ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1974 ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ» 2

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

КОММУНИЗМ — ЭТО ЕСТЬ СОВЕТСКАЯ ВЛАСТЬ
ПЛЮС ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ВСЕЙ СТРАНЫ (Ленин)

ЖУРНАЛ
ОСНОВАН
в 1880 г.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

2
1974
ФЕВРАЛЬ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

К 100-летию «Трактата об электричестве и магнетизме» Дж. К. Максвелла [1]

Доктор техн. наук, проф. **ПОЛИВАНОВ К. М.**

Теория поля. Вероятно, самое существенное в трудах Максвелла заключается в том, что он, следуя Фарадею, представлял себе поле не только как способ математического описания физических явлений, но как самодовлеющую физическую реальность. Понимание Максвеллом поля видно из того, как он характеризует отличие «прямых методов» определения потенциала, например по закону Кулона, в предположении прямого действия на расстоянии, от методов расчета поля по дифференциальным уравнениям в частных производных, например по уравнению Пуассона:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}+4\pi\rho=0. \qquad (15)$$

Математические идеи, выраженные этим равенством, по своей природе отличны от выражаемых определенным интегралом:

$$V=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\rho}{r}\,dx'dy'dz'. \qquad (16)$$

«Дифференциальным уравнением мы выражаем, что сумма вторых производных V в непосредственной близости от рассматриваемой точки определенным образом связана с плотностью заряда в той же точке; но мы ничего не говорим о связи потенциала V в рассматриваемой точке с плотностью заряда в какой-либо точке, отстоящей на конечное расстояние от первой.

Иначе обстоит дело в определенном интеграле, где r обозначает расстояние от рассматриваемой точки (x, y, z), для которой определяется потенциал V, до точки (x', y', z'), в которой заряд имеет плотность ρ».

При рассмотрении электромагнитных волн еще важнее представление физической реальности поля. После полного решения уравнений для векторного потенциала, в котором отчетливо выступает «запаздывание потенциалов», следует краткий и выразительный § 785: «...состояние в точке O в каждый момент времени зависит от состояний (то есть значений $\mathbf{A}$ и $\dot{\mathbf{A}}$), существовавших на расстоянии Vt в эпоху, удаленную на время t; это значит, что возмущение распространяется в среде со скоростью V.

Предположим, что в момент $t=0$, величины A и $\dot{A}$ повсюду равны нулю за исключением области пространства S. Их значение в точке O равно нулю в момент t, если сфера, проведенная радиусом Vt из O как из центра, не заключает в себе частично или полностью область S. Если точка O лежит вне области S, то в ней не будет никакого возмущения до тех пор, пока Vt не станет равным кратчайшему расстоянию от O до точки пространства S. Тогда начинается возмущение в точке O, и оно будет продолжаться до тех пор, пока Vt не станет равным наибольшему расстоянию от O до любой точки в области S: в этот момент возмущение в области O прекратится навсегда».

Фарадей — максвелловские представления о поле приводят к тому, что механическое взаимодействие между электрическими зарядами, токами и магнитами передается полем, подобно тому как механическое взаимодействие передается через напряженное состояние упругой среды. Максвелл пользуется хорошо известным в теории упругости понятием тензора напряжений [2]. Он начинает свой § 641 словами: «Назовем любое напряжение, отнесенное к единице площади, символом P_{hk}, где первый индекс h означает, что нормаль к поверхности, к которой приложено напряжение, параллельна оси

[1] Продолжение (начало см. в № 1).

[2] Очень ясно изложены понятия тензоров напряжения в [Л. 21]. Индексам h и k часто придают смысл, прямо противоположный указанному Максвеллом.

© «Электричество», 1974.

ВОЛОГОДСКАЯ
областная библиотека

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

h; второй индекс k — направление напряжения, с которым часть тела, лежащая со стороны положительной нормали, действует на лежащую с отрицательной стороны в направлении оси k».

Для двухмерной системы декартовых координат в случае электрического поля (§ 105—107) в вакууме

$$P_{hk} = \begin{array}{c|c|c} k\backslash h & x & y \\ \hline x & \varepsilon_0 (E_x^2 - E_y^2)/2 & \varepsilon_0 E_x E_y \\ y & \varepsilon_0 E_y E_x & \varepsilon_0 (E_y^2 - E_x^2)^2 \end{array} \qquad (17)$$

Определение силы через тензоры Максвелла легко иллюстрировать простейшими примерами.

Пусть проволока, несущая заряд τ на единицу длины, внесена во внешнее поле $E_0 = E_x$. Удобно вычислить силу, передаваемую через поверхность воображаемого геометрического цилиндра ($r = a$), коаксиального с проволокой. При этом следует, во-первых, выразить компоненты тензора через радиальные и касательные

$$P_{hk} = \begin{array}{c|c|c} k\backslash h & r & \alpha \\ \hline r & \frac{\varepsilon_0}{2} (E_r^2 - E_\alpha^2) & \varepsilon_0 E_r E_\alpha \\ \hline \alpha & \varepsilon_0 E_\alpha E_r & \frac{\varepsilon_0}{2} (-E_r^2 + E_\alpha^2) \end{array}, \qquad (18)$$

во-вторых, определить r-ю и α-ю слагающие силы, действующие на элемент поверхности цилиндра $dS = rd\alpha$,

$$dF_r = P_{rr} r d\alpha; \; dF_\alpha = P_{r\alpha} r d\alpha, \qquad (19)$$

в-третьих, перейти к компонентам в декартовых координатах (так как бессмысленно говорить о r-й или α-й компонентах для проволоки, лежащей в начале координат):

$$dF_x = \cos\alpha dF_r - \sin\alpha dF_\alpha. \qquad (20)$$

Наконец, надо взять интеграл

$$F_x = \oint [P_{rr} \cos\alpha r d\alpha - P_{r\alpha} \sin\alpha r d\alpha] = E_0 \tau. \qquad (21)$$

Результат очевиден: сила равна напряженности внешнего поля, умноженной на заряд единицы длины. Однако он замечателен тем, что рассматривалось только поле на поверхности, окружающей заряженную проволоку, и, следовательно, рассматриваемая сила передается именно полем.

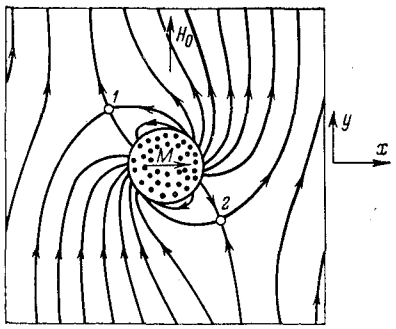


Рис. 1.

Пользуясь тензорами Максвелла, можно найти и передаваемый полем вращающий момент. Покажем это в применении к случаю, изображенному на рис. 1*, когда намагниченный цилиндр (с магнитным моментом $p = p_x = M\pi r_0^2$) находится во внешнем поле $H_0 = H_y$. В цилиндрической системе координат результирующее поле имеет составляющие:

$$\left.\begin{aligned} H_r &= H_0 \sin\alpha + p\cos\alpha/2\pi r^2; \\ H_\alpha &= H_0 \cos\alpha + p\sin\alpha/2\pi r^2. \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

В двух последних равенствах первые слагаемые обусловлены внешним полем, вторые — намагниченным цилиндром.

Тензор магнитного поля (§ 641) совпадает с тензором электрического после замены E на H, а в принятой здесь записи и ε_0 на μ_0, поэтому на элементе $dS = rd\alpha$ воображаемого коаксиального цилиндра α-я составляющая силы

$$dF_\alpha = P_{r\alpha} r d\alpha; \qquad (23)$$

$$P_{r\alpha} = \mu_0 H_r H_\alpha = \mu_0 \left[H_0^2 \cos\alpha \sin\alpha + \frac{H_0 p \sin^2\alpha}{2\pi r^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{H_0 p \cos^2\alpha}{2\pi r^2} + \frac{p^2 \cos\alpha \sin\alpha}{(2\pi r^2)^2} \right]. \qquad (24)$$

Для определения вращающего момента, передаваемого полем намагниченному цилиндру, надо силу dF_α помножить на плечо, равное радиусу, и взять интеграл

$$H = \oint r P_{r\alpha} r d\alpha = \mu_0 p H_0 = \mu_0 M_x V H_y, \; r = \text{const}. \qquad (25)$$

Результат находится очень просто, поскольку при интегрировании по α от 0 до 2π обращаются в нуль крайние слагаемые в (24), а сумма двух средних не зависит от α, так как $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$. В итоге, после чрезвычайно простых сокращений получается представленный ответ.

Рассматривая передачу полем силы, а тем более момента, приходится иметь дело с непопулярными и обычно мало знакомыми понятиями и приемами; это и служит причиной подробных разъяснений, приведенных здесь.

Максвелл нашел выражения для силы и энергии. Однако в его работах отсутствует и вектор плотности переносимой энергии (вектор Пойнтинга), и понятие о законах сохранения импульса и энергии. В этом направлении развивались исследования Пойнтинга, Абрагама, Минковского и др. Современный аспект теории обрисовывается в [Л. 22—26]. Последние две работы наиболее близки к инженерным проблемам.

Применение тензоров Максвелла к поляризованным и анизотропным телам требует существенных дополнительных разъяснений, так как после работ Лоренца изменились взгляды на природу этих сил. Частично последний вопрос анализируется в [Л. 27].

* Рисунок упрощенно воспроизводит график Максвелла (Трактат, § 436). Линии, приходящие в особые точки *1* и *2*, служат границами между различного типа областями; они не совпадают ни с одной из силовых линий, иначе в точках *1* и *2* линии имели бы неоднозначное направление.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Электротоническое состояние. В § 540 Трактата Максвелл пишет: «Концепция существования такой величины (электротонического состояния), от изменения которой, а не от ее абсолютной величины зависит ток индукции, встречается у Фарадея еще в начале его «Экспериментальных исследований».

Фарадей предполагал, что вторичная цепь при протекании тока в первичной находится в особом состоянии, изменение которого, говоря современным языком, и проявляется в наведении электродвижущей силы (в то время говорили об индукции токов). Этому особому состоянию Фарадей *«дал название электротонического состояния.* Впоследствии он нашел, что может расстаться с этой идеей, пользуясь только представлениями о магнитных силовых линиях. Но даже в его последних исследованиях он говорит: «Неоднократно в моем уме настойчиво возникала идея электротонического состояния».

Вся история развития этой идеи в уме Фарадея, как она показана в опубликованных им «Исследованиях», заслуживает изучения».

К этому Максвелл обратился еще в своей первой работе по электричеству и магнетизму «О Фарадеевых силовых линиях» (1864 г.), где электротоническому состоянию посвящена вторая часть. Там приводятся и основные законы, из которых очевидна тождественность количественного выражения интенсивности электротонического состояния с векторным потенциалом.

«**Закон I.** *Полная электротоническая интенсивность вдоль границы элемента поверхности служит мерой количества магнитной индукции, проходящей через этот элемент, или, другими словами, мерой числа магнитных силовых линий, пронизывающих данный элемент».*

Далее Максвелл разъясняет, что справедливое для элемента поверхности должно оставаться справедливым и для поверхности конечных размеров. Это значит, что приведенной словесной формулировке соответствует математическое выражение:

$$\Phi = \oint \mathrm{A}dl. \qquad (26)$$

«**Закон VI.** *Электродвижущая сила, действующая на элемент проводника*[3], *измеряется производной по времени от электротонической интенсивности, независимо от того, обусловлена ли эта производная изменением величины или направления электротонического состояния».*

«Электродвижущая сила в замкнутом проводнике пропорциональна производной по времени от полной электротонической интенсивности вдоль всей проводящей цепи».

Формулированному закону и последующему разъяснению соответствуют математические выражения:

$$\mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}/\partial t; \qquad (27)$$

$$\text{э. д. с.} = -\frac{\partial}{\partial t}\oint \mathrm{A}\,dl. \qquad (28)$$

В цитированной работе Максвелл не говорит о том, что именно векторный потенциал служит мерой электротонического состояния и тождественно совпадает с интенсивностью этого состояния. Однако в статье «О физических силовых линиях» он писал, ссылаясь на только что цитированную работу, что он «уже привел соображения в пользу концепции величин F, g, H как составляющих состояния, существование которого предполагал Фарадей и которое назвал электротоническим».

Поясню, что F, g, H — принятые обозначения компонент векторного потенциала. Там же он приводит в координатной форме свое знаменитое второе уравнение:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\mu\,\partial\mathbf{H}/\partial t, \qquad (29)$$

из которого выводит и представление о векторе индукции как о вихре **A** и представление индуцированной электрической напряженности как производной по времени от **A**.

Вернусь еще раз к § 540 Трактата. Максвелл говорит в нем, что другие исследователи значительно позже Фарадея пришли к идее того же электротонического состояния «чисто математическим путем, но, насколько мне известно, ни один из них не узнал смелую гипотезу Фарадея об электротоническом состоянии в сложной математической концепции потенциала двух контуров».

Понятие векторного потенциала и связь его производной (27) с напряженностью электрического поля исключительно важны. Без уравнения (27) остается непонятной не только работа бетатрона, но и работа обыкновенных трансформаторов: как наводится э. д. с. в проводах, когда они расположены в области, где магнитная индукция равна нулю (можно для большей убедительности представить трансформатор выполненным в форме симметричного тороида).

Подобные рассуждения привели французского физика Ваши (1890 г.) к мысли о появлении при переменном токе аномального магнитного потока в той области, в которой при постоянном токе магнитное поле отсутствует. Этот поток действительно появляется. Только не следует его считать аномальным, поскольку его появление прямо вытекает из уравнений Максвелла. Представим себе очень длинный соленоид. Векторный потенциал в его внешней области имеет значение:

$$A = A_\alpha = \Phi_0/2\pi r, \qquad (30)$$

где $\Phi_0 = \mu\mu_0 i w S$; iw — ампер-витки на единицу длины соленоида; S — его сечение; μ — проницаемость внутренней области (сердечника соленоида).

При постоянном токе имеем для внешней области

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{A} = \frac{1}{r}\mathbf{e}_z\frac{\partial}{\partial r}(rA_\alpha) = 0. \qquad (31)$$

Здесь принято во внимание, что могла существовать только z-я составляющая вихря, так как $A = A_\alpha = f(r)$.

Обратимся к переходному процессу, когда изменяется ток, а следовательно, и векторный потенциал; при этом новое значение распространяется со скоростью света и равно:

$$A = A_\alpha = \mu\mu_0 S\frac{i^*}{2\pi r}, \qquad (32$$

[3] То, что мы сейчас назвали бы индуцированной напряженностью электрического поля.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

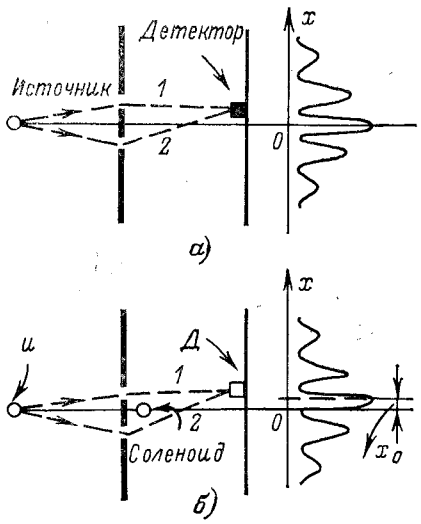


Рис. 2.

где i^* — значение тока, существовавшее в момент $\tau = t - r/c$; сигнал об изменении тока распространяется с конечной скоростью, поэтому величину (32) и называют запаздывающим потенциалом.

В последнем случае вихрь векторного потенциала, а значит, и магнитная индукция «аномального потока» действительно отличны от нуля:

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A} = \frac{1}{r}\mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\mu\mu_0 S}{2\pi} i(t - r/c)\right] = -\frac{\mu\mu_0 S}{2\pi r c}\frac{\partial i}{\partial \tau}\mathbf{e}_z, \qquad (33)$$

т. е. $B \neq 0$, когда не равна нулю производная тока.

Как уже говорилось, Фарадей неоднократно возвращался к вопросу об электротоническом состоянии. В. Ф. Миткевич в своей книге «Магнитный поток и его преобразования» посвящает § 54 и 55 электротоническому состоянию. Он пишет, что Фарадей снова возвращается к своей идее, хотя и весьма нерешительно, «вполне отдавая себе отчет в том, что пока еще не хватает достаточно определенных данных, чтобы мотивировать представление о подобном особенном состоянии, он все же не может воздержаться от констатирования общего впечатления, говорящего в пользу существования этого состояния. Как бы в свое оправдание, он прямо указывает: «Я не могу сопротивляться впечатлению, что существует какой-то связанный и соответствующий эффект».

Вернусь к более ранним словам Фарадея (Миткевич их приводит на той же странице): «Таким образом, причины, побудившие меня сделать предположение об особенном состояния проволоки, отпадают; и хотя мне продолжает казаться неправдоподобным, чтобы проволока, находящаяся в покое, по соседству с другой проволокой, по которой течет сильный электрический ток, была совершенно безразлична в отношении этого обстоятельства, все же я не осведомлен о каких-либо определенных *фактах*, дающих основание для заключения, что эта первая проволока находится в некотором особенном состоянии».

В этой драматической истории удивительней всего то, что интуиция не обманула гениального Фарадея! Действительно, обратимся к лекциям по физике Фейнмана [Л. 21]. В опыте с интерференцией электронных волн (1956 г.), схематически изображенном на рис. 2, обнаружено, что после расположения между двумя щелями соленоида интерференционная картина смещается на x_0, хотя на пути электронов магнитное поле **B** соленоида отсутствует; или, говоря языком квантовой физики, поле вектора **B** отлично от нуля только в области, где вероятность обнаружить электрон пренебрежимо мала. Что же касается вектора **A**, то он имеет прямо противоположные направления в щелях первого и второго путей, поскольку интеграл от A по замкнутому контуру, проходящему через щели *1* и *2*, равен потоку соленоида. Выключение тока приводит к устранению смещения (рис. 2,*а*).

Таким образом, поле векторного потенциала **A** (электротоническое состояние!) следует считать *реальным,* полем, понимая под этими словами [Л. 21] только такое поле, которое определяет собой движение частицы именно тогда, когда частица находится в том месте, где наличествует это поле.

Приписывая в рассматриваемом опыте влияние полю магнитной индукции **B**, следовало бы предполагать, что поле **B** действует на расстоянии. Влияние поля векторного потенциала на дифракцию электронов было установлено в 1956 г. Значит, прошло более 100 лет с тех пор, как подобного *факта* не хватало Фарадею.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

21. **Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.** Феймановские лекции по физике. М., «Мир», 1965—1967, вып. 1—9.

22. **Скобельцын Д. В.** О тензоре импульс-энергий электромагнитного поля.—«Успехи физических наук», 1973, т. 110, вып. 2, с. 253—292.

23. **Гинзбург В. Л.** О законах сохранения энергии и импульса при излучении электромагнитных волн (фотонов) в среде и о тензоре энергии-импульса в макроскопической электродинамике. — «Успехи физических наук», 1973, т. 110, вып. 2, с. 309—319.

24. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М., «Наука», 1973, т. 1.

25. **Бенда О. О.** Механическое действие электромагнитной волны на материальную среду. Доклады научно-технической конференции. Секция электроэнергетическая, подсекция теоретических основ электротехники, МЭИ, 1970.

26. **Penfield P., Hauss H. A.** Electrodynamics of Moving Media. M. I. T. press, Cambridge Mass., 1967.

27. **Шимони К.** Теоретическая электротехника. Пер. с немецкого под ред. К. М. Поливанова. М., «Мир», 1964.

(Окончание в № 3)

✧ ✧ ✧

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.311.013.62:621.311.016.35

Влияние нестационарности периодического возмущения на резонансные явления в электрических системах

ЛИТКЕНС И. В., ПУГО В. И., СУЛАЙМАНОВ И. К.

Московский энергетический институт

Резонансные явления в электрических системах возникают при периодических возмущениях, которые могут создаваться либо асинхронным ходом в системе в послеаварийном режиме, либо резкопеременными нагрузками синхронных машин на крупных промышленных предприятиях. Обычно частота таких периодических возмущений не является постоянной величиной, а меняется во времени (изменение скольжения асинхронного хода в процессе ресинхронизации при регулировании скорости турбины или изменение периода резкопеременной нагрузки по технологическим свойствам производства). Задача оценки допустимости таких возмущений состоит в определении условий, при которых они могут привести к вторичному нарушению синхронной динамической устойчивости в электрической системе вследствие явления электромеханического резонанса. Для решения этой задачи необходимо разработать методы расчета динамических резонансных кривых, определяющих параметры вынужденных колебаний ротора синхронной машины под воздействием периодического возмущения с меняющейся частотой, и методы оценки устойчивости этих колебаний. Такие методы должны, с одной стороны, способствовать выявлению качественных особенностей изучаемых явлений и, с другой стороны, использовать как свою основу хорошо разработанную методику расчета стационарных вынужденных колебаний в электрической системе [Л. 1—3], оценивая (как поправку) влияние нестационарности возмущения.

Улучшение условий устойчивости вследствие нестационарности частоты периодического возмущения было отмечено в ряде работ [Л. 2, 4 и 5]. С целью изучения причины такого влияния нестационарности возмущения в настоящей работе на физических и математических моделях выявлялись качественные особенности больших вынужденных колебаний в электрической системе при периодических возмущениях с меняющейся частотой. На

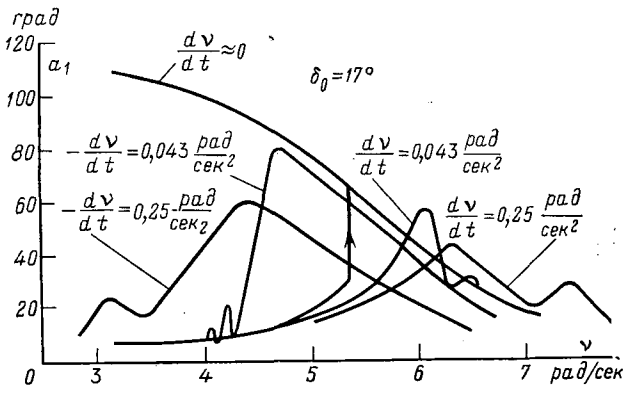


Рис. 1. Резонансные кривые, определяющие колебания СМ под воздействием периодического возмущения. Параметры СМ приняты: $x_d=1{,}65$ отн. ед., $x'_d=0{,}17$, внешнее сопротивление $x_{вн}=1$, $U_c=1$.

рис. 1 представлены динамические резонансные кривые $a_1(\nu)$, полученные на АВМ и определяющие колебания синхронной машины (СМ) под воздействием

$$a_f \sin\theta, \quad \text{если} \quad \theta=\int_0^t \nu(t)\,dt,$$

где $a_f \sin\theta$ — периодическое возмущение с линейно-изменяющейся частотой $\nu(t)$, приложенное к валу ротора СМ.

Очевидно, что: 1) максимальная динамическая амплитуда колебаний при $d\nu/dt\neq 0$ меньше, чем резонансная амплитуда стационарных вынужденных колебаний ($d\nu/dt=0$); 2) частота возмущения ν, соответствующая максимальной динамической амплитуде, смещается; при этом она не совпадает с собственной частотой нелинейной системы; 3) явления срыва и скачка значительно сглаживаются.

Отмеченные качественные особенности больших вынужденных колебаний в электрической системе при нестационарных периодических возмущениях совпадают с характерными особенностями, наблюдаемыми в простейших нелинейных системах, описываемых дифференциальным уравнением 2-го порядка, при прохождении через резонанс [Л. 6]. В [Л. 6] и других работах Ю. А. Митропольского и Н. Н. Боголюбова предложены способы расчета нестационарных вынужденных колебаний в таких системах, основанные на асимптотических методах. В развитие этих методов применительно к задаче исследования электрической системы в статье предлагается методика расчета больших вынужденных колебаний в электрических системах под воздействием периодического возмущения с меняющейся частотой.

