.

Отметим, что если определять средние показатели не на модели, а путем обработки ранее выполненных проектов, то из теории вероятности известно [Л. 3], что объем выборки (число проектов), при которой P достоверной вероятностью P , погрешность не превышает ε , % будет равен

$$n_{\text{max}} = \frac{t^2}{4\varepsilon^2},$$

где t находится с помощью функции Лапласа

$$P = \Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Если, например, потребуется точность расчетов $\varepsilon=5\%$, то с достоверной вероятностью $P=\Phi(t)=0,95$ ($t=1,96$) число обрабатываемых проектов (по одному признаку) должно быть порядка:

$$n_{\text{max}} = \frac{1,96^2}{4 \cdot 0,05^2} \approx 400 \text{ проектов}$$

при вероятности $P=0,99$ ($t=2,58$) $n_{\text{max}} \approx 660$ проектов.

Таким образом, применение модели при той же точности расчетов многократно сокращает объем вычислений работ и позволяет учесть любые изменения исходных данных, ожидаемых в перспективе, чего нельзя сделать при обработке реальных проектов.

На основе вероятностно-статистической обработки показателей существующих сетей и сетей, предусматриваемых на 1975 г. по СССР в целом, в таблице предлагаются математи-

Показатели модели	Количество		Обозначение в формулах
	на 1. I. 1971 г.	на 1. I. 1976 г. (по расчетам автора)	
Число дворов, питающихся от одной п/ст 35/10 кв	3 550	2 400	N
То же от одного ТП	54	41	$n_{\text{ТП}}$
Обобщенный параметр для ВЛ 10 кв, кВа	$\rho_{10} 435$	$\rho_{10} 310$	$A = \rho_{10} \sqrt{N n_{\text{ТП}}}$
То же для ВЛ 0,4 кв, км·кВа·двор	29,0	17,5	$B = \frac{n_{\text{ТП}}^2}{n_{\Phi}} l' \rho_{0,4}$
Общая длина ВЛ 10 кв от одной п/ст 35/10, км	179	137	L_{10}
То же ВЛ 0,4 кв, км	230	162	—
Число ТП от п/ст 35/10	66	58	$m_{\text{ТП}}$
Длина ВЛ 0,4 кв от одного ТП, км	3,5	2,8	$L_{0,4} n_{\Phi}$
Длина ВЛ 0,4 кв на один двор, м·двор	65	68	l'
Длина ВЛ 35 кв от одной п/ст 35/10 кв, км	22	25	—

Примечание. На период 1971—1976 г. основным способом развития сетей принято увеличение числа подстанций 35/10 кв. Поэтому для 1976 г. существенно снижается длина ВЛ 10 кв и количество дворов на одну п/ст 35/10 кв.

ческие ожидания параметров для моделирования всех элементов сельской схемы электроснабжения (ВЛ 35 кв, РТП 35/10 кв, ВЛ 10 кв, ТП 10/0,4 кв, ТП 10/0,4 и ВЛ 0,4 кв). В частности, число дворов от одной РТП 35/10 кв для существующих сетей получено, как математическое ожидание числа подключенных дворов к эксплуатируемым РТП, а для перспективных схем — как частное от деления всех электрифицированных дворов, ожидаемых в 1975 г. в зонах централизованного питания к числу ожидаемых РТП 110—35/10 кв.

Как показано выше, удельные показатели стоимостей и приведенных затрат разветвленных ВЛ определяются параметрами A и B и слабо зависят от общей протяженности сетей. Тем не менее в таблице указаны также число ТП и протяженности ВЛ всех напряжений. Наличие этих показателей не только уточнит выбор модели разветвленных сетей, но и позволит разработать полную модель средней по стране схемы электроснабжения (начиная от шин 35 кв и кончая вводом к потребителю), на основе которой можно определить не только удельные, но и абсолютные показатели для зоны одной средней сельской подстанции 35/10 кв.

В таблице не указаны мощности элементов сетей, которые должны определяться в зависимости от уровня электрификации.

Учитывая, что сельское хозяйство СССР в 1975 г. будет потреблять 75 млрд. квт·ч электроэнергии, то для этого электропотребления ориентировочно в среднем по стране можно принять для ВЛ 35 кв, РТП и ВЛ 10 кв $P_{10}=1,1$ кВа/двор (включая сюда «прочих» потребителей, питающихся от сельских сетей) и для расчета ВЛ 0,4 кв — $P_{0,4}=0,9$ кВа/двор.

Результаты исследований на этих моделях будут близки к средним для всей страны.

ЛИТЕРАТУРА

- Захарин А. Г., Методика определения технико-экономических показателей сельских электрических сетей, Сб. «Проблемы энергетики», Изд. АН СССР, 1959.
- Плюгачев В. К., Основы рационального электроснабжения сельского хозяйства, Сельхозгиз БССР, Минск, 1962.
- Белинский В. А. и др., Высшая математика с основами математической статистики, изд-во «Высшая школа», 1965.

[25.11.1971]



Ток небаланса фильтра тока нулевой последовательности при глубоком насыщении трансформаторов тока

Инж. К. С. ДМИТРИЕВ, канд. техн. наук В. Е. КАЗАНСКИЙ

Московский ордена Ленина энергетический институт

Инженерные методы расчета тока небаланса фильтра тока нулевой последовательности ФТНП описаны в [Л. 1 и 2]. При этом принималось, что при строго симметричном режиме первичной цепи значение тока небаланса определяется только слагаемыми первой и третьей гармоник намагничивающих токов трансформаторов тока фильтра и не зависит от сопротивления его нагрузки. Для ориентировочных расчетов в [Л. 2] предлагается считать, что действующее значение тока небаланса фильтра не больше действующего значения намагничивающего тока одного из трансформаторов тока фильтра.

Исследования авторов показывают, что указанные методы расчета тока небаланса приемлемы, если трансформаторы тока, образующие фильтр, не работают в режиме глубокого насыщения. В противном случае нельзя не учитывать гармоники выше третьей.

Защитные трансформаторы тока, особенно с сердечниками из высококачественных холоднокатаных сталей, нередко работают в режиме глубокого насыщения уже при полной погрешности, не превышающей 10%. Характеристики намагничивания таких трансформаторов близки к прямоугольным. В [Л. 3 и 4] приведены универсальные характеристики трансформаторов с прямоугольными характеристиками намагничивания, позволяющие быстро оценивать значения намагничивающего тока, погрешности и т. п. одиночного трансформатора любой конструкции, работающего при синусоидальном первичном токе в режиме глубокого насыщения сердечника. Чтобы пользоваться универсальными характеристиками необходимо знать только угол сопротивления вторичной ветви схемы замещения φ_2 (хотя бы ориентировочно) и численное значение коэффициента A_z , рассчитываемого по формуле

$$A_z = \frac{z_{SH}}{m_1 z_2},$$

где m_1 — расчетная кратность первичного тока; z_2 — полное сопротивление вторичной ветви в схеме замещения трансформатора тока; z_{SH} — так называемое «номинальное сопротивление насыщения» трансформатора, численно равно сопротивлению, при котором трансформатор насыщается уже при $m_1 = 1$ (z_{SH} представляет собой параметр типоразмера трансформатора тока; его значение рассчитывается по конструктивным данным или определяется экспериментально).

В настоящей статье дано развитие метода ПХН применительно к расчету тока небаланса ФТНП.

Расчетная схема замещения. На рис. 1 приведена схема замещения ФТНП, принятая при расчете тока небаланса. Ток в нулевом проводе, являющийся выходным током ФТНП, равен в рассматриваемых условиях току небаланса:

$$i_N = -(i_{2A} + i_{2B} + i_{2C}) = i_{02A} + i_{02B} + i_{02C},$$

где индексами «02» отмечены вторичные намагничивающие токи.

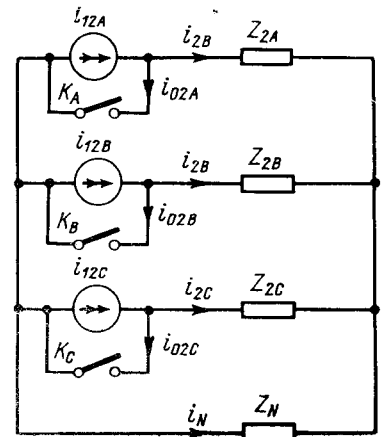
В схеме замещения, как это принято при расчетах по методу ПХН, в ветвях намагничивания включены ключи K_A, K_B, K_C . Пока мгновенное значение индукции в сердечнике трансформатора меньше индукции насыщения, ключ в схеме замещения данного трансформатора разомкнут и намагничивающий ток равен нулю. Ключ замыкается в момент насыщения сердечника и размыкается при выходе из насыщения. При изменении первичного тока по закону $i_1 = I_m \sin \omega t$ замыкание ключа происходит при $\omega t = \gamma_1 + k\pi$ и размыкание при $\omega t = \gamma_2 + k\pi$, где k — целые числа, включая и 0, угол γ_1 — угол насыщения, γ_2 — угол выхода из насыщения (обобщенно эти углы называются углами коммутации; они также являются функциями только коэффициента A_z и угла вторичной ветви φ_2).

Ток небаланса при $z_N = 0$. Это наиболее простой случай. Все три трансформатора тока работают независимо. Токи каждого трансформатора рассчитываются по методу ПХН как для одиночного трансформатора. Кривые мгновенных значений намагничивающих токов трансформаторов разных фаз подобны, но сдвинуты как и первичные токи на угол $\pm 2/3\pi$. Кривая тока небаланса $i_N(t)$ получается суммированием ординат кривых намагничивающих токов. Поскольку при данном значении A_z наибольший намагничивающий ток получается при $\varphi_2 = 0$, то и наибольший ток небаланса (при данном значении A_z) следует ожидать при $\varphi_2 = 0$, т. е. практически при чисто активных нагрузках. Далее рассмотрен именно этот случай.

На рис. 2,а приведены совмещенные кривые намагничивающих токов всех трех фаз при $\varphi_2 = 0$ и $A_z = 0,75$, что соответствует токовой погрешности каждого трансформатора равной 10%. В данном случае импульсы намагничивающих токов отдельных трансформаторов не совпадают во времени.

Рис. 1. Расчетная схема замещения ФТНП.

z_{2A}, z_{2B}, z_{2C} — сопротивления вторичных ветвей отдельных трансформаторов тока, принятые одинаковыми и равными z_2 ; z_N — сопротивление нулевого провода, равное сопротивлению нагрузки ФТНП; $i_{12A}, i_{12B}, i_{12C}$ — мгновенные значения приведенных первичных токов; i_{2A}, i_{2B}, i_{2C} — вторичные токи трансформаторов токов соответствующих фаз.



Кривая тока небаланса имеет характерную пилообразную форму. Амплитуда тока небаланса равна амплитуде намагничивающего тока:

$$i_{N \max} = i_{02 \max} = 0,866 I_{12 m}$$

Действующее значение тока небаланса

$$I_N = \sqrt{3} I_{02} \approx 0,77 I_{12}$$

Среднее по модулю значение тока небаланса

$$I_{Nc} = 3 I_{02c} = 0,75 I_{12c}$$

При больших значениях A_z (меньших погрешностях трансформаторов тока) продолжительность импульсов намагничивающих токов отдельных трансформаторов уменьшается. Импульсы тока небаланса получают более узкими. Соотношения между параметрами тока небаланса (I_N , I_{Nc} , $i_{N \max}$) и соответствующими им параметрами намагничивающих токов остаются такими же, как и при $A_z = 0,75$.

На рис. 2,б приведено построение кривой тока небаланса для $\varphi_2 = 0$, при $A_z = 0,5$, что соответствует токовой погрешности приблизительно равной 30%.

В данном случае импульсы намагничивающих токов разных фаз частично совпадают во времени. Форма кривой $i_N(t)$ близка к прямоугольной.

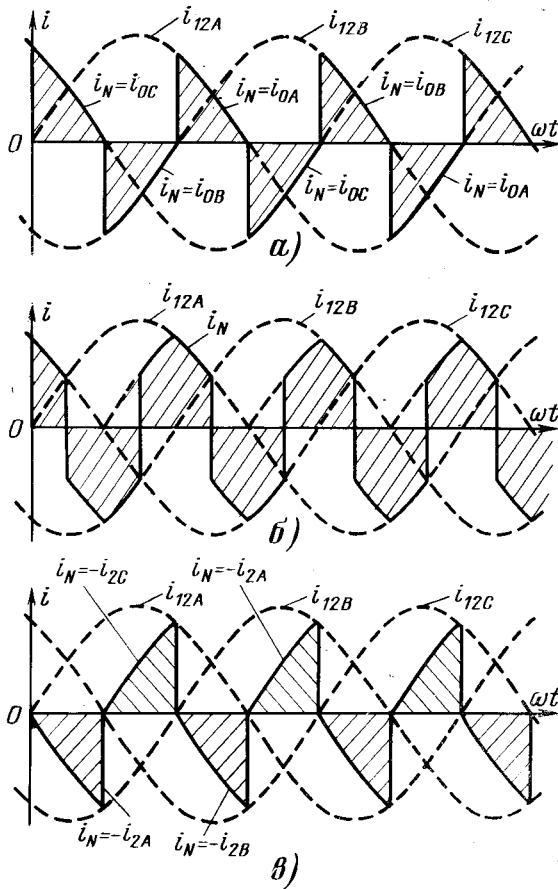


Рис. 2. Теоретические формы кривых тока небаланса при $z_N = 0$, $\varphi_2 = 0$ в симметричном трехфазном режиме.
а — при $\gamma_1 = \frac{2}{3} \pi$; б — при $\gamma_1 = \frac{1}{2} \pi$; в — при $\gamma_1 = \frac{1}{3} \pi$.

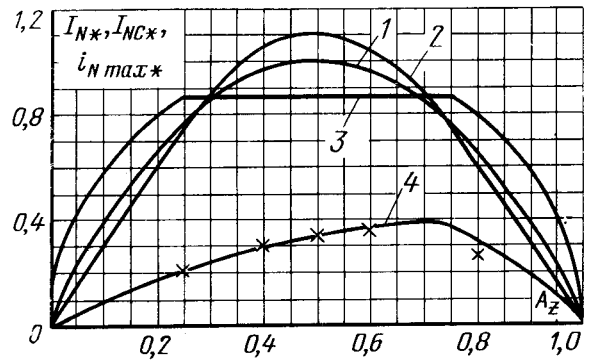


Рис. 3. Универсальные характеристики ФТНП с ПХН.
1 — i_{N*} при $z_N = 0$; 2 — I_{Nc*} при $z_N = 0$; 3 — $i_{N \max*}$ при $z_N = 0$;
4 — i_{N*} при $R_N = R_2$.

В данном случае

$$i_{N \max} = 0,866 i_{02 \max} = 0,866 I_{12 m}$$

$$I_N = 1,4 I_{02} = I_{12}$$

$$I_{Nc} = 2,22 I_{02c} = 1,11 I_{12c}$$

Это — случай наибольшего относительного значения тока небаланса (в долях приведенного первичного тока).

При $A_z = 0,25$ (рис. 2,в) импульсы вторичных токов не совпадают во времени. Импульсы тока небаланса имеют такую же форму и амплитуду, как импульсы вторичных токов, но с обратными знаками. При этом

$$i_{N \max} = i_{2 \max} = 0,866 I_{12 m}$$

$$I_N = \sqrt{3} I_2 = 0,77 I_{12}$$

$$I_{Nc} = 3 \cdot I_{2c} = 0,75 I_{12c}$$

Эти соотношения между током небаланса и вторичными токами сохраняются и при $A_z < 0,25$.

На рис. 3 приведены рассчитанные исходя из приведенных выше соотношений значения тока небаланса как функции A_z при $\varphi_2 = 0$ и $Z_N = 0$. Они являются универсальными характеристиками ФТНП с ПХН, позволяющими быстро оценивать наибольшее возможное значение тока небаланса при данном значении A_z (в долях приведенного первичного тока). Эти кривые показывают, что наибольшие относительные значения тока небаланса можно ожидать в условиях, когда $A_z = 0,5$ и погрешность трансформатора тока по действующему значению н. с. близка к 30%.

Влияние сопротивления z_N . Если $z_N \neq 0$, то вторичная э. д. с. любого трансформатора равна сумме падения напряжения в сопротивлении z_2 , создаваемого вторичным током данного трансформатора, и падения напряжения в z_N , создаваемого током небаланса. Ток небаланса при данном значении A_z зависит от соотношения сопротивлений z_N и z_2 и от значений углов φ_N и φ_2 . Наибольшее значение тока небаланса при прочих равных условиях получается при чисто активных сопротивлениях z_N и z_2 (при $\varphi_2 = \varphi_N = 0$).

Этот случай и рассматривается в дальнейшем.

Одной из особенностей работы трансформатора тока с ПХН в схеме ФТНП является то, что вто-

ричный ток трансформатора в момент насыщения сердечника не уменьшается до нуля за счет подпитки от других трансформаторов тока, не насыщенных в данный момент. Нулевой провод (нагрузка фильтра) при $z_N \neq 0$ шунтируется вторичными ветвями насыщенных трансформаторов, вследствие этого ток небаланса при прочих равных условиях оказывается меньшим, чем при $z_N = 0$.

Если уменьшать значение коэффициента A_z от 1 до 0 (например, при неизменных сопротивлениях вторичных цепей увеличивать кратность первичного тока), то, как и в случае одиночного трансформатора, насыщение трансформатора в схеме ФТНП будет происходить при все меньших значениях угла γ_1 — все большую часть времени каждого полупериода трансформаторы оказываются насыщенными. При этом из-за влияния падения напряжения в z_N связь между углами коммутации γ_1 и γ_2 и значением A_z получается несколько иной, чем у одиночного трансформатора.

В зависимости от значения угла насыщения γ_1 на определенных интервалах времени при данном γ_1 могут быть одновременно насыщены один, два или все три трансформатора.

На интервале времени, когда насыщен только один трансформатор

$$i_N + i_{2\text{нас}} = -\Sigma i_{2\text{ненас}} = i_{12\text{нас}}$$

или при $\varphi_2 = 0$ и $\varphi_N = 0$

$$i_N = K_1 \cdot i_{12\text{нас}} = i_{02\text{нас}};$$

$$i_{2\text{нас}} = (1 - K_1) \cdot i_{12\text{нас}};$$

$$K_1 = \frac{R_2}{R_2 + R_N}.$$

На интервале времени, когда насыщены два трансформатора:

$$i_N = -K_2 \cdot i_{2\text{ненас}} = -K_2 i_{12\text{ненас}};$$

$$i_{2\text{нас}} = -0,5(1 - K_2) i_{12\text{ненас}};$$

$$K_2 = \frac{R_2}{R_2 + 2R_N}.$$

На интервале времени, когда насыщены все три трансформатора, ток небаланса и вторичные токи всех трансформаторов равны нулю, т. е. $i_N = i_{2\text{нас}} = 0$.

В зависимости от наибольшего и наименьшего числа одновременно насыщенных трансформаторов область значений угла насыщения γ_1 может быть разделена на четыре диапазона. В пределах каждого диапазона происходят в основном количественные изменения тока небаланса и вторичных токов без существенных изменений форм их импульсов.

Диапазон 1. Угол насыщения $\gamma_1 > \frac{2}{3}\pi$.

Каждый трансформатор в любом полупериоде насыщен не дольше одной третьей части длительности полупериода. При этом в любой момент времени оказывается насыщенным не более чем один трансформатор.

Кривая тока небаланса в этом случае имеет такую же форму, как и при $z_N = 0$ (рис. 2, а), а по величине в K_1 раз меньше. Так как за время нена-

сыщенного состояния одного (любого) трансформатора по нулевому проводу протекают два разнополярных импульса тока небаланса, суммарная площадь которых равна нулю, то площадь импульса э. д. с. перемагничиваемого трансформатора и угол насыщения γ_1 при этом не зависит от значения сопротивления в нулевом переводе. В данных условиях угол насыщения связан с коэффициентом A_z так же, как и в случае $z_N = 0$:

$$\cos \gamma_1 = 1 - 2A_z.$$

Относительные значения тока небаланса при $\gamma_1 > \frac{2}{3}\pi$ и $R_N \neq 0$ можно определять, пользуясь кривыми 1—3 рис. 3, следующим образом.

Подсчитывают значение A_z ($A_z = \frac{z_{SN}}{m_1 z_2}$) и по кривой находят значение тока небаланса для $z_N = 0$. Затем это значение умножают на K_1 и получают искомого значение тока небаланса. Хотя численное значение R_N при $\gamma_1 > \frac{2}{3}\pi$ и не влияет на значение угла

насыщения, но чем больше отношение $\frac{R_N}{R_2}$, тем больше вторичный ток подпитки насыщенного трансформатора тока от ненасыщенных трансформаторов и тем меньше погрешности и ток небаланса при данном A_z . В пределе, при $R_N = \infty$ (при обрыве нулевого провода) после насыщения трансформатора его вторичный ток будет оставаться равным приведенному первичному току, а погрешности и намагничивающие токи всех трех трансформаторов будут равны нулю.

Диапазон 2. Угол насыщения $\left(\frac{1}{3}\pi + \beta\right) < \gamma_1 \leq \frac{2}{3}\pi$.

Время насыщенного состояния каждого трансформатора не менее $1/3$ полупериода, поэтому в любой момент времени насыщен не менее чем один трансформатор. На некоторых интервалах времени насыщены одновременно два трансформатора.

На рис. 4 приведены кривые мгновенных значений тока небаланса $i_N(t)$ и вторичного тока трансформатора фазы А $i_{2A}(t)$ при $\gamma_1 = \frac{\pi}{2}$. Кривые вторичных токов двух других трансформаторов подобны $i_{2A}(t)$ и только сдвинуты по фазе на углы $\pm \frac{2}{3}\pi$. Там же пунктиром показаны кривые приведенных первичных токов. Участки этих кривых, соответствующие ненасыщенным состояниям сердечников, заштрихованы. Кривые мгновенных значений тока небаланса и вторичного тока строятся по участкам, границы которых указаны на рис. 4.

На участке I насыщены трансформаторы ТТ-А и ТТ-С. Поэтому

$$i_N = -K_2 i_{12B};$$

$$i_{2A} = i_{2C} = -0,5(1 - K_2) i_{12B};$$

$$i_{02A} = i_{12A} - i_{2A} = i_{12A} + 0,5(1 - K_2) i_{12B}.$$

В момент перехода через нуль тока i_{12A} перемagnичивание ТТ-А не начинается, так как в это время его намагничивающий ток i_{02A} еще не снижается до нуля. Трансформатор ТТ-А выходит из насыщения только в момент $\omega t = x$, когда

$$i_{12A} + 0,5(1 - K_2)i_{12B} = 0,$$

при этом

$$\sin \beta + 0,5(1 - K_2) \sin \left(\beta - \frac{2}{3} \pi \right) = 0;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \sqrt{3} \frac{1 - K_2}{3 + K_2} = \frac{\sqrt{3}}{3 + 2 \frac{R_2}{R_N}};$$

$x = \beta$ — угол сдвига момента начала перемagnичивания трансформатора относительно перехода через нуль первичного тока данного трансформатора.

На участке I ток небаланса изменяется пропорционально вторичному току ТТ-А и в момент $\omega t = x$ достигает своего максимума

$$i_{N \max} = I_{12m} \sin \beta \cdot K_2.$$

Поскольку угол β является функцией только отношения

$\frac{R_N}{R_2}$, то и амплитуда тока небаланса тоже является функцией только отношения $\frac{R_N}{R_2}$ (при данной амплитуде приведенного первичного тока).

На участке II насыщен только ТТ-С. Поэтому вторичные токи ТТ-А и ТТ-Б равны их приведенным первичным токам, а ток небаланса $i_N = K_1 i_{12C}$. В конце участка II наступает насыщение ТТ-В и ток небаланса меняет направление.

На участке III насыщены ТТ-В и ТТ-С. Вторичный ток ТТ-А продолжает оставаться равным его приведенному первичному току, а ток небаланса

$$i_N = -K_2 i_{12A}. \text{ В конце участка III, при } \omega t = \frac{1}{3} \pi + \beta$$

ТТ-В выходит из насыщения и ток небаланса достигает отрицательного максимума.

На участке IV насыщен только ТТ-В, ток небаланса $i_N = K_1 i_{12B}$. В конце участка IV насыщается ТТ-А, ток небаланса меняет направление.

На участке V насыщены ТТ-А и ТТ-В:

$$i_N = -K_2 i_{12C}; i_{2A} = -0,5(1 - K_2)i_{12C}.$$

В конце участка V ТТ-В выходит из насыщения и ток небаланса проходит через свой положительный максимум.

На участке VI насыщен только ТТ-А: $i_N = K_1 i_{12A}$; $i_{2A} = (1 - K_1)i_{12A}$. В конце участка VI насыщается ТТ-С, ток небаланса и вторичный ток ТТ-А проходят через нуль.

Участок VII подобен участку I, только токи имеют противоположное направление.

Из рис. 4 видно, что независимо от численного значения угла γ_1 для рассматриваемого диапазона значений этого угла, ширина импульсов тока небаланса всегда равна $\frac{1}{3} \pi$, их амплитуда равна $K_2 I_{12m} \sin \beta$

и в зависимости от значения γ_1 меняется только форма вершин этих импульсов. Ток небаланса проходит через нуль каждый раз, когда наступает на-

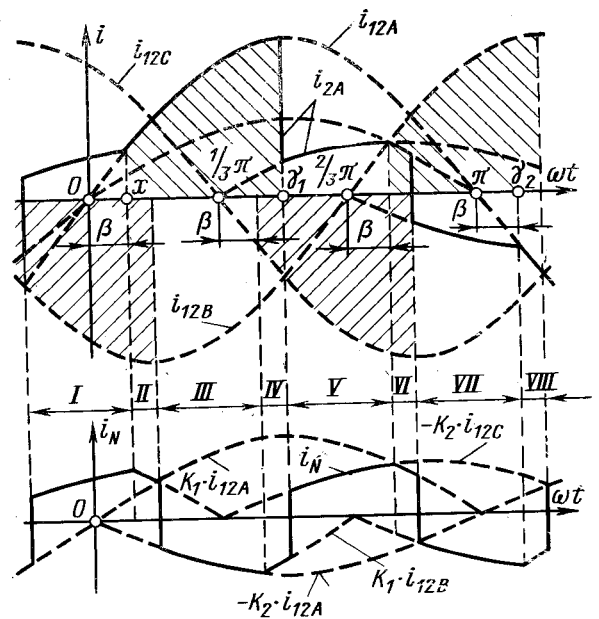


Рис. 4. Теоретические формы кривых тока небаланса и вторичного тока трансформатора в схеме ФТНП при $z_N = R_N \neq 0$, $\varphi_2 = 0$ в симметричном трехфазном режиме.

сыщение того или иного трансформатора, поэтому начальная фаза тока небаланса однозначно связана с углом насыщения γ_1 .

Численные значения I_N и I_{NC} могут быть получены поэтапным интегрированием кривой $i_N(\omega t)$:

$$I_N = I_{12} \sqrt{\frac{6}{\pi} \left[K_2^2 \int_{\gamma_1}^{\beta + 0,67\pi} \sin^2 \left(\omega t - \frac{1}{3} \pi \right) d\omega t + K_1^2 \int_{\beta + \frac{2}{3}\pi}^{\gamma_1 + \frac{1}{3}\pi} \sin^2 \omega t d\omega t \right]}$$

$$I_{NC} = I_{12C} \frac{3,33 \sqrt{2}}{\pi} \left[K_2 \int_{\gamma_1}^{\beta + \frac{2}{3}\pi} \sin \left(\omega t - \frac{1}{3} \pi \right) d\omega t + K_1 \int_{\beta + \frac{2}{3}\pi}^{\gamma_1 + \frac{1}{3}\pi} \sin \omega t d\omega t \right].$$

Значения коэффициента A_z и угла насыщения в данном диапазоне связаны соотношением:

$$A_z = 0,5 \left[\cos \beta - 0,5(1 - K_2) \cos \left(\beta + \frac{\pi}{3} \right) - \cos \gamma_1 + 0,5(1 - K_2) \cos \left(\gamma_1 - \frac{\pi}{3} \right) \right].$$

Из рис. 4 также видно, что при $\gamma_1 = \left(\frac{1}{3} \pi + \beta \right) - \frac{2}{3} \pi$ и $\varphi_2 = 0$ угловая погрешность по переходу через нуль на 60° меньше, чем у одиночного трансформатора при равных значениях γ_1 .

Диапазон 3. Угол насыщения $\frac{1}{3} \pi < \gamma_1 \leq \leq \left(\frac{1}{3} \pi + \beta\right)$.

При этом в любой момент времени насыщены одновременно два трансформатора. Насыщение трансформатора третьей фазы немедленно приводит к выходу из насыщения трансформатора опережающей фазы. Пусть, например, насыщены ТТ-А и ТТ-С, тогда в момент насыщения ТТ-В намагничивающий ток ТТ-А (фазы, опережающей В) уменьшится до нуля и ТТ-А выйдет из насыщения; при этом число насыщенных трансформаторов останется равным двум.

В данном случае, как и в диапазоне 2, выход ТТ-А из насыщения задерживается вследствие подпитки его вторичной цепи от ненасыщенного ТТ-В. Как только исчезнет эта подпитка (в момент насыщения ТТ-В), так сразу и произойдет выход ТТ-А из насыщения.

Задержка момента начала перемагничивания трансформатора относительно момента перехода через нуль его первичного тока в третьем диапазоне оказывается переменной: $x = \gamma_1 - \frac{1}{3} \pi$ и изменяется от $x = \beta$ при $\gamma_1 = \frac{1}{3} \pi + \beta$ до нуля при $\gamma_1 = \frac{1}{3} \pi$.

Каждый импульс тока небаланса в диапазоне 3 определяется вторичным током ненасыщенного трансформатора: $i_N = -K_2 i_{12\text{ненас}}$. При этом

$$i_{N \max} = K_2 \cdot I_{12m} \sin \gamma_1;$$

$$I_N = I_{12} \cdot K_2 \sqrt{\frac{6}{\pi} \int_{\gamma_1}^{\gamma_1 + \frac{1}{3} \pi} \sin^2 \left(\omega t - \frac{1}{3} \pi \right) d\omega t};$$

$$I_{NC} = I_{12C} K_2 \left[\frac{3,33 \sqrt{2}}{\pi} \times \int_{\gamma_1 + \frac{1}{3} \pi} \sin \left(\omega t - \frac{1}{3} \pi \right) d\omega t \right];$$

$$A_z = 0,5 (1,5 - 0,5 K_2) \left[\cos \left(\gamma_1 - \frac{\pi}{3} \right) - \cos \gamma_1 \right].$$

Диапазон 4. Угол насыщения $\gamma_1 \leq \frac{\pi}{3}$.

Появляются интервалы времени, на которых одновременно насыщены все три трансформатора тока и равны нулю мгновенные значения всех вторичных токов и тока небаланса. Во все остальное время периода насыщены два трансформатора.

В этом диапазоне значений γ_1 время насыщенного состояния каждого трансформатора становится больше, чем $\frac{2}{3}$ полупериода, поэтому подпитка вторичной цепи насыщенного трансформатора от ненасыщенного прекращается за некоторое время до момента перехода через нуль его первичного тока. При этом намагничивающий ток насыщенного трансформатора уменьшается до нуля в момент перехода через нуль первичного тока данного

трансформатора и в этот же момент начинается перемагничивание трансформатора.

За время перемагничивания ненасыщенного трансформатора по нулевому проводу протекает только один импульс тока небаланса

$$i_N = -K_2 i_{12\text{ненас}}.$$

В то время э. д. с. ненасыщенного трансформатора

$$e_2 = i_{2\text{ненас}} R_2 - i_N R_N = i_{12\text{ненас}} R_2 \cdot K_3,$$

где

$$K_3 = \frac{3R_N + R_2}{2R_N + R_2}.$$

Поэтому при $\gamma_1 \leq \frac{1}{3} \pi$ перемагничивание трансформатора в схеме ФТНП происходит так же, как и одиночного ТТ, у которого

$$A_z = \frac{z_{SH}}{m_1 R_2 K_3} = A_{z0}.$$

При этом параметры тока небаланса могут быть рассчитаны по следующим формулам:

$$i_{N \max} = I_{12m} \left(1 + \frac{f'_{Fm}}{100} \right) K_2;$$

$$I_N = I_{12} \left(1 + \frac{f'_F}{100} \right) K_2 \sqrt{3};$$

$$I_{NC} = I_{12C} \left(1 + \frac{f'_{FC}}{100} \right) K_2 3,$$

где f'_{Fm} , f'_F и f'_{FC} — погрешности по амплитуде, действующему и среднему значениям н. с. одиночного трансформатора при $A_z = A_{z0}$. Они определяются обычным путем по универсальным характеристикам трансформатора с ПХН [Л. 4 и 3].

Следует иметь в виду, что фактические погрешности f'_F и f'_{FC} данных трансформаторов будут несколько меньшими за счет эффекта подпитки.

Форма кривой тока небаланса в данном диапазоне подобна кривой рис. 2, в и отличается от нее только масштабом K_2 .

Таким образом, при данном значении отношения $\frac{R_N}{R_2}$ все относительные значения тока небаланса и все виды погрешностей трансформаторов тока, образующих ФТНП, однозначно связаны с углом насыщения γ_1 , который в свою очередь однозначно связан со значением коэффициента A_z . Поэтому оказывается возможным рассчитать универсальные характеристики ФТНП с ПХН, изображающие зависимости относительных значений тока небаланса от A_z для ряда значений отношения $\frac{R_N}{R_2}$.

Аналогично можно рассчитать и построить универсальные характеристики зависимостей погрешностей трансформаторов с ПХН в схеме ФТНП от параметра A_z для ряда значений $\frac{R_N}{R_2}$.

На рис. 3 приведена универсальная характеристика $I_{N*}(A_z)$ (кривая 4), рассчитанная для $R_N = R_2$. Сравнивая ее с аналогичной характеристикой, рассчитанной для $z_N = 0$ (рис. 3, кривая 1), можно оценить влияние сопротивления нулевого провода на действующее значение тока небаланса.

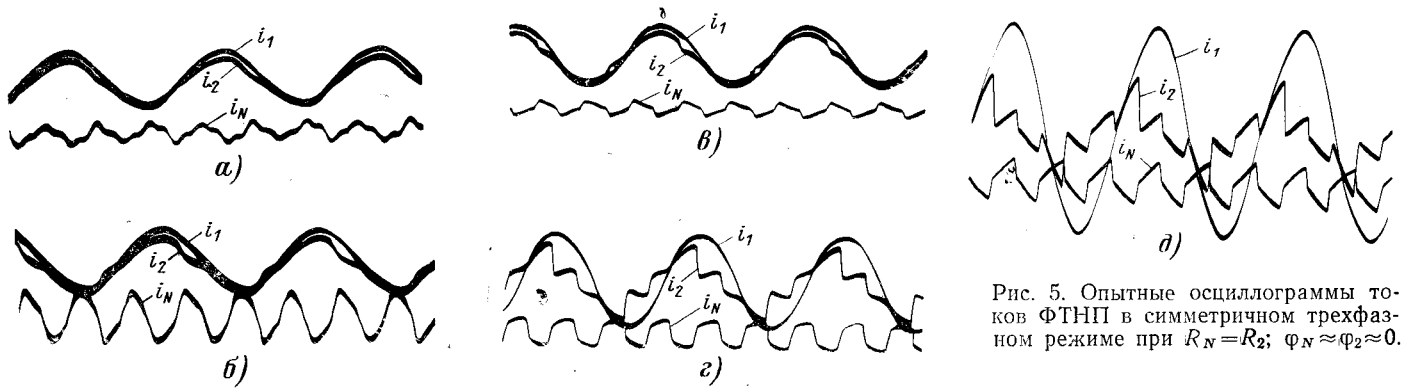


Рис. 5. Опытные осциллограммы токов ФТНП в симметричном трехфазном режиме при $R_N=R_2$; $\varphi_N \approx \varphi_2 \approx 0$.

Нетрудно видеть, что при $R_N=R_2$ и прочих равных условиях ток небаланса снижается не менее чем в 2 раза по сравнению со случаем $z_N=0$.

Наибольший практический интерес представляют значения тока небаланса при $A_z \geq 0,75$, т. е. при малых погрешностях трансформаторов, когда можно пользоваться всеми характеристиками рис. 3, построенными для $z_N=0$, с последующим учетом сопротивления нулевого провода.

Для области $A_z \leq 0,75$ при грубых ориентировочных расчетах можно пользоваться этими характеристиками (кривыми 1—3) при произвольных значениях $\frac{R_N}{R_2}$, умножая значение тока небаланса, найденное по кривым для $z_N=0$, как и при $A_z > 0,75$, на коэффициент $K_1 = \frac{R_2}{R_2 + R_N}$.

При этом расчетное значение тока небаланса будет завышено, особенно в области малых значений A_z , но не более, чем в 2 раза.

Результаты испытаний. Был испытан ФТНП, собранный из трех трансформаторов со следующими номинальными данными: первичные токи 10 а; вторичные токи 5 а; индуктивные сопротивления рассеяния практически равны нулю; сопротивления насыщения у двух трансформаторов 3,04 ом; сопротивление насыщения третьего трансформатора 2,9 ом.

Испытание производилось при практически синусоидальных первичных токах в симметричном трехфазном режиме, когда ток небаланса идеального ФТНП равен нулю.

Результаты испытаний приведены в таблице и на рис. 5. При этом на осциллограммах 5,а и 5,б масштабы одинаковые, на осциллограммах 5,в, г и д масштабы тока небаланса также одинаковые, но уменьшены по сравнению с рис. 5,а и б.

Для сравнения в той же таблице приведены значения коэффициента A_z , рассчитанные по данным испытаний, и со-

ответствующие им по универсальной характеристике 4 рис. 3 относительные значения тока небаланса. На графике рис. 3 нанесены опытные значения I_{N*} для $R_N=R_2$.

Сравнивая значения тока небаланса, полученные экспериментально и расчетным путем, можно видеть довольно близкое их совпадение. При этом расчетные значения тока небаланса получаются несколько преувеличенными.

Формы кривых токов также близко совпадают с расчетными. На осциллограмме рис. 5,а, снятой при $A_z \geq 0,9$, в условиях, когда токовая погрешность составляет —1,5%, а угол насыщения близок к 180°, ток небаланса, как и следовало ожидать, состоит из коротких остроконечных импульсов.

Осциллограммы рис. 5,б и 5,в сняты при $A_z=0,79—0,84$, т. е. в условиях, когда угол насыщения близок к 120°. При этом форма кривой тока небаланса близка к расчетной рис. 2,а. Это особенно хорошо видно на рис. 5,в. Осциллограммы рис. 5,г и 5,д позволяют проследить деформацию кривых вторичного тока и тока небаланса при значительном уменьшении A_z (увеличении погрешности трансформатора). При уменьшении A_z до 0,5—0,525 импульсы тока небаланса, как и следует из рис. 4, становятся округлыми, а кривая вторичного тока принимает ступенчатый вид с двумя максимумами.

При уменьшении нагрузки фильтра от значения $R_N=R_2$ до 3% от R_2 и неизменных прочих условиях — таких же, как для осциллограммы рис. 5,г, ток небаланса увеличился примерно в 2,6 раза и его относительное значение достигло $I_{N*}=0,90$. Расчетное значение относительного тока небаланса для этого режима

$$I_{N*} \approx I_{N(0)*} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_N}{R_2}} = 0,97 - 0,965,$$

т. е. всего на (7—8)% больше измеренного значения.

При $A_z=0,25—0,26$, что соответствует углу насыщения порядка 50°, импульсы тока небаланса имеют треугольную форму с крутыми задними фронтами (как на рис. 2,в), а вторичный ток имеет три максимума в каждом полупериоде, причем два из этих максимумов обусловлены подпиткой вторичной цепи данного трансформатора от двух других трансформаторов.

Параметры	$R_N=R_2=1,45 \text{ ом}$					$R_N=R_2=5,8 \text{ ом}$					$R_N=0,17 \text{ ом}$ $R_2=5,8 \text{ ом}$	
	m_1	2,13	2,22	2,36	2,54	2,67	0,625	0,83	1,0	1,25	2,0	1,0
Из опыта	I_{N*}, a	0,6	1,5	2,28	3,3	4,1	0,825	1,5	1,71	1,97	2,2	4,5
	I_{N*}	0,057	0,135	0,193	0,26	0,307	0,264	0,36	0,342	0,315	0,22	0,90
Расчет при $z_{SH}=2,9 \text{ ом}$	Осциллограммы	—	5,а	—	5,б	—	5,в	—	5,г	—	5,д	—
	A_z	0,94	0,9	0,85	0,79	0,75	0,8	0,6	0,5	0,4	0,25	0,5
Расчет при $z_{SH}=3,04 \text{ ом}$	I_{N*}	0,13	0,19	0,25	0,33	0,37	0,327	0,37	0,346	0,3	0,215	0,97
	A_z	0,985	0,94	0,89	0,83	0,785	0,84	0,63	0,525	0,42	0,26	0,525
	I_{N*}	0,05	0,13	0,2	0,28	0,34	0,27	0,38	0,35	0,3	0,22	0,965

Во всех случаях основная частота тока небаланса равна частоте третьей гармоники первичного тока, но наряду с третьей гармоникой явно видны гармоники и более высокого порядка.

Приведенные осциллограммы позволяют сделать некоторые выводы о влиянии неидентичности трансформатора тока. В данном случае неидентичность трансформатора характеризуется неодинаковыми значениями z_{SH} у трансформаторов разных фаз. У испытанного ФТНП значения z_{SH} различались на 5%, что соответствовало различающимся на 5% значениям индукций насыщения сердечников трансформаторов. Поскольку на осциллограммах не заметны слагающие первой гармоники в токе небаланса, применение трансформаторов с различающимися на 5% значениями индукций насыщения практически не отражается на величине тока небаланса.

Выводы. 1. Если трансформаторы тока, образующие ФТНП, находятся в режиме глубокого насыщения, то

по мере увеличения кратности первичного тока относительный ток небаланса вначале резко увеличивается, а затем снижается;

форма кривой и начальная фаза тока небаланса в сильной степени зависят от кратности первичного тока;

ток небаланса заметно снижается при увеличении сопротивления нагрузки (z_N) фильтра;

при прочих равных условиях наибольшее значение тока небаланса получается при активных сопротивлениях нагрузки трансформаторов и ФТНП.

2. Предложенный метод позволяет довольно просто оценивать значение и форму кривой тока небаланса, а также погрешности трансформаторов тока с учетом сопротивления нулевого провода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воскресенский А. А., Токи небаланса в нулевом проводе трансформатора тока, «Электрические станции», 1950, № 2.

2. Руководящие указания по релейной защите, вып. 2, Ступенчатая токовая защита нулевой последовательности от замыканий на землю линий 110—220 кВ, Госэнергоиздат, 1961.

3. Казанский В. Е., Трансформаторы тока в схемах релейной защиты, изд-во «Энергия», 1970.

4. Дмитриев К. С., Универсальные характеристики трансформаторов тока с прямоугольной характеристикой намагничивания, СЦНТИ, Москва, 1970.

[18.5.1971]



УДК 621.31:658.562

К определению качества электроэнергии при работе синхронных генераторов соизмеримой мощности

Канд. техн. наук М. С. МИКЛЯЕВ

Москва

Определение качества электроэнергии при работе генераторов соизмеримой мощности является одной из основных задач при проектировании и исследовании автономных энергосистем. Данные по качеству электроэнергии необходимы, чтобы произвести выбор коммутационной и защитной аппаратуры, сформулировать требования к аппаратуре управления, оценить максимальные электродинамические усилия, возникающие в обмотках электрических машин. Обычно проектанты интересуются максимальными отклонениями напряжения, тока, мощности от номинальных значений в основных режимах работы автономной электроэнергетической системы: сбросах, набросах и переводах нагрузки, синхронизации, коротких замыканиях и т. д. Исследования показывают, что эти отклонения наблюдаются в первый момент времени и являются, по существу, параметрическими. Поэтому в большинстве случаев нет необходимости прибегать к интегрированию полной системы дифференциальных уравнений, а достаточно ограничиться определением отклонений параметров в начале переходного процесса по упрощенным алгоритмам при допущении постоянства потокоцеплений роторных контуров и без учета изменений скорости вращения первичного двигателя.

Данная статья посвящена усовершенствованию алгоритмов расчета качества электроэнергии в ав-

тономных энергосистемах. В основу расчета положены угловые характеристики синхронных машин: зависимости тока, напряжения и мощности в функции угла рассогласования э. д. с. генераторов. Угловые характеристики записаны с учетом явнополюсности. Автономная работа генератора рассматривается как частный случай работы двух синхронных генераторов. Алгоритм расчета угловых характеристик пригоден как для определения первичных отклонений параметров при $t=+0$, так и для последующего начального отрезка времени с учетом уравнения движения.

Совместная работа генераторов на общую нагрузку характеризуется уравнениями баланса токов в точке присоединения нагрузки [Л. 1 и 2], записанные в осях первого и второго генераторов:

$$\left. \begin{aligned} i_{d1} &= g_n u_{d1} + b_n u_{q1} - i_{d2(1)}; \\ i_{q1} &= -b_n u_{d1} + g_n u_{q1} - i_{q2(1)}; \\ i_{d2} &= g_n u_{d2} + b_n u_{q2} - i_{d1(2)}; \\ i_{q2} &= -b_n u_{d2} + g_n u_{q2} - i_{q1(2)}; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{q2(1)} &= i_{q2} \cos \theta_{12} + i_{d2} \sin \theta_{12}; \\ i_{d2(1)} &= -i_{q2} \sin \theta_{12} + i_{d2} \cos \theta_{12}; \\ i_{q1(2)} &= i_{q1} \cos \theta_{12} - i_{d1} \sin \theta_{12}; \\ i_{d1(2)} &= i_{q1} \sin \theta_{12} + i_{d1} \cos \theta_{12}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $i_{q_2(2)}$, $i_{d_2(1)}$ — проекции тока второго генератора на оси первого генератора; $i_{q_1(2)}$, $i_{d_2(2)}$ — проекции тока первого генератора на оси второго генератора; $g_H = \frac{x_H}{r_H^2 + x_H^2}$ — активная проводимость нагрузки; $b_H = \frac{x_H}{r_H^2 + x_H^2}$ — реактивная проводимость нагрузки; θ_{12} — угол между осями роторов первого и второго генераторов.

В переходном режиме:

$$\left. \begin{aligned} u_{q_1} &= E'_{d_1} - i_{d_1} x'_{d_1}; \\ u_{d_1} &= E'_{q_1} + i_{q_1} x'_{q_1}; \\ u_{q_2} &= E'_{d_2} - i_{d_2} x'_{d_2}; \\ u_{d_2} &= E'_{q_2} + i_{q_2} x'_{q_2}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где E'_{d_1} , E'_{d_2} , E'_{q_1} , E'_{q_2} — э. д. с. за переходными реактивными сопротивлениями по осям d и q .

Подставляя (2) и (3) в (1), получим:

$$\left. \begin{aligned} i_{d_1} (1 + b_H x'_{d_1}) - i_{q_1} g_H x'_{q_1} + i_{d_2} \cos \theta_{12} - \\ - i_{q_2} \sin \theta_{12} &= b_H E'_{d_1} + g_H E'_{q_1}; \\ i_{d_1} g_H x'_{d_1} + i_{q_1} (1 + b_H x'_{q_1}) + i_{d_2} \sin \theta_{12} + \\ + i_{q_2} \cos \theta_{12} &= g_H E'_{d_1} - b_H E'_{q_1}; \\ i_{d_1} \cos \theta_{12} + i_{q_1} \sin \theta_{12} + i_{d_2} (1 + b_H x'_{d_2}) - \\ - i_{q_2} g_H x'_{q_2} &= b_H E'_{d_2} + g_H E'_{q_2}; \\ -i_{d_1} \sin \theta_{12} + i_{q_1} \cos \theta_{12} + i_{d_2} g_H x'_{d_2} + \\ + i_{q_2} (1 + b_H x'_{q_2}) &= g_H E'_{d_2} - b_H E'_{q_2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Система уравнений (4) позволяет находить по одному единому алгоритму все угловые характеристики двух синхронных машин, включая $P_1(\theta_{12})$, $P_2(\theta_{12})$, $Q_1(\theta_{12})$, $Q_2(\theta_{12})$, $i_1(\theta_{12})$, $i_2(\theta_{12})$, $u_H(\theta_{12})$, если после решения приведенной системы уравнений относительно токов i_{d_1} , i_{d_2} , i_{q_1} , i_{q_2} продолжить вычисления по формулам:

$$P_i(\theta_{12}) = u_{di}(\theta_{12}) i_{di}(\theta_{12}) + u_{qi}(\theta_{12}) i_{qi}(\theta_{12}); \quad (5)$$

$$Q_i(\theta_{12}) = u_{qi}(\theta_{12}) i_{di}(\theta_{12}) - u_{di}(\theta_{12}) i_{qi}(\theta_{12}); \quad (6)$$

$$i_i(\theta_{12}) = \sqrt{i_{di}^2(\theta_{12}) + i_{qi}^2(\theta_{12})}, \quad (7)$$

где $u_{di} = E'_{qi} + i_{qi}(\theta_{12}) x'_{qi}$, $u_{qi} = E'_{di} - i_{di}(\theta_{12}) x'_{di}$, $i = 1, 2$.

Напряжение на нагрузке $u_H(\theta_{12})$ следует вычислять по выражению:

$$P_1(\theta_{12}) + P_2(\theta_{12}) = \frac{u_H^2 r_H}{r_H^2 + x_H^2},$$

откуда

$$u_H = \frac{\sqrt{[P_1(\theta_{12}) + P_2(\theta_{12})] (r_H^2 + x_H^2)}}{r_H}, \quad (8)$$

либо из аналогичного соотношения

$$u_H = \frac{\sqrt{[Q_1(\theta_{12}) + Q_2(\theta_{12})] (r_H^2 + x_H^2)}}{x_H}. \quad (9)$$

При расчете одну из формул (8) или (9) рекомендуется использовать как контрольную.

Рассмотренную методику расчета угловых характеристик легко распространить на систему, содержащую несколько синхронных машин. Так для

системы из n генераторов уравнения (4) запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \|b_d\| \cdot \|i_d\| - \|g_q\| \cdot \|i_q\| &= b_H \|E'_d\| + \\ &+ g_H \|E'_q\|; \\ \|g_d\| \cdot \|i_d\| + \|b_q\| \cdot \|i_q\| &= \\ &= g_H \|E'_d\| - b_H \|E'_q\|, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\|i_d\|$, $\|E'_d\|$ — столбцевые матрицы токов и э. д. с. продольной оси; $\|i_q\|$, $\|E'_q\|$ — столбцевые матрицы и э. д. с. поперечной оси; $\|b_d\|$, $\|b_q\|$ — симметричные квадратные матрицы n -го порядка, элементы которых определяются по формулам: $b_{dij} = 1 + b_H x'_{di}$, $b_{qij} = 1 + b_H x'_{qi}$, если $i = j$ и $b_{dij} = b_{qij} = \cos \theta_{ij}$ при $i \neq j$ (эти матрицы симметричны в силу равенства $\theta_{ij} = -\theta_{ji}$ и четности функции $\cos \theta$); $\|g_d\|$, $\|g_q\|$ — кососимметричные квадратные матрицы n -го порядка, элементы которых вычисляются по формулам: $g_{dij} = g_H x'_{di}$, $g_{qij} = g_H x'_{qi}$ при $i = j$ и $g_{dij} = -\sin \theta_{ij}$, $g_{qij} = \sin \theta_{ij}$, если $i \neq j$ (эти матрицы кососимметричны в силу нечетности функций $\sin \theta$).

Определив из (10) токи i_{di} и i_{qi} , находим угловые характеристики машин с помощью соотношений (5) ÷ (8).

Расчет начальных э. д. с. E'_{di} и E'_{qi} производится по начальной загрузке генераторов по формулам:

$$\operatorname{tg} \delta_{0i} = \frac{\cos \varphi_{0i} i_{0i} x_{qi}}{u_{0i} + i_{0i} x_{qi} \sin \varphi_{0i}}; \quad (11)$$

$$i_{d0i} = i_{0i} \sin(\delta_{0i} + \varphi_{0i}); \quad (12)$$

$$E'_{di} = u_{0i} \cos \delta_{0i} + i_{d0i} x'_{di}; \quad (13)$$

$$i_{q0i} = i_{0i} \cos(\delta_{0i} + \varphi_{0i}); \quad (14)$$

$$E'_{qi} = i_{q0i} (x_{qi} - x'_{qi}), \quad (15)$$

где u_{0i} , i_{0i} — напряжение и ток генератора до изменения режима его работы; $\cos \varphi_{0i}$ — коэффициент мощности; δ_{0i} — начальный рабочий угол синхронного генератора.

Приведенные угловые характеристики генераторов, найденные при неизменной нагрузке на общих шинах и постоянстве переходных э. д. с., удобно использовать при оценке качества электроэнергии в режимах синхронизации при несинхронных включениях генераторов, которые имеют место в системе при наличии средств ручного включения, средств автоматического повторного включения генераторов после их аварийного отключения, а также при ложном срабатывании аппаратуры синхронизации. Режим синхронизации можно рассматривать как внезапное изменение угла при постоянстве э. д. с. и нагрузке. Угол $\theta = 180^\circ$ соответствует короткому замыканию на шинах системы.

Рассмотренный алгоритм расчета угловых характеристик может быть использован при оценке качества электроэнергии при внезапных изменениях нагрузки как для автономно работающего генератора, так и при параллельной работе нескольких нерегулируемых генераторов с учетом и без учета уравнения движения. Качество электроэнергии при внезапных изменениях нагрузки без учета уравнения движения для $t = +0$ определяется при постоянстве переходных э. д. с. и углов рассогласования роторов генераторов, соответствующих стационарному режиму. Расчет координат системы в переход-

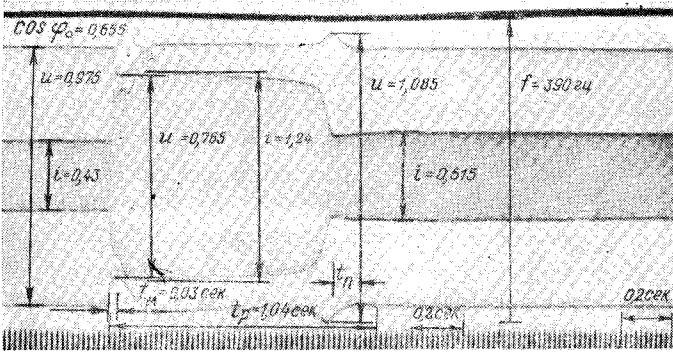


Рис. 1.

ном режиме при $t > 0$ по упрощенным алгоритмам с учетом уравнения движения подробно изложен в [Л. 2 и 3]. Предлагаемый расчет угловых координат (u, i, P, Q) практически не изменит общепринятой последовательности вычислений.

В частном случае, когда работает один генератор, приведенный алгоритм расчета позволяет определить качество напряжения автономно работающего генератора при сбросах и набросах нагрузки, исходя из уравнений:

$$\left. \begin{aligned} i_{d1} (1 + b_{\text{н}} x'_{d1}) - i_{q1} g_{\text{н}} x'_{q1} &= g_{\text{н}} E'_{q1} + b_{\text{н}} E'_{d1}; \\ i_{d1} g_{\text{н}} x'_{d1} + i_{q1} (1 + b_{\text{н}} x'_{q1}) &= g_{\text{н}} E'_{d1} - b_{\text{н}} E'_{q1}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Определим токи i_{d1} и i_{q1} для нового режима работы, находим напряжение генератора

$$u_{\text{г}} = \sqrt{(E'_{d1} - i_{d1} x'_{d1})^2 + (E'_{q1} + i_{q1} x'_{q1})^2}. \quad (17)$$

При сбросе полной нагрузки

$$u_{\text{г}} = \sqrt{E_{d1}^2 + E_{q1}^2}. \quad (18)$$

На рис. 1 приведена осциллограмма пуска асинхронного электродвигателя от генератора соизмеримой мощности, имеющего следующие параметры: $x'_{d1} = 0,39$; $x_{q1} = 0,78$; $x'_{q1} = x''_{q1} = 0,39$; $x''_{d1} = 0,319$; $i_0 = 0,43$; $u_0 = 0,975$; $\cos \varphi_0 = 0,655$. Активная и реактивная проводимость нагрузки до включения асинхронного двигателя $g_{\text{н}} + j b_{\text{н}} = 0,325 + j 0,282$. Проводимость электродвигателя в момент включения равна комплексу пускового тока при $s = 1$ $g_{\text{н}} + j b_{\text{н}} = 0,685 + j 0,212$. Результирующая проводимость после изменения нагрузки $g_{\text{н}} + j b_{\text{н}} = 1,01 + j 0,494$. Из расчета по сверхпереходным параметрам $u = 0,773 u_{\text{н}}$, по переходным параметрам $u = 0,732 u_{\text{н}}$, по данным опыта $u = 0,765 u_{\text{н}}$.

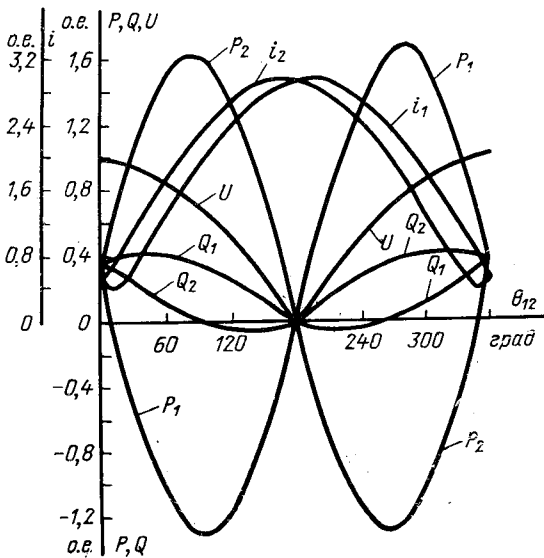


Рис. 2.

Качество электроэнергии при несинхронном включении генераторов и коротких замыканиях на шинах нагрузки (что соответствует углу включения генераторов $\theta_{12} = 180^\circ$) удобно оценивать с помощью специально рассчитанных для этой цели угловых характеристик. На рис. 2 показаны угловые характеристики синхронных генераторов, имеющих параметры предыдущего примера, для случая, когда генераторы имеют предварительную загрузку, равную половине их номинальной мощности.

При рассмотрении режимов работы генераторов, имеющих различные мощности, их параметры должны быть приведены к одной базовой мощности. Угловые характеристики целесообразно рассчитывать для двух случаев предварительной загрузки генераторов: $S_1 = S_2 = 0,5$ и $S_1 = 1,0$; $S_2 = 0$, что дает учесть влияние различной нагрузки на качество электроэнергии.

Приведенная методика расчета качества электроэнергии с помощью угловых характеристик весьма удобна при использовании вычислительных машин, в том числе малой мощности, поскольку решение основной системы уравнений (4) или (10) реализуется с помощью стандартной подпрограммы. Преимущества предложенного алгоритма расчета координат u, i, P, Q очевидны. В этом можно убедиться на частном примере расчета указанных координат для случая совместной работы на общие шины двух синхронных генераторов без учета явнополюсности при предположении постоянства э. д. с. за переходным реактивным сопротивлением по предложенной методике и исходя из эквивалентной схемы замещения рис. 3 (см. приложение). Заметим, что приведенные в приложении формулы удобны в случае ручного расчета оценки качества электроэнергии и при аналитических исследованиях статической и динамической устойчивости данного режима.

Приложение. Формулы для расчета u, i, p, Q совместной работы двух синхронных генераторов без учета явнополюсности. В соответствии с рис. 3

$$i_1 = \frac{\dot{E}'_{d1}}{\dot{Z}_{11}} - \frac{\dot{E}'_{d2}}{\dot{Z}_{12}}; \quad (19)$$

$$i_2 = \frac{\dot{E}'_{d2}}{\dot{Z}_{22}} - \frac{\dot{E}'_{d1}}{\dot{Z}_{12}}; \quad (20)$$

$$u_{\text{н}} = I_{\text{н}} \dot{Z}_{\text{н}} = (i_1 + i_2) z_{\text{н}}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{z}_{11} &= r_{11} + j x_{11} = \frac{x'_{d2} r_{\text{н}}}{r_{\text{н}}^2 + (x_{\text{н}} + x'_{d2})^2} + \\ &+ j \left[x'_{d1} + x'_{d2} \frac{r_{\text{н}}^2 + x_{\text{н}} (x_{\text{н}} + x'_{d2})}{r_{\text{н}}^2 + (x_{\text{н}} + x'_{d2})^2} \right]; \end{aligned} \quad (22)$$

$$\dot{z}_{22} = r_{22} + jx_{22} = \frac{x'_{d1}{}^2 r_H}{r_H^2 + (x_H + x'_{d1})^2} + j \left[x'_{d2} + x'_{d1} \frac{r_H^2 + x_H(x_H + x'_{d1})}{r_H^2 (x_H + x'_{d1})^2} \right]; \quad (23)$$

$$\dot{z}_{12} = z_{12} + jx_{12} = \frac{r_H x'_{d1} x'_{d2}}{r_H^2 + x_H^2} + j \left[x'_{d1} + x'_{d2} + \frac{x_H x'_{d1} x'_{d2}}{r_H^2 + x_H^2} \right]. \quad (24)$$

Угловые характеристики тока, мощности и напряжения на шинах нагрузки в функции угла θ_{12} запишем в виде:

$$I_1 = \sqrt{I_1^* I_1} = \frac{1}{z_{11} z_{12}} \sqrt{E'_{d01}{}^2 z_{12}^2 + E'_{d02}{}^2 z_{11}^2 - 2E'_{d01} E'_{d02} \times \rightarrow \times [(r_{11} r_{12} + x_{11} x_{12}) \cos \theta_{12} - (r_{11} x_{12} - r_{12} x_{11}) \sin \theta_{12}]; \quad (25)$$

$$I_2 = \sqrt{I_2^* I_2} = \frac{1}{z_{22} z_{12}} \sqrt{E'_{d02}{}^2 z_{12}^2 + E'_{d01}{}^2 z_{22}^2 - 2E'_{d01} E'_{d02} \times \rightarrow \times [(r_{22} r_{12} + x_{22} x_{12}) \cos \theta_{12} - (r_{22} x_{12} - r_{12} x_{22}) \sin \theta_{12}]; \quad (26)$$

$$P_1 = \text{Re}(\dot{U} I_1^*) = \frac{1}{z_{12}^2} \left\{ \frac{E'_{d01}{}^2 x'_{d2}}{z_{11}^2} (r_{11} x_{12} - x_{11} r_{12}) + E'_{d01} E'_{d02} \left[\frac{x'_{d1}}{z_{11}^2} (r_{11} r_{12} + x_{11} x_{12}) + x'_{d2} \right] \sin \theta_{12} + E'_{d01} E'_{d02} \frac{x'_{d1}}{z_{11}^2} (r_{11} x_{12} - r_{12} x_{11}) \cos \theta_{12} \right\}; \quad (27)$$

$$P_2 = \text{Re}(\dot{U} I_2^*) = \frac{1}{z_{12}^2} \left\{ \frac{E'_{d02}{}^2 x'_{d1}}{z_{22}^2} (r_{22} x_{12} - r_{12} x_{22}) + E'_{d01} \frac{x'_{d2}}{z_{22}^2} (x_{12} r_{22} r_{12} x_{22}) \cos \theta_{12} - E'_{d01} E'_{d02} \left[\frac{x'_{d1}}{z_{22}^2} (r_{12} r_{22} + x_{12} x_{22}) + x'_{d1} \right] \sin \theta_{12} \right\}; \quad (28)$$

$$Q_1 = \text{Im}(\dot{U} I_1^*) = \frac{1}{z_{22}^2} \left\{ \frac{E'_{d01}{}^2 x'_{d2}}{z_{11}^2} (r_{12} r_{11} + x_{12} x_{11}) - E'_{d02}{}^2 x'_{d1} + E'_{d01} E'_{d02} \left[\frac{x'_{d1}}{z_{11}^2} (r_{12} r_{11} + x_{12} x_{11}) - x'_{d2} \right] \cos \theta_{12} + \frac{E'_{d01} E'_{d02} x'_{d1}}{z_{11}^2} (x_{11} r_{12} - r_{11} x_{12}) \sin \theta_{12}; \quad (29)$$

$$Q_2 = \text{Im}(\dot{U} I_2^*) = \frac{1}{z_{12}^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{E'_{d02}{}^2 x'_{d1}}{z_{22}^2} (r_{12} r_{22} + x_{12} x_{22}) - E'_{d01}{}^2 x'_{d2} + E'_{d01} E'_{d02} \left[\frac{x'_{d2}}{z_{22}^2} (r_{12} r_{22} + x_{12} x_{22}) - x'_{d1} \right] \cos \theta + \frac{E'_{d01} E'_{d02} x'_{d2}}{z_{22}^2} (x_{12} r_{22} - r_{12} x_{22}) \sin \theta_{12} \right\}; \quad (30)$$

$$U = \sqrt{\dot{U} \dot{U}^*} = \frac{1}{z_{12}} \sqrt{E'_{d1}{}^2 x'_{d2} + E'_{d2}{}^2 x'_{d1} + \rightarrow + 2E'_{d1} E'_{d2} x'_{d1} x'_{d2} \cos \theta_{12}}. \quad (31)$$

Выводы. 1. В основных режимах работы автономной электроэнергетической системы: сбросах, набросах и переводах нагрузки, синхронизации, коротких замыканиях и т. д. максимальные отклонения параметров (тока, напряжения, мощности), определяющих качество электроэнергии системы, наблюдаются в первый момент времени и являются, по существу, параметрическими.

2. Максимальные отклонения параметров в начале переходного процесса могут быть найдены с помощью угловых характеристик синхронных машин по упрощенным алгоритмам при допущении постоянства э. д. с. за переходными реактивными сопротивлениями и без учета изменений скорости первичного двигателя. При этом режимы автономной работы синхронного генератора рассматриваются как частный случай параллельной работы генераторов на общую нагрузку.

3. Разработанный алгоритм расчета угловых характеристик синхронных машин пригоден как для определения первичных отклонений параметров при $t = +0$, так и для последующего времени при учете уравнения движения. Угловые характеристики могут быть использованы при решении ряда вопросов, связанных со статической и динамической устойчивостью совместной работы синхронных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Симоновский В. И., Метод расчета первичных бросков напряжения и тока синхронных генераторов при внезапных изменениях режимов, Тр. ВНИИЭМ, том 27, 1969.
2. Веретенников Л. П., Потапкин А. И., Раимов М. М., Моделирование, вычислительная техника и переходные процессы в судовых электроэнергетических системах, изд-во «Судостроение», 1964.
3. Городский Д. А., Описание методики расчета синхронизации генераторов, Тр. ВЭИ, вып. 40, 1940.

[16.11.1971]



Прогнозирование значений контролируемых параметров электротехнических устройств

Канд. техн. наук Л. Л. ЛЕЙМОНТ, инж. Е. Е. БРОДЕЦКАЯ

Москва

Вследствие повышения важности решаемых задач электротехническими системами существует необходимость создания автоматизированных систем контроля с прогнозированием, позволяющих предсказывать техническое состояние устройств в период их функционирования (эксплуатации).

Если в области создания автоматизированных систем контроля существуют серьезные достижения, то инженерных методов прогнозирования до настоящего времени получено не было.

Одним из возможных общих подходов к задачам теории надежности можно считать изложенный в [Л. 1]: «Состояние элемента, узла, технической системы характеризуются в каждый момент некоторым набором параметром $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ Изменение состояний системы является функцией времени и нагрузок p (в свою очередь изменяющихся со временем). Таким образом, эволюция системы описывается функцией $x = x(t, p)$. В пространстве состояний X выделяется . . . , некоторое подмножество A , попаданием в которое считается отказом. Для реализаций процесса $x(t)$ определено распределение вероятностей. Числовые характеристики надежности являются математическими ожиданиями некоторых функционалов от процесса $x(t)$ [Л. 2]».

Существенным при этом, естественно, оказывается выбор информационных параметров, позволяющих с наибольшей достоверностью в любой момент времени судить о техническом состоянии эксплуатируемой системы или устройства.

Постановка задачи. Пусть имеется система, техническое состояние которой в любой данный момент времени полностью определяется численными значениями контролируемого параметра ξ . Параметр $\xi(t)$ изменяется на интервале $0 \leq t \leq T_0$. Требуется определить значения ξ на интервале $T_0 \leq t \leq T$.

Согласно [Л. 3 и 4] случайный процесс $\xi(t)$ представим в виде сходящегося в среднем ряда:

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\varphi_k(t)}{\sqrt{\lambda_k}}, \quad 0 \leq t \leq T_0. \quad (1)$$

Тогда наилучший, в смысле минимума среднеквадратической ошибки прогноз значений $\xi(t+\tau)$ следует искать в виде:

$$\xi(t+\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\varphi_k(t+\tau)}{\sqrt{\lambda_k}}. \quad (2)$$

Обозначим через $L_2(\xi)$ гильбертово пространство, порожденное значениями (реализациями) ξ на интервале наблюдений $[0, T_0]$ и через $PL_2(\xi)$ — оператор проектирования на это пространство.

В этом случае $L_2(\xi)$ совпадает с пространством A , натянутом на ортонормированную систему векторов a_k ($k=1, 2, 3, \dots$), так, что для нахождения

предсказанных значений в моменты времени $t+\Delta t$ необходимо составить ряд:

$$\xi(t+\Delta t) = PL_2(\xi) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k Ma_k \xi(t+\Delta t). \quad (3)$$

В сформулированной задаче, для решения которой основные математические соотношения приведены в приложении, наложено одно существенное ограничение. Предлагаемый метод прогнозирования является, так называемым, инструментальным методом, предполагающим наличие контроля (измерения) основных параметров устройства. В формировании контролируемого параметра ξ (часто называемого интегральным) должны участвовать фактически все элементы устройства. Следовательно, предлагаемый метод предназначен для прогнозирования, так называемых «постепенных» отказов. Образно выражаясь, прогнозу должен предшествовать диагноз. Если глубокий диагноз отсутствует, т. е. контроль параметра не осуществляется, то мы можем наблюдать лишь «внезапные» отказы. Действительно, сейчас трудно, а вернее невозможно дать точное определение «постепенному» и «внезапному» отказам. Для этого необходимо найти их метрологические характеристики, ибо понятие «медленное» и «быстрое» не является строгим. Всегда возникает вопрос: «как медленно» или «как быстро». В связи с появлением теории прогнозирования, на наш взгляд, было бы разумно отказаться от существующего определения этих двух терминов, так как любой отказ является следствием постепенных изменений физико-химической структуры материалов (мы исключаем катастрофические ситуации) и скорость их зависит от интенсивности воздействующих факторов эксплуатации — температуры, влажности, нагрузок и т. д. В зависимости от того, умеем ли мы прогнозировать или нет, нарушение нормального функционирования устройства является ожидаемым или внезапным. Нам кажется, что справедливее говорить об отказах, время появления которых поддается прогнозу (соответствующих «постепенным» отказам) и отказах, не поддающихся прогнозу (соответствующих «внезапным» отказам).

Вследствие всего сказанного предлагаемый метод прогнозирования технического состояния справедлив для электротехнических устройств и систем, в которых в период их эксплуатации осуществляется достаточно глубокий контроль с измерением их основных параметров. В большинстве практических случаев в устройствах можно выделить интегральный параметр, но измерение их не всегда бывает целесообразным, исходя из сложности систем контроля. Например, инструментальный прогноз нецелесообразен для релейных устройств и систем, ибо отказ каждого из реле равновероятен и инструментальный контроль системы означает измерение параметров всех ее элементов.

Алгоритмическое решение задачи. Для решения сформулированной задачи на ЦВМ была разработана программа, предназначенная для определения собственных значений и собственных векторов квадратичной симметрической матрицы (см. приложение).

Так как предлагаемый метод прогнозирования позволяет экстраполировать нестационарные случайные процессы, то необходимо быть достаточно точным при снятии значений контрольного параметра. После того, как эти данные сняты, они представляют собой так называемую предысторию процесса, на которой обучается машина.

В разработанной программе использовалась модификация (рис. 1) итерационного метода Якоби [Л. 5]. Этот метод состоит в цепочке преобразований подобия, в результате которых в пределе получается диагональная матрица, так что ее собственные значения определяются непосредственно.

Действительно, пусть S — ортогональная матрица такая, что

$$S^T A S = D, \quad (4)$$

где D — диагональная матрица.

Элементы D_{ik} матрицы D имеют вид

$$D_{ik} = \varepsilon_i \delta_{ik},$$

где

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k. \end{cases} \quad (5)$$

Умножив (4) на S и учитывая, что S ортогональна, получим:

$$A S = S D \quad (6)$$

и если через S^i обозначить i -й столбец матрицы S , уравнение (6) примет вид

$$A S^i = \varepsilon_i S^i. \quad (7)$$

Таким образом, если найдена ортогональная матрица S , которая преобразует действительную симметрическую матрицу A в диагональную матрицу D , тогда i -й диагональный элемент матрицы S может быть принят за i -ое собственное значение матрицы A , а i -ый столбец матрицы S — за i -ый собственный вектор матрицы A .

В отличие от классического метода Якоби, при котором операция выбора наибольшего недиагонального элемента требует значительной затраты времени ЦВМ, использовался циклический метод с порогом. Это означает, что вводится монотонно убывающая к нулю последовательность чисел (порогов) v_1, v_2, \dots , и при последовательном аннулировании недиагональных элементов пропускаются те шаги, при которых пришлось бы уничтожить элементы, меньшие, чем v_1 . После того, как все недиагональные элементы станут по модулю не больше v_1 , «порог» сдвигается, а значит, число v_1 заменяется на v_2 и т. д.

Числа v_1, v_2, v_3, \dots определяются следующим образом. Задается первоначальная (недиагональная) норма как сумма $N(N-1)$ недиагональных элементов, т. е.

$$v_n = \left\{ \sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^N A_{ik}^2 \right\}^{1/2}. \quad (8)$$

Затем определяется порог v_1 делением v_n на фиксированную постоянную σ , порог v_2 — делением v_1 на σ и т. д. За σ берется число N (порядок исходной матрицы).

После определения λ_k и ϕ_{kn} начинается вторая часть программы, в которой определяется число K , необходимое для достижения заданной точности, и коэффициенты разложения процесса по характери-

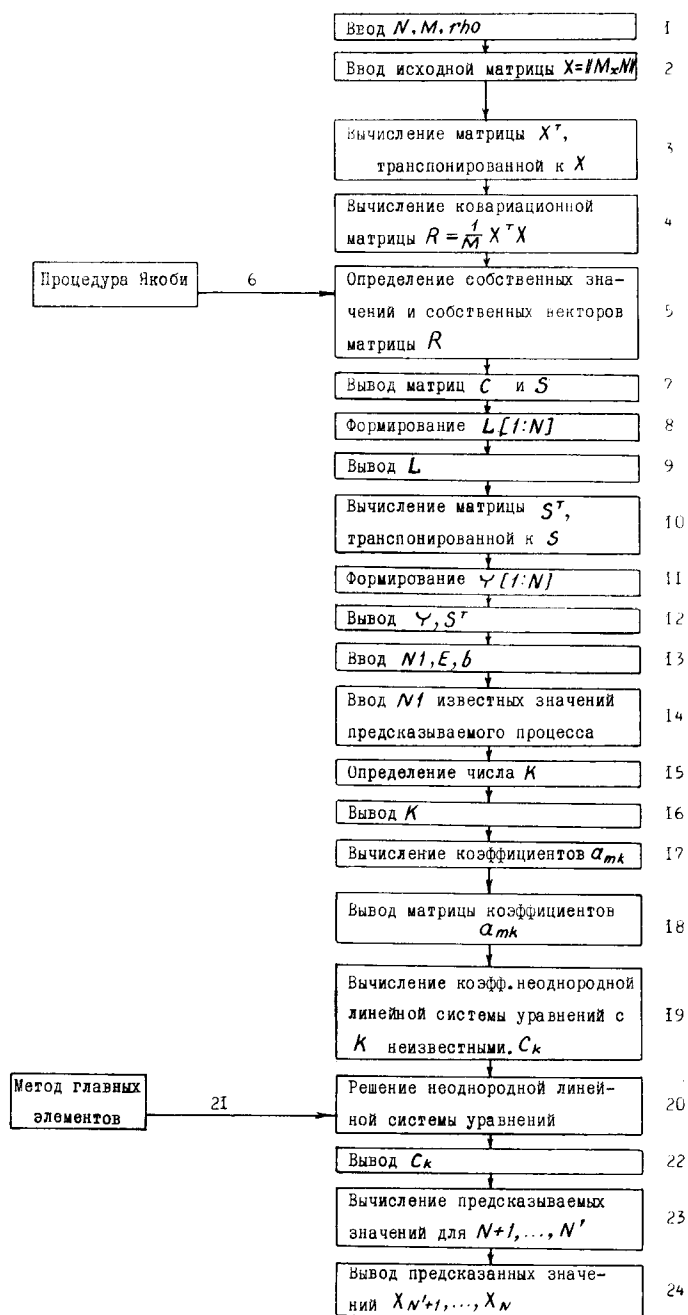


Рис. 1.

стическим составляющим — a_{mk} . При этом критерий точности для определения K аналогичен интегральному и принимает вид

$$NE = spR - \sum_{k=1}^K \lambda_k, \quad (9)$$

где spR — след матрицы R или сумма диагональных элементов. Так как λ_k являются корнями характеристического уравнения

$$\lambda^n - (R_{11} + R_{22} + \dots + R_{nn}) \lambda^{n-1} + \dots + (-1) \det R = 0,$$

то согласно теореме Виета получаем

$$\sum_{k=1}^N \lambda_k = R_{11} + R_{22} + \dots + R_{nn} = spR$$

и тогда (9) запишется в виде

$$NE = \sum_{k=K+1}^N \lambda_k. \quad (10)$$

Задача предсказания в матричной форме является задачей оценки значений вектора ξ_n в области $n=N'+1, \dots, N$ при данных значениях ξ_n в области $n=1, 2, 3, \dots, N'$. Так как интеграл квадратической ошибки D определяется как

$$D = \int_0^{T_0} \varepsilon^2(t) dt$$

и, следовательно,

$$D = \int_0^T \left\{ \xi(t) - \sum_{k=1}^K C_k \varphi_k(t) \right\}^2 dt,$$

то ошибка минимальна, если

$$\frac{\partial D}{\partial C_k} = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, K$$

и, следовательно,

$$\sum_{k'=1}^K C_{k'} \left\{ \sum_{n=1}^{N'} \varphi_{kn} \varphi_{k'n} \right\} = \sum_{n=1}^{N'} \varphi_{kn} \xi_n, \quad k = 1, 2, 3, \dots, K. \quad (11)$$

По формуле (11) в конце программы вычисляются C_k . Решение системы (11) осуществляется методом главных элементов, который заключается в том, что путем эквивалентных преобразований система вида

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

приводится к системе вида

$$x_i = b^*_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где b^*_i и являются решениями заданной системы уравнений.

Подставляя значения C_k в соотношение

$$\xi_n = \sum_{k=1}^K C_k \varphi_{kn},$$

где φ_{kn} — элементы матрицы Q , удовлетворяющие уравнению (П-6), получаем значения частично известной реализации ξ_n для $n=N'+1, \dots, N$.

Будущие значения процесса ξ_n находятся по формуле

$$\xi_{N'+1} = \sum_{k=1}^K C_k \varphi_{k(N'+1)}.$$

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 1.

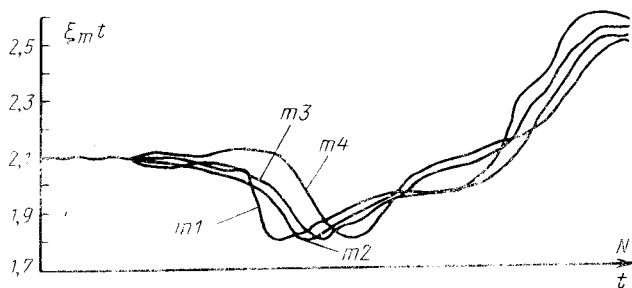


Рис. 2.

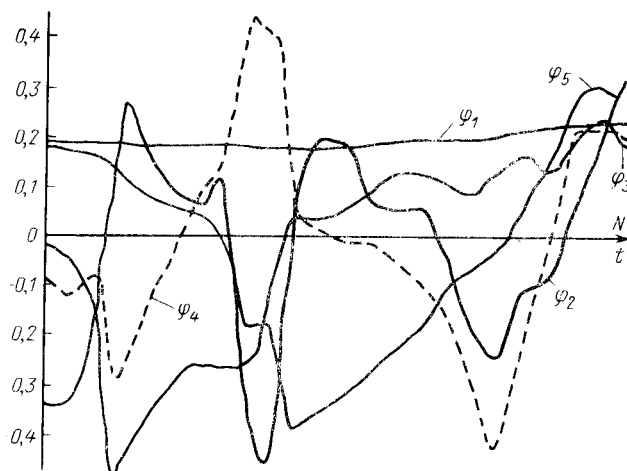


Рис. 3.

Пример. Исследовался статический стабилизированный преобразователь, выполненный на полупроводниковых приборах. Техническое состояние преобразователя определялось значениями контрольного параметра $\xi(t)$, в качестве которого использовался коллекторный ток регулирующего триода. Условия эксплуатации воспроизводились в климатической камере. Данные контроля фиксировались непрерывно. В результате циклических воздействий был получен набор кривых изменения контрольного параметра $\xi(t)$ (рис. 2). Другими словами, было получено m реализаций одного процесса. Задача состояла в том, чтобы, зная эти m реализаций на интервале $(0, T_0)$ предсказать значения какой-то последующей реализации на интервале времени (T_0, T) .

Числа λ_k и характеристические составляющие считались для $m=20$ и $m=12$. На рис. 3 приведены несколько составляющих $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$, для $m=20$. Число точек квантования было принято равным 24, т. е. $N=24$. Задавая среднеквадратическую ошибку приближения функции $\xi(t)$ ее разложением по характеристическим составляющим $E=0,0001$ получили $K=20$.

На рис. 4 представлена одна из реализаций $\xi_m(t)$ и аппроксимирующая ее функция

$$\xi^*_m(t) = \sum_{k=1}^K \lambda_k^{1/2} a_{mk} \varphi_k(t), \quad t = t_1, t_2, \dots, t_{24}.$$

Для вычисления будущих значений процесса $\xi(t)$ в моменты времени $t=t_{N'+1}, t_{N'+2}, \dots, t_N$ бралась одна из реализаций, не входящих в число тех, по которым находились λ_k и φ_k . Для того чтобы проверить точность прогноза, в качестве $\xi(t)$ бралась реализация, известная на всем интервале $(0, T)$. Но при решении этой задачи на ЦВМ задавались только $N' < N$ первых ее значений.

На рис. 5 представлена истинная реализация (1) для $n=1, 2, \dots, N', \dots, N$ и ее предсказанное значение (2) для $n=N'+1, \dots, N$. При этом среднеквадратическая ошибка предсказания составляет 2,5% ($m=20$) и 5,9% ($m=12$). Ошибка прогнозирования по времени, как это видно из рис. 5, зависит от границы поля допуска. Действительно, пусть схема стабилизации (рис. 6) прекращает нормально функционировать при токе коллектора регулирующего транзистора РЭ, равной 2,5 ма. В процессе постановки эксперимента с по-

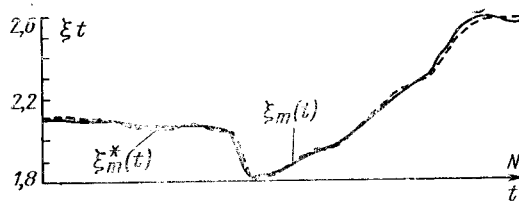


Рис. 4.

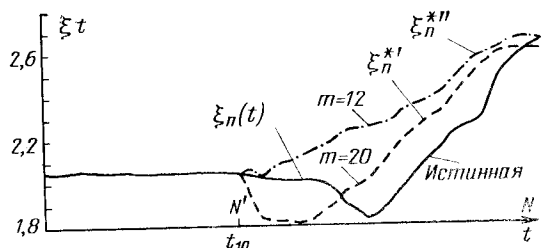


Рис. 5.

мощью климатической камеры имитировалось воздействие факторов эксплуатации, интенсивность которых вначале повышалась до определенного уровня в течение 60 мин, а затем доводилась до нормальных (первоначальных). Следовательно, весь промежуток соответствует 60 мин, а ошибка предсказания момента наступления отказа составляет: при $m=12$ — 6 мин, а при $m=20$ порядка 3. С увеличением значения границы поля допуска ошибка прогнозирования по времени уменьшается.

В заключение следует отметить, что рассмотренный пример был выбран в силу того, что в данном случае в отличие от других процесс изменения контрольного параметра оказался наименее гладким, т. е. параметр более чувствительным к воздействию факторам. У большинства экспериментируемых устройств в силу интегрирующих свойств элементов схем, наличия обратных связей и т. д. не удавалось получить существенной нестационарности процесса изменения контрольных параметров. Поэтому ошибка прогнозирования не превышала инструментальной.

Предлагаемый метод прогнозирования применим к электротехническим устройствам и системам, в которых возможно выделить информационно емкий параметр, в любой данный момент времени определяющий их техническое состояние. Например, метод применим к статическим преобразователям переменного тока в постоянный, в случае измерения обратных проводимостей вентилях или пульсаций выпрямленного напряжения, к системам регулирования напряжения электрических преобразователей (генераторов) в случае измерения их частотных характеристик, силовых трансформаторов и т. д. Предлагаемый метод может быть применен также и к элементам электротехнических устройств и систем, например, к отдельным вентилям, транзисторам, кабелям, электромагнитным реле и т. п. Целесообразность применения метода обуславливается сложностью системы контроля с прогнозированием. Очевидно, что при большом количестве измеряемых параметров система контроля становится чрезвычайно громоздкой, экономически неоправданной, а требуемая для прогнозирования память вычислительных машин очень большой. Например, в релей-

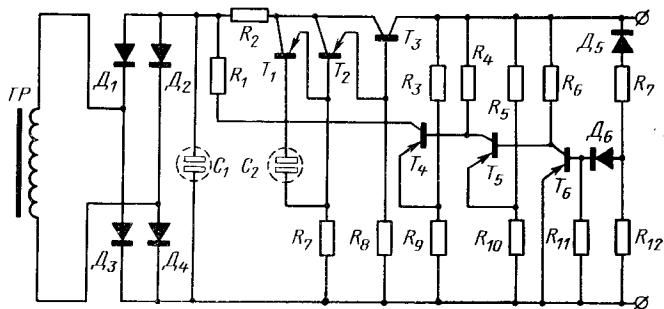


Рис. 6.

ных системах, представляющих собой совокупность большого числа электромагнитных реле, трудно выделить какой-либо интегральный параметр технического состояния системы и прогноз приходится вести по параметрам отдельных реле, что в большинстве случаев неоправдано. Поэтому наиболее разумным следует считать исключение инструментального прогнозирования для подобных систем и применение методов прогнозирования вероятности отказов в сочетании с мероприятиями «предупредительных замен».

Приложение. При решении сформулированной задачи на ЦВМ процесс $\xi(t)$ необходимо рассматривать как дискретную функцию, т. е. предположив, что процесс квантован по времени, получим для каждой реализации некоторую дискретную последовательность ее значений $\xi_{m1}, \dots, \xi_{mn}$ для $t=t_1, \dots, t=t_n$. Тогда ξ_{mn} обозначает значение m -й реализации в t_n -й момент времени. Элементы ξ_{mn} образуют прямоугольную матрицу с M строками и N столбцами. При этом автокорреляционной функцией $R(\tau, \tau')$ является ковариационная матрица R , определяемая соотношением:

$$R = \frac{1}{M} \Xi^T \Xi, \quad (\text{П-1})$$

где Ξ^T — матрица, транспонированная к матрице значений контрольного параметра ξ . Матрица R — симметрическая, т. е. $R_{ij} = R_{ji}$ и ее R_{ij} -й элемент имеет вид:

$$R_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \xi_{mi} \xi_{mj}$$

Разложение процесса по характеристическим составляющим эквивалентно разложению элементов матрицы Ξ в виде

$$\xi_{mn} = \sum_{k=1}^K a_{mk} \lambda_k^{1/2} \varphi_{kn}. \quad (\text{П-2})$$

Пусть P матрица с элементами a_{mk} , Q — матрица с элементами φ_{kn} и A — диагональная матрица с элементами λ_k . Тогда уравнение (П-2) примет вид:

$$\Xi = PA^{1/2} Q. \quad (\text{П-3})$$

Обозначая ошибку для m -й реализации в n -й момент времени через ε_{mn} , т. е. записывая

$$\varepsilon_{mn} = \xi_{mn} - \sum_{k=1}^K a_{mk} \lambda_k^{1/2} \varphi_{kn}$$

и отыскивая a_{mk} и φ_{kn} так, чтобы сумма квадратов ε_{mn} была минимальной, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_k^{1/2} a_{mk} &= \sum_{n=1}^N \xi_{mn} \varphi_{kn}; \\ M \lambda_k^{1/2} \varphi_{kn} &= \sum_{m=1}^M a_{mk} \xi_{mn} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-4})$$

соответственно матричному выражению

$$\left. \begin{aligned} PA^{1/2} &= \Xi Q'; \\ MA^{1/2} Q &= P \Xi. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-5})$$

Исключая отсюда P , получаем:

$$RQ' = QA. \quad (\text{П-6})$$

Это выражение является матричной формой интегрального уравнения Винера — Хопфа:

$$\lambda \varphi(t) = \int_0^t R(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau. \quad (\text{П-7})$$

Записав (П-6) в развернутом виде, получаем K линейных неоднородных систем из N уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}\varphi_{k1} + R_{12}\varphi_{k2} + \dots + R_{1N}\varphi_{kN} &= \lambda_k \varphi_{k1}; \\ \dots &\dots \\ R_{N1}\varphi_{k1} + R_{N2}\varphi_{k2} + \dots + R_{NN}\varphi_{kN} &= \lambda_k \varphi_{kN} \end{aligned} \right\}$$

или K линейных однородных систем

$$\left. \begin{aligned} (R_{11} - \lambda_k)\varphi_{k1} + R_{12}\varphi_{k2} + \dots + R_{1N}\varphi_{kN} &= 0; \\ \dots &\dots \\ R_{N1}\varphi_{k1} + R_{N2}\varphi_{k2} + \dots + (R_{NN} - \lambda_k)\varphi_{kN} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-8})$$

$= 1, 2, 3, \dots, K.$

Таким образом из (П-8) следует, что λ_k^q ($q = 1, 2, 3, \dots, N$) являются собственными значениями матрицы R , а $\varphi_{k1}^q, \dots, \varphi_{kN}^q$ соответственно собственными векторами. Так как для любого k система (П-8) имеет одну и ту же матрицу коэффициентов, то нахождение чисел λ_k и характеристических составляющих ($\varphi_{k1}, \dots, \varphi_{kN}$) сводится к нахождению собственных значений и собственных векторов матрицы R . Причем

как и в интегральном случае за λ_1 берется наибольшее из λ_k^q , за λ_2 — второе по величине собственное значение и т. д. в порядке убывания [Л. 6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б. В., Козлов Б. А., Ушаков И. А., О роли и месте теории надежности в процессе создания сложных систем, Сб. Теория надежности и массовое обслуживание, изд-во «Наука», 1969.
2. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д., Математические методы в теории надежности, изд-во «Наука», 1965.
3. Karhunen K., Lineare Transformationen stationärer Stochastischer Prozesse, X Scand. Mat., Kongr., København, 1946.
4. Гренандер У., Случайные процессы и статистические выводы, Изд-во иностранной литературы, 1961.
5. Greenstadt J., The determination of the characteristic roots of a matrix by the Jacobi method. In: «Mathematical Methods for Digital Computers», A. Ralston, H. S. Wilf, New York, 1960.

[17.8.1971]



УДК 621.314.1:621.3.052.016.35

Влияние неполной управляемости вентильных преобразователей на устойчивость замкнутых систем

Канд. техн. наук А. Д. ПОЗДЕЕВ и инж. Н. В. ДОНСКОЙ

Чебоксары

Динамика управляемого вентильного преобразователя постоянного тока определяется двумя его специфическими свойствами [Л. 1 и 2]: дискретным характером управления преобразователем в моменты времени, определяемые величиной управляющего напряжения, неполной управляемостью вентиля (открытие его происходит в момент подачи управляющего импульса, а загираение в момент уменьшения тока до нуля). Последнее свойство проявляется в неодинаковом характере переходных процессов при увеличении и уменьшении управляющего сигнала. Для системы импульсно-фазового управления (СИФУ) с арккосинусоидальной характеристикой $\alpha = f(\bar{u})$ при скорости уменьшения сигнала больше критической $\left[\frac{d\bar{u}}{dt} \right]_{кр} = -\omega_0$ преобразователь теряет управляемость и выходной сигнал изменяется по косинусоидальному закону с угловой частотой ω_0 . Для СИФУ с линейной характеристикой критическая скорость уменьшения сигнала составляет:

$$\left[\frac{d\bar{u}}{dt} \right]_{кр} = -\frac{2}{\pi} \omega_0.$$

Дискретность преобразователя приводит к возможности возникновения в замкнутых системах автоколебаний на основной субгармонике с частотой $m\omega_0/2$, а совместное влияние дискретности и неполной управляемости — к возможности автоколебаний на низших субгармониках с частотой $\frac{m\omega_0}{n}$, где $n =$

$= 3; 4; \dots$. При большом числе фаз частота установившихся автоколебаний этого типа колеблется между ближайшими субгармониками. В предельном случае $m = \infty$ проявляется лишь второе свойство преобразователя и частота колебаний может быть любой в определенных границах.

Основным свойством, определяющим природу установившихся автоколебаний на низших субгармониках, является свойство неполной управляемости вентиля, а дискретность преобразователя — дополнительным фактором, определяющим лишь дискретные значения возможных частот, а не всю их возможную область. Поэтому идеализация преобразователя числом фаз $m = \infty$ оказывается удобной для анализа устойчивости систем к колебаниям на низших субгармониках. Особенностью этого вида автоколебаний является наличие участков насыщения в кривой выходного напряжения и необходимость достаточно большого возмущения для их возникновения.

В [Л. 1] рассмотрены симметричные автоколебания при $m = \infty$ в замкнутой астатической системе (или в статической при большом коэффициенте усиления) (рис. 1) и дан метод их графо-аналитического расчета. Как показали исследования на электронной модели, симметричные колебания (рис. 1) наиболее критичны по сравнению с другими видами несимметричных колебаний, характеризующихся наличием постоянной составляющей в выходном напряжении, так как при одинаковой амплитуде первой гармоники входного сигнала амплитуда первой

гармоники выходного напряжения, а, следовательно, и коэффициент усиления нелинейного звена являются наибольшими.

Однако при анализе в [Л. 1] принято допущение, выражающееся в замене участка кривой выходного напряжения преобразователя на возрастающем участке прямой линией с наклоном $\omega \bar{x}_m$, соответствующим максимальному значению производной входного сигнала, большим, чем фактический наклон. Такое допущение, особенно в зоне автоколебаний, когда участок насыщения DE в кривой напряжения (рис. 1) стремится к нулю, дает значительную погрешность.

Для широкого круга характеристик линейной части устойчивость системы может лимитироваться колебаниями рассматриваемого типа, а не колебаниями на основной субгармонике, см. например, [Л. 3], поэтому проблема изучения устойчивости замкнутых систем к низшим субгармоникам является актуальной.

Рассмотрим вначале условия существования установившихся автоколебаний, а затем — частотные свойства вентильного преобразователя на границе устойчивости.

Расчет установившихся автоколебаний в системе с вентильным преобразователем при $m = \infty$. Картина симметричных автоколебаний дана на рис. 1 [Л. 1]. Первая гармоника входного сигнала определяется выражением:

$$\bar{x}(t) = -\bar{x}_m \sin(\omega t + \theta), \quad (1)$$

где ω — угловая частота автоколебаний; $\bar{x}(t) = \frac{x(t)}{E_m}$;

E_m — амплитуда питающего преобразователь напряжения. Заменяем реальный участок CD кривой выходного напряжения для случая арксинусоидальной СИФУ прямой линией $C'D'$ со средним наклоном $K_{cp} \omega \bar{x}_m$, где относительный наклон прямой $C'D'$

$$K_{cp} = \frac{2\bar{e}_m}{\bar{x}_m \left(\arcsin \frac{\bar{x}_0 + \bar{e}_m}{\bar{x}_m} - \arcsin \frac{\bar{x}_0 - \bar{e}_m}{\bar{x}_m} \right)}. \quad (2)$$

Прямую $C'D'$ проводим таким образом, чтобы площадь, ограниченная кривой напряжения, осталась без изменения. Тогда с учетом симметрии аппроксимирующей кривой относительно точек G и O найдем:

$$\tau_1 = \frac{2 \arcsin \bar{e}_m}{\omega_0}; \quad (3)$$

$$\tau_3 = \frac{2\bar{e}_m}{\omega \bar{x}_m K_{cp}}; \quad (4)$$

$$\tau_2 = \frac{\pi}{\omega} - \frac{\tau_1 + \tau_3}{2} = \frac{1}{\omega} \left(\pi - \frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m - \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m K_{cp}} \right). \quad (5)$$

Следует отметить, что фактические участки насыщения на уровне \bar{e}_m и $-\bar{e}_m$ в кривой напряжения при симметричных автоколебаниях не одинаковы. Как правило, $BC > DE$.

Диапазон возможных частот автоколебаний при наличии участков насыщения ($\tau_2 > 0$) составляет:

$$\frac{\omega}{\omega_0} \leq \frac{\pi - \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m K_{cp}}}{\arcsin \bar{e}_m}. \quad (6)$$

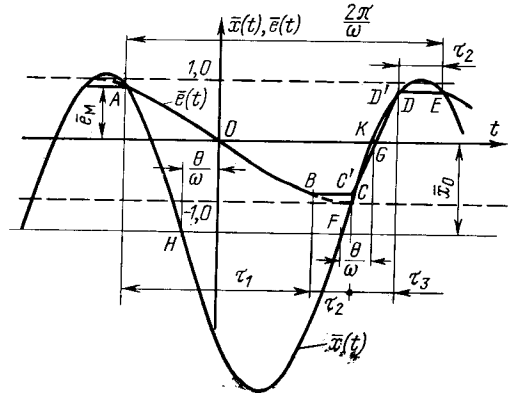


Рис. 1.

При $\bar{e}_m = 1$

$$\frac{\omega}{\omega_0} \leq 2 - \frac{2}{\pi \bar{x}_m K_{cp}}, \quad (7)$$

а частота колебаний не может быть больше $2\omega_0$.

Однако при $\bar{e}_m < 1$, как это следует из (6), может быть $\frac{\omega}{\omega_0} > 2$. При $\bar{x}_m \rightarrow \infty$ значение $\tau_3 \rightarrow 0$, а $\frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow \frac{\pi}{\arcsin \bar{e}_m}$ и при $\bar{e}_m \rightarrow 0$ отношение $\frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow \infty$. Угол сдвига между первыми гармониками входного и выходного сигнала определяется выражением:

$$\theta \approx \frac{\pi}{2} - \omega \frac{\tau_3 + \tau_2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m - a \right), \quad (8)$$

где $a = \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m K_{cp}}$.

При $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$, $\frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m} = 1$ и $\bar{x}_0 = 0$ из (2) имеем $K_{cp} = 2/\pi$, а $\theta = 0$, что следует и из физических представлений.

В другом предельном случае, когда в кривой выходного напряжения отсутствует насыщение ($DE = 0$),

$$K_{cp} = \frac{2\bar{e}_m}{\bar{x}_m \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(1 - \frac{2\bar{e}_m}{\bar{x}_m} \right) \right]} \quad (9)$$

Максимальные значения K_{cp} получаются при больших амплитудах входного сигнала и значительных участках насыщения в кривой выходного напряжения. При этом $\bar{x}_0 \rightarrow 0$ и $K_{cp} \rightarrow 1$.

Амплитудно-частотная характеристика (отношение первых гармоник входного и выходного сигналов)

$$\begin{aligned} A(\omega; \bar{x}_m) &= \frac{2}{\pi \bar{x}_m} \int_0^{\pi} \bar{e}(\omega t) \sin \omega t d(\omega t) = \\ &= \frac{2\bar{e}_m}{\pi \bar{x}_m} \left[\frac{\cos \left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m \right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} - \frac{\omega \sqrt{1 - \bar{e}_m^2}}{\omega_0 \bar{e}_m \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin \left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m \right) + \frac{\sin a}{a} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

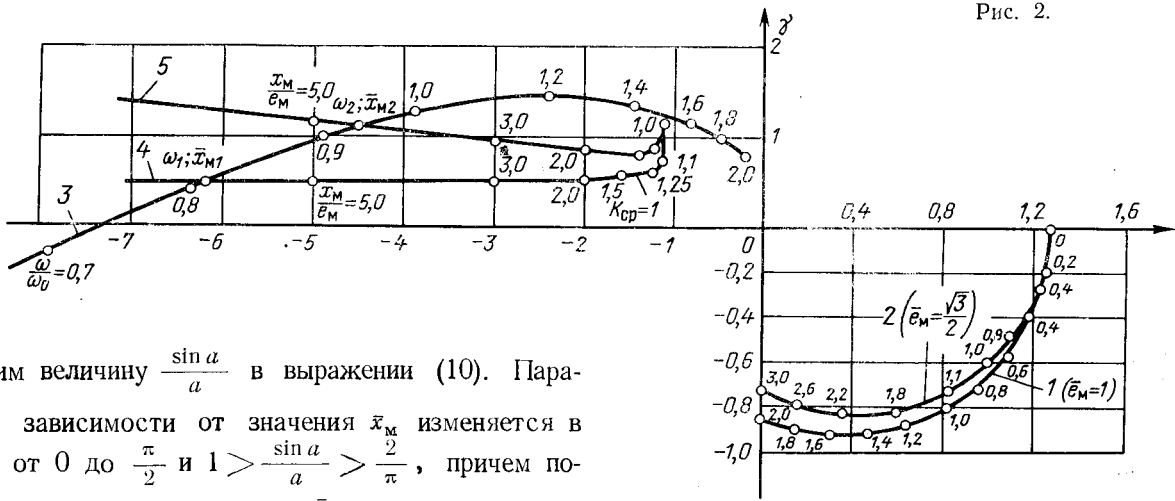


Рис. 2.

Оценим величину $\frac{\sin a}{a}$ в выражении (10). Параметр a в зависимости от значения \bar{x}_m изменяется в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$ и $1 > \frac{\sin a}{a} > \frac{2}{\pi}$, причем последнее значение соответствует $\frac{\bar{x}_m}{\bar{e}_m} = 1$. При увеличении $\frac{\bar{x}_m}{\bar{e}_m}$ величина $\frac{\sin a}{a}$ достаточно быстро приближается к единице. Значения K_{cp} в режиме автоколебаний больше, чем его значения в предельном случае определенные из (9). Так, уже при $\frac{\bar{x}_m}{\bar{e}_m} = 2$ имеем: $K_{cp} \leq \frac{2}{\pi}$, $a \leq \frac{\pi}{4}$, $\frac{\sin a}{a} \geq 0,9$. Так как колебания существуют при $\frac{\bar{x}_m}{\bar{e}_m} > 1$, то можно с небольшой погрешностью принять $\frac{\sin a}{a} = 1$. Расчеты показывают, что сумма первых двух членов в квадратных скобках выражения (10), зависящих только от частоты, всегда меньше единицы, поэтому ошибка будет еще меньше, если принять:

$$A(\omega; \bar{x}_m) \approx \frac{2\bar{e}_m}{\pi\bar{x}_m} \frac{\sin a}{a} \left[\frac{\cos\left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m\right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} - \frac{\omega \sqrt{1 - \bar{e}_m^2}}{\omega_0 \bar{e}_m \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)} \sin\left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m\right) + 1 \right]. \quad (11)$$

Из (8) и (11) следует, что преобразователь можно представить последовательным включением линейного звена с амплитудной и фазовой характеристиками:

$$A_n(\omega) = \frac{2}{\pi} \left[1 + \frac{\cos\left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m\right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} - \frac{\omega \sqrt{1 - \bar{e}_m^2} \sin\left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m\right)}{\omega_0 \bar{e}_m \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)} \right]; \quad (12)$$

$$\theta_n(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m, \quad (13)$$

и нелинейного звена, характеристики которого зависят только от амплитуды входного сигнала, с коэффициентом усиления по первой гармонике

$$A_n(\bar{x}_m) = \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m} \frac{\sin a}{a} \quad (14)$$

и фазой

$$\theta_n(\bar{x}_m) = \frac{\bar{e}_m}{2\bar{x}_m K_{cp}} = \frac{\arcsin \frac{\bar{x}_0 + \bar{e}_m}{\bar{x}_m} - \arcsin \frac{\bar{x}_0 - \bar{e}_m}{\bar{x}_m}}{4}. \quad (15)$$

Тогда

$$A(\omega; \bar{x}_m) = A_n(\omega) A_n(\bar{x}_m); \quad \theta(\omega; \bar{x}_m) = \theta_n(\omega) + \theta_n(\bar{x}_m)$$

и расчет автоколебаний можно проводить общеизвестным методом Гольдфарба.

Амплитудная и фазовая характеристики нелинейного звена зависят также, кроме \bar{x}_m , еще и от величины \bar{x}_0 , определяющей значение K_{cp} . В соответствии с этим эквивалентная амплитудно-фазовая характеристика нелинейного звена будет в зависимости от \bar{x}_0 менять свое положение на комплексной плоскости. В одном предельном случае, когда $\bar{x}_0 = 0$ (режим автоколебаний с большой амплитудой),

$$A_{n1} = \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m} \frac{\sin a_1}{a_1} \text{ и } \theta_{n1} = -\frac{a_1}{2}, \quad (16)$$

где

$$a_1 = \arcsin \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m}.$$

В другом предельном случае при $\tau_2 = 0$, когда $\bar{x}_0 = \bar{x}_m - \bar{e}_m$, что соответствует граничному режиму автоколебаний

$$A_{n2} = \frac{\bar{e}_m}{\bar{x}_m} \frac{\sin a_2}{a_2} \text{ и } \theta_{n2} = -\frac{a_2}{2}, \quad (17)$$

где

$$a_2 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arcsin \left(1 - \frac{2\bar{e}_m}{\bar{x}_m}\right).$$

На рис. 2 показаны обратные эквивалентные амплитудно-фазовые характеристики нелинейного звена (взяты с обратным знаком), соответствующие этим двум предельным случаям: $\bar{x}_0 = 0$ и $\bar{x}_0 = \bar{x}_m - \bar{e}_m$ (кривые 4 и 5), а также частотные харак-

теристики линейной части преобразователя при $\bar{e}_m = 1$ и $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (кривые 1 и 2).

Действительная частота и амплитуда автоколебаний будет находиться между значениями ω_1 и ω_2 , \bar{x}_{m1} и \bar{x}_{m2} , определяемыми точками пересечения частотной характеристики линейной части всей системы (кривая 3), включающей линейную часть преобразователя с предельными характеристиками 4 и 5 нелинейного звена.

Параметры автоколебаний можно уточнить, если учесть, что $x_0 \approx x_m \sin \theta = x_m \sin [\theta_n(\omega) + \theta_n(\omega)]$. Определив из первого приближения по годографу линейной части преобразователя среднее значение $\theta_n(\omega)$ при частотах автоколебаний ω_1 и ω_2 и среднее значение $\theta_n(\bar{x}_m)$ при амплитудах \bar{x}_{m1} и \bar{x}_{m2} , уточняем величину \bar{x}_0 и фактическую характеристику нелинейного звена.

Критерием отсутствия автоколебаний является отсутствие пересечения годографа амплитудно-фазовой характеристики, линейной части всей системы (включая линейную часть преобразователя) с годографом обратной эквивалентной характеристики нелинейного звена.

Как показали исследования на модели, схема которой описана ниже, в большинстве случаев этой характеристикой является кривая 5, так как колебания на границе устойчивости характеризуются отсутствием насыщения (площадки DE) в кривой выходного напряжения (см. рис. 1 и 3) с соблюдением условия $\bar{x}_0 = \bar{x}_m - \bar{e}_m$. Лишь для систем с линейной частью (без учета линейной части преобразователя), имеющих малый запас по фазе (меньше 10—15°), на частотах, близких к граничной частоте¹

$$\omega_{гр} = \omega_0 \frac{\pi}{2 \arcsin \bar{e}_m},$$

возможен срыв колебаний и при $DE > 0$. Это объясняется тем, что для поддержания автоколебаний в этих случаях от преобразователя требуется незначительное запаздывание, определяемое углом $\theta \approx \arcsin \frac{\bar{x}_0}{\bar{x}_m}$, а следовательно, и малые значения \bar{x}_0 .

Для этого случая годограф обратной характеристики располагается между кривыми 4 и 5.

Для сравнения на рис. 2 построена также характеристика нелинейного звена при $K_{ср} = 1$ (штриховая линия), которая располагается ниже кривых 4 и 5. Таким образом, учет изменения наклона на восходящем участке увеличивает зону устойчивости. Для иллюстрации на рис. 2 приведена частотная характеристика разомкнутой системы с линейной частью [Л. 1]:

$$W(p) = \frac{4\omega_0^2}{p \left(p + \frac{\omega_0}{2} \right)}.$$

¹ При частотах входного сигнала больше $\omega_{гр}$ и $\frac{\bar{x}_{m1}}{\bar{e}_m} = 1$ преобразователь будет вносить запаздывание по фазе; при $\omega < \omega_{гр}$ запаздывания нет.

Из кривых рис. 2 можно получить, что зона устойчивости наступает при снижении коэффициента усиления в 1,75 раза; расчет по методике [Л. 1] дает снижение в 2,8 раза, а модель — в 1,57 раза. Следовательно, учет изменения $K_{ср}$ является оправданным.

Частотные характеристики преобразователя для $m = \infty$ и граничного режима автоколебаний. В граничном режиме автоколебаний, когда насыщение верхнего участка в кривой выходного напряжения отсутствует, существует однозначная зависимость между амплитудой колебаний \bar{x}_m и частотой, и преобразователь может быть представлен линейным звеном.

Картина автоколебаний для граничного режима представлена на рис. 3, где a — для арккосинусоидальной СИФУ, $\bar{e}_m = 1$; b — для арккосинусоидальной СИФУ, $\bar{e}_m < 1$; v — для линейной СИФУ, $\bar{e}_m = 1$.

Из разности абсцисс точек M и N (рис. 3, б) следует:

$$\theta = \frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m + \omega t_0 - \frac{\pi}{2}.$$

Значения t_1 и t_2 могут быть найдены из transcendентных уравнений, получаемых из условия равенства входного и выходного сигналов и их производных в точке K, с учетом условия

$$\omega t_0 + \frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_m = \omega t_1 + \omega t_2,$$

где ωt_0 — аргумент, при котором значение синусоиды кривой напряжения с частотой ω_0 , продолженное

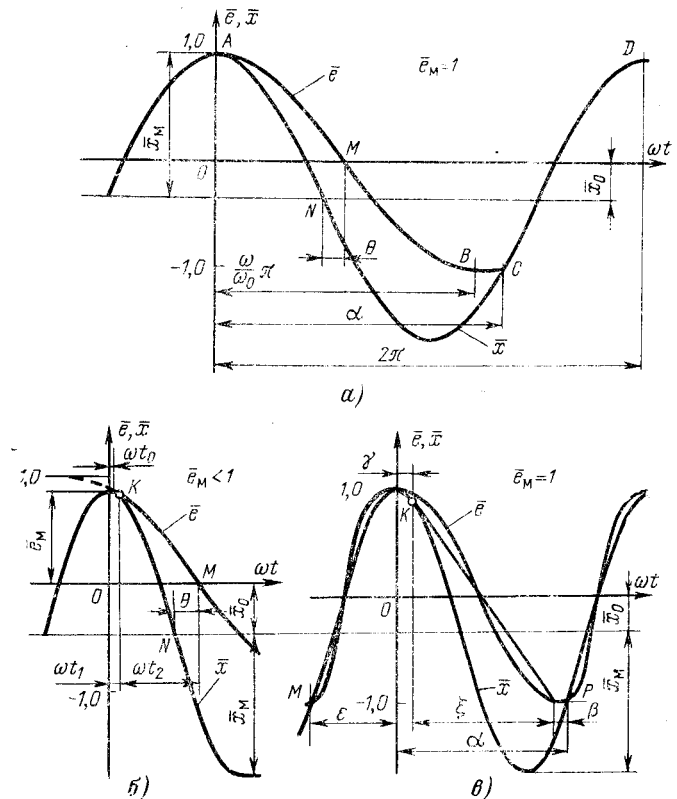


Рис. 3.

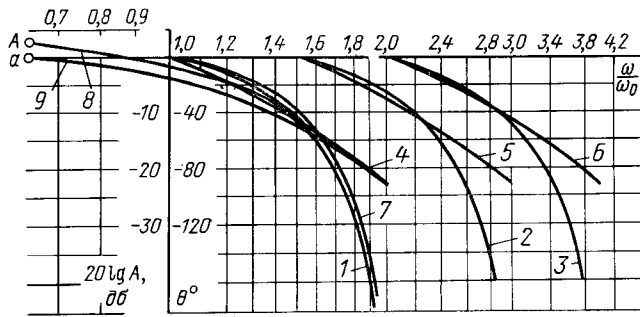


Рис. 4.

влево от точки K , будет равно \bar{e}_M . С небольшой погрешностью можно принять $\omega t_0 = 0$ (что строго справедливо лишь при $\bar{e}_M = 1$), тогда

$$\theta = \frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_M - \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$

Поскольку $\bar{x}_M = \bar{x}_0 + \bar{e}_M$, а $\bar{x}_0 \approx \bar{x}_M \sin \theta$, то

$$\bar{x}_M = \frac{\bar{e}_M}{1 - \sin \theta} = \frac{\bar{e}_M}{1 + \cos \left(\frac{\omega}{\omega_0} \arcsin \bar{e}_M \right)}. \quad (19)$$

Из (19) и (10) с учетом того, что $K_{cp} \approx \cos \theta$ исключаем \bar{x}_M :

$$A(\omega) = \frac{2}{\pi} (1 - \sin \theta) \left[\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} \sin \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\omega \sqrt{1 - \bar{e}_M^2} \cos \theta}{\omega_0 \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right) \bar{e}_M} + \frac{\sin \theta}{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1} \right]. \quad (20)$$

Выражения (18) и (20) зависят только от частоты и определяют частотную характеристику преобразователя в граничном режиме. Полагая с учетом изложенных выше результатов моделирования, что этот случай соответствует режиму срыва автоколебаний в системе, получаем частотную характеристику преобразователя, которую можно применять для расчета устойчивости замкнутых систем к низшим субгармоническим колебаниям, используя частотные методы линейных систем.