Необходимо отметить, что исследование вынужденных колебаний в электрических системах имеет следующую отличительную особенность по сравнению с изучением вынужденных колебаний в [Л. 6] и других работах по нелинейным нестационарным колебаниям: в электрических системах важно не только определение параметров колебаний, но также оценка условий, при которых вынужденные колебания могут привести к нарушению устойчивости в системе. В связи с этим в работе проводится оценка предельно устойчивых параметров электрической системы при наличии периодического возмущения с меняющейся частотой.

Математическое описание задачи. Вынужденные колебания ротора синхронной машины (СМ) под действием периодического возмущения $f_1(\delta, t)$ могут быть описаны в первом приближении уравнением:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2}+\beta\frac{d\delta}{dt}+\omega_0^2\sin\delta=\frac{P_T}{T_J}+f_1(\delta, t). \qquad (1)$$

Здесь ω_0^2 — собственная частота колебаний ненагруженной СМ; P_T — момент турбины СМ.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Рассмотрим два случая, соответствующих уравнению (1).

Схема 1. СМ работает через $x_{вн}$ на шины $U_c=$ $=\text{const}$ и находится под воздействием периодического возмущения с меняющейся частотой, приложенного к валу СМ. Тогда в уравнении (1):

$$\beta=\frac{D}{T_J};\ \omega_0^2=\frac{E_{q_0}U_c}{x_{d\Sigma}T_J};\ P_T=\frac{E_{q_0}U_c}{x_{d\Sigma}}\sin\delta_0; \quad (2)$$

$$f_1(\delta,\ t)=a_f\sin\theta; \quad (3)$$

$$\theta=\int_0^t \nu(t)\,dt+\theta_0. \quad (4)$$

Схема 2. СМ-1 и СМ-2 работают через линии передач на узел, связанный через внешнее сопротивление с шинами $U_c=\text{const}$. Причем генератор СМ-1, находящийся в режиме асинхронного хода с меняющимся скольжением, создает периодические возмущения для генератора СМ-2, работающего синхронно с системой.

Тогда в уравнении (1)

$$\left.\begin{aligned}&\beta=\frac{D_2}{T_{J_2}};\ \omega_0^2=\frac{E_{q_{02}}U_c y_{23}}{T_{J_2}};\\ &P_T=E_{q_{02}}U_c y_{23}\sin\delta_{23\,(0)}+E_{q_{02}}E_1 y_{21}\sin\delta_{21\,(0)};\\ &f_1(\delta,\ t)=-\frac{E_{q_{02}}E_1 y_{21}}{T_{J_2}}\sin(\delta_2-\delta_1).\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Введем обозначения:

$$\delta_1=\theta;\ a_f=\frac{E_{q_{02}}E_1 y_{21}}{T_{J_2}}.$$

Тогда

$$f_1(\delta,\ t)=a_f\sin(\theta-\delta_2). \quad (6)$$

Здесь полагается, что асинхронно идущая машина представляется некоторой э. д. с. $E_1=\text{const}$ за сопротивлением $x_{\text{СМ-1}}$. В выражениях (2), (5): D — демпферный коэффициент СМ; E_{q0} — синхронная э. д. с. доаварийного режима СМ.

Воспользуемся для интегрирования (1) при возмущении вида (3) или (6) асимптотическими методами [Л. 6], применение которых в настоящей задаче состоит в следующем.

1. Полагается, что решение (1) имеет в общем случае вид $\delta=a_0+\Delta\delta$, где

$$\Delta\delta=a_1\cos(\theta+\vartheta)+\varepsilon u_1(a_1,\ \theta+\vartheta)+$$
$$+\varepsilon^2 u_2(a_1,\ \theta+\vartheta)+\ldots$$

Здесь $u_1(a_1,\ \theta+\vartheta)$, $u_2(a_1,\ \theta+\vartheta)$ — периодические функции угла $(\theta+\vartheta)$ с периодом 2π.

В качестве первого приближения может быть принято решение вида

$$\delta=a_0+\Delta\delta, \quad (7)$$

где

$$\Delta\delta=a_1\cos(\theta+\vartheta), \quad (8)$$

в котором a_1 и ϑ должны быть определены из уравнений:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{da_1}{dt}=\varepsilon A_1(t,\ a_1,\ \vartheta);\\ &\frac{d\vartheta}{dt}=\omega-\nu(t)+\varepsilon B_1(t,\ a_1,\ \vartheta).\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Условие (8), означающее, что изучаются колебания, которые могут считаться гармоничными в течение одного периода, определяет понятие «медленного» изменения частоты периодического возмущения. Условие (8) также означает, что все свободные переходные процессы в исследуемой СМ, вызванные началом асинхронного хода в системе, затухли до подхода к рассчитываемой резонансной зоне.

2. Уравнение (1) приводится к виду неоднородного линейного уравнения с правой частью $\varepsilon f\left(\theta,\ \Delta\delta,\ \frac{d\Delta\delta}{dt}\right)$, где ε — малый положительный параметр. С этой целью, разлагая нелинейные функции уравнения (1) в ряд Тейлора

$$\sin\delta=\sin a_0+\Delta\delta\cos a_0-\frac{\Delta\delta^2}{2}\sin a_0-$$
$$-\frac{\Delta\delta^3}{3!}\cos a_0+\ldots \quad (10)$$

и выделяя медленно меняющиеся составляющие

$$\omega_0^2\sin a_0=\frac{P_T}{T_J}, \quad (11)$$

получим из (1):

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2}+\omega^2\Delta\delta=\varepsilon\left[f_1(\theta,\ \Delta\delta)-\beta\frac{d\Delta\delta}{dt}+\right.$$
$$\left.+\omega_0^2\left(\frac{\Delta\delta^2}{2}\sin a_0+\frac{\Delta\delta^3}{3!}\cos a_0-\ldots\right)\right]. \quad (12)$$

Здесь $\omega^2=\omega_0^2\cos a_0$.

Введение малого параметра ε в уравнение (12) является средством математического представления того обстоятельства, что в течение времени порядка $2\pi/\omega$ (периода колебаний) форма колебаний близка к гармонической, т. е. к виду (8).

3. Далее задача состоит в определении функций $A_1(t,\ a_1,\ \vartheta)$ и $B_1(t,\ a_1,\ \vartheta)$, для чего решение (8) с учетом (9) подставляем в (12) и, пренебрегая всеми членами, содержащими ε^n, где $n>1$, получаем уравнение, соответствующее уравнению (1) с точностью порядка ε^1. Это уравнение запишем:

для возмущения вида (3)

$$\varepsilon\left\{\left[(\omega-\nu(t))\frac{\partial A_1}{\partial\vartheta}-2\omega a_1 B_1\right]\cos\psi-\right.$$
$$\left.-\left[(\omega-\nu(t))\frac{\partial B_1}{\partial\vartheta}a_1+2\omega A_1\right]\sin\psi\right\}=$$
$$=\varepsilon a_f\sin\theta-\varepsilon\beta a_1\omega\sin\psi+\varepsilon\omega_0^2\left[\frac{a_1^2}{2}\cos^2\psi\sin a_0+\right.$$
$$\left.+\frac{a_1^3}{6}\cos^3\psi\cos a_0\right]; \quad (14)$$

для возмущения вида (6)

$$\varepsilon\left\{\left[(\omega-\nu(t))\frac{\partial A_1}{\partial\vartheta}-2\omega a_1 B_1\right]\cos\psi-\right.$$
$$\left.-\left[(\omega-\nu(t))\frac{\partial B_1}{\partial\vartheta}a_1+2\omega A_1\right]\sin\psi\right\}=$$
$$=\varepsilon a_f\left[\sin(\theta-a_0)-a_1\cos\psi\cos(\theta-a_0)-\frac{a_1^2}{2}\cos^2\psi\times\right.$$
$$\left.\times\sin(\theta-a_0)+\frac{a_1^3}{6}\cos^3\psi\cos(\theta-a_0)\right]-$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$-\varepsilon\beta a_1\omega\sin\psi+\varepsilon\omega_0^2\left[\frac{a_1^2}{2}\cos^2\psi\sin a_0+\right.$$

$$\left.+\frac{a_1^3}{6}\cos^3\psi\cos a_0\right]. \qquad (15)$$

В (14) и (15) принято обозначение:

$$\psi=\theta+\vartheta. \qquad (16)$$

Далее, представляя правые части уравнений (14), (15) в виде ряда Фурье по аргументу ψ и пользуясь методом гармонического баланса, приравняем коэффициенты при $\cos\psi$ и $\sin\psi$ в левой и правой частях уравнений (14), (15). Получим систему уравнений, определяющую функции $A_1(t, a_1, \vartheta)$ и $B_1(t, a_1, \vartheta)$, для каждого вида возмущения:

для возмущения вида (3)

$$[\omega-\nu(t)]\frac{\partial A_1}{\partial\vartheta}-2a_1\omega B_1=-a_f\sin\vartheta+$$

$$+\frac{a_1^3}{8}\omega_0^2\cos a_0; \qquad (17)$$

$$[\omega-\nu(t)]\frac{\partial B_1}{\partial\vartheta}a_1+2\omega A_1=-a_f\cos\vartheta-\beta a_1\omega; \qquad (18)$$

для возмущения вида (6)

$$[\omega-\nu(t)]\frac{\partial A_1}{\partial\vartheta}-2a_1\omega B_1=-a_f\left(1-\frac{3}{8}a_1^2\right)\sin(a_0+$$

$$+\vartheta)+\frac{a_1^3}{8}\omega_0^2\cos a_0; \qquad (19)$$

$$[\omega-\nu(t)]\frac{\partial B_1}{\partial\vartheta}a_1+2\omega A_1=$$

$$=-a_f\left(1-\frac{a_1^2}{8}\right)\cos(a_0+\vartheta)-\beta a_1\omega. \qquad (20)$$

Решая систему уравнений (17), (18) или (19), (20), получим частные периодические решения по ϑ. Подставляя их в (12) и вводя обозначение эквивалентной собственной частоты колебаний

$$\omega_э(a_1)=\omega-\frac{a_1^2\omega_0^2\cos a_0}{16\omega}=\omega\left[1-\frac{a_1^2}{16}\right]\approx$$

$$\approx\sqrt{\left(1-\frac{a_1^2}{8}\right)\omega_0^2\cos a_0}=$$

$$=\sqrt{\frac{2J_1}{a_1}\omega_0^2\cos a_0}, \qquad (21)$$

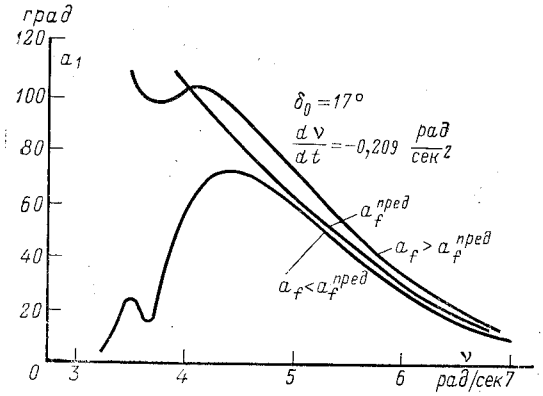


Рис. 2. Зависимость параметров вынужденных колебаний СМ от амплитуды и частоты возмущающей силы.

получим уравнения, определяющие изменение амплитуды и фазы вынужденных колебаний угла ротора синхронной машины при возмущении с меняющейся частотой:

для возмущения вида (3)

$$\left.\begin{aligned}\frac{da_1}{dt}&=\varepsilon\frac{\beta a_1}{2}-\frac{\varepsilon a_f\cos\vartheta}{\omega+\nu(t)};\\ \frac{d\vartheta}{dt}&=\omega_э(a_1)-\nu(t)+\varepsilon\frac{a_f\sin\vartheta}{a_1[\omega+\nu(t)]};\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

для возмущения вида (6)

$$\left.\begin{aligned}\frac{da_1}{dt}&=\varepsilon\frac{\beta a_1}{2}-\frac{\varepsilon a_f\cos(a_0+\vartheta)}{\omega+\nu(t)}\times\\ &\times\left\{J_0(a_1)-\frac{a_1^2[\omega+\nu(t)]}{16\omega}\times\right.\\ &\left.\times\left[\frac{\omega^2-\nu(t)^2}{4\omega^2-[\omega-\nu(t)]^2}-1\right]\right\};\\ \frac{d\vartheta}{dt}&=\omega_э(a_1)-\nu(t)+\varepsilon\frac{a_f\sin(a_0+\vartheta)}{a_1[\omega+\nu(t)]}\times\\ &\times\left\{J_0(a_1)-\frac{a_1^2[\omega+\nu(t)]^2}{8[4\omega^2-(\omega-\nu(t))^2]}\right\}.\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Здесь $J_0(a_1)$ — бесселева функция 1-го рода от аргумента a_1.

При учете электромагнитных переходных процессов в контурах ротора исследуемой синхронной машины (нерегулируемой или с АРВ) величины $\omega_э$, β, a_0 в уравнениях (22) и (23) должны определяться в функции параметров колебаний ротора машины a_1, ϑ, частоты возмущения ν и скорости ее изменения $d\nu/dt$. При рассматриваемых значениях скоростей $d\nu/dt$, когда колебания СМ можно считать гармоничными, в некотором приближении будем полагать, что величины $\omega_э$, β, a_0 мало зависят от скорости изменения частоты возмущения $d\nu/dt$, и их расчет может быть проведен по уравнениям стационарных вынужденных колебаний методами, изложенными в [Л. 3]. Такой расчет $\omega_э$, β, a_0 в функции a_1, ϑ, ν должен осуществляться на каждом шаге интегрирования уравнений (22) или (23).

При постоянном значении $d\nu/dt$ и увеличении амплитуды возмущающей силы a_f (рис. 2) размах вынужденных колебаний ротора синхронной машины увеличивается. При некоторой предельной амплитуде $a_f^{пред}$ происходит нарушение условий существования периодических решений вида (7), (8), что физически означает переход исследуемой синхронной машины в асинхронный режим и нарушение устойчивости электрической системы. Предельные значения амплитуды $a_f^{пред}$ и уровней E_1 [Л. 3] возмущения определяются параметрами схемы, исходным режимом и скоростью изменения частоты возмущения $d\nu/dt$ (рис. 3). Кроме этого, в общем случае можно сказать, что предельные возмущения зависят также от начальной фазы колебаний $\vartheta_{(t=0)}$ и от начальной фазы возмущения θ_0, являющихся случайными величинами и определяющих фазу колебаний в момент подхода к резонансному пику.

Область применения метода. С целью проверки допущений, принятых в предложенном методе расчета нестационарных резонансных явлений, и опре-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

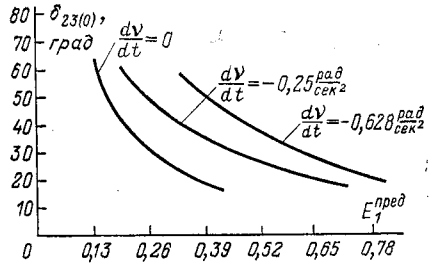


Рис. 3. Границы области устойчивости вынужденных колебаний СМ.

деления области применения этого метода в работе проводилось сопоставление[1] результатов расчета по предложенному методу с данными, полученными при численном интегрировании полной исходной системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих исследуемые процессы. Такая система уравнений для переходных процессов в схеме 2 при асинхронном ходе СМ-1 со скольжением $\nu(t)$ имеет вид (все обозначения соответствуют [Л. 3]):

$$\left.\begin{aligned}
&T_{J_2}\frac{d^2\delta^2}{dt^2}+\beta_2\frac{d\delta_2}{dt}+E_1E_{q02}[(1+e_{q2}+\\
&+e_{1q2})y_{21}\sin\delta_{21}-y_{21}e_{1d2}\cos\delta_{21}]+\\
&+U_cE_{q02}[(1+e_{q2}+e_{1q2})y_{23}\sin\delta_{23}-\\
&-y_{23}e_{1d2}\cos\delta_{23}]=P_{T_2};\\
&e_{q2}\lambda_2+\frac{de_{q2}}{dt}+\mu_3\frac{de_{1q2}}{dt}+\frac{E_1}{E_{q02}}\mu y_{21}\frac{d}{dt}\times\\
&\times(\cos\delta_{21})+\frac{U_c}{E_{q02}}\mu y_{23}\frac{d}{dt}(\cos\delta_{23})=\\
&=\lambda_2 f(e_{qe2});\\
&e_{1q2}\lambda_{1q2}+\frac{de_{1q2}}{dt}+\mu_4\frac{de_{q2}}{dt}+\frac{E_1}{E_{q02}}\mu_2y_{21}\frac{d}{dt}\times\\
&\times(\cos\delta_{21})+\frac{U_c}{E_{q02}}\mu_1y_{23}\frac{d}{dt}(\cos\delta_{23})=0;\\
&e_{1d2}\lambda_{1d2}+\frac{de_{1d2}}{dt}+\frac{E_1}{E_{q02}}\mu_2y_{21}\frac{d}{dt}(\sin\delta_{21})+\\
&+\frac{U_c}{E_{q02}}\mu_2y_{23}\frac{d}{dt}(\sin\delta_{23})=0;\\
&\frac{d^2e_{qe2}}{dt^2}+(\lambda_3+\lambda_{4\Pi})\frac{de_{qe2}}{dt}+\lambda_3\lambda_{4\Pi}e_{qe2}=\\
&=\frac{\lambda_3}{E_{q02}}\left[k_{0\Pi}\Delta\Pi+k_{1\Pi}\frac{d\Pi}{dt}+k_{2\Pi}\frac{d^2\Pi}{dt^2}\right],
\end{aligned}\right\}\quad(25)$$

где

$$\delta_1=\int_0^t\nu(t)\,dt+\delta_{1(0)}.$$

При срыве асинхронного хода и переходе к ресинхронизации СМ-1 можно положить:

$$\nu(t)=\nu_0+\left(\frac{d\nu}{dt}\right)t,\qquad(26)$$

где

$$d\nu/dt<0.$$

На рис. 4 приведены процессы изменения угла ротора δ_{23} генератора СМ-2 при возмущении от асинхронно идущего генератора СМ-1, скольжение которого в процессе ресинхронизации $\nu(t)$ меняется по (26): кривая *1* — переходный процесс $\delta_{23}(t)$, полученный при интегрировании (25); кривая *2* — огибающая того же переходного процесса, соответствующая решению (23) в виде $[a_0(t)+a_1(t)]$. При этом в расчете был принят уровень возмущения $E_1=0{,}35$, соответствующий сохранению устойчивости СМ-2. Очевидно, что

а) рассчитанные по (23) параметры колебаний (a_0+a_1) хорошо соответствуют реальному переходному процессу $\delta_{23}(t)$ как по величине максимального размаха колебаний, так и по значению частоты возмущения $\nu_{рез}$, при которой достигается этот максимальный размах;

б) исследуемые процессы для заданного значения $d\nu/dt=-0{,}628$ *рад/сек²* имеют вид гармонических (в некотором приближении), частота которых (при $\nu\geqslant\nu_{рез}$) соответствует частоте возмущения.

При увеличении скорости изменения частоты возмущения $d\nu/dt>0{,}6$—$0{,}7$ *рад/сек²* переходный процесс будет соответствовать сочетанию свободных и вынужденных колебаний ротора СМ-2, а при значениях $d\nu/dt\geqslant 2$ *рад/сек²* асинхронно идущий генератор СМ-1 вызывает только свободные колебания ротора исследуемого генератора СМ-2. Обычно при проведении исследовательских и проектных расчетов бывает неизвестна граница области возможного существования вынужденных периодических колебаний ротора генератора под воздействием асинхронного хода с меняющейся частотой, т. е. граница применимости предложенного метода. Поэтому имеет смысл оценить (рис. 5), в каком соотношении находятся предельные возмущения, определяемые предлагаемыми в настоящей работе методами (кривая *1*), с предельными уровнями возмущения от асинхронно идущей СМ-1, приводящими к потере устойчивости СМ-2 в реальной схеме (кривая *2*). Последние определяются интегрированием (25) при постепенном нарастании уровней возмущения [Л. 3]. Такое сопоставление показывает следующее.

1. Расчет предельных возмущений по предложенным в работе методам дает результаты, идущие для большинства значений $d\nu/dt$ в запас устойчивости системы.

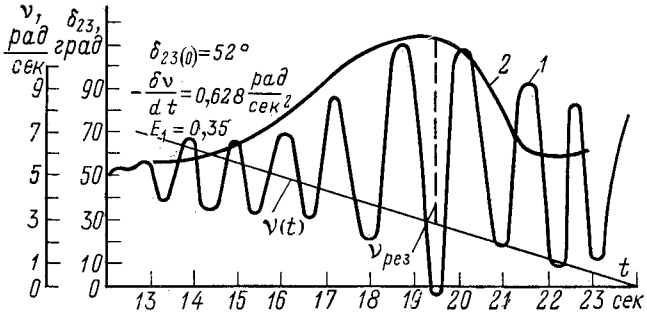


Рис. 4. Изменение угла ротора СМ-2 при возмущении от асинхронного хода СМ-1.

[1] Такое сопоставление было проведено для обоих рассмотренных выше видов возмущения. В статье приводятся результаты сопоставления для представляющего наибольший практический интерес возмущения вида (6).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

2. Количественно предельные возмущения, определенные предложенными методами, можно считать справедливыми в зоне

$$\left|\frac{d\nu}{dt}\right| \leqslant 1{,}5 \ \text{рад/сек}^2.$$

3. Кривая *2* в области малых скоростей изменения скольжения $\left|\frac{d\nu}{dt}\right| \leqslant 0{,}15$ *рад/сек*^{2} имеет некоторый провал, не обнаруживаемый (кривая *1*) при расчете предельных возмущений предлагаемыми приближенными методами. Наличие такого провала было отмечено еще в [Л. 5] в результате исследований, проведенных на АВМ, но его размер, как следует из рис. 5, невелик и в ряде случаев соизмерим с точностью задания исходных данных в конкретном расчете.

Результаты расчетов и сопоставлений предельных возмущений показали также, что влияние начальных условий ($\vartheta_{(t=0)}$ и θ_0) несущественно при рассматриваемых значениях скорости прохождения через резонанс $d\nu/dt$, если исследуемый генератор СМ-2 в исходном доаварийном режиме имел нагрузку $\delta_{23(0)} \geqslant 20$—$30°$, что обычно и бывает.

Выводы. 1. Учет реальной скорости изменения частоты периодических возмущений при прохождении через резонанс ведет к повышению предельно устойчивых параметров (исходных режимов и уровней возмущений), что определяется основными качественными особенностями динамических резонансных явлений в электрических системах.

2. Приближенный аналитический метод расчета динамических резонансных явлений, основанный на асимптотических методах теории нелинейных колебаний, дает количественно достоверные результаты при определении предельных возмущений и параметров резонансных колебаний, если скорости изменения частоты возмущения не превышают 1,5 *рад/сек*^{2}.

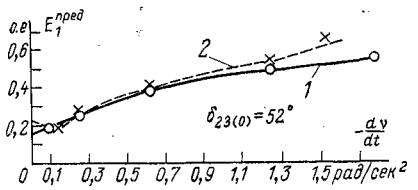


Рис. 5. Сопоставление предельных уровней возмущения, определенных по упрощенной аналитической методике (кривая *1*) и по уравнениям (25) (кривая *2*).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Литкенс И. В.** Большие колебания синхронной машины при учете переходных процессов в контурах ротора.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1968, № 4.

2. **Хачатуров А. А.** Условия возникновения электромеханического резонанса в сложных электрических системах.— «Электричество», 1973, № 1.

3. **Пуго В. И.** Исследование влияния длительного асинхронного хода на устойчивость синхронных генераторов в электрической системе.— «Электричество», 1973, № 6.

4. **Горский Ю. М.** Приближенные методы оценки результирующей устойчивости электрических систем с помощью вероятностных критериев.— «Труды МЭИ. Электроэнергетика», 1964, вып. 54.

5. **Литкенс И. В., Пуго В. И.** Асинхронный ход в сложной системе как гармоническое возмущение синхронной машины.— «Электричество», 1971, № 11.