Для наиболее практически важного случая $\bar{e}_M = 1$ имеем:

$$\theta(\omega) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right) \quad (21)$$

$$A(\omega) = \frac{2}{\pi} (1 - \sin \theta) \left[\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} \sin \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1} \right]. \quad (22)$$

При $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ из (22) значение $A(\omega) = 1,03$ вместо единицы. Получившаяся ошибка 3% обусловлена погрешностью спрямления кривой напряжения на участке CD (рис. 1).

Из (18) следует, что преобразователь при $m = \infty$ в граничном случае начинает вносить запаздывания по фазе с

$$\omega_{гр} = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_0}{\arcsin \bar{e}_M}$$

(при $\bar{e}_M = 1$ с $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$). При частоте вдвое большей $\theta = \frac{\pi}{2}$, амплитуда колебаний $\bar{x}_M = \infty$, а коэффициент усиления $A(\omega) = 0$.

Для $\bar{e}_M = 1$ на ЦВМ рассчитана также уточненная граничная частотная характеристика для симметричных колебаний с учетом кривизны кривой напряжения на участке CD (рис. 3, а).

Коэффициенты Фурье для первой гармоники:

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T \bar{e}(t) \cos \omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega_0}} \int_{2\pi}^{\pi} \cos \frac{\omega}{\omega_0} \omega t \cos \times \times \omega t d(\omega t) + \int_{\frac{\pi}{\omega_0}}^{\alpha} \cos \omega t d(\omega t) + \int_{\alpha}^{\pi} (\bar{x}_M \cos \omega t - \bar{x}_0) d(\omega t) \Bigg]; \quad (23)$$

$$b_1 = \frac{2}{T} \int_0^T \bar{e}(t) \sin \omega t dt.$$

При этом учитывалось, что $\bar{x}_M = \bar{x}_0 + 1$, $\bar{x}_M \cos \theta = \bar{x}_0 - 1$, откуда

$$\bar{x}_M = \frac{2}{1 - \cos \alpha}. \quad (24)$$

Значение угла α , определяющего площадку BC (рис. 3, а), находилось из условия равенства нулю постоянной составляющей напряжения \bar{e}_0 :

$$\int_{\frac{\pi}{\omega_0}}^{\alpha} d(\omega t) + \int_{\alpha}^{2\pi} (\bar{x}_M \cos \omega t - \bar{x}_0) d(\omega t) = 0. \quad (25)$$

Отсюда с учетом (24) на ЦВМ рассчитаны a_1 , b_1 и $\operatorname{tg} \theta = b_1/a_1$.

Логарифмические частотные характеристики преобразователя для граничного режима автоколебаний приведены на рис. 4, где 1—3 — амплитудные, а 4—6 — фазовые характеристики для арккосинусоидальной СИФУ соответственно при $\bar{e}_M = 1$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 7 — уточненная амплитудная харак-

теристика для арккосинусоидальной СИФУ и $\bar{e}_M = 1$, рассчитанная на ЦВМ; 8, 9 — амплитудная и фазовая характеристики для линейной СИФУ и $\bar{e}_M = 1$.

Частотные характеристики преобразователя при $m = \infty$ и линейной СИФУ. Рассмотрим случай $\bar{e}_M = 1$. Кривая выходного напряжения на участке возрастания вплоть до точки K описывается уравнением:

$$\bar{e}(t) = \sin \bar{u} \frac{\pi}{2} = \sin \left\{ \frac{\pi}{2} \left[\bar{x}_M (\cos \omega t - 1) + 1 \right] \right\}, \quad (26)$$

где \bar{u} — напряжение управления. Картина автоколебаний для граничного случая показана на

рис. 3,в. Преобразователь начинает вносить запаздывание при

$$\frac{\omega}{\omega_0} \geq \frac{2}{\pi \bar{x}_m \sin \omega t_1} \quad (27)$$

При $\bar{x}_m = 1$ имеем $\omega t_1 = \frac{\pi}{2}$. Следовательно, при линейной СИФУ запаздывание начинается при $\omega = \frac{2}{\pi}$, а амплитуда первой гармоники выходного напряжения при этой частоте, полученная расчетом на ЦВМ, равна 1,33 (точки *A* и *a* на рис. 4). При $\omega = 2\omega_0$ значения $\bar{x}_m = \infty$ и $\alpha = -\frac{\pi}{2}$; картина авто-

колебания и частотная характеристика для линейной и арккосинусоидальной СИФУ совпадают (см. рис. 4).

На ЦВМ с использованием предпосылок, изложенных выше, применительно к линейной СИФУ, рассчитаны граничные частотные характеристики для случая симметричных колебаний при $\bar{e}_m = 1$, приведенные на рис. 4 (кривые 8 и 9).

Расчет областей устойчивости замкнутой системы с вентильным преобразователем. Приведенные на рис. 4 логарифмические частотные характеристики позволяют производить расчет устойчивости замкнутых систем к колебаниям на низших субгармонических обычными частотными методами. Дополнительно требуется провести проверку устойчивости к колебаниям на основной субгармонике $m\omega_0/2$. Из частотного критерия устойчивости к этим колебаниям [Л. 2 и 4] необходимо, чтобы абсолютное значение вещественной частотной характеристики на частоте $\omega_k = m\omega_0/2$ было меньше 0,5.

Анализ частотных характеристик показывает, что если полоса пропускания линейной части меньше ω_0 для арккосинусоидальной и меньше $\frac{2}{\pi} \omega_0$ для линейной СИФУ, то преобразователь при $m \geq 3$ не вносит запаздывания и не влияет на устойчивость замкнутой системы.

При больших частотах пропускания линейной части преобразователь начинает вносить запаздывание, и в замкнутой системе могут возникнуть колебания, обусловленные дискретностью управления или неполной управляемостью. При $m=2$ лимитирующим является, как правило, импульсный критерий устойчивости, а при $m=3; 6$ и т. д. для большого круга систем — критерий устойчивости к низшим субгармоникам.

Модель преобразователя при $m = \infty$. Полученные выше аналитические выводы проверялись на аналоговой вычислительной машине.

Схема модели преобразователя при $m = \infty$ представлена на рис. 5. Для линейной СИФУ модель включает в себя следящую систему, выполненную на интеграторе 2 и двух масштабных усилителях 1 и 3, и функциональный преобразователь ФП2, реализующий зависимость:

$$u_{\text{ВЫХ}} = 100 \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{u_{\text{ВХ}}}{100} \right).$$

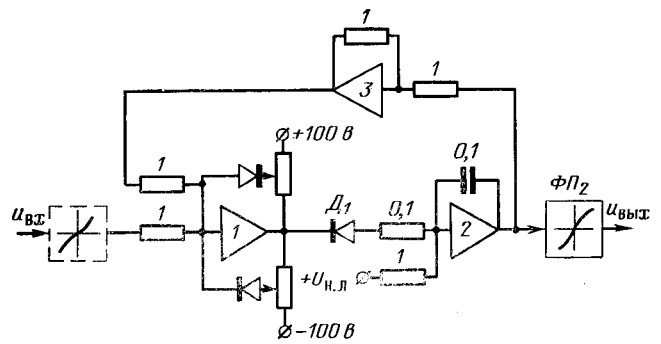


Рис. 5.

Следящая система, благодаря включению диода *D1* и постоянного смещения на вход интегратора, а также большого коэффициента усиления усилителя 1 обеспечивает точное совпадение выходного сигнала с входным при возрастании последнего ($\frac{du_{\text{ВХ}}}{dt} > 0$) и снижение выходного сигнала по линейному закону при уменьшении входного ($\frac{du_{\text{ВХ}}}{dt} < 0$), если $-\frac{du_{\text{ВХ}}}{dt}$ превышает критическую величину. Напряжение на выходе преобразователя ФП2 в последнем случае изменяется по закону косинуса с угловой частотой ω_0 .

Для набора модели преобразователя с арккосинусоидальной СИФУ необходимо дополнительно включить функциональный преобразователь ФП1, реализующий зависимость

$$u_{\text{ВЫХ}} = \frac{100}{\pi/2} \arcsin \frac{u_{\text{ВХ}}}{100}.$$

С помощью этой модели преобразователя проводилось исследование замкнутых систем с различной линейной частью.

Для примера на рис. 6 в плоскости параметров $\frac{T_2}{T}$ и $\frac{T}{T_1}$ (где $T = 3,33$ мсек) показаны полученные

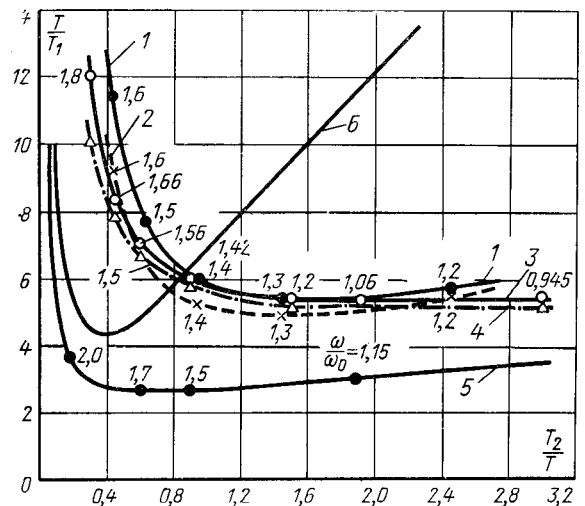


Рис. 6.

на модели границы устойчивости в замкнутой системе с линейной частью вида $W(p) = \frac{1}{T_1 p (T_2 p + 1)}$ для случая $\bar{e}_m = 1$. Кривая 3 соответствует преобразователю с арккосинусной СИФУ, кривая 4 — с линейной СИФУ.

Там же показаны границы устойчивости, полученные расчетом с использованием логарифмических характеристик из рис. 4 (кривые 1 и 2), и границы устойчивости к колебаниям на низшей (кривая 5) и основной субгармониках при $m=6$ (кривая 6), полученные В. П. Шипилло.

Определение зоны устойчивости на модели производилось путем постепенного уменьшения коэффициента усиления линейной части до момента срыва ранее вызванных автоколебаний.

Анализ полученных различными способами областей устойчивости показывает, что преобразователи с различными типами вертикальных СИФУ при $\bar{e}_m = 1$ имеют примерно одинаковую область устойчивости в плоскости $\frac{T_2}{T}$ и $\frac{T}{T_1}$, так как для преобразователя с линейной СИФУ увеличение запаздывания по фазе компенсируется уменьшением коэффициента усиления при $\omega > \omega_0$.

Из сравнения кривых 1 и 5 видно, что учет изменения наклона в кривой выходного напряжения преобразователя существенно увеличивает область устойчивости.

Сопоставление зон устойчивости к колебаниям на низших и основной субгармониках при $m=6$ показывает, что в большом диапазоне T_2 лимитирую-

щим является критерий устойчивости к низшим субгармоникам и только при малых T_2 — импульсный критерий.

Выводы. 1. Представление преобразователя двумя звеньями (линейным, характеристики которого зависят только от частоты, и нелинейным, свойства которого зависят только от амплитуды входного сигнала) позволяет повысить точность и упростить нахождение в замкнутых системах параметров автоколебаний, вызванных неполной управляемостью вентилях, особенно в тех случаях, когда характеристики линейной части заданы графически.

2. Полученные частотные характеристики преобразователя постоянного тока для граничного режима автоколебаний позволяют практически для всех реальных систем с преобразователями при расчете устойчивости к низшим субгармоническим колебаниям пользоваться общепринятыми линейными частотными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шипилло В. П., Вентильный преобразователь как элемент системы автоматического регулирования, «Электричество», 1967, № 11.

2. Шипилло В. П., Критерий устойчивости замкнутых систем регулирования с вентильным преобразователем к субгармоническим автоколебаниям, «Электричество», 1969, № 9.

3. Bjaresten N. A., The Static Converter as a High-Speed Power Amplifier, Direct Current, June, 1963.

4. Fallside F., Farmer A. R., Ripple in stability in closed-loop control systems with thyristor amplifiers, Proc. Instn Electr. Engrs., 1967, 114, № 1.

[22.2.1971]



УДК 621.3.042.001.24

«Интегрально-энергетический» метод расчета нестационарных процессов в нелинейных массивных магнитопроводах

Канд. техн. наук Г. М. ФЛИДЛИДЕР

Москва

Введение. При расчете переходных режимов в электротехнических устройствах постоянного тока — электромагнитных механизмах, электрических машинах, электромагнитных муфтах, импульсных элементах автоматики и т. п. во многих случаях необходимо иметь аналитическое решение для нестационарных процессов в массивном магнитопроводе, образующем магнитную цепь данного устройства.

Однако при $\mu \neq \text{const}$ уравнения поля в ферромагнитной среде [Л. 1] при аперидических воздействиях в общем случае решаются лишь численными методами на ЦВМ или на специальных моделях [Л. 2—6]. Аналитические решения отдельных задач, в большинстве случаев приближенные, даны в [Л. 7—9, 14 и 15]. В [Л. 10—13] изложены мето-

ды приближенного решения некоторых нелинейных процессов нестационарной теплопроводности и диффузии, в математическом отношении полностью аналогичных соответствующим процессам в ферромагнетиках.

Следует указать, что круг задач, охватываемых решениями [Л. 7—15] существенно ограничен характером нелинейности и конкретным видом входного воздействия (условия на поверхности).

В настоящей статье предпринята попытка более общего подхода к приближенному расчету нестационарных электромагнитных полей, в принципе не связанного какими-либо ограничениями, кроме требования аперидичности граничного условия. Основой подхода является замена уравнения поля [Л. 1] двумя интегральными условиями (в момент

t): для интеграла индукции (потока) и энергетического баланса в объеме поля, отсюда наименованный метода.

Идея метода. Следуя [Л. 1, 14 и 15], рассмотрим нестационарное одномерное плоское поле, описываемое уравнением:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (1)$$

где $H = H(B)$. Вводя дифференциальную проницаемость $\mu_d = \frac{dB}{dH}$, выражение (1) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(f(B) \frac{\partial B}{\partial x} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (1a)$$

где нелинейный параметр $f(B) = \frac{dH}{dB} = 1/\mu_d$.

Если функция $B_T(x, t)$ — точное решение краевой задачи для (1a), она удовлетворяет как самому дифференциальному уравнению поля (т. е. условию в точке x, t), так и любым соотношениям, описывающим поле в интегральной форме, т. е. в объеме $0 \leq x \leq q(t)$, занимаемом полем в момент времени t («интегральным условиям»), в том числе первому интегралу выражения (1a) [Л. 12 и 13], его интегральному моменту [Л. 11, 14 и 15] и общим физическим законам сохранения импульса, мощности и энергии. Любое приближенное решение $B(x, t) \neq B_T(x, t)$, полученное на основе интегральных оценок, вообще говоря, не удовлетворяет уравнению (1a), но будет удовлетворять (кроме граничных и начальных условий) тем из интегральных условий, которые использованы при нахождении этого решения.

Здесь в отличие от известных решений [Л. 11—15], применяется не менее двух интегральных условий, причем условий разнородных и, следовательно, накладывающих жесткие требования на искомую функцию. Основное преимущество такого подхода заключается в однозначном определении как координатного распределения поля, так и закона движения волны. Задание же одного интегрального условия предполагает назначение координатной функции по аналогии с известными близкими решениями [Л. 11—15], что приводит к потере общности, или к произвольному выбору ее [Л. 12 и 13], что уменьшает точность.

Для реализации предлагаемого метода требуется:

получить математическую формулировку интегральных условий;

аппроксимировать решение функционалом, удовлетворяющим условиям краевой задачи и содержащим неизвестные функции в количестве, равном числу используемых интегральных условий;

подставить функционал, аппроксимирующий решение, в избранные интегральные условия и выполнить содержащиеся в них операции (в частности интегрирование по x), после чего каждое условие превратится в обыкновенное дифференциальное (по t) уравнение для неизвестных функций;

решить полученные уравнения совместно.

Выбор интегральных условий. Практически во всех случаях цель расчета переходного процесса

заключается в определении потока, сил и потерь (остальные величины являются зависимыми) или некоторых из этих величин. Последние две функции входят в закон сохранения как для импульса, так и для мощности. Поэтому, получим выражения для импульса, мощности и потока.

Уравнение импульса. Умножим (1) на $B dx dt$ и проинтегрируем по x в пределах $0 \leq x \leq q(t)$, где $q(t)$ — мгновенная глубина проникновения («нулевой фронт», [Л. 13]). Применяя для левой части интегрирование по частям, вводя обозначения

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = u_{xx}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} dx = \partial_x u$$

и используя известные соотношения $i(x, t) = H_x(x, t)$, $\frac{1}{\rho} B_t = i_x$, получим:

$$B(0, t) i(0, t) dt = \left[\int_0^q i \partial_x B + \int_0^q B \partial_x i \right] dt. \quad (2)$$

Представим слагаемые справа в виде:

$$i \partial_x B = \frac{i \partial_x E}{v}; \quad B \partial_x i = \frac{1}{\rho} B \frac{\partial B}{\partial t} \partial x = \frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} (B^2 dx),$$

где v — скорость движения произвольного значения индукции B .

Так как $B(x, t)_{x=q} = B(q, t) = 0$ и, следовательно, операция $\frac{d}{dt}$ может быть вынесена за знак интегрирования по x [Л. 12], выражение (2) запишем в виде:

$$B_n(t) i_n(t) dt = dt \int_0^q \frac{i \partial_x E}{v} + \frac{1}{2\rho} dt \int_0^q B^2 dx. \quad (3)$$

В (3) слева — импульс поля на поверхности, а справа — импульс потерь на вихревые токи и импульс энергии, распространяющейся с волной $\left(\int_0^q B \partial_x i \right)$. По-

следний содержит интеграл $\int_0^q B^2 dx$, отличающийся от силы тяжения постоянным множителем $1/2\mu_0$.

Следовательно, выражение (3) обеспечивает определение аппроксимирующей функции $B(x, t)$ из условия эквивалентности «силы трения» и силы тяжения при приближенном и истинном описании процесса. Для практического применения (2) представим в виде:

$$B(0, t) H_x(0, t) = \int_0^q H_x B_x dx + \frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} \int_0^q B^2 dx. \quad (5)$$

Уравнение мощности. Умножим (1) на $\rho H dx$, интегрируя по x в пределах $[0, q(t)]$ и учитывая, что $H_x = i$, $\rho i = E$ и $B_t = E_x$, получим:

$$H_n E_n = \int_0^q \rho i^2 dx + \int_0^q H \partial_x E. \quad (6)$$

В (6) слева — значение вектора Пойнтинга на поверхности, а справа — мощность потерь на вих-

ревые токи и мощность, распространяющаяся с волной. Следовательно, выражение (6) обеспечивает определение аппроксимирующей функции из условия эквивалентности мгновенных мощностей.

Для практического применения (6) запишем в виде:

$$\rho H(0, t) H_x(0, t) = \rho \int_0^q H_x^2 dx + \int_0^q B_t H dx. \quad (7)$$

Отметим, что при $\mu = \text{const}$ выражения (5) и (7) отличаются постоянным множителем ρ/μ .

Уравнение потока индукции. Интегрируя (1) по x в пределах $[0, q]$, получаем:

$$-H_x(0, t) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} \int_0^q B dx. \quad (8)$$

С учетом $H_x(0, t) = 1/\mu_{\text{дн}} B_x(0, t)$ выражение (8) примет вид:

$$-\frac{\rho}{\mu_{\text{дн}}} B_x(0, t) = \frac{d}{dt} \int_0^q B dx, \quad (9)$$

где $\mu_{\text{дн}} = \left. \frac{dB}{dH} \right|_{x=0}$ — дифференциальная проницаемость

на поверхности. Интеграл в правой части (9) есть поток, следовательно, (9) обеспечивает определение аппроксимирующей функции из условия эквивалентности потоков.

Мы получили три условия: (5), (7) и (9), которые в пределе $\mu = \text{const}$ сводятся к двум. Однако аппроксимировать решение функционалом, содержащим три неизвестные функции, так, чтобы при $\mu_d \rightarrow \text{const}$ одна из них исчезла, весьма затруднительно. Кроме того, из физических соображений следует, что для получения приближенного решения на основе интегральных условий нужно определить мгновенное распределение $B(x, t)$ по координате («профиль индукции») и закон движения волны во времени $q(t)$.

Поэтому воспользуемся распространенной аппроксимацией [Л. 12] (сплошная линия на рис. 1):

$$B(x, t) = B_{\text{н}}(t) \left(1 - \frac{x}{q}\right)^s, \quad (10)$$

содержащей неизвестные функции $q(t)$ и параметр s . Варьирование параметром s позволяет менять профиль функции $B(x, t)$ в широких пределах (рис. 2) и обеспечивает определение $B(x, t)$ для распространенных видов граничных условий¹ (см. ниже).

При конечной толщине тела с момента $q=b$ профиль становится постоянным и вместо $q(t)$ в качестве неизвестной функции принимается индукция $B_{\text{к}}(t)$ на задней стенке, т. е. используется аппроксимация (пунктирная кривая на рис. 1):

$$B(x, t) = B_{\text{к}}(t) + [B_{\text{н}}(t) - B_{\text{к}}(t)] \left(1 - \frac{x}{b}\right)^s. \quad (11)$$

Таким образом, процесс разбивается на два этапа. На возможность такого разделения указано

¹ Наиболее общий случай $q=q(t)$, $s=s(t)$ и задачи с неизвестным граничным условием $B_{\text{н}}(t)$ требуют специального рассмотрения.

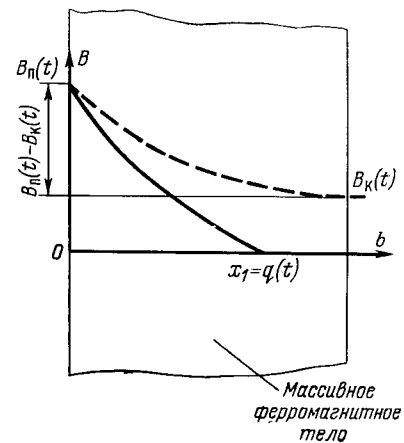


Рис. 1.

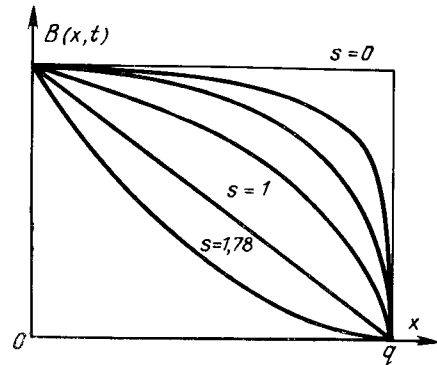


Рис. 2.

в [Л. 1]; для линейных магнитопроводов, где теоретически $q = \infty$, разделение можно реализовать, пользуясь асимптотическими приближениями точного решения [Л. 16 и 17].

Заметим, что в (10) и (11) значения s различны ($s_{(10)} \neq s_{(11)}$).

Из изложенного следует, что условия (5), (7) и (9) необходимо применять попарно, т. е. (5) — (9) или (7) — (9); для линейных задач условия (5) и (7) совпадают.

Подчеркнем, что в известных разновидностях интегрального метода [Л. 11—15] параметр s назначается и используется одно условие, подобное (9).

Примеры применения метода. Сначала решим простую задачу определения индукции $B(x, t)$ в ферромагнитном полупространстве при скачке поля на поверхности, т. е. при $B_{\text{н}}(t) = B_{\text{н}} = 1$ и параболической кривой намагничивания $H = aB^p$, $1 \leq p \leq \infty$. Согласно (10), ищем решение в виде:

$$B(x, t) = B(x, q) = \left(1 - \frac{x}{q}\right)^s. \quad (10a)$$

Тогда

$$H(x, q) = a \left(1 - \frac{x}{q}\right)^{ps}. \quad (12)$$

Подставляя (10a) и (12) в (5) и (9) (импульс — поток) и применяя изложенную выше методику, находим интегралы импульса потерь и сил поля

[приложение I, выражения (П-1) и (П-2)]. Затем, учитывая, что $H_x(0, t) = asp/q$, из (5) получим:

$$\frac{asp}{q} = \frac{as^2p}{s(p+1)-1} \frac{1}{q} + \frac{1}{2p} \frac{1}{2s+1} \dot{q}. \quad (13)$$

После преобразования (13) имеем для q обыкновенное линейное дифференциальное уравнение, содержащее неизвестный параметр s :

$$\frac{2\rho asp(sp-1)(2s+1)}{s(p+1)-1} \frac{1}{q} = \dot{q}. \quad (14)$$

Подстановка (10а) и (12) в (9) дает:

$$\frac{asp}{q} = \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}}{s+1}; \quad \rho asp(s+1) \frac{1}{q} = \dot{q}. \quad (15)$$

Чтобы найти $q(t)$ и s , решим (14) и (15) совместно. Для этого, записав (14) и (15) в виде $\frac{d}{dt} q^2 = \text{const}$, для каждого из них соответственно сразу получим решение:

$$q = C_3 \sqrt{t}, \quad C_3 = 2\sqrt{\rho ap} \sqrt{\frac{s(sp-1)(2s+1)}{s(p+1)-1}}; \quad (16)$$

$$q = C_2 \sqrt{t}, \quad C_2 = \sqrt{2\rho ap} \sqrt{s(s+1)}. \quad (17)$$

Определение s из (16) и (17) выполнено в приложении I. При полученном s (П-5) имеем $C_2 = C_3$, т. е.

$$q = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_{ан}}} \sqrt{s(s+1)} \sqrt{t} = 2 \sqrt{\frac{\rho}{\mu_{ан}}} \times \sqrt{\frac{s(sp-1)(2s+1)}{s(p+1)-1}} \sqrt{t}. \quad (18)$$

Для второй пары условий (7) — (9) (мощность — поток), используя полученные в приложении I интегралы мощности потерь (П-6), мощности поля (П-7) и значение вектора Пойнтинга при $x=0$ (П-8), подстановкой в (7) найдем:

$$\frac{\rho asp(sp-1)[s(p+1)+1](p+1)}{2sp-1} \frac{1}{q} = \dot{q}. \quad (19)$$

Решая (19), получим:

$$q = C_1 \sqrt{t}; \quad C_1 = \sqrt{2\rho ap} \times \sqrt{\frac{s(sp-1)(sp+s+1)(p+1)}{2sp-1}}. \quad (20)$$

Определение s выполнено в приложении I. При полученном s (П-10) имеем $C_2 = C_1$.

Согласно (9) и (17) магнитный поток

$$\Phi(t) = \frac{q}{s+1} = \sqrt{2\rho ap} \sqrt{\frac{s}{s+1}} \sqrt{t}. \quad (21)$$

С учетом $ap = 1/\mu_{ан}$, окончательно получим:

$$\Phi(t) = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\rho}{\mu_{ан}}} \sqrt{\frac{s}{s+1}} \sqrt{t}. \quad (21a)$$

Здесь s для пары условий (5) — (9) берется из (П-5), для (7) — (9) — из (П-10). Решения для потока в предельных случаях $p=1, \mu = \text{const}$ (линейная задача) и $p=\infty, \mu = \frac{\text{const}}{H}$ (ступенчатая

кривая намагничивания) являются точными (см. таблицу). В последнем случае точными также являются решения для индукции $B(x, t) = \text{const}$ и для $q(t) = \sqrt{2\rho at}$ [Л. 7].

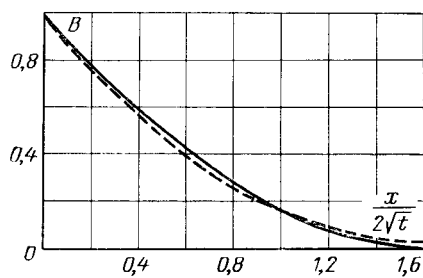


Рис. 3.

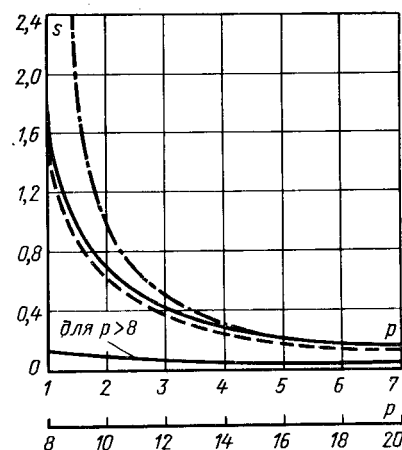


Рис. 4.

Согласно (10а), (17) и (П-5), индукция при $p=1, \mu = \text{const}$ описывается функцией:

$$B(u) = \left(1 - \frac{u}{1.58}\right)^{1.78}, \quad (22)$$

где $u = \frac{x}{2\sqrt{t}}$ и принято $\rho/\mu = 1$.

Сравнение индукции $B(u)$ по (22) (сплошная линия) с точным решением [Л. 1] — интегралом вероятности

$$B(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-u^2} du \quad (\text{пунктирная линия})$$

приведено на рис. 3; расхождение не превышает 5%.

Зависимость $s(p)$ по (П-5) (—) и (П-10) (— — —) для кривых намагничивания с различными значениями параметра нелинейности $p(1 \leq p \leq \infty)$ дана на рис. 4; там же приведен график $s(p)$ по решению [Л. 9] (— · — · —). В области действия последнего ($p \geq 4$) совпадение весьма хорошее, в дальнейшем ($1 \leq p \leq 4$) решение по [Л. 9] расходится.

На рис. 5 построена функция $B(x, t)$ для $p=4$, имеющая существенной выпуклый профиль:

$$B = \left(1 - \frac{x}{0.85 \cdot 2 \sqrt{\rho at}}\right)^{0.282}$$

Формулы для расчета потерь в стали и других энергетических характеристик процесса при параболической кривой намагничивания $H = aB^p$ приведены в приложении I. Заметим, что распространенная рекомендация (напр. [Л. 1 и 9]) об использо-

Метод решения	$B_{II}(t)$	Показатель нелинейности p	s	C	$\Phi(t)$	Погрешность, %	Источник, примечание
Интегрально-энергетический метод	1	1	1,78	3,16	$1,128\sqrt{t}$	~ 0	(5) — (9); (7) — (9)
Интегральный метод	1	1	3	4,9	$1,23\sqrt{t}$	+9	[Л. 13]
Точное решение	1	1	—	—	$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t}$	0	[Л. 16 и 17]
Интегрально-энергетический метод	t	1	5,6	5	$0,76t^{3/2}$	+1,3	(5) — (9); (7) — (9)
Интегральный метод	t	1	3	2,82	$0,705t^{3/2}$	-6	[Л. 13]
Точное решение	t	1	—	—	$\frac{4}{3\sqrt{\pi}}t^{3/2}$	0	[Л. 16 и 17]
Интегрально-энергетический метод	\sqrt{t}	1	3,65	4,13	$0,888t$	-0,22	(5) — (9); (7) — (9)
Интегральный метод	\sqrt{t}	1	3	3,46	$0,865t$	-2,8	[Л. 13]
Точное решение	\sqrt{t}	1	—	—	$\frac{\sqrt{\pi}}{2}t$	0	[Л. 16 и 17]
Интегрально-энергетический метод	1	4	0,3	1,77	$1,36\sqrt{t}$	+6,2	(5) — (9)
			0,282	1,7	$1,32\sqrt{t}$	+3,5	(7) — (9)
Автомодельное решение	1	4	0,333	1,62	$1,23\sqrt{t}$	-4	[Л. 9]*
Интегральный метод	1	4	3	9,8	$2,46\sqrt{t}$		неприменим
Точное решение	1	4	—	—	—		отсутствует
Интегрально-энергетический метод	t	4	0,348	0,785	$0,588t^3$	-0,4	(5) — (9)
		4	0,28	0,69	$0,54t^3$	-8	(7) — (9)
Автомодельное решение	t	4	0,33	0,82	$0,61t^3$	+4	[Л. 9]*
Точное решение	t	4	—	—	—		отсутствует
Интегрально-энергетический метод	t	7	0,170	0,556	$0,475t^{4,5}$	-3	(5) — (9)
			0,157	0,532	$0,460t^{4,5}$	-6	(7) — (9)
Автомодельное решение	t	7	0,166	0,576	$0,495t^{4,5}$	+1	[Л. 9]*
Точное решение	t	7	—	—	—		отсутствует
Интегрально-энергетический метод	t	2	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}/2t^2$	0	(5) — (9)
			0,78	1,16	$0,65t^2$	-7,2	(7) — (9)
Точное решение	t	2	1		$\sqrt{2}/2t^2$	0	[Л. 10]
Интегрально-энергетический метод	1	∞	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}t$	0	(5) — (9); (7) — (9)
Точное решение	1	∞	—	—	$\sqrt{2}t$	0	[Л. 7]

Пояснения к таблице. Приведены решения 3-х линейных и 5-и нелинейных задач при различном граничном условии B_{II} и показателе нелинейности кривой $H = BP^p$ ($p = 1, 4, 7, 2, \infty$).

Дается значение s (если оно имеется в решении), значение коэффициента C в (П-22) и потока по (П-29). В правом столбце указана пара интегральных условий, а для сравниваемых методов — источник, в котором имеется решение или общие соотношения, позволяющие непосредственно его получить.

* Погрешность приближенных автомодельных решений [Л. 9], отмеченных звездочкой, оценена по наибольшему из отброшенных членов ряда.

вании усредненного описания процесса в связи с небольшой разницей коэффициентов при $\Phi(t)$ для $p=1$ ($\Phi=1,128\sqrt{t}$) и $p=\infty$ ($\Phi=1,41\sqrt{t}$) [Л. 1] нуждается в уточнении, ибо при расчете энергетических и динамических характеристик зависимость от p резко увеличивается. Например, для расчета силы $F(t)$ имеем (см. приложение 1):

$$\int_0^q B^2 dx = \frac{q(t)}{2s+1}; \quad F(t) = \frac{1}{2\mu_0} \frac{q(t)}{2s+1}. \quad (23)$$

Отсюда, пользуясь (17) и данными таблицы, получаем:

$$\frac{F(t)|_{p=\infty}}{F(t)|_{p=1}} \approx 2,$$

т. е. в магнитопроводе, стационарная индукция в котором близка к индукции насыщения, сила нарастает примерно вдвое быстрее, чем при $\mu = \text{const}$.

В приложении 2 дано решение задачи для произвольного граничного условия $B_{II}(t)$, которая при

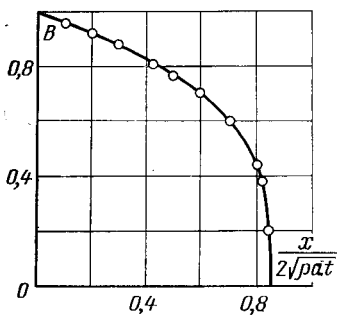


Рис. 5.

помощи интегральных соотношений сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению для вспомогательной функции $z = q^2$:

$$\dot{z} + A_4 \frac{\dot{B}_n}{B_n} z = AB_n^{p-1}. \quad (24)$$

Индукция $B(x, t)$ описывается функцией:

$$B(x, t) = B_n(t) \left[1 - \frac{x}{\sqrt{B_n^{-A_4} A \int B_n^{p-1} + A_4 dt}} \right]^s. \quad (25)$$

Формулы для определения $s(p)$ и коэффициентов A_4 и A для обеих пар интегральных условий (5) — (9) или (7) — (9) даны в приложении 2. Там же приведены выражения, необходимые для вычисления потерь в стали, силы тяжения и т. д., получаемые в ходе решения в качестве промежуточных соотношений. В конце приложения 2 получены расчетные формулы для граничного условия $B_n = kt^n$, $0 \leq n < \infty$, необходимые для сравнительных оценок.

Обсуждение результатов. Некоторые результаты, вытекающие из (25) как частные случаи при граничном условии $B_n = t^n$, в сопоставлении с известными решениями даны в таблице. Из сопоставления видно, что погрешность решений предложенным выше методом нигде не превышает нескольких процентов; в ряде случаев решения являются точными. При этом условия (5) — (9) дают лучшие результаты, чем (7) — (9) в связи с тем, что система (5) — (9) приводит (непосредственной подстановкой) к уравнению:

$$\frac{1}{\rho} B_n \frac{d}{dt} \int_0^q B dx = \int_0^q i \partial_x B + \frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} \int_0^q B^2 dx, \quad (26)$$

которое, как можно показать, равносильно вариационному уравнению Эйлера — Лагранжа. (Этот вопрос, как и вообще вариационные аспекты предлагаемого метода, заслуживает особого рассмотрения). Теоретически метод является общим; фактически же возможность реализации его ограничена требованием совместимости уравнений (5) и (9) при избранной аппроксимации $B(x, t)$ [например (10) при $s = \text{const}$] для данных $H(B)$ и $B_n(t)$.

Как показывает анализ, аппроксимация (10) при $s = s(t)$ практически снимает это ограничение, однако методика определения $s(t)$ требует специального рассмотрения из-за усложнения «уравнения связи».

Ряд аспектов применения метода нуждается в дальнейшей разработке. Вместе с тем в изложенном виде метод применим для решения ряда задач, рассмотрение которых до настоящего времени было возможно лишь с помощью средств вычислительной техники.

Приложение I. Используем пару условий (5) — (9) (импульс — поток). Подставляя (10а) и (12) в правую часть (5), находим интеграл импульса потерь

$$\int_0^q H_x B_x dx = \int_0^q a s^2 p \left(1 - \frac{x}{q} \right)^{s(p+1)-2} \frac{1}{q^2} dx = \frac{a s^2 p}{s(p+1)-1} \frac{1}{q} \quad (П-1)$$

и интеграл импульса сил поля

$$\frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} \int_0^q B^2 dx = \frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} \int_0^q \left(1 - \frac{x}{q} \right)^{2s} dx = \frac{1}{\rho} \frac{\dot{q}}{2(2s+1)}. \quad (П-2)$$

С помощью (П-1) и (П-2) были получены выражения (14) и (15), решение каждого из которых дает $q(t)$ соответственно по (16) и (17). Накладывая условие равносильности, исключим $q(t)$ из (16) и (17), тогда $C_2 = C_3$, т. е.

$$\frac{2(sp-1)(2s+1)}{s(p+1)-1} = s+1. \quad (П-3)$$

Преобразуя (П-3), получаем «уравнение связи», из которого найдем s :

$$(3p-1)s^2 + (p-4)s - 1 = 0; \quad (П-4)$$

$$s = \frac{-(p-4) + \sqrt{p^2 + 4p + 12}}{6p-2}. \quad (П-5)$$

Подчеркнем, что подстановка s из (П-5) в (16) и (17) дает одинаковый результат.

Для условий (7) и (9) (мощность — поток), подставляя (10а) и (12) в правую часть (7), найдем интеграл мощности потерь и интеграл мощности поля соответственно:

$$\rho \int_0^q H_x^2 dx = \rho \frac{a^2 (sp)^2}{2sp-1} \frac{1}{q}; \quad (П-6)$$

$$\int_0^q B_x H dx = \frac{a}{[s(p+1)+1](p+1)} \dot{q}. \quad (П-7)$$

В левой части (7) имеем:

$$H \cdot H_x = \frac{a^2 sp}{q}. \quad (П-8)$$

С помощью (П-6) — (П-8) получено выражение (19), решение которого (20) должно быть по условию равносильно (17). Исключая $q(t)$ из (20) и (17), получаем «уравнение связи»:

$$(p^2 + 2p - 1)s^2 - 3s - 1 = 0; \quad (П-9)$$

$$s = \frac{3 + \sqrt{9 + 4(p^2 + 2p - 1)}}{2(p^2 + 2p - 1)}. \quad (П-10)$$

Подстановка s из (П-10) в (17) и (20) дает одинаковый результат.

Приложение 2. Ищем решение в виде (10), тогда $H = aB^p$, т. е.

$$H(x, t) = aB_n^p(t) \left(1 - \frac{x}{q} \right)^{ps}. \quad (П-11)$$

Подставляя (10) и (П-11) в (5) и (9) (импульс — поток), находим из (5) разность импульса внешнего поля и интеграла импульса потерь (аргумент t опущен):

$$B_n H_x(0, t) - \int_0^q H_x B_x dx = \frac{asp(sp-1)}{s(p+1)-1} \frac{1}{q} B_n^{p+1}. \quad (П-12)$$

Интеграл импульса сил определяется выражением:

$$\frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} \int_0^q B^2 dx = \frac{1}{2\rho} \frac{d}{dt} \frac{B_n^2 q}{2s+1} = \frac{B_n \cdot 2\dot{B}_n q + B_n \dot{q}}{2\rho \cdot 2s+1}. \quad (П-13)$$

Из (П-12) и (П-13) получаем:

$$\dot{z} + 4 \frac{\dot{B}_n}{B_n} z = A_3 B_n^{p-1}, \quad (П-14)$$

здесь

$$z = q^2, \quad A_3 = \frac{4\rho asp(sp-1)(2s+1)}{s(p+1)-1}.$$

Условие (9) для потока дает

$$\dot{z} + 2 \frac{\dot{B}_n}{B_n} z = A_2 B_n^{p-1}, \quad (\text{П-15})$$

где

$$z = q^2, \quad A_2 = 2\rho a s p (s + 1).$$

Для применения условий (7)–(9) достаточно подставить (10) и (П-11) в (7).

Для интеграла мощности потерь и интеграла мощности поля соответственно получим:

$$\rho \int_0^q H_x^2 dx = \frac{a^2 s^2 p^2}{2s p - 1} \frac{1}{q} B_n^{2p}; \quad (\text{П-16})$$

$$\int_0^q B_t H dx = \frac{a s B_n^{2p}}{s(p+1)[s(p+1)+1]} [(p+1) \dot{B}_n q + \dot{B}_n q]. \quad (\text{П-17})$$

Значение вектора Пойнтинга на поверхности ($x=0$) составит:

$$\rho H_x H \Big|_0^q = a^2 B_n^{2p} \frac{s p}{q}. \quad (\text{П-18})$$

Подставляя (П-16), (П-17) и (П-18) в (7), имеем:

$$\dot{z} + 2(p+1) \frac{\dot{B}_n}{B_n} z = A_1 B_n^{p-1}, \quad (\text{П-19})$$

где

$$z = q^2, \quad A_1 = \frac{2\rho a s p (s p - 1) [s(p+1)+1] (p+1)}{(2s p - 1)}.$$

Итак, каждое из условий (5), (7) и (9) приводит к обыкновенному линейному дифференциальному уравнению вида:

$$\dot{z} + A_4 \frac{\dot{B}_n}{B_n} z = A B_n^{p-1}. \quad (\text{П-20})$$

Общий интеграл (П-20) при $q(0) = 0$

$$\dot{z} = B_n^{-A_4} \left[A \int B_n^{p-1+A_4} dt \right]. \quad (\text{П-21})$$

Например, при параболическом сигнале на поверхности $B_n = kt^n$ ($n \geq 0$)

$$q(t) = Ct \sqrt{\frac{n(p-1)+1}{2}}. \quad (\text{П-22})$$

Для условий (5)–(9) имеем:

$$C^2 = C_3^2 = \frac{4\rho a s p (s p - 1) (2s + 1) k^{p-1}}{[s(p+1)-1][n(p+3)+1]}; \quad (\text{П-23})$$

$$C^2 = C_2^2 = \frac{2\rho a s p (s + 1) k^{p-1}}{n(p+1)+1}. \quad (\text{П-24})$$

При $n=0$, $B_n = \text{const}$ из (П-23) следует (16).

Требование $C_2 = C_3$ приводит к выражению:

$$\frac{2(s p - 1)(2s + 1)}{[s(p+1)-1][n(p+3)+1]} = \frac{s + 1}{n(p+1)+1},$$

которое после упрощения дает «уравнение связи»:

$$a_0 s^2 + a_1 s + a_2 = 0, \quad (\text{П-25})$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= 3n(p^2 - 1) + 3p - 1; \\ a_1 &= n(p^2 - 5p - 4) + p - 4; \\ a_2 &= n(1 - p) - 1. \end{aligned}$$

При $n=0$, $B_n = \text{const}$ из (П-25) следует (П-4).

Для условия (7)

$$C_1^2 = \frac{2\rho a s p (s p - 1) [s(p+1)+1] (p+1) k^{p-1}}{(2s p - 1) [n(p+3)+1]}, \quad (\text{П-26})$$

Требую $C_1 = C_2$, находим s из «уравнения связи»:

$$h_0 s^2 + h_1 s + h_2 = 0, \quad (\text{П-27})$$

где

$$h_0 = p [n(p^3 + 3p^2 + p - 5) + (p^2 + 2p - 1)];$$

$$h_1 = -n(3p^2 + 7p - 2) - 3p;$$

$$h_2 = -n(p^2 + p - 2) - p.$$

При $n=0$, $B_n = \text{const}$ из (П-26) следует (20), а из (П-27) — (П-9).

Индукция $B(x, t)$ при $B_n = kt^n$ описывается функцией:

$$B(x, t) = kt^n \left[1 - \frac{x}{Ct \sqrt{\frac{n(p-1)+1}{2}}} \right]^s. \quad (\text{П-28})$$

Магнитный поток

$$\Phi(t) = k \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \mu_n} \frac{s}{s+1} t^{\frac{n(p+1)+1}{2}}}. \quad (\text{П-29})$$

В (П-28), (П-29) для условий (5)–(9) $C = C_3 = C_2$ (П-24), а s берется из (П-25); для условий (7)–(9) $C = C_1 = C_2$, а s берется из (П-27).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман Л. Р., Поверхностный эффект в ферромагнитных телах, Госэнергоиздат, 1949.
2. Гусейнов Ф. Г., Ибадов О. И., Моделирование поверхностного эффекта с учетом насыщения магнитопровода, Изв. вузов, «Энергетика», 1968, № 8.
3. Бахвалов Ю. А., Гринченков В. П., Моделирование переходных процессов в массивных магнитопроводах, Изв. вузов, «Электромеханика», 1968, № 1.
4. Жеребятьев И. Ф., Лукьянов А. Т., Электрическое моделирование некоторых уравнений математической физики. Сб. «Моделирование и электрические цепи», изд-во «Наукова думка», 1965.
5. Витенберг И. М., Аналоговые вычислительные машины непрерывного действия, «Библиотека по автоматике», изд-во «Энергия», 1967.
6. Богатырев О. М., Расчет переходного и установившегося режимов в нелинейных цепях, «Электричество», 1966, № 3.
7. Аркадьев В. К., Два способа вычисления скин-эффекта в ферромагнетиках, Сб. «Практические проблемы электромагнетизма», Изд. АН СССР, 1939.
8. Heller V., Přečodné jevy v masivním železe «Elektrotech. Obz.», 42, 1958, ЧССР.
9. Маергойз И. Д., К расчету аперидических электромагнитных волн в нелинейной ферромагнитной среде, Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1967, № 5.
10. Баренблатт Г. И., О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде, «Прикладная математика и механика», т. 16, 1952, № 1.
11. Баренблатт Г. И., О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде, «Прикладная математика и механика», т. 18, 1954, № 3.
12. Вейник А. И., Приближенный расчет процессов теплопроводности, Госэнергоиздат, 1959.
13. Гудмэн Т. Р., Интеграл теплового баланса. «Теплопередача», 1961, № 1 (русский перевод).
14. Маергойз И. Д., О проникновении аперидических электромагнитных волн в ферромагнитную проводящую среду, Изв. вузов, «Электромеханика», 1969, № 6.
15. Маергойз И. Д., Об импульсном перемагничивании ферромагнитной пластины, «Автоматика и телемеханика», 1969, № 10.
16. Флиддидер Г. М., Переходные процессы в магнитной цепи электромагнитных муфт, «Автоматика и телемеханика», 1959, № 1.
17. Флиддидер Г. М., Динамические характеристики порошковых электромагнитных муфт, «Автоматика и телемеханика», 1961, № 11.

Анализ и расчет параметрического делителя частоты с изменяющейся индуктивностью

Кандидаты техн. наук Р. А. ВАЙНШТЕЙН, А. В. ШМОЙЛОВ и инж. А. Х. МУСИН

Томск

Параметрический делитель частоты с изменяющейся индуктивностью (ПДЧ) или ферромагнитный делитель частоты [Л. 1 и 2] является существенно нелинейной колебательной системой. Наибольший практический интерес представляет анализ возникновения колебаний и стационарных режимов в ПДЧ.

Вопросу исследования стационарных колебаний в ПДЧ большое внимание уделяется в [Л. 3—5]. В [Л. 3 и 4] даны основы качественной теории стационарных режимов для аппроксимации характеристик ферромагнитных сердечников уравнением $b = ah - \gamma h^3$, где b и h — индукция и напряженность магнитного поля; a и γ — коэффициенты аппроксимации; получена формула для амплитуды тока в колебательном контуре ПДЧ, позволяющая оценить область существования стационарных колебаний в зависимости от постоянной составляющей и первой гармоники тока в цепи возбуждения.

В последнее время используются методы уточненного расчета параметров с использованием кусочно-линейной и других видов аппроксимации нелинейностей системы ПДЧ. Данные методы основаны на применении ЦВМ и эффективны только после предварительного выбора параметров системы по весьма приближенному способу, как это делается, например, в [Л. 5]. Сложность и громоздкость методов расчета на ЦВМ предопределяет их использование в основном для целей уточнения или исследований.

Стационарный режим. Анализ стационарных режимов ПДЧ проведем на примере известной схемы ПДЧ с вентилем (рис. 1, а). Если не учитывать потери в контурах ПДЧ, то уравнения электрического равновесия контуров могут быть записаны в виде:

$$\delta_1 \frac{d}{dt} (b_1 + b_2) = u_1; \quad (1)$$

$$\beta \int (h_1 - \gamma h_2) dt + \delta_2 \frac{d}{dt} (b_1 - b_2) = 0, \quad (2)$$

где b_1, b_2 и h_1, h_2 — индукции и напряженности в сердечниках; u_1 — напряжение возбуждения; $\beta = \frac{L}{2\omega_2 C}$; $\delta_1 = \omega_1 q$; $\delta_2 = \omega_2 q$; ω_1, ω_2 — числа витков

обмоток возбуждения и контурных обмоток; L, q — средняя силовая линия и активное сечение сердечников; C — емкость конденсатора.

Характеристики сердечников $b(h)$ (рис. 1, б) можно аппроксимировать одночленной степенной функцией

$$b = \sigma h^k, \quad (3)$$

где коэффициенты аппроксимации определяются выражениями:

$$k = \frac{\lg(B_1/B_{II})}{\lg(H_1/H_2)}; \quad \sigma = \frac{B_1}{H_1^k} = \frac{B_{II}}{H_2^k},$$

причем, точка кривой $b(h)$ с координатами B_I и H_I принимается в центре колена этой кривой. Показатель степени k во всех операциях с ним предполагается в виде дроби, числитель и знаменатель которой являются нечетными числами.

С учетом (3) выражение (2) примет вид:

$$\frac{\beta}{\sigma^{1/k}} (b_1^{1/k} - b_2^{1/k}) + \delta_2 \frac{d^2}{dt^2} (b_1 - b_2) = 0. \quad (4)$$

Приближенно периодическое решение (4) можно задать в форме:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= B_0 + B_1 \sin \Omega t + B_2 \sin (2\Omega t + \varphi); \\ b_2 &= B_0 - B_1 \sin \Omega t + B_2 \sin (2\Omega t + \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь B_0 — постоянная составляющая индукции; B_1 — амплитуда гармоники индукции с частотой стационарных колебаний Ω ; B_2, φ — амплитуда и фаза второй гармоники индукции, возникающей под действием напряжения возбуждения.

После подстановки (5) в (4) и задания $\Omega t = \frac{\pi}{2}$ получим:

$$\frac{\beta}{\sigma^{1/k}} [(Q + B_1)^{1/k} - (Q - B_1)^{1/k}] - 2\Omega^2 \delta_2 B_1 = 0, \quad (6)$$

где

$$Q = B_0 - B_2 \sin \varphi.$$

Анализируя зависимость $B_1(Q)$ (рис. 2), можно отметить, что стационарные колебания равновероятно могут возникнуть в двух противоположных фазах, а максимальная величина амплитуды колебаний достигается при $Q=0$, т. е. при $B_0 = B_2 \sin \varphi$.

В стационарном режиме, когда амплитуда колебаний максимальна, индукция стационарных колебаний может быть (при принятых допущениях) выражена через параметры колебательного контура ПДЧ. В самом деле, задавая в (6) $Q=0$, имеем:

$$B_1 = \pm \left(\frac{\Omega^2 \delta_2 \sigma^{1/k}}{\beta} \right)^{\frac{k}{1-k}}, \quad (7)$$

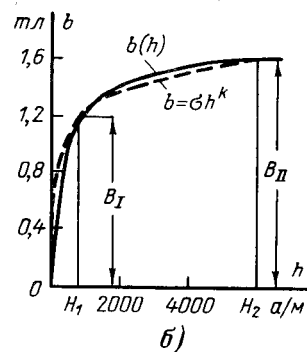
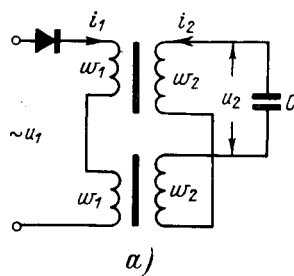


Рис. 1. Схема параметрического делителя частоты с вентилем (а) и характеристики ферромагнитных сердечников ПДЧ (б).

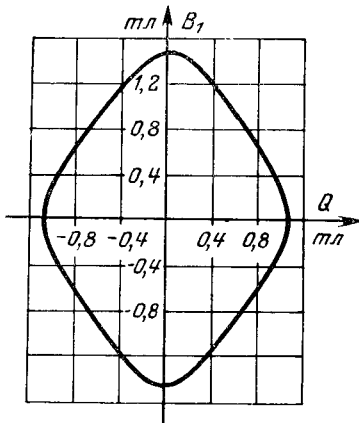


Рис. 2. Зависимость индукции стационарных колебаний B_1 от составляющих индукции вынуждающей силы (напряжения возбуждения)
 $Q = B_0 - B_2 \sin \varphi$.

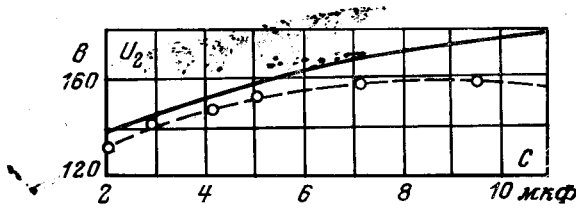


Рис. 3. Зависимость действующего значения напряжения на колебательном контуре ПДЧ в стационарном режиме при максимальной амплитуде колебаний от величины емкости конденсатора.
— расчет; - - - опыт.

отсюда легко составить выражение для действующего значения напряжения на колебательном контуре в этом режиме:

$$U_2 = \sqrt{2} \omega_2 q \Omega \left(\frac{\Omega^2 \delta_2 \sigma^{1/k}}{\beta} \right)^{\frac{k}{1-k}} \quad (8)$$

Результаты расчета по (8) для одного из образцов ПДЧ представлены на рис. 3. Как видно из рисунка, экспериментальная кривая имеет максимум при некоторой емкости, которой, как показывают исследования, соответствуют вполне определенные значения B_1 , например, для горячекатаных сталей 1,55—1,65 тл, для холоднокатаных сталей 1,75—1,9 тл. Следует отметить, что использование значений индукции вышеназванных пределов для обеспечения стационарного режима с максимальной амплитудой колебаний — нецелесообразно с точки зрения резкого увеличения потребления энергии в цепи возбуждения ПДЧ на выработку единицы мощности в колебательном контуре.

Уместно также заметить, что при индукциях, меньше приведенных пределов, погрешность расчета U_2 по (8) в сравнении с экспериментом не превышает 10%. Следовательно, выражение (8) может быть рекомендовано для расчета напряжения на колебательном контуре ПДЧ.

Ввиду того, что уровень высших гармоник в напряжении сравнительно невысок, ток в колебательном контуре можно определять по выражению:

$$I_2 = U_2 \Omega C, \quad (9)$$

где U_2 — определяется по (8).

Возникновение колебаний. Анализ возникновения колебаний в ПДЧ можно свести к анализу неустойчивости линейного уравнения с периодически изменяющимися коэффициентами (уравнение Хилла). Это уравнение может быть получено из нелинейного дифференциального уравнения колебательного контура с помощью определенным образом нормированной подстановки и замены нелинейной индуктивности линейной периодической. Однако отыскание значения характеристического показателя решения уравнения Хилла, который отражает наличие устойчивости или неустойчивости в системе, связано с большими трудностями технического порядка. Получаемые же результаты трудно использовать для определения напряжения (тока) возбуждения, соответствующих порогу возбуждения, так как связь между ними и параметрами, определяющими характеристический показатель, необозримо сложна.

Поэтому для приближенного анализа возникновения колебаний разработан и применен метод критерия среднего квадрата резонансной частоты.