6. **Митропольский Ю. А.** Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах. Киев, Изд. АН УССР, 1955.

[19.6.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.311.001.24

Упрощенное математическое описание элементов электрической системы по их экспериментальным переходным характеристикам

ВАСИН В. П., ВЕНИКОВ В. А., СКОПИНЦЕВ В. А.

Москва

Постановка задачи. На подготовительном этапе исследований электрических систем часто необходимо найти математическое описание элементов электрической системы по их экспериментально полученным динамическим характеристикам (переходным, импульсно-переходным, амплитудно-фазовым и т. д.).

Непременными требованиями при этом является простота математической формулы и в то же время достаточно полное отражение наиболее существенных сторон динамики процессов в исследуемом объекте.

Поскольку длительные эксперименты на действующем крупном энергетическом оборудовании не всегда возможны в условиях эксплуатации, использование частотных характеристик [Л. 1—4] затруднено.

Использование временных характеристик связано с решением трансцендентных уравнений, где не всегда возможно указать приемлемые алгоритмы для их решения. Поэтому прибегают или к графическому способу аппроксимации логарифмических характеристик [Л. 4], или строят модели-аналоги [Л. 5 и 6], в которых путем изменения параметров модели добиваются требуемой точности совпадения заданной и искомой характеристик.

В настоящей статье математическая формула объекта ищется аналитически по его переходной характеристике на основе выделения доминирующих составляющих [Л. 2] из этой характеристики. Такой подход удобен при рассмотрении объектов энергетической системы, имеющих, как правило, сложную внутреннюю структуру. Каждый из таких объектов состоит из нескольких относительно простых элементов, соединенных связями, причем объект приобретает качественно новые свойства, отличные от свойств образующих его элементов. Математическое описание объекта при известных

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

описаниях элементов может быть получено путем эквивалентного преобразования структурных схем, однако математическая формула при этом получается довольно громоздкая, и, что самое главное, она отражает все внутренние особенности исследуемого объекта, часто несущественные при рассмотрении объекта в целом. Для изучения системы, включающей в себя объект, наиболее важно отразить в математическом описании те наиболее существенные свойства, которые имеет объект в целом. Доминирующие составляющие позволяют количественно оценить эти свойства и в то же время значительно упростить математическую формулу, поскольку она включает в себя лишь основные свойства, которые характерны для объекта в целом.

Такая постановка задачи хорошо согласуется с общими положениями, принятыми в [Л. 7] при разработке инженерных методов исследований электрических систем.

Основные соотношения. Переходную функцию объекта, как реакцию на ступенчатое возмущение, в случае простых полюсов через параметры передаточной функции можно представить [Л. 2] в виде:

$$h(t)=\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{p_i}\left(e^{p_i t}-1\right), \tag{1}$$

где A_i и p_i — в общем случае комплексные числа.

Переходный процесс в основном будут определять те составляющие, которые при малой вещественной части p_i имеют наибольшие отношения $|A_i/p_i|$ по сравнению с остальными составляющими, причем эти составляющие характеризуют главные свойства переходного процесса.

Для устойчивых систем $h(t)$ представляет собой сумму свободной и вынужденной составляющих, т. е.

$$h(t)=h_{\text{св}}+h_{\text{вын}}, \tag{2}$$

где

$$h_{\text{св}}=\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{p_i}e^{p_i t},$$

$$h_{\text{вын}}=h(\infty)=-\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{p_i}.$$

Значение $h(\infty)$ может быть найдено с достаточной для практики точностью непосредственно по осциллограмме переходной характеристики путем измерения h при времени t, при котором свободные колебания практически затухают. Таким образом, задача заключается в определении доминирующих составляющих свободных колебаний.

Пусть свободная составляющая переходной функции объекта задана в точках t_k:

$$h_k=\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{p_i}e^{p_i t_k},\quad k=0,\ 1,\ \ldots,\ N; \tag{3}$$

для равноотстоящих моментов времени

$$t_k=t_0+k\Delta t.$$

Согласно [Л. 5]

$$U_i=e^{p_i\Delta t};\ V_i=\frac{A_i}{p_i}e^{p_i t_0}, \tag{4}$$

тогда

$$h_k=\sum_{i=1}^{m}V_i U_i^k,\ k=0,\ 1,\ \ldots,\ N. \tag{5}$$

Рассмотрим выражение, состоящее из части слагаемых, входящих в (5),

$$g_k=\sum_{i=1}^{n}V_i U_i^k,\ k=0,\ 1,\ \ldots,\ N. \tag{6}$$

(В частном случае, если $n=m$, то g_k совпадает с h_k.) Составим элементарные симметрические функции от $U_1, U_2, \ldots, U_n$ $(n\leqslant m)$:

$$S_0=1;\ S_1=U_1+U_2+\ldots+U_n;$$

$$S_2=U_1U_2+U_1U_3+\ldots+U_{n-1}U_n;\ \ldots;$$

$$S_n=U_1U_2\ldots U_n.$$

Для введенных функций сформулируем теоремы.

Теорема 1. Для любого k и любых V_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ справедливо соотношение:

$$\sum_{l=0}^{n}g_{k+l}(-1)^{n-l}S_{n-l}=0. \tag{7}$$

Доказательство. Действительно, подставим в (7) выражение для g_{k+l} из (6):

$$\sum_{l=0}^{n}\sum_{i=1}^{n}V_i U_i^{k+l}(-1)^{n-l}S_{n-l}=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}V_i U_i^k\sum_{l=0}^{n}U_i^l(-1)^{n-l}S_{n-l}=\sum_{i=1}^{n}V_i U_i^k\mathcal{P}_n(U_i),$$

где $\mathcal{P}_n(U)=U^n-S_1U^{n-1}+S_2U^{n-2}-\ldots+(-1)^nS_n$. Многочлен $\mathcal{P}_n(U)$ согласно теореме Виета имеет корни $U_1, U_2, \ldots, U_n$, и, следовательно, $\mathcal{P}_n(U_i)=0$. Теорема доказана.

Соотношение (7) для дальнейшего изложения удобно представить также в матричной форме:

$$(g_k g_{k+1}\ldots g_{k+n})\times\begin{pmatrix}(-1)^n S_n\\ \cdots\\ -S_1\\ S_0\end{pmatrix}=0. \tag{8}$$

При $n=m$ в формулах (7), (8) вместо g_k можно подставить h_k.

Наложим условие на значение шага Δt. Так как в общем случае $p_i=\alpha_i+j\omega_i$, то $U_i=\exp(\alpha_i\Delta t+j\omega_i\Delta t)$. Обозначим $\omega_M=\max\{\omega_i\}$. Тогда при $-\pi<\omega_M\Delta t<\pi$ главное значение $\ln U_i=(\alpha_i+j\omega_i)\Delta t$, откуда

$$\alpha_i+j\omega_i=\frac{1}{\Delta t}(\ln|U_i|+j\arg U_i). \tag{9}$$

Если шаг по времени Δt выбрать таким, чтобы он по значению не превосходил полупериода самой высокочастотной составляющей переходного процесса $(\Delta t<\pi/\omega_M)$, то корни многочлена $\mathcal{P}_m(U)$ однозначным образом определяют полюсы передаточной функции p_i.

Конечно, заранее неизвестны частоты колебаний переходного процесса, их надо определить. Однако

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

при практических расчетах максимальную частоту колебаний можно приближенно оценить с запасом непосредственно по осциллограмме.

Многочлен $\mathcal{P}_m(U)$ назовем отображенным характеристическим многочленом объекта, для которого докажем следующую теорему.

Теорема 2. Если передаточная функция объекта имеет m различных полюсов, $\Delta t<\pi/\omega_M$, то коэффициенты отображенного характеристического уравнения однозначно определяются по $2m$ значениям переходной функции в равноотстоящих моментах времени.

Доказательство. В соответствии с первой теоремой при $n=m$ ($g_k=h_k$) запишем в матричной форме $(m+1)$ раз уравнение (8) для $k=0, 1, \ldots, m$:

$$\begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \ldots & h_m \\ h_1 & h_2 & \ldots & h_{m+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h_m & h_{m+1} & \ldots & h_{2m} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (-1)^m S_m \\ \ldots \\ S_2 \\ -S_1 \\ S_0 \end{pmatrix} = 0, \qquad (10)$$

или, учитывая, что $S_0=1$,

$$\begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \ldots & h_{m-1} \\ h_1 & h_2 & \ldots & h_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h_{m-1} & h_m & \ldots & h_{2m-2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (-1)^m S_m \\ \ldots \\ S_2 \\ -S_1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} h_m \\ h_{m+1} \\ \ldots \\ h_{2m-1} \end{pmatrix}. \qquad (11)$$

Квадратные матрицы систем (10) и (11) обозначим соответственно Γ_{m+1} и Γ_m.

Покажем, что определители

$$|\Gamma_{m+1}|=0, \quad |\Gamma_m|\neq 0.$$

Из (10) следует, что $|\Gamma_{m+1}|=0$, поскольку однородная система имеет нетривиальное решение.

Матрицу Γ_m представим в виде произведения трех матриц:

$$\Gamma_m = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \ldots & h_{m-1} \\ h_1 & h_2 & \ldots & h_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h_{m-1} & h_m & \ldots & h_{2m-2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m V_i & \sum_{i=1}^m V_i U_i & \ldots & \sum_{i=1}^m V_i U_i^{m-1} \\ \sum_{i=1}^m V_i U_i & \sum_{i=1}^m V_i U_i^2 & \ldots & \sum_{i=1}^m V_i U_i^m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sum_{i=1}^m V_i U_i^{m-1} & \sum_{i=1}^m V_i U_i^m & \ldots & \sum_{i=1}^m V_i U_i^{2m-2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ U_1 & U_2 & \ldots & U_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ U_1^{m-1} & U_2^{m-1} & \ldots & U_m^{m-1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & V_2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & V_m \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & U_1 & \ldots & U_1^{m-1} \\ 1 & U_2 & \ldots & U_2^{m-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & U_m & \ldots & U_m^{m-1} \end{pmatrix}.$$

Из этого следует, что определитель матрицы Γ_m равен произведению трех определителей:

$$|\Gamma_m| = \left(\prod_{i=1}^m V_i\right)\left(\prod_{k<l} (U_k - U_l)^2\right). \qquad (12)$$

Выражение (12) отлично от нуля, во-первых, потому, что все корни p_i различны, а следовательно, различны U_i, во-вторых, V_i отличны от нуля[1], так как p_i являются полюсами передаточной функции. Итак, $|\Gamma_m|\neq 0$ и, следовательно, система (11) разрешима:

$$\begin{pmatrix} (-1)^m S_m \\ \ldots \\ S_2 \\ -S_1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \ldots & h_{m-1} \\ h_1 & h_2 & \ldots & h_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h_{m-1} & h_m & \ldots & h_{2m-2} \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} h_m \\ h_{m-1} \\ \ldots \\ h_{2m-1} \end{pmatrix}. \qquad (13)$$

Тем самым получены явные выражения для вычисления S_i по переходной функции.

Отметим, что по величине определителя Γ_{m+1} и Γ_m можно судить о порядке отображенного характеристического многочлена, т. е. о порядке знаменателя передаточной функции, так как $|\Gamma_{m+1}|=0$, а $|\Gamma_m|\neq 0$.

Уравнения для выделения доминирующих составляющих. При нахождении математического описания объекта по экспериментально полученной переходной характеристике необходимо учитывать влияние шума из-за неточности измерения и неучета недоминирующих составляющих.

Кроме того, число доминирующих составляющих n неизвестно. Поэтому при решении задачи необходимо определить как число доминирующих составляющих, так и их параметры A_i и p_i.

Допустим, что n известно.

Поэтому представим:

$$h_k = g_k + \xi_k, \quad k=0, 1, \ldots, N, \qquad (14)$$

где g_k — составляющие с доминирующими полюсами; ξ_k — добавки, обусловленные наличием недоминирующих составляющих и ошибок измерения.

Для выделения доминирующих составляющих потребуем:

$$\sum_{l=0}^n \xi_{k+l} (-1)^{n-l} S_{n-l} = \min,$$

где $S_1, S_2, \ldots, S_n$ — симметрические функции от $U_1, U_2, \ldots, U_n$, соответствующих n доминирующим полюсам.

В самом деле, если среди ξ_k есть слагаемые типа $\sum_{i=1}^n \beta_i U_i^k$, где β_i — некоторые величины, то они при

[1] Если $V_i=0$, то вычет функции $W(p)$ равен нулю и p_i не является полюсом. Такой случай возможен, если характеристическое уравнение объекта имеет корни, сокращающиеся с нулями числителя передаточной функции. Но этот корень не оказывает влияния на взаимодействие объекта с системой и поэтому в соответствии с постановкой задачи не должен рассматриваться.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

образовании указанной суммы обратятся в нуль и в сумме останутся лишь величины, обусловленные недоминирующими составляющими и ошибками измерения.

Поэтому надо подобрать S_i так, чтобы суммы

$$\left(\sum_{l=0}^{n} \xi_{k+l}(-1)^{n-l} S_{n-l}\right)^2$$

достигали наименьшего значения, т. е. потребуем минимума ошибки, взвешенной по элементарным симметрическим функциям:

$$F = \sum_{k=0}^{N-n}\left(\sum_{l=0}^{n} \xi_{k+l}(-1)^{n-l} S_{n-l}\right)^2 = \min.$$

С учетом выражений (7) и (14) для нахождения $S_1, S_2, \ldots, S_n$ необходимо выполнение условия минимума:

$$F = \sum_{k=0}^{N-n}\left(\sum_{l=0}^{n} h_{k+l}(-1)^{n-l} S_{n-l}\right)^2 = \min.$$

Дифференцируя это выражение по S_i, получим систему уравнений[2]:

$$\frac{\partial F}{\partial S_i} = 2\sum_{k=0}^{N-n}\left(\sum_{l=0}^{n} h_{k+l}(-1)^{n-l} S_{n-l}\right) h_{k+i} = 0,$$
$$i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (15)$$

Решение линейной системы уравнений (15) дает возможность найти $S_1, S_2, \ldots, S_n$, тогда U_i есть корни многочлена $\mathcal{P}_n(U)$; p_i определяется по формуле (9).

Значение V_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ найдем из условия минимума среднеквадратичной ошибки:

$$F_1 = \sum_{k=0}^{N} \xi_k^2 = \min,$$

или

$$F_1 = \sum_{k=0}^{N}\left(h_k - \sum_{i=1}^{n} V_i U_i^k\right)^2 = \min. \qquad (16)$$

Неизвестные V_i находятся из решения системы линейных уравнений:

$$\frac{\partial F_1}{\partial V_i} = 2\sum_{k=0}^{N}\left(h_k - \sum_{j=1}^{n} V_j U_j^k\right) U_i^k = 0,$$
$$i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (17)$$

По полученным V_i определяются A_i:

$$A_i = V_i p_i e^{p_i t_0}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Используя свойства преобразования Лапласа, запишем выражение для передаточной функции объекта:

$$W(p) = L\left\{\sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{p_i}(e^{p_i t} - 1)\right\} = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{p - p_i}. \qquad (18)$$

Основные трудности при практической реализации рассмотренного способа возникают при нахождении корней многочлена $\mathcal{P}_n(U)$.

[2] Исследование системы уравнений (15) приводится в приложении 1.

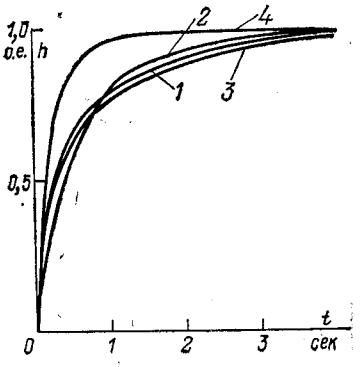


Рис. 1. Переходные характеристики модельного гидрогенератора.

1 — экспериментальная характеристика; *2* — аппроксимирующая характеристика, полученная методом подбора при $n=2$; *3* — то же при $n=3$; *4* — аппроксимирующая характеристика, полученная методом полиномов Лагера ($n=2$).

Однако, как показали расчеты, при определении математического описания объекта даже со сложной внутренней структурой часто бывает вполне достаточным выделение не больше трех доминирующих составляющих, что не приводит к большим затруднениям. Вызывает также затруднение неопределенность числа доминирующих составляющих. Для получения приемлемых результатов надо проводить расчеты при разных n. При этом порядок n определяется по величине ошибки аппроксимации.

Указанный выше алгоритм нахождения математического описания объекта по его переходной функции был реализован на ЦВМ «Мир-1» и были проведены расчеты по обработке осциллограмм объектов электрической системы. (В качестве примера в приложении 2 приведен алгоритм выделения пары комплексно-сопряженных доминирующих составляющих.)

Примеры. Рассмотрим применение способа для определения математического описания системы возбуждения совместно с общим каналом регулятора возбуждения сильного действия модельного синхронного генератора динамической модели МЭИ [3].

На рис. 1 линией *1* показана экспериментальная переходная характеристика, как реакция общей части АРВ совместно с системой возбуждения от входа сумматора АРВ до колец ротора синхронного генератора на единичное возмущающее воздействие, приложенное на входе сумматора АРВ. В [Л. 6] по этой характеристике находились переходные и передаточные функции, приведенные в таблице. Результаты аппроксимации приведены также на рис. 1.

Эта же экспериментальная характеристика была использована для нахождения математического описания исследуемого объекта предлагаемым в работе способом, причем характе-

[3] Результаты эксперимента по определению переходной характеристики взяты из [Л. 6].

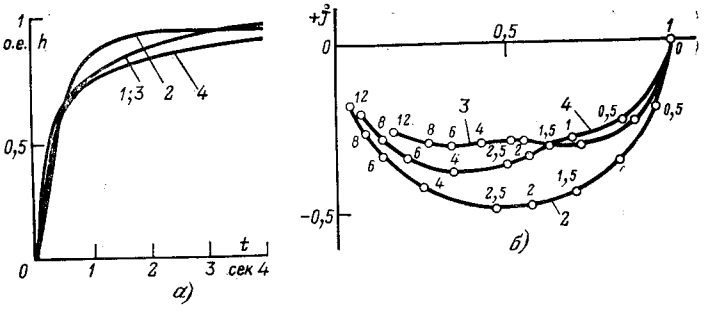


Рис. 2. Переходные (*а*) и амплитудно-фазовые (*б*) характеристики модельного гидрогенератора.

1 — экспериментальная переходная характеристика; *2* — аппроксимирующая переходная характеристика и АФХ при $n=1$; *3* — то же при $n=2$; *4* — то же при $n=3$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

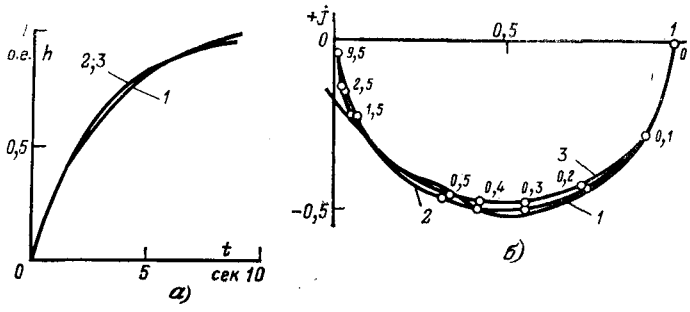


Рис. 3. Переходные (*а*) и амплитудно-фазовые (*б*) характеристики гидрогенератора Братской ГЭС.

1 — экспериментальные; *2* — аппроксимирующие при $n=1$; *3* — то же при $n=2$.

ристика задавалась дискретно с шагом 0,2 *сек*. Результаты аппроксимации разным числом составляющих приведены в таблице и показаны на рис. 2,*а*. Ошибка аппроксимации оценивалась по формуле [Л. 3]:

$$Q = \frac{1}{N}\sqrt{\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{h_{эk} - h_{ak}}{h_{эk}}\right)^2} \cdot 100\ \%,$$

где $h_{эk}$ — исходная экспериментальная характеристика; h_{ak} — аппроксимирующая характеристика, вычисленная по формуле (1).

Из приведенных результатов видно, что такой сложный объект, как система возбуждения синхронного генератора совместно с АРВ сильного действия, может быть достаточно точно описан простой математической формулой [формула (5) таблицы], если рассматривать этот элемент электрической системы как объект в целом.

Сопоставление формул объекта, полученных разными методами (таблица), позволяет выявить некоторую общность результатов. Так, если в переходной функции выражения (2) таблицы не учитывать последнее слагаемое (что не повлияет существенно на точность описания, поскольку составляющая не является доминирующей), то параметры переходных функций (2) и (5) будут близки между собой. Точно так же, если не принимать во внимание последние составляющие в выражениях для переходных функций (1) и (3), то их параметры по величинам будут близки параметрам формулы (4), найденной при аппроксимации исходной характеристики одной экспонентой.

Следует отметить недостаток, присущий всем методам нахождения математического описания объекта по временным зависимостям, в том числе и предлагаемому в работе, который состоит в неопределенности порядка аппроксимирующей формулы. В предлагаемом способе окончательную математическую формулу объекта можно установить по наименьшей величине ошибки Q после аппроксимации исходной характеристики разным числом составляющих. Так, в рассматриваемом примере целесообразно выбрать в качестве математического описания объекта выражение (5), содержащее две доминирующие составляющие.

При аппроксимации меньшим числом n выделяются некоторые усредненные составляющие, причем ошибка Q увеличивается. При аппроксимации большим числом составляющих ошибка Q также увеличивается, т. е. наблюдается своего рода «насыщение», которое объясняется тем, что недоминирующие составляющие соизмеримы с ошибками задания исходной характеристики, в результате чего и сами доминирующие составляющие и остальные слагаемые вычисляются с большой погрешностью.

На рис. 2,*б* приводят АФХ, построенные по передаточным функциям (4)—(6) таблицы, из которых видно, что несовпадение частотных характеристик заметно больше, чем для временных (рис. 2,*а*).

В качестве второго примера рассмотрим приведенную в [Л. 8] экспериментально снятую переходную характеристику синхронного гидрогенератора Братской ГЭС, показанную на рис. 3,*а* линией *1*. Осциллограмма показывает изменение напряжения на зажимах гидрогенератора ($\Delta U_Г$) при подаче ступенчатого сигнала в обмотку управления суммирующего магнитного усилителя автоматического регулятора возбуждения (ΔU_f).

В результате аппроксимации исходной характеристики разным числом составляющих n получены формулы:

при $n = 1$

$$h_1(t) = 1 - e^{-0,342t},\ Q = 0,76\ \%;$$

$$W_1(p) = \frac{0,342}{p + 0,342};$$

при $n = 2$

$$h_2(t) = 1 - 0,7e^{-0,283t} - 0,3e^{-0,56t},\ (Q = 0,8\ \%);$$

$$W_2(p) = \frac{0,2}{p + 0,283} + \frac{0,17}{p + 0,56}.$$

Формулы	Метод, используемый для нахождения математической формулы объекта, и порядок n	Переходная функция	Передаточная функция	Ошибка Q, %
(1)	Метод подбора* $n = 2$	$1 - 0,84e^{-2,17t} - 0,16e^{-0,33t}$	$\frac{18,25p + 0,7}{p^2 + 25p + 0,7}$	—
(2)	Метод подбора * $n = 3$	$1 - 0,43e^{-0,56t} - 0,663e^{-6,416t} + 0,095e^{-11,7t}$	$\frac{3,39p^2 + 48,7p + 41,725}{p^3 + 18,65p^2 + 85p + 41,725}$	—
(3)	Метод полиномов Лагерра* $n = 2$	$1 - 0,81e^{-2,9t} - 0,19e^{-17,4t}$	$\frac{5,67p + 50,5}{p^2 + 20,3p + 50,5}$	—
(4)	Способ выделения доминирующих составляющих $n = 1$	$1 - e^{-2,31t}$	$\frac{2,28}{p + 2,31}$	1,82
(5)	То же $n = 2$	$1 - 0,51e^{-0,89t} - 0,49e^{-8,25t}$	$\frac{4,5p + 7,35}{p^2 + 9,14p + 7,35}$	0,117
(6)	То же $n = 3$	$1 - 0,727e^{-0,852t} - 0,911e^{-3,4t} + 0,665e^{-1,46t}$	$\frac{2,74p^2 + 6p + 4,1}{p^3 + 5,7p^2 + 9,1p + 4,2}$	1,13

* Результаты определения переходной и передаточных функций взяты из [Л. 6].

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

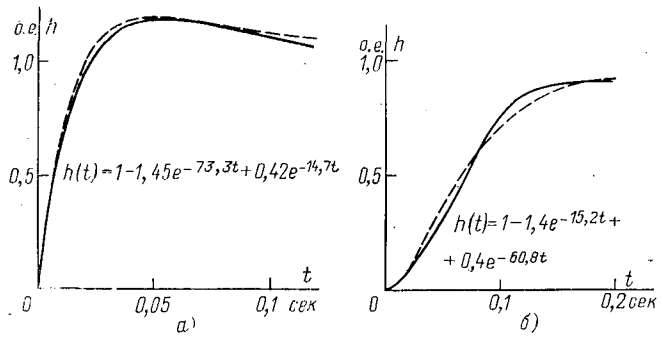


Рис. 4. Переходные характеристики элементов электрической системы.

——— экспериментальные характеристики; — — — — аппроксимирующие характеристики.

Характеристики $h_1(t)$ и $h_2(t)$ практически совпадают и показаны на рис. 3,*а* линией *2*.

Аппроксимация исходной характеристики как одной, так и двумя составляющими дает приблизительно одинаковую ошибку, и обе формулы пригодны для их последующего использования.

Следует отметить, что в действительности в рассматриваемый канал регулирования входит множество контуров (магнитный усилитель, ротор гидрогенератора, демпферные контуры, обратные связи и т. д.), однако все они могут быть представлены одной или двумя доминирующими составляющими. При этом точность расчетов будет достаточно высокой, что видно из совпадения исходной и аппроксимирующей характеристик.

Правильность найденного математического описания подтверждается также хорошим совпадением экспериментально снятой в [Л. 8] АФХ и характеристик, построенных расчетным путем по $W_1(p)$ и $W_2(p)$ (рис. 3,*б*).

На рис. 4 показаны примеры нахождения переходных функций элементов электрической системы по экспериментальным переходным характеристикам, которые в отличие от предыдущих характеристик имеют характер перерегулирования (4,*а*) и запаздывания в начале переходного процесса (4,*б*). Для таких типов характеристик, довольно часто встречающихся в практике, требуется выделение не менее двух доминирующих составляющих.

Приложение 1. Исследование системы уравнений (15). Покажем, что система уравнений (15) невырождена, если n меньше или равно степени характеристического многочлена объекта и наоборот, определитель ее равен нулю, если $n>m$.

В системе (15) для удобства введем обозначения $x_{n-l}=(-1)^{n-l}S_{n-l}$ и перепишем ее (учтя, что $x_0=1$) в виде:

$$\sum_{l=0}^{n-1}\left(\sum_{k=0}^{N-n} h_{k+l}h_{k+n-i}\right)x_{n-l} = -\sum_{k=0}^{N-n} h_{k+n}h_{k+n-i},\ i=1,2,\ldots,n;$$

обозначим также

$$\sum_{k=0}^{N-n} h_{k+l}h_{k+n-i} = a_{il}.$$

Задача состоит в исследовании определителя матрицы $\mathbf{A}=\|a_{il}\|$. Представим матрицу $\mathbf{A}$ в виде произведения:

$$\mathbf{A}=\mathbf{H}\cdot\mathbf{H}',$$

где

$$\mathbf{H}=\begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \ldots & h_{N-n} \\ h_1 & h_2 & \ldots & h_{N-n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h_{n-1} & h_n & \ldots & h_{N-1} \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим квадратичную форму:

$$\sum_{i,l} a_{il}\xi_i\xi_l = (\xi_0\xi_1\ldots\xi_{n-1})\times\mathbf{H}\times\mathbf{H}'\times\begin{pmatrix}\xi_0\\ \xi_1\\ \ldots\\ \xi_{n-1}\end{pmatrix} =$$

$$=\left(\sum_{i=0}^{n-1}\xi_i h_i\right)^2+\left(\sum_{i=0}^{n-1}\xi_i h_{i+1}\right)^2+\ldots+\left(\sum_{i=0}^{n-1}\xi_i h_{i+N-n}\right)^2. \quad (\text{П-1})$$

Из этого представления видно, что либо квадратичная форма $\sum_{i,l} a_{il}\xi_i\xi_l$ положительна для любых ненулевых векторов $(\xi_0\xi_1\ldots\xi_{n-1})$, либо на каком-то ненулевом векторе квадратичная форма обращается в нуль.

В первом случае матрица $\|a_{ij}\|$—положительно определенная и согласно критерию Сильвестра все ее главные диагональные миноры (в том числе и определитель) положительны. Значит, в первом случае матрица **A** неособенная. Во втором случае матрица **A** особенная. Таким образом, надо выяснить условия, при которых квадратичная форма может на ненулевых векторах обращаться в нуль.

Из выражения (П-1) следует, что квадратичная форма обращается в нуль тогда и только тогда, когда все линейные формы

$$\sum_{i=0}^{n-1}\xi_i h_i,\quad \sum_{i=0}^{n-1}\xi_i h_{i+1},\quad \ldots,\quad \sum_{i=0}^{n-1}\xi_i h_{i+N-n}$$

одновременно обращаются в нуль. Это означает, что строки матрицы **H** линейно зависимы. Итак, получаем: матрица **A** особенная тогда и только тогда, когда ранг матрицы **H** меньше n. Покажем, что m строк матрицы **H** линейно независимы. В самом деле, определитель минора имеет вид:

$$\det\begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \ldots & h_{m-1} \\ h_1 & h_2 & \ldots & h_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h_{m-1} & h_m & \ldots & h_{2m-2} \end{pmatrix}. \quad (\text{П-2})$$

Этот определитель вычислен выше [см. формулу (12)] и отличен от нуля в рассматриваемых условиях. Следовательно, m строк матрицы **H** линейно независимы. Значит и для $n<m$ строки матрицы **H** линейно независимы. Отсюда следует, что матрица **A** неособенная для любых $n\leqslant m$. Для $n>m$ строки матрицы **H** линейно зависимые, что непосредственно следует из теоремы 1, которая устанавливает такую линейную зависимость.

Таким образом, матрица **A** особенная тогда и только тогда, когда $n>m$.

Следовательно, как и в случае второй теоремы, о порядке характеристического многочлена объекта можно судить по условию, особенная или неособенная матрица **A** системы уравнений (15). При этом процедура выявления порядка может быть такая же, как указано во второй теореме.

Приложение 2. Алгоритмы выделения пары комплексно-сопряженных доминирующих составляющих. Переходная функция объекта ищется в виде:

$$g(t)=\frac{\dot{A}_1}{\dot{p}_1}(e^{\dot{p}_1 t}-1)+\frac{\bar{A}_1}{\bar{p}_1}(e^{\bar{p}_1 t}-1),$$

где

$$\dot{A}_1 = A'_1 + jA''_1,\quad \dot{p}_1=\alpha_1+j\omega_1.$$

Полагая, что экспериментальная переходная характеристика задана для равноотстоящих моментов времени $t_k=t_0+k\Delta t$ $(k=0,1,\ldots,N)$ и вводя обозначения:

$$\dot{V}=\frac{\dot{A}_1}{\dot{p}_1}e^{\dot{p}_1 t_0},\quad \bar{V}=\frac{\bar{A}_1}{\bar{p}_1}e^{\bar{p}_1 t_0},\quad \dot{U}=e^{\dot{p}_1\Delta t},\quad \bar{U}=e^{\bar{p}_1\Delta t},$$

получаем систему уравнений вида;

$$h_k=\dot{V}\dot{U}^k+\bar{V}\bar{U}^k+\xi_k,\quad k=0,1,\ldots,N.$$

Симметрические функции от $\dot{U}$ и $\bar{U}$ имеют вид:

$$S_0=1;\ S_1=\dot{U}+\bar{U};\ S_2=\dot{U}\bar{U}.$$

В соответствии с выражением (15) получим систему уравнений:

$$S_1\sum_{k=0}^{N-2}h_{k+1}^2-S_2\sum_{k=0}^{N-2}h_k h_{k+1}=\sum_{k=0}^{N-2}h_{k+1}h_{k+2};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$S_1 \sum_{k=0}^{N-2} h_k h_{k+1} - S_2 \sum_{k=0}^{N-2} h_k^2 = \sum_{k=0}^{N-2} h_k h_{k+2}.$$

Решение этой системы уравнений позволяет найти S_1 и S_2.

Значения $\dot{U}$ и $\bar{U}$ находятся из решения уравнения

$$\dot{U}^2 - S_1 U + S_2 = 0,$$

т. е.

$$U_{1,2} = \frac{S_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{S_1}{2}\right)^2 - S_2}.$$

Можно показать, что $\left(\frac{S_1}{2}\right)^2 - S_2 < 0$.

Действительно,

$$\left(\frac{S_1}{2}\right)^2 - S_2 = \left(\frac{\dot{U} - \bar{U}}{2}\right)^2 - \dot{U}\bar{U} = \left(\frac{\dot{U} - \bar{U}}{2}\right)^2 = -(\mathrm{Im}\ [\dot{U}])^2.$$

Полюс p_i вычисляется по формуле (9).

Значения $\dot{V}$ и $\bar{V}$ в соответствии с (18) определяются из решения следующей системы уравнений:

$$\dot{V} \sum_{k=0}^{N} \dot{U}^{2k} + \bar{V} \sum_{k=0}^{N} (\dot{U}\bar{U})^k = \sum_{k=0}^{N} h_k \dot{U}^k;$$

$$\dot{V} \sum_{k=0}^{N} (\dot{U}\bar{U})^k + \bar{V} \sum_{k=0}^{N} \bar{U}^{2k} = \sum_{k=0}^{N} h_k \bar{U}^k,$$

тогда

$$\dot{A}_1 = \dot{V} \dot{p}_1 e^{\dot{p}_1 t_0}.$$

Выводы. 1. Использование свойств доминирующих составляющих позволяет для объектов со сложной внутренней структурой получать простые математические описания объектов.

2. Алгоритм предложенного способа аналитического нахождения математической формулы объекта по его экспериментальной переходной характеристике просто программируется при постановке задачи на ЦВМ и требует для решения небольших затрат машинного времени.

3. Расчеты показали возможность получения по переходной характеристике объекта простого математического описания, достаточно полно отражающего наиболее существенные свойства объекта, что позволяет рекомендовать предлагаемый способ для практического использования при конструктивных разработках и научных исследованиях систем управления и регулирования, имеющих сложную внутреннюю структуру.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Морозовский В. Т.** Многосвязные системы автоматического регулирования. М., «Энергия», 1970.

2. **Васин В. П., Скопинцев В. А.** Способ определения передаточных функций элементов электрических систем по их амплитудно-фазовым характеристикам.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт». 1971, № 5.

3. **Штробель Х.** Новый метод определения передаточной функции с помощью одновременного измерения действительной и мнимой частей частотной характеристики.— В сб.: Теория непрерывных автоматических систем и вопросы идентификации. М., «Наука», 1971.

4. **Балакирев В. С., Дудников Е. Г., Цирлин М. А.** Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления. М., «Энергия», 1967.

5. **Илюхин А. Г., Коваленко В. П.** Численные методы обработки информации при исследовании динамических систем. Киев, «Наукова думка», 1971.

6. **Головицин Б. И., Лисеев М. С.** Об одном методе идентификации динамических объектов на АВМ.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1972, № 2.

7. **Веников В. А.** Переходные электромеханические процессы в электрических системах. М., «Высшая школа», 1970.

8. **Бушуев В. В., Гамм Б. З.** Об одном методе получения частотных характеристик энергетических объектов.— «Труды СибНИИЭ. Режимы и устойчивость электроэнергетических систем». М., «Энергия», 1970, вып. 17.

[25.6.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.372.016.35.001.24

Применение обобщенного метода Хилла для исследования устойчивости сложных параметрических цепей

ТАФТ В. А., ХЕЙФЕЦ С. Б.

Москва

Исследование систем с периодически изменяющимися параметрами представляет значительный интерес для электроэнергетики, радиотехники и теории регулирования.

В электроэнергетике основные элементы энергетических установок (синхронные машины) представляют собой системы с периодическими параметрами. Такими же системами являются и все нелинейные устройства, включенные на периодически изменяющееся напряжение — трансформаторы, дроссели.

В радиотехнике и электротехнике все большее значение приобретают устройства, использующие параметрический резонанс, например параметроны, параметрические усилители и генераторы.

В автоматике системами с переменными параметрами являются импульсные системы и системы автоматического регулирования на несущей переменного тока.

Применение обобщенного метода Хилла (спектрального метода) [Л. 1] для исследования устойчивости нестационарных систем позволяет проводить их полный анализ с учетом всех гармоник. Указанный метод находит широкое применение [Л. 2—5] при исследовании систем с периодически изменяющимися параметрами.

Однако некоторые вопросы практического применения спектрального метода для исследования устойчивости сложных параметрических систем связаны с существенными вычислительными затруднениями, в частности, эти затруднения возникают при исследовании многоконтурных цепей с многими периодически изменяющимися элементами.

Известно, что спектральный метод не может быть непосредственно применен для исследования устойчивости решений дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами при старшей производной или при производной, на единицу меньше

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

шей, чем старшая. В этих случаях уравнения должны быть предварительно приведены к канонической форме [Л. 1].

В статье дается дальнейшее обобщение метода на общий случай сложной системы с многими переменными параметрами, которая описывается системой уравнений, содержащей переменные коэффициенты также и при высших производных. Показано, что и в этом случае с помощью преобразований система уравнений может быть приведена к виду, позволяющему непосредственно применить спектральный метод. Этот результат послужил основой для составления универсальной программы исследования устойчивости периодических режимов[1].

Приведение к канонической форме даже дифференциального уравнения 2-го порядка с периодическим коэффициентом при высшей производной (см. например [Л. 6]), также приводит к громоздким вычислениям, так как включает деление на зависящий от времени тригонометрический многочлен. Эти затруднения так же как и другие, возникающие при приведении к канонической форме, устраняются с помощью предлагаемого развития метода.

Далее рассматривается двухконтурная параметрическая цепь (рис. 1), являющаяся схемой замещения для широкого класса электрических систем. К таким системам, в частности, относятся:

синхронная машина, работающая на нелинейную емкость в режиме малых колебаний;

суперрегенеративные контуры;

системы регулирования на переменном токе объектами с переменными параметрами.

На примере системы дифференциальных уравнений данной цепи предлагается:

1) способ приведения системы к одному дифференциальному уравнению n-го порядка;

2) новая каноническая форма, которая может быть получена в отличие от предыдущей без деления на тригонометрический многочлен.

Излагаемый случай значительно сложнее рассматривавшихся ранее [Л. 3—6] из-за наличия переменных коэффициентов при высших производных.

Применительно к отдельным задачам точные решения могут быть заменены практическими расчетными соотношениями.

Система дифференциальных уравнений для контура на рис. 1 записывается в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
&[L_1(t)+L_3(t)]\frac{d^2q_1}{dt^2}+\left[\frac{dL_1(t)}{dt}+\frac{dL_3(t)}{dt}+\right.\\
&\left.+R_1(t)+R_3(t)\right]\frac{dq_1}{dt}+\left[\frac{1}{C_1(t)}+\frac{1}{C_3(t)}\right]q_1+\\
&+L_3(t)\frac{d^2q_2}{dt^2}+\left[\frac{dL_3(t)}{dt}+R_3(t)\right]\frac{dq_2}{dt}+\\
&+\frac{1}{C_3(t)}q_2=0;\\
&[L_2(t)+L_3(t)]\frac{d^2q_2}{dt^2}+\left[\frac{dL_2(t)}{dt}+\frac{dL_3(t)}{dt}+\right.\\
&\left.+R_2(t)+R_3(t)\right]\frac{dq_2}{dt}+\left[\frac{1}{C_2(t)}+\frac{1}{C_3(t)}\right]q_2+\\
&+L_3(t)\frac{d^2q_1}{dt^2}+\left[\frac{dL_3(t)}{dt}+R_3(t)\right]\frac{dq_1}{dt}+\\
&+\frac{1}{C_3(t)}q_1=0,\\
&\left(i_1=\frac{dq_1}{dt};\ i_2=\frac{dq_2}{dt}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Система (1) может быть переписана:

$$a_{12}\frac{d^2q_1}{dt^2}+a_{12}\frac{dq_1}{dt}+a_{13}q_1+b_{11}\frac{d^2q_2}{dt}+$$
$$+b_{12}\frac{dq_2}{dt}+b_{13}q_2=0; \quad (2а)$$

$$a_{21}\frac{d^2q_1}{dt^2}+a_{22}\frac{dq_1}{dt}+a_{23}q_1+b_{21}\frac{a^2q_2}{dt^2}+$$
$$+b_{22}\frac{dq_2}{dt}+b_{23}q_2=0, \quad (2б)$$

где a_{ij}, b_{ij} — коэффициенты при соответствующих производных системы (1).

После преобразований системы (2) и замены переменных

$$q_1=\varphi_1(t)\,y_1;\ q_2=\varphi_1(t)\,y_2, \quad (3)$$

где $$\varphi_1(t)=\exp\left[-\int_0^t\frac{a_{13}a_{21}-a_{23}a_{11}}{a_{12}a_{21}-a_{22}a_{11}}\,dt\right],$$

перейдем к системе:

$$\alpha_{21}\frac{d^2y_1}{dt^2}+\alpha_{22}\frac{dy_1}{dt}+\alpha_{23}y_1+\beta_{21}\frac{d^2y_2}{dt^2}+$$
$$+\beta_{22}\frac{dy_2}{dt}+\beta_{23}y_2=0; \quad (4а)$$

$$\frac{dy_1}{dt}+\beta_{11}\frac{d^2y_2}{dt^2}+\beta_{12}\frac{dy_2}{dt}+\beta_{13}y_2=0. \quad (4б)$$

Развернутая запись величин β_{ij}, α_{ij} приведена в приложении.

Подставив найденные из (4б) $\frac{dy_1}{dt}$ и $\frac{d^2y_1}{dt^2}$ в (4а), получим:

$$-\beta_{11}\alpha_{21}\frac{d^3y_2}{dt^3}+\left[\beta_{21}-\beta_{11}\alpha_{22}-\alpha_{21}\left(\beta_{12}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{d\beta_{11}}{dt}\right)\right]\frac{d^2y_2}{dt^2}+\left[\beta_{22}-\beta_{12}\alpha_{22}-\alpha_{21}\left(\beta_{13}-\right.\right.$$

[1] Предлагаемое развитие спектрального метода, в частности, дает возможность рассмотреть устойчивость стационарного режима систем энергоснабжения, содержащих ферромагнитные аппараты и емкости.

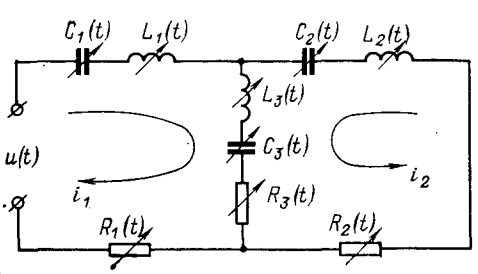


Рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$-\frac{d\beta_{12}}{dt}\Big)\Big]\frac{dy_2}{dt}+\Big[\beta_{23}-\beta_{13}\alpha_{22}-$$

$$-\alpha_{21}\frac{d\beta_{13}}{dt}\Big]y_2+\alpha_{23}y_1=0. \qquad (5)$$

Продифференцировав (5) и подставив $\frac{dy_1}{dt}$ в (4б), приходим к уравнению:

$$\alpha_4(t)\frac{d^4y_2}{dt^4}+\alpha_3(t)\frac{d^3y_2}{dt^3}+\alpha_2(t)\frac{d^2y_2}{dt^2}+$$

$$+\alpha_1(t)\frac{dy_2}{dt}+\alpha_0(t)y_2=0. \qquad (6)$$

Значения коэффициентов $\alpha_i(t)$ приведены в приложении.

Как показано в [Л. 11], уравнение (6) заменой

$$y=Z\exp\Big[-\frac{1}{n}\int_0^t\frac{\alpha_{n-1}(t)}{\alpha_n(t)}dt+$$

$$+2^{n-1}\int_0^t\frac{[\alpha_n(t)]^{(1)}}{\alpha_n(t)}dt\Big] \qquad (7)$$

может быть преобразовано к виду:

$$[\alpha_4^8(t)Z]^{(4)}+r_2(t)Z^{(2)}+r_1(t)Z^{(1)}+r_0(t)Z=0, \qquad (8)$$

обеспечивающему сходимость бесконечных числовых определителей. Значения $r_i(t)$ могут быть вычислены с помощью соотношения, выведенного в [Л. 9]. Подстановка (7) позволяет не производить деления на тригонометрический многочлен при приведении к каноническому виду [Л. 11].

Уравнение (8) после применения к нему преобразования Лапласа с учетом нулевых начальных условий и теоремы смещения может быть записано в виде:

$$S^4\sum_{m=-\infty}^{\infty}\dot{C}_m x(s+jm\Omega)+$$

$$+\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(s+jm\Omega)\sum_{\rho=0}^{2}s^\rho\dot{M}_{m\rho}=0^*. \qquad (9)$$

Разделим (8) на полином

$$R(s)=\prod_{i=1}^{4}(s-\beta_i),$$

для которого выполняются условия:

$$\sum_{i=0}^{4}\beta_i=0;\ \beta_i-\beta_k\neq jd\Omega, \qquad (10)$$

где i, k, d — любые целые числа.

Произведя деление и заменив s на $s+jk\Omega$, получим бесконечную систему уравнений:

$$\frac{(s+jk\Omega)^4\sum_{m=-\infty}^{\infty}\dot{C}_m x[s+j\Omega(m+k)]}{R(s+jk\Omega)}+$$

$$+\frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty}x[s+j\Omega(m+k)]\sum_{m=-\infty}^{\infty}(s+jk\Omega)^\rho\dot{M}_{m\rho}}{R(s+jk\Omega)}=0, \qquad (11)$$

где $k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ ...,\ \pm\infty.$

Полученная после указанного деления мероморфная функция $\Delta(s)$ не будет содержать кратных полюсов, что существенно упрощает дальнейшие вычисления [2]. Приравняв нулю бесконечный функциональный определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных системы (11), можно затем на основе известных частотных критериев [Л. 1] провести анализ устойчивости рассматриваемой системы с переменными параметрами.

При выполнении условия (10) $\Delta(s)$ можно представить в виде [Л. 1]

$$\Delta(s)=1+\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi D}{j\Omega}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{j\Omega}(s-\beta_i), \qquad (12)$$

где

$$D_i=\lim_{s\to\beta_i}[\Delta(s)(s-\beta_i)].$$

Полученное выражение для $\Delta(s)$ дает возможность непосредственно исследовать устойчивость с помощью частотных критериев аналогично тому, как это сделано для более простых случаев в [Л. 1—5], где отсутствовали переменные коэффициенты при высших производных [3].

Пример. Исследуем по предложенной методике дифференциальное уравнение второго порядка с периодическими коэффициентами при всех производных:

$$a(t)\frac{d^2q}{dt^2}+b(t)\frac{dq}{dt}+c(t)q=0. \qquad (13)$$

К такому уравнению приводит рассмотрение, например физических систем, показанных на рис. 2, а также систем регулирования на переменном токе в случае более общем, чем рассмотренный ранее в [Л. 2—4].

Разделив (13) на $a(t)$ и производя замену переменных (7), после преобразований получим:

$$\frac{d^2}{dt^2}[\varphi(t)x]+p(t)x=0. \qquad (14)$$

В дальнейшем остановимся на электротехнической интерпретации уравнения (13).