Этот критерий исходит из предположения равенства некоторой эквивалентной собственной (или приближенно резонансной) частоты колебательного контура на грани возбуждения частоте ожидаемых стационарных колебаний. Предположение основано на свойстве срыва параметрических колебаний при незначительном отклонении собственной частоты от значения, обеспечивающего процесс этих колебаний [Л. 6].

Выражение для рассматриваемого критерия имеет вид:

$$\Omega_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{L(i, t) C} dt, \quad (10)$$

где $\Omega_{\text{ср}} = \Omega$ на грани возбуждения стационарных колебаний; ω — частота модуляции индуктивности;

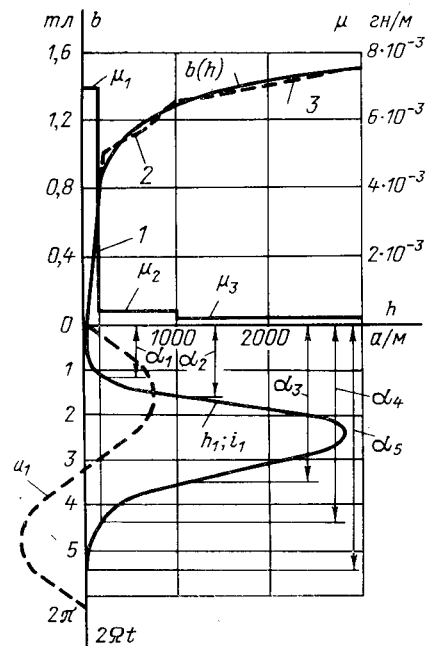


Рис. 4. Характеристика ферромагнитных сердечников ПДЧ $b(h)$, ее кусочно-линейная аппроксимация отрезками 1, 2, 3, которым соответствуют магнитные проницаемости μ_1, μ_2 и μ_3 . Зависимости напряжений u_1 и тока i_1 (напряженности магнитного поля h_1) возбуждения от времени (в относительных единицах).

$L(i, t)$ — нелинейная индуктивность колебательного контура.

Применение критерия (10) для разных типов параметрических генераторов и разных видов параметрических резонансов показало, что в количественном отношении он близко отражает резонансную частоту колебательного контура с изменяющейся индуктивностью, а поэтому может быть использован для анализа возникновения колебаний, в частности для расчета напряжения (тока) возбуждения ПДЧ. Последнее возможно благодаря нелинейной связи $L(i, t)$ с напряжением или током возбуждения. При анализе ПДЧ эта связь получена в результате кусочно-линейной аппроксимации характеристик сердечников, например, тремя отрезками 1—3, как показано на рис. 4. При этом получается система уравнений:

$$\Omega_{\text{cp}}^2 = \frac{2\pi + \alpha_1 - \alpha_4}{2\pi q \omega_2^2 C} \left(\frac{\mu_1}{\mu_1} + \frac{\alpha_2 + \alpha_4 - \alpha_1 - \alpha_3}{\mu_2} + \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\mu_3} \right); \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{1an} &= \frac{\sqrt{2} U_1}{Z_n} \sin(\alpha_n - \varphi_n) + \\ &+ A_n \exp \left[-\frac{R_1}{X_n} (\alpha_n - \alpha_{n-1}) \right]; \\ A_n &= \sqrt{2} U_1 \left\{ \frac{\sin(\alpha_{n-1} - \varphi_{n-1})}{Z_{n-1}} - \frac{\sin(\alpha_{n-1} - \varphi_n)}{Z_n} + \right. \\ &\left. + \frac{A_{n-1}}{\sqrt{2} U_1} \exp \left[-\frac{R_1}{X_{n-1}} (\alpha_{n-1} - \alpha_{n-2}) \right] \right\}. \end{aligned} \right\} (12)$$

Здесь $\alpha_1 \dots \alpha_n$ — интервалы безразмерного времени (см. рис. 4); $1 \dots n$ — индексы интервалов; U_1 — действующее значение напряжения возбуждения; i_{1an} — мгновенное значение тока возбуждения в конце соответствующего интервала; R_1 — активное сопротивление контура возбуждения; $Z_1 \dots Z_n$, $X_1 \dots X_n$, $\varphi_1 \dots \varphi_n$ — полные, реактивные сопротивления и аргументы полных сопротивлений контура возбуждения, соответствующие нужным отрезкам аппроксимирующей функции в конце интервалов; $A_1 \dots A_n$ — постоянные интегрирования для разных интервалов; μ_1, μ_2, μ_3 — магнитные проницаемости для разных отрезков аппроксимирующей функции. При составлении рекуррентных уравнений (12) необходимо приравнять нулю все коэффициенты, для которых $n < 1$.

Совместное решение (11) и (12) позволяет определить напряжение возбуждения ПДЧ, соответствующее возникновению колебаний. Результаты вычислений для одного из образцов представлены на рис. 5 (кривая 3). Как видно, результаты расчета в количественном отношении близко совпадают с экспериментальными данными (кривая 1). Перегибы на расчетной кривой объясняются недостаточной точностью кусочно-линейной аппроксимации характеристик сердечников.

Таким образом, критерий среднего квадрата резонансной частоты может быть использован для анализа возникновения колебаний в ПДЧ.

Следует, однако, заметить, что при проектировании ПДЧ больший интерес представляет определение электрических величин возбуждения не при воз-

никновении колебаний, а в стационарном режиме при максимальной амплитуде колебаний (кривая 2 на рис. 5), при котором строгий аналитический вывод выражений для напряжения и тока возбуждения затруднителен из-за наличия в цепи возбуждения и влияния тока стационарных колебаний на состояние намагниченности сердечников.

В результате анализа экспериментальных данных были получены выражения для расчета напряжения и действующего значения тока возбуждения стационарного режима при максимальной амплитуде колебаний:

$$B = \left[\frac{2\Omega_{\text{cp}}^2 q \omega_2^2 k \sigma^{1/k} \sqrt{\pi} C \Gamma \left(\frac{1}{2k} + 0,5 \right)}{\Gamma \left(\frac{1}{2k} \right)} \right]^{\frac{k}{1-k}}; \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \sqrt{2} \omega_1 q \Omega_{\text{cp}} B \left(\frac{B}{1,1 B_1} \right)^3; \\ I_1 &= U_1 \Omega C \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \text{ при } B \leq B_1; \\ I_1 &= U_1 \Omega C \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{1,1 B_1}{B} \right) \text{ при } B > B_1, \end{aligned} \right\} (14)$$

где Γ — гамма-функция.

Расчет по (13) дает хорошее совпадение с экспериментальными данными (кривая 4 на рис. 5). При вычислении по (14) значение тока I_1 получается всегда выше фактического, причем это превышение не больше 20%.

Все полученные выражения устанавливают связи в стационарном режиме ПДЧ при максимальной амплитуде колебаний, поэтому их использование будет правильным, если известны зависимости электрических и магнитных величин при отклонениях от этого режима. Эти отклонения в эксплуатационных условиях могут быть вызваны изменением напряжения питания, подводимого к цепи возбуждения, величины и характера нагрузок, на которую работает ПДЧ. Результаты исследований, устанавливающие эти зависимости, кратко сводятся к следующему.

1. При увеличении напряжения питания до $1,5 U_1$ и значениях индукции B_1 , не превышающих рекомендованных пределов, и работе ПДЧ без нагрузки ток в цепи возбуждения возрастает не выше $1,5 I_1$, напряжение на колебательном контуре падает не ниже $0,9 U_2$, ток в колебательном контуре может увеличиться не выше $1,2 I_2$.

2. При работе ПДЧ на активную нагрузку эксплуатационное напряжение питания цепи возбуждения должно быть в пределах $(1,3 \div 1,45) U_1$, а ин-

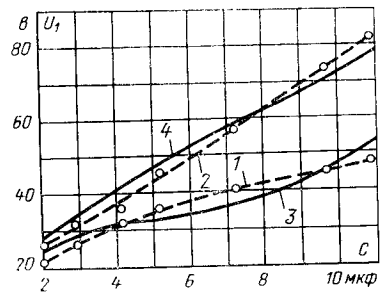


Рис. 5. Зависимости напряжения возбуждения ПДЧ от емкости колебательного контура.

1 и 3 — для режима на грани возникновения колебаний; 2 и 4 — для стационарного режима при максимальной амплитуде колебаний; — — — — расчет; - - - - - опыт.

дукцию B_1 желательнее снизить на 5% по сравнению с рекомендуемыми предельными значениями. В таком случае отдаваемая мощность может быть принята в соответствии с напряжением питания в пределах $0,16 \div 0,19$ от мощности, циркулирующей в колебательном контуре, $S_2 = U_2 I_2$.

При этом напряжение на выходе ПДЧ составляет $(0,87 \div 0,9) U_2$.

3. При нагрузке ПДЧ на индуктивное сопротивление, напряжении питания цепи возбуждения в пределах $(1 \div 1,25) U_1$ и индукции B_1 , равной рекомендуемому предельным значениям, отдаваемая мощность может быть принята около $0,18 S_2$, что соответствует выходному напряжению ПДЧ около $0,9 U_2$.

На основании проведенного анализа и полученных рекомендаций может быть предложен следующий порядок инженерного метода расчета ПДЧ.

Порядок расчета. 1. Задается характер нагрузки и значение отдаваемой мощности S .

2. Определяется мощность, циркулирующая в колебательном контуре, $S_2 = S / (0,16 \div 0,19)$ при активной нагрузке, и $S_2 = S / 0,18$ при индуктивной нагрузке.

3. Выбирается номинальное напряжение и емкость C конденсатора колебательного контура и в соответствии с этим принимается напряжение U_2 .

4. По (9) находится ток I_2 и определяется сечение проводника контурной обмотки при плотности тока $1-1,5$ а/мм².

5. Выбирается ферромагнитный материал и геометрия сердечников. Экспериментально определяется характеристика сердечников $b(H)$, как средняя линия предельной петли. Находятся коэффициенты степенной аппроксимации характеристики сердечников. Принимается значение индукции B_1 .

6. Совместным решением (7) и (8) находится число витков обмотки колебательного контура

$$\omega_2 = \frac{IB_1^{1/k}}{\sqrt{2} \sigma^{1/k} \Omega C U_2}$$



и активное сечение ферромагнитных сердечников

$$q = \frac{\sigma^{1/k} C U_2^2}{1+k} \cdot IB_1^k$$

7. Определяется площадь окна сердечника, занимаемая обмоткой колебательного контура. Эта обмотка может занимать до 50% площади окна сердечника.

8. Задается напряжение возбуждения, равным $U_n / (1,3 \div 1,45)$ при активной нагрузке ПДЧ и $U_n / (1 \div 1,25)$ при индуктивной нагрузке, где U_n — напряжение питания цепи возбуждения ПДЧ.

9. Определяется значение индукции B по (13) и число витков обмоток контура возбуждения:

$$\omega_1 = \frac{U}{\sqrt{2} q \Omega_{\text{ср}} B} \left(\frac{1,1 B_1}{B} \right)^3$$

10. По (14) оценивается действующее значение тока возбуждения I_1 и выбирается сечение проводника этой обмотки, исходя из плотности тока в $1,5-2$ раза большей, чем для обмотки колебательного контура.

11. Исходя из отдаваемой мощности проектируется обычный порядок выходная обмотка, согласующая выход ПДЧ с нагрузкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бамдас А. М., Кулинич В. А., Шапиро С. В., Статические электромагнитные преобразователи частоты и числа фаз, Госэнергоиздат, 1961.

2. Шапиро С. В., Давыдова Л. Н., Ферромагнитный делитель частоты 50/25 гц. Труды Горьковского политехнического института, т. XIX, вып. 3, 1963.

3. Бессонов Л. А., Нелинейные электрические цепи, изд-во «Вышая школа», 1964.

4. Бессонов Л. А., Автоколебания в электрических цепях со сталью, Госэнергоиздат, 1958.

5. Митюшкин К. Г., Магнитный делитель частоты, «Электричество», 1957, № 8.

6. Папалекси Н. Д., Собрание трудов, Изд. АН СССР, 1949.

[15.7.1971]

УДК 621.319.4.017.001.24

Расчет потерь в электрическом конденсаторе при импульсном воздействии с произвольной скважностью

Канд. техн. наук М. М. ЛЕРНЕР

Киев

Проблеме тепловыделения в электрических конденсаторах при несинусоидальном воздействии было посвящено значительное число работ. Однако общего подхода к решению этой проблемы при любой форме несинусоидального напряжения и для любого вида конденсатора разработано не было.

Между тем интерес к расчету потерь в конденсаторе при любом воздействии непрерывно возрастает как в электротехнике, так и в радиоэлектронике в связи с тем, что стремление к сокращению габаритов, веса и стоимости устройств с нелинейными элементами вынуждает использовать применяемые в этих устройствах конденсаторы в напряженных режимах, допустимость которых следует внимательно оценивать.

Потери в электрическом конденсаторе при несинусоидальном воздействии определяются не только

формой напряжения, но и частотной зависимостью емкости и $\text{tg} \delta$ конденсатора. Если частотные зависимости емкости и $\text{tg} \delta$ конденсатора неизвестны, можно оценить верхний и нижний пределы мощностей, между которыми находится мощность потерь конденсатора. С этой целью было предложено считать [Л. 1 и 2], что многообразие реальных частотных характеристик $\text{tg} \delta$ различных конденсаторов заключено в первом приближении между двумя предельными случаями: при росте частоты $\text{tg} \delta$ убывает до нуля, изменяясь обратно пропорционально частоте, и $\text{tg} \delta$ возрастает до бесконечности, изменяясь прямо пропорционально частоте.

Схемы замещения, частотная зависимость $\text{tg} \delta$ которых соответствует первому случаю, назовем p -схемами, а второму случаю — s -схемами. Простейшая p -схема — двухэлементная параллельная

(емкость C_p включена параллельно сопротивлению R_p), простейшая s -схема — двухэлементная последовательная (емкость C_s включена последовательно с сопротивлением r_s). Можно показать, что потери P_p конденсатора с p -схемой замещения наименьшие, а потери P_s конденсатора с s -схемой замещения наибольшие по сравнению с потерями в безындукционных конденсаторах с другими схемами замещения. Отношение $\eta_{\max} = P_s/P_p$ было названо максимальным поправочным коэффициентом. Этот коэффициент характеризует ширину возможного диапазона потерь в конденсаторе, частотная зависимость $\operatorname{tg} \delta$ которого неизвестна.

Если диапазон потерь конденсатора узкий (значение η_{\max} близко к единице), потери в конденсаторе можно в первом приближении считать равными верхней или нижней границе диапазона. Если же диапазон потерь достаточно широкий, возможная ошибка при таком приближении становится недопустимо большой и для более точного вычисления потерь необходимо располагать информацией о частотных характеристиках емкости и $\operatorname{tg} \delta$ конденсатора. Точность расчета потерь определяется объемом дополнительной информации и способом аппроксимации частотных зависимостей $\operatorname{tg} \delta$. Некоторые из способов аппроксимации рассмотрены в [Л. 1].

Указанный подход был применен для расчета потерь при несинусоидальных воздействиях в виде последовательности импульсов, период следования которых равен или вдвое превышает длительность импульса [Л. 1 и 2]. Ниже будет показано, как, пользуясь преобразованиями Фурье и Лапласа, можно обобщить полученные ранее результаты на случай воздействия на конденсатор последовательности импульсов с произвольной скважностью.

Общие соотношения. Пусть на конденсаторе действует несинусоидальное напряжение $u(t)$ с периодом $T = \Omega/2\pi$ и $U_{\max} - U_{\min} = 2\Delta'$. Выделим элемент $u_n(t)$ несинусоидального напряжения $u(t)$ в пределах одного периода и будем рассматривать его как единичный импульс с высотой $2\Delta'$ и длительностью t_n . Применяя к функции $u_n(t)$ прямое преобразование Фурье, получаем выражение для спектральной плотности функции:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_n(t) \exp(-j\omega t) dt.$$

По спектральной плотности единичного импульса можно рассчитать коэффициенты разложения в ряд Фурье периодической функции, составленной из импульсов, повторяющихся с периодом T , положив $\omega = n\Omega = n2\pi/T$, где n — номер гармоники. Если Δ_n амплитуда n -й гармоники, то $\Delta_n = \Omega G(n\Omega)/\pi$, а среднее значение функции $u(t)$ равно $U_0 = \Omega G(0)/2\pi$.

Мощность потерь в конденсаторе при частоте $\omega = n\Omega$ определяется выражением:

$$P_n = 0,5\Delta_n^2 n\Omega C_{pn} \operatorname{tg} \delta_n,$$

где C_{pn} — емкость конденсатора, измеренная по параллельной схеме замещения. Если C_{sn} — емкость конденсатора, измеренная на частоте $n\Omega$ по после-

довательной схеме замещения, то получим:

$$C_{pn} = \frac{C_{sn}}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_n}.$$

Потери в конденсаторе для диапазона частот от Ω до ∞ (считаем конденсатор безындукционным) составят:

$$P = \sum_1^{\infty} P_n = \frac{\Omega}{2} \sum_1^{\infty} \frac{\Delta_n^2 n C_{sn} \operatorname{tg} \delta_n}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_n} = \frac{\Omega^2}{2\pi^2} \sum_1^{\infty} \frac{n |G(n\Omega)|^2 C_{sn} \operatorname{tg} \delta_n}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_n}. \quad (1)$$

Эти потери обусловлены только действием переменной составляющей (пульсации) $u(t) - U_0$ несинусоидального напряжения $u(t)$. Потери, выделяющиеся под действием постоянной составляющей напряжения U_0 обычно значительно ниже уровня, допустимого для конденсатора, так как его сопротивление постоянному току очень велико (в зависимости от типа конденсатора оно может составлять от нескольких мегом до нескольких сотен и тысяч мегом). Поэтому нагрев конденсатора постоянной составляющей напряжения, как правило, не учитывается.

Расчет потерь в конденсаторе с p -схемой замещения. Тангенс угла потерь простейшей p -схемы по определению обратно пропорционален частоте или номеру гармоники разложения напряжения $u(t)$ в ряд Фурье:

$$\operatorname{tg} \delta_n = \frac{1}{n\Omega C_p R_p} = \frac{\operatorname{tg} \delta_\Omega}{n}.$$

Емкость C_{pn} простейшей p -схемы от частоты не зависит и равна C_p . Подставляя значения для C_{sn} и $\operatorname{tg} \delta_n$ в (1), получаем:

$$P_p = \frac{\Omega^2 C_p \operatorname{tg} \delta_\Omega}{2\pi^2} \sum_1^{\infty} |G(n\Omega)|^2 = \frac{\Omega C_p \operatorname{tg} \delta_\Omega}{2} \sum_1^{\infty} \Delta_n^2.$$

Согласно равенству Парсеваля

$$\sum_1^{\infty} \Delta_n^2 = \frac{2}{T} \int_0^T u^2(t) dt - 2U_0^2 = \frac{2}{T} \int_0^T [u(t) - U_0]^2 dt.$$

Тогда

$$P_p = \left(\frac{1}{T} \int_0^T [u(t) - U_0]^2 dt \right) \Omega C_p \operatorname{tg} \delta_\Omega = U^2 \Omega C_p \operatorname{tg} \delta_\Omega, \quad (2)$$

где U — действующее значение пульсации $u(t) - U_0$ несинусоидального напряжения $u(t)$.

Из полученного выражения следует, что потери в конденсаторе с p -схемой замещения определяются только действующим значением пульсации независимо от ее формы. Значит и синусоидальная пульсация с действующим значением, равным U , и с амплитудой $\Delta_n = U\sqrt{2}$ выделит те же потери.

Но если пульсация синусоидальная, потери не зависят от схемы замещения конденсатора (т. е. от частотной зависимости емкости и $\operatorname{tg} \delta$ конденсатора) и всегда равны P_p . При несинусоидальной пульсации потери P зависят от схемы замещения:

минимальное значение соответствует P_p , а максимальное — P_s . Для промежуточной схемы

$$P = P_p \eta,$$

где η — поправочный коэффициент, который позволяет оценить ошибку, если считать, что у конденсатора p -схема замещения и в нем выделяются потери P_p .

Таким образом, только в случае, когда у безындукционного конденсатора p -схема замещения, действующее значение несинусоидальной пульсации равно действующему значению эквивалентной по мощности синусоиды при той же частоте. При любой другой схеме замещения такого конденсатора действующее значение несинусоидальной пульсации меньше действующего значения эквивалентной синусоиды в $\sqrt{\eta}$ раз.

Для расчета действующего значения U несинусоидальной пульсации по заданному Δ' удобно пользоваться коэффициентом амплитуды k_a :

$$k_a = \frac{\Delta'}{U}. \quad (3)$$

Для несинусоидальной пульсации, составленной из трапецидальных импульсов любой формы (рис. 1), расчетное выражение для k_a имеет вид:

$$k_a = \frac{0,5Q}{\sqrt{Q \left(1 - \frac{4}{3} \gamma_{cp}\right) - (1 - \gamma_{cp})^2}}, \quad (4)$$

где $Q = T/t_n$ — скважность импульсов; γ_{cp} — средняя относительная длительность изменения напряжения; если $\gamma_{\phi} = t_{\phi}/t_n$ и $\gamma_c = \frac{t_c}{t_n}$ относительные длительности нарастания и спада напряжения, то γ_{cp} равна полусумме γ_{ϕ} и γ_c .

Графики зависимости коэффициента амплитуды от скважности импульсов при разных значениях

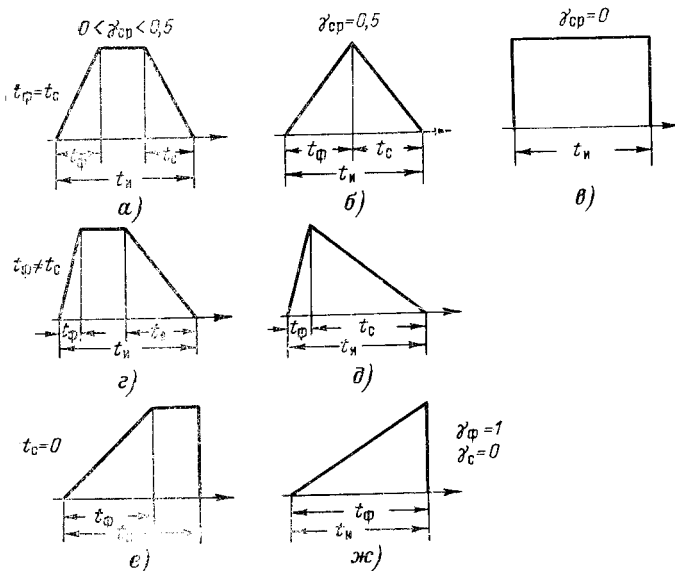
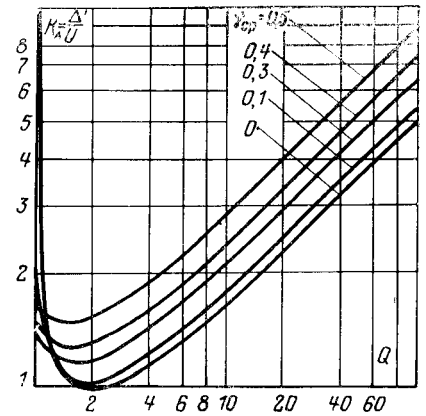


Рис. 1. Трапецидальные импульсы разной формы (а, г, е) и их частные случаи: треугольные импульсы (б, д, ж) и прямоугольный импульс (е).

Рис. 2. Зависимость коэффициента амплитуды от скважности трапецидальных импульсов при различных значениях средней относительной длительности изменения напряжения.



γ_{cp} приведены на рис. 2. Расчетные выражения для действующих значений некоторых других форм несинусоидального напряжения приведены в [Л. 1].

Расчет потерь в конденсаторе с s -схемой замещения. Тангенс угла потерь s -схемы прямо пропорционален частоте или номеру гармоники разложения напряжения в ряд Фурье:

$$\operatorname{tg} \delta_n = n \Omega C_s r_s = n \operatorname{tg} \delta_{\Omega}.$$

Емкость C_{sn} в s -схеме замещения от частоты не зависит и равна C_s . Подставляя значения для C_{sn} и $\operatorname{tg} \delta_n$ в (1), получаем:

$$P_s = 0,5 C_s \Omega \operatorname{tg} \delta_{\Omega} \cdot \frac{\Omega^2}{\pi^2} \sum_1^{\infty} \frac{n^2 |G(n\Omega)|^2}{1 + n^2 \operatorname{tg}^2 \delta_{\Omega}}. \quad (5)$$

Отсюда, учитывая (2), находим максимальный поправочный коэффициент

$$\eta_{\max} = \frac{P_s}{P_p} = \frac{2(1 + \operatorname{tg}^2 \delta_{\Omega})}{T^2 U^2} \sum_1^{\infty} \frac{n^2 |G(n\Omega)|^2}{1 + n^2 \operatorname{tg}^2 \delta_{\Omega}}. \quad (6)$$

Расчет P_s и η_{\max} по (5) и (6) можно осуществить приближенным методом оценки бесконечных рядов, входящих в эти выражения.

Точное значение P_s (а, следовательно, и η_{\max}) можно найти в замкнутой форме с конечным числом слагаемых, если применить преобразование Лапласа для нахождения установившейся реакции s -схемы на воздействие периодической последовательности импульсов [Л. 3 и 4].

Расчет максимального поправочного коэффициента для пилообразного напряжения. Элемент пилообразного напряжения — импульс $u_n(t)$, в общем случае имеет форму косоугольного треугольника (рис. 1, ж). Это напряжение меняется по закону:

$$\begin{aligned} u_n(t) &= 2\Delta' \left(1 + \frac{t}{t_{\phi}}\right) \text{ при } -t_{\phi} \leq t \leq 0; \\ u_n(t) &= 2\Delta' \left(1 - \frac{t}{t_n - t_{\phi}}\right) \text{ при } 0 \leq t \leq t_n - t_{\phi}; \\ u_n(t) &= 0 \text{ при } t \leq -t_{\phi} \text{ и } t \geq t_n - t_{\phi}. \end{aligned}$$

Спектральная плотность такого импульса определяется выражением:

$$\begin{aligned} G(n\Omega) &= \frac{2\Delta'}{n^2 \Omega^2} \left\{ \frac{1}{t_{\phi}} (1 - \exp[jn\Omega t_{\phi}]) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{t_n - t_{\phi}} (1 - \exp[-jn\Omega(t_n - t_{\phi})]) \right\}. \end{aligned}$$

Действующее значение U несинусоидальной пульсации, составленной из последовательности ко-соугольных импульсов со скважностью Q нетрудно определить по (3) и (4), учитывая, что для треугольных импульсов $\gamma_\phi = 0,5$:

$$U = \Delta' \sqrt{\frac{1}{Q} \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q} \right)}.$$

Выражение для потерь в конденсаторе на частоте Ω при p -схеме замещения в соответствии с (2) имеет вид:

$$P_p = \frac{2\pi\Delta'^2}{QT} \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q} \right) C_p \operatorname{tg} \delta_\Omega. \quad (7)$$

Подставляя выражения для $|G(n\Omega)|^2$ и для U в (6), получаем:

$$\eta_{\max} = \frac{2(1 + \operatorname{tg}^2 \delta_\Omega) Q^2}{\pi^4 \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q} \right) (1 - \gamma_\phi) \gamma_\phi^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 (1 + n^2 \operatorname{tg}^2 \delta_\Omega)} \left[(1 - \gamma_\phi) \sin^2 \frac{\pi n \gamma_\phi}{Q} + \gamma_\phi \sin^2 \frac{\pi n (1 - \gamma_\phi)}{Q} - \gamma_\phi (1 - \gamma_\phi) \sin^2 \frac{\pi n}{Q} \right]. \quad (8)$$

Оценим сумму в этом выражении через k членов ряда и остаток, который, как известно, меньше интеграла от k до ∞ от функции, входящей под знак суммы. В [Л. 2] было доказано, что

$$\int_k^{\infty} \frac{\sin^2 bndn}{n^2 (1 + n^2 \operatorname{tg}^2 \delta_\Omega)} \leq \frac{1}{2} \left[\frac{2}{k} \sin^2 bk + \pi b - \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \delta_\Omega (1 - \exp(-\frac{2b}{\operatorname{tg} \delta_\Omega})) + \operatorname{tg} \delta_\Omega \operatorname{arctg} k \operatorname{tg} \delta_\Omega - 2b \operatorname{Si}(2bk) \right].$$

Тогда, если ограничиться первым членом разложения ($k=1$) и остатком, получаем при малых значениях $\operatorname{tg} \delta_\Omega$ ($\operatorname{tg} \delta_\Omega \ll 1$):

$$\eta_{\max} < \frac{Q^2}{\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q} \right) \pi^4 (1 - \gamma_\phi) \gamma_\phi^2} \times \left\{ 2(1 - \gamma_\phi) \sin^2 \frac{\pi \gamma_\phi}{Q} + 2\gamma_\phi \sin^2 \frac{\pi (1 - \gamma_\phi)}{Q} - 2\gamma_\phi (1 - \gamma_\phi) \sin^2 \frac{\pi}{Q} + \frac{\pi^2 \gamma_\phi (1 - \gamma_\phi)}{2Q} + \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \delta_\Omega \left[\gamma_\phi \left(\exp\left(-\frac{2\pi}{\operatorname{tg} \delta_\Omega} \frac{1 - \gamma_\phi}{Q}\right) - 1 \right) + (1 - \gamma_\phi) \left(\exp\left(-\frac{2\pi \gamma_\phi}{Q \operatorname{tg} \delta_\Omega}\right) - 1 \right) + \gamma_\phi (1 - \gamma_\phi) \left(1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{Q \operatorname{tg} \delta_\Omega}\right) \right) \right] - \frac{\pi \gamma_\phi (1 - \gamma_\phi)}{Q} \left[\operatorname{Si}\left(\frac{2\pi \gamma_\phi}{Q}\right) + \operatorname{Si}\left(2\pi \frac{1 - \gamma_\phi}{Q}\right) - \operatorname{Si}\left(\frac{2\pi}{Q}\right) \right] \right\}. \quad (9)$$

При $Q=1$ выражение (9) сводится к формуле для расчета η_{\max} при $\gamma_\phi \ll 0,5$, выведенной в [Л. 2]. При значениях γ_ϕ , близких к единице, нельзя

ограничиваться только первым членом суммы и остатком; необходимо брать большее число членов ряда, чтобы получить результат с достаточно высокой точностью. Формула для расчета η_{\max} в этом случае становится громоздкой.

Для получения точного значения η_{\max} в том числе для случая, когда $\gamma_\phi \approx 1$, воспользуемся методом, основанным на преобразовании Лапласа. Мощность потерь P_s вычисляется по напряжению на сопротивлении r_s в простейшей s -схеме замещения конденсатора. Установившееся напряжение на r_s находится как разность переходного напряжения на сопротивлении в течение первого периода и свободного напряжения на сопротивлении. Свободное напряжение равно сумме вычетов относительно полюсов передаточной функции.

Косоугольный импульс (рис. 1, д) складывается из трех прямолинейных функций:

$$u_{in}(t) = \frac{2\Delta'}{t_\phi} t \cdot 1(t) - 2\Delta' \left(\frac{1}{t_\phi} + \frac{1}{t_n - t_\phi} \right) t \cdot 1(t - t_\phi) + \frac{2\Delta'}{t_n - t_\phi} \cdot 1(t - t_n),$$

где $1(t)$, $1(t - t_\phi)$, $1(t - t_n)$ — единичные функции.

Изображение функции $u_{in}(t)$ по Лапласу имеет вид:

$$U_{in}(p) = \frac{2\Delta'}{p^2 t_n} \left[\frac{1}{\gamma_\phi} - \frac{\exp(-p\gamma_\phi t_n)}{\gamma_\phi (1 - \gamma_\phi)} - \frac{\exp(-pt_n)}{1 - \gamma_\phi} \right].$$

Изображение периодической последовательности импульсов

$$U(p) = \frac{U_{in}(p)}{1 - \exp(-pT)}.$$

Операторная передаточная функция простейшей s -схемы равна $pC_s r_s / (1 + pC_s r_s)$. Тогда свободное напряжение на сопротивлении r_s равно:

$$u_{св}(t) = \operatorname{Res}_{p = -\frac{1}{C_s r_s}} \left[\frac{pC_s r_s}{1 + pC_s r_s} U(p) \exp pt \right] = -\frac{C_s r_s}{\gamma_\phi t_n} \frac{\exp\left(-\frac{t}{C_s r_s}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{T}{C_s r_s}\right)} \times \left[1 - \frac{\exp\left(\frac{\gamma_\phi t_n}{C_s r_s}\right)}{1 - \gamma_\phi} + \frac{\gamma_\phi \exp\left(\frac{t_n}{C_s r_s}\right)}{1 - \gamma_\phi} \right].$$

Переходное напряжение на сопротивлении r_s равно сумме вычетов по полюсам p_h изображения напряжения, действующего на r_s в течение первого периода,

$$u_{пер}(t) = \sum_{p_h} \operatorname{Res}_{p_h} \frac{pC_s r_s}{1 + pC_s r_s} U_{in}(p) \exp pt = \frac{C_s r_s}{t_n} \left\{ \frac{1}{\gamma_\phi} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{C_s r_s}\right) \right] \cdot 1(t) - \frac{1}{\gamma_\phi (1 - \gamma_\phi)} \left[1 - \exp\left(-\frac{t - \gamma_\phi t_n}{C_s r_s}\right) \right] \cdot 1(t - \gamma_\phi t_n) + \frac{1}{1 - \gamma_\phi} \left[1 - \exp\left(-\frac{t - t_n}{C_s r_s}\right) \right] \cdot 1(t - t_n) \right\}.$$

Установившееся напряжение на r_s равно разности между переходным и свободным напряжениями. По установившемуся напряжению рассчитывается средняя мощность за период, которая и равна P_s :

$$P_s = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u_{уст}^2(t)}{r_s} dt.$$

По мощности P_s и P_p [см. (7)] находится максимальный поправочный коэффициент с учетом $r_s C_s = \frac{\text{tg } \delta_\Omega \cdot T}{2\pi}$:

$$\begin{aligned} \eta_{\max} = & \frac{Q^2}{\gamma_\phi^2 \pi^2 \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q}\right)} \left\{ \gamma_\phi + \right. \\ & + \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \left[\exp\left(-\frac{2\pi\gamma_\phi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - 1 \right] \left[A - \right. \\ & \left. - \frac{A^2}{4} \left(\exp\left(-\frac{2\pi\gamma_\phi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) + 1 \right) \right] + \\ & + \frac{\gamma_\phi^2}{1 - \gamma_\phi} - \frac{\gamma_\phi Q \text{tg } \delta_\Omega}{(1 - \gamma_\phi)\pi} \left[A - \frac{1}{1 - \gamma_\phi} \exp\left(\frac{2\pi\gamma_\phi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) \right] \times \\ & \times \left[\exp\left(-\frac{2\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \exp\left(-\frac{2\pi\gamma_\phi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) \right] - \\ & - \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{4\pi} \left(A - \frac{1}{1 - \gamma_\phi} \exp\left(\frac{2\pi\gamma_\phi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) \right)^2 \left[\exp\left(-\frac{4\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \right. \\ & \left. - \exp\left(-\frac{4\pi\gamma_\phi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) \right] + \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{4\pi} \left[A \exp\left(-\frac{2\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{1 - \gamma_\phi} \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{1 - \gamma_\phi}{Q}\right) - \frac{\gamma_\phi}{1 - \gamma_\phi} \right]^2 - \\ & - \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{4\pi (1 - \gamma_\phi)^2} \left[\gamma_\phi \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - 1}{Q}\right) - \right. \\ & \left. - \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - \gamma_\phi}{Q}\right) \right]^2 \left. \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

В (10) коэффициент A , учитывающий свободное напряжение, определяется выражением:

$$A = 1 + \frac{1}{1 - \gamma_\phi} \left[\gamma_\phi \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - 1}{Q}\right) - \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - \gamma_\phi}{Q}\right) \right].$$

Для случая треугольного импульса прямоугольной формы, когда $\gamma_\phi = 1$ (см. рис. 1, ж), из (10) трудно получить выражение:

$$\eta_{\max} = \frac{3}{\pi \text{tg } \delta_\Omega} \left[1 + \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \exp\left(-\frac{2\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - 1}{Q}\right) \right]. \quad (11)$$

Если треугольный импульс равнобедренный (рис. 1, б), то $\gamma_\phi = 0,5$; тогда

$$\begin{aligned} \eta_{\max} = & \frac{4Q^2}{\pi^2 \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q}\right)} \left[1 - \frac{3Q \text{tg } \delta_\Omega}{2\pi} + \right. \\ & + \frac{2Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \frac{\text{tg } \delta_\Omega Q}{2\pi} \exp\left(-\frac{2\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \\ & \left. - \frac{\text{tg } \delta_\Omega Q}{2\pi} \exp\left(-\frac{2\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - 1}{Q}\right) \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

Расчетные выражения для P_s , полученные выше, позволяют оценить погрешность, которая допускается, если для расчета среднего за период тепловыделения воспользоваться только переходным напряжением на r_s , пренебрегая свободным ($A = 1$). Очевидно с этой целью достаточно рассмотреть только два предельных случая, когда $\gamma_\phi = 1$ и $\gamma_\phi = 0,5$, для которых максимальный поправочный коэффициент определяется соответственно выражениями:

$$\eta'_{\max} = \frac{3}{\pi \text{tg } \delta_\Omega} \left[1 + \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \exp\left(-\frac{2\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) \right];$$

$$\begin{aligned} \eta'_{\max} = & \frac{4Q^2}{\pi^2 \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Q}\right)} \left[1 - \frac{3Q \text{tg } \delta_\Omega}{2\pi} + \right. \\ & + \frac{2Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{\pi} \exp\left(-\frac{2\pi}{Q \text{tg } \delta_\Omega}\right) - \\ & \left. - \frac{Q \text{tg } \delta_\Omega}{4\pi} \exp\left(-\frac{4\pi}{\text{tg } \delta_\Omega} \cdot \frac{Q - 1}{Q}\right) \right]. \end{aligned}$$

Наибольшую погрешность следует ожидать при $Q = 1$.

Таким образом, пренебрежение свободным напряжением при расчете мощности потерь в s -схеме замещения вполне допустимо при малых значениях $\text{tg } \delta_\Omega$ конденсатора.

Переходное напряжение здесь рассчитывалось методом Лапласа, однако для этой же цели можно воспользоваться и формулами наложения (интегралом Дюамеля).

ЛИТЕРАТУРА

1. Тареев Б. М., Лернер М. М., Лернер Т. И., К расчету тепловых потерь в электрическом конденсаторе при воздействии несинусоидального напряжения, «Электричество», 1970, № 5.
2. Лернер М. М., Учет длительности нарастания несинусоидального напряжения при расчете тепловых потерь в конденсаторе, «Электричество», 1971, № 2.
3. Атабеков Г. И., Основы теории цепей, изд-во «Энергия», 1969.
4. Сешу С., Балабанян Н., Анализ линейных электрических цепей, Госэнергоиздат, 1963.

[25.11.1971]



Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью

Доктор техн. наук, проф. А. В. ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ
и инж. М. С. МНАЦКАНЯН

Московский энергетический институт

Впервые аналитическое исследование магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонним открытием паза было проведено с помощью конформных преобразований в [Л. 1]. При этом предполагалось:

1) магнитная проницаемость стали бесконечна $\mu_{ст} = \infty$, и все падение магнитного потенциала происходит в междужелезном пространстве, где $\mu_0 = \text{const}$;

2) поверхность расточки якоря (ротора) гладкая и плоская;

3) формы паза и зубца ротора (якоря) прямоугольные;

4) глубина паза бесконечная.

Детальный анализ полученных результатов, проведенный в [Л. 2], показал применимость рассмотренного метода для последовательности равных открытий пазов. Результаты доведены до численных решений, и получены графические зависимости.

Дальнейшее развитие результатов [Л. 1 и 2] для пазов конечной глубины, а также для трапециевидных пазов нашло свое отражение в [Л. 3—5].

В настоящей работе дается аналитическое решение важной для практических приложений задачи о распределении магнитного поля в области, указанной на рис. 1, с учетом падения магнитного потенциала в зубцах при допущении $\mu_z = \text{const} \neq \infty$.

При нахождении решения необязательно использовать всю область, показанную на рис. 1, поскольку картина распределения поля повторяется. Следует выбрать лишь наименьшую повторяющуюся часть поля. На рис. 1 эта часть ограничена осями АВ и CD (заштрихованная область) и отдельно дана на рис. 2.

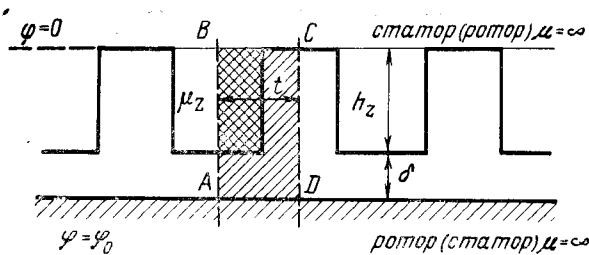


Рис. 1.

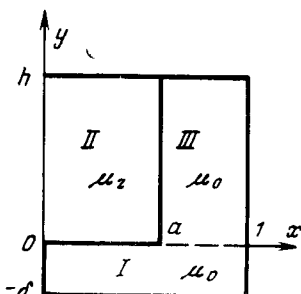


Рис. 2.

Как отмечалось в [Л. 6], если в пространстве имеется не одна, а несколько сред (областей), каждая из которых однородна и изотропна и характеризуется значением магнитной проницаемости μ , то в области, занятой средой с $\mu = \mu_k$, имеет место уравнение

$$\Delta \varphi_k = \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) вместе с граничными условиями вдоль поверхности раздела сред (областей) однозначно определяет решение задачи о нахождении магнитного поля.

В связи с изложенным разделим рассматриваемый в прямоугольной системе координат кусочно-однородный участок магнитного поля рис. 2 на три однородные прямоугольные области I, II и III. Примем

$$\begin{aligned} \varphi_I(x, y) &= u(x, y) = u; \\ \varphi_{II}(x, y) &= v(x, y) = v; \\ \varphi_{III}(x, y) &= w(x, y) = w. \end{aligned}$$

Анализ будем проводить в критериальной форме. В качестве базовых размеров принимаются: t — половина зубцового деления; φ_0 — значение потенциала на гладкой поверхности; $H_0 = \frac{\varphi_0}{t}$ — значение базовой напряженности магнитного поля.

Таким образом, в рассмотрение вводятся следующие относительные величины: $x^* = \frac{x}{t}$; $y^* = \frac{y}{t}$; $a^* = \frac{a}{t}$ — относительная величина половины ширины зубца; $b^* = \frac{b}{t}$ — относительная величина половины ширины паза; $\delta^* = \frac{\delta}{t}$ — относительная величина зазора; $h^* = \frac{h}{t}$ — относительная величина высоты паза; $\varphi_k^* = \frac{\varphi_k}{\varphi_0}$ — относительное значение потенциала в k -й области; $H^* = \frac{H}{H_0}$ — относительное значение магнитной напряженности. В дальнейшем знак * опускается.

Рассмотрим прямоугольную область I.

Найдем функцию $u = u(x, y)$, удовлетворяющую в этой области уравнению Лапласа (1) при следующих граничных условиях:

$$u|_{y=0} = f(x) = \begin{cases} F_1(x) & \text{при } 0 \leq x \leq a; \\ F_2(x) & \text{при } a \leq x \leq 1; \end{cases} \quad u|_{y=-\delta} = 1; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0.$$

Решение уравнения (1) ищем методом Фурье [Л. 6] в виде:

$$u = \frac{u_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} u_n \cos(n\pi x), \quad (3)$$

где

$$u_n = 2 \int_0^1 u(x, y) \cos(n\pi x) dx.$$

Умножая (1) на $2 \cos(n\pi x) dx$ и интегрируя по x в пределах $0-1$, получим

$$\frac{d^2 u_n}{dy^2} - (n\pi)^2 u_n = 0, \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots) \quad (4)$$

Общий интеграл уравнения (4) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_n &= A_n \operatorname{sh}(n\pi y) + B_n \operatorname{ch}(n\pi y) \quad \text{при } n \geq 1, \\ u_0 &= C_0 y + D_0 \quad \text{при } n = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где постоянные A_n , B_n , C_0 и D_0 находим из следующих граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} u_n|_{y=-\delta} &= 2 \int_0^1 u(x, -\delta) \cos(n\pi x) dx = u_{n\delta}; \\ u_n|_{y=0} &= 2 \int_0^1 u(x, 0) \cos(n\pi x) dx = u_{n0}. \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

Из (5) и (5a) имеем:

$$A_n = u_{n0} \operatorname{cth}(n\pi\delta); \quad B_n = u_{n0}. \quad (6)$$

$$C_0 = \frac{u_{00} - 2}{\delta}; \quad D_0 = u_{00}. \quad (7)$$

Подставив (5) — (7) в (3), получим общее решение (1) в области прямоугольника I в виде:

$$u = \frac{u_{00} - 2}{2\delta} y + \frac{u_{00}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{n0} \frac{\operatorname{sh} n\pi(y + \delta)}{\operatorname{sh}(n\pi\delta)} \cos(n\pi x). \quad (8)$$

Граничные условия для области II

$$\left. \begin{aligned} v|_{y=h} &= 0; & v|_{y=0} &= F_1(x); \\ \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0; & \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=a} &= f(y). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для простоты решения представим $v = v(x, y)$ как сумму двух функций

$$v = v' + v'' \quad (10)$$

при граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} v'|_{y=h} &= 0; & v'|_{y=0} &= F_1(x); \\ \frac{\partial v'}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0; & \frac{\partial v'}{\partial x} \Big|_{x=a} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} v''|_{y=h} &= 0; & v''|_{y=0} &= 0; \\ \frac{\partial v''}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0; & \frac{\partial v''}{\partial x} \Big|_{x=a} &= f(y). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Функцию v' определим аналогично предыдущему

$$\begin{aligned} v' &= \frac{v'_{00}}{2} - \frac{v'_{00}}{2h} y + \sum_{m=1}^{\infty} v'_{m0} \times \\ &\times \frac{\operatorname{sh} \left[\frac{m\pi}{a} (h-y) \right]}{\operatorname{sh} \left(\frac{m\pi}{a} h \right)} \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Вследствие того, что на границах $y=0$ и $y=h$ имеем нулевые граничные условия первого рода, функцию v'' найдем методом Фурье в виде ряда

$$v'' = \sum_{m=1}^{\infty} v''_m \sin \left(\frac{m\pi}{h} y \right).$$

В результате решения получим:

$$v'' = \sum_{m=1}^{\infty} D_m \operatorname{ch} \left(\frac{m\pi}{h} x \right) \sin \left(\frac{m\pi}{h} y \right). \quad (14)$$

Подставляя (13) и (14) в (10), запишем общее решение уравнения (1) для области II

$$\begin{aligned} v &= \frac{v'_{00}}{2} - \frac{v'_{00}}{2h} y + \sum_{m=1}^{\infty} v'_{m0} \times \\ &\times \frac{\operatorname{sh} \left[\frac{m\pi}{a} (h-y) \right]}{\operatorname{sh} \left(\frac{m\pi}{a} h \right)} \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) + \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} D_m \operatorname{ch} \left(\frac{m\pi}{h} x \right) \sin \left(\frac{m\pi}{h} y \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Определение гармонической функции, удовлетворяющей (1) в области прямоугольника III, проводится так же, как и для прямоугольника II. Имеем:

$$\begin{aligned} w &= \frac{w'_{00}}{2} - \frac{w'_{00}}{2h} y + \sum_{k=1}^{\infty} w'_{k0} \times \\ &\times \frac{\operatorname{sh} \left[\frac{k\pi}{b} (h-y) \right]}{\operatorname{sh} \left(\frac{k\pi}{b} h \right)} \cos \left[\frac{k\pi}{b} (x-a) \right] - \\ &- \sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{\operatorname{ch} \left[\frac{k\pi}{h} (x-1) \right]}{\operatorname{sh} \left(\frac{k\pi}{h} b \right)} \sin \left(\frac{k\pi}{h} y \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Входящие в (8), (15) и (16) неизвестные постоянные найдем из следующих условий сопряжения на смежных границах областей.

Для областей I и II

$$\left. \begin{aligned} u|_{y=0} &= v|_{y=0}; & (17a) \\ \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \mu \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} & (17b) \end{aligned} \right\} \text{ при } 0 \leq x_1 \leq a,$$

где

$$\mu = \frac{\mu_z}{\mu_0}.$$

Для областей I и III

$$\left. \begin{aligned} u|_{y=0} &= w|_{y=0}; & (18a) \\ \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0} & (18b) \end{aligned} \right\} \text{ при } a \leq x \leq 1.$$

Для областей II и III

$$\left. \begin{aligned} v|_{x=a} &= w|_{x=a}; & (19a) \\ \mu \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=a} &= \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=a} & (19b) \end{aligned} \right\} \text{ при } 0 \leq y \leq h.$$

Умножая обе части уравнения (17a) на $\frac{2}{a} \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) dx$ и интегрируя от 0 до a ($m=0, 1, 2,$

З...), получим:

$$v'_{m0} = \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} u_{n0} C_{n,m}; \quad (20a)$$

$$v'_{00} = u_{00} + \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} u_{n0} \frac{1}{n\pi} \sin(n\pi a), \quad (20б)$$

где

$$C_{n,m} = \int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos(n\pi x) dx = \begin{cases} \frac{n\pi(-1)^m}{(n\pi)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2} \sin(n\pi a) & \text{при } n\pi \neq \frac{m\pi}{a} \\ \frac{a}{2} & \text{при } n\pi = \frac{m\pi}{a}. \end{cases}$$

Проведя аналогичные преобразования с уравнением (18a) имеем:

$$w'_{k0} = \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} u_{n0} C_{n,k}; \quad (21a)$$

$$w'_{00} = u_{00} - \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} u_{n0} \frac{1}{n\pi} \sin(n\pi a), \quad (21б)$$

где

$$C_{n,k} = \int_a^1 \cos\left[\frac{k\pi}{b}(x-a)\right] \cos(n\pi x) dx = \begin{cases} -\frac{n\pi}{(n\pi)^2 - \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2} \sin(n\pi a) & \text{при } n\pi \neq \frac{k\pi}{b}, \\ \frac{b}{2} \cos\left(\frac{k\pi}{b}a\right) & \text{при } n\pi = \frac{k\pi}{b}. \end{cases}$$

Используя (19б), запишем при $m=k=j$

$$g_j = \mu D_j \operatorname{sh}\left(\frac{j\pi}{h}a\right). \quad (22)$$

Умножив обе части уравнения (19a) на $\frac{2}{h} \sin \times \left(\frac{j\pi}{h}y\right) dy$ и проинтегрировав от 0 до h с учетом (22), найдем:

$$D_j = \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{j\pi}{h}a\right) + \mu \operatorname{cth}\left(\frac{j\pi}{h}b\right) \operatorname{sh}\left(\frac{j\pi}{h}a\right)} \times \left[-\frac{2}{j\pi ab} \sum_{n=1}^{\infty} u_{n0} \frac{\sin(n\pi d)}{n\pi} - \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m\nu} v'_{m0} \frac{C_{mj}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a}h\right)} + \sum_{k=1}^{\infty} w'_{k0} \frac{C_{kj}}{\operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b}h\right)} \right], \quad (23)$$

где

$$C_{mj} = \frac{2}{h} \int_0^h \operatorname{sh}\left[\frac{m\pi}{a}(h-y)\right] \sin\left(\frac{j\pi}{h}y\right) dy = \frac{2}{h^2} \frac{j\pi}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{h}\right)^2} \operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a}h\right);$$

$$C_{kj} = \frac{2}{h} \int_0^h \operatorname{sh}\left[\frac{k\pi}{b}(h-y)\right] \sin\left(\frac{j\pi}{h}y\right) dy = \frac{2}{h^2} \frac{j\pi}{\left(\frac{k\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{h}\right)^2} \operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b}h\right).$$

Умножая выражение $\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$ на $2 \cos(i\pi x) dx$ ($i = 0, 1, 2, 3 \dots$) и интегрируя в пределах от 0 до 1, получим:

$$2 \int_0^1 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx = \begin{cases} u_{i0} i\pi \operatorname{cth}(i\pi\delta) & \text{при } i \neq 0, \\ u_{00} - 2 & \text{при } i = 0. \end{cases} \quad (24a)$$

$$= \begin{cases} u_{i0} i\pi \operatorname{cth}(i\pi\delta) & \text{при } i \neq 0, \\ u_{00} - 2 & \text{при } i = 0. \end{cases} \quad (24б)$$

Кроме того, разбивая пределы интегрирования на два участка: $0-a$ и $a-1$ с учетом условий (17б) и (18б) имеем:

$$2 \int_0^1 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx = 2 \int_0^a \mu \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx + 2 \int_a^1 \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0} \cos(i\pi x) dx. \quad (25)$$

Определяя левые и правые части уравнения (25) из (15)–(16) и (24), получим выражения для u_{00} и u_{i0} .

Подставляя полученное выражение u_{00} в уравнение для u_{i0} с учетом (20)–(23), после несложных, но громоздких преобразований окончательно запишем:

$$u_{i0} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{in} u_{n0} + Q_i, \quad (26)$$

где

$$Q_i = \frac{2(1-\mu) \sin(i\pi a)}{i^2 \pi^2 (h + \mu a \delta + b \delta) \operatorname{cth}(i\pi \delta)};$$

$$A_{in} = C_1 - C_2 \sum_{m=1}^{\infty} m C_{mi} C_{nm} - C_3 \sum_{k=1}^{\infty} k C_{ki} C_{nk} - C_4 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{C'_{ij}}{j} - C_5 \sum_{j=1}^{\infty} C'_j \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{C_{mj} C_{nm}}{\operatorname{sh}\left(\frac{m\pi}{a}h\right)} + C_6 \sum_{j=1}^{\infty} C'_j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_{kj} C_{nk}}{\operatorname{sh}\left(\frac{k\pi}{b}h\right)};$$

$$C_1 = -\frac{2 \sin(n\pi a) \sin(i\pi a) (\mu\delta + hb\mu + ha)}{i^2 n \pi^3 h a b (h + \mu a \delta + b \delta) \operatorname{cth}(i\pi\delta)};$$

$$C_2 = \frac{4\mu}{ia^2 \operatorname{cth}(i\pi\delta)}; \quad C_3 = \frac{4}{ib^2 \operatorname{cth}(i\pi\delta)};$$

$$C_4 = \frac{4\mu \sin(n\pi a)}{niab\pi^3 \operatorname{cth}(i\pi\delta)};$$

$$C_5 = \frac{4\mu}{i\pi a \operatorname{cth}(i\pi\delta)}; \quad C_6 = \frac{4\mu}{i\pi b \operatorname{cth}(i\pi\delta)};$$

$$C'_j = \frac{C_j}{\operatorname{ch}\left(\frac{i\pi}{h} a\right) + \mu \operatorname{cth}\left(\frac{i\pi}{h} b\right) \operatorname{sh}\left(\frac{i\pi}{h} a\right)}.$$

Решив бесконечную систему уравнений (26), можно получить значение магнитного потенциала в любой точке рассматриваемой кусочно-однородной области, а также значения напряженности поля H и пропорциональной ей индукции $B = \mu H$ на любой поверхности.

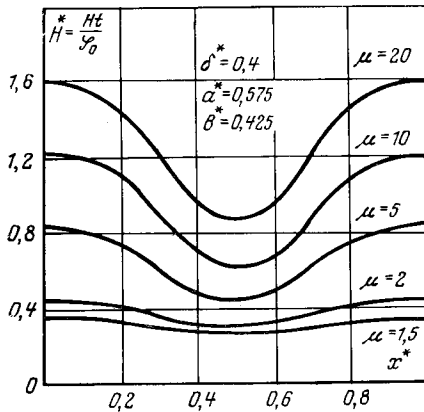


Рис. 3.

Для ряда численных значений параметров δ , h , a , b , охватывающих практически все возможные варианты геометрии зубцовой зоны, были выполнены расчеты на ЦВМ «Раздан-2»:

$$\left. \begin{array}{l} \delta = 0,1 - 1 \text{ (шаг } 0,2); \\ a = 0,625 - 0,5 \text{ (шаг } 0,025); \\ b = 0,375 - 0,5 \text{ (шаг } 0,025); \\ h = 8b \end{array} \right\} \text{ для } \mu = 1; 1,5; 2; 5; 10; 20; \infty.$$

Результаты некоторых решений были проверены на универсальной сеточной модели УСМ-1 Института энергетики АрмССР.

На рис. 3—5 для некоторых вариантов показано распределение нормальной составляющей напряженности магнитного поля на гладкой поверхности $H_y = f(x)$ при $y = -\delta$.

Из приведенных кривых следует, что насыщение зубца влияет как на величину, так и на характер распределения магнитного поля (напряженности).

На основе полученных результатов предполагается внести уточнение в инженерные методы расчета магнитной напряженности в воздушном зазоре и зубцовом слое, добавочных потерь в поверхностном слое полюсных наконечников, а также учесть

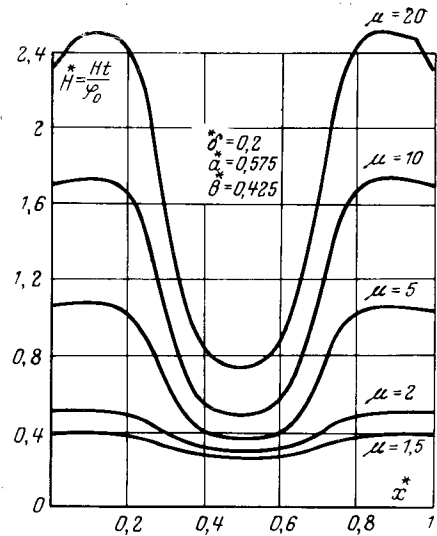


Рис. 4.