Дифференциальное уравнение контура, показанного на рис. 2, является частным случаем уравнения (13) и имеет вид:

$$L(t)\frac{d^2q}{dt^2}+\Big[R+\frac{dL(t)}{dt}\Big]\frac{dq}{dt}+\frac{1}{c(t)}q=0. \qquad (15)$$

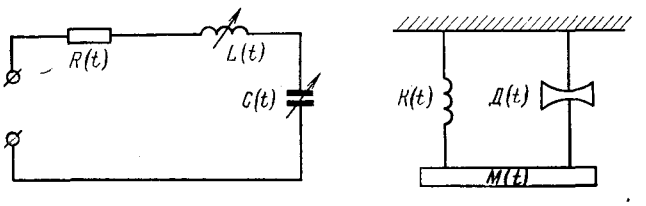


Рис. 2.

* Значения коэффициентов $\dot{C}_m$ и $\dot{M}_{m\rho}$ приведены в [Л. 11].

[2] Очевидно, что величина $x(s)$ не изменится при делении уравнения (9) на любой полином $R(s)$, так как $x(s)=\Delta_1(s)/\Delta(s)$, поэтому при делении $\Delta(s)$ на $R(s)$ одновременно делится и $\Delta_1(s)$.

[3] При этом необходимо учесть смещение областей устойчивости уравнения (6), вызванное экспоненциальной составляющей функции $\varphi_1(t)$ в подстановке (7).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Переходя от уравнения (15) к форме (14), получим соотношения для коэффициентов:

$$\varphi(t) = [L(t)]^2;$$

$$P(t) = L(t)\frac{1}{C(t)} - \frac{1}{4}\left[R + \frac{dL(t)}{dt}\right] - \frac{1}{2}L(t)\frac{d^2L(t)}{dt^2} + \frac{1}{2}\frac{dL(t)}{dt}\left[R + \frac{dL(t)}{dt}\right]. \quad (16)$$

Определитель рассматриваемой системы можно записать в виде

$$\Delta(s) = 1 + D\frac{\pi}{j\Omega}\left[\operatorname{ctg}\frac{\pi}{j\Omega}(s-1) - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{j\Omega}(s+1)\right], \quad (20)$$

где

$$D = \lim_{s\to 1}[\Delta(s)(s-1)].$$

Бесконечный числовой определитель D имеет соответственно следующие нулевую и r-ю строки:

$$\ldots\ 0\ \left|\frac{\frac{A_2}{2} - j\frac{B_2}{2} + \frac{m_L^2}{4}}{2H}\right|\ \left|\frac{\frac{A_1}{2} - j\frac{B_1}{2} + m_L}{2H}\right|\ \left|\frac{A_0 + 1 + \frac{m_L^2}{2}}{2H}\right|\ \left|\frac{\frac{A_1}{2} + j\frac{B_1}{2} + m_L}{2H}\right|\ \left|\frac{\frac{A_2}{2} - j\frac{B_2}{2} + \frac{m_L^2}{4}}{2H}\right|\ 0\ldots;$$

$$\ldots\ 0\ \left|\frac{m_L^2}{4H} + \frac{\frac{m_L^2}{4} + \frac{A_2}{2} - j\frac{B_2}{2}}{Hjr\Omega(2 + jr\Omega)}\right|\ \left|\frac{m_L}{H} + \frac{m_L + \frac{A_1}{2} - j\frac{B_1}{2}}{Hjr\Omega(2 + jr\Omega)}\right|\ \left|\frac{1 + \frac{m_L^2}{2}}{H} + \frac{1 + \frac{m_L^2}{2} + A_0}{Hjr\Omega(2+jr\Omega)H}\right|\ \left|\frac{m_L}{H} + \frac{m_L + \frac{A_1}{2} + j\frac{B_1}{2}}{Hjr\Omega(2 + jr\Omega)}\right|\ \left|\frac{\frac{m_L^2}{4H} + \frac{\frac{m_L^2}{4} + \frac{A_2}{2} + j\frac{B_2}{2}}{Hjr\Omega(2 + jr\Omega)}}{}\right|,$$

Пусть

$$L(t) = L_0(1 + m_L\cos\Omega t);$$

$$\frac{1}{C(t)} = \frac{1}{C_0}[1 + m_C\cos(\Omega t + \beta)]^{**}. \quad (17)$$

При этом каноническая форма дифференциального уравнения (15) примет вид[4]:

$$\frac{d^2}{dt^2}\left\{\left[1 + \frac{m_L^2}{2} + 2m_L\cos\Omega t + \frac{m_L^2}{2}\cos 2\Omega t\right]x\right\} + [A_0 + A_1\cos\Omega t + A_2\cos 2\Omega t + B_1\sin\Omega t + B_2\sin 2\Omega t]\,x = 0, \quad (18)$$

где $A_0 = \frac{1}{L_0C_0} + \frac{1}{2L_0C_0}m_Lm_C\cos\beta + \frac{3}{8}m_L^2\Omega^2 - \frac{R^2}{4L_0^2}$;

$$A_1 = \frac{1}{L_0C_0}(m_L + m_C\cos\beta) + \frac{1}{2}m_L\Omega^2;$$

$$A_2 = \frac{1}{2L_0C_0}m_Lm_C\cos\beta + \frac{1}{8}m_L^2\Omega^2;$$

$$B_1 = -\frac{1}{L_0C_0}m_C\sin\beta; \quad B_2 = -\frac{1}{2L_0C_0}m_Lm_C\sin\beta.$$

Переходя в область изображений, получаем:

$$x(s)\left[\left(1 + \frac{m_L^2}{2}\right)s^2 + A_0\right] + x(s + j\Omega)\left[s^2m_L + \frac{A_1}{2} + j\frac{\beta_1}{2}\right] + x(s - j\Omega)\left[s^2m_L + \frac{A_1}{2} - j\frac{\beta_1}{2}\right] + x(s + 2j\Omega)\left[s^2\frac{m_L^2}{4} + \frac{A_2}{2} + j\frac{B_2}{2}\right] + x(s - 2j\Omega)\left[s\frac{m_L^2}{4} + \frac{A_2}{2} - j\frac{B_2}{2}\right] = 0. \quad (19)$$

где $H = (1 + m_L)^2$.

Приравняв определитель $\Delta(s)$ нулю, получим характеристическое уравнение цепи с гармонически изменяющимися емкостью и индуктивностью.

С помощью соотношения (20) на ЦВМ БЭСМ-4 определен вид областей устойчивости уравнения (15) при $L_0 = 5$ *гн*, $C_0 = 80$ *мкф*, $R = 60$ *ом*, $\Omega = 100$ *гц*;

$$\beta = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \pi;\ 0 \leqslant m_C,\ m_L < 1.$$

Как видно из рис. 3, величина областей устойчивости ограниченных кривыми и осями m_L и m_C зависит в первую очередь от фазы β. Действительно, в рассматриваемую электрическую цепь вводится энергия двумя энергоемкими параметрами $L(t)$ и $C(t)$. При определенном значении β может происходить и обратный процесс — один из периодически изменяющихся элементов вводит электромагнитную энергию в цепь, а другой частично или полностью эту энергию выводит.

Этим процессом и объясняется существование узкой области устойчивости при значениях m_L и m_C, приближающихся к единице. Наклон линий к оси m_L при больших значениях модуляций связан с переносом энергии спектра колебаний в высокочастотную область. Действительно, при увеличении m_L и m_C высокочастотные составляющие тока в исследуемом контуре приобретают все большие значения, что и увеличивает индуктивное сопротивление контура.

Приложение.

$$a_{21} = a_{21};\ a_{22} = \left[a_{21}2\frac{d\varphi_1(t)}{dt} + a_{22}\varphi_1(t)\right]\frac{1}{\varphi_1(t)};$$

$$a_{23} = \left[a_{21}\frac{d^2\varphi_1(t)}{dt^2} + a_{22}\frac{d\varphi_1(t)}{dt} + a_{23}\varphi_1(t)\right]\frac{1}{\varphi_1(t)};$$

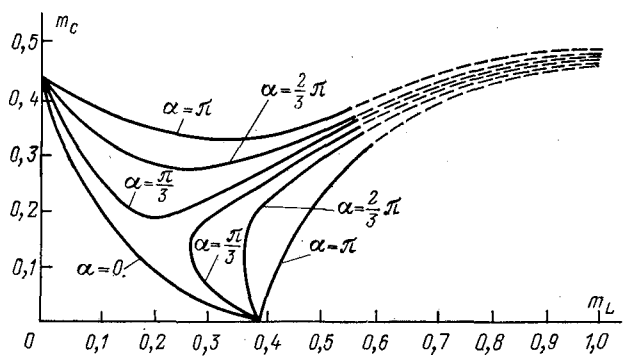


Рис. 3.

** Здесь рассматривается случай, когда частоты изменения емкости и индуктивности одинаковы. Результат применим и к случаю, когда отношение этих частот равняется m/n, где m, n — целые числа. Случай, когда m/n — трансцендентное число, требует отдельного рассмотрения.

[4] Такой электрический контур рассмотрен в [Л. 6].

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\beta_{21} = b_{21};\ \beta_{22} = \left[b_{21} 2 \frac{d\varphi_1(t)}{dt} + b_{22}\varphi_1(t) \right] \frac{1}{\varphi_1(t)};$$

$$\beta_{11} = \frac{b_{11}a_{21} - b_{21}a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}};\quad \beta_{23} = \left[b_{21} \frac{d^2\varphi_1(t)}{dt^2} + b_{22} \frac{d\varphi_1(t)}{dt} + b_{23}\varphi_1(t) \right] \frac{1}{\varphi_1(t)};$$

$$\beta_{12} = \left[2 \frac{b_{11}a_{21} - b_{21}a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}} \cdot \frac{d\varphi_1(t)}{dt} + \frac{b_{12}a_{21} - b_{22}a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}} \right] \frac{1}{\varphi_1(t)};$$

$$\beta_{13} = \left[\frac{b_{11}a_{21} - b_{21}a_{11}}{a_{12}a_{11} - a_{22}a_{11}} \cdot \frac{d^2\varphi_1(t)}{dt^2} + \frac{b_{12}a_{21} - b_{22}a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{b_{13}a_{21} - b_{23}a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}} \right] \frac{1}{\varphi_1(t)};$$

$$\alpha_4(t) = \alpha_{12} \frac{\beta_{11}a_{21}}{a_{23}};\quad \alpha_3(t) = \alpha_{12} \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\beta_{11}a_{21}}{a_{23}} \right) + \frac{\beta_{11}a_{23} - \beta_{21} - a_{21} \left(\beta_{12} - \frac{d\beta_{11}}{dt} \right)}{a_{23}} \right];$$

$$\alpha_2(t) = \alpha_{12} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\beta_{11}a_{23} - \beta_{21} + \frac{a_{21}}{a_{23}} \left(\beta_{12} + \frac{d\beta_{11}}{dt} \right) \right] + \frac{\beta_{12}a_{22} - \beta_{22} - a_{21} \left(\beta_{13} - \frac{d\beta_{12}}{dt} \right)}{a_{23}} \right\} + \beta_{11};$$

$$\alpha_1(t) = \alpha_{12} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\beta_{12}a_{23} - \beta_{22} - a_{21} \left(\beta_{13} - \frac{d\beta_{12}}{dt} \right)}{a_{23}} \right] + \frac{\beta_{13}a_{22} - \beta_{23} + a_{21} \frac{d\beta_{13}}{dt}}{a_{23}} \right\} + \beta_{12};$$

$$\alpha_0(t) = \alpha_{12} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\beta_{13}a_{22} - \beta_{23} + a_{21} \frac{d\beta_{13}}{dt}}{a_{23}} \right] \right\} + \beta_{13}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тафт В. А.** Электрические цепи с переменными параметрами. М., «Энергия», 1968.

2. **Казамаров А. А., Палатник А. М., Роднянский Л. О.** Динамика двумерных систем автоматического регулирования. М., «Наука», 1967.

3. **Куракин К. Н.** Точный метод анализа систем автоматического регулирования на несущей переменного тока.— «Электричество», 1970, № 9.

4. **Куракин К. Н.** Исследование вынужденных колебаний систем автоматического регулирования на несущей переменного тока.— «Электричество», 1971, № 10.

5. **Кухтенко В. И.** Динамика самонастраивающихся систем со стабилизацией частотных характеристик. М., «Машиностроение», 1970.

6. **Тафт В. А., Горелик В. Ю., Панов Т. Ц.** Контур с двумя переменными параметрами.— «Труды МИИТ», 1970, вып. 330.

7. **Сансоне Дж.** Обыкновенные дефференциальные уравнения. М., Изд-во иностр. лит., 1953.

8. **Солодов А. В.** Линейные системы с переменными параметрами. М., Физматгиз, 1962.

9. **Хейфец С. Б.** К алгоритмизации исследования устойчивости параметрических систем спектральным методом.— «Труды МИИТ», 1971, вып. 5.

10. **Горелик В. Ю., Караулов А. И., Тафт В. А.** Практическое применение спектральных методов для анализа систем с переменными параметрами.— «Автоматика и телемеханика», 1969, № 5.

11. **Тафт В. А., Хейфец С. Б.** Применение обобщенного метода Хилла для исследования устойчивости сложных систем с многими переменными параметрами.—«Труды МИИТ», 1973, вып. 440.

[26.6.1972]

◇ ◇ ◇

УДК 621.31.003.1

Принципы многоцелевой оптимизации больших систем в энергетике[1]

Доктор техн. наук ЩАВЕЛЕВ Д. С., кандидаты техн. наук ГУК Ю. Б., ОКОРОКОВ В. Р., ПАПИН А. А.

Ленинград, Иркутск

В развитии энергетики СССР в настоящее время появилась новая качественная особенность — образование больших систем, под которыми понимаются реальные непрерывно развивающиеся и иерархически построенные системы, включающие сложный комплекс взаимодействующих элементов с большим числом внутренних и внешних материальных и информационных связей, значительная часть из которых не может быть точно определена количественно [Л. 1]. Следствием изменений, которые в последние годы произошли в энергетике, многие ее подсистемы, в частности электроэнергетика, все в большей степени приобретают свойства, присущие сложным развивающимся системам кибернетического типа [Л. 2]. Управление такими системами, понимаемое в широком смысле как система мероприятий для лучшего достижения поставленных целей, существенно усложнилось.

В соответствии со свойствами больших систем в энергетике управление ими относится к классу задач, при решении которых приходится: а) рассматривать проблемы более или менее дальней перспективы; б) учитывать весьма сложные внутренние и внешние связи управляемой системы; в) давать качественную характеристику части управляемых параметров из-за невозможности количественного их выражения; г) принимать решения в условиях частичной, а иногда значительной неопределенности. Методической основой для решения подобных проблем служит системный подход, в соответствии с которым оптимизация больших систем в энергетике предполагает необходимость полного учета всех затрат, вызванных влиянием внутренних и внешних, прямых и обратных связей

[1] Публикуя эту статью, редакция считает некоторые ее положения спорными, но не открывает дискуссию, поскольку по затронутым в статье вопросам дискуссия уже ведется в общеэкономических журналах.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

управляемой системы. Между тем, при существующих методах оптимизации больших систем в энергетике, основанных на минимизации приведенных затрат, действительные затраты народного хозяйства учитываются далеко не в полном объеме.

Применяемые в настоящее время методы связаны с наложением ограничивающих условий на область определения исследуемой функции. При этом тождественными считаются те варианты решений, значения параметров которых не выходят за пределы установленных ограничений, и исключаются из рассмотрения варианты, не удовлетворяющие этому признаку. Ограничивающие условия имеют самое различное смысловое значение. В одном случае они отражают дефицитность тех или иных видов ресурсов (затрат общественного труда), в другом — устанавливают минимально необходимый на данный период уровень объема продукции, в третьем — отвечают стремлениям достичь определенного уровня объемов потребительских свойств этой продукции или режимов ее получения.

Используя математические средства и широкие возможности применения вычислительной техники, данные методы реализации системного подхода позволяют судить о поведении целевой функции на всем исследуемом участке гиперпространства. Однако этим методам присущ ряд принципиальных недостатков.

1. Учет дефицитности отдельных видов ресурсов путем ввода ограничений не отражает целей наиболее рационального использования затрат общественного труда. В практических условиях при этом может быть так, что действительно оптимальный набор значений параметров рассматриваемой системы может соответствовать значению целевой функции, выходящему за пределы заранее ограниченной области ее определения.

2. Введение ограничений на сумму потребительских свойств противоречит требованию максимума результатов затрат и ведет к аналогичным последствиям.

Недостатки существующих методов экономических исследований заставляют искать новые пути оптимизации больших систем — обращаться к многоцелевой оптимизации. В общем виде критерий, выражающий стремление достижения комплекса целей, сформулирован в [Л. 3]. В настоящее время в решении практических задач учитываются лишь немногие элементы многокритериальности развития больших систем. Разработка показателей замыкающих затрат на топливо и энергию, правда, позволяет пополнить список учитываемых целей. Однако из-за объективной неопределенности информации возможности учета всего многообразия связей оптимизируемой системы с помощью метода приведенных затрат являются все же ограниченными. Так, в существующей практике оптимизации структуры электроэнергетики учитывается лишь около половины показателей электрических станций разных типов, определяющих их внешние и внутренние связи. При этом не учитываются полностью или учитываются весьма приближенно такие важные показатели, как зависимость от других экономических и естественных систем, дополнительное влияние на другие искусственные и естественные системы и т. п., т. е. показатели, характеризующие внешние связи электроэнергетики, а также и значительная часть показателей, определяющих ее внутренние связи — регулировочный диапазон, способность к быстрым пускам и изменению нагрузки, надежность и возможность систематических остановов. Однако их учет, как показывают исследования [Л. 4—6], существенно влияет как на выбор структуры ЭЭС при планировании их развития, так и на режим использования отдельных электростанций.

Авторами предложено для управления большими системами в энергетике использовать метод многоцелевой оптимизации, сущность которого ниже описывается более подробно.

Метод многоцелевой оптимизации отражает существующие взгляды на критерий и способы оптимального управления развитием больших систем в энергетике [Л. 1—3] и во многом свободен от недостатков, присущих современным экономико-математическим моделям.

Многоцелевую экономико-математическую оптимизационную модель системы можно представить в следующем принципиальном виде. Необходимо минимизировать сложную целевую функцию вида

$$E=\varphi(q_1, \ldots, q_{n'}; p_1, \ldots, p_{n''}; v_1, \ldots, v_n), \quad (1)$$

где $q_i(i=1,\ldots,n')$ — система показателей, которые характеризуют расходы различного вида ресурсов на реализацию того или иного варианта решения и выражают прямые внешние связи оптимизируемой системы; $p_i(i=1,\ldots,n'')$ — система показателей, характеризующих уровень потребительских свойств данного варианта и выражающих внешние обратные связи системы; $v_i(i=1,\ldots,n)$ — оценки важности поставленных целей, соответствующие затратам общественно необходимого труда для их достижения в оптимальном варианте.

На область определения целевой функции могут накладываться m ограничений по допустимым значениям параметров элементов системы, отражающих ее основные связи вида

$$r_j' \leqslant r_j \leqslant r_j'', \quad j=1,\ldots,m.$$

Для построения конкретного математического выражения функции (1) необходимо привести показатели q_i и p_i к единому масштабу измерения. С этой целью из всего бесконечного множества вариантов системы выберем n' таких, для каждого из которых хотя бы один показатель q_i имеет минимально возможное в условиях данной задачи значение, и n'' таких, для каждого из которых хотя бы один показатель p_i имеет максимальное значение. Сформулируем условный вариант системы, характеризующийся значениями показателей

$$q_{ki}=q_{\min i} \ (i=1,\ldots,n'); \quad p_{ki}=p_{\max i} \ (i=1,\ldots,n'')$$

Очевидно, этот условный вариант соответствует теоретически оптимальному состоянию системы с максимумом потребительских свойств при минимуме затрат общественно необходимого труда.

Если для народного хозяйства достижение всех целей является одинаково важным, то формулу (1) можно записать в виде

$$E_k=\sum_{i=1}^{n} e_{ki} \rightarrow \max. \quad (2)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Показатели e_{ki} представляют собой оценки эффективности рассматриваемого варианта системы k по отношению к поставленным целям и являются трансформированными в единый масштаб измерения значениями показателей всех видов прямых затрат общественно необходимого труда и результатов этих затрат, определяющих уровень косвенных затрат общественно необходимого труда, т. е. затрат труда на других участках народного хозяйства.

Реально для народного хозяйства затраты тех или иных видов ресурсов, обеспечивающих выполнение каждой цели, неравнозначны. Относительная важность достижения каждой цели будет учтена, если в состав критерия оптимальности (2) ввести показатели оценок важности целей в относительной форме:

$$E_k = \sum_{i=1}^{n} v_i e_{ki} \to \max, \qquad (3)$$

где $\sum_{i=1}^{n} v_i = A$ — принятый масштаб измерения оценок важности целей.

Удобно принять $A=1$. Тогда значение целевой функции (3) будет максимальным и равным единице для теоретически оптимального варианта. Обычно для реальных вариантов значения E_k будут меньше единицы.

Целевая функция (3), показывая степень приближения рассматриваемого варианта к теоретически возможному оптимуму, выражает народнохозяйственную эффективность данного варианта — уровень достижения потребительских свойств системы и прямых затрат общественного труда для ее функционирования и с учетом их значимости для народного хозяйства [Л. 7]. В связи с этим критерий, описываемый (3), выражает требование максимума народнохозяйственной эффективности обеспечения совокупности целей, определенных для управляемой системы.

В отличие от существующих методов многокритериальной или векторной оптимизации [Л. 8] использование целевой функции вида (3) позволяет получить одну эквивалентную компактную модель, весьма удобную для реализации с помощью известного математического аппарата и вычислительных машин. Эта модель при определенных условиях (когда требования достижения всех целей можно выразить в количественной форме) соответствует существующей экономико-математической модели, в которой в качестве целевой функции используются приведенные затраты [Л. 9].

Многоцелевая функция (3) позволяет также успешно преодолеть и основные трудности векторной оптимизации (выбор принципа оптимальности или проблема скаляризации, нормализация векторного критерия эффективности, учет приоритета или различной степени важности локальных критериев), имеющие явный концентуальный характер. Поэтому многоцелевые экономико-математические модели, в которых целевой функцией служит критерий эффективности (3), позволяют определять оптимальные направления развития сложных систем в энергетике, многоцелевых по своей природе.

Важнейшей частью метода многоцелевой оптимизации является определение совокупности целей для управляемой системы и назначение оценок их важности. По нашему мнению, набор целей для каждой оптимизируемой системы должен отражать объективные условия ее функционирования и задачи, определенные на более высоком уровне иерархии. В общем случае для всех человеко-машинных систем управляемые цели могут быть разбиты на две группы.

С одной стороны, это цели, выражающие прямые затраты различного вида ресурсов на функционирование системы, а с другой,— цели, определяющие ее потребительские свойства. Цели первой группы мы всегда стремимся минимизировать, а цели второй группы, наоборот, максимизировать, чтобы уменьшить косвенные затраты общественно необходимого труда. При оптимизации частных подсистем цели второй группы в большинстве случаев оказываются заданными, что непосредственно вытекает из требования равенства производственного эффекта. В этом случае мы стремимся минимизировать цели первой группы при сохранении постоянных значений показателей, определяющих достижение целей второй группы.

Состав целей первой группы отражает прежде всего виды используемых ресурсов для функционирования системы. Поскольку число последних для человеко-машинных систем ограничено, то состав целей этой группы мало зависит от вида решаемой задачи. В частности, для управляемых систем в энергетике в первую группу целей будут включены: капиталовложения, ежегодные расходы овеществленного и живого труда, расходы некоторых дефицитных ресурсов и т. п.

Состав целей второй группы в основном определяется видом решаемой оптимизационной задачи. Например, при оптимизации структуры электроэнергетической системы (ЭЭС) при ее развитии в состав целей этой группы войдут все цели, определяющие надежность функционирования ЭЭС: максимум живучести системы, регулировочного диапазона, скорости подъема и сброса нагрузки и т. п.