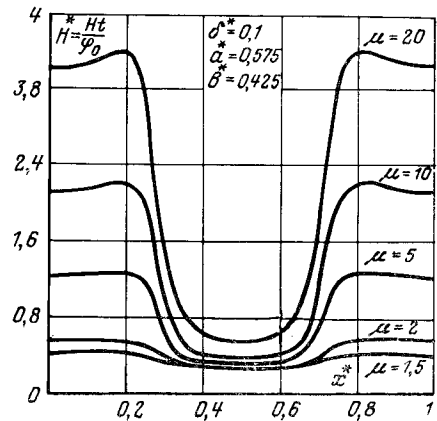


Рис. 5.

влияние конечной магнитной проницаемости зубца на гармонический состав нормальной составляющей индукции.

Следует отметить, что благодаря введению среднего значения магнитной проницаемости зубца $\mu_z \neq \infty$, полученные результаты можно рассматривать как следующее приближение на пути к решению нелинейной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Carter F., Индукция в воздушном зазоре, El. World and Eng., 1901, 3b.
2. Coe R. and Taylor H., Some problems in Electrical Machine Design involving Elliptic Functions, Phil. Mag., 1928, 6.
3. Скрузитис К. Э., Расчет магнитного поля зубчатого ротора, Бесконтактные электрические машины, ч. 2, Изд. АН Латв. ССР, 1962.
4. Домбур Л. Э., Магнитное поле в воздушном зазоре индукторной машины с трапециевидными зубцами ротора, Бесконтактные электрические машины, ч. 3, Изд. АН Латв. ССР, 1963.
5. Зечихин Б. С., Магнитное поле в зазоре индукторной машины в режиме холостого хода, «Электромеханика», 1960, № 1.
6. Гринберг Г. А., Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, Изд. АН СССР, 1948.

[11.11.1970]



Анализ внутренних условий самовозбуждения генераторов постоянного тока

Б. Л. АЛИЕВСКИЙ, А. И. БЕРТИНОВ и Ю. Г. ПАВЛОВ

Москва

Введение. Известные условия самовозбуждения генераторов постоянного тока подразделяются на внешние (согласование подключения обмотки индуктора и направления вращения якоря) и внутренние (выбор значений сопротивления цепи самовозбуждения и скорости вращения) [Л. 1 и 2]. Критические параметры — сопротивление R_k и скорость n_k — находят обычно графическим путем. Определение R_k с помощью касательной к магнитной характеристике (характеристика холостого хода генератора) затруднительно; определение n_k осложняется построением семейства таких характеристик.

В статье методами теории устойчивости по Ляпунову [Л. 3 и 4] получены аналитические выражения внутренних условий самовозбуждения; определено влияние остаточного намагничивания с учетом реального хода магнитной характеристики на начальном участке и введено понятие критического остаточного потока $\Phi_{0.k}$. Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными.

Дифференциальные уравнения электромеханических процессов самовозбуждения генератора можно рассматривать как уравнения возмущенного движения при анализе начального состояния равновесия, в котором значения тока и магнитного потока возбуждения $i_B = 0$ и $\Phi_B = 0$. Для самовозбуждения необходимо условие $d\Phi_B/dt > 0$ [Л. 2], что характеризует неустойчивость невозмущенного состояния. Для устойчивости системы должно быть $d\Phi_B/dt < 0$ [Л. 3].

Физическому смыслу задачи соответствует анализ устойчивости при малых возмущениях начальных условий. Уравнения возмущенного движения записываются для окрестности исходного состояния электромеханического равновесия. В качестве иллюстрации метода исследуется генератор параллельного возбуждения при холостом ходе. В этом режиме не учитывается реактивное действие якоря, а сопротивление щеточно-коллекторного контакта $R_{щ}$ считается неизменным. Независимость сопротивления $R_{щ}$ от тока возбуждения в процессе самовозбуждения подтверждается динамическими ампервольтными характеристиками контакта (эксперименты проводились на генераторе малой мощности ГС-10-350М). Влияние вихревых токов и потоков рассеяния не учитывается.

Критерии самовозбуждения без учета остаточного намагничивания. а) Скорость вращения $n = n_y = \text{const}$. Без учета остаточного потока Φ_0 исходное уравнение имеет вид:

$$\omega_B \frac{d\Phi_B}{dt} + Ri_B = c_E n_y \Phi_B, \quad (1)$$

где R — полное сопротивление цепи самовозбуждения, включая $R_{щ}$; ω_B — число витков обмотки возбуждения; $c_E = \text{const}$.

Как показывают эксперименты, реальная магнитная характеристика (кривая 1 рис. 1) нелинейна вблизи начала координат и с достаточной точностью аппроксимируется в этой области выражением

$$\Phi_B = c_0 i_B + b_0 i_B^2, \quad (2)$$

соответствующим кривой 2. Коэффициенты c_0 и b_0 определяются по двум точкам начального участка кривой 1.

На основании (1) и (2) получаем нелинейное уравнение возмущенного движения и строим [Л. 3] его первое приближение (см. приложение 1). Анализ корней характеристического уравнения этого приближения дает условия неустойчивости (самовозбуждения):

при заданном n_y

$$R < c_E c_0 n_y = R_k; \quad (3)$$

при заданном R

$$n > (c_E c_0)^{-1} R = n_k. \quad (4)$$

б) Скорость n меняется в процессе самовозбуждения. Характеристика приводного двигателя генератора предполагается в виде $n = n_0 - kM_d$ (k — параметр крутизны). Момент приводного двигателя $M_d = M_o + M_{ш} + M_T$ уравновешивается электромагнитным моментом генератора $M_o = c_m \Phi_B i_B$ при холостом ходе, динамическим моментом $M_{ш} = 2\pi J dn/dt$ системы и моментом трения в ней $M_T = \kappa n$ (J — приведенный момент инерции, c_m и κ — постоянные). Уравнение вращения ротора

$$\dot{n} = n_0 - k c_m \Phi_B i_B - k 2\pi J \frac{dn}{dt} - \kappa n \quad (5)$$

совместно с (1) и (2) составляют систему уравнений невозмущенного движения. По ней строятся системы возмущенного движения и первого приближения (приложение 2). Анализ корней ее характери-

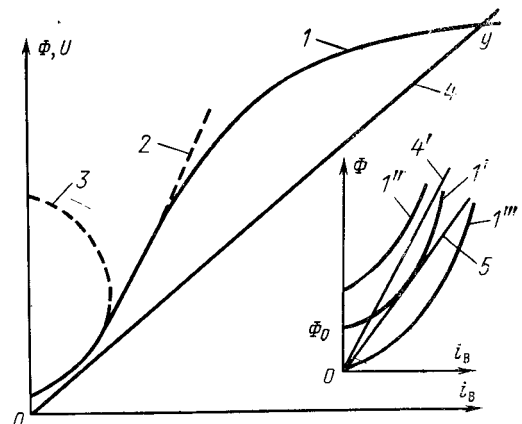


Рис. 1. К анализу различных случаев самовозбуждения.

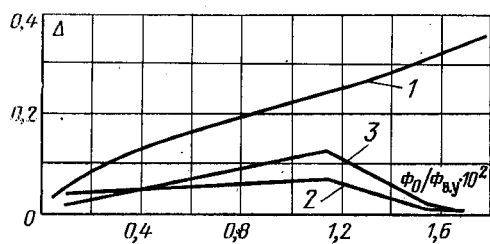


Рис. 2. Кривые относительной погрешности Δ в функции потока остаточного намагничивания.

$$1 - \Delta_k = \frac{R_{к.э} - R_k}{R_{к.э}}; \quad 2 - \Delta_\phi = \frac{R_{к.э} - R_{к.ф}}{R_{к.э}};$$

$$3 - \Delta'_k = \frac{R_{к.э} - R'_k}{R_{к.э}}.$$

стического уравнения показывает, что исходное начальное состояние неустойчиво при выполнении условий, совпадающих с критериями (3) и (4).

На рис. 2 кривая 1 отражает результаты экспериментальной проверки жестких условий самовозбуждения (3) и (4). Опыты проводились на генераторе типа ГС-10-350М, для которого $c_E = 9,2$. Сопротивление R измерялось мостовым омметром УПИП-60М; поток Φ_0 определялся по остаточной э. д. с. с помощью лампового вольтметра ЭМ-63346; скорость n фиксировалась тахогенератором. Для привода использовался двигатель параллельного возбуждения мощностью, соизмеримой с мощностью генератора. В соответствии с (2) получено $\Phi_B \cdot 10^3 = 0,6 i_B + 1,335 i_B^2$. С целью уменьшения Φ_0 исследуемый генератор размагничивался на переменном токе. Из кривой 1 рис. 2 видно, что относительная погрешность расчета по (3) критического сопротивления $\Delta_k = \frac{R_{к.э} - R_k}{R_{к.э}} \leq 0,1$ (где $R_{к.э}$ — экспериментальное значение критического сопротивления) получается только при $\Phi_0/\Phi_{в.у} \leq 0,25 \cdot 10^{-2}$ (где $\Phi_{в.у}$ — установившееся значение потока возбуждения). При $\Phi_0/\Phi_{в.у} > 0,25 \cdot 10^{-2}$ расчетные значения R_k заметно занижаются. Ниже излагаются различные методы учета Φ_0 , обеспечивающие уменьшение погрешности Δ .

Критерии самовозбуждения с учетом остаточного намагничивания. а) Метод функции Ляпунова. Исследуем случай $n = n_y = \text{const}$ при $R > R_k$, когда (3) не выполняется (рис. 1, кривые 1' и 4'). Увеличение потока Φ_0 может обеспечить самовозбуждение при заданных R и n (кривая 1''). Полагая исходное состояние равновесия устойчивым ($R > R_k$), рассмотрим Φ_0 в качестве возмущающего фактора и определим величину критического потока $\Phi_{о.к.}$. Система теряет устойчивость при возмущении $\Phi_0 > \Phi_{о.к.}$. Исходное уравнение равновесия принимает вид:

$$\omega_B \frac{d\Phi_B}{dt} + Ri_B = c_E n_y \Phi_B + c_E n_y \Phi_0. \quad (6)$$

Зависимость между Φ_B и i_B в окрестности нуля целесообразно аппроксимировать выражением:

$$i_B = a_0 \Phi_B - g_0 \Phi_B^2. \quad (7)$$

На основании (6) и (7) решается задача об устойчивости с помощью квадратичной функции V Ляпунова [Л. 4]. Установлено (см. приложение 3), что исходное состояние становится неустойчивым, и для заданных R, n_y самовозбуждение произойдет при дополнительном внутреннем условии

$$\Phi_0 > \frac{(a_0 R - c_E n_y)^2}{4g_0 R c_E n_y} = \Phi_{о.к.ф}^*. \quad (8)$$

В этом случае ($R > R_k$) из (8) можно получить критерии:

$$R < \frac{c_E n_y}{a_0} \varphi(\Phi_0) = R_{к.ф}; \quad (9)$$

$$n_y > \frac{a_0^2 R}{c_E \varphi(\Phi_0)} = n_{к.ф}, \quad (10)$$

где

$$\varphi(\Phi_0) = a_0 + 2g_0 \Phi_0 + 2\sqrt{g_0 \Phi_0 (a_0 + g_0 \Phi_0)}.$$

Результаты экспериментальной проверки (8) — (10) на генераторе ГС-10-350М отражаются кривой 2 на рис. 2. В соответствии с (7) получено $i_B = 1,6 \cdot 10^3 \Phi_B - 3,3 \cdot 10^8 \Phi_B^2$. Средняя относительная погрешность $\Delta_{ф.ср}$ не превосходит 3,9% на всем диапазоне изменения $\Phi_0/\Phi_{в.у}$ (рис. 2).

б) Метод несовместимости. По физическим соображениям непересечение вблизи нуля магнитной и ампер-вольтной характеристик обеспечивает самовозбуждение. Геометрически это интерпретируется отсутствием общих точек у кривых 3 и 4 (рис. 1), а аналитически — отсутствием в области действительных переменных решения у системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} e &= c_E n_y (\Phi_0 + \Phi_B) \\ u &= Ri_B. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

При $e = u$ с учетом (7) система (11) сводится к квадратному уравнению:

$$g_0 R \Phi_B^2 + (c_E n_y - a_0 R) \Phi_B + c_E n_y \Phi_0 = 0,$$

решение которого дает:

$$\Phi_{в.2} = \frac{a_0 R - c_E n_y \pm \sqrt{(c_E n_y - a_0 R)^2 - 4g_0 c_E n_y R \Phi_0}}{2g_0 R}. \quad (12)$$

Условие несовместимости (11) определяется отрицательной величиной подкоренного выражения (12), откуда $\Phi_0 > \Phi_{о.к.н.}$. Значение критического потока по методу несовместимости $\Phi_{о.к.н.}$ совпадает с $\Phi_{о.к.ф}$ (8) и подтверждает правильность применения V -функции.

в) Метод касательных. Критерии самовозбуждения можно получить также, заменяя при анализе начальный участок магнитной характеристики 1' касательной 5 к нему, проведенной из начала координат (рис. 1). Если крутизна 5 превосходит крутизну ампер-вольтной характеристики, последняя не пересекает магнитную характеристику вблизи нуля. С учетом остаточного потока начальный уча-

* Здесь и далее индекс «ф» указывает на определение параметра методом V -функции.

сток кривой $\Phi_B = \Phi_B(i_B)$ аппроксимируется функцией

$$\Phi_B = \Phi_0 + c_0 i_B + b_0 i_B^2. \quad (13)$$

Уравнение касательной к (13) имеет вид (приложение 4)

$$\Phi_B = \left(c_0 + 2b_0 \sqrt{\frac{\Phi_0}{b_0}} \right) i_B = k_0 i_B. \quad (14)$$

В этом случае по такому же алгоритму, как при использовании (1) и (2), из уравнений (1), (5) и (14) определяется условие неустойчивости исходного равновесного состояния (приложение 4):

$$R < c_E n_y (c_0 + 2 \sqrt{b_0 \Phi_0}) = R'_{к}. \quad (15)$$

Из (15) следует также, что при заданном R для самовозбуждения требуется:

$$n_y > \frac{R}{c_E (c_0 + 2 \sqrt{b_0 \Phi_0})} = n'_{к}, \quad (16)$$

а при заданных R и n

$$\Phi_0 > \frac{c_0^2}{4b_0} + \frac{R^2}{4c_E^2 b_0 n_y^2} - \frac{c_0 R}{2c_E b_0 n_y} = \Phi'_{о.к.} \quad (17)$$

Система критериев (15)–(17) определяет внутренние условия самовозбуждения по методу касательных. Экспериментальная проверка (кривая 3, рис. 2) показала, что этот метод дает удовлетворительное соответствие с опытными данными. Средняя относительная погрешность ($\Delta'_{к.ср}$ не более 4,2% на всем диапазоне изменения $\Phi_0/\Phi_{B,y}$) несколько превосходит погрешность $\Delta_{ф.ср}$ метода V -функции.

Устойчивость установившегося режима. Существование установившегося режима в точке y (рис. 1) генератора с самовозбуждением обеспечивается нелинейностью характеристики I и влиянием Δn . Исследование устойчивости (приложение 5) показывает, что в генераторе параллельного возбуждения установившийся режим устойчив по Ляпунову при любом выборе параметров.

Заметим в заключение, что основные результаты исследования самовозбуждения можно распространить на генератор последовательного возбуждения, поскольку вблизи нуля он описывается аналогичным (1) уравнением.

Выводы. С учетом нелинейности начального участка характеристики холостого хода методами теории устойчивости получены аналитические критерии самовозбуждения генератора постоянного тока. Введено понятие критического значения остаточного потока $\Phi_{о.к.}$. В общем случае, кроме критериев $R < R_{к}$, $n > n_{к}$, необходимо выполнение критерия $\Phi_0 > \Phi_{о.к.}$. Аналитически показано, что установившийся режим холостого хода генератора устойчив при любых его параметрах. Экспериментально проверено, что критерии самовозбуждения без учета Φ_0 выполняются только при очень малых относительных значениях остаточного потока. При учете Φ_0 полученные различными способами критерии дают практически одинаковые результаты.

Приложение 1. Вывод критерия (3). Решение (2) для $i_B > 0$ дает:

$$i_B = -\frac{c_0}{2b_0} + \frac{c_0}{2b_0} \left(1 + \frac{4b_0}{c_0^2} \Phi_B \right)^{1/2}. \quad (П-1)$$

Вводя замены $i_B = i_{B0} + \Delta i_B$ и $\Phi_B = \Phi_{B0} + \Delta \Phi_B$, при нулевых значениях $i_{B0} = \Phi_{B0} = 0$ из (П-1) для $\left| \frac{4b_0}{c_0^2} \Delta \Phi_B \right| < 1$ получаем степенной ряд

$$\Delta i_B = \frac{\Delta \Phi_B}{c_0} \left(1 - \frac{b_0}{c_0^2} \Delta \Phi_B + 2 \frac{b_0^2}{c_0^4} \Delta \Phi_B^2 - \dots \right). \quad (П-2)$$

Исследование ведем вторым методом Ляпунова [Л. 3]. Записав (1) в приращениях, с учетом (П-2) получим нелинейное уравнение возмущенного движения

$$\omega_B \frac{d\Delta \Phi_B}{dt} = \Delta \Phi_B \left(c_E n_y - \frac{R}{c_0} \right) + \Delta \Phi_B^2 \frac{b_0 R}{c_0^3} - \dots$$

и его первое (линейное) приближение

$$\frac{d\Delta \Phi_B}{dt} = \frac{1}{\omega_B} \left(c_E n_y - \frac{R}{c_0} \right) \Delta \Phi_B. \quad (П-3)$$

Корень характеристического уравнения для (П-3)

$$\lambda = \frac{1}{\omega_B} \left(c_E n_y - \frac{R}{c_0} \right).$$

Состояние равновесия $i_B = i_{B0} = 0$ и $\Phi_B = \Phi_{B0} = 0$ неустойчиво при $\text{Re} \lambda > 0$, откуда получаем (3) и (4).

Приложение 2. Критерии самовозбуждения при $n = \text{var}$. Из (1), (2) и (5) при заменах $i_B = \Delta i_B$, $\Phi_B = \Delta \Phi_B$, $n = n_y - \Delta n$ (считая, что $n_y = n_0(1 + k\kappa)^{-1}$ — скорость вращения при $i_B = 0$), получаем систему уравнений возмущенного движения

$$\left. \begin{aligned} \omega_B \frac{d(c_0 \Delta i_B + b_0 \Delta i_B^2)}{dt} + R \Delta i_B &= c_E n_y (c_0 \Delta i_B + \\ &+ b_0 \Delta i_B^2) - c_E \Delta n (c_0 \Delta i_B + b_0 \Delta i_B^2); \\ - \Delta n &= -k c_m (c_0 \Delta i_B + b_0 \Delta i_B^2) \Delta i_B + \\ &+ 2\pi k J \frac{d\Delta n}{dt} + k \kappa \Delta n. \end{aligned} \right\}$$

Применяя разложение в ряд для этой системы в области $\left| \frac{2b_0}{c_0} \Delta i_B \right| < 1$, найдем ее первое приближение

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta i_B}{dt} &= \frac{1}{\omega_B c_0} (c_E c_0 n_y - R) \Delta i_B; \\ \frac{d\Delta n}{dt} &= \frac{1}{2\pi k J} (1 + k\kappa) \Delta n. \end{aligned} \right\}$$

Корни характеристического уравнения приближенной системы

$$\lambda_1 = \frac{c_E c_0 n_y - R}{\omega_B c_0}, \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2\pi k J} (1 + k\kappa).$$

Поскольку $\lambda_2 < 0$, то условие неустойчивости [Л. 3] имеет вид $\text{Re} \lambda_1 > 0$, что при $\omega_B c_0 > 0$ совпадает с (3).

Приложение 3. Вывод критерия (8). По (6) и (7) получаем уравнение возмущенного движения [Л. 4]:

$$\frac{dx_1}{dt} = p_{11} x_1 + (p_{12} x_1^2 + p_0), \quad (П-4)$$

где

$$p_{11} = \frac{c_E n_y - a_0 R}{\omega_B}, \quad p_{12} = \frac{g_0 R}{\omega_B}, \quad p_0 = \frac{c_E n_y \Phi_0}{\omega_B}, \\ x_1 = \Delta \Phi_B.$$

В соответствии с (П-4) выберем функцию Ляпунова в виде квадратичной формы $V = (-1/2 p_{11}) x_1^2$, которая определенно-

положительна ($V \geq 0$) при условии устойчивости исходного состояния: $p_{11} < 0$ или $R > a^{-1} c_E n_y$.

По первой теореме Ляпунова об устойчивости движения [Л. 4] для устойчивого исходного состояния равновесия с учетом (П-4) должно быть:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{x_1}{p_{11}} (p_{11} x_1 + p_{12} x_1^2 + p_0) \leq 0$$

или $-p_{11} x_1^2 - p_{12} x_1^3 - p_0 x_1 \geq 0$.

Полагая $x_1 > 0$ и учитывая значения p_0 , p_{11} , p_{12} , можно записать

$$g_0 R x_1^2 - (a_0 R - c_E n_y) x_1 + c_E n_y \Phi_0 \leq 0.$$

При нарушении этого неравенства исходное состояние неустойчиво, т. е. самовозбуждение возможно. Меняя знак неравенства, для самовозбуждения имеем:

$$g_0 R x_1^2 - (a_0 R - c_E n_y) x_1 + c_E n_y \Phi_0 > 0. \quad (\text{П-5})$$

Из анализа (П-5) следует:

1) если $x_1 \geq [(a_0 R - c_E n_y) / g_0 R] = x_{1к}$, то (П-5) выполняется при любых $\Phi_0 > 0$;

2) если $x_1 < x_{1к}$, то для справедливости (П-5) необходимо $c_E n_y \Phi_0 > |\min f(x_1)|$ на $(0, x_{1к})$, причем

$$f(x_1) = g_0 R x_1^2 - (a_0 R - c_E n_y) x_1.$$

Исследование на экстремум дает:

$$\frac{df(x_1)}{dx_1} = 2g_0 R x_1 - (a_0 R - c_E n_y) = 0; \quad \frac{d^2f(x_1)}{dx_1^2} = 2g_0 R > 0,$$

следовательно, при $x_{1в} = (a_0 R - c_E n_y) / 2g_0 R$ на $(0, x_{1к})$ будет $\min f(x_1) = - (a_0 R - c_E n_y)^2 / 4g_0 R$. Таким образом, $|\min f(x_1)| =$

$\frac{(a_0 R - c_E n_y)^2}{4g_0 R}$, и самовозбуждение возможно при $\Phi_0 > \Phi_{ок.ф}$ по (8).

Приложение 4. Вывод критерия (15). Уравнение касательной, проходящей через точку $(i_{вв}, \Phi_{вв})$ кривой $\Phi_{в} = \Phi_{в}(i_{в})$, имеет вид:

$$\Phi_{в} - \Phi_{вв} = (i_{в} - i_{вв}) \left. \frac{d\Phi_{в}}{di_{в}} \right|_{i_{в} = i_{вв}}. \quad (\text{П-6})$$

Для касательной, проведенной из начала координат, необходимо учесть условия $\Phi_{в} = 0$ при $i_{в} = 0$. Следовательно, по (П-6) и (13) имеем: $-\Phi_{вв} = - (c_0 + 2b_0 i_{вв}) i_{вв}$, что после подстановки в (П-6) дает уравнение касательной $\Phi_{в} = (c_0 + 2b_0 i_{вв}) i_{в}$. Решая его совместно с (13) для точки касания $(i_{в} = i_{вв}, \Phi_{в} = \Phi_{вв})$, найдем: $i_{вв} = \sqrt{\Phi_{вв} / b_0}$. Таким образом, уравнение касательной $\Phi_{в} = k_0 i_{в}$ принимает вид (14). Полагая

◇ ◇ ◇

$\Phi_{в} = \Delta \Phi_{в}$, $n = n_y - \Delta n$ с учетом (1), (5) и (14) запишем систему уравнений возмущенного движения:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{в} \frac{d\Delta \Phi_{в}}{dt} &= \left(c_E n_y - \frac{R}{k_0} \right) \Delta \Phi_{в} - c_E \Delta n \Delta \Phi_{в}; \\ 2\pi k J \frac{d\Delta n}{dt} &= - (1 + k\kappa) \Delta n + \frac{k c_m}{k_0} \Delta \Phi_{в}^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-7})$$

Исследование корней характеристического уравнения системы (П-7) дает условие неустойчивости исходного режима в виде $\text{Re} \lambda_1 > 0$, откуда получаем (15).

Приложение 5. Доказательство устойчивости режима в точке y (рис. 1). Полагая $\Phi_{в} = \Phi_{в.у} + \Delta \Phi_{в}$, $n = n_y - \Delta n_y$, $i_{в} = i_{в.у} + \Delta i_{в}$ и $\Delta \Phi_{в} = c_{ф} \Delta i_{в}$ в окрестности y , запишем на основании (1) и (5) систему уравнений возмущенного движения:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{в} c_{ф} \frac{d\Delta i_{в}}{dt} &= c_E c_{ф} n_y \Delta i_{в} - R \Delta i_{в} - c_E \Phi_{в.у} \Delta n - c_E c_{ф} \Delta n \Delta i_{в}; \\ 2\pi k J \frac{d\Delta n}{dt} &= k c_m \Phi_{в.у} \Delta i_{в} + k c_m c_{ф} i_{в.у} \Delta i_{в} - (1 + k\kappa) \Delta n + \\ &+ k c_m c_{ф} \Delta i_{в}^2. \end{aligned} \right\}$$

Корни характеристического уравнения первого приближения этой системы (без последних слагаемых в ее уравнениях) равны

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - \frac{c_E \Phi_{в.у}}{c_{ф} \omega_{в}} \cdot \frac{k c_m \Phi_{в.у} + k c_m c_{ф} i_{в.у}}{2\pi k J} + \beta},$$

где

$$\alpha = \frac{1 + k\kappa}{2\pi k J} - \frac{c_E c_{ф} n_y - R}{\omega_{в} c_{ф}};$$

$$\beta = \frac{1 + k\kappa}{2\pi k J} \cdot \frac{c_E c_{ф} n_y - R}{\omega_{в} c_{ф}}.$$

Поскольку $c_E c_{ф} n_y - R < 0$, что следует из крутизны характеристик в точке y (рис. 1), то $\beta < 0$, $\alpha > 0$. Таким образом, $\text{Re} \lambda_{1,2} < 0$, поскольку знак $\text{Re} \lambda_{1,2}$ определяется слагаемым $-\frac{\alpha}{2}$, и установившийся режим генератора устойчив по Ляпунову [Л. 4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Г. Н., Электрические машины, ч. III, изд-во «Энергия», 1968.
2. Вольдек А. И., Электрические машины, изд-во «Энергия», 1966.
3. Дубошин Г. Н., Основы теории устойчивости движения, Изд. МГУ, 1952.
4. Малкин И. Г., Теория устойчивости движения, изд-во «Наука», 1966.

[1.12.1970]

УДК 62—83

Автономный двухдвигательный бесконтактный электропривод переменного тока для механизмов с вентиляторной нагрузкой

Доктор техн. наук, проф. А. С. САНДЛЕР, инж. А. Н. СЕМЕШКО

Московский энергетический институт

Для тихоходных механизмов большой мощности с вентиляторным моментом нагрузки, требующих плавного регулирования частоты вращения в большом диапазоне, может быть использован электропривод, состоящий из двух асинхронных двигателей на одном валу, образующих бесконтактную машину (рис. 1).

Валы асинхронных двигателей 1АД и 2АД жест-

ко соединены между собой и с валом механизма В. Роторные обмотки этих машин непосредственно (без колец и щеток) соединяются между собой, питание электропривода осуществляется от автономной генераторной установки, приводимой во вращение турбиной Т. Генераторная установка состоит из основного 1СГ и вспомогательного 2СГ синхронных генераторов. Напряжение от 1СГ (50 гц) подводит-

ся к статору 1АД. Статор 2АД через преобразователь частоты с непосредственной связью ПЧ присоединяется к генератору 2СГ повышенной частоты (100—150 гц). Двигатель 2АД работает как обращенный асинхронный, получая питание со стороны ротора. Вращающие моменты обоих двигателей совпадают по направлению. С помощью 2АД бесконтактным способом реализуется энергия скольжения. Возбуждение 1АД может производиться как со стороны ротора, так и со стороны статора.

Частота вращения регулируется изменением частоты напряжения, подводимого к статору 2АД от преобразователя частоты.

Рассмотрим установившийся режим работы агрегата, пренебрегая потерями в стали машин и считая синусоидальными напряжения, приложенные к статорам 1АД и 2АД.

Запишем уравнения напряжений обмоток [Л. 1]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= j(I_1 + I'_p)x_{\mu 1} + jI_1x_1 + I_1r_1; \\ 0 &= j(I_1 + I'_p)x_{\mu 1}s_1 + j(I'_p + I'_2)x'_{\mu 2}s_1 + \\ &\quad + jI'_p x'_p s_1 + I'_p r'_p; \\ \dot{U}'_2 &= j(I'_p + I'_2)x'_{\mu 2}s_1s_2 + jI'_2x'_{\mu 2}s_1s_2 + I'_2r'_2. \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь и в дальнейшем принята относительная система единиц. За базовые величины приняты:

$$\begin{aligned} U_6 &= U_{1\phi.н}; \omega_6 = \omega_1; \\ I_6 &= I_{1\phi.н}; S_6 = U_{1\phi.н}I_{1\phi.н}; \\ Z_6 &= \frac{U_{1\phi.н}}{I_{1\phi.н}}; M_6 = \frac{S_6}{\omega_1}, \end{aligned}$$

где $U_{1\phi.н}$, $I_{1\phi.н}$ — номинальное фазное напряжение и ток статора 1АД; ω_1 — синхронная скорость 1АД.

Для перехода к относительным единицам нужно соответствующую величину в абсолютных единицах разделить на базовую, выраженную в абсолютных единицах

$$U_{o.e} = \frac{U_{a.e}}{U_6}; I_{o.e} = \frac{I_{a.e}}{I_6} \text{ и т. д.}$$

Будем иметь в виду, что все величины в системе (1) выражены в относительных единицах, специального индекса ставить не будем.

В уравнениях (1): r_1, r'_p, r'_2 — активные сопротивления обмоток; x_1, x'_p, x'_2 — индуктивные сопротивления рассеяния обмоток; $x_{\mu 1}, x_{\mu 2}$ — сопротивления, соответствующие потоку взаимной индукции между обмотками статора и ротора 1АД и 2АД соответственно; I_1, I'_p, I'_2 — токи в цепях машин; U_1, U'_2 — напряжения, приложенные к статорам 1АД и 2АД; $s_1 = \frac{f_p}{f_1}$ — скольжение 1АД; $s_2 = \frac{f_2}{f_p}$ — скольжение 2АД; f_1, f_p, f_2 — частоты в цепях машины; $s_2 = 1 - h\left(\frac{1}{s_1} - 1\right)$; $h = \frac{p_2}{p_1}$; p_1, p_2 — числа пар полюсов 1АД и 2АД соответственно.

Параметры с индексом «1» относятся к цепи статора 1АД, с индексом «р» — к роторной цепи и с индексом «2» — к статорной цепи 2АД. Парамет-

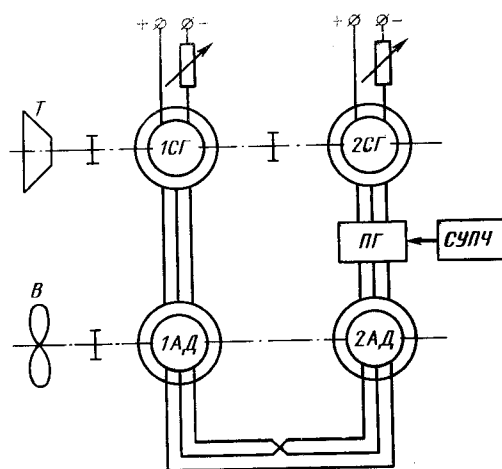


Рис. 1. Принципиальная схема электропривода.

ры обмотки статора 2АД и роторной цепи приведены к обмотке статора 1АД.

Обозначим полные индуктивные сопротивления обмоток:

$$\begin{aligned} x_{m1} &= x_1 + x_{\mu 1}; x'_{mp} = x_{\mu 1} + x'_p + x'_{\mu 2}; \\ x'_{m2} &= x'_{\mu 2} + x'_2. \end{aligned}$$

Тогда система (1) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= I_1(r_1 + jx_{m1}) + jI'_p x_{\mu 1}; \\ 0 &= jI_1x_{\mu 1}s_1 + I'_p(r'_p + jx'_{mp}s_1) + jI'_2x'_{\mu 2}s_1; \\ \dot{U}'_2 &= jI'_p x'_{\mu 2}s_1s_2 + I'_2(r'_2 + jx_{m2}s_1s_2). \end{aligned} \right\} (1a)$$

Совместим комплекс \dot{U}_1 с вещественной осью, т. е. положим $\dot{U}_1 = U_1$. Комплекс напряжения \dot{U}'_2 будем определять углом θ между U'_2 и U_1 , т. е. примем $\dot{U}'_2 = U'_2 e^{j\theta}$. Решение системы (1a) дает следующие выражения для комплексов токов:

$$I_1 = \frac{U_1(A + jB) - U'_2 e^{j\theta} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1}{E + jF}; \quad (2)$$

$$I'_2 = \frac{-U_1 x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 s_2 + U'_2 e^{j\theta} (C + jD)}{E + jF}; \quad (3)$$

$$I'_p = \frac{U_1 x_{\mu 1} s_1 (x'_{m2} s_1 s_2 - jr'_2) + U'_2 e^{j\theta} x_{\mu 2} s_1 (x_{m1} - jr_1)}{E + jF}, \quad (4)$$

где

$$A = r'_p r'_2 - s_1^2 s_2 (x'_{mp} x'_{m2} - x_{\mu 2}^2);$$

$$B = r'_p x'_{m2} s_1 s_2 + r'_2 x'_{mp} s_1;$$

$$C = r_1 r'_p - s_1 (x_{m1} x'_{mp} - x_{\mu 1}^2); D = r_1 x'_{mp} s_1 + r'_p x_{m1};$$

$$E = r_1 A - x_{m1} B + r'_2 x_{\mu 1}^2 s_1 = r'_2 C - x'_{m2} s_1 s_2 D + r_1 x_{\mu 2}^2 s_1^2 s_2;$$

$$F = r_1 B + x_{m1} A + x'_{m2} x_{\mu 1}^2 s_1^2 s_2 =$$

$$= r'_2 D + x'_{m2} s_1 s_2 C + x_{m1} x_{\mu 2}^2 s_1^2 s_2.$$

Действующие значения токов:

$$I_1 = \sqrt{\frac{U_1^2}{\Delta^2} (A^2 + B^2) - \frac{2U_1 U_2'}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 (A \cos \theta + B \sin \theta) + \frac{U_2'^2}{\Delta^2} x_{\mu 1}^2 x_{\mu 2}'^2 s_1^2} ; \quad (5)$$

$$I_2' = \sqrt{\frac{U_1^2}{\Delta^2} s_1^4 s_2^2 x_{\mu 1}^2 x_{\mu 2}'^2 - \frac{2U_1 U_2'}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 s_2 \times \times (C \cos \theta - D \sin \theta) + \frac{U_2'^2}{\Delta^2} (C^2 + D^2)} ; \quad (6)$$

$$I_p' = \sqrt{\frac{U_1^2}{\Delta^2} s_1^2 x_{\mu 1}^2 (r_2'^2 + x_{m2}'^2 s_2^2) + \frac{2U_1 U_2'}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 [(r_1 x'_{m2} s_1 s_2 - x_{m1} r_2') \sin \theta + + (r_1 r_2' + x_{m1} x'_{m2} s_1 s_2) \cos \theta] + \frac{U_2'^2}{\Delta^2} x_{\mu 2}'^2 s_1^2 (r_1^2 + x_{m1}^2)} ; \quad (7)$$

где $\Delta^2 = E^2 + F^2$.

Характер изменения токов в агрегате при изменении нагрузки можно проследить с помощью геометрических мест, описываемых концами векторов токов при различных значениях s_1 и θ .

При работе в синхронном режиме скольжения двигателей $1АД$ и $2АД$ остаются постоянными. Придадим выражениям для комплексов токов такой вид:

$$i_1 = U_1 \frac{(AE + BF) + j(BE - AF)}{\Delta^2} + + U_2' \frac{-x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 E + j x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 F}{\Delta^2} e^{j\theta} ; \quad (2a)$$

$$i_2' = U_1 \frac{-x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 s_2 E + j x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 s_2 F}{\Delta^2} + + U_2' \frac{(CE + DF) + j(DE - CF)}{\Delta^2} e^{j\theta} ; \quad (3a)$$

$$i_p' = U_1 \frac{x_{\mu 1} s_1 (E x'_{m2} s_1 s_2 - F r_2') - j x_{\mu 1} s_1 (F x_{m2} s_1 s_2 + E r_2')}{\Delta^2} + + U_2' \frac{x'_{\mu 2} s_1 (E x_{m1} - F r_1) - j x'_{\mu 2} s_1 (F x_{m1} + E r_1)}{\Delta^2} e^{j\theta} . \quad (4a)$$

Из (2a) — (4a) следует, что геометрическими местами концов векторов токов при работе в синхронном режиме будут окружности. В самом деле, первая составляющая в каждом комплексе пропорциональна напряжению U_1 , зависит от скольжения и является вектором-центром окружности при данном скольжении. Вторая составляющая пропорциональна напряжению U_2' , зависит от скольжения и является вектором-радиусом окружности. При изменении угла θ от 0 до 2π составляющая вектор-радиус поворачивается на тот же угол относительно своего начального положения, соответствующего углу $\theta=0$, и конец результирующего вектора тока скользит по окружности. Следует отметить, что первая составляющая в каждом комплексе тока представляет собой вектор тока в соответствующей цепи

в так называемой естественной схеме включения каскада, когда статор $2АД$ замкнут ($U_2'=0$). В асинхронном режиме при изменении скольжения концы векторов токов переходят с окружности, соответствующей одному скольжению, на окружность, соответствующую другому скольжению, точнее, центр окружности перемещается по геометрическому месту токов в естественной схеме включения.

В асинхронном режиме напряжение U_2' и угол θ остаются постоянными, а изменение нагрузки связано с изменением скольжения. Выражения для комплексов токов в асинхронном режиме лучше представить в таком виде:

$$i_1 = \frac{U_1 r_p' (r_2' - j h x'_{m2}) + \{ [U_1 h (x'_{mp} x'_{m2} - x_{\mu 2}'^2) - - U_2' x_{\mu 1} x'_{\mu 2} \cos \theta] + j [U_1 (1 + h) r_p' x'_{m2} + U_1 r_2' x'_{mp} - - U_2' x_{\mu 1} x'_{\mu 2} \sin \theta] \} s_1 - U_1 (1 + h) (x'_{mp} x'_{m2} - x_{\mu 2}'^2) s_1^2}{(G + jH) + (K + jL) s_1 + (T + jV) s_1^2} ; \quad (26)$$

$$i_2' = \frac{U_2' r_p' [(r_1 \cos \theta - x_{m1} \sin \theta) + j (r_1 \sin \theta + x_{m1} \cos \theta)] + + \{ U_1 x_{\mu 1} x'_{\mu 2} h - U_2' [(x_{m1} x'_{mp} - x_{\mu 1}^2) \cos \theta + + r_1 x'_{mp} \sin \theta] - j U_2' [(x_{m1} x'_{mp} - x_{\mu 1}^2) \sin \theta - - r_1 x'_{mp} \cos \theta] \} s_1 - U_1 x_{\mu 1} x'_{\mu 2} (1 + h) s_1^2}{(G + jH) + (K + jL) s_1 + (T + jV) s_1^2} ; \quad (36)$$

$$i_p' = \frac{\{ [-U_1 x_{\mu 1} x'_{\mu 2} h + U_2' x'_{\mu 2} (r_1 \sin \theta + x_{m1} \cos \theta)] - - j [U_1 x_{\mu 1} r_2' + U_2' x'_{\mu 2} (r_1 \cos \theta - x_{m1} \sin \theta)] \} s_1 + + U_1 x_{\mu 1} x'_{\mu 2} (1 + h) s_1^2}{(G + jH) + (K + jL) s_1 + (T + jV) s_1^2} ; \quad (46)$$

где

$$G = r_1 r_p' r_2' + x_{m1} x'_{m2} r_p' h; \quad H = x_{m1} r_1 r_2' - r_1 r_p' x'_{m2} h;$$

$$K = r_1 (x'_{mp} x'_{m2} - x_{\mu 2}'^2) h - x_{m1} x'_{m2} (1 + h) - - r_2' (x'_{m1} x'_{mp} - x_{\mu 1}^2);$$

$$L = r_1 r_2' x'_{mp} + r_1 r_p' x'_{m2} (1 + h) - - x'_{m2} x_{\mu 1}^2 h + x_{m1} (x'_{mp} x'_{m2} - x_{\mu 2}'^2) h;$$

$$T = r_1 (x_{\mu 2}'^2 - x'_{mp} x'_{m2}) (1 + h);$$

$$V = [x'_{m2} x_{\mu 1}^2 + x_{m1} (x'_{mp} x'_{m2} - x_{\mu 2}'^2)] (1 + h)$$

зависят только от параметров используемых машин.

Анализируя (26) — (46), можно сделать вывод, что геометрическим местом концов векторов токов при работе в асинхронном режиме являются для всех трех токов бициркулярные кривые четвертого порядка [Л. 2].

Активная и реактивная мощности, потребляемые статором $1АД$:

$$P_1 = m \operatorname{Re} (\dot{U}_1 \dot{I}_1^*) = \frac{m U_1^2}{\Delta^2} (AE + BF) - - \frac{m U_1 U_2'}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 (E \cos \theta + F \sin \theta); \quad (8)$$

$$Q_1 = m \operatorname{Im} (\dot{U}_1 \dot{I}_1^*) = \frac{mU_1^2}{\Delta^2} (AF - BE) - \frac{mU_1 U_2}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 (F \cos \theta - E \sin \theta), \quad (9)$$

где m — число фаз.

Активная и реактивная мощности, потребляемые статором 2АД:

$$P_2 = m \operatorname{Re} (\dot{U}_2 \dot{I}_2^*) = \frac{mU_2^2}{\Delta^2} (CE + DF) - \frac{mU_1 U_2}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 s_2 (E \cos \theta - F \sin \theta); \quad (10)$$

$$Q_2 = m \operatorname{Im} (\dot{U}_2 \dot{I}_2^*) = \frac{mU_2^2}{\Delta^2} (CF - DE) - \frac{mU_1 U_2}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1^2 s_2 (E \sin \theta + F \cos \theta). \quad (11)$$

В (9) и (11) знак плюс относится к отстающей реактивной мощности, минус — к опережающей. Как в машине двойного питания [Л. 3], реактивная мощность имеет две составляющие. Первая составляющая в (9) представляет собой отстающую реактивную мощность каскада, питаемого только со стороны статора 1АД при замкнутым статоре 2АД. Вторая составляющая представляет собой опережающую реактивную мощность, обусловленную возбуждением каскада со стороны статора 2АД. Очевидно, изменяя соответствующим образом величину и фазу подводимого к статору 2АД напряжения, можно скомпенсировать часть отстающей реактивной мощности, потребляемой статором 1АД от синхронного генератора ИСГ, сделать ее равной нулю или даже получить опережающую реактивную мощность Q_1 .

Точно так же в (11) первая составляющая представляет собой отстающую реактивную мощность при питании каскада только со стороны статора 2АД при замкнутым статоре 1АД. Вторая составляющая представляет собой опережающую реактивную мощность, обусловленную возбуждением каскада со стороны статора 1АД. Характер формул реактивной мощности, потребляемой статорами 1АД и 2АД, совершенно одинаков. Каждая из них содержит отстающую и опережающую реактивные мощности. При возбуждении агрегата со стороны статора 2АД вместе с увеличением опережающей составляющей мощности Q_1 растет отстающая составляющая реактивной мощности Q_2 .

Электромагнитный момент, развиваемый 1АД

$$M_{\Sigma 1} = P_{\Sigma 1} = m \operatorname{Re} [j x_{\mu 1} (i_1 + i'_p) \dot{I}_1^*] = m \operatorname{Re} (j x_{\mu 1} i'_p \dot{I}_1^*),$$

где $P_{\Sigma 1}$ — электромагнитная мощность 1АД.

После подстановки соответствующих величин из (2) и (4) получим:

$$M_{\Sigma 1} = \frac{mU_1^2}{\Delta^2} x_{\mu 1}^2 s_1 (Ar'_2 + Bx'_{m2} s_1 s_2) +$$

$$+ \frac{mU_1 U_2}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 [(2r_1 A - E) \cos \theta + (2r_1 B - F) \sin \theta] - \frac{mU_2^2}{\Delta^2} x_{\mu 1}^2 x_{\mu 2}^2 s_1^2 r_1. \quad (12)$$

Электромагнитный момент, развиваемый 2АД

$$M_{\Sigma 2} = \frac{h}{s_1} P_{\Sigma 2} = m \frac{h}{s_1} \operatorname{Re} [j x'_{\mu 2} s_1 (i'_p + i'_2) \dot{I}'_p]^* = mh \operatorname{Re} (j x'_{\mu 2} I'_2 \dot{I}'_p),$$

где $P_{\Sigma 2}$ — электромагнитная мощность 2АД.

С учетом (3) и (4) получим

$$M_{\Sigma 2} = \frac{mU_1^2}{\Delta^2} h x_{\mu 1}^2 s_1 [Ar'_2 + Bx'_{m2} s_1 s_2 - r'_p (r_2^2 + x_{m2}^2 s_1^2 s_2^2)] + \frac{mU_1 U_2}{\Delta^2} h x_{\mu 1} x'_{\mu 2} s_1 \{[(2r_1 A - E) - 2r'_p (r_1 r_2 + x_{m1} x'_{m2} s_1 s_2)] \cos \theta + [(2r_1 B - F) + 2r'_p (x_{m1} r'_2 - r_1 x'_{m2} s_1 s_2)] \sin \theta\} - \frac{mU_2^2}{\Delta^2} h x_{\mu 2}^2 s_1 [x_{\mu 1}^2 r_1 s_1 + r'_p (r_1^2 + x_{m1}^2)]. \quad (13)$$

Суммарный электромагнитный момент, развиваемый агрегатом,

$$M_{\Sigma} = M_{\Sigma 1} + M_{\Sigma 2} = \frac{mU_1^2}{\Delta^2} x_{\mu 1}^2 s_1 [(1+h)(Ar'_2 + Bx'_{m2} s_1 s_2) - hr'_p (r_2^2 + x_{m2}^2 s_1^2 s_2^2)] + \frac{mU_1 U_2}{\Delta^2} x_{\mu 1} x'_{\mu 2} \times \{s_1 [(1+h)(2r_1 A - E) - 2hr'_p (r_1 r'_2 + x_{m1} x'_{m2} s_1 s_2)] \cos \theta + [(1+h)(2r_1 B - F) + 2hr'_p (x_{m1} r'_2 - r_1 x'_{m2} s_1 s_2)] \sin \theta\} - \frac{mU_2^2}{\Delta^2} x_{\mu 2}^2 s_1 [(1+h) x_{\mu 1}^2 r_1 s_1 + hr'_p (r_1^2 + x_{m1}^2)]. \quad (14)$$

Как видно из (14), электромагнитный момент агрегата в режиме двойного питания имеет три составляющие. Первая и третья представляют собой асинхронные моменты при питании каскада соответственно либо со стороны статора 1АД напряжением U_1 при замкнутой накоротко обмотке статора 2АД, либо со стороны статора 2АД напряжением U_2 при замкнутой накоротко обмотке статора 1АД. Вторая составляющая в (14) представляет собой синхронный электромагнитный момент, зависящий от величины и фазы подводимого к статору 2АД напряжения.

Если пренебречь потерями в обмотках машин, то можно установить, что при вентиляторной нагрузке электромагнитная мощность $P_{\Sigma 1}$ в 1АД равна потребляемой мощности P_1 и распределяется так: $P_{\Sigma 1}(1-s_1)$ передается первой машиной на вал агрегата; $P_{\Sigma 1}s_1$ — в роторную цепь; $P_{\Sigma 1}s_1(1-s_2)$ передается второй машиной на вал агрегата; $P_{\Sigma 1}s_1s_2$ является мощностью скольжения.

На вал агрегата передается

$$P_{\Sigma 1} (1 - s_1 s_2) = M_{\Sigma} \omega_{\Sigma} \left(\frac{1 - s_1}{1 - s_{1\text{н}}} \right)^3. \quad (15)$$

В правой части (15) — мощность нагрузки при вентиляторном характере ее изменения.

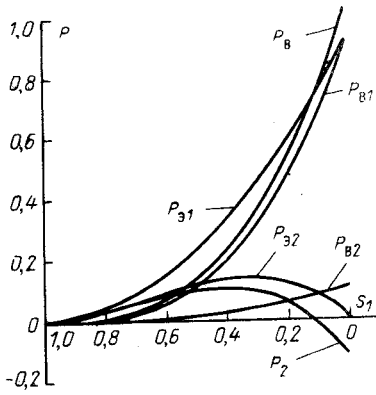


Рис. 2. Зависимость активных мощностей в агрегате от скольжения при вентиляторной нагрузке (для всех рисунков $p_1=8$, $p_2=1$).

Из (15) можно найти

$$P_{з1} = P_n \frac{1}{1+h} \frac{(1-s_1)^2}{(1-s_{1н})^3}, \quad (15a)$$

где $P_n = M_n \omega_n$ — номинальная мощность равная произведению момента и скорости $1АД$.

Приняв за базовую номинальную мощность $1АД$, получим выражения для всех мощностей в относительных единицах:

электромагнитная мощность $1АД$

$$P_{з1} = \frac{1}{1+h} \frac{(1-s_1)^2}{(1-s_{1н})^3}; \quad (16)$$

мощность, передаваемая на вал первой машиной,

$$P_{в1} = \frac{1}{1+h} \frac{(1-s_1)^3}{(1-s_{1н})^3}; \quad (17)$$

мощность, передаваемая в роторную цепь, или электромагнитная мощность $2АД$

$$P_{з2} = \frac{1}{1+h} \frac{(1-s_1)^2 s_1}{(1-s_{1н})^3}; \quad (18)$$

мощность, передаваемая на вал второй машиной,

$$P_{в2} = \frac{h}{1+h} \left(\frac{1-s_1}{1-s_{1н}} \right)^3; \quad (19)$$

мощность скольжения

$$P_2 = \left(s_1 - \frac{h}{1+h} \right) \frac{(1-s_1)^2}{(1-s_{1н})^3}. \quad (20)$$

Суммарная мощность, передаваемая на вал агрегата,

$$P_{в} = P_{в1} + P_{в2} = \left(\frac{1-s_1}{1-s_{1н}} \right)^3. \quad (21)$$

Кривые изменения активных мощностей в зависимости от скольжения приведены на рис. 2.

Приравнявая $\frac{dP_{з2}}{ds_1}$ нулю, найдем, что максимальное значение мощности, передаваемой в роторную цепь первой машиной в заданном диапазоне регулирования скорости (от 0 до ω_1), имеет место при $s_1 = \frac{1}{3}$ и составляет:

$$P_{з2\max} = \frac{4}{27} \frac{1}{(1+h)(1-s_{1н})^3}. \quad (22)$$

Скольжение, соответствующее синхронной скорости каскада

$$(s_2 = 0), \quad s_1 = \frac{h}{1+h}.$$

При переходе через синхронную скорость каскада P_2 меняет знак.

Приравнявая $\frac{dP_2}{ds_1}$ нулю, найдем, что максимальное значение активной мощности, реализуемой преобразователем частоты в диапазоне регулирования скорости от 0 до ω_1 , имеет место при $s_1 = \frac{1}{3} \frac{1+3h}{1+h}$ и составляет:

$$P_{2\max} = \frac{4}{27} \frac{1}{(1+h)^3 (1-s_{1н})^3}. \quad (23)$$

Наибольшее отрицательное значение P_2 принимает при $s_1 = 0$ и составляет:

$$P_{2(s_1=0)} = -\frac{h}{1+h} \frac{1}{(1-s_{1н})^3}. \quad (24)$$

При вентиляторной нагрузке целесообразно регулировать напряжение $1СГ$. Принимая в частном случае изменение напряжения генератора $1СГ$ пропорциональным скорости агрегата:

$$U_1 = \frac{1-s_1}{1-s_{1н}} \quad (25)$$

и пренебрегая падением напряжения в обмотках машин, найдем напряжение в роторной цепи:

$$U'_p = \frac{(1-s_1)s_1}{1-s_{1н}}. \quad (26)$$

Напряжение на зажимах статора $2АД$

$$U'_2 = \frac{(1-s_1)s_1s_2}{1-s_{1н}}. \quad (27)$$

Приравнявая $\frac{dU'_2}{ds_1}$ нулю, найдем максимальное значение U'_2 , которое это напряжение принимает при $s_1 = \frac{1}{2} \frac{1+2h}{1+h}$:

$$U'_{2\max} = \frac{1}{4} \frac{1}{(1+h)(1-s_{1н})}. \quad (28)$$

При $s_1 = 0$

$$U'_{2(s_1=0)} = -\frac{h}{1-s_{1н}}. \quad (29)$$

Приравняв абсолютные значения правых частей уравнений (28) и (29), можно найти отношение чи-

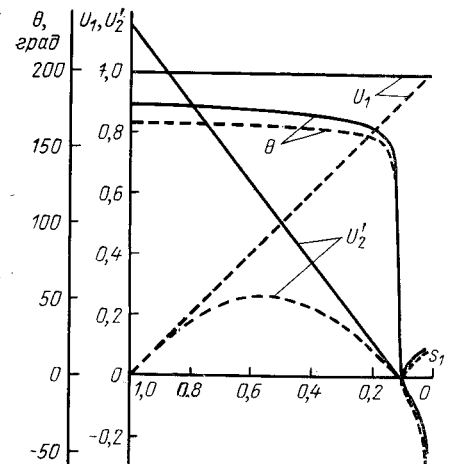


Рис. 3. Зависимость управляющих параметров от скольжения при вентиляторной нагрузке. — при неизменном номинальном напряжении $1СГ$; - - - при регулировании напряжения $1СГ$.

сел пар полюсов машин, при котором максимальное значение напряжения, подводимого к статору 2АД, будет одинаково в обеих зонах регулирования скорости ($h=0,207$).

Если число пар полюсов машин задано и $h < 0,207$, то ПЧ и 2СГ следует выбирать по $U_{2\max}$, которое в этом случае не превышает 0,25; установленные мощности ПЧ и 2СГ при этом составляют менее 25% мощности одной из асинхронных машин. Если $h \gg 0,207$, то ПЧ и 2СГ следует выбирать по $U'_{2(s=0)}$, которое больше 0,25, и мощность ПЧ и 2СГ возрастает.

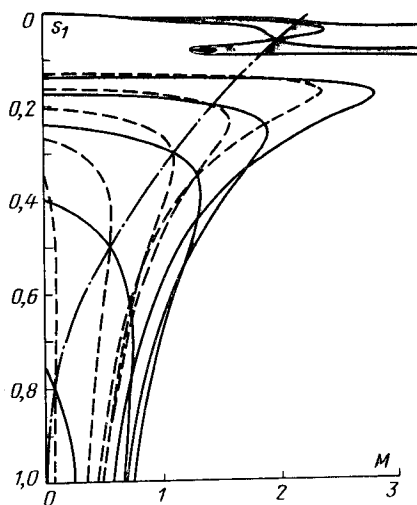
Электромагнитный момент агрегата приравняем вентиляторной нагрузке

$$M_a = M_n \left(\frac{1-s_1}{1-s_{1н}} \right)^2.$$

Положив $Q_1=0$ при вентиляторной нагрузке и решив совместно (9) и (14) на ЦВМ для различных значений скольжения, можно определить управляющие параметры U'_2 и θ (рис. 3). Семейство механических характеристик агрегата в асинхронном режиме для предварительно найденных U'_2 и θ обеспечивает устойчивый режим работы электропривода во всем диапазоне регулирования скорости (рис. 4). Однако механические характеристики при работе привода на низких скоростях оказываются мягкими. Для увеличения их жесткости можно применить обратную связь по скорости с воздействием на напряжения U_1 , U'_2 и угол θ . С использованием автономных регулируемых источников электрической энергии (генераторы 1СГ и 2СГ) расширяются возможности рационального управления агрегатом по сравнению с питанием бесконтактной машины от сети [Л. 4]. Регулирование напряжения 1СГ позволяет снизить установленные мощности преобразователя частоты и вспомогательного генератора (2СГ)

Рис. 4. Механические характеристики агрегата.

— при неизменном номинальном напряжении 1СГ; --- при регулировании напряжения 1СГ; - - - механическая характеристика механизма.