Следует заметить, что при построении экономико-математической модели решаемой задачи с использованием многоцелевого критерия эффективности (3) в состав последнего следует включать все показатели, выражающие поставленные цели, значения которых требуется оптимизировать. Показатели же, значения которых уже определены или заданы, как и в существующих моделях, целесообразно учитывать в виде соответствующих ограничений.

После определения управляемых целей необходимо установить оценку важности каждой из них. Учитывая объективную неопределенность затрат общественно необходимого труда для реализации многих целей, определяемых для больших систем в энергетике, и основываясь на изложенной выше экономической природе многоцелевого показателя эффективности, процедура назначения этих оценок должна удовлетворять следующим требованиям.

1. Не противоречить существующим способам решения проблемы соизмерения затрат и результатов, а основываться на них.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

2. Допускать и в максимально возможной мере формализовать участие человека (коллектива людей) в процессе принятия оптимальных решений. Это требование непосредственно отражает свойства больших человеко-машинных систем.

В этом отношении наиболее эффективными в настоящее время являются метод Черчмена, Акофа и Арнофа [Л. 10] и метод ранговой корреляции (оценочных рангов) [Л. 11].

В соответствии с этими условиями для каждого варианта системы оценки важности цели минимума капиталовложений $v_к$ и минимума ежегодных издержек $v_и$ должны находиться в следующем соотношении:

$$v_к : v_и = E_н K : И, \qquad (4)$$

где $E_н = 0{,}12$ *руб/год* — нормативная величина коэффициента сравнительной эффективности.

В уравнение (4) подставляются приведенные капиталовложения и приведенные ежегодные издержки, подсчитанные с учетом фактора времени, например по формуле Щавелева Д. С. [Л. 12].

Сумма $v_к + v_и = v_з$ представляет собой оценку важности цели минимума приведенных затрат, подсчитанных с учетом фактора времени и необходимых для реализации целей, которые выражаются в количественной форме. Если во всех вариантах все остальные цели малозначимы, то $v_к + v_и \approx 1$, и метод многоцелевой оптимизации превращается в существующий метод оптимизации по минимуму приведенных затрат.

В реальных условиях варианты, например электроэнергетической системы, могут отличаться по величине регулировочного диапазона, скорости увеличения нагрузки, уровню надежности и т. д. Для назначения оценки важности этих целей необходимо провести большие исследования. До завершения этих исследований оценку важности достижения необходимого регулировочного диапазона можно произвести, например, на основе замыкающих затрат, метод определения которых для регулировочного диапазона был разработан в Ленинградском политехническом институте.

Оценку цели охраны природы можно ориентировочно определить по соотношению затрат, выделяемых государством на охрану природы и на материальное производство.

Сумма оценок должна быть равна единице:

$$v_к + v_и + \sum_{i=1}^{n-2} v_i = 1.$$

Таким образом, сумма оценок важности всех остальных целей, кроме приведенных затрат,

$$\sum_{i=1}^{n-2} v_i = 1 - (v_к + v_и) = 1 - v_з.$$

Существенное значение для назначения оценок важности целей могут иметь и экспертные оценки квалифицированных специалистов. В последнем случае необходимо рассматривать несколько вариантов оценок важности целей, выяснить влияние их на выбор оптимального решения и определить его устойчивость.

Важной частью метода многоцелевой оптимизации является также назначение оценок эффективности рассматриваемых вариантов относительно каждой из поставленных целей. Как показал опыт расчетов, в реальных задачах выбор оценок эффективности сравниваемых вариантов по отношению к подавляющему большинству поставленных целей может быть произведен на основе применения технических или экономических показателей, объективно характеризующих эффективность вариантов по отношению к той или иной цели. При этом выбор показателей чаще всего бывает однозначным.

Показатели $e_{кi}$ определяются по правилам:

$$e_{кi} = \frac{q_{\min i}}{q_{кi}}, \quad i = 1, \ldots, n';$$

$$e_{кi} = \frac{p_{кi}}{p_{\max i}}, \quad i = 1, \ldots, n'';$$

$$n' + n'' = n.$$

Для каждого варианта системы его эффективность в отношении капитальных вложений $e_к = K_{\min}/K$, где $K_{\min}$ — капиталовложения варианта с минимальными приведенными капиталовложениями, подсчитанными с учетом фактора времени.

Для ежегодных издержек соответственно $e_и = И_{\min}/И$, где $И_{\min}$ — ежегодные издержки варианта с минимальными приведенными издержками.

Для регулировочного диапазона $e_р = R/R_{\max}$, где $R_{\max}$ — значение регулировочного диапазона варианта с максимальным диапазоном.

Если во всех вариантах все цели, кроме приведенных затрат, удовлетворяются в равной мере, то варианты являются тождественными по эффекту, и в таком случае по методу многоцелевой оптимизации и по условию минимума приведенных затрат будет признан оптимальным один и тот же вариант системы.

Решение многоцелевой математической модели можно производить с помощью широко известных методов поиска оптимума. Особый интерес в этом отношении представляет использование математических методов планирования эксперимента [Л. 13 и 14]. Рассматривая значения оптимизируемых параметров z_j как факторы, определяющие народнохозяйственную эффективность, можно планировать варианты как опыты факторного эксперимента и получить зависимость общей эффективности в виде уравнения регрессии $E = \psi(z_1, z_2, \ldots, z_m)$. В простейшем случае эта зависимость может быть представлена полиномом первой степени:

$$E = b_0 + b_1 z_1 + \ldots + b_j z_j + \ldots + b_m z_m. \qquad (5)$$

Коэффициенты b_j (коэффициенты в разложении Тейлора) являются конечным выражением производных народнохозяйственной эффективности по факторам в линейном приближении и показывают направление к оптимуму. Изменяя значения параметров в направлении градиента и проводя для каждого набора значений опыты факторного эксперимента, за конечное число шагов (величину шага можно принимать с учетом дискретности значений оптимизируемых параметров) можно прийти к точке (зоне) факторного пространства, в которой ко-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

эффициенты b_j или пренебрежительно малы, или меняют свой знак на обратный. Эта точка (зона) будет соответствовать оптимальному состоянию рассматриваемой системы.

Представляется перспективным применение метода планирования экспериментов для разработки стратегий управления большими системами в энергетике в условиях неопределенности исходной информации. Рассматривая те или иные показатели элементов оптимизируемой системы как факторы, определяющие народнохозяйственную эффективность, можно получить зависимость эффективности от этих неуправляемых факторов в виде полинома любой степени. Эта зависимость позволит судить о необходимости внесения тех или иных коррективов в планы при изменении условий управления.

Изложенный метод многоцелевой оптимизации был использован авторами для:

а) выбора структуры электростанций электроэнергетической системы при планировании ее развития;

б) оценки технико-экономических предпосылок включения ГЭС и ГАЭС в ЭЭС;

в) выбора оптимальной стратегии управления суточным режимом ЭЭС сложной структуры;

г) определения технико-экономических предпосылок включения в ЭЭС линий электропередачи постоянного тока;

д) определения эффективности автоматизированных систем управления в ЭЭС и др.

При решении указанных задач состав факторов, определяющих выбор оптимального варианта решения, включал как факторы, которые могли быть оценены количественно в масштабе приведенных затрат, так и факторы, которые могли иметь только качественную характеристику. Полученные оптимальные решения во многих случаях отличались от тех, которые были определены по минимуму приведенных затрат, записанных в форме их известных модификаций (формулы Болотова В. В. и Щавелева Д. С.), однако они соответствовали качественным принципам развития электроэнергетики страны.

В расчетах не ставилась задача получить необходимую точность в оценке важности целей. Назначением расчетов являлась отработка методики и техники применения многоцелевой оптимизации для решения практических задач. Представляло интерес также различие в выводах по сравнению с оптимизацией по минимуму приведенных затрат. Например, была поставлена задача определения эффективности строительства ГЭС мощностью 300 *Мвт* с годовой выработкой энергии в 900 млн. *квт·ч* в составе объединенной ЭЭС Северо-Запада. Эффективность выявлялась в результате оптимизации прироста мощности в системе за период до 1985 г.

В расчетах были приняты удельные капиталовложения для КЭС с блоками 300 *Мвт* на закритические параметры пара — 128 *руб/квт,* для КЭС с маневренными блоками 500 *Мвт* с пониженными параметрами пара — 115 *руб/квт;* для газотурбинных установок — 90 *руб/квт,* для ГЭС — 260 *руб/квт.* В многоцелевой модели для всех вариантов системы принимались постоянные значения $v_к$ и $v_и$.

По методу приведенных затрат более эффективным оказался вариант без ГЭС. Приведенные затраты по оптимальному варианту системы без ГЭС составили 222,8 млн. *руб/год,* а по оптимальному варианту с ГЭС — 229,6 млн. *руб/год.*

По методу многоцелевой оптимизации более эффективным получился вариант системы с ГЭС. Общая эффективность оптимального варианта системы с ГЭС получалась равной $E_г=0{,}823$, а без ГЭС $E_т=0{,}7352$.

Эти расчеты показали, что многоцелевая оптимизация позволяет более полно выявить эффективность маневренных электростанций, в данном случае ГЭС.

Уже в настоящее время метод многоцелевой оптимизации может быть использован в качестве вспомогательного метода для выбора оптимального решения по развитию ЭЭС в зоне практически равноценных вариантов по приведенным затратам, а также в зоне неопределенности.

Этот метод имеет и большое самостоятельное значение. Известно, что существующий метод минимума приведенных затрат, строго говоря, может применяться в тех случаях, когда варианты тождественны по эффекту и по ущербам. Однако, например ГЭС и КЭС нельзя привести к тождественным условиям по чистоте воздушного бассейна. Известно также, что для разных вариантов системы оптимальной оказывается разная величина уровня надежности электроснабжения. Варианты системы с ГЭС по использованию невозобновляемых ресурсов не могут быть тождественны вариантам с одними ТЭС. В таких случаях возникает принципиальная потребность замены метода приведенных затрат более общим методом, которым является, например, метод многоцелевой оптимизации.

Большое значение метод многоцелевой оптимизации может иметь при управлении режимами электроэнергетических систем, так как он позволяет при этом не только осуществить многокритериальную постановку задачи [Л. 15], но и непосредственно реализовать эрготические принципы управления [Л. 15 и 16], важность которых для больших систем в энергетике в настоящее время особенно велика.

Выводы. 1. Многоцелевой критерий оптимальности полностью соответствует основным целям развития народного хозяйства СССР и выражает требования оптимального сочетания максимума потребительских свойств системы с минимумом прямых затрат общественно необходимого труда.

2. Разработанный метод многоцелевой оптимизации принципиально позволяет сравнивать альтернативные варианты системы, которые не могут быть приведены к тождественным эффектам и тождественным ущербам. Этот метод позволяет учитывать в расчетах цели охраны природных ресурсов от загрязнения и истощения.

В условиях тождественности эффектов и ущербов метод многоцелевой оптимизации превращается в метод приведенных затрат.

3. Метод многоцелевой оптимизации уже в настоящее время может быть применен для выбора оптимального варианта в зоне практически равноценных вариантов по приведенным затратам. Этот метод имеет также большое самостоятельное зна-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

чение как для энергетики, так и для многих других отраслей народного хозяйства.

4. Для широкого внедрения метода многоцелевой оптимизации необходимо провести научно-исследовательские работы по определению основных целей больших систем в энергетике и формализованных методов оценки относительной значимости целей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мелентьев Л. А.** О формировании теории управления большими системами в энергетике.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1969, № 4.

2. **Веников В. А.** Применение кибернетики в электрических системах.—В сб.: Кибернетику — на службу коммунизму. М., Госэнергоиздат, 1961, т. 2.

3. **Веников В. А.** О задачах научно-технических разработок, связанных с проблемой АСУ ЕЭЭС СССР.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1972, № 2.

4. **Долгов П. П., Папин А. А., Щавелев Д. С.** Об учете ь экономических расчетах маневренности электрических станций.— «Электрические станции», 1971, № 9.

5. Технико-экономические предпосылки включения ГЭС и ГАЭС в структуру электроэнергетических стран. — «Изв. вузов СССР. Энергетика», 1972, № 10. Авт.: Д. С. Щавелев, Ю. Б. Гук, В. Р. Окороков, А. А. Папин.

6. **Phillips T. A.** New dimensions in power system plannig. «Proc. Amer. Power Conf.», vol. 33, Chicago, Ill, 1971.

7. **Новожилов В. В.** Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М., «Наука», 1972.

8. **Борисов В. И.** Проблемы векторной оптимизации.— В сб: Исследование операций, М., «Наука», 1972.

9. Многоцелевая оптимизация структуры электроэнергетических систем при планировании их развития.— «Электрические станции», 1973, № 3. Авт.: Ю. Б. Гук, В. Р. Окороков, А. А. Папин и др.

10. **Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л.** Введение в исследование операций. М., «Наука», 1968.

11. **Дьякова Н. С., Круг Г. К.** Применение методов ранговой корреляции для обработки качественной информации.— «Труды МЭИ», 1966, вып. 67.

12. **Щавелев Д. С.** Технико-экономические расчеты в условиях динамики развития энергосистем.— В сб.: Технико-экономические вопросы проектирования энергосистем и электростанций (доклады к научно-техн. совещанию). Л., «Энергия», 1964.

13. **Налимов В. В.** Теория эксперимента. М., «Наука», 1971.

14. Применение статистических методов факторного планирования эксперимента и расчета к оценке статистической устойчивости при учете неточности задания параметров схем и режимов электрических систем.— В сб.: Кибернетика и моделирование в энергетике. М., «Наука», 1972. Авт.: В. А. Веников, Н. Д. Анисимова, Н. К. Круг, Е. М. Артемьева.

15. **Веников В. А., Журавлев В. Г.** Некоторые алгоритмические проблемы управления нормальными режимами энергетических систем.— «Электричество», 1971, № 8.

16. **Веников В. А., Журавлев В. Г.** Некоторые эргатические принципы при управлении режимами электроэнергетических систем.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1971, № 1.

[3.5.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.313.322:621.316.925.2

Использование гармоник э. д. с. генераторов энергоблоков при выполнении защиты от замыканий на землю

Канд. техн. наук КИСКАЧИ В. М.

Всесоюзный научно-исследовательский институт электроэнергетики

Применяемая защита от замыканий на землю в сети генераторного напряжения в зависимости от уставки имеет зону нечувствительности, равную 10—25% обмотки статора со стороны нейтрали. Требование отсутствия зоны нечувствительности фактически означает необходимость защитить указанную часть обмотки. В СССР и за рубежом были предложены различные способы выполнения защиты без зоны нечувствительности. Эти способы основаны либо на искусственном смещении по напряжению нейтрали генератора, либо на наложении на сеть генераторного напряжения тока с отличающейся от промышленной частотой, либо на использовании кратных трем гармоник э. д. с. генератора. Реализация способов с использованием естественных кратных трем гармоник относительно много проще, поэтому разработка защиты на их основе весьма перспективна.

Реализация этих способов предполагает создание дополнительных органов защиты (или дополнительной защиты), зоной работы которых является зона нечувствительности применяемой максимальной защиты напряжения нулевой последовательности.

Как известно, индукция результирующего потока в воздушном зазоре машины несинусоидальна, что обусловливает в э. д. с. обмотки статора нечетные временные высшие гармоники, причем кратные трем гармоники из-за больших значений обмоточных коэффициентов имеют относительно бо́льшие амплитуды. Кратные трем гармоники во всех фазах обмотки статора равны по значению и совпадают по фазе. При этом наибольшей является третья гармоника э. д. с. Значения кратных трем гармоник зависят от нагрузки генератора, что вызвано изменением реакции статора при изменении амплитуды и фазы тока нагрузки.

Эквивалентная схема замещения для составляющих частоты 150 *гц* сети генераторного напряжения блока генератор-трансформатор в установившемся режиме замыкания на землю через переходное сопротивление R приведена на рис. 1. Схема замещения получена исходя из дифференциальных уравнений для бесконечно малого элемента обмотки статора длиной dx на расстоянии x от нейтрали:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = e_0;$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{u}{r_0} + C_0 \frac{\partial u}{\partial t},$$

где e_0, r_0, C_0 — параметры, отнесенные к единице длины.

При составлении схемы замещения не учитывались:

1) сопротивления обмоток статора генератора и трансформатора блока, как включенные последо-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

вательно с существенно большими емкостными сопротивлениями фаз сети на землю;

2) индуктивные сопротивления на землю трансформаторов напряжения, включенных на выводах генератора, как параллельные с емкостными сопротивлениями сети и существенно большие на частоте 150 *гц;*

3) активное сопротивление компенсирующей катушки или однофазного трансформатора напряжения в нейтрали, так как его значения значительно меньше их индуктивных сопротивлений на частоте 150 *гц*;

4) емкости фаз ошиновки и обмоток трансформатора блока на землю, как много меньшие по сравнению с емкостями фаз обмотки статора генератора на землю;

Также предполагалось, что E увеличивается по линейному закону при движении от нейтрали; при этом значения E точно соответствуют реальным в начале, конце и в середине обмотки, а при определении α по E в других точках вносится некоторая погрешность, которая при данном рассмотрении несущественна.

Напряжение 3-й гармоники $\dot{U}_{\Delta}^{(1)}$, снимаемое при коэффициенте трансформации k_{Δ} с соединенных в разомкнутый треугольник обмоток трансформатора напряжения, включенного на выводах генератора,

$$\dot{U}_{\Delta}^{(1)} = \frac{3}{k_{\Delta}} \dot{E} \times \times \frac{1 - \frac{3}{2}\omega^2 LC + j\omega L\left(\frac{3}{2r} + \frac{1-\alpha}{R}\right)}{1 - 3\omega^2 LC + j\omega L\left(\frac{3}{r} + \frac{1}{R}\right)}. \qquad (1)$$

Напряжение на нейтрали $\dot{U}_{N}^{(1)}$, снимаемое при коэффициенте трансформации k_N с сигнальной обмотки компенсирующей катушки или со вторичной обмотки трансформатора напряжения

$$\dot{U}_{N}^{(1)} = -\frac{1}{k_N} \dot{E} \frac{-\frac{3}{2}\omega^2 LC + j\omega L\left(\frac{3}{2r} + \frac{\alpha}{R}\right)}{1 - 3\omega^2 LC + j\omega L\left(\frac{3}{r} + \frac{1}{R}\right)}. \qquad (2)$$

Одно из первых предложений использовать 3-ю гармонику для выполнения защиты без зоны нечувствительности состояло в добавлении органа, срабатывающего при увеличении действующего значения напряжения $\dot{U}_{\Delta}$ [Л. 1].

Рассмотрим этот способ на примере сети энергоблока без компенсирующей катушки ($L \to \infty$). При отсутствии замыкания ($R \to \infty$) и при металлическом замыкании ($R = 0$) $\dot{U}_{\Delta}$ соответственно

$$\dot{U}_{\Delta} = \frac{3}{k_{\Delta}} \frac{\dot{E}}{2}; \quad \dot{U}_{\Delta}^{(1)} = \frac{3}{k_{\Delta}} \dot{E}(1-\alpha), \qquad (3)$$

т. е. при замыкании в примыкающей к нейтрали части обмотки статора ($\alpha < 0{,}5$) напряжение U_{Δ} увеличивается, причем наибольшее (в 2 раза) увеличение U_{Δ} происходит при замыкании в нейтрали ($\alpha = 0$).

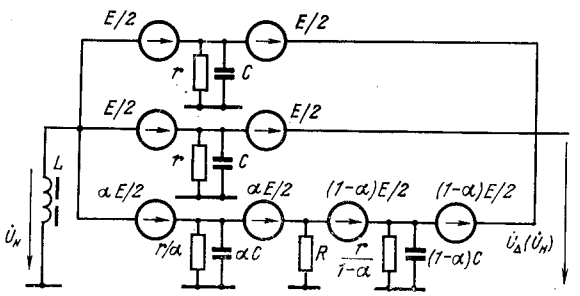


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения сети генераторного напряжения блока генератор-трансформатор для составляющих частоты 150 *гц* в установившемся режиме замыкания на землю через переходное сопротивление.

E — 3-я гармоника э. д. с. фазы генератора; C, r — емкость и сопротивление изоляции фазы сети на землю; L — индуктивность компенсирующей катушки или однофазного трансформатора напряжения в нейтрали генератора; ω — угловая частота 3-й гармоники; α — относительная величина витков обмотки статора от нейтрали до замыкания, $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

Важными достоинствами этой защиты, помимо простоты выполнения, является возможность селективного определения замыканий в нейтрали и примыкающей к ней части обмотки, а также отсутствие необходимости получения какой-либо информации, кроме напряжения $\dot{U}_{\Delta}$.

Однако практически такая защита не может быть применена. При изменении э. д. с. 3-й гармоники в зависимости от нагрузки блока (например, для турбоблоков $\frac{E_{max}}{E_{min}} = 2 \div 3$) коэффициент чувствительности ниже единицы:

$$k_{ч} = \frac{U_{\Delta\,min}^{(1)}}{U_{\Delta\,ср}} = \frac{U_{\Delta\,min}^{(1)}}{k_{н} U_{\Delta\,max}} = \frac{2(1-\alpha)}{k_{н}} \frac{E_{min}}{E_{max}} < 1,$$

где $k_{н}$ — коэффициент надежности.

Попытки довести этот способ до практической реализации (например, вводилась коррекция уставки в зависимости от модуля тока статора) не дали полноценного решения.

Таким образом, основным препятствием выполнения защиты явился относительно большой диапазон изменения напряжения 3-й гармоники U_{Δ} при изменении нагрузочного режима генератора.

Ниже рассматриваются способы выполнения защиты, обеспечивающие ее надежную отстройку от нагрузочного режима и высокую чувствительность при замыканиях в части обмотки, примыкающей к нейтрали. Как правило, для их реализации необходима информация о напряжении в нейтрали. Однако возможно выполнение защиты, использующей как и в рассмотренном выше способе только напряжение U_{Δ} [Л. 2]. Этот способ основан на том, что процессы изменения U_{Δ} во времени при изменении нагрузки и при замыкании резко различны.

При принятии 1 и 4 из вышеуказанных допущений переходный процесс изменения напряжения 3-й гармоники $u_{н}$ на первичной обмотке трансформатора напряжения, включенного на выводах гене-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ратора, при замыкании описывается уравнением:

$$\frac{d^2u_н}{dt^2}+\frac{1}{3C}\left(\frac{1}{R}+\frac{3}{r}+\frac{1}{r_н}+\frac{1}{r_L}\right)\frac{du_н}{dt}+\frac{1}{3L_1C}u_н=$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{d^2e}{dt^2}+\frac{1}{3C}\left[\frac{2(1-\alpha)}{R}+\frac{3}{r}+\frac{2}{r_L}\right]\frac{de}{dt}+\frac{2}{3LC}e\right\},$$

причем

$$\frac{1}{L_1}=\frac{1}{L}+\frac{1}{L_н}\approx\frac{1}{L},$$

где $L_н$ — индуктивность по отношению к земле трех фаз трансформатора напряжения, включенного на выводах генератора; $r_н$ — активное сопротивление на землю трех фаз указанного трансформатора, соответствующее активным потерям; r_L — активное сопротивление между нейтралью и землей, соответствующее активным потерям компенсирующей катушки.

Постоянные времени τ, характеризующие процесс изменения $u_н$, определяются выражением:

$$\frac{1}{\tau}=\frac{1}{2\tau_C}\mp\sqrt{\frac{1}{4\tau_C^2}-\frac{1}{3L_1C}}\approx\frac{1}{2\tau_C}\mp\sqrt{\frac{1}{4\tau_C^2}-\omega_0^2},$$

где $\tau_C=3C\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{3}{r}+\dfrac{1}{r_н}+\dfrac{1}{r_L}}\approx 3C\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{3}{r}}$;

ω_0 — круговая промышленная частота, причем поскольку режим компенсации выбирают близким к резонансному, то $\omega_0 L\approx\dfrac{1}{3\omega_0 C}$.

При замыканиях, близких к металлическим ($R\longrightarrow 0$), $\tau\longrightarrow 0$, т. е. изменение $u_н$ происходит практически скачкообразно.