при вентиляторной нагрузке, а возможность регулирования напряжения 2СГ позволяет поддерживать коэффициент мощности преобразователя частоты на максимальном уровне.

Для уменьшения массы и габаритов электропривода целесообразно проектировать 1АД и 2АД в виде совмещенного двигателя, а 1СГ и 2СГ — в одном корпусе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Важинов А. И., Электрические машины, изд-во «Энергия», 1969.
2. Костенко М. П., Электрические машины, Специальная часть, Госэнергоиздат, 1949.
3. Сандлер А. С., Регулирование скорости вращения мощных асинхронных двигателей, изд-во «Энергия», 1966.
4. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г., Управляемая машина переменного тока, изд-во «Наука», 1969.

[20.9.1971]



УДК 62—83

Синтез оптимальных передаточных функций в системах подчиненного регулирования параметров электропривода

Канд. техн. наук Р. А. КУЛЕССКИЙ

Уральский политехнический институт им. С. М. Кирова

Постановка задачи. Широкое распространение в практике электропривода получили системы подчиненного регулирования (СПР) [Л. 1—3], достоинством которых является обеспечение хорошего качества работы как при больших, так и при малых по величине сигналах. В настоящее время принято синтез регуляторов СПР проводить для режима работы в линейной зоне изменения координат. При этом предполагается, что качество работы в зоне действия ограничений достаточно близко к оптимальному по быстрдействию. Такой подход в подавляющем большинстве практических случаев оправдан. Он же используется и в статье.

Для синтеза регуляторов СПР в практике проектирования используется ряд критериев (модульный, симметричный [Л. 2 и 3]), позволяющих создавать достаточно совершенные электроприводы. Вместе с тем существующий подход в ряде случаев может приводить к решениям, отличным от оптимальных, поскольку не учитывает специфики условий работы и назначения электроприводов.

В статье обсуждается возможность использования интегральных квадратичных оценок для определения оптимальной структуры регуляторов СПР, исходя из компромисса между быстродействием и энергетическими показателями работы. Это позво-

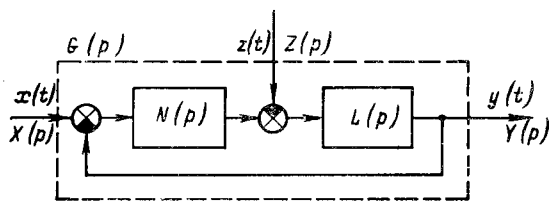


Рис. 1. Структурная схема замкнутого контура СПР в общем случае.

лит при построении быстродействующих и экономичных электроприводов учесть специфику условий их работы и назначения.

На рис. 1 представлена структурная схема одного контура СПР электропривода для случая работы в линейной зоне с одним управляющим $x(t)$ и одним возмущающим $z(t)$ воздействием и выходной координатой $y(t)$. Управляющий сигнал $x(t)$ может быть либо выходным сигналом регулятора, по отношению к которому рассматриваемый контур является «подчиненным», либо сигналом задающего устройства, если рассматриваемый контур является внешним относительно всех остальных контуров регулирования.

Задача сводится к определению $G(p)$, исходя из упомянутого компромисса между быстродействием и энергетическими показателями работы, устанавливаемого соответствующим выбором критерия оптимальности.

Учет всего многообразия условий работы и назначения электроприводов, по-видимому, не приведет к большому разнообразию в видах $G(p)$. Скорее всего, используемые в настоящее время структуры будут дополнены небольшим числом новых, и основная цель синтеза фактически сведется в дальнейшем к определению соответствия той или иной структуры условиям работы и назначению электропривода. Если же вид $G(p)$ будет выбран заранее, то на основе обсуждаемого подхода может быть установлено: имеет ли место указанное соответствие.

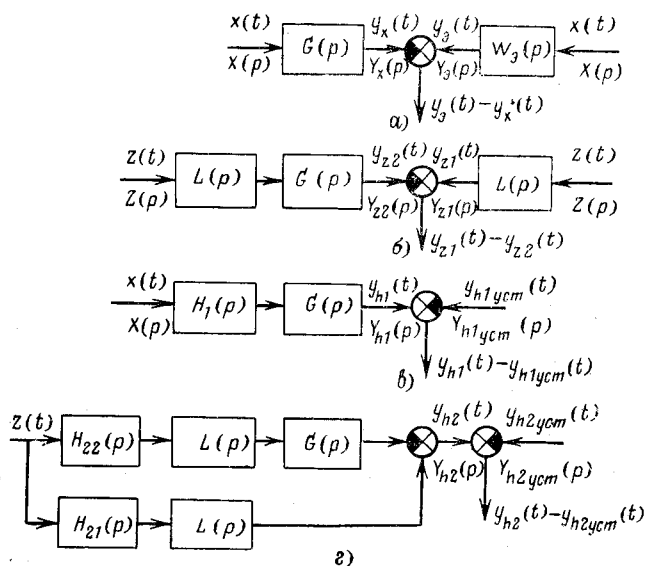


Рис. 2. К формулировке критерия оптимальности.

Критерий оптимальности. Представим желаемый сигнал $y_3(t)$ на выходе контура рис. 1 как преобразование полезного сигнала $x(t)$ некоторой эталонной системой с передаточной функцией $W_3(p)$ (рис. 2,а). В качестве эталонной можно выбирать любую линейную систему, процесс обработки $x(t)$ в которой удовлетворяет заданию на проектирование. Действительный сигнал на выходе $y(t)$ отличается от желаемого $y_3(t)$ и является преобразованием сигналов $x(t)$, $z(t)$ системой рис. 1.

Представим $y(t)$ суммой

$$y(t) = y_x(t) + y_z(t), \quad (1)$$

где $y_x(t)$, $y_z(t)$ — реакция системы рис. 1 на $x(t)$ и $z(t)$ соответственно. С учетом (1) степень приближения $y(t)$ к $y_3(t)$ предлагается характеризовать следующими двумя интегральными квадратичными составляющими. Первая из них определяет близость процесса $y_x(t)$ к желаемому $y_3(t)$ и в соответствии с рис. 2,а характеризуется выражением:

$$F_1 = \int_0^{\infty} [y_3(t) - y_x(t)]^2 dt. \quad (2)$$

Необходимым признаком сходимости интеграла (2) является $\lim_{t \rightarrow \infty} (y_3 - y_x) = 0$. Тем самым оценка F_1 может иметь конечное значение лишь в том случае, если коэффициенты ошибок эталонной и проектируемой систем по полезному сигналу совпадают.

Вторая составляющая может быть представлена в следующем виде:

$$F_2 = \int_0^{\infty} y_z^2(t) dt. \quad (3)$$

Подобно (2) необходимым признаком сходимости интеграла (3) являются $\lim_{t \rightarrow \infty} y_z(t) = 0$. Это возможно

в том случае, если проектируемая система обладает астатизмом соответствующего порядка по возмущению. Так, при $z(t)$, представляющем собой полином не выше $(k-1)$ -й степени t , система должна обладать астатизмом k -го порядка.

Значения F_1 и F_2 , к которым сходятся интегралы (2) и (3) в некоторых частных случаях, будут даны ниже.

Очевидно, чем меньше F_1 и F_2 , тем ближе фактический сигнал $y(t)$ к желаемому $y_3(t)$.

Выразим (3) в ином виде. С этой целью из схемы рис. 1 определим изображение по Лапласу $y_z(t)$. Вводя в числитель последнего сумму $N(p)L^2(p) - N(p)L^2(p)$ и преобразовывая, получим:

$$Y_z(p) = \frac{L(p) + N(p)L^2(p) - N(p)L^2(p)}{1 + N(p)L(p)} Z(p) = Z(p)L(p) - Z(p)G(p)L(p) = Y_{z_1}(p) - Y_{z_2}(p). \quad (4)$$

В соответствии с (4) выражение для F_2 приобретает вид:

$$F_2 = \int_0^{\infty} [y_{z_1}(t) - y_{z_2}(t)]^2 dt. \quad (5)$$

На основе (5) составлена структурная схема рис. 2,б.

Энергетические свойства системы рис. 1 в переходных процессах предлагается характеризовать также двумя показателями. Первый из них оценивает количество энергии, расходуемой в некотором элементе электропривода в переходном процессе обработки полезного сигнала $x(t)$.

Если выходную координату этого элемента обозначить $y_{h_1}(t)$, а ее установившееся значение — $y_{h_{1уст}}(t)$, то первая из энергетических оценок характеризуется следующим выражением:

$$F_3 = \int_0^{\infty} [y_{h_1}(t) - y_{h_{1уст}}(t)]^2 dt. \quad (6)$$

Здесь $y_{h_1}(t)$ может быть, например, напряжением вентильного преобразователя, током якоря двигателя и т. п.

Если $y_{h_1}(t)$ выбрана, то всегда можно найти такую передаточную функцию $H_1(p)$, что

$$Y_{h_1}(p) = Y_x(p) H_1(p) = X(p) G(p) H_1(p). \quad (7)$$

С учетом последнего составлена структурная схема рис. 2, в, необходимая для вычисления (6).

Количество энергии, израсходованной в каком-либо элементе электропривода в течение переходного процесса, вызванного воздействием возмущения $z(t)$, может быть оценено по аналогии с (6) величиной

$$F_4 = \int_0^{\infty} [y_{h_2}(t) - y_{h_{2уст}}(t)]^2 dt. \quad (8)$$

Здесь $y_{h_2}(t)$, $y_{h_{2уст}}(t)$ — текущее и установившееся значения выходной координаты рассматриваемого элемента.

Зная $y_{h_2}(t)$ с учетом (4) всегда можно выбрать передаточные функции $H_{21}(p)$, $H_{22}(p)$ из условия:

$$Y_{h_2}(p) = Y_{z_1}(p) H_{21}(p) - Y_{z_2}(p) H_{22}(p). \quad (9)$$

Это даст возможность составить структурную схему рис. 2, г, необходимую для вычисления (8).

Очевидно, чем меньше F_3 и F_4 , тем экономичнее с точки зрения расхода энергии в интересующих нас элементах проектируемый электропривод. Выбор y_{h_1} и y_{h_2} должен осуществляться в соответствии со спецификой электропривода.

Критерий качества работы электропривода может быть представлен суммой показателей качества $F_1 \div F_4$, взятых с соответствующими коэффициентами $\rho_1 \div \rho_4$. Для оптимально спроектированного электропривода значение этой суммы будет меньше, чем для любого другого электропривода данного класса. Составляющие этой суммы и соответственно формулировка критерия оптимальности существенно зависят от режима работы электропривода.

Рассмотрим три режима работы:

электропривод используется только для обработки полезного сигнала, реакция на возмущение не лимитируется;

возмущение и полезный сигнал прикладываются в разные моменты времени и так, что к моменту действия одного переходный процесс от другого полностью затухает;

возмущение и полезный сигнал прикладываются одновременно.

Примем в качестве критерия оптимальной работы в первом режиме минимум следующего функционала:

$$F = F_1 + \rho_3 F_3 = \min. \quad (10)$$

Как следует из структурных схем рис. 2, $F_1 \div F_4$ при заданных $x(t)$, $z(t)$, $L(p)$ и выбранных $W_3(p)$, $H_1(p)$, $H_2(p)$ зависят только от искомой передаточной функции контура СПР $G(p)$. То, что для $G(p)$ может существовать оптимальное решение, вытекает из противоречивости компонентов выражения (10), в котором F_1 является обобщенной оценкой быстродействия и точности, F_3 — энергетическим показателем работы. Увеличение быстродействия и точности (уменьшение F_1), т. е. увеличение степени приближения переходного процесса к желаемому, требует увеличения F_3 , а уменьшение количества израсходованной на переходные процессы энергии (уменьшение F_3) требует увеличения F_1 . Задача состоит в определении $G(p)$ с учетом компромисса между F_1 и F_3 . Компромисс устанавливается выбором ρ_3 .

Если считать ρ_3 неопределенным до получения принципиального решения для $G(p)$, то (10) становится уравнением Лагранжа, тогда согласно методу Лагранжа выполнение (10) эквивалентно следующему:

$$F_1 = \min, F_3 = A_3 = \text{const}. \quad (11)$$

Согласно (11) критерием оптимальности является наилучшее приближение процесса обработки полезного сигнала $x(t)$ к процессу в эталонной системе при заданном количестве энергии, расходуемой в некотором элементе электропривода.

Перейдем к рассмотрению второго режима работы. Он распадается на случай обработки полезного сигнала в отсутствие возмущения (уже рассмотрен) и случай действия возмущения $z(t)$ после затухания процесса по управлению. Для второго случая примем:

$$F = F_2 + \rho_4 F_4 = \min. \quad (12)$$

Подобно предыдущему считаем (12) уравнением Лагранжа и переходим к условиям:

$$F_2 = \min, F_4 = A_4 = \text{const}. \quad (13)$$

В соответствии с (11) и (13) критерием оптимальности для второго режима является наименьшее влияние возмущения на установившееся значение выходной координаты и наилучшее приближение процесса обработки полезного сигнала к желаемому процессу при заданных значениях энергии, расходуемой в выбранных элементах электропривода.

Третий режим работы характеризуется одновременным действием $x(t)$ и $z(t)$. Здесь минимизируемый функционал целесообразно представить в виде:

$$F = F_1 + \sum_{i=2}^4 \rho_i F_i = \min \quad (14)$$

и по аналогии с предыдущим считать $\rho_2 \div \rho_4$ неопределенными множителями Лагранжа. Критерием качества будет наибольшее приближение процесса обработки $x(t)$ к процессу в эталонной системе при заданном величиной A_2 влиянии $z(t)$ на установившееся значение $y(t)$ и при заданных значениях A_3, A_4 расходах энергии в выбранном элементе электропривода:

$$F_1 = \min, F_i = A_i, i = 2, 3, 4. \quad (15)$$

Определить $G(p)$ из (10), (12) и (14) можно методами вариационного исчисления. Последовательность вычислений включает определение $F_1 \div F_4$ в виде сверток весовых функций и сигналов структурных схем рис. 2, составление и решение уравнения Эйлера, преобразование решения к интегральному уравнению Винера — Хопфа и решение последнего в комплексной области относительно искомой $G(p)$. Следует отметить, что решение интегрального уравнения достаточно просто лишь при дробно-рациональных выражениях преобразований Лапласа сигналов и весовых функций схем рис. 2, что обычно имеет место. После выполнения перечисленных операций могут быть получены следующие общие расчетные выражения (вывод не приводится):

$$K(p) = \rho_1 W_3(p) X(p) X(-p) + \rho_2 L(p) L(-p) Z(p) Z(-p) + \rho_3 Y_{h_{1ycr}}(p) H_1(-p) \times \times X(-p) + \rho_4 Y_{h_{2ycr}}(p) H_{21}(-p) L(-p) Z(-p) + \rho_4 L(p) L(-p) H_{21}(-p) H_{22}(p) Z(p) Z(-p); \quad (16)$$

$$R(p) = \rho_1 X(p) X(-p) + \rho_2 L(p) L(-p) Z(p) Z(-p) + \rho_3 H_1(p) H_1(-p) X(p) X(-p) + \rho_4 H_{21}(p) H_{21}(-p) L(p) L(-p) Z(p) Z(-p). \quad (17)$$

При подстановке (16) и (17) в общее решение для уравнения Винера—Хопфа [Л. 4]

$$G(p) = \frac{\left[\frac{K(p)}{R-(p)} \right]_+}{R+(p)} \quad (18)$$

может быть определено искомое выражение для $G(p)$. При использовании (16) и (17) для первого режима работы следует принять $\rho_1 = 1, \rho_2 = \rho_4 = 0$; для второго $\rho_2 = 1, \rho_1 = \rho_3 = 0$; для третьего $\rho_1 = 1$.

Согласно (16)—(18) возможен синтез регуляторов СПР как постоянного, так и переменного тока любого назначения, если они удовлетворяют структурной схеме рис. 1.

Синтез регулятора скорости. Для случая регулирования скорости изменением напряжения на якоре двигателя СПР является двухконтурной. При этом полезный сигнал $x(t)$ является заданием скорости $\omega(t)$ и поступает от внешнего задающего устройства, а в роли возмущения $z(t)$ выступает ток нагрузки двигателя $i_c(t)$. Пусть $x(t)$ и $z(t)$ представляют собой ступенчатые воздействия, т. е. $x(t) = \omega_0, z(t) = -i_{c0}$, величины которых для каждой отработки заранее неизвестны и могут быть любыми в некотором интервале значений. Выход-

ной координатой является скорость двигателя $y(t) = \omega(t)$ (или пропорциональная ей э. д. с., поскольку поток возбуждения не регулируется). Предполагается, что на основе изложенного подхода или иным путем синтез регулятора тока уже проведен и известна передаточная функция замкнутого контура тока $W_{к.т}(p)$.

Рассмотрим синтез $G(p)$ для первого режима работы. К числу электроприводов, для которых этот режим является типичным, относится, например, большинство электроприводов вспомогательных механизмов прокатных станков.

Пусть $y_{н1}(t) = u_{н1}(t)$ — напряжение вентильного преобразователя, питающее якорь двигателя.

Согласно (11)

$$F_1 = \int_0^{\infty} |\omega_0(t) - \omega(t)|^2 dt = \min;$$

$$F_3 = \int_0^{\infty} |u_{н1}(t) - u_{н1,ycr}(t)|^2 dt = \text{const}. \quad (19)$$

Величина F_3 зависит от конкретного значения, которое принимает в данной отработке задающий сигнал ω_0 : чем больше ω_0 , тем больше энергии за время переходного процесса потребляет двигатель. Возможные значения F_3 образуют область допустимых значений. При этом согласно (19) в оптимально спроектированном электроприводе при каждом значении F_3 всегда обеспечивается минимально возможное значение F_1 , т. е. наилучшие быстродействие и точность. Тем самым критерий (19) означает: при любом (из допустимой области значений) количестве энергии, подведенной к двигателю за время переходного процесса отработки сигнала $x(t) = \omega_0$, обеспечивается наилучшее приближение этого процесса к желаемому в эталонной системе.

Перейдем к определению $G(p)$.

При $y_{н1}(t) = u_{н1}(t), H_1(p) = T_{я} T_{м} p^2 + T_{м} p + 1$, где $T_{м}, T_{я}$ — электромеханическая и электромагнитная постоянные времени двигателя.

Принимая $\beta = \frac{T_{м}}{T_{я}}$, из (17) определяем:

$$R^+(p) = \frac{p^2 + ap + 2b^2}{p};$$

$$R^-(p) = \rho_3 (\beta \omega_0 T_{я}^2)^2 \frac{p^2 - ap + 2b^2}{-p};$$

$$a = \sqrt{4b^2 - \frac{1}{T_{я}^2} \frac{2 - \beta}{\beta}}; \quad 4b^4 = \frac{1}{T_{я}^4} \frac{\beta_3 + 1}{\rho_3 \beta^2}.$$

Для определения $K(p)$ требуется выбрать эталонную систему. Выбор $W_3(p)$ необходимо производить, исходя из желаемого процесса отработки полезного сигнала. При этом могут быть учтены некоторые специфичные для каждого конкретного случая условия работы электропривода. Некоторые возможные подходы к выбору $W_3(p)$ изложены в [Л. 5]. В данном случае для упрощения в качестве эталонной примем идеальную по отношению $x(t)$

систему с $W_\Phi(p) = 1$. После вычислений по (16) и (18) получим:

$$Y_{h_{1уст}}(p) = X(p); K(p) = \rho_3 \beta \omega_0^2 T_\pi^2 \frac{p^2 - \frac{1}{T_\pi} p + 4b^4 \beta T_\pi^2}{p(-p)};$$

$$\left[\frac{K(p)}{R^-(p)} \right]_+ = \frac{2b^2}{p}; G(p) = \frac{1}{\frac{1}{2b^2} p^2 + \frac{a}{2b^2} p + 1}.$$

Если принять $2\tau^2 = \frac{1}{2b^2}$, то для оптимальной передаточной функции замкнутого контура скорости получим следующее выражение:

$$G(p) = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{T_\pi}\right)^2 \frac{2-\beta}{\beta} + 1}} = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau M p + 1}. \quad (20)$$

В соответствии с полученным выражением для $G(p)$ может быть вычислено следующее значение оценки:

$$F_1 = \omega_0^2 \frac{\tau(1+2M^2)}{2M}.$$

к которому сходится интеграл (2).

В (20) $\tau = f(\rho_3)$. Значение ρ_3 , которое вначале мы считали неопределенным, теперь согласно методу Лагранжа должно определяться из требуемого (или допустимого) значения F_3 . Как было отмечено выше, величина F_3 зависит от конкретного значения ω_0 в каждой отработке и обычно не ограничивается по заданию на проектирование. Поэтому можно выбирать ρ_3 , а следовательно и τ , исходя из физической реализуемости регулятора, иначе говоря, можно считать τ независимой переменной.

Из анализа $M\left(\frac{\tau}{T_\pi}, \beta\right)$ следует, что в интервале $2 \leq \beta \leq 10$ при $\frac{\tau}{T_\pi} \leq 0,5$ $M \approx 1$. При этом структура оптимального контура скорости (20) совпадает с принятой в [Л. 1 и 2]:

$$G(p) = \frac{1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p + 1}. \quad (21)$$

Таким образом, $G(p)$ по (21) можно приближенно считать оптимальной передаточной функцией для случая отработки сигнала $x(t) = \omega_0$, исходя из критерия (19), «физический» смысл которого определен выше.

Второй режим, характерный, например, для главных приводов непрерывных прокатных станов, включает отработку полезного сигнала (только что рассмотрен) и возмущения, приложенных в разные моменты времени. Для второго случая, согласно (13)

$$\left. \begin{aligned} F_2 &= \int_0^\infty \omega_c^2(t) dt = \min; \\ F_4 &= \int_0^\infty [u_{II}(t) - u_{II,уст}(t)]^2 dt = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

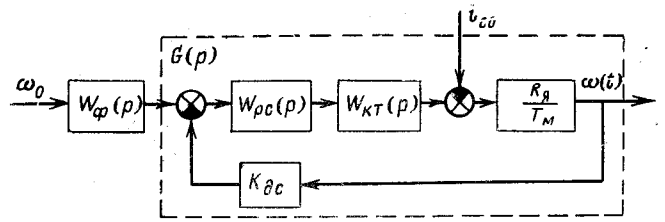


Рис. 3. Упрощенная структурная схема контура регулирования скорости для двукратноинтегрирующей СПР.

Здесь F_4 для каждого действующего возмущения i_{c0} имеет свое значение, так что возможные величины F_4 образуют область допустимых значений. В соответствии с (13) при любом (из допустимой области значений) количестве энергии, подведенной к двигателю за время переходного процесса по возмущению, обеспечивается наименьшее влияние последнего на установившееся заданное значение скорости.

Последовательность определения $G(p)$ в данном случае аналогична уже рассмотренному и дается в сокращенном виде.

Нетрудно показать, что при $y_{h_2}(t) = u_{II}(t)$ и $L(p) = \frac{R_\pi}{T_M p}$, где R_π — сопротивление якорной цепи двигателя, необходимо принять $H_{21}(p) = 1, H_{22}(p) = H_1(p)$. Учитывая, что при $x(t) = 0$ $u_{II,уст} = R_\pi i_{c0}$, по методике, изложенной выше, можно получить:

$$G(p) = \frac{2\tau M p + 1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau M p + 1}. \quad (23)$$

Здесь τ и M определяются теми же, что и в (20), выражениями при замене ρ_3 на ρ_4 .

В соответствии с (23) может быть получено следующее значение оценки:

$$F_2 = i_{c0}^2 \frac{\tau^2 R_\pi^2}{M T_M^2}$$

к которому сходятся интегралы (3) и (5).

Считая подобно (20) τ независимой переменной и ограничиваясь рассмотрением интервала $2 \leq \beta \leq 10$ при $\frac{\tau}{T_\pi} \leq 0,5$, где $M \approx 1$, от (23) переходим к следующему выражению:

$$G(p) = \frac{2\tau p + 1}{2\tau^2 p^2 + 2\tau p + 1}. \quad (24)$$

Структура замкнутого контура скорости (24), характеризующая систему управления как двукратноинтегрирующую, до сих пор не применялась в практике проектирования и может считаться приближенно оптимальной согласно критерия (22). Нетрудно видеть, что (24) удовлетворяет и оптимальной отработке управляющего сигнала согласно (21), если $x(t) = \omega_0$ подавать на вход системы (24) через фильтр с передаточной функцией

$$W_\Phi(p) = \frac{1}{2\tau p + 1}. \quad (25)$$

С учетом (25) может быть составлена упрощенная структурная схема контура регулирования ско-

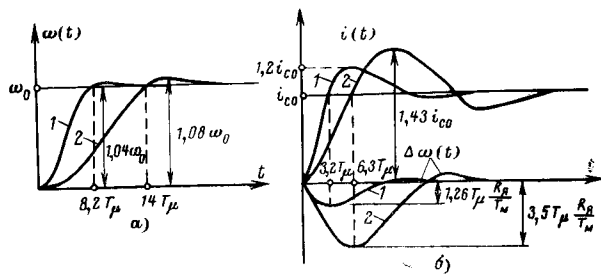


Рис. 4. Переходные процессы в электроприводе рис. 3.

а — обработка управляющего воздействия, б — обработка возмущения; 1 — для электропривода с $G(p)$ по (21), (24); 2 — для электроприводов с $G(p)$ по (28); $\omega(t)$ — скорость, $i(t)$ — ток якоря двигателя.

рости СПР, обеспечивающая оптимальную согласно (19) и (22) работу во втором режиме (рис. 3). Если принять подобно [Л. 1 и 2]

$$W_{к.т}(p) = [k_{д.т}(2T_{\mu}p + 1)]^{-1},$$

где $k_{д.т}$ — передаточный коэффициент датчика тока, то из (24) нетрудно определить структуру регулятора скорости $W_{р.с}(p)$:

$$W_{р.с}(p) = \frac{T_{\mu}k_{д.т}}{R_{я}k_{д.с}} \frac{(2\tau p + 1)(2T_{\mu}p + 1)}{2\tau^2 p} \quad (26)$$

Здесь $k_{д.с}$ — передаточный коэффициент датчика скорости. Перейдем к рассмотрению третьего режима работы. Формулировка критерия оптимальности дана выше. Выражения для F_1 — F_4 соответствуют приведенным в (19) и (22).

После осуществления операций, аналогичных первым двум случаям, можно получить следующее выражение:

$$G(p) = \frac{(\alpha + \sigma)p + 1}{(\alpha p + 1)(\nu^2 p^2 + \sigma p + 1)}, \quad (27)$$

где α, σ, ν — определяются системой трех алгебраических уравнений второй степени и являются функциями $\rho_2 \div \rho_4, \omega_0, i_0, \beta, R_{я}, T_{\mu}$. Анализ этой системы в общем виде невозможен и вряд ли целесообразен. Если принять $\alpha = \nu = \sigma = 2\tau$, то (27) совпадает с рекомендуемым в [Л. 1 и 3] для построения двукратноинтегрирующих систем выражением:

$$G(p) = \frac{4\tau p + 1}{8\tau^3 p^3 + 8\tau^2 p^2 + 4\tau p + 1}. \quad (28)$$

При этом для регулятора скорости будет справедливо выражение:

$$W_{р.с}(p) = \frac{T_{\mu}k_{д.т}}{R_{я}k_{д.с}} \frac{4\tau p + 1}{8\tau^2 p}, \quad \tau = 2T_{\mu}, \quad (29)$$

а полезный сигнал подается на вход системы через фильтр:

$$W_{\phi}(p) = \frac{1}{4\tau p + 1}. \quad (30)$$

При $G(p)$ согласно (28) выражения для F_1 и F_2 соответственно имеют вид:

$$F_1 = 3,33\omega_0^2 \tau, \quad F_2 = 12i_{с0}^2 \frac{\tau^3 R_{я}^2}{T_{\mu}^2}.$$

К числу электроприводов с режимом работы, близким к третьему, относятся, например, главные приводы реверсивных прокатных станов.

На рис. 4 представлены кривые переходных процессов в электроприводе рис. 3 с оптимальными регуляторами для трех режимов работы. Для всех случаев принято $\tau = 2T_{\mu}$.

Рассмотренные три режима не исчерпывают всех возможных режимов работы, поскольку переходные процессы от $x(t)$ и $z(t)$ могут накладываться друг на друга в различных фазах. Синтез $G(p)$ для этих случаев усложняется и, по-видимому, нецелесообразен. Анализ частных случаев позволяет предположить, что $G(p)$ для этих случаев «занимает промежуточное положение» между (21) и (28).

Заключение. Пример синтеза регулятора скорости СПР не исчерпывает приложений обсуждаемого подхода. Может быть рассмотрено применение такого подхода для построения регуляторов СПР постоянного и переменного тока иных назначений, при других типах воздействия и т. д. Можно также предположить, что разнообразие подходов не приведет к существенному увеличению количества типовых оптимальных структур и позволит для электроприводов различного назначения выявить наилучшие варианты построения.

Таким образом, построение систем различного назначения на основе единой структуры регулятора нельзя считать обоснованным. Предлагаемый критерий и метод расчета на его основе позволяют проверить соответствие выбранной структуры СПР условиям работы и назначению электропривода.

В статье нашли свое воплощение последние руководящие идеи профессора Виталия Александровича Шубенко, светлую память о котором хранят его ученики.

Автор выражает также благодарность доктору техн. наук О. В. Слежановскому и канд. техн. наук Е. И. Чернову, ценные замечания которых позволили улучшить рукопись статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев Е. Д., Неймарк В. Е., Пистрак М. Я., Слежановский О. В., Унифицированные блочные системы регулирования электроприводов, Информстандартэлектро, 1967.
2. Kessler C., Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise. «Regelungstechnik», 1954, № 12, 1956, № 1.
3. Kessler C., Das Symmetrische Optimum, «Regelungstechnik», 1958, № 11.
4. Ньютон Дж. К., Гулд Л. А., Кайзер Дж. Ф., Теория линейных следящих систем, Физматгиз, 1961.
5. Шубенко В. А., Кулесский Р. А., Статистический критерий качества работы электропривода постоянного тока, «Электричество», 1970, № 1.

[26.5.1971]



Электромагнитный момент шаговых электродвигателей

Канд. техн. наук В. И. ЛАРЧЕНКО

Киев

Известно [Л. 1 и 2], что работа многофазных реактивных шаговых электродвигателей (РШД) основана на периодическом возбуждении полюсов его фаз от источника постоянного тока. Причем в зависимости от частоты переключения и числа одновременно возбужденных фаз [Л. 2] электромагнитный момент такого двигателя может изменяться в широких пределах.

Исследование электромагнитного момента является одним из основных вопросов при разработке РШД.

В статье получены аналитические выражения электромагнитного момента, удобные для качественного и количественного анализа динамических процессов многофазных РШД; установлена зависимость электромагнитного момента от формы фазных токов и конструкции магнитной системы.

Рассмотрим магнитную систему m -фазного РШД, имеющего $2p$ полюсов, из которых n полюсов имеют полярность N , а s полюсов — полярность S . Пусть I_1, I_2, \dots, I_{2p} — токи полюсных катушек; $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{2p}$ — магнитные потоки полюсов; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2p}$ — магнитные проводимости воздушных зазоров двигателя.

Рассматривая m -фазный РШД как магнитную систему, состоящую из $2p$ контуров [Л. 3], запишем:

$$M = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{2p} \omega \Phi_j I_j \right), \quad (1)$$

где ω — число витков каждой полюсной катушки.

Введем следующие допущения: магнитные сопротивления железа статора и ротора равны нулю, т. е. полагаем, что вся энергия магнитного поля сосредоточена в воздушном зазоре двигателя; магнитные потоки лобового и пазового рассеяния пренебрежимо малы.

С учетом указанных допущений магнитные потоки, проходящие через полюса фаз, будут определяться следующим выражением:

$$\Phi_j = \omega \lambda_j \left\{ I_j \pm \left[\sum_{q=1}^s I_q \frac{\lambda_q}{\sum_{j=1}^{2p} \lambda_j} - \sum_{k=1}^n I_k \frac{\lambda_k}{\sum_{j=1}^{2p} \lambda_j} \right] \right\}, \quad (2)$$

где положительный знак соответствует всем полюсам полярности N , а отрицательный — всем полюсам полярности S .

После подстановки (2) в (1) и несложных преобразований получим:

$$M = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{j=1}^{2p} I_j^2 \frac{d\lambda_j}{d\theta} - \omega^2 I_{\text{поС}} \frac{dI_{\text{поС}}}{d\theta} \sum_{j=1}^{2p} \lambda_j, \quad (3)$$

где

$$I_{\text{поС}} = \sum_{q=1}^s I_q \frac{\lambda_q}{\sum_{j=1}^{2p} \lambda_j} - \sum_{k=1}^n I_k \frac{\lambda_k}{\sum_{j=1}^{2p} \lambda_j}. \quad (4)$$

В зависимости от конструкции магнитной системы двигателя вторая составляющая в (3) может оказывать существенное влияние на значение электромагнитного момента M двигателя. Эта составляющая характеризует магнитную связь между полюсами фаз двигателя. Действительно, из (4) следует, что, если в каждой фазе магнитной системы двигателя имеется равное число полюсов обеих полярностей и магнит-

ные проводимости воздушных зазоров полюсов фазы равны, то $I_{\text{поС}} = 0$, т. е. в магнитном отношении фазы двигателя изолированы, и электромагнитный момент двигателя определяется суммой моментов всех его полюсов (фаз):

$$M = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{j=1}^{2p} I_j^2 \frac{d\lambda_j}{d\theta}. \quad (5)$$

Преобразуем (5) к виду, удобному для анализа и инженерных расчетов. Полагая, что магнитная проводимость воздушного зазора под j -ым полюсом определяется выражением:

$$\lambda_j = \lambda_0 \{1 + a \cos [\theta + (j-1) \theta_m]\}, \quad (6)$$

запишем:

$$M = \frac{1}{2} I_m^2 \omega^2 a \lambda_0 \sqrt{\left[\sum_{j=1}^{2p} i_j^2 \cos(j-1) \theta_m \right]^2 + \left[\sum_{j=2}^{2p} i_j^2 \sin(j-1) \theta_m \right]^2} \sin \left(\theta - \arctg \frac{\sum_{j=2}^{2p} i_j^2 \sin(j-1) \theta_m}{\sum_{j=1}^{2p} i_j^2 \cos(j-1) \theta_m} \right), \quad (7)$$

где i_j — мгновенные значения токов полюсных обмоток, выраженные в долях установившегося значения тока I_m ; a — относительная амплитуда переменной составляющей магнитной проводимости; λ_0 — постоянная составляющая магнитной проводимости воздушного зазора; θ_m — единичный шаг двигателя в электрических градусах.

Наибольшее применение находят многофазные РШД, у которых $2p=8$ [Л. 2 и 5]. С помощью (3) и (7) определим электромагнитный момент для таких двигателей.

Четырехфазный РШД $\left(2p=8; m=4; \theta_m = \frac{\pi}{2} \right)$.

В зависимости от схемы соединения полюсных катушек статора можно получить двигатель, у которого в каждой фазе имеются полюса разноименной (рисунк, а) или одноименной (рисунк, б) полярности. В первом случае согласно (7) имеем:

$$M = I_m^2 \omega^2 \lambda_0 a \sqrt{(i_1^2 - i_3^2)^2 + (i_2^2 - i_4^2)^2} \sin \left(\theta + \arctg \frac{i_2^2 - i_4^2}{i_1^2 - i_3^2} \right), \quad (8)$$

где i_1, \dots, i_4 — фазные токи.

Аналогично найдем выражение для электромагнитного момента РШД, у которого в фазах расположены полюса одноименной полярности. В этом случае

$$I_{\text{поС}} = \frac{\sum_{q=2,4,6,8} I_q \lambda_q - \sum_{k=1,3,5,7} I_k \lambda_k}{\sum_{j=1}^8 \lambda_j} = \frac{I_2 \lambda_2 + I_4 \lambda_4 - I_1 \lambda_1 - I_3 \lambda_3}{\sum_{j=1}^4 \lambda_j}, \quad (9)$$

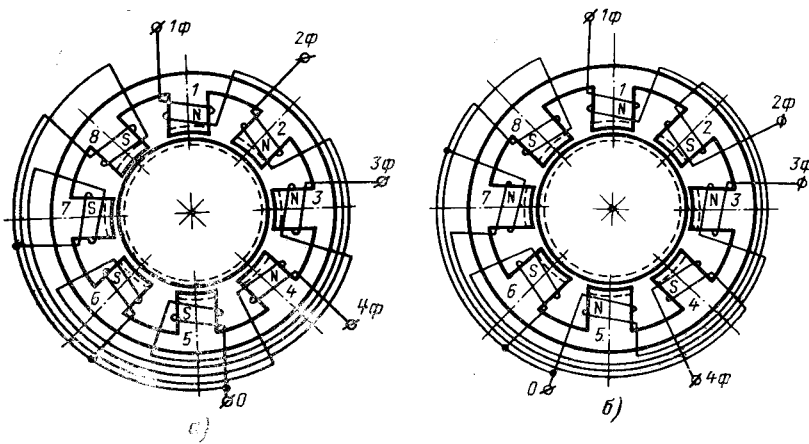


Рис. а, б.

с учетом (6) и последующих несложных преобразований из (3) получим

$$M = \frac{1}{2} I_m^2 \omega^2 \lambda_0 a \left\{ \left[(i_1 + i_2 + i_3 + i_4) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{(i_1 - i_3)^2 + (i_2 - i_4)^2} \sin \left(\theta + \arctg \frac{i_2 - i_4}{i_1 - i_3} \right) \right] + a \varepsilon \right\}, \quad (10)$$

где

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} [(i_2 - i_4)^2 - (i_1 - i_3)^2] \sin 2\theta - (i_2 - i_4)(i_1 - i_3) \cos 2\theta.$$

Восьмифазный РШД ($2p = 8$; $m = 8$; $\theta_m = \frac{\pi}{4}$). В соответствии с (4)

$$I_{\text{доб}} = \frac{\sum_{q=2,4,6,8} I_q \lambda_q - \sum_{k=1,3,5,7} I_k \lambda_k}{\sum_{j=1}^8 \lambda_j}, \quad (11)$$

и согласно (3) электромагнитный момент двигателя

$$M = \frac{1}{2} \omega^2 I_m^2 \lambda_0 a \left\{ [(i_5^2 - i_1^2) \sin \theta + (i_6^2 - i_2^2) \sin (\theta + 45^\circ) + \right. \\ \left. + (i_7^2 - i_3^2) \cos \theta + (i_8^2 - i_4^2) \cos (\theta + 45^\circ)] - \frac{1}{8} (i_2 + i_4 + \right. \\ \left. + i_6 + i_8 - i_1 - i_3 - i_5 - i_7) [(i_6 - i_2) \sin (\theta + 45^\circ) + \right. \\ \left. + (i_8 - i_4) \cos (\theta + 45^\circ) - (i_5 - i_1) \sin \theta - (i_7 - i_3) \cos \theta] + a \gamma \right\}, \quad (12)$$

где

$$\gamma = \left[\frac{1}{2} (i_7 - i_3)^2 + (i_6 - i_2)(i_8 - i_4) - \frac{1}{2} (i_5 - i_1)^2 \right] \sin 2\theta + \\ + \left[\frac{1}{2} (i_8 - i_4)^2 - (i_5 - i_1)(i_7 - i_3) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (i_6 - i_2)^2 \right] \cos 2\theta + (i_6 - i_2) [(i_5 - i_1) \sin (2\theta + 45^\circ) + \\ + (i_7 - i_3) \cos (2\theta + 45^\circ)] + (i_8 - i_4) [(i_5 - i_1) \cos (2\theta + 45^\circ) - \\ - (i_7 - i_3) \sin (2\theta + 45^\circ)].$$

На основании сравнительного анализа выражений (8), (10) и (7), (12) можно сделать вывод о том, что соединение полюсов РШД по схеме с разным числом полюсов полярностей N и S в фазе приводит к появлению в кривой электромагнитного момента второй гармоники даже в том случае, когда кривая проводимости воздушных зазоров полюсов не имеет гармонических составляющих выше первого порядка.

Амплитуда второй гармоники момента по сравнению с амплитудой первой гармоники уменьшается с увеличением числа одновременно возбужденных фаз.

Экспериментальные исследования показали, что в реальных РШД, имеющих в фазах полюсы одноименной полярности, амплитуда второй гармоники момента может достигать 10—15% от амплитуды первой гармоники.

Рассмотрим более подробно электромагнитный момент четырехфазных РШД. На примере этих двигателей выполним количественный анализ влияния схемы соединения полюсов на электромагнитный момент двигателя.

Согласно (8) и (10) амплитуды основных гармоник электромагнитного момента четырехфазного РШД при двух включенных фазах равны.

Пренебрегая гармоническими составляющими электромагнитного момента выше первого порядка и выражая этот момент в долях значения максимального статического момента при двух включенных фазах, получаем для таких РШД следующие выражения электромагнитного момента:

$$m = \sqrt{\frac{(i_1^2 - i_3^2)^2 + (i_2^2 - i_4^2)^2}{2}} \sin \left(\theta + \arctg \frac{i_2 - i_4}{i_1 - i_3} \right) = \\ = m_{\max a} \sin (\theta - \theta_{\text{ста}}); \quad (13)$$

$$m = (i_1 + i_2 + i_3 + i_4) \sqrt{\frac{(i_1 - i_3)^2 + (i_2 - i_4)^2}{8}} \times \\ \times \sin \left(\theta + \arctg \frac{i_2 - i_4}{i_1 - i_3} \right) = m_{\max b} \sin (\theta + \theta_{\text{ста}}). \quad (14)$$

Полагая, что фазные токи достигают установившихся значений и рассматривая различные способы возбуждения фаз четырехфазного РШД, из (13) и (14) получаем соответственно следующие соотношения, характеризующие конструкцию магнитной системы рассматриваемых двигателей:

$$m_{\max 1} : m_{\max 2} : m_{\max 3} : m_{\max 4} = \frac{1}{\sqrt{2}} : 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : 0; \quad (15)$$

$$m_{\max 1} : m_{\max 2} : m_{\max 3} : m_{\max 4} = \frac{1}{2\sqrt{2}} : 1 : \frac{3}{2\sqrt{2}} : 0, \quad (16)$$

где $m_{\max 1}, \dots, m_{\max 4}$ — наибольшие амплитудные значения электромагнитного момента двигателя в случае, когда под током одновременно находятся одна, две, три и четыре фазы соответственно.

В процессе работы шагового двигателя в системе в зависимости от конструкции его магнитной системы, принятой последовательности питания фаз (схемы управления), численного значения рабочей частоты двигателя и времени соотношения между фазными токами может изменяться в широких пределах.

Сравнительный анализ магнитных систем четырехфазных РШД показал, что при значениях $\alpha = 0,25-0,40$ следует использовать конструкцию, при которой в фазе расположены полюсы одноименной полярности. В этом случае получим меньшую несимметрию магнитной системы при циклическом питании полюсов фаз в последовательности 12—23—34—14—12—... [Л. 1]. Что же касается восьмитактных схем управления четырехфазными РШД [Л. 1 и 4], то из (13)—(16) следует, что схема питания 12—123—23—234—... имеет преимущества в тех случаях, когда в фазе двигателя расположены полюсы одной полярности (рисунок б), в то же время схему 1—12—2—23—... целесообразно использовать, когда двигатель выполнен по схеме рисунка а.

В заключение необходимо отметить, что полученные аналитическим путем зависимости и соотношения для электромагнитного момента носят общий характер и позволяют давать сравнительную оценку различных конструкций магнитной системы многофазных РШД. Выражения (3), (7), (8), (10)

и (12) также могут быть использованы при проектировании и расчете электромагнитных моментов таких двигателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивоботенко Б. А., Сиротин С. Л., Чиликин М. Г., Вопросы общей теории дискретного электропривода с шаговыми двигателями, Труды III Всесоюзного совещания по автоматическому управлению, Москва, 1968.
2. Ларченко В. И., Индуктивные параметры и переход-

ные режимы шаговых двигателей, сб. Электромашинные средства автоматики, Киев, 1969.
3. Уайт Д., Вудсон Г., Электромеханическое преобразование энергии, изд-во «Энергия», 1964.
4. Садовский Л. А., Методика экспериментального исследования шаговых двигателей, Труды МЭИ, «Электромеханика», вып. 56, 1964.
5. Васильев Ю. К., Ларченко В. И., Общие закономерности проектирования реактивных шаговых электродвигателей, «Электричество», 1968, № 2.

[20.8.1969]

УДК 621.313.333:62—57

Расчет параметров однофазных асинхронных двигателей в пусковом режиме

Канд. техн. наук, доц. Г. В. ИВАНОВА

Новосибирск

Между параметрами однофазных двигателей в пусковом режиме можно установить ряд таких отношений, согласно которым пусковые показатели для определенных произвольных значений коэффициента трансформации k будут определяться через показатели при $k=1$. Эти отношения представлены ниже, показано также, как их использовать для расчета пускового режима. Предлагаемые способы в значительной мере облегчают расчет и оценку пусковых показателей при изменении коэффициента трансформации и сопротивления фазосдвигающего элемента. Наряду с параллельной схемой однофазных двигателей рассмотрена также мало изученная последовательная схема.

Из уравнений однофазного двигателя:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= I_{1f}(Z_{1f}^3 + Z_\partial) + I_{1b}(Z_{1b}^3 + Z_\partial); \\ \dot{U}_3 &= I_{3f}Z_{3f}^3 + I_{3b}Z_{3b}^3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

с учетом того, что

$$M_{\pi} = 2 \frac{p}{2\pi f_1} \frac{10^5}{9,81} I_3 I_1 \frac{1}{k} r_{2\mu} \sin(\widehat{I_1 I_3}) \quad (2)$$

при параллельном соединении фаз и включении фазосдвигающего сопротивления Z_∂ в фазу I для пускового режима ($s=1$) в системе относительных единиц можно получить [Л.1]:

$$M_{\pi}^{np} = \frac{k(x'_{*\partial} \cos \varphi_1 + r'_{*\partial} \sin \varphi_1)}{(k^2 \cos^2 \varphi_1 + r'_{*\partial}{}^2) + (k^2 \sin^2 \varphi_1 - x'_{*\partial}{}^2)^2}, \quad (3)$$

где

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_1^3}{r_1^3}; \quad x'_{*\partial} = x_{*\partial} - \Delta x_{*\partial};$$

$$r'_{*\partial} = r_{*\partial} + \Delta r_{*\partial}; \quad \Delta x_{*\partial} = x_{*1}^3 - k^2 x_{*3}^3;$$

$$\Delta r_{*\partial} = r_{*1}^3 - k^2 r_{*3}^3;$$

$r_{*1}^3, r_{*3}^3, x_{*1}^3, x_{*3}^3$ — активные и индуктивные составляющие эквивалентных сопротивлений по осям I и 3 .

В двигателях с равными фазными зонами при аналитическом исследовании чаще всего можно считать: $x_{*1}^3 = k^2 x_{*3}^3$; $r_{*1}^3 = k^2 r_{*3}^3$, т. е. $\Delta x_{*\partial} = 0$, $\Delta r_{*\partial} = 0$.

За базовые величины приняты: эквивалентное сопротивление фазы 3 при пуске, пусковой момент в режиме кругового поля, напряжение сети.

Для однофазных двигателей с последовательным включением фаз и шунтированием одной из них фазосдвигающим элементом (фазы 3)

$$M_{*\pi}^{nc} = \frac{k(1+k^2)(x_{*\partial} \cos \varphi_1 + r_{*\partial} \sin \varphi_1)}{[k^2 \cos^2 \varphi_1 + (1+k^2)r_{*\partial}^2] + [k^2 \sin^2 \varphi_1 - (1+k^2)x_{*\partial}^2]}. \quad (4)$$

Если вместо $x'_{*\partial}$ и $r'_{*\partial}$ в (3) подставить

$$x'_{*\partial} = k^2 x'_{\partial(k=1)} \quad \text{и} \quad r'_{*\partial} = k^2 r'_{\partial(k=1)}, \quad (5)$$

а в (4) заменить x_∂ и r_∂ на

$$x_{*\partial} = \frac{2k^2 x_{*\partial(k=1)}}{1+k^2} \quad \text{и} \quad r_{*\partial} = \frac{2k^2 r_{*\partial(k=1)}}{1+k^2}, \quad (6)$$

то получим:

$$M_{*\pi}^{np} = \frac{x'_{*\partial(k=1)} \cos \varphi_1 + r'_{*\partial(k=1)} \sin \varphi_1}{k(\cos^2 \varphi_1 + r'_{*\partial(k=1)}{}^2) + (\sin^2 \varphi_1 - x'_{*\partial(k=1)}{}^2)^2}; \quad (7)$$

$$M_{*\pi}^{nc} = \frac{2(x_{*\partial(k=1)} \cos \varphi_1 + r_{*\partial(k=1)} \sin \varphi_1)}{k(\cos^2 \varphi_1 + 2r_{*\partial(k=1)}{}^2) + (\sin^2 \varphi_1 - 2x_{*\partial(k=1)}{}^2)^2}. \quad (8)$$

Формулы (5), (6) определяют сопротивления фазосдвигающего элемента при произвольном k через сопротивления при $k=1$.

Из (3)–(8) следует, что связь между характеристиками пусковых моментов, соответствующих различным значениям коэффициента трансформации, определяется только коэффициентом трансформации, а именно: при переходе к новому значению k и изменении сопротивлений фазосдвигающих элементов в соответствии с (5), (6) пусковые моменты изменяются обратно пропорционально k . Связь через коэффициент трансформации может быть установлена также для напряжений на фазосдвигающем элементе, а в двигателях с параллельным включением фаз — и для напряжений на фазе I .

Характеристики пускового момента и напряжений, рассчитанные для $k=1$, позволяют без применения расчетных выражений определить пусковые величины при различных значениях k . На рисунке представлены характеристики $M_{*\pi} = f(x_\partial(k=1))$, $U_{*\partial} = f(x_{*\partial(k=1)})$, $U_{*1} = f(x_{*\partial(k=1)})$ для двигателей с конденсатором в качестве фазосдвигающего элемента при параллельном включении фаз, рассчитанные по формуле (7), а также по уравнениям:

$$U_{*\partial}^{np} = \frac{x'_{*\partial(k=1)}}{\sqrt{(\cos \varphi_1 + \Delta r_{*\partial(k=1)})^2 + (\sin \varphi_1 - x'_{*\partial(k=1)})^2}}; \quad (9)$$

$$U_{*1}^{np} = \frac{1}{\sqrt{(\cos \varphi_1 + \Delta r_{*\partial(k=1)})^2 + (\sin \varphi_1 - x'_{*\partial(k=1)})^2}}. \quad (10)$$

Для двигателей с последовательной схемой:

$$M_{*п}^{пс} = \frac{2x_{*д}^{(k=1)} \cos \varphi_1}{k [\cos^2 \varphi_1 + (\sin \varphi_1 - 2x_{*д}^{(k=1)})^2]}; \quad (11)$$

$$U_{*хд}^{пс} = \frac{2x_{*д}^{(k=1)}}{(1+k^2) \sqrt{\cos^2 \varphi_1 + (\sin \varphi_1 - 2x_{*д}^{(k=1)})^2}}. \quad (12)$$

С помощью этих характеристик можно производить следующие расчеты.

1. Определение $x_{*д}$ из условия обеспечения заданного пускового момента.

По характеристике $M_{*п}^{пс} = f(x_{*д}^{(k=1)})$ находится сопротивление конденсатора, соответствующее пусковому моменту $kM_{*п}^{пс}$, если k — произвольное значение коэффициента трансформации. Искомое сопротивление конденсатора при этом равно $k^2 x_{*д}^{(k=1)}$, если $x_{*д}^{(k=1)}$ (отрезок OA) соответствует пусковому моменту $kM_{*п}^{пс}$ при $k=1$.

2. Определение $U_{*хд}^{пс}$ и $U_{*1}^{пс}$ при заданном пусковом моменте.

Из (9), (10) следует, что при изменении сопротивления конденсатора в соответствии с (5) напряжения $U_{*хд}^{пс}$ и $U_{*1}^{пс}$ остаются неизменными. Следовательно, по характеристикам следует определить напряжения, соответствующие пусковому моменту $kM_{*п}^{пс}$, которые и представляют собой искомые значения $U_{*хд}$ и U_{*1} (отрезки OB и OC).

3. Определение k и $x_{*д}$ из условия обеспечения заданного пускового момента $M_{*п}$ при определенном значении $U_{*хд}$ либо U_{*1} .

По характеристикам определяются пусковые моменты, соответствующие $U_{*хд}$ и U_{*1} (отрезки OD и OD'). Коэффициент трансформации, при котором будет обеспечено требуемое напряжение $U_{*хд}^{пс}$ (либо $U_{*1}^{пс}$),

$$k = \frac{M_{*п}^{(k=1)}}{M_{*п}}, \quad (13)$$

где $M_{*п}^{(k=1)}$ — пусковой момент, определяемый по заданному значению $U_{*хд}$ (либо U_{*1}) при $k=1$ (см. рисунок).

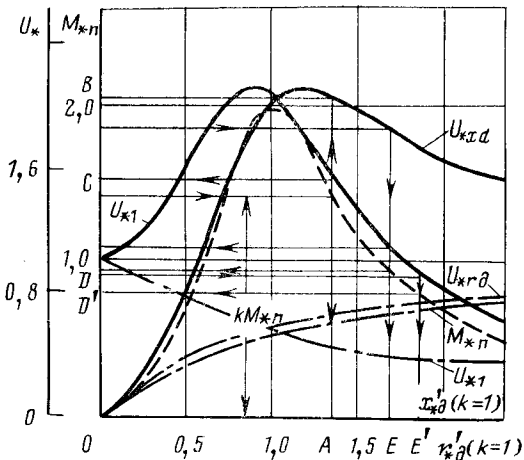
Сопротивление конденсатора определяется отрезками OE и OE' при $k=1$ и пересчитывается на новое значение k .

4. Определение k и $x_{*д}$ из условия наименьшей расчетной реактивной мощности конденсаторной установки.

Можно показать, что наименьшая расчетная реактивная мощность конденсатора будет соответствовать наибольшему (предельному) значению k , при котором может быть обеспечен заданный пусковой момент, поэтому

$$k = \frac{M_{*п}^{(k=1)}}{M_{*п}}, \quad (14)$$

где $M_{*п}^{(k=1)}$ — максимальный момент (см. рисунок).



Сопротивление конденсатора

$$x_{*д} = k^2 x_{*дm}^{(k=1)}, \quad (15)$$

где $x_{*дm}^{(k=1)}$ соответствует максимальному моменту на характеристиках рисунка.

Для графических расчетов в двигателях с последовательной схемой используются характеристики, подобные указанным на рисунке. В п. 1 искомое сопротивление последовательной схемы будет определяться выражением (6). В п. 2 можно определить только $U_{*хд}^{пс}$, причем следует учесть, что напряжение $U_{*хд}^{пс}$, соответствующее пусковому моменту $kM_{*п}$ по характеристикам при $k=1$, в отличие от параллельной схемы еще не будет искомым. Согласно (12) искомое напряжение

$$U_{*хд}^{пс} = \frac{2}{1+k^2} U_{*хд}^{пс(k=1)}$$

Задача п. 3 для двигателей с последовательной схемой неопределенна и должна решаться методом последовательных приближений. В качестве исходных величин могут быть заданы только пусковой момент и напряжение на конденсаторе.

Задавшись значением k , методом п. 2 в применении к последовательной схеме определим $U_{*хд}^{пс}$. Далее будем изменять k таким образом, чтобы $U_{*хд}^{пс}$ приближалось к требуемому значению. Выбирается то значение k , при котором $U_{*хд}^{пс}$ дает заданное исходное значение.

Если в процессе расчета двигателя наряду с выбором параметров вспомогательной фазы решается также вопрос о выборе схемы включения и производится оценка пусковых показателей обеих схем, то, как следует из изложенного выше, для последовательной схемы можно воспользоваться характеристиками параллельной схемы рис. 1.

Уравнения характеристик при активном фазосдвигающем сопротивлении получаются аналогично. Соответствующие кривые показаны на рисунке штрих-пунктирными линиями. С их помощью можно выполнять те же расчеты, что и в п.п. 1—4.

Приложение 1. Дополнительные расчетные формулы.

Расчеты в п.п. 1—4 достаточны для того, чтобы найти параметры пускового режима, так как, если известны одни величины, легко находятся другие без применения уравнений двигателей. Для конденсаторных двигателей

$$Q_{*д}^{пс} = Q_{*д}^{пс} = \frac{M_{*п}}{k \cos \varphi_1}; \quad x_{*д}^{пс} = \frac{x_{*д}^{пс}}{1+k^2};$$

$$I_{*1}^{пс} = \frac{U_{*д}^{пс}}{x_{*д}^{пс}}; \quad I_{*3}^{пс} = \sqrt{1+k^2} U_{*д}^{пс};$$

$$I_{*1}^{пс} = I_{*1}^{пс} = \sqrt{[\cos^2 \varphi_1 + (\sin \varphi_1 - x_{*д}^{пс})^2] (1+k^2)};$$

$$S_*^{пс} = S_*^{пс} = I_{*1}^{пс} \sqrt{1+k^2}.$$

Приложение 2. Расчетный пример. Определим k и $x_{*д}$ из условия обеспечения заданного пускового момента при определенном значении $U_{*хд}$ по характеристикам рисунка.

Двигатель с относительными параметрами схемы замещения:

$$\begin{aligned} Z_{*1} &= 0,307 + j0,406; \\ Z_{*3} &= 0,310 + j0,390; \\ Z_{*п} &= 0,316 + j0,920; \\ Z_{*2} &= 0,342 + j0,382 \end{aligned}$$

(параметры соответствуют коэффициенту трансформации $k=1$) должен развивать пусковой момент $M_{*п} = 0,863$ при кратности напряжения на конденсаторе не более 1,5.

Из рисунка для $U_{*хд} = 1,5$ находим $M_{*п}^{(k=1)} = 0,5$ $x_{*д}^{(k=1)} = 2,36$.

Следовательно для $M_{*п} = 0,863$ необходимо иметь

$$k = \frac{0,5}{0,9} = 0,58$$

и

$$x_{*д} = x'_{*д} = 0,58 \cdot 2,36 = 0,793.$$

При этом принято во внимание, что в данном случае $\Delta x_{*д} (k=1) = 0$.

Если

$$\Delta x_{*д} (k=1) \neq 0, \text{ то } x_{*д} = k^2 (x'_{*д} (k=1) + \Delta x_{*д} (k=1)).$$

Принятые обозначения.

$$k = \frac{\omega_1 k_{о61}}{\omega_3 k_{о63}} \text{ — коэффициент трансформации между фа-$$

зами 1 и 3;

Z_{*1}, Z_{*3} — сопротивления статорных ветвей схем замещения;

Z_{*2} — сопротивление роторных ветвей схем замещения;

$Z_{*м}$ — сопротивление намагничивающих ветвей схем замещения;

$M_{п}^{пр}, M_{п}^{пс}$ — пусковые моменты в двигателях с парал-

лельным и последовательным включением фаз;

U_1, U_3 — напряжения фаз 1 и 3;

I_{1f}, I_{3f} — токи прямой последовательности в фазах 1 и 3;

I_{1b}, I_{3b} — токи обратной последовательности в фазах 1 и 3;

$Z_{1f}, Z_{3f}, Z_{1b}, Z_{3b}$ — эквивалентные сопротивления прямой и обратной последовательности по осям 1 и 3;

$x_{д}$ — емкостное фазосдвигающее сопротивление;

$r_{д}$ — активное фазосдвигающее сопротивление;

x_* — относительное сопротивление;

$M_{*п}$ — относительный пусковой момент;

$U_{*хд}$ — относительное напряжение на конденсаторе;

$Q_{*д}$ — реактивная мощность конденсатора;

S_* — потребляемая из сети мощность;

$r_{2\mu}$ — активная составляющая эквивалентного сопротивления параллельного разветвления «роторная ветвь — контур намагничивания» схемы замещения по оси 1.

УДК 621.314.21:538.2

Характеристики намагничивания мощных трансформаторов

Канд. техн. наук М. Х. ЗИХЕРМАН

ВНИИЭ

Потокоцепление ψ каждой обмотки силового трансформатора нелинейно зависит от намагничивающего тока i . Если эти величины относятся к одной и той же обмотке, зависимость $\psi = f(i)$ называется собственной характеристикой намагничивания ненагруженного трансформатора, а если к разным — взаимной. Характеристики обмоток высшего и среднего напряжения автотрансформатора могут быть выражены также, как если бы между обмотками не было гальванической связи.

В практике расчетов бросков намагничивающего тока трансформаторов, феррорезонансных перенапряжений и т. п. необходимо знать характеристики до больших потокоцеплений обмоток, порядка двойного номинального. В экспериментальных исследованиях, проведенных ранее на мощных трансформаторах [Л. 1 и 2], такие потокоцепления не были достигнуты.

В последнее время были определены характеристики семи типов трансформаторов на напряжение 330—750 кВ при потокоцеплениях обмоток до 1,5—2,5 номинального. На основе этих экспериментов была проанализирована зависимость параметров характеристик намагничивания от конструктивных данных трансформаторов и предложена методика их расчета в области большого насыщения стали.

Методика опытного определения характеристик. Большие потокоцепления обмоток создавались внезапным включением ненагруженных трансформаторов в сеть. С каждой стороны трансформатора обычно производилось около 10 включений, из которых 5—6 сопровождалось значительными бросками намагничивающего тока (рис. 1, а). Исключение составляет трансформатор типа ТЦ-206000/500, который исследовался в установившемся режиме однофазного питания от перевозбужденного генератора при пониженной частоте 6—8 Гц (рис. 1, б).

Потокоцепление обмотки ψ при включении трансформатора состоит из двух слагаемых: $\psi_{ост}$, оставшегося в трансформаторе после его отключения, и $\psi_{созд}$, созданного при включении. Величина $\psi_{ост}$ перед каждым опытом неизвестна.

Величину $\psi_{созд}$ можно определить как интеграл напряжения на зажимах обмотки u за вычетом падения напряжения в ее электрическом сопротивлении iR :

$$\psi = \psi_{ост} + \psi_{созд} = \psi_{ост} + \int_0^t (u - iR) dt. \quad (1)$$

Потокоцепление $\psi_{созд}$ измерялось активным интегратором от аналоговой вычислительной машины МНБ-1. Интегратор подключался к нижнему плечу обычного высоковольтного емкостного делителя напряжения. Для мощных трансформаторов величина iR обычно на 2—3 порядка меньше, чем u , и в уравнении (1), по крайней мере в первый период, ею

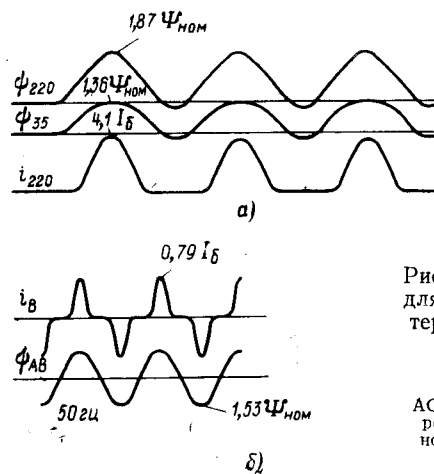


Рис. 1. Осциллограммы для определения характеристик намагничивания.

а — внезапное включение трансформатора АОДЦТГ-133000/400 со стороны 220 кВ; б — установившийся режим питания трансформатора ТЦ-206000/500.

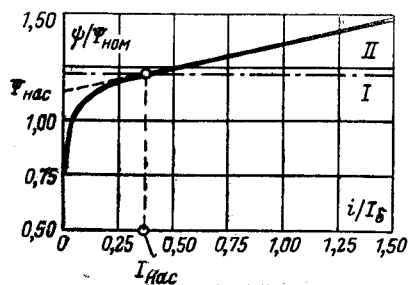


Рис. 2. Пример перехода нелинейной области характеристики намагничивания (I) в линейную область (II).

можно пренебречь. Токи измерялись с помощью трансформаторов тока с записью через усилитель. Все величины регистрировались на осциллографе типа ЭЛО-9 с механической разверткой [Л. 3].

Каждое отдельное включение позволяет построить одну зависимость $\Psi_{созд} = f(i)$, которую можно назвать отдельной характеристикой, в отличие от основной характеристики намагничивания $\Psi = f(i)$.

Остаточное потокоцепление $\Psi_{ост}$ создает разброс отдельных характеристик от опыта к опыту. Одни характеристики идут выше основной, другие — ниже, что зависит от сочетания знаков $\Psi_{ост}$ и $\Psi_{созд}$ (совпадение — ниже, несовпадение — выше). Это сочетание случайно, поскольку случаен знак у $\Psi_{созд}$. Отклонение отдельных характеристик вверх и вниз оказывается равновероятным и при большом числе опытов его среднее значение равно нулю. Это дает возможность основную характеристику получать усреднением опытных точек отдельных характеристик.

Как следует из эксперимента, восходящая и нисходящая ветви характеристики намагничивания при большом насыщении (выше 2 тл) практически совпадают. Поэтому гистерезисом и вихревыми токами можно пренебречь. Более того, в этой области характеристика близка к прямой линии (рис. 2) и ее можно выразить простым уравнением:

$$\Psi = \Psi_{нас} + L_{нас} i; \quad (2)$$

где Ψ и i — текущие значения потокоцепления и тока обмотки; $\Psi_{нас}$ — потокоцепление полного насыщения; $L_{нас}$ — дифференциальная индуктивность после насыщения.

Для взаимной характеристики параметр $L_{нас}$ заменяется параметром $M_{нас}$ — взаимной дифференциальной индуктивности.

Переход к относительным единицам дает (все величины — фазные):

$$\Psi/\Psi_б = \Psi_{нас}/\Psi_б + L_{нас}/L_б i/I_б, \quad (3)$$

где $\Psi_б = \Psi_{ном} = \frac{U_{ном} \sqrt{2}}{\omega}$ — амплитуда базисного потокоцепления;

$I_б = S_б/U_{ном} \sqrt{2}$ — амплитуда базисного тока; $L_б = \Psi_б/I_б$ — базисная индуктивность; $U_{ном}$ — номинальное напряжение обмотки; $S_б$ — базисная мощность (номинальная для трансформатора и электромагнитная для автотрансформатора); ω — угловая частота.

Согласно уравнению (2) или (3) характеристика задается двумя параметрами $\Psi_{нас}$ и $L_{нас}$ (рис. 2). Потокоцепление $\Psi_{нас}$ представляет собой ординату точки пересечения прямой части характеристики с осью ординат (потокоцеплений). Индуктивность $L_{нас}$ определяет тангенс угла наклона характеристики.

Нижняя граница области большого насыщения соответствует точке перехода нелинейной части характеристики в линейную. Она характеризуется током $I_{нас}$, при котором наклон характеристики не более чем на 3—5% отличается от наклона в области большого насыщения (рис. 2).

Такое представление позволяет вместо усреднения отдельных опытных точек перейти к усреднению указанных параметров характеристик. Среднеквадратическая погрешность σ в параметрах основной характеристики при этом зависит от числа опытов n и разброса усредняемых параметров $\sigma_{нар}$ отдельных характеристик:

$$\sigma = \frac{\sigma_{нар}}{\sqrt{n}}. \quad (4)$$

В проведенных экспериментах число опытов было достаточным для того, чтобы при реальном разбросе погрешность $\Psi_{нас}$ не превышала 4%, $L_{нас}$ — 8% и $I_{нас}$ — 15—20%. Для

высоковольтных измерений такие погрешности можно считать приемлемыми.

Результаты измерений. Параметры исследованных трансформаторов приведены в таблице. Для автотрансформатора 750 кВ они заимствованы из [Л. 4]. У всех автотрансформаторов ближайшей к стержню была обмотка НН, средней — общая и крайней — последовательная обмотка. Двухобмоточный трансформатор имел двойную concentрическую обмотку ВН. Однофазные автотрансформаторы были двухстержневыми. Треугольник обмоток НН трансформаторов мощностью 206 и 90 Мва в опытах был замкнут, а остальных — специально разомкнут. Фазы А и В трехфазных трансформаторов рассматривались как отдельные однофазные трансформаторы.

Из таблицы видно, что характеристики исследованных трансформаторов значительно различаются между собой и не могут быть представлены обобщенными параметрами, одинаковыми для всех трансформаторов. Различие в параметрах вызвано разницей в конструктивных данных трансформаторов (номинальной индукции, конструкции магнитопровода, соотношения размеров и т. д.).

Зависимость характеристик от конструктивных данных. Расчетный параметр $\Psi_{нас,расч}$ зависит от номинального потокоцепления и отношения индукции полного насыщения стали $V_{нас}$ к номинальной индукции $V_{ном}$:

$$\Psi_{нас,расч} = \frac{V_{нас}}{V_{ном}} \Psi_{ном}. \quad (5)$$

Индукция $V_{нас}$ является ординатой точки пересечения спрямленной характеристики стали с осью индукций. Для трансформаторных холоднокатаных сталей она примерно равна 2,0 тл [Л. 5]. В качестве $V_{ном}$ следует принимать номинальную индукцию стержня, поскольку его насыщение играет основную роль.

Из таблицы следует, что параметр $\Psi_{нас,изм}$ для трансформаторов, не имеющих отверстий в магнитопроводах, выполненных из стали М6Х, совпадает с расчетным с точностью до 3%. Трансформаторы с отверстиями в магнитопроводе, выполненные из стали марок Э-310 и Э-330, обладают сниженными (на 8—10%) значениями $\Psi_{нас,изм}$.

Если предположить, что сталь полностью насыщена, то параметры $L_{нас}$ и $M_{нас}$ следует определять как собственные и взаимные индуктивности обмоток без стали. Они определяются по формулам индуктивности круглых concentрических катушек прямоугольного сечения (например по формулам (6-18) и (7-44) из [Л. 6]).

Формула (6-18) довольно проста:

$$L_{нас,расч} = \frac{\pi}{4} \mu_0 \omega^2 \frac{d^2}{a} (K_a - k), \quad (6)$$

где d — средний диаметр обмотки; a — высота; ω — число витков; μ_0 — магнитная постоянная; K_a и k — коэффициенты, зависящие от соотношения размеров обмоток.

Обычно коэффициент $K_a = (0,6—0,8)$, а коэффициент k , учитывающий толщину обмоток, равен 0,02—0,05. Для фазы В трехфазного трехстержневого трансформатора без боковых ярм магнитным сопротивлением внеобмоточного пространства можно пренебречь и коэффициент K_a принимать равным единице. При расчетах индуктивностей обмотки ВН автотрансформатора следует исходить из того, что эта обмотка состоит из двух частей: последовательной и общей.

Из таблицы следует, что измеренные значения $L_{нас,изм}$ и $M_{нас,изм}$ отличаются от расчетных в среднем на +(10—30)%. Это происходит потому, что полностью насыщаются, видимо, только стержни магнитопровода. Ярма остаются не полностью насыщенными, так как детали конструкции во внеобмоточном пространстве (ярмовые балки, бак и т. п.) забирают часть магнитного потока. Напряженность магнитного поля в ярме падает и основная часть намагничивающей силы приходится на стержень.

Вероятно, степень превышения расчетных значений зависит от типа магнитной системы трансформатора (стержневая, бронестержневая). Возможно, что имеет значение и взаимная индуктивность между обмотками различных стержней (в однофазных многостержневых трансформаторах). Эти вопросы требуют более детального изучения.

Параметр $I_{нас}$ исследованных трансформаторов составляет (0,1—0,6) $I_б$. Выявить его соответствие характеристикам стали оказалось затруднительным из-за большого различия в напряженности поля стержней и ярм. Однако из таблицы

Характеристика	Тип трансформатора и фаза						
	АОДЦТГ-417000 750/500	ТЦ-206000 525/20 фаза А/фаза В	АОДТГ-90000 500/110	АОДТГ-115000 525/115	АОДЦТГ-133000 400/231	АОДЦТГ-133000 400/231	АТДЦТГ-120000 330/121 фаза А/фаза В

Паспортные и конструктивные данные

Ток холостого хода, %	0,30	0,30	3,2	4,15	0,92	0,18	2,3
Марка стали	М6Х	М6Х	Э-330	Э-310	Э-330	М6Х	Э-330
Стяжные шпильки	—	нет	есть	есть	есть	нет	есть

Индуктивность короткого замыкания $\frac{L_k}{L_6}$	ВН—СН	0,029	—	0,069	0,123	0,041	0,039	0,059
	ВН—НН	0,211	0,126	0,159	0,176	0,195	0,180	0,141
	СН—НН	0,172	—	0,087	0,053	0,144	0,133	0,071

Экспериментальные значения

$\Psi_{нас.изм}/\Psi_{ном}$	1,24	1,18/1,21	1,17	1,13	1,15	1,30	1,10/1,10
-----------------------------	------	-----------	------	------	------	------	-----------

$\frac{L_{нас.изм}}{L_6}$	ВН	0,310	—	0,204	—	0,358	—	0,240/0,332
	СН	0,291	—	—	0,183	0,347	0,292	0,216/0,256
	НН	—	0,396/0,405	—	—	—	—	—

$\frac{M_{нас.изм}}{L_6}$	ВН—СН	0,275	—	—	0,170	0,323	—	0,188/0,255
	ВН—НН	0,115	0,305/0,316	0,100	—	0,173	—	0,127/0,170
	СН—НН	0,110	—	—	—	0,189	0,137	0,145/0,172

$I_{нас}/I_6$	0,25	0,15/0,10	0,50	0,60	0,40	0,10	0,50/0,20
---------------	------	-----------	------	------	------	------	-----------

Достигнутые значения	$\Psi/\Psi_{ном}$ i/I_6	2,15	1,52/1,53	2,11	1,54	1,74	2,52	1,96/1,86
		3,10	0,85/0,79	4,50	2,20	1,64	4,10	3,50/2,30

Сравнение с расчетом

$\Psi_{нас.изм}/\Psi_{нас.расч}$	0,97	0,97/0,99	—	0,90	0,90	1,00	0,92/0,92
----------------------------------	------	-----------	---	------	------	------	-----------

$\frac{L_{нас.изм}}{L_{нас.расч}}$	ВН	1,00*	—	0,98	—	1,35	—	1,10/1,09
	СН	1,00*	—	—	1,30	1,40	1,30	1,23/1,12
	НН	—	0,99/1,01	—	—	—	—	—

$\frac{M_{нас.изм}}{M_{нас.расч}}$	ВН—СН	0,98*	—	—	1,41	1,41	—	1,13/1,12
	ВН—НН	0,92*	1,05/1,08	—	—	1,53	—	1,37/1,23
	СН—НН	0,83*	—	1,28	—	1,57	1,19	1,28/1,22

* Сравнение с расчетом произведено без учета токов в компенсационных обмотках.

видно, что для трансформаторов из стали М6Х без отверстий в магнитопроводе $I_{нас}$ в несколько раз меньше, чем для остальных трансформаторов.

До накопления достаточного количества опытных данных для расчета параметров характеристик можно рекомендовать пользоваться соответствующими формулами (5)—(6) с введением поправок. Поправки определяются по таблице на основе сходства конструктивных особенностей трансформаторов.

Схемы замещения трансформатора. Проведенное исследование позволяет оценить свойства схем замещения трехобмоточных трансформаторов. В большинстве своем это были

трехобмоточные автотрансформаторы и для них нужно рассматривать последовательную (1), общую (2) и третичную (3) обмотки.

Такое рассмотрение было произведено, в результате чего оказалось, что схема замещения с одной намагничивающей ветвью L_{μ} (рис. 3,а) обладает большим недостатком. Потокосцепление этой ветви неоднозначно зависит от протекающего по ней тока, так как в области большого насыщения взаимные индуктивности обмоток одного и того же трансформатора оказались отличающимися в 1,5—2 раза.

На основе анализа магнитных потоков в трансформаторах с концентрическими обмотками была выведена [Л. 7] П-образная схема замещения с двумя ветвями намагничивания (рис. 3,б). Потокосцепление каждой индуктивности этой схемы при ненасыщенных ярмах и тонких обмотках соответствует реальным потокам в трансформаторе. Потокосцепление ветви $L_{\mu 1}$ соответствует потоку знеобмоточного пространства наружной обмотки, потокосцепление ветви $L_{\mu 3}$ — потоку стержня, а потокосцепление индуктивностей L_{12} и L_{23} — потокам в междуобмоточных каналах.

Из этого соответствия вытекает важное преимущество П-образной схемы: потокосцепления ее элементов (ветвей) должны однозначно зависеть от протекающего по ним тока.

Полученные на основе экспериментов значения индуктивностей L_{12} , L_{23} и $L_{\mu 3}$ подтверждают преимущества П-образной

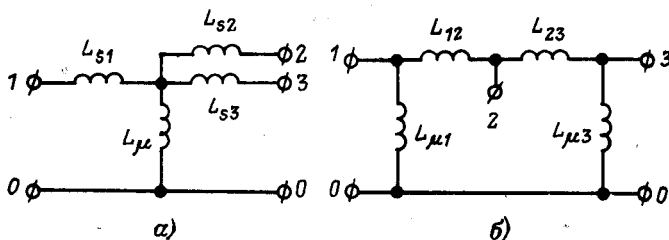


Рис. 3. Т-образная (а) и П-образная (б) схемы замещения трехобмоточных трансформаторов.

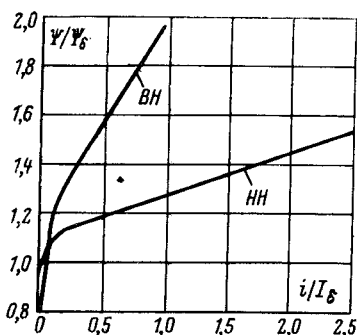


Рис. 4. Вебер-амперные характеристики ветвей намагничивания П-образной схемы замещения фазы А автотрансформатора АТДЦТГ-120000/330.

схемы. Индуктивности L_{12} и L_{23} близки к линейным, а индуктивность $L_{\mu 3}$ нелинейна и однозначно зависит от протекающего по ней тока.

Однако точность экспериментального определения характеристик обмоток недостаточна, чтобы достоверно определить вебер-амперную характеристику маломощной ветви намагничивания на зажимах наружной обмотки $L_{\mu 4}$. Характеристику этой ветви достоверно можно определить только для схемы замещения фазы А трехстержневого трехфазного автотрансформатора 120 Мва, если считать его двухобмоточным трансформатором с обмотками ВН и НН. В этом случае она определяется как разница между собственными характеристиками обмоток ВН фаз А и В. Такой метод определения возможен потому, что на внеобмоточное пространство средней фазы В практически не тратится намагничивающая сила даже при потокоцеплении $2,0\psi_{\text{ном}}$. Полученная характеристика приведена на рис. 4. Там же для сравнения приведена характеристика ветви намагничивания на зажимах обмотки НН $L_{\mu 5}$.

Выводы. 1. Экспериментально определены собственные и взаимные характеристики намагничивания семи типов трансформаторов 330—750 кВ до потокоцеплений обмоток 1,5—2,5 номинального. Установлено, что в области большого насыщения они линейны, но не могут быть сведены к одной универсальной характеристике.

2. В области большого насыщения каждая характеристика выражается тремя параметрами: $\psi_{\text{нас}}$, $L(M)_{\text{нас}}$ и $I_{\text{нас}}$, причем параметры $\psi_{\text{нас}}$ и $I_{\text{нас}}$ — общие для всех характеристик одного трансформатора. На основе анализа зависимости этих параметров от конструктивных данных трансформаторов предложена простая методика их расчета с введением эмпирических поправочных коэффициентов.

3. Экспериментально подтверждено, что П-образная схема замещения трансформатора с двумя намагничивающими ветвями имеет преимущество перед Т-образной схемой с одной намагничивающей ветвью, заключающееся в однозначности зависимости потокоцепления ее элементов от протекающего по ним тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акопян А. А., Комаров А. Н., Фотин В. П., Измерение характеристик намагничивания силового трансформатора и шунтирующего реактора 400 кВ, Сб. «Исследования и лусконаладочные работы на электропередаче 400 кВ Волжская ГЭС им. В. И. Ленина — Москва», Госэнергоиздат, 1959.
2. Артемьев Д. Е., Крыжаповский В. В., Характеристики холостого хода силовых трансформаторов, «Электрические станции», 1964, № 5.
3. Беляков Н. Н., Зихерман М. Х., Исследование характеристик намагничивания силовых трансформаторов сверхвысокого напряжения, Труды ВНИИЭ, вып. 34, изд-во «Энергия», 1969.
4. Беляков Н. Н. и др., Исследование внутренних перенапряжений при работе электрооборудования опытно-промышленной линии электропередачи 750 кВ, «Электричество», 1970, № 1.
5. Дружинин В. В., Магнитные свойства электротехнической стали, Госэнергоиздат, 1962.
6. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А., Расчет индуктивностей, Госэнергоиздат, 1955.
7. Беляков Н. Н., Зихерман М. Х., П-образная схема замещения трансформатора с учетом насыщения, Труды ВНИИЭ, вып. 34, изд-во «Энергия», 1969.

[27.9.1971]



Новые книги издательства «Энергия» на 1972 год

(Начало на стр. 17)

ЭЛЕКТРОННОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Глоzman И. А. Пьезокерамика. Изд. 2-е, перераб. 19 л. Князев В. К., Сидоров Н. А. Применение облученного полиэтилена в радиоэлектронике. 6 л. (Серия «Электронное материаловедение»).

Корзо В. Ф., Курочкин В. А. Пленки из элементоорганических соединений в радиоэлектронике. 11 л. (Серия «Электронное материаловедение»).

Полатник Л. С., Сорокин В. К. Основы пленочного полупроводникового материаловедения. 20 л. (Серия «Электронное материаловедение»).

Свойства и применение металлов для электровакуумных приборов. 16 л. (Серия «Электронное материаловедение»). — Авт.: Андреева Р. Т., Ипатова С. И., Розинова Н. С. и др.

Сыркин Л. Н. Пьезомагнитная керамика. 13 л. (Серия «Электронное материаловедение»).

БИБЛИОТЕКА ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

Артём А. Д. Ключевые генераторы гармонических колебаний. 11 л. (Б-ка по радиоэлектронике).

Стеклоэмалевые и стеклокерамические конденсаторы 11 л. — Авт.: Пономаренко В. Д., Роздова Р. А., Айнштейн Р. Г. и др.

Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. Изд. 3-е перераб. 17 л.

Генераторы гармонических колебаний на туннельных диодах. 11 л. (Б-ка по радиоэлектронике) — Авт.: Андреев В. С., Попов В. И., Фомин Н. Н., Федоров А. Я., Дзюбин И. И. Тиристоры в электрических схемах. 7 л. (Б-ка по радиоэлектронике).

Луберг Э. О., Здрок А. Г. Расчет электронных схем методами линейного программирования. 5 л. (Б-ка по радиоэлектронике).

Нарышкин А. К., Врачев А. С. Теория низкочастотных шумов. 11 л. (Б-ка по радиоэлектронике).

Перлов Б. В. Импульсные устройства на транзисторах с проводимостью разного типа. Изд. 2-е. 9 л. (Б-ка по радиоэлектронике).

Стопский С. Б. Акустическая спектрометрия. 8 л. (Б-ка по радиоэлектронике).

БИБЛИОТЕКА РАДИОТЕХНОЛОГА

Иванов Р. Д. Катодный метод создания пленочных элементов микросхем. 7 л. (Б-ка радиотехнолога).

Локтев В. С., Гимпельсон В. Д. Технология производства микромодульной аппаратуры. 11 л. (Б-ка радиотехнолога).

Определение местоположения главных понизительных или распределительных подстанций промышленных предприятий

Канд. техн. наук В. В. КАМЕНЕВА и инж. Э. А. КИРЕЕВА

МЭИ

Оптимальное размещение подстанций на территории промышленных предприятий является актуальной задачей при проектировании систем электроснабжения. К настоящему времени разработан достаточно обоснованный подход к решению этих задач [Л. 1], в соответствии с которым для обеспечения минимальных приведенных затрат подстанцию следует размещать в зоне рассеяния координат центра электрических нагрузок.

В данной статье приводятся результаты дальнейших исследований в этом направлении. Для построения на генплане промышленного объекта зоны рассеяния координат центра электрических нагрузок используется один из методов определения центра электрических нагрузок (ЦЭН), выбор которого имеет принципиальное значение. Это объясняется тем, что обоснование экономической целесообразности проектирования подстанции в зоне рассеяния координат ЦЭН возможно в том случае, если при построении этой зоны использовать метод, базирующийся на минимизации приведенных годовых затрат на питающую и распределительную сеть.

Анализ существующих методов определения ЦЭН показал, что методы [Л. 2 и 3] минимизируют только один из технических показателей — расход проводникового материала при допустимых потерях напряжения, что не позволяет оценить экономическую эффективность принимаемых решений. В основе метода [Л. 4] лежит минимизация приведенных годовых затрат — функции от всех показателей, характеризующих систему электроснабжения. Однако, как показывают расчеты, алгоритм этого метода обуславливает проведение достаточно трудоемких вычислений, особенно при расчетах сложных систем электроснабжения, что значительно ограничивает его практическую реализацию.

В данной статье предлагается метод определения ЦЭН, основанный на математической теории планирования эксперимента [Л. 5]. Основная идея этого метода заключается в следующем. На основании картограммы активных электрических нагрузок, позволяющей наглядно представить распределение потребителей электроэнергии, определяется область нахождения ЦЭН, которая затем описывается математически полиномом второго порядка с помощью ортогонального центрального композиционного планирования:

$$Z = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2, \quad (1)$$

где $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ — коэффициенты полинома.

Теория планирования эксперимента позволяет найти коэффициенты b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} , являющиеся оценками соответствующих теоретических коэффициентов $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$, и получить уравнение (1) в виде:

$$\hat{Z} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2, \quad (2)$$

где \hat{Z} — оценка параметра оптимизации, определенная по аппроксимирующей формуле.

Найденный полином (2) подвергается процедуре статистического анализа: оценка значимости коэффициентов b_i, b_{ij}, b_{ii} (обычно по критерию Стьюдента) и проверка адекватности представления искомой функции полиномом (2) по критерию Фишера.

Полученное описание используется для нахождения координат экстремальной точки (ЦЭН).

Пример. Для схемы, представленной на рисунке, требуется определить координаты ЦЭН, если известны значения приведенных годовых затрат, отнесенных к единице длины линии (в руб/км): $Z_0^I = 2500$; $Z_0^{II} = 1500$; $Z_0^{III} = Z_0^{IX} = 1100$; $Z_0^{IV} = Z_0^V = Z_0^{VII} = 800$; $Z_0^{VI} = 2000$; $Z_0^{VII} = 1800$; $Z_0^X = 1400$.

В качестве параметра оптимизации взяты суммарные приведенные годовые затраты на распределительную сеть; варьируемыми независимыми переменными (факторами) являются координаты ЦЭН.

В табл. 1 приведены основные уровни и интервалы варьирования факторов.

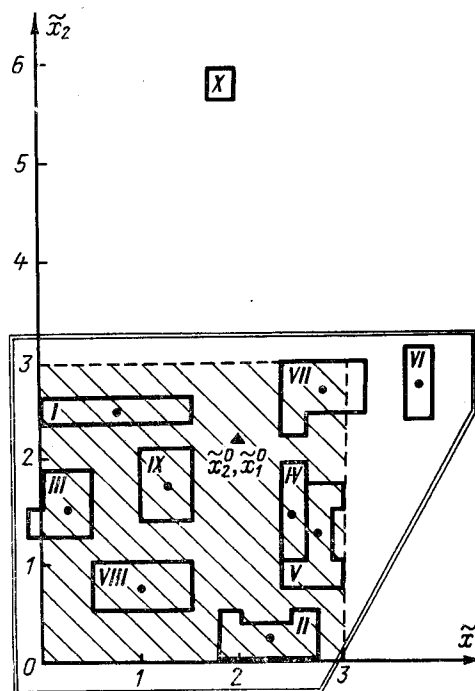
Таблица 1

Фактор	Основной уровень x_{i0}	Интервал варьирования Δx_i	Верхний уровень „+“	Нижний уровень „-“
x_1	1,5	1,5	3	0
x_2	1,5	1,5	3	0

Для упрощения записи условий эксперимента (опытов) и обработки экспериментальных данных проводится преобразование независимых переменных:

$$x_i = \frac{x_i - x_{i0}}{\Delta x_i}, \quad (3)$$

где x_i — кодированное значение фактора; x_i — натуральное значение фактора; x_{i0} — натуральное значение основного уровня; Δx_i — интервал варьирования.



Это дает возможность построить ортогональную матрицу планирования и значительно облегчить расчеты. Верхние и нижние уровни варьирования в относительных единицах (кодированные значения) будут равны соответственно «+» или «-».

Матрица ортогонального центрального композиционного планирования и результаты опытов представлены в табл. 2.

Таблица 2

№ опытов	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	y	y_u
	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	\tilde{x}_1^2	\tilde{x}_2^2	z	z_u
1	+	-	-	+	0,333	0,333	44 490	44 560
2	+	+	-	-	0,333	0,333	38 420	38 490
3	+	-	+	-	0,333	0,333	35 220	35 320
4	+	+	+	+	0,333	0,333	27 140	27 230
5	+	-1	0	0	0,333	-0,667	33 920	33 690
6	+	+1	0	0	0,333	-0,667	26 840	26 590
7	+	0	-1	0	-0,667	0,333	35 810	35 590
8	+	0	+1	0	-0,667	0,333	25 610	25 340
9	+	0	0	0	-0,667	-0,667	23 630	24 190
b_i	32 340	-3 540	-5 130	-504	5 940	6 270		

Коэффициенты полинома (2) рассчитываются по формуле

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N z_{u,i} \hat{z}_u}{\sum_{u=1}^N z_{u,i}^2} \quad (4)$$

где N — общее число опытов; u — номер опыта.

Ортогонализация столбцов x_0 и x_i^2 проводится преобразованием

$$\tilde{x}_i^2 = x_i^2 - \frac{\sum_{u=1}^N x_{u,i}^2}{N} = x_i^2 - \tilde{x}_i^2 \quad (5)$$

Для оценки значимости коэффициентов необходимо найти среднеквадратичную ошибку опыта $s_{\{y\}}$. В данном случае она определяется следующим образом:

$$s_{\{y\}} = \hat{z}_9 - z_9 = 24 190 - 23 630 = 560.$$

Тогда доверительный интервал

$$\Delta b_i = \pm \frac{t s_{\{y\}}}{\sqrt{N}} = \pm \frac{2,306 \cdot 560}{\sqrt{9}} = \pm 430,$$

где t — табличное значение критерия Стьюдента.

Принимая во внимание, что коэффициент значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала, можно на основании данных табл. 2 записать искомое уравнение в виде следующего полинома:

$$\hat{z} = 32 340 - 3 540 x_1 - 5 130 x_2 - 504 x_1 x_2 + 5 940 \tilde{x}_1^2 + 6 270 \tilde{x}_2^2 \quad (6)$$

или

$$\hat{z} = 24 200 - 3 540 x_1 - 5 130 x_2 - 504 x_1 x_2 + 5 940 x_1^2 + 6 270 x_2^2 \quad (6a)$$

Для проверки адекватности полученного полинома найдем дисперсию адекватности

$$s_{ад}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (z - \hat{z}_u)^2}{f_{ад}} \approx 197 240,$$

где $f_{ад}$ — число степеней свободы.

Отсюда

$$F_{расч} = \frac{s_{ад}^2}{s_{\{y\}}^2} = \frac{197 240}{313 600} \approx 0,63 < F_{табл} = 4,4.$$

Так как рассчитанное значение $F_{расч}$ не превышает табличного $F_{табл}$, то с принятой доверительной вероятностью 0,95 полином (6a) можно считать адекватным. Приравняв нулю частные производные от выражения (6a), взятые по независимым переменным x_i , и решив систему линейных уравнений, получим искомые координаты ЦЭН в относительных единицах. Для перехода к физическим используем формулу (3). Окончательно имеем: $\tilde{x}_1^0 = 1,95$; $\tilde{x}_2^0 = 2,1$.

Точность расчета может быть оценена следующим образом:

$$\frac{(\hat{z}_9 - z_9)}{\hat{z}_9} \cdot 100\% \approx 2,3\%.$$

Таким образом, аппроксимация зависимости приведенных годовых затрат от координат ЦЭН полиномом второго порядка является достаточно хорошей.

Задача определения ЦЭН легко формализуется и решается с помощью ЦВМ.

Авторами разработана вычислительная программа применительно к ЦВМ «Мир», реализующая примененный в данной статье метод, которая может быть использована при автоматизации процесса проектирования.

Выводы. 1. Применение методов планирования эксперимента для определения ЦЭН позволяет получить достаточно простую математическую модель исследуемого объекта в виде полинома второго порядка, пригодную для оптимизации.

2. Предлагаемый метод определения ЦЭН дает возможность учесть влияние наиболее существенных факторов и в отличие от [Л. 5] достаточно простыми техническими средствами оценить степень этого влияния.

3. Опыт применения методов планирования эксперимента для определения ЦЭН показывает перспективность этого направления, в особенности при расчете сложных систем электроснабжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каменева В. В., Определение местоположения главных понизительных или распределительных подстанций промышленных предприятий, «Электричество», 1970, № 9.
2. Бутков А. Н., Определение центра нагрузок при выборе местоположения источника электроэнергии, «Электричество», 1957, № 6.
3. Федоров А. А., Основы электроснабжения промышленных предприятий, изд-во «Энергия», 1967.
4. Чмутов А. П., Оптимальное размещение источника питания электроэнергией, «Электричество», 1969, № 12.
5. Налимов В. В., Черникова Н. А., Статистические методы планирования экстремальных экспериментов, изд-во «Наука», 1965.

[20.9.1971]

Тепловые потери в изоляции высоковольтных трансформаторов

Канд. техн. наук Ю. С. РУСИН

Ленинград

Во многих устройствах современной электро- и радиотехники используются высоковольтные трансформаторы повышенной частоты (до сотен килогерц) [Л. 1]. При расчете их тепловых режимов неизбежно приходится помимо потерь в обмотках и магнитопроводе учитывать также потери в изоляции. В [Л. 2] показано, что температурное поле рассматриваемой системы может быть определено как наложение температурных полей, созданных каждым видом потерь, взятых в отдельности. Исходя из этого, в настоящей статье исследуется температурное поле трансформатора, вызванное только потерями в изоляции, и определяются его характерные особенности.

В соответствии с имеющимися литературными данными (см. например [Л. 1 и 3]) искомое поле обычно определяется в предположении равномерного распределения плотности источников тепла по объему изоляции. Такой подход, даже без учета краевых эффектов на торцах обмоток, приводит к распределению температуры, существенно отличающемуся от действительного как по характеру, так и по величине.

Рассмотрим упрощенную расчетную модель межобмоточной (главной) изоляции трансформатора, представленную на рисунке. Здесь линия $0 \leq y \leq b$ (при $x=0$) представляет собой обмотку ВН, а линия $0 \leq y \leq b$ (при $x=a$) — обмотку НН. Внутренняя область прямоугольника $OABC$ имитирует межобмоточную изоляцию. Для реальных трансформаторов высота обмотки b значительно превышает межобмоточный промежуток, т. е.

$$\frac{b}{a} \gg 1. \quad (1)$$

Это позволяет пренебречь краевым эффектом на торцах системы и считать, что

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0, \quad (\text{при } y=0 \text{ и } y=b),$$

где U — потенциал электрического поля в изоляции.

Поскольку потенциал обмотки ВН значительно превышает потенциал обмотки НН, очевидно, допустимо пренебречь изменением последнего по высоте и считать его равным нулю. Потенциал обмотки ВН возрастает от витка к витку и может быть представлен линейной функцией высоты (т. е. координаты y). Учитывая, что толщина изоляции a значительно меньше радиуса обмотки, допустимо поле в изоляции рассматривать как плоскопараллельное.

С учетом сказанного можно сформулировать следующие граничные условия для потенциалов электрического поля:

$$U = U_0 y/b, \quad (x=0), \quad U=0, \quad (y=0; x=a),$$

$$U = U_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right), \quad (y=b).$$

Нетрудно убедиться, что приведенным граничным условиям и уравнению Лапласа удовлетворяет функция:

$$U = U_0 \frac{y}{b} \left(1 - \frac{x}{a}\right). \quad (2)$$

Напряженность поля в изоляции определится как:

$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2} = \frac{U_0}{ab} \sqrt{(a-x)^2 + y^2}. \quad (3)$$

Потери в элементе объема изоляции будут:

$$dP = 2\pi f \varepsilon \operatorname{tg} \delta E^2 dV = 2\pi f \operatorname{tg} \delta \frac{U_0^2 \varepsilon}{a^2 b^2} [(a-x)^2 + y^2] dV,$$

где f — частота; ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость изоляции; $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь;

dV — элемент объема изоляции ($dV = l dx dy$); l — средний периметр изоляционного промежутка (в дальнейшем принимаем $l=1$).

Полные и удельные потери соответственно определяются равенствами:

$$P = \int_V dP = \frac{2\pi f \varepsilon \operatorname{tg} \delta}{3} \left(\frac{U_0}{a}\right)^2 \left(ab + a^2 \frac{a}{b}\right),$$

$$q = \frac{dP}{dV} = 2\pi f \operatorname{tg} \delta \frac{U_0^2 \varepsilon}{a^2 b^2} [(a-x)^2 + y^2] = k \frac{(a-x)^2 + y^2}{b^2}.$$

Заметим, что полные потери, вычисленные в предположении равномерного распределения потерь в изоляции, т. е. однородного поля (см. например [Л. 1 и 3]) будут:

$$P_0 = \frac{2\pi f \varepsilon \operatorname{tg} \delta}{3} \left(\frac{U_0}{a}\right)^2 ab;$$

$$q_0 = \frac{2\pi f \varepsilon \operatorname{tg} \delta}{3} \left(\frac{U_0}{a}\right)^2 = \frac{k}{3}.$$

С учетом (1) можно с достаточной точностью считать, что

$$P \approx P_0.$$

Однако распределение температурного поля в каждом из указанных случаев будет существенно различным. Пользуясь принципом местного влияния (стабильности теплового потока) [Л. 2], который математически интерпретируется как

$$T \approx Cq,$$

(здесь C — некоторая постоянная; T — температура), можно утверждать, что температура наиболее нагретой точки изоляции ($x=0, y=b$) будет, по крайней мере, втрое превышать температуру, вычисленную в предположении равномерного распределения плотности источников тепла, так как

$$q(x=0, y=b) = 3q_0.$$

Очевидно, что указанная оценка является верхней, так как не были учтены особенности теплообмена рассматриваемой системы. Чтобы оценить нижний уровень максимальной температуры, возвратимся к уже рассмотренной модели, представленной на рисунке. Действительно, предполагая, что обмотки однослойные и считая, что внешняя изоляция отсутствует, мы пренебрегаем тепловыми сопротивлениями этих элементов и расчетной модели создаем наилучшие условия охлаждения изоляции.

Для решения поставленной задачи можно сделать следующие упрощенные предположения, которые не внесут заметной погрешности в окончательный результат. В силу условия (1) можно допустить, что теплообмен на торцах системы (при $y=0$ и $y=b$) отсутствует [Л. 4], т. е.

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (y=0 \text{ и } y=b)$$

и плотность теплового потока в изоляции определится выражением:

$$q = k \frac{(a-x)^2 + y^2}{b^2} \approx k \frac{y^2}{b^2}.$$

Тогда для определения температурного поля необходимо решить уравнение:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{q}{\lambda} = -\frac{ky^2}{\lambda b^2} = py^2, \quad (4)$$

где λ — коэффициент теплопроводности, при следующих граничных условиях:

$$x=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \quad y=0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0;$$

$$y=b, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \quad x=a, \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha T,$$

где α — коэффициент теплоотдачи.

Решение ищем в виде

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m,n} \cos mx \cos ny. \quad (5)$$

Учитывая граничные условия и представляя функцию py^2 в виде двойного ряда Фурье, после ряда математических преобразований окончательно получаем:

$$T = \frac{8p}{a} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{\sin ma \cos mx \cos ny}{(m^2 + n^2) n^2 m}, \quad (6)$$

где

$$n = i \frac{\pi}{b};$$

$$m = \frac{1}{a} \left(\sqrt{\frac{\pi^2 (r-1)}{4} + \frac{\alpha a}{4}} - \frac{\pi (r-1)}{2} \right);$$

$$i = 1, 2, \dots, r = 1, 2, \dots$$

Ряд (6) достаточно быстро сходится и поэтому можно ограничиться его первым членом, т. е. для $i=1, r=1$; при этом погрешность не будет превышать 2%. Учитывая далее, что $ma \ll 1$ и, следовательно, $\sin ma \approx ma$, выражение для максимальной температуры, т. е. при $y=b$, можно записать в виде:

$$T \approx \frac{8pb^2}{\pi^2 \left(\frac{\alpha}{a\lambda} + \frac{\pi^2}{b^2} \right)} \approx \frac{8pb^4}{\pi^4 \left(1 + \frac{ab^2}{\pi^2 a\lambda} \right)}. \quad (7)$$

Аналогичное решение, но для равномерного распределения потерь по объему изоляции [Л. 2] представляется в виде:

$$T_0 = \frac{pb^2 a}{6} \frac{2\lambda + \alpha a}{\alpha}. \quad (8)$$

Учитывая далее, что $b \gg a$ и $2\lambda/a \gg a$ ($\lambda = 2 \times 10^{-3}$ вт/(см·град); $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-3}$ вт/(см²·град) [Л. 3 и 5], получим:

$$\left. \begin{aligned} T &\approx \frac{8pb^2 a \lambda}{\pi^2 a}; \\ T_0 &\approx \frac{pb^2 a \lambda}{3a} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

и, наконец,

$$\frac{T}{T_0} = \frac{24}{\pi^2} \approx 2,46. \quad (10)$$

Как показывает проведенный анализ, учет реального распределения потерь по объему изоляции приводит к результату, существенно отличающемуся от того, который может быть получен на основе принятого в литературе метода расчета. Пренебрежение указанным обстоятельством, очевидно, может привести к местному перегреву изоляции, интенсификации процесса старения и снижению срока службы трансформатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бальян Р. Х., Трансформаторы для радиоэлектроники, изд-во «Советское радио», 1971.
2. Дульнев Г. Н. и Семяшкин Э. М., Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах, изд-во «Энергия», 1968.
3. Гельман М. З. и Русин Ю. С., Расчет потерь в изоляции высоковольтных трансформаторов, «Электронная техника», вып. 7, 1969, серия 9.
4. Наседкин Л. П., Исследование теплового режима теплостойких, маломощных трансформаторов, Изв. вузов, «Электромеханика», 1963, № 5.
5. Русин Ю. С., Расчет электромагнитных систем, изд-во «Энергия», 1968.

[16.8.1971]

УДК 621.316

Об эффективности работы асинхронного двигателя при отклонениях напряжения и частоты

Инж. Р. А. ЕРМЕКОВА

АрмНИИЭ

Вопросам оценки технико-экономических показателей работы асинхронных двигателей при отклонениях напряжения на их шинах посвящен ряд работ [Л. 1—3]. В предлагаемой статье сделана попытка дополнительно рассмотреть определение активных потерь и параметров режима асинхронного двигателя не только в функции коэффициента загрузки и отклонения напряжения на его зажимах, но и в зависимости от момента сопротивления приводимого механизма, кривой намагничивания и частоты. С этой целью разработан алгоритм расчета активных потерь и параметров режима, характеризующих экономическую эффективность работы асинхронного двигателя в установленном режиме с учетом изменения напряжения, частоты, кривой намагничивания двигателя, его загрузки и характеристики момента сопротивления приводимого механизма (имеются в виду вращающиеся механизмы).

Рассмотрен также вопрос оценки влияния характеристики момента сопротивления приводимого механизма двигателя при определении его параметров режима и активных потерь на примере двигателей серии А (11 и 12 габариты).

Постановка задачи. Задаются: а) параметры двигателя в номинальном режиме — мощность на валу P , кВт; напряжение U_n , кВ; максимальный момент b_n , отн. ед.; $\cos \varphi_n$; скольжение s_n и составляющие активных потерь, кВт;

б) начальный момент сопротивления приводимого механизма m_{c0} и номинальный момент сопротивления приводимого механизма m_{cn} — оба в относительных единицах; коэффи-

циент загрузки α , равный отношению момента сопротивления механизма на рассматриваемом отрезке времени при $U=U_n$ и $f=f_n$ к номинальному моменту сопротивления двигателя; частота f и напряжение на шинах U в относительных единицах.

Требуется определить следующие величины, либо их отклонения от номинальных значений в заданном режиме: скольжение s , активную P и реактивную мощность Q ; ток статора I_1 ; приведенный ток ротора I'_2 ; активные потери в двигателе ΔP .

Расчетные уравнения¹. Установившийся режим асинхронного привода описывается уравнением равенства моментов электромагнитного m_α и сопротивления приводимого механизма m_c :

$$m_\alpha = m_c, \quad (1)$$

здесь согласно [Л. 4]

$$m_\alpha = \frac{2b_n U^2 / f^2}{\frac{s f}{s_n} + \frac{s_n}{s f}}; \quad (2)$$

$$m_c = m_{c0} + (\alpha m_{cn} - m_{c0}) \left[\frac{f n_0 (1-s)}{n_n} \right]^q, \quad (3)$$

¹ Все величины в уравнениях (1)—(12) приведены в относительных единицах.

где n_n, n_0 — соответственно номинальная и синхронная частоты вращения ротора; q — параметр, характеризующий закон изменения слагаемого.

Разложением функции $(1-s)^q$ в формуле (3), определяющей m_c , в ряд по степеням $(1-s)$ и ограничения его четырьмя членами, получим следующее уравнение моментов:

$$A_5 s^5 + A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0 = 0, \quad (4)$$

где

$$A_0 = \left[m_{c0} s_K^2 + \left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m s_K^2 \right];$$

$$\Delta m = \alpha m_{c,н} - m_{c0};$$

$$A_1 = \left[-q \left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m s_K^2 - 2b_n \frac{U^2}{f} s_K \right];$$

$$A_2 = \left[\left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m f^2 + \frac{q(q-1)}{2} \left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m s_K^2 + m_{c0} f^2 \right];$$

$$A_3 = \left[-q \frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m f^2 - q \frac{(q-1)(q-2)}{6} \left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m s_K^2 \right];$$

$$A_4 = q \frac{(q-1)}{2} \left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m;$$

$$A_5 = -q \frac{(q-1)(q-2)}{6} \left(\frac{n_0}{n_n} f \right)^q \Delta m.$$

Нахождение корней уравнения (4) производится методом отделения и уточнения корней с использованием знака функции при изменении аргумента с шагом h [Л. 5]. Корень уравнения, соответствующий реальному значению скольжения в данном режиме, должен находиться на отрезке $s=0, s=s_K$.

Аргумент s в первом шаге принимается равным нулю. Процесс отыскания корня заканчивается, когда $\frac{s_{i+1} - s_i}{s_i} < \epsilon$, где ϵ — заданная величина; s_i — значение скольжения в i -м шаге.

Используя значение скольжения s , по расчетным формулам [Л. 4], которые преобразованы в соответствии с заданной исходной информацией, определяются:

активная мощность

$$P_1 = m_{\text{эф}} f \cos \varphi_n = \frac{2b_n \frac{U^2}{f}}{\frac{sf}{s_K} + \frac{s_K}{sf}} \cos \varphi_n; \quad (5)$$

реактивная мощность

$$Q = Q_0 + Q_p, \quad (6)$$

где $Q_p = P_1 \frac{sf}{s_K}$ — реактивная мощность рассеивания; Q_0 — реактивная мощность намагничивания, определяемая по выражению:

$$Q_0 = \left(\sin \varphi_n - \frac{\cos \varphi_n}{b_n + \sqrt{b_n^2 - 1}} \right) U \varphi \left(\frac{U}{f} \right). \quad (8)$$

Здесь $\varphi \left(\frac{U}{f} \right)$ — кривая намагничивания, которая аппроксимируется в виде следующего полинома [Л. 6]:

$$\varphi \left(\frac{U}{f} \right) = a \left(\frac{U}{f} \right)^4 - b \left(\frac{U}{f} \right)^3 - c \left(\frac{U}{f} \right)^2 + d \left(\frac{U}{f} \right), \quad (9)$$

где a, b, c, d — постоянные коэффициенты.

При определении токов ротора и статора активные сопротивления статора и ветви намагничивания принимаются равными нулю.

Приведенный ток ротора

$$I'_2 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi'}, \quad (10)$$

где φ' — фаза приведенного тока ротора относительно напряжения на шинах.

Ток намагничивания

$$I_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{3} U}. \quad (11)$$

Ток статора

$$I_1 = \sqrt{(I_0^2 + I'_2 \sin \varphi')^2 + (I'_2 \cos \varphi')^2}. \quad (12)$$

Кроме параметров режима определяются активные потери в двигателе по формуле [Л. 4]:

$$\Delta P_1 = (\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_4 + \Delta P_5), \text{ квт}, \quad (13)$$

где потери в меди обмоток статора

$$\Delta P_1 = \left(\frac{I_1}{I_{1н}} \right)^2 \Delta P_{1н}, \text{ квт}; \quad (14)$$

потери в меди обмоток ротора

$$\Delta P_2 = P_2 s, \text{ квт}; \quad (15)$$

потери в стали статора

$$\Delta P_3 = \beta \Delta P_{3н} \frac{U^2}{f}, \text{ квт}, \quad (16)$$

где β — коэффициент, зависящий от марки стали и частоты. В формулах (14) и (16) $I_{1н}, \Delta P_{1н}, \Delta P_{3н}$ — соответствующие номинальные величины.

Потери механические

$$\Delta P_4 = \Delta P_{4н} f (1-s), \text{ квт}. \quad (17)$$

Потери добавочные ΔP_5 принимаются постоянными.

На основании алгоритма составлена программа на ЦВМ «Урал-3». Программа разрешает производить одновременно расчет n ($n \geq 1$) режимов одного двигателя. Время расчета одного режима равно 30 сек при $h=1 \cdot 10^{-2}$ и $\epsilon=1 \cdot 10^{-3}$.

В приложении приведен пример расчета активных потерь и параметров режима асинхронного двигателя по указанной программе. Полученные в результате расчета значения параметров режима и активных потерь асинхронных двигателей справедливы для случаев, когда отклонения напряжения на шинах, частота и загрузка неизменны в рассматриваемом режиме работы. Если указанные величины изменяются во времени, в качестве исходных данных расчета надо брать математические ожидания — частоты \bar{f} , напряжения на шинах \bar{U} и коэффициента загрузки $\bar{\alpha}$. Использование в расчетах математических ожиданий случайных величин \bar{f}, \bar{U} и $\bar{\alpha}$ рекомендуется в случаях, когда вероятность отклонения каждой случайной величины от ее математического ожидания A в пределах $\gamma = \pm 0,01 A$ будет не менее 0,95. Если распределение случайной величины достаточно близко к нормальному закону, критерием целесообразности использования в указанных расчетах значений \bar{f}, \bar{U} и $\bar{\alpha}$ является величина их среднеквадратичных отклонений $\sigma \leq 0,00501A$.

Для некоторых двигателей серии А произведена оценка погрешности при использовании математического ожидания величины напряжения, распределенной по нормальному закону, в расчетах по определению параметров режима и потерь. Величина σ принималась равной 0,00501. Полученные в результате расчетов погрешности не превышают 1%. Произведена оценка погрешности в определении величин параметров режима и активных потерь асинхронных двигателей серии А (11 и 12 габариты) при неучете характеристики момента сопротивления приводимого механизма. Указанная серия двигателей имеет пределы изменения номинальных мощностей от 100 до 400 квт и номинальные напряжения 0,38 и 6 кв. Результаты расчетов показали, что погрешности в определении активных потерь и параметров режима асинхронных двигателей не превышает 2—3%, если отклонения напряжения и частоты находятся в пределах технических норм ГОСТ 13109-67.

Для значительных величин отклонений напряжения и частоты неучет характеристики момента сопротивления дает погрешность в определении $s, \Delta P$ и Q порядка 10—20%. Ниже предлагается приближенный критерий, определяющий область возможных расчетов режимов без учета характеристики момента сопротивления:

$$0,98 \leq \left[\frac{n_0}{n_n} f (1-s) \right]^q \leq 1,02 \quad (18)$$

при $\Delta m > 0,7$.

Если условие (18) выполняется, погрешность в определении Q , ΔP и s не превышает 8—10% и можно для практических расчетов момент сопротивления приводимого механизма считать постоянным.

Приложение. Требуется рассчитать дополнительные потери активной мощности $\delta\Delta P$ и отклонения оборотов ротора δn , активной и реактивной мощностей δP и δQ в заданном режиме по сравнению с их значениями в номинальном режиме, а также рассчитать токи статора и ротора для двигателя А-113-2, 11 габарит.

Исходные данные и результаты расчета сведены в таблице.

Исходные данные								
P , квт	U_H , кв	η	$\cos \varphi_H$	ΔP_{1H}	ΔP_{2H}	ΔP_{3H}	ΔP_{4H}	ΔP_{5H}
				квт				
400	3	0,937	0,91	6,82	5,44	6,44	4	4
b_H	s_H	q	m_{co}	Δm	α	f	U	β
В относительных единицах								
2,1	0,0133	3	0,15	0,85	1	1	0,8	1
Результаты расчета								
δn	δP_1	δQ	$\delta \Delta P$	$\frac{I_2}{I_{2H}}$		$\frac{I_1}{I_{1H}}$		
В % от номинальных значений								
-1,2	-2,17	17,6	18,8	1,28		1,25		

Выводы. 1. Для короткозамкнутых асинхронных двигателей разработан алгоритм расчета активных потерь и параметров режима, характеризующих экономическую эффективность его работы, в функции коэффициента загрузки, характеристики момента сопротивления приводимого механизма, а также отклонения частоты и напряжения на его зажимах.

2. Составленная на основании алгоритма программа для ЦВМ «Урал-3» применима для расчетов, как в случае неизменных в течение рассматриваемого времени отклонений напряжения, частоты и нагрузки двигателя, так и когда двигатель работает при переменных нагрузке, напряжении и частоте. В случае переменных величин α , U , f область применения разработанной программы ограничена.

3. Для двигателей серии А, 11 и 12 габаритов предложен приближенный критерий, определяющий область возможных расчетов режима без учета характеристики момента сопротивления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Солдаткина Л. А., К вопросу об определении экономических характеристик однофазного асинхронного двигателя, Труды ЭЭФ, МЭИ, изд. МЭИ, 1963.