В сетях генераторного напряжения без компенсирующей катушки при неметаллических замыканиях $\tau=\tau_C$. Наибольшее значение τ соответствует случаю относительно большого сопротивления изоляции r, при этом $\tau=3CR$. При замыканиях через переходные сопротивления порядка тысяч ом наибольшее значение τ составляет примерно 10 *мсек*.

В компенсированных сетях генераторного напряжения при неметаллических замыканиях изменение $u_н$ во времени сопровождается периодическими свободными колебаниями с частотой $\sim\omega_0\left(\frac{1}{2\tau}\ll\omega_0\right)$ с огибающей, имеющей постоянную времени $\tau=2\tau_C$. При этом τ имеет тот же порядок, что и для сети без компенсирующей катушки. При наличии форсированного водяного охлаждения обмоток статора τ еще меньше из-за невысокой величины сопротивления изоляции r, а также из-за соответственно меньших возможных значений переходных сопротивлений R.

Практически при неметаллических замыканиях из-за малой величины τ процесс изменения $u_н$ с периодическими свободными колебаниями не отличается от периодического процесса изменения $u_н$.

Таким образом, изменение амплитуды напряжения $u_н$, а следовательно, и $u_Δ$ происходит в существенно меньший промежуток времени при замыканиях на землю, чем при изменении нагрузочного режима генератора. Физически это определяется тем, что в первом случае фактически меняется (скачком) только схема подключения трансформатора напряжения к обмоткам генератора, в то время как во втором случае изменяется магнитное поле машины с постоянной времени, минимальные значения которой составляют десятые доли секунды.

При изменении нагрузочного режима генератора, соответствующем изменению от минимального до максимального значения $U_Δ$ с постоянной времени машины T, производная амплитуды $U_Δ$ определяется выражением:

$$\left(\frac{dU_Δ}{dt}\right)_{ампл}=\frac{U_{Δ\,max}-U_{Δ\,min}}{T}=\frac{3}{2}\frac{1}{k_Δ}\frac{E_{max}-E_{min}}{T},$$

отсюда параметр срабатывания

$$A_{ср}=k_н\frac{3}{2}\frac{1}{k_Δ}\frac{E_{max}-E_{min}}{T}.$$

Значение производной в режиме минимальной э. д. с. E_{min} при однофазном замыкании через переходное сопротивление R при $r\gg R$

$$\left(\frac{dU_{Δ\,ампл}}{dt}\right)=\frac{U_Δ^{(1)}-U_Δ}{\tau_C}=$$

$$=\frac{3}{2}\frac{E_{min}}{k_Δ}\frac{1-2\alpha}{\tau_C\sqrt{1+(\omega\tau_C)^2}}.$$

Тогда коэффициент чувствительности защиты

$$k_ч=\frac{1}{k_н}\frac{T}{\tau_C}\frac{1-2\alpha}{\sqrt{1+(\omega\tau_C)^2}}\frac{1}{\left(\dfrac{E_{max}}{E_{min}}-1\right)}.$$

Отсюда предельная величина τ_C, соответствующая границе срабатывания защиты,

$$\tau_{C\,пред}\approx\sqrt{\frac{T(1-2\alpha)}{\omega k_н\left(\dfrac{E_{max}}{E_{min}}-1\right)}}.$$

Соответствующая величина предельного переходного сопротивления

$$R_{пред}=\frac{1}{3C}\sqrt{\frac{T(1-2\alpha)}{\omega k_н\left(\dfrac{E_{max}}{E_{min}}-1\right)}}.$$

Защита, выполненная по данному способу, имеет недостатки, присущие устройствам, реагирующим на составляющие переходного процесса. Однако, поскольку для ее реализации требуется лишь информация о напряжении $U_Δ$, применение этой защиты является в ряде случаев наиболее целесообразным.

Надежную отстройку от нагрузочного режима и высокую чувствительность защиты можно обеспечить и при использовании составляющих 3-й гармоники установившегося режима.

В ВНР разработана защита [Л. 3], реагирующая на соотношение $|\dot{U}_Δ+\dot{U}_N|$. С учетом (1) и (2) и при

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

условии $\frac{1}{3}k_\Delta = k_N$

$$|\dot U_\Delta^{(1)} + \dot U_N^{(1)}| = \frac{E}{k_N}\left|\frac{1 + j\omega L\frac{(1-2\alpha)}{R}}{1 - 3\omega^2 LC + j\omega L\left(\frac{3}{r}+\frac{1}{R}\right)}\right|.$$

При отсутствии замыкания измеряемая величина существенно меньше E:

$$|\dot U_\Delta + \dot U_N| = \frac{E}{k_N}\frac{1}{\left|1 - 3\omega^2 LC + j\omega L\frac{3}{r}\right|} \approx$$

$$\approx \frac{E}{k_N}\frac{1}{|1 - 3\omega^2 LC|},$$

в то время как при замыкании она резко увеличивается и становится соизмеримой с E. На этом основана работа защиты.

Параметр срабатывания

$$A_{ср} = \frac{k_н}{k_N}\frac{E_{max}}{\left|1 - 3\omega^2 LC + j\frac{3\omega L}{r}\right|}.$$

Тогда коэффициент чувствительности

$$k_ч = \frac{|\dot U_\Delta^{(1)} + \dot U_N^{(1)}|}{A_{ср}} \approx$$

$$\approx \frac{1}{k_н}\frac{E_{min}}{E_{max}}\sqrt{\frac{R^2 + [\omega L(1-2\alpha)]^2}{R^2 + \left[\frac{\omega L}{1 - 3\omega^2 LC}\right]^2}}.$$

Соответствующее значение предельного переходного сопротивления

$$R_{пред} = \omega L\sqrt{\frac{(1-2\alpha)^2 - \left(\frac{k_н}{1 - 3\omega^2 LC}\right)^2\left(\frac{E_{max}}{E_{min}}\right)^2}{k_н^2\left(\frac{E_{max}}{E_{min}}\right)^2 - 1}}. \quad (4)$$

Из приведенных выражений следует, что чувствительность защиты при замыканиях на нейтрали ($\alpha=0$) или вблизи ее достаточно высока.

Недостатком защиты является зависимость ее чувствительности от E, т. е. от нагрузочного режима генератора.

В сети без компенсирующей катушки в условиях, когда сопротивление трансформатора напряжения в нейтрали несоизмеримо больше емкостного сопротивления $\left(\omega L \gg \frac{1}{3\omega C}\right)$, при отсутствии замыкания $|\dot U_\Delta + \dot U_N| = 0$, т. е. защита в этом режиме фактически реагирует на отношение $\left|\frac{\dot U_\Delta}{\dot U_N}\right|$. Это означает, что ее отстройка не зависит от режима нагрузки, так как это отношение не зависит от E.

При напряжении срабатывания защиты $U_{ср}$

$$k_ч = \frac{|\dot U_\Delta^{(1)} + \dot U_N^{(1)}|}{k_N U_{ср}} \approx \frac{E_{min}}{U_{ср}}\frac{1-2\alpha}{\sqrt{(3\omega CR)^2+1}}.$$

Как следует из приведенного выражения, и в этом случае чувствительность защиты зависит от нагрузочного режима. Однако это имеет меньшее значение, так как k_r защиты достаточно высок, если $\frac{E_{min}}{U_{ср}}$ заметно больше единицы.

В условиях, когда сопротивление трансформатора напряжения в нейтрали соизмеримо с емкостным сопротивлением, аналогичные результаты получают регулировкой на входе защиты подводимых напряжений, добиваясь близкого к нулю напряжения на реагирующем органе защиты [Л. 3], т. е. используют соотношение:

$$|\dot U_\Delta + k_р \dot U_N|, \text{где } k_р = 1 - \frac{2}{3\omega^2 LC}.$$

Это соотношение может быть применено и при наличии компенсирующей катушки, тогда при отсутствии замыкания $|\dot U_\Delta + k_р \dot U_N| = 0$.

Основные параметры такой защиты ($r \gg R$):

$$k_ч = \frac{E_{min}}{U_{ср}}\frac{1 - 2\alpha\left(1 - \frac{1}{3\omega^2 LC}\right)}{\sqrt{\left[\frac{R}{\omega L}(1 - 3\omega^2 LC)\right]^2 + 1}};$$

$$R_{пред} = \frac{\omega L}{3\omega^2 LC - 1}\times$$

$$\times\sqrt{\left(\frac{E_{min}}{U_{ср}}\right)^2\left[1 - 2\alpha\left(1 - \frac{1}{3\omega^2 LC}\right)\right]^2 - 1}. \quad (5)$$

Выполнение защиты, реагирующей [Л. 4] на отношение $\frac{\dot U_\Delta}{\dot U_N}$ (сравнение модулей), обеспечивает полную независимость ее чувствительности от E как в нормальном режиме, так и при замыкании. Однако уровень чувствительности этой защиты ниже ($r \gg R$):

$$k_ч = \frac{1}{k_н\left(1 - \frac{2}{3\omega^2 LC}\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{\left(\frac{R}{\omega L} - \frac{3}{2}\omega CR\right)^2 + (1-\alpha)^2}{\left(\frac{3}{2}\omega CR\right)^2 + \alpha^2}}$$

$$R_{пред} = \frac{\omega L}{\left(\frac{3}{2}\omega^2 LC - 1\right)}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{(1-\alpha)^2 - \alpha^2 k_н^2\left(1 - \frac{2}{3\omega^2 LC}\right)^2}{k_н^2 - 1}}. \quad (6)$$

Рассмотрим качества защиты, реагирующей на соотношение

$$\frac{|\dot U_N^{(1)}|}{|\dot U_N^{(1)} + k\dot U_\Delta^{(1)}|} = \frac{\left|\frac{3}{2}\omega^2 LC - j\omega L\left(\frac{3}{2r}+\frac{\alpha}{R}\right)\right|}{\left|1 + j\frac{\omega L}{R}(1-2\alpha)\right|} \approx$$

$$\approx \frac{\omega L\left|\frac{3}{2}\omega CR - j\alpha\right|}{|R + j\omega L(1-2\alpha)|},$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $$k = \frac{k_\Delta}{3k_N}.$$

Это соотношение определяет результирующее сопротивление нейтрали обмотки статора на землю, отнесенное к емкостному сопротивлению сети: при отсутствии замыкания и при замыкании на нейтрали через R

$$\frac{|\dot U_N|}{|\dot U_N + k\dot U_\Delta|} = \frac{\omega L}{\frac{2}{3\omega C}}; \quad \frac{|\dot U_N^{(1)}|}{|\dot U_N^{(1)} + k\dot U_\Delta^{(1)}|} = \frac{\left|\frac{j\omega LR}{R + j\omega L}\right|}{\left|\frac{2}{j3\omega C}\right|}.$$

Основные параметры защиты, выполненной по этому способу, определяются выражениями ($r \gg R$):

$$A_{ср} = \frac{1}{k_н}\frac{3}{2}\omega^2 LC$$

(относительное сопротивление срабатывания, отстроенное в $k_н$ раз от относительного сопротивления нормального режима);

$$k_ч = \frac{1}{k_н}\sqrt{\frac{R^2 + [\omega L(1-2\alpha)]^2}{R^2 + \left(\frac{2}{3\omega C}\alpha\right)^2}};$$

$$R_{пред} = \omega L\sqrt{\frac{(1-2\alpha)^2 - \alpha^2 k_н^2\left(\frac{2}{3\omega^2 LC}\right)^2}{k_н^2 - 1}}. \qquad (7)$$

Тот факт, что данный способ позволяет выполнить защиту, непосредственно реагирующую на контролируемую величину — переходное сопротивление в месте замыкания — определяет ряд важных положительных качеств защиты: весьма высокая чувствительность (отметим, что индуктивное сопротивление компенсирующей катушки, а тем более трансформатора напряжения, на частоте 3-й гармоники относительно велико); надежная отстройка от режима нагрузки блока (измеряемое соотношение принципиально не зависит от E); возможность осуществления срабатывания в жестко заданном диапазоне переходных сопротивлений.

Последнее обстоятельство весьма существенно при выполнении защиты мощных генераторов, имеющих форсированное водяное охлаждение обмоток статора, так как различие между результирующим сопротивлением обмотки статора на землю и переходным сопротивлением может быть небольшим.

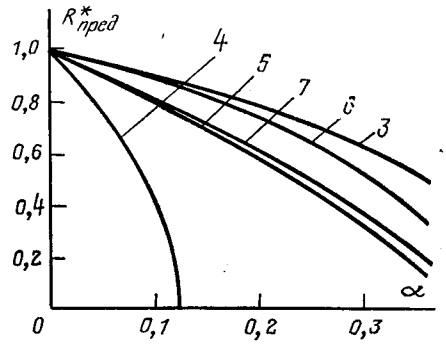


Рис. 2. Изменение относительной величины предельного переходного сопротивления при удалении точки замыкания от нейтрали.

Сравнение рассмотренных способов показывает, что их реализация приводит к выполнению защит различной чувствительности. Хотя в ряде случаев, особенно в сетях генераторного напряжения без компенсирующей катушки, и не требуется применение защиты с уставкой, соответствующей максимальной чувствительности, настройка защиты на меньшие, чем $R_{пред}$, значения переходных сопротивлений, означает ее работу при больших значениях коэффициентов надежности (см. выражения для $R_{пред}$). Отсюда следует, что способ, позволяющий получить большее $R_{пред}$, имеет важное преимущество перед другими.

Сравнение $R_{пред}$ для различных способов выполнения защит, имеющих практически равные условия реализации, показывает, что при замыканиях в части обмотки, примыкающей к нейтрали, наибольшее значение имеет $R_{пред}$, определенное по (7).

Значения $R_{пред}$ при замыкании в нейтрали ($\alpha=0$) для следующих условий: $k_н = 2$; $3C = 2{,}5$ *мкф*; $\omega_0 L = 1\,280$ *ом*; $T = 0{,}3$ *сек*; $\frac{E_{max}}{E_{min}} = 3$; $\left(\frac{E_{min}}{U_{ср}}\right) = 3$, определенные по (3) — (7), соответственно равны 3 560, 430, 1 350, 635 и 2 200 *ом*.

Следует отметить, что при меньших значениях $3C$ и соответственно при отсутствии компенсирующей катушки (предполагается, что в нейтрали установлен трансформатор напряжения для выполнения защит по последним способам) значения $R_{пред}$ значительно выше, особенно $R_{пред}$, определенное по последнему способу (7). При удалении замыкания от нейтрали ($\alpha>0$) значения $R_{пред}$ снижаются. Наилучшим по данному признаку следует считать способ, $R_{пред}$ которого снижается относительно в меньшей степени с увеличением α.

На рис 2 приведены графики изменения относительного значения $R_{пред}$ (по отношению к $R_{пред}$ каждого способа при $\alpha = 0$) в зависимости от α для условий: $k_н = 2$; $\frac{E_{max}}{E_{min}} = 3$; $\frac{E_{min}}{U_{ср}} = 3$; $3\omega^2 LC = 9$ (резонансная настройка).

В наименьшей степени снижается $R_{пред}$ по выражению (3). Учитывая, что основной зоной работы защиты является зона $0 \leqslant \alpha \leqslant (0{,}1 \div 0{,}15)$, можно считать, что способы, $R_{пред}$ которых определяются выражениями (3), (5) — (7), практически равноценны с точки зрения снижения $R_{пред}$ с увеличением α.

Независимость (по принципу действия) чувствительности и отстройки защит, выполненных по ряду рассмотренных способов, является следствием использования отношений измеряемых величин. В реальных устройствах получение отношения двух величин в режиме срабатывания возможно в определенном диапазоне изменения этих величин, начиная с каких-то конечных минимальных их значений. Поэтому для того чтобы устройства защиты обладали указанными качествами, необходимо правильный замер требуемых отношений органами защит осуществлять во всем диапазоне изменения E (для турбо- и гидрогенераторов энергоблоков

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

диапазоны изменения практически не выходят за пределы 0,5 и 10 *в*). Таким образом, необходимым условием при реализации указанных способов является обеспечение работоспособности защиты во всем диапазоне изменения E.

Выводы. 1. Использование 3-й гармоники э. д. с. генератора позволяет выполнить защиту при замыканиях в нейтрали и примыкающей к ней части обмотки статора, отвечающую предъявляемым требованиям.

2. Замыкания на землю в нейтрали или вблизи нее могут быть селективно определены по ряду рассмотренных способов.

3. Несмотря на колебания уровня 3-й гармоники э. д. с. при изменении режима работы генератора рассмотренные способы позволяют выполнить защиту высокой чувствительности, причем по ряду способов независящей от величины 3-й гармоники э. д. с. Единственным условием при этом является обеспечение работоспособности защиты во всем диапазоне изменения 3-й гармоники э. д. с.

4. Наиболее эффективным является выполнение защиты, реагирующей на отношение $\frac{|\dot{U}_N|}{|\dot{U}_N + k\dot{U}_\Delta|}$. Основные преимущества такой защиты — надежная отстройка в нормальном режиме и высокая чувствительность, принципиально не зависящие от режима работы генератора, — определяются тем, что защита непосредственно реагирует на контролируемую величину — переходное сопротивление в месте замыкания. Применение защиты по этому способу возможно при наличии компенсирующей катушки или однофазного трансформатора напряжения в нейтрали генератора.

5. Защита, реагирующая на производную амплитуды напряжения 3-й гармоники U_Δ по времени, также является эффективной защитой генераторов как при наличии, так и при отсутствии компенсирующей катушки. Высокое значение $R_{пред}$ позволяет работать защите при больших коэффициентах надежности. Одно из следствий этого (увеличенная помехоустойчивость) весьма существенно для защиты, реагирующей на составляющую переходного процесса.

Учитывая наличие защиты по п. 4, основной областью применения рассматриваемой защиты следует считать генераторы энергоблоков, в нейтрали которых установка трансформатора напряжения нецелесообразна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Neugebauer H.,** Selectivschutz. Berlin, Springer Verlag, 1958.

2. **Кискачи В. М.** Способ защиты блока генератор-трансформатор от однофазных замыканий. А. С. № 242263 (СССР). Опубл. в бюлл.— «Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1969, № 15.

3. **Пазманди Л.** Защита от замыкания на землю в обмотке статора генератора, работающего в блоке с трансформатором.— «Электричество», 1971, № 9.

4. **Bermann J., Kripsky A., Skalka M.** Protection of large alternators connected to stop up transformers against the consequences of earth faults in the stator winding, CIGRE, № 34—02, 1972.

[4.5.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 537.523.4

Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности [1]

ГОРИН Б. Н., ШКИЛЕВ А. В.

Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского

Разработка представлений о процессах электрического разряда в длинных промежутках с сильно неоднородным электрическим полем имеет большое научное и практическое значение. Известно, что пробой таких промежутков определяется процессами при формировании лидера, причем условия пробоя существенно отличаются от условий зажигания самостоятельного разряда вблизи электрода. Развитие теории пробоя таких промежутков вряд ли возможно без привлечения фактических данных о процессах внутри разрядного промежутка и их связи с внешними характеристиками разряда, такими как пробивное напряжение, ток и т. п. Особый интерес представляют промежутки типа «стержень — плоскость», где зафиксированы наименьшие пробивные напряжения.

В этой связи может оказаться полезным феноменологический материал, накопленный за ряд лет при использовании электронно-оптического преобразователя (ЭОП) с усилением изображения в качестве прибора, фиксирующего сопровождающие разряд оптические явления [Л. 1—4].

Принципиальная схема, по которой проводились эксперименты, приведена на рис. 1. Наряду с пространственно-временной разверткой разряда в промежутке «стержень — плоскость» с помощью ЭОП производилась осциллографическая регистрация напряжения на промежутке, тока разряда и в некоторых экспериментах заряда (интеграл тока). Так как фоторегистрация разряда производилась лишь на одну проекцию, определение пространственных и связанных с ними других параметров разряда могло содержать ошибку, которая, однако, не выходит за пределы 25%. В качестве источников импульсного напряжения использовались ГИН 3,5 *Мв* и при совместной работе с кафедрой ТВН ЛПИ каскад трансформаторов 2,5 *Мв* в режиме колебательных импульсов напряжения с длиной фронта 3 000 — 4 300 *мксек*.

Вольт-временные характеристики. Впервые U-образная форма вольт-временных характеристик промежутков большой длины была обнаружена

[1] В порядке обсуждения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

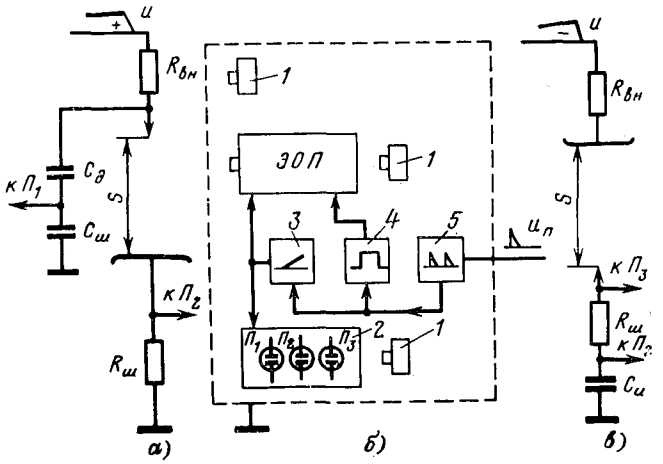


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментов.

а — нормальный промежуток «стержень—плоскость»; *б* — блок-схема регистрирующей аппаратуры; *в* — перевернутый промежуток. *1* — регистрирующие фотокамеры; *2* — осциллограф; *3* — блок развертки; *4* — блок управления затвором ЭОП; *5* — блок синхронизации; S — исследуемый промежуток; U — импульс высокого напряжения; $U_п$ — импульсы синхронизации; $R_{вн}$ — внешнее (тормозное) сопротивление; $C_д$, $C_ш$ — емкостной делитель; $R_ш$ — токовый шунт; $C_и$ — интегрирующая емкость; $П_1$, $П_2$, $П_3$ — пластины явления осциллографа.

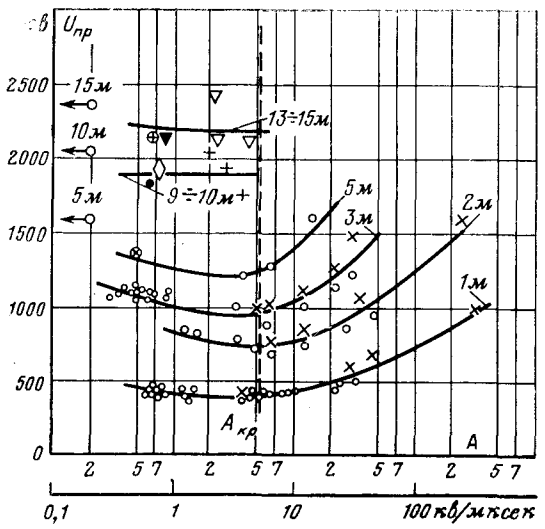


Рис. 3. Зависимость $U_{пр}=f(A)$ для промежутков «положительный стержень — плоскость».

— — — — $A_{кр}$.

× — данные авторов; ○ — по [Л. 5]; ⊗, ●, ⊕ — соответственно 5, 10, 15 *м* по [Л. 3]; 9 *м* — ◇ [Л. 10], + [Л. 16]; 13 *м* — △ [Л. 10], ▽ [Л. 16]; ←○— переменное напряжение [Л. 20].

в [Л. 5], причем было установлено, что наименьшие пробивные напряжения соответствуют длительности фронта импульса 100—250 *мксек*. К настоящему времени накоплен достаточно большой экспериментальный материал по пробивным напряжениям промежутков длиною до 29 *м* для импульсов напряжения различной формы. На рис. 2 показаны зависимости среднего значения пробивного напряжения $U_{пр}$ промежутков «стержень—плоскость» различной длины S от времени фронта импульса $T_ф$. Эти характеристики не претендуют на высокую точность, так как для их построения привлечен материал, статистически не вполне однородный [Л. 3,5—16].

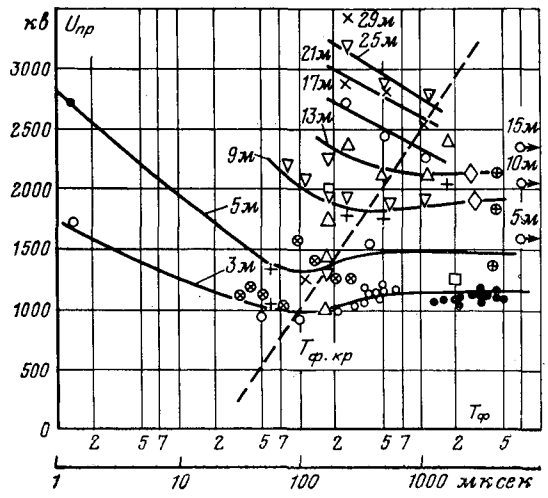


Рис. 2. Зависимости $U_{пр}=f(T_ф)$ для промежутка «положительный стержень—плоскость».

— — — — $T_{ф.кр}$.

Для $U_{пр\,50\%}$: 3 *м* — ● [Л. 7], □ [Л. 8], △ [Л. 9], ○ [Л. 12], +▣ [Л. 15]; 5 *м* — ● [Л. 6], △ [Л. 9], ○ [Л. 12], ▽ [Л. 13], × [Л. 14], + [Л. 15]; 9 *м* — △ [Л. 9]], ◇ [Л. 10], □ [Л. 11], ▽ [Л. 13], + [Л. 16]; 13 *м* — ◇ [Л. 10], ▽ [Л. 13], △ [Л. 16]; 17, 21, 25 и 29 *м* — соответственно ○, × ▽, × [Л. 16]. Для $U_{пр\,100\%}$: 3 и 5 *м* — ⊗ [Л. 5]; 5, 10 и 15 *м* — ⊕ [Л. 3]; ○→ — переменное напряжение [Л. 20].

Совместно используются данные, относящиеся к 100 и 50%-ным вероятностям пробоя, к пробоям на фронте и спаде (хвосте) импульса, причем импульсы имеют различную длительность спада. Тем не менее, характеристики рис. 2 позволяют представить общую картину и выявить основные тенденции, если принять, что различие между 100 и 50%-ным пробивным напряжением не очень существенно, равно как и различие в пробивных напряжениях для импульсов с разной длительностью хвоста, если эта длительность достаточно велика.

Из кривых рис. 2 видно, что минимум пробивного напряжения $U_{пр.кр}$ и соответствующая ему длительность фронта $T_{ф.кр}$ по мере роста длины промежутка S перемещается в сторону больших значений $T_ф$, что показано пунктирной линией. Левые ветви характеристик при $T_ф < T_{ф.кр}$ довольно круто поднимаются вверх; правые ветви при $T_ф > T_{ф.кр}$ поднимаются значительно менее круто и приближаются к значениям пробивных напряжений при переменном и постоянном напряжении. В области $T_ф \geqslant T_{ф.кр}$ по мере роста длины S промежутка уменьшаются относительные различия между величинами минимального пробивного напряжения $U_{пр.кр}$ и пробивного напряжения $U_{пр}$. Из приведенных характеристик видно также, что заметное снижение среднего пробивного градиента напряжения $E_{пр}=U_{пр}/S$ с увеличением длины промежутка наблюдается в области $T_ф \geqslant T_{ф.кр}$, в то время как в области $T_ф \ll T_{ф.кр}$ оно несущественно. Интересно отметить, что в области $T_ф < T_{ф.кр}$ пробой может происходить как на фронте, так и на хвосте импульса, в то время как при $T_ф \geqslant T_{ф.кр}$ пробой наблюдается только на фронте.

Анализ разрядных явлений целесообразно начать со случая приложения к промежутку так называемых «косоугольных» импульсов напряжения, при которых пробой происходит на фронте импульса, так что импульсу может быть приписана эффек-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

тивная крутизна напряжения $A=U_{пр}/T_{пр}$, где $T_{пр}$— время от момента приложения напряжения до момента завершения пробоя. Крутизна напряжения более непосредственно связана с характером разрядного процесса в промежутке, так как ее величиной определяется темп процесса. Из рис. 3 видно, что ход характеристик $U_{пр}=f(A)$ аналогичен рассмотренным выше зависимостям. Однако минимум пробивных напряжений соответствует критической крутизне $A_{кр}=4$—7 *кв/мксек* независимо от длины промежутка.

Общая картина развития пробоя на косоугольных импульсах напряжения. Схематическая пространственно-временная картина развития лидерного процесса, совмещенная с осциллограммами напряжения на промежутке, тока через стержень и заряда (интеграла тока) дана на рис. 4; поясняющие общую картину детали процесса показаны на рис. 5. Как известно [Л. 17], лидер состоит из отшнурованного плазменного канала и веерообразной стримерной зоны (зоны ионизации), занимающей определенный объем перед каналом и питающей его. Плотность газа в канале меньше, а температура и проводимость выше, чем в окружающей среде. Канал выносит потенциал электрода и соответственно область высокой напряженности электрического поля в глубину промежутка, чем и обеспечивается развитие лидера, приводящее к пробою промежутка.

Развертки с помощью ЭОП показывают, что трансформация стримерной зоны в отшнурованный канал лидера диаметром 0,2÷2 *мм* происходит на головке канала—переходной области размером 3—10 *мм*, которая светится значительно ярче стримерной зоны и собственно канала и оставляет на фотографии хорошо заметный след[2] (трэк). Наиболее ярко светящейся частью каждого стримера, вероятно связанной с интенсивными ионизационными процессами, является перемещающаяся с большой скоростью (на порядок больше скорости головки канала лидера) головка стримера диаметром менее 0,5 *мм*, которая и оставляет на фотографии след (трэк) в виде тонкой нити.

Обращают на себя внимание характерные особенности процесса в стримерной зоне развивающегося лидера. Новые стримеры, стартующие из головки канала лидера, как правило, не используют пути, проложенного головками предшествующих стримеров. В каждый момент времени в стримерной зоне перемещается множество головок, находящихся на разных расстояниях от конца канала лидера, так что они заполняют более менее равномерно всю стримерную зону. В процессе развития лидера плотность заполнения стримерной зоны этими головками может меняться. Стримерная зона имеет достаточно четкую внешнюю границу, где стримеры прекращают развитие. Скорость головок стримеров в стримерной зоне на 1—2 порядка величины больше эффективной скорости продвижения внешней границы стримерной зоны. Характерной особенностью процесса в стримерной зоне лидера

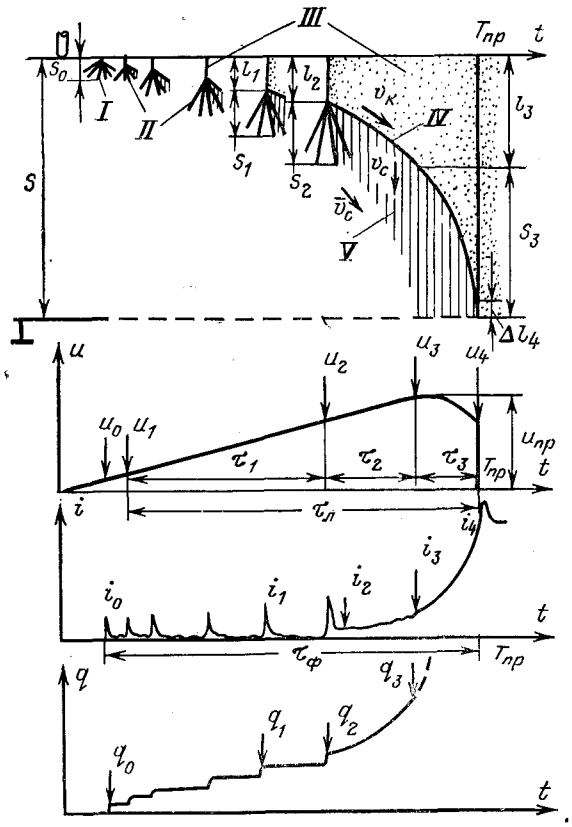


Рис. 4. Схематическая пространственно-временная картина развития лидера и соответствующие ей осциллограммы напряжения на промежутке, тока и заряда.

является также малое изменение скорости головок стримеров по длине стримерной зоны в отличие от заметного изменения таковой с расстоянием от электрода, наблюдаемого при развитии начальных коронных стримеров в убывающем неоднородном поле [Л. 18].

Появление лидера при некотором напряжении U_1 еще не означает, что это напряжение достаточно для пробоя. Более того, для рассматриваемых здесь промежутков длиною $S>0{,}5$ *м*, стержневой электрод которых имеет радиус закругления $r<0{,}02S$, и при крутизнах импульса напряжения в пределах $0{,}5<A<1\,500$ *кв/мксек* можно утверждать, что начальные коронные и лидерные разрядные явления слабо влияют на дальнейший ход лидерного процесса. Напряжение U_1 появления лидера может быть существенно меньше пробивного напряжения $U_{пр}$, при этом доля лидерного процесса во времени формирования пробоя является преобладающей. Это позволяет при дальнейшем изложении отвлечься от начальных процессов[3].

В разрядном процессе можно выделить два основных этапа развития. Первый этап — от момента возникновения короны до соприкосновения внешней границы стримерной зоны лидера с противоположным электродом. На этом этапе развития по мере подъема напряжения происходит как удлинение канала лидера, так и удлинение его стримерной

[2] Направление и скорость развития этих образований легко определяются на развертках по углу наклона треков к вертикали. Размеры же головок можно определить лишь с большой погрешностью.

[3] В промежутках иной конфигурации («шар — плоскость», «кольцо — плоскость» и т. п.) роль начальных процессов более существенна.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

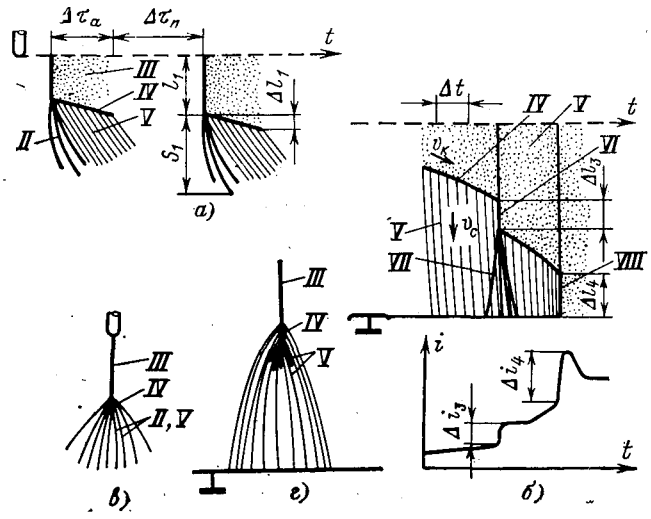


Рис. 5. Детали картины развития лидера.

а — развертка вспышек лидера; *б* — развертка и осциллограмма тока сквозной фазы; *в* — статическое изображение лидера за время одной вспышки; *г* — статическое изображение лидера в сквозной фазе за время Δt на рис. 5,*б*.

зоны, причем весь заряд, протекающий через стержень, остается в разрядном промежутке. На втором (сквозном) этапе развития стримерная зона простирается до плоскости, и по мере развития ее длина сокращается, а длина канала лидера растет. При этом заряд переносится стримерами через весь промежуток от канала до плоскости. В этой фазе разряд в целом имеет, как правило, падающую вольт-амперную характеристику. Если в предшествующих фазах параметры процесса определяются в основном крутизной напряжения и весьма слабо зависят от внешнего сопротивления разрядной цепи, то в сквозной фазе величина тока, скорости стримеров и головки канала лидера, а также длительность этой фазы существенным образом зависят от внешнего сопротивления. Пробой завершается, когда промежуток оказывается целиком перекрытым каналом разряда.

Лидерный процесс может протекать в различных формах и иметь несколько фаз: вспышечную, непрерывную, сквозную. Качественно и количественно эти фазы развития лидера характеризуются видом и интенсивностью свечения разрядных процессов, величиной тока, скоростями развития отдельных структур лидера, временем развития и пространственными долями по оси промежутка, приходящимся на отдельные фазы развития.

Остановимся теперь подробнее на картине развития разряда. При некотором напряжении U_0 у стержня возникает начальная импульсная корона (*I* на рис. 4), состоящая из одного или нескольких последовательных пучков стримеров, направленных к катоду и стартующих одновременно и однократно[4]. Скорость головок этих стримеров падает приблизительно до 10^7 *см/сек* по мере удаления от электрода. Величина стартовой скорости головок и расстояние S_0, на котором прекращается их движение, тем больше, чем выше крутизна импульса, что связано с возрастанием напряженности электрического поля в приэлектродной области из-за эффекта запаздывания зажигания импульсной короны [Л. 18].

Внутри начальных стримеров у поверхности стержня при некотором напряжении U_1, близком к U_0, зарождается лидерный канал со своей стримерной зоной. Лидерный процесс первоначально, в течение времени τ_1, может протекать во вспышечной форме. На конце канала лидера возникает кратковременная вспышка импульсной короны (*II* на рис. 5,*а*), стримеры которой аналогичны начальным. Затем наблюдается удлинение лидерного канала (*III*), с головки которого (*IV*) в течение времени $\Delta\tau_a$ развиваются новые стримеры (*V*) с неизменной скоростью порядка 10^7 *см/сек*. Постепенно скорость удлинения канала лидера и длина стримеров в стримерной зоне уменьшаются, и, наконец, развитие лидера полностью прекращается. Статическое изображение лидера за время одной вспышки показано на рис. 5,*в*.

Спустя некоторую паузу $\Delta\tau_п$, в течение которой не отмечается каких-либо процессов, по мере увеличения напряжения (т. е. при $U>U_1$) с конца удлинившегося на величину Δl_1 канала лидера возникает следующая вспышка импульсной короны и т. д. Скорость удлинения канала лидера за время вспышки составляет $v_к=\frac{\Delta l_1}{\Delta\tau_a}=(0{,}5—1{,}5)\cdot 10^6$ *см/сек*. Каждая вспышка сопровождается импульсом тока. По мере подъема напряжения растет длина канала и стримерной зоны лидера, приращение лидерного канала за вспышку и ток вспышки, достигая в предпоследней вспышке соответственно значений l_1, S_1, $\Delta l_1=l_2—l_1$ и i_1, указанных в табл. 1 и 2 (длины стримеров и канала даны в долях от *S*). Там же указаны характерные значения $\Delta\tau_a$ и $\Delta\tau_п$, а также длительность вспышечной фазы τ_1 (в долях времени пробоя $T_{пр}$). Значения эффективных скоростей удлинения канала $\bar{v}_к=l_2/\tau_1$ и продвижения внешней границы стримерной зоны $\bar{v}_с=\frac{l_2+S_2}{\tau_1}$ легко находятся по цифрам, приведенным в табл. 1 и 2, и лежат в пределах $(0{,}2—3)\cdot 10^5$ и $(0{,}5—5)\cdot 10^5$ *см/сек* соответственно.

По достижении некоторого напряжения U_2 лидерный процесс в очередной вспышке не прерывается, а переходит в непрерывную форму развития, при которой канал и стримерная зона удлиняются без пауз; эта фаза длится в течение времени τ_2. Возможно, канал лидера удлиняется небольшими скачками, размеры которых не превышают размеры головки. На фоне непрерывного развития иногда могут наблюдаться скачкообразные удлинения канала на длину $\Delta l\leqslant 5$ *см*, которым соответствуют более плотные пучки стримеров. Скорость головок стримеров (*V*) в непрерывной фазе не менее 10^7 *см/сек* и может расти по мере удлинения стримерной зоны до 10^9 *см/сек*. Одновременно растет скорость головки канала ли-

[4] Вероятно, возникновению стримеров предшествует образование запальных электронных лавин.

Таблица 1

Параметры разряда в зависимости от крутизны напряжения

A, *кв/мксек*	$U_1/U_{пр}$	$U_2/U_{пр}$	l_1/S	l_2/S	l_3/S	S_0/S	S_1/S	S_2/S	S_3/S	$\tau_л/T_{пр}$	$\tau_1/T_{пр}$	$\tau_2/T_{пр}$	i_2, *а*	i_3, *а*
2,5	0,17	1	0,22	0,25	0,35	0,02	0,25	0,5	0,65	0,97	0,8	0,01	0,5	2
5	~0,2	0,2	~0	~0	0,45	0,02	0,05	0,05	0,55	0,94	~0	0,93	1	2
100	—	0,2	—	—	0,15	0,1	—	0,12	0,85	0,9	—	0,8	2	15
1 000	—	0,25	—	—	0,1	1	—	0,15	0,9	0,85	—	0,75	2	25

Примечание. Промежуток длиной $S=2$ *м*, диаметр стержня 2 *см*, $R_{вн}\approx 10^8$ *ом*. Базисные величины $U_{пр}$ и $T_{пр}=U_{пр}/A$ определяются по кривым рис. 2. Независимо от крутизны $U_0/U_{пр}=0{,}15$; $U_3/U_{пр}=1$. При $A=2{,}5$ *кв/мксек* $\Delta\tau_a/T_{пр}=0{,}015$; $\Delta\tau_п/T_{пр}=0{,}15$; $i_1=0{,}5—1{,}5$ *а*.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

дера $v_к$, эффективная скорость продвижения стримерной зоны $\bar{v}_с$ и ток лидера.

К концу непрерывной фазы, т. е. к моменту достижения стримерами противоположного электрода, длина канала l_3 и стримерной золы S_3, а также ток i_3 достигают значений, указанных в табл. 1 и 2. Там же указано время τ_2 непрерывной фазы.

Значения эффективных скоростей удлинения канала $\bar{v}_к = \frac{l_3 - l_2}{\tau_2}$ и продвижения внешней границы стримерной зоны $\bar{v}_с = \frac{S - (l_2 + S_2)}{\tau_2}$ лежат в пределах $(0{,}5 - 10)\cdot 10^6$ и $(0{,}1 - 20)\cdot 10^7$ *см/сек* соответственно.

Третья (сквозная) фаза начинается при некотором напряжении U_3 после соприкосновения стримерной зоны с плоскостью. К началу этой фазы стримерная зона достигает наибольшей длины S_3 и в дальнейшем уменьшается за счет развития в ней канала (рис. 4). Статическое изображение лидера и детали его развития в сквозной фазе показаны на рис. 5,*б* и *г*. Плотность стримеров (V) в стримерной зоне, скорость головок стримеров $v_с$ и головки канала $v_к$, а также ток растут по мере сокращения длины стримерной зоны; при этом напряжение на промежутке может уменьшаться за счет падения напряжения во внешних сопротивлениях. При малых (менее 10^3 *ом*) сопротивлениях ток, скорость головок стримеров и головки канала возрастают к концу сквозной фазы на порядок величин против таковых в начале этой фазы и в больших промежутках могут достигать значений 10^3 *а*, $5\cdot 10^9$ и 10^8 *см/сек* соответственно; длительность τ_3 фазы не превышает десятка микросекунд. При больших (сотни килоом) внешних (тормозных) сопротивлениях сквозная фаза может быть растянута на тысячи микросекунд, а ток, скорости головок стримеров и головки канала уменьшены до значений порядка одного ампера, 10^7 и 10^5 *см/сек* соответственно. При небольших тормозных сопротивлениях и в больших ($S > 2$ *м*) промежутках на фоне непрерывного развития лидера наблюдаются скачкообразные удлинения (VI) канала размером $\Delta l_3 = 0{,}1$—$0{,}6$ *м*, которым соответствуют более плотные пучки стримеров (VII) и толчки тока $\Delta i_3 = 20$—100 *а* (рис. 5,*б*).

Лидерный процесс завершается при напряжении U_4 финальным скачкообразным приращением канала VIII, благодаря которому промежуток оказывается полностью перекрытым проводящим каналом, после чего напряжение на промежутке резко падает. Длина скачков Δl_4 и всплеск тока Δi_4 тем больше, чем меньше внешнее сопротивление и больше длина промежутка, и достигают значений $\Delta l_4 = 0{,}3 \div 1{,}25$ *м* и $\Delta i_4 = 500 \div 1\,000$ *а* при $R_{вн} \leqslant 3\cdot 10^3$ *ом*. В сквозной фазе, как правило, наблюдается сильное ветвление каналов, причем одновременно могут развиваться несколько ветвей со своими головками. На последнем, финальном, участке часто наблюдается образование 2—3 параллельных каналов.

Связь напряжения на промежутке с параметрами разряда. После перехода лидерного процесса в сквозную фазу напряжение на промежутке равно сумме падений напряжения в канале лидера и в стримерной зоне. Для начала сквозной фазы можно написать выражение:

$$U_3 = E_с S_3 + E_к (S - S_3), \qquad (1)$$

где $E_с$ и $E_к$ — соответственно средние градиенты напряжения в стримерной зоне и канале лидера; S_3 — длина стримерной зоны; $l_3 = (S - S_3)$ — длина канала лидера.

По косвенным оценкам [Л. 15, 17—19, 23] значение $E_к$ зависит от величины i и крутизны di/dt тока лидера. При значениях $i > 0{,}5$ *а* и $di/dt < 10^8$ *а/сек*, характерных для начала сквозной фазы, величина $E_к$ оказывается в 5—100 раз меньше градиентов в стримерной зоне. Поэтому в приближенных оценках падение напряжения в канале лидера следует учитывать лишь в том случае, если $\frac{S - S_3}{S} \geqslant 0{,}5$.

Привлекая соотношение (1), градиенты напряжения $E_с$ в стримерной зоне в момент установления сквозной фазы по известному напряжению на промежутке и длине канала и стримерной зоны можно определить из соотношения:

$$\frac{U_3}{S_3 + 0{,}2\,(S - S_3)} < E_с < \frac{U_3}{S_3} \qquad (2)$$

или при заданных $E_к$

$$E_с = \frac{U_3 - (S - S_3)\,E_к}{S_3}. \qquad (3)$$

Как известно, за пробивное напряжение $U_{пр}$ обычно принимается наибольшее напряжение импульса. Замечательной особенностью пробоя на фронте импульса в области крутизны $A < 10^3$ *кв/мксек* является то обстоятельство, что пробивное напряжение оказывается практически равным напряжению в момент перехода лидера в сквозную фазу ($U_{пр} = U_3$), так как в сквозной фазе напряжение на промежутке уменьшается за счет роста тока разряда и падения напряжения на $R_{вн}$. Это обстоятельство дает возможность использовать соотношение (1) для связи пробивного напряжения $U_{пр}$ и средних пробивных градиентов $E_{пр}$ с внутренними параметрами разряда. В частности, средний пробивной градиент напряжения связан с параметрами разряда соотношением:

$$E_{пр} = \frac{S_3}{S} E_с + \left(1 - \frac{S_3}{S}\right) E_к. \qquad (4)$$

При пробое на хвосте (спаде) импульса за пробивное напряжение принимается амплитудное значение импульса. Если спад напряжения к моменту перехода к сквозной фазе незначителен, что имеет место при весьма длинных хвостах со временем полуспада порядка тысяч микросекунд, для оценки пробивных напряжений и градиентов пригодны соотношения (1) и (4). При быстром спаде напря-

Таблица 2

Параметры разряда в зависимости от длины промежутка

S, *м*	$U_1/U_{пр}$	$U_2/U_{пр}$	l_1/S	l_2/S	l_3/S	S_1/S	S_2/S	S_3/S	$\tau_1/T_{пр}$	$\tau_2/T_{пр}$
5	$<0{,}36$	0,95	0,11	0,2	0,5	0,14	0,24	0,5	$>0{,}54$	0,035
10	$<0{,}42$	0,87	0,1	0,16	0,67	0,12	0,12	0,33	$>0{,}42$	0,115
15	$<0{,}42$	0,83	0,082	0,1	0,75	0,09	0,1	0,25	$>0{,}37$	0,175

Примечание. $A \approx 0{,}4 \div 0{,}8$ *кв/мксек*; $T_{пр} \approx 3\,150$ *мксек*; $R_{вн} \approx 8\cdot 10^3$ *ом*; диаметр стержня