2. Богданов В. А., К оценке влияния напряжения на экономическую эффективность работы асинхронного двигателя, Изв. вузов, «Энергетика и транспорт», 1966, № 3.

3. Карпов Ф. Ф., Солдаткина Л. А., Регулирование напряжения в электросетях промышленных предприятий, изд-во «Энергия», 1970.

4. Сыромятников И. А., Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей, Госэнергоиздат, 1963.

5. Демидович Б. П., Марон И. А., Основы вычислительной математики, изд-во «Наука», 1966.

6. Милн В. Э., Численный анализ, Изд-во иностранной литературы, 1951.

[25.10.1971]

УДК 621.318.13:669.14.018.583—122.2.001.4

Характеристики анизотропной стали под разными углами к направлению прокатки

Канд. техн. наук Л. И. ДОРОЖКО

Энергетический институт им. Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

При разработке различных ферромагнитных устройств, в частности аппаратов, управляемых поперечным подмагничиванием, возникает необходимость в изучении электромагнитных характеристик холоднокатаной электротехнической стали под разными углами φ к направлению прокатки. В настоящее время наибольшее распространение в электротехнике получила холоднокатаная сталь с ребровой текстурой, обладающая резко выраженной анизотропией магнитных свойств. Наилучшие магнитные свойства такая сталь обнаруживает в направлении прокатки (при $\varphi=0$), наихудшие (в зависимости от величины намагничивающего поля) — под углами $\varphi=55^\circ$ или 90° .

В анизотропной стали, если она не насыщена, вектор индукции \vec{B} не совпадает по направлению с вектором напряженности внешнего поля \vec{H} (рис. 1). В бесконечно протяженном (в любом направлении) стальном листе угол ψ между векторами \vec{B} и \vec{H} является только функцией величины и направления внешнего поля: $\psi=f(H, \varphi)$. При этом вектор напряженности поля в стали \vec{H}_c совпадает по направлению с вектором напряженности внешнего поля \vec{H} , а величина и направление вектора магнитной индукции \vec{B} в основном определяются (при заданном \vec{H}) энергией магнитной анизотропии [Л. 1]. Вектор \vec{B} может быть разложен на две составляющие: вектор \vec{B}_H , направленный вдоль вектора напряженности \vec{H} (значение этой

составляющей определяется при измерении характеристик намагничивания стали в заданном направлении), и вектор \vec{B}_n , нормальный к \vec{H} .

На практике электромагнитные характеристики анизотропной стали под разными углами к направлению прокатки измеряются, в частности, в аппаратах Эпштейна, феррометрах и т. д. на образцах, составленных из полос стали определенной ширины, нарезанных под углом φ к направлению прокатки. При этом стальные полосы в образце могут быть уложены произвольно.

В этом случае существенное влияние на величину и взаимное расположение векторов поля в стали может оказывать размагничивающее поле формы, определяемое конечными по ширине размерами образца. Напряженность этого поля \vec{H}_n направлена встречно нормальной составляющей индукции \vec{B}_n , а вектор напряженности поля в стали \vec{H}_c , представляющий собой геометрическую сумму векторов \vec{H} и \vec{H}_n , при этом уже не совпадает с направлением вектора напряженности внешнего поля \vec{H} (рис. 1). Изменяется также величина и направление вектора \vec{B} , а следовательно, и значение его проекции B_H на направление внешнего поля. Размагничивающее поле формы зависит от ширины стальной полосы, и, следовательно, на образцах одной и той же стали, собранных из полос различной ширины, получаются различные электромагнитные характеристики.

Таким образом характеристики, измеряемые на полосовых образцах, нарезанных под углом φ к оси прокатки, вообще говоря, не будут соответствовать действительным характеристикам анизотропного материала в заданном направлении.

Наибольшая методическая погрешность измерения, определяемая конечными размерами стальных пластин по ширине, будет в том случае, если направления легкого намагничивания во всех пластинах образца параллельны друг другу, образуя с продольной осью образца угол φ одного знака. При этом векторы нормальной составляющей индукции \vec{B}_n во всех пластинах направлены в одну сторону (рис. 2,а), и влияние намагничивающего поля формы на характеристику намагничивания образца оказывается наибольшим.

Погрешность измерения характеристик можно существенно уменьшить, если собирать пластины по способу, показанному на рис. 2,б, описанному, в частности, в [Л. 2]. Этот способ заключается в том, что нарезанные под углом φ к оси прокатки пластины собираются в образце с чередованием углов $+\varphi$ и $-\varphi$. При этом вектор нормальной составляющей индукции \vec{B}_n в каждой последующей пластине оказывается направленным встречно аналогичному вектору предыдущей пластине. При таком направлении указанных векторов поперечный магнитный поток $\Phi_n = s_n B_n$ (где s_n — сечение пластины, ортогональное \vec{B}_n) вне стали замкнется по кратчайшему пути, который определяется только толщиной изоляции пластин и неплотностью их сборки в образце. При этом вектор напряженности намагничивающего поля \vec{H}_n практически равен нулю, и, следовательно, векторы \vec{H} и \vec{H}_c можно считать совпадающими по направлению в пространстве.

При сборке полюс по способу рис. 2,б часть поперечного магнитного потока крайних пластин (верхней и нижней) вынуждена замыкаться по воздуху, что может внести определенную погрешность в измерения, особенно при малом количестве пластин в образце. Чтобы избежать этого недостатка, образцы следует собирать из четного количества пластин так, чтобы боковые потоки замыкались в пределах каждой пары пластин (рис. 2,в). Такой способ обеспечивает наименьшее влияние намагничивающего фактора.

Представляет интерес исследование зависимостей угла ψ от направления и интенсивности поля. Такие зависимости, в частности, необходимы для расчета характеристик намагничивания холоднокатаной текстурованной стали во взаимно ортогональных полях [Л. 3].

Угол ψ можно определить экспериментальным путем, измеряя V_H и V_n . Отношение проекций $V_n/V_H = \text{tg } \psi$.

На рис. 3 показаны характеристики $\psi(\varphi, V_H)$, полученные для холоднокатаной электротехнической стали марки Э330. Характеристики измерялись в феррометре У542 на образцах, собранных по способу рис. 2,в из 16 полос стали шириной 30 мм, и толщиной 0,35 мм. Нормальная составляющая индукции B_n рассчитывалась по средней э. д. с., наведенной на измерительной катушке w_n (рис. 2,в). Катушка наматыва-

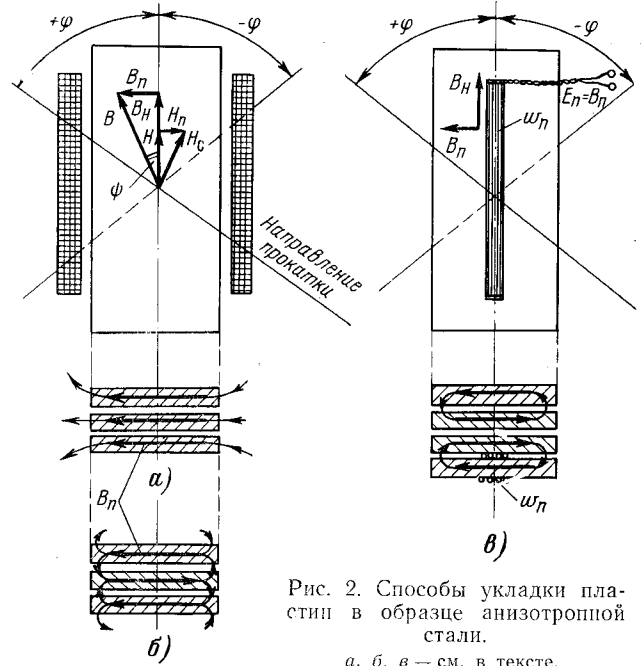


Рис. 2. Способы укладки пластин в образце анизотропной стали.

а, б, в — см. в тексте.

лась w_n одной из пластин образца вдоль ее оси проводом толщиной 0,1 мм. Немagnetный зазор между соседними пластинами при этом составлял 0,15 мм. Индукция B_H определялась с помощью соответствующей измерительной катушки феррометра. Знак угла ψ между векторами \vec{B} и \vec{H} контролировался с помощью электронного осциллографа.

Как следует из рис. 3, во всем исследованном диапазоне значений B_H (примерно от 0,3 до 1,8 тл) угол ψ имеет наименьшие значения при $\varphi=0^\circ$ и 90° . При возрастании φ от 0° до 40° угол ψ также возрастает, в то время как при дальнейшем увеличении φ угол ψ начинает уменьшаться по абсолютной величине. При намагничивании стали под углами $\varphi \geq 60^\circ$ угол ψ между векторами \vec{B} и \vec{H} при определенных значениях поля становится отрицательным. Перемена знака угла ψ означает, что при этом изменяется взаимное расположение векторов \vec{B} и \vec{H} . Если при значениях угла φ от 0° примерно до 55° вектор \vec{B} ближе, чем вектор \vec{H} , к оси легкого намагничивания y , то при $\varphi \geq 60^\circ$ картина изменяется на обратную, и вектор $\vec{B} = \vec{B}_1$ становится дальше от оси y (и соответственно ближе к оси x), чем вектор $\vec{H} = \vec{H}_1$ (рис. 1).

Для каждого фиксированного значения φ зависимость $\psi(B_H)$ имеет примерно один и тот же качественный характер. При возрастании B_H абсолютное значение угла ψ сначала уменьшается, доходит до минимума и затем снова начинает возрастать, переходя через максимум. При стремлении B_H к значению, соответствующему индукции насыщения, угол ψ при всех значениях φ в соответствии с теорией ферромагнетизма [Л. 1] должен стремиться к нулевому значению.

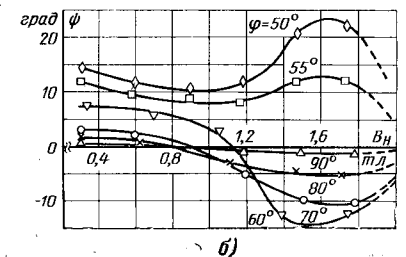
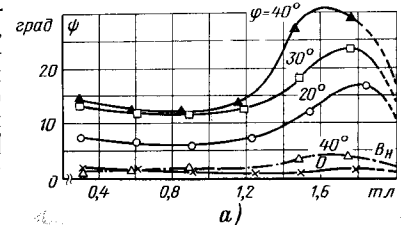


Рис. 3. Зависимость угла ψ между векторами \vec{B} и \vec{H} от интенсивности и направления поля. а — $0^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ$, в — $50^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Сплошные линии — пластины собраны по способу рис. 2,в; штрих-пунктирная линия — то же по способу рис. 2,а.

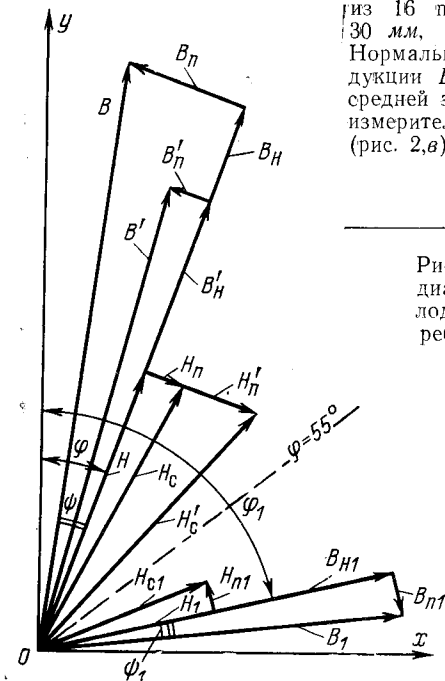


Рис. 1. Векторная диаграмма поля в холоднокатаной стали с ребровой текстурой.

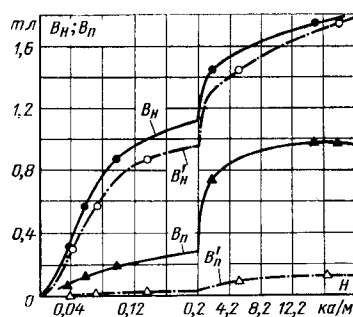


Рис. 4. Составляющие вектора магнитной индукции \vec{B} в функции напряженности внешнего поля при намагничивании под углом $\varphi=40^\circ$.

Сплошные линии — пластины собраны по способу рис. 2,а; штрих-пунктирные линии — то же по способу рис. 2,а.

Приведенные экспериментальные характеристики $\psi(\varphi, B_H)$ для холоднокатаной стали в значительной мере соответствуют аналогичным характеристикам, рассчитанным для идеального (т. е. однородного без внутренних напряжений) монокристалла железа при его намагничивании в диагональной плоскости $\{110\}$, совпадающей с плоскостью листа из стали с ребровой текстурой [Л. 4]. Наибольшее расхождение характеристик наблюдается при малых индукциях B_H , когда особенно сильно сказывается влияние структурной неоднородности и внутренних напряжений реальной стали на ее характеристики намагничивания.

На рис. 3 показана также кривая $\psi(B_H)$ для $\varphi=40^\circ$, полученная на образце из той же стали Э330, но собранном по способу рис. 2,а. Как видно из рисунка, угол ψ в этом случае на порядок меньше угла ψ , измеренного на образце, собранном по способу рис. 2,в. Аналогичные соотношения были также получены на образцах, нарезанных под другими углами к направлению прокатки ($\varphi=20; 30$ и 70°).

На рис. 4 показаны зависимости составляющих вектора \vec{B} от напряженности внешнего поля H для образцов, нарезанных под углом $\varphi=40^\circ$ к оси прокатки. Как следует из рис. 4, наличие размагничивающего поля формы при неизменном значении напряженности внешнего поля \vec{H} приводит к уменьшению составляющих индукции B_H и B_n , причем особенно резко падает нормальная составляющая B_n .

Уменьшение составляющей индукции B_H под действием размагничивающего поля можно объяснить следующим образом. При намагничивании анизотропной стали в произвольном направлении вектор \vec{B} всегда смещен относительно вектора внешнего поля \vec{H} в область более легкого намагничивания. В ту же сторону направлен и вектор \vec{B}_n (рис. 1). Поэтому вектор размагничивающего поля формы \vec{H}'_n , направленный встречно вектору нормальной индукции \vec{B}'_n , всегда поворачивает вектор напряженности поля в стали \vec{H}'_c так, что он ориентируется в направлении более трудного, по сравнению с направлением вектора \vec{H} , намагничивания. В итоге результирующий вектор индукции \vec{B} не только поворачивается вслед за вектором \vec{H}'_c , но и заметно уменьшается при этом по модулю ($B' < B$). Это уменьшение столь существенно, что про-

является также в уменьшении проекции B'_H этого вектора на направление вектора напряженности внешнего поля \vec{H} .

Отмеченное влияние размагничивающего поля наиболее сильно проявляется в слабых полях. В соответствии с данными [Л. 2] уменьшение индукции B_H при $H=20$ а/м достигает 75%, а при $H=2500$ а/м — всего 10% (для $\varphi=40^\circ$).

Аналогичный вывод можно также сделать на основании рис. 4. С ростом напряженности внешнего поля H кривые $B_H(H)$ для обоих случаев намагничивания сближаются и в точке, соответствующей насыщению стали, должны слиться в одну кривую. В частности, для $\varphi=40^\circ$ это практически имеет место при напряженности внешнего поля $H \approx (40-50)$ а/м.

Кривые $B_n, B'_n(H)$, в свою очередь, с ростом H сначала возрастают, а затем начинают уменьшаться, стремясь к нулю в области, близкой к насыщению. Это объясняется тем, что в полях, соответствующих высоким индукциям (свыше 1,6 тл для холоднокатаной стали), намагничивание стали в заданном направлении (т. е. возрастание составляющей индукции B_H с ростом H) происходит в основном за счет поворота практически неизменного по величине результирующего вектора индукции \vec{B} в направлении вектора напряженности внешнего поля \vec{H} . При этом, естественно, уменьшается не только угол ψ между векторами \vec{B} и \vec{H} , но и нормальная составляющая индукции B_n .

В области, близкой к насыщению, угол $\psi \approx 0$ и векторы \vec{B} и \vec{H} можно считать совпадающими по направлению в пространстве. Следовательно, в этой области намагничивания анизотропную сталь можно в первом приближении рассматривать как изотропную, характеристика намагничивания которой в произвольном направлении при измерении ее на полосовых образцах практически не зависит от способа укладки пластин в образце.

В более слабых полях, когда холоднокатаная сталь далека от насыщения и наиболее сильно сказывается ее анизотропия, способ укладки пластин в образце имеет существенное значение. В этом случае для правильного определения на полосовых образцах характеристик анизотропного материала при намагничивании его в произвольном направлении необходимо производить измерения на образцах, собранных по способу рис. 2,в.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бозорт Р., Ферромагнетизм, Изд-во иностранной литературы, 1956.
2. Дружинин В. В., Куренных Л. К., Чистяков В. К., Исследование характеристик холоднокатаной электротехнической стали под разными углами к направлению прокатки, «Электричество», 1971, № 3.
3. Дорожко Л. И., Расчет характеристик анизотропной стали при поперечном подмагничивании, Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1970, № 1.
4. Bozorth R., The theory of the Ferromagnetic Anisotropy of Single Crystals, Physical Review, 1932, v. 42, № 6.

[23.8.1971]

ПОПРАВКА

В статье Р. Т. Левшунова, А. А. Новикова и Л. Ф. Храмова «Разрядные напряжения изоляторов с неодинаковой проводимостью загрязнения» («Электричество», 1971, № 11) допущена ошибка. На рис. 2 статьи по оси ординат ($U_{гр}$) вместо цифр 2, 4, 6, 8, 10, 14 следует соответственно читать 4, 6, 8, 10, 14, 20.

Уравнения динамических петель гистерезиса

Канд. техн. наук М. А. ПАНАСЕНКОВ

Московский энергетический институт

В [Л. 1] показано, что для математического описания статических петель гистерезиса, имеющих самую разнообразную форму, хорошие результаты дает уравнение:

$$B = C \frac{H + b}{H + a}, \quad (1)$$

причем для восходящей и нисходящей ветвей петли гистерезиса соответственно $b = \mp H_c$, где H_c — коэрцитивная напряженность магнитного поля, а для средней кривой $b = 0$. Коэффициенты a и C для средней кривой, восходящей и нисходящей ветвей могут иметь разные значения и определяются с помощью экспериментально снятой петли гистерезиса.

Уравнения типа (1) могут применяться и для динамических петель гистерезиса [Л. 2], но в этом случае коэффициент b является функцией мгновенного значения индукции магнитного поля.

В практических расчетах обычно используют зависимость $H = f(B)$. В этом случае динамическую петлю удобно представить в виде суммы двух функций: симметричной относительно оси B функции $H_{\pi} = f_{\pi}(B)$ и средней кривой $H_{ср} = f_{ср}(B)$, для расчета которых рекомендуются следующие уравнения:

$$H_{ср} = a \frac{B}{C - B}; \quad (2)$$

$$H_{\pi} = \frac{H_c C_1 - H_{\Phi} B}{C_1 - B} \sqrt{1 - \left(\frac{B}{B_m}\right)^2}, \quad (3)$$

где H_c — значение напряженности магнитного поля при нулевой индукции; B_m — максимальное значение индукции. Постоянные a , C , C_1 , H_{Φ} и H_c , как и в случае статических петель, определяются с помощью экспериментально полученной петли гистерезиса.

Истинное значение напряженности

$$H = H_{ср} \pm H_{\pi}, \quad (4)$$

причем знак плюс соответствует восходящей ветви, а знак минус — нисходящей. Необходимо отметить, что выражения (2)–(4) справедливы только для верхней половины кривых. Для описания нижней половины кривых надо поменять знак перед H .

Рассмотрим в качестве примера показанную на рисунке петлю гистерезиса стального кольца (толщина 15 мм, ширина 87,5 мм, средний диаметр 238 мм), которая получена с помощью двухлучевого электронного осциллографа при промышленной частоте.

Для определения постоянных в (2) и (3) на экспериментальной петле вблизи наиболее широкой части (для увеличения точности) выбираем два значения индукции B_1 и B_2 (на рисунке $B_1 = 0,4$ тл; $B_2 = 0,55$ тл). Определив для выбранных B_1 и B_2 четыре значения напряженности $H_{\pi 1}$, $H_{\pi 2}$, $H_{ср 1}$ и $H_{ср 2}$, находим:

$$H_{ср 1} = \frac{H_{\pi 1} + H_{\pi 1}}{2}; \quad H_{ср 2} = \frac{H_{\pi 2} + H_{\pi 2}}{2};$$

$$H_{\pi 1} = H_{\pi 1} - H_{ср 1};$$

$H_{\pi 2} = H_{\pi 2} - H_{ср 2}$ (для петли, приведенной на рисунке, $H_{\pi 1} = 8200$ а/м; $H_{\pi 2} = 8100$ а/м; $H_{ср 1} = 1000$ а/м; $H_{ср 2} = 2500$ а/м; $H_{\pi 1} = 4600$ а/м; $H_{\pi 2} = 5300$ а/м; $H_{ср 1} = 3600$ а/м; $H_{ср 2} = 2800$ а/м). Используя эти величины, а также непосредственно определяемые H_c и B_m , постоянные в (2) и (3) можно найти по формулам:

$$a = \frac{\frac{B_2}{B_1} - 1}{\frac{H_{ср 2}}{H_{ср 1}} - \frac{B_2}{B_1}} H_{ср 2}; \quad (5)$$

$$C = \frac{\frac{H_{ср 2}}{H_{ср 1}} - 1}{\frac{H_{ср 2}}{H_{ср 1}} - \frac{B_2}{B_1}} B_2; \quad (6)$$

$$H_{\Phi} = \frac{\lambda \frac{B_2}{B_1} H_{\pi 2} - H_{\pi 1}}{\lambda \frac{B_2}{B_1} \sin x_2 - \sin x_1}; \quad (7)$$

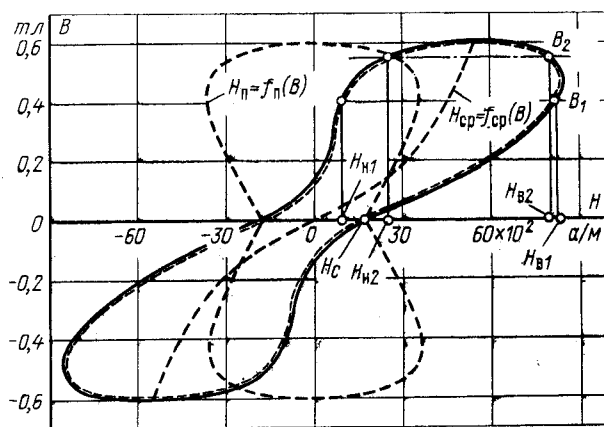
$$C_1 = B_1 \frac{H_{\pi 1} - H_{\Phi} \sin x_1}{H_{\pi 1} - H_c \sin x_1}, \quad (8)$$

где

$$\sin x_{1,2} = \sqrt{1 - \left(\frac{B_{1,2}}{B_m}\right)^2};$$

$$\lambda = \frac{H_{\pi 1} - H_c \sin x_1}{H_{\pi 2} - H_c \sin x_2}.$$

Для петли гистерезиса, приведенной на рисунке, постоянные равны: $B_m = 0,6$ тл, $H_c = 1750$ а/м; $a = -8800$ а/м; $C = -0,366$ тл; $\lambda = 1,092$; $H_{\Phi} = -4170$ а/м; $C_1 = 1,165$ тл. Рассчитанные по (2)–(4) при указанных значениях коэффициентов симметричная кривая $H_{\pi} = f_{\pi}(B)$ и полная петля гистерезиса показаны на рисунке пунктиром.



В заключение отметим, что знание аналитического выражения для петли гистерезиса позволяет решать ряд практически важных задач. Например, потери за один цикл перемагничивания равны площади петли гистерезиса, которая в свою очередь равна площади симметричной кривой $H_{\pi} = f(B)$:

$$W = \oint H_{\pi} dB. \quad (9)$$

Использование приведенных выше выражений позволяет получить удобную формулу для вычисления потерь:

$$W = \pi B_m H_c + 4 B_m (H_c - H_{\Phi}) k \left(1 + \frac{\pi}{2} k - 2\alpha \sqrt{k^2 - 1}\right), \quad (10)$$

где $k = \frac{C_1}{B_m}$; $\alpha = \arctg \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$.

При $H_{\Phi} = H_c$ из формулы (10) получается формула для эллипса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панасенков М. А., Аналитический метод учета нелинейности магнитной характеристики и потерь на гистерезис, Доклад научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ, 1967, МЭИ (секция электро-механическая).
2. Панасенков М. А., Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределенными параметрами, изд-во «Энергия», 1971.

К ВОПРОСУ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

В статье доктора техн. наук В. А. Веникова и канд. техн. наук Р. В. Шнелля¹, в частности, указывается на целесообразность, наряду с решением локальных задач, разработки общей программы автоматизации всего процесса проектирования ВЛ. Актуальность этого вопроса определяется дальнейшим количественным и качественным ростом проектирования и строительства ВЛ в СССР. Достаточно указать, что по сравнению с 1965—1970 гг., в девятом пятилетии годовой ввод линий 35 кВ и выше увеличится на 20%, а удельный вес строительства линий 500—700 кВ возрастет в два раза.

Усложнение проектирования ВЛ обуславливается также тем, что строительство линий электропередачи будет в большей мере, чем раньше, вестись в сложных условиях Севера, Сибири и Дальнего Востока страны.

Частичный переход на разработку технических проектов и составление технических смет вместо проектных заданий и сметно-финансовых расчетов для сложных и капиталоемких объектов дополнительно увеличивает затраты инженерного труда (около 40% на эти объекты). Повышение качества технической документации требует тщательного изучения данных многочисленных расчетов и детального анализа вариантов возможных технических решений. Все это диктует применение ЦВМ.

Нельзя сказать, что в этой области мало сделано. Кроме материалов, приведенных в названной статье, следует указать на работы Украинской и Грузинской Академий наук, подразделений Энергосетьпроекта и других организаций. Например, выполнены на ЦВМ систематические расчеты проводов и тросов (Белорусское и Грузинское отделения Энергосетьпроекта), расчеты унифицированных металлических, железобетонных и деревянных опор (Северо-Западное и Украинское отделения Энергосетьпроекта), нагрузки на фундаменты опор (Отделение Дальних передач) и др. Эти работы дали существенный технико-экономический эффект и ускорили проектирование ВЛ.

Вместе с тем разработка таких программ, как разбивка опор по профилю трассы, показала, что если не увеличивать объем задания и, следовательно, выдачи машинной итоговой данных, то значительной экономии времени по сравнению с разбивкой опор опытным проектировщиком не получается (при длине ВЛ 150—200 км). Следовательно, в этом случае требуется увеличить объем информации и усложнение задач, которые должна обработать и решить машина.

Например, на ЦВМ следует возложить не только разбивку опор по профилю и выбор их типа, но и высоты опор, а также вычисление нагрузок на фундаменты и выбор типа последних. Ссылка на ограниченность высоты унифицированных опор неправильна, так как для них имеются несколько подставок. Кроме того, в новой унификации разработаны конструкции для специальных условий, которые следует учитывать при окончательном выборе параметров опор. Такое решение позволит, особенно в горных районах, снизить расход материалов и капитальных затрат не менее, чем на 5—10% на 1 км ВЛ.

Правильно указывая на сложность решения полной автоматизации всего процесса проектирования ВЛ, авторы статьи вместе с тем излишне упрощают эту трудную задачу. Ведь не всегда основные вопросы электрической части проекта ВЛ достаточно полно и правильно решены в схемах развития энергосистемы или электрической сети. Часто между разработкой, утверждением этих схем и началом строительства проходит несколько лет; требуется дополнительная проверка обоснованности выбора основных параметров ВЛ и возможности ее продолжения по намеченному ранее направлению.

Развитие техники электропередачи выдвигает новые требования. В частности, становится все более ясным, что выбирая основные параметры ВЛ не только сверхвысоких напряжений, но и средних (400—300 кВ) нельзя ограничиваться только применением переменного тока. Настало время в число основных параметров электропередачи включать род тока, т. е. расчеты и обоснование выбора переменного или постоянного тока.

Во многих случаях без детальных совместных исследований и расчетов энергетиков, проектировщиков и изыскателей нельзя правильно выбрать направление трассы ВЛ. Так, например, было определено направление линии 500 кВ Куйбышев—Урал. Поэтому окончательный выбор направления и варианта трассы ВЛ должен входить как отдельный блок программы структурной схемы.

При выборе проводов приходится учитывать кроме экономических и такие факторы, как влияние загрязнений атмосферы на их прочность и пр. Поэтому более полным, вместо наименования «экономический выбор сечения и материала проводов», будет название соответствующего блока «технико-экономический выбор проводов». Для ВЛ с расщепленными проводами осложняется вопрос о количестве проводов в фазе; наблюдается тенденция увеличить их число при напряжении 330 кВ до трех, а при 500 кВ — до четырех.

Таким образом, техническое проектирование электропередачи все более усложняется и для повышения его качества необходима комплексная разработка энергетических, электрических и строительно-конструктивных вопросов. Представляется, что это положение недостаточно отражено в структурной схеме комплексного алгоритма математической модели процесса проектирования современной сложной ВЛ (см. рис. 1 обобщаемой статьи).

В итоге глобальная программа автоматизации проектирования такой ВЛ по нашему мнению должна охватывать следующие основные элементы проекта.

1. Определение назначения ВЛ.
2. Выбор рода тока и напряжения ВЛ с учетом надежности и качества электроснабжения потребителей.
3. Выбор количества цепей.
4. Определение напряжения и пунктов примыкания электропередачи.
5. Выбор трассы ВЛ.
6. Определение сечения проводов и их количества в фазе. Выбор марки проводов.
7. Выбор защиты от коммутационных и атмосферных перенапряжений, изоляций, типа заземлителей и тросов.
8. Определение экономического пролета.
9. Выбор защиты от гололеда и пляски проводов и тросов.
10. Выбор материала и схем опор.
11. Расчет проводов и тросов.
12. Расчет опор и их фундаментов.
13. Расчет влияний ВЛ на линии связи и пр.
14. Разбивка опор по профилю с расчетом переходов и выбором типа опор, их высоты и фундаментов.
15. Расчеты и проектирование переустройств.
16. Расчет монтажных кривых проводов и тросов с учетом вытяжки.
17. Составление спецификации.
18. Определение объемов работ.
19. Подсчеты необходимой рабочей силы и механизмов.
20. Прочие расчеты по сооружению ВЛ (включая сетевой график) и ее эксплуатации.
21. Административно-диспетчерская связь.
22. Релейная защита.
23. Техническая смета.

¹ Моделирование и автоматизация процесса проектирования энергетических объектов, «Электричество», 1970, № 8.

В соответствии с этим перечнем должна быть изменена и усложнена структурная схема процесса проектирования линии электропередачи. Значительная часть отдельных блоков этой программы уже в той или иной степени разработана, но не имеет общего языка и методики. Для ускорения разработки общей программы в институте Энергосетьпроект ведется подготовительная работа.

Так как составление и осуществление глобальной программы потребует ни один год, то целесообразно использовать и предлагаемую в рассматриваемой статье структурную схему комплексного алгоритма для менее сложных ВЛ и электропередач, для которых все их основные параметры были с до-

статочной полнотой и без значительного разрыва во времени определены в схемах развития энергосистемы или электрической сети.

Выводы. 1. Вопросы, поставленные в названной статье, весьма актуальны и требуют детального обсуждения.

2. Объем задач, которые должна решить ЦВМ по проектированию современных сложных, особенно системообразующих и межсистемных электропередач, целесообразно расширить, благодаря чему будет достигнута существенная экономия инженерного труда и повышено качество проектирования ВЛ.

Инж. В. В. Овсенко

ОТ РЕДАКЦИИ

В редакцию поступил отклик гг. Д. А. Арзамасцева и П. И. Бартоломея, в котором содержатся критические замечания по статье В. С. Хачатряна «Расчет режима энергосистем с тепловыми станциями при учете режимных ограничений», опубликованной в журнале «Электричество», 1971, № 2.

Авторы отклика указывают, в частности, что примененный в статье метод учета ограничений в форме неравенств (метод Валлентайна), требует перебора вариантов, количество которых равно 3^R , где R — число ограничений. Это может приводить при реально встречающемся числе ограничений к неприемлемо большому объему вычислительных операций. Указывается также на отсутствие в статье анализа сходимости метода.

В. С. Хачатрян в своем ответе указывает некоторые пути преодоления указанных недостатков, а также сообщает, что в настоящее время завершается разработка программы по предложенному алгоритму.

Учитывая, что возможность практической реализации предложенной методики будет зависеть от дальнейшей работы над программой, включая и опробование, в ходе которой методика может подвергнуться изменению, а также то, что рассматриваемый вопрос представляет интерес для сравнительно узкого круга специалистов, редакция приняла решение воздержаться от опубликования дискуссии.

Вместе с тем редакция обращает внимание авторов статей по вопросам разработки методов и алгоритмов решения тех или иных задач с использованием вычислительных машин на необходимость в дальнейшем включения в статьи сопоставления предлагаемого метода с существующими ранее и результатов экспериментальных расчетов. Статьи по методам, не прошедшим экспериментальной проверки, как правило, не будут приниматься для опубликования.

Редколлегия журнала «Электричество»



Выработка электроэнергии европейскими странами в 1970 г., Гвт·ч (по данным ООН)

Страны	Чистое производство				Импорт	Экс-порт	Страны	Чистое производство				Импорт	Экс-порт
	Всего	ТЭС	ГЭС	АЭС				Всего	ТЭС	ГЭС	АЭС		
Австрия	30 011	8 783	21 227		1 382	6 807	Норвегия	57 204	196	57 008		800	1 636
Болгария	19 513	17 361	2 152		101	210	Польша ²	59 871	57 995	1 876		1 560	1 506
Великобритания	230 867	202 413	5 661	22 793	556	6	Португалия	7 217	1 506	5 711		61	43
Венгрия	14 537	14 448	89		3 681	287	Румыния	35 051	32 279	2 772		28	2 430
ГДР ¹	67 650						СССР ¹	740 926	616 549**	124 377			
Греция	9 399	6 769	2 630		41	19	ФРГ ³	226 919	203 771	17 480	5 668	14 075	6 324
Дания	18 865	18 865			4 194*		Финляндия	21 258	11 920	9 338			
Ирландия	5 653	4 855	798		0		Франция	137 646	77 117	55 381	5 148	4 363	4 857
Испания	53 904	25 506	27 540	858	213	1 727	Чехословакия	41 540	37 892	3 648		4 525	1 129
Италия	112 922	66 185	41 189	3 001	4 671	707	Швейцария	34 886	3 613**	31 273		3 705	9 730
Кипр	580	580					Швеция ¹	60 646	19 051	41 539	56	6 613	2 555
Нидерланды	39 148	38 801		347	27	368	Югославия	26 121	11 379	14 742		311	163

¹ Валовое производство.

² Полунетто производство.

³ Данные, представленные ООН, относятся к ФРГ и Западному Берлину, в отношении которого отдельных данных не имеется.

* Сальдо импорта и экспорта.

** Включая выработку и на АЭС. Выработка электроэнергии в США приведена за 1969 г. и составляет 1 552 299 Гвт·ч (чистое производство). Из них на ТЭС и АЭС — 1 298 937 Гвт·ч, на ГЭС — 253 362 Гвт·ч и на АЭС — 13 898 Гвт·ч. Импорт составил 3 347 Гвт·ч, а экспорт 4 877 Гвт·ч.



Д. Б. Монтгомери «ПОЛУЧЕНИЕ СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ СОЛЕНОИДОВ» (Магнитные и механические свойства конструкций из обычных и сверхпроводящих материалов).

Пер. с англ. под ред. Н. Е. Алексеевского, изд-во «Мир», 1971.

Магнитные поля напряженностью от десятков до сотен килоэрстед (а в некоторых случаях и до нескольких мегаэрстед) достаточно широко используются в физике твердого тела, физике плазмы, термоядерных исследованиях и других областях науки. В последние годы импульсные сильные и сверхсильные магнитные поля находят применение также и в промышленности.

Хотя физические основы расчета магнитных систем просты, проблемы их рационального конструирования не тривиальны, а технические расчеты громоздки и для их проведения требуется большой опыт расчетчика. Поэтому выход в свет в издательстве «Мир» на русском языке книги Д. Б. Монтгомери является весьма полезным и своевременным.

Книга состоит из восьми глав и предисловия.

В первой и второй главах рассматриваются самые простые соленоидные системы с постоянной и переменной плотностью тока, приводятся необходимые расчетные формулы и графики, обсуждаются методы согласования соленоидов с источниками питания. Показывается преимущество соленоидов с переменной плотностью тока, обеспечивающих лучший к. п. д. системы — более высокие напряженности магнитного поля при меньшей рассеиваемой мощности.

Третья и четвертая главы посвящены вопросам охлаждения соленоидов, приведены необходимые гидравлические расчеты, рассмотрена связь гидравлических параметров с эффективностью соленоидов, принципы использования составных обмоток. Особое внимание уделено дисковым обмоткам, как наиболее рациональным для магнитных систем с неоднородным распределением тока. Кратко рассмотрены принципы построения программы ЦВМ для расчета оптимальных систем охлаждения. Большое внимание уделено вопросам конструирования соленоидов как с однородным, так и с неоднородным распределением плотности тока. Обсуждается опыт организации работ на установках такого типа.

Пятая глава посвящена механическим нагрузкам, действующим на обмотку соленоида. Приведены принципы и расчетные соотношения для точного и приближенного определения механических напряжений в обмотках. Даны соотношения для расчета сил взаимодействия между катушками в системах с различным распределением плотности тока.

В шестой главе рассматриваются сверхпроводящие соленоидные магнитные системы. Основное внимание уделено во-

просам минимизации объема катушки и количества используемого сверхпроводящего материала. Обсуждаются проблемы однородности поля в рабочем объеме, оптимального распределения плотности тока — специфические проблемы сверхпроводящих соленоидов. Исследуются вопросы стабилизации, использования комбинированных проводников и распределения плотности тока и температуры в них. Рассмотрены принципы конструирования как самих соленоидов, так и криостатов для них.

Седьмая глава посвящена разбору импульсных соленоидальных систем. В начале главы приведены хорошо известные соотношения для RCL -цепи и поля. Указаны принципы конструирования импульсных соленоидов с однородным и неоднородным распределением тока, их нагрев и возможности систем с низкой начальной температурой.

В восьмой главе рассматриваются методы расчета распределения магнитного поля в различных точках объема как цилиндрических, так и некруглых катушек, описываются некоторые способы создания заданного распределения поля. Приводятся необходимые расчетные соотношения и графический материал.

При подготовке текста книги на русском языке переводчиком и редакторам удалось сохранить стиль изложения автора и, хотя книга изобилует выкладками и насыщена графическим материалом, она легко читается. Перевод выполнен профессионально на хорошем научном уровне. При редактировании проделана большая работа по расширению библиографии и пояснению ряда неточностей, допущенных автором.

Книга Д. Б. Монтгомери является, по-видимому, первой попыткой изложить с единой точки зрения принципы и методы расчета магнитных соленоидных систем, что делает ее в определенной степени уникальной и весьма ценной. Она безусловно будет интересна научным сотрудникам, работающим в различных областях современной физики, а также студентам старших курсов физических и энергетических специальностей. Особый интерес она представляет для инженеров, занимающихся расчетом и конструированием мощных магнитных систем различного типа. Инициатива издательства «Мир», взявшего на себя труд по организации издания этой книги, будет несомненно с одобрением встречена научной общественностью.

Канд. физ.-мат. наук Ф. Николаев



РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Л. А. Жекулин, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (зам. главного редактора), Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, Д. В. Разевиг (главный редактор), А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.

Адрес редакции: Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Сдано в набор 18/1 1972 г.
Формат бумаги 60×90¹/₈
Тираж 10 354 экз.

Подписано к печати 3/III 1972 г.

Усл. печ. л. 12

Цена 80 коп.

T-01577

Уч.-изд. л. 14,57

Зак. 1021

Московская типография № 10 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР. Шлюзовая наб., 10.

СОДЕРЖАНИЕ

<p>В. М. Горнштейн, О. И. Лебедева, С. А. Совалов, В. Я. Чепига и А. Г. Юровский — Планирование суточного режима ЕЭС с помощью ЦВМ</p> <p>Н. А. Мельников, Ю. С. Железко, Л. А. Солдаткина — Влияние различных факторов на погрешность определения емкостных проводимостей воздушных линий сверхвысокого напряжения</p> <p>И. Ф. Половой, В. Р. Окорок, А. Ф. Воронкин, Н. В. Цимерская — Об оценке надежности схем грозозащиты подстанций</p> <p>А. П. Коршунов — Выбор модели сельских разветвленных электрических сетей</p> <p>К. С. Дмитриев, В. Е. Казанский — Ток небаланса фильтра тока нулевой последовательности при глубоком насыщении трансформаторов тока</p> <p>М. С. Микляев — К определению качества электроэнергии при работе синхронных генераторов соизмеримой мощности</p> <p>Л. Л. Леймонт, Е. Е. Бродецкая — Прогнозирование значений контролируемых параметров электротехнических устройств</p> <p>А. Д. Поздеев, Н. В. Донской — Влияние неполной управляемости вентиляльных преобразователей на устойчивость замкнутых систем</p> <p>Г. М. Флидлер — «Интегрально-энергетический» метод расчета нестационарных процессов в нелинейных массивных магнитопроводах</p> <p>Р. А. Вайнштейн, А. В. Шмойлов и А. Х. Мусин — Анализ и расчет параметрического делителя частоты с изменяющейся индуктивностью</p> <p>М. М. Лернер — Расчет потерь в электрическом конденсаторе при импульсном воздействии с произвольной скважностью</p> <p>А. В. Иванов-Смоленский, М. С. Мнацаканян — Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с однофазной зубчатостью</p>	<p>1</p> <p>5</p> <p>10</p> <p>18</p> <p>22</p> <p>28</p> <p>32</p> <p>36</p> <p>42</p> <p>49</p> <p>52</p> <p>57</p>	<p>Б. Л. Алиевский, А. И. Бертинов и Ю. Г. Павлов — Анализ внутренних условий самовозбуждения генераторов постоянного тока</p> <p>А. С. Сандлер, А. Н. Семешко — Автономный двухдвигательный бесконтактный электропривод переменного тока для механизмов с вентиляторной нагрузкой</p> <p>Р. А. Кулесский — Синтез оптимальных передаточных функций в системах подчиненного регулирования параметров электропривода</p> <p>ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ</p> <p>В. И. Ларченко — Электромагнитный момент шаговых электродвигателей</p> <p>Г. В. Иванова — Расчет параметров однофазных асинхронных двигателей в пусковом режиме</p> <p>М. Х. Зихерман — Характеристики намагничивания мощных трансформаторов</p> <p>СООБЩЕНИЯ</p> <p>В. В. Каменева и Э. А. Киреева — Определение местоположения главных понизительных или распределительных подстанций промышленных предприятий</p> <p>Ю. С. Русин — Тепловые потери в изоляции высоковольтных трансформаторов</p> <p>Р. А. Ермекова — Об эффективности работы асинхронного двигателя при отклонениях напряжения и частоты</p> <p>Л. И. Дорожко — Характеристики анизотропной стали под разными углами к направлению прокатки</p> <p>М. А. Панасенков — Уравнения динамических петель гистерезиса</p> <p>ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА</p> <p>БИБЛИОГРАФИЯ</p>	<p>61</p> <p>64</p> <p>69</p> <p>75</p> <p>77</p> <p>79</p> <p>83</p> <p>85</p> <p>86</p> <p>88</p> <p>91</p> <p>92</p> <p>94</p>
---	---	---	---



CONTENTS

<p>Forecasting Daily Operating Conditions of a Power Pool by Means of a Digital Computer—V. M. Gornstein, O. I. Lebedeva, S. A. Sovalov, V. J. Chapiga, A. G. Urovski</p> <p>How Different Factors Affect the Error in Determining the Capacitance of EHV Overhead Lines—N. A. Melnikov, U. S. Gjelesko, L. A. Soldatkina</p> <p>Appraising the Reliability of Lightning Protection Schemes for Substations—I. F. Polovoi, V. R. Okorokov, A. F. Voronkin, N. V. Tsimerskaya</p> <p>Selecting the Model for Branching Rural Networks—A. P. Korshunov</p> <p>Zero Sequence Filter Current Unbalance for Extreme Saturation of the Current Transformer—K. S. Dmitriev, V. E. Kazanski</p> <p>Determining the Quality of Electric Power for Joint Operation of Synchronous Generators of Comparable Rating—M. S. Miklaev</p> <p>Forecasting the Values of the Controlled Parameters of Electrical Apparatus—L. L. Leimont, E. E. Brodet-skaya</p> <p>How Incomplete Control of Electronic Convertors Affect the Stability of Closed Loop Systems—A. D. Pozdееv, N. V. Donskoi</p> <p>An Integral—Energy Method for Calculating Transients in Non—linear Massive Magnetic Circuits—G. M. Flidler</p> <p>Analysis and Design of a Parametric Frequency Divider with Variable Inductance—R. A. Weinstein, A. V. Smoilov, A. H. Musin</p> <p>Calculating Losses in a Capacitor for Pulses Applied at Arbitrary Intervals—M. M. Lerner</p> <p>An Analytical Method for Calculating the Magnetic Field in the Air Gap of Electrical Machines Having Teeth on One Side—A. V. Ivanov-Smolenski, M. S. Mnatsakanian</p>	<p>1</p> <p>5</p> <p>10</p> <p>18</p> <p>22</p> <p>28</p> <p>32</p> <p>36</p> <p>42</p> <p>49</p> <p>52</p> <p>57</p>	<p>Analysis of the Internal Conditions for Self Excitation of D. C. Generators—B. L. Alievski, A. I. Bertinov, U. G. Pavlov</p> <p>An Independent Two-Motor Contactless A. C. Drive for Mechanisms with a Fan Load—A. S. Sandler, A. N. Semeshko</p> <p>Synthesis of Optimum Transfer Functions in Subordinated Control Systems for the Parameters of an Electric Drive—R. A. Kuleski</p> <p>FROM OPERATING EXPERIENCE</p> <p>The Electromagnetic Torque of Step Type Motors—V. I. Larchenko</p> <p>Calculating the Parameters of Single—Phase Induction Motors for Starting Conditions—G. V. Ivanova</p> <p>Magnetization Characteristics of Large Transformers—M. H. Zicherman</p> <p>REPORTS</p> <p>Finding the Spots for the Main Step-down or Distribution Substation at Industrial Plants—V. V. Kameneva, E. A. Kireyeva</p> <p>Thermal Losses in the Insulation of High Voltage Transformers—U. S. Rusin</p> <p>The Efficiency of Induction Motors for Deviations in Voltage and Frequency—R. A. Ermekova</p> <p>The Characteristics of Anisotropic Steel at Different Angles with Respect to the Direction of Rolling—L. I. Dorodgko</p> <p>The Equations for Dynamic Hysteresis Loops—M. A. Panasenkov</p> <p>NOTES AND LETTERS</p> <p>BIBLIOGRAPHY</p>	<p>61</p> <p>64</p> <p>69</p> <p>75</p> <p>77</p> <p>79</p> <p>83</p> <p>85</p> <p>86</p> <p>88</p> <p>91</p> <p>92</p> <p>94</p>
---	---	---	---



УДК 621.311.004.13

Планирование суточного режима ЭЭС с помощью ЦВМ

Горюштин В. М., Лебедева О. И.,
Совалов С. А., Чепига В. Я., Юровский А. Г.
«Электричество», 1972, № 3

Изложены основные положения методики и алгоритма расчета оптимального режима объединенной энергосистемы по активной мощности, реализованных в программе для ЦВМ М-220 (БЭСМ-4). Описывается опыт ее применения в ЦДУ ЭЭС для планирования суточного режима. Показано, что применение ЦВМ для оперативного планирования суточного режима ЭЭС дает значительный экономический эффект. Библ. 6. Табл. 1.

УДК 621.315.1:621.3.011.4

Влияние различных факторов на погрешность определения емкостных проводимостей воздушных линий сверхвысокого напряжения

Мельников Н. А., Солдаткина Л. А.
и Железко Ю. С.
«Электричество», 1972, № 3

Рассмотрены вопросы количественной оценки влияния на емкостные проводимости ВЛ различных факторов — близости земли, различия в положении проводов на опорах, заземления грозозащитных тросов, наличия параллельных цепей и т. п. Выявлена необходимость учета этих факторов при решении основных практических задач, возникающих при проектировании и эксплуатации ВЛ сверхвысокого напряжения.

Кроме того, дается оценка влияния пофазного различия емкостных проводимостей для линий принятых конструкций при отсутствии транспозиции фазных проводов и при удлинении циклов транспозиции. Сведения приведены как в системе фазных координат, так и в системе симметричных координат. Табл. 2. Илл. 5. Библ. 3.

УДК 621.316.9:621.311.4

Об оценке надежности схем грозозащиты подстанций

Половой И. Ф., О कोरोков В. Р.,
Воронкин А. Ф., Циммерская Н. В.
«Электричество», 1972, № 3

Приводятся данные, позволяющие реализовать технико-экономический подход к выбору схем грозозащиты подстанций 35 кВ на основе сравнения вариантов по критерию минимума приведенных затрат. Табл. 10. Илл. 2. Библ. 9.

УДК 621.316.1.001.24

Выбор модели сельских разветвленных электрических сетей

Коршунов А. П.
«Электричество», 1972, № 3

Предложена методика выбора модели сельских сетей, существенно упрощающая исследования сетей и разработку всевозможных нормативных показателей. Библ. 3. Табл. 1.

УДК 621.314.224

Ток небаланса фильтра тока нулевой последовательности при глубоком насыщении трансформаторов тока

Дмитриев К. С., Казанский В. Е.
«Электричество», 1972, № 3

Рассматриваются формы кривых тока небаланса и вторичных токов трансформаторов тока фильтра тока нулевой последовательности в условиях полной симметрии первичных токов. Выводятся формулы для расчета тока небаланса. Предложены универсальные характеристики и метод быстрого расчета по ним тока небаланса. Приведены результаты экспериментальной проверки предлагаемого метода расчета тока небаланса. Табл. 1. Илл. 5. Библ. 4.

УДК 621.31:658.562

К определению качества электроэнергии при работе синхронных генераторов соизмеримой мощности

Микляев М. С.
«Электричество», 1972, № 3

Рассматривается методика определения максимальных отклонений параметров (тока, напряжения, мощности) в основных режимах работы автономных электроэнергетических систем: сбросах, набросах и переводах нагрузки, синхронизации и коротких замыканиях. В основу расчета положены угловые характеристики синхронных машин — зависимость тока, напряжения и мощности в функции угла рассогласования генераторов. Алгоритм расчета угловых характеристик пригоден как для определения первичных отклонений при $t=+0$, так и для последующего начального отрезка времени с учетом уравнения движения. Илл. 3. Библ. 3.

УДК 621.3.019.34

Прогнозирование значений контролируемых параметров электротехнических устройств

Леймонт Л. Л., Бродецкая Е. Е.
«Электричество», 1972, № 3

Предложен инженерный метод прогнозирования технического состояния электрических устройств и систем с помощью ЦВМ, основанный на разложении случайного процесса изменения контролируемого параметра по характеристическим составляющим. Алгоритмическое решение задачи дано разработанной программой определения собственных значений и собственных векторов квадратной симметричной матрицы, в которой использована одна из модификаций итерационного метода Якоби.

Приведен пример прогнозирования значений контрольного параметра статического стабилизированного преобразователя.

Для выявления зависимости точности прогноза от учитываемой предистории расчет будущих значений контрольного параметра осуществлен при двух различных совокупностях реализаций. Илл. 6. Библ. 5.

УДК 621.314.1:621.3.052.016.35

Влияние неполной управляемости вентиляльных преобразователей на устойчивость замкнутых систем

Поздеев А. Д. и Донской Н. В.
«Электричество», 1972, № 3

На основе анализа автоколебательных режимов в замкнутых системах при $m=\infty$ и исследований на модели показана возможность представления вентиляльного преобразователя постоянного тока двумя звеньями: линейным, характеристики которого зависят только от частоты, и нелинейным, характеристики которого зависят от амплитуды входного сигнала.

Показано также, что для граничного по устойчивости режима автоколебаний возможно представление преобразователя линейным звеном. Полученные результаты позволяют производить расчет автоколебаний и находить области устойчивости общепринятыми частотными методами. Илл. 6. Библ. 4.

УДК 621.3.042.001.24

«Интегрально-энергетический» метод расчета нестационарных процессов в нелинейных массивных магнитопроводах

Флидлер Г. М.
«Электричество», 1972, № 3

Предлагается метод расчета нестационарных процессов в нелинейных массивных магнитопроводах, основанный на использовании вместо исходного дифференциального уравнения в частных производных параболического типа двух интегральных соотношений, полученных из законов сохранения для электромагнитного поля.

Даны примеры инженерного расчета и сопоставление с известными решениями, свидетельствующее об эффективности предлагаемого подхода. Табл. 1. Илл. 5. Библ. 17.

УДК 621.373.93

Анализ и расчет параметрического делителя частоты с изменяющейся индуктивностью

Вайнштейн Р. А., Шмойлов А. В.,
Мусин А. Х.,
«Электричество», 1972, № 3

Предлагается методика выбора и расчета параметров параметрического делителя частоты (ПДЧ) в стационарном режиме колебаний с максимальной амплитудой. Процесс возникновения колебаний в ПДЧ анализируется с помощью разработанного авторами метода критерия среднего квадрата резонансной частоты. Илл. 5. Библ. 6.

УДК 621.319.4.017.001.24

Расчет потерь в электрическом конденсаторе при импульсном воздействии с произвольной связностью

Лернер М. М.
«Электричество», 1972, № 3

Рассмотрено тепловыделение в конденсаторе в самом общем случае, когда несинусоидальное воздействие представляет собой последовательность импульсов любой формы с произвольной связностью. Общий подход проиллюстрирован на примере воздействия на конденсатор пилообразного напряжения (последовательности косоугольных треугольных импульсов). Диапазон возможных потерь в конденсаторе с неизменной схемой замещения оценивается с помощью максимального поправочного коэффициента, равного отношению потерь в конденсаторе с s -схемой замещения к потерям в конденсаторе с p -схемой замещения. Илл. 2. Библ. 4.

УДК 621.3.013

Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью с учетом падения магнитного потенциала в зубцах

Иванов-Смоленский А. В.,
Мнацаканян М. С.
«Электричество», 1972, № 3

Дается аналитическое решение важной для практических приложений задачи о распределении магнитного поля в области воздушного зазора электрических машин с учетом насыщения зубцового слоя при условии $\mu_2 = \text{const}$, и общепринятых в теории электрических машин допущений.

Получены значения магнитного потенциала в любой точке области, а также значения напряженности и индукции магнитного поля на любой поверхности.

Для ряда параметров геометрии зубцовой зоны выполнены расчеты на ЦВМ, и получено распределение нормальной составляющей напряженности магнитного поля на гладкой поверхности ротора. Илл. 5. Библ. 6.

УДК 621.313.2

Анализ внутренних условий самовозбуждения генераторов постоянного тока

Алиевский Б. Л., Буртинов А. И.,
Павлов Ю. Г.
«Электричество», 1972, № 3

Методом теории устойчивости по Ляпунову получены внутренние условия самовозбуждения генераторов постоянного тока. Определено влияние остаточного намагничивания на эти условия с учетом реального хода характеристики холостого хода на начальном участке и введено понятие критического остаточного потока. Результаты расчетов близко согласуются с экспериментальными данными. Илл. 2. Библ. 4.

УДК 62—83

Автономный двухдвигательный бесконтактный электропривод переменного тока для механизмов с вентиляторной нагрузкой

Сандлер А. С., Семешко А. Н.
«Электричество», 1972, № 3

В качестве электропривода мощных регулируемых механизмов с вентиляторным моментом нагрузки рассматривается агрегат из двух асинхронных двигателей с общим валом и соединенными между собой непосредственно без колец и щеток с обратным порядком чередования фаз роторными обмотками.

Агрегат питается от автономной генераторной установки, приводимой во вращение турбиной и состоящей из основного и вспомогательного синхронных генераторов. Статор первой машины агрегата присоединяется к основному генератору, статор второй — к вспомогательному через преобразователь частоты с непосредственной связью. Регулирование скорости осуществляется изменением частоты напряжения статора второй машины.

Получены выражения для токов в цепях агрегата, потребляемых активных и реактивных мощностей и момента. Построены механические характеристики привода. Показано, что при вентиляторной нагрузке и регулировании напряжения основного генератора мощности вспомогательного генератора и преобразователя частоты могут быть значительно снижены. Илл. 4. Библ. 4.

УДК 62—83

Синтез оптимальных передаточных функций в системах подчиненного регулирования параметров электропривода

Р. А. Кулеский
«Электричество», 1972, № 3

Обсуждается детерминистский подход к построению оптимальных систем управления электроприводами при подчиненном регулировании. Формулируется критерий оптимальности и методика решения задачи синтеза на его основе. Рассматривается пример синтеза регулятора скорости для различных режимов работы электропривода. Намечаются области и перспективы использования подхода. Илл. 4. Библ. 5.

Цена 80 коп.

Индекс
71106

Электричество, 1972, № 3, 1—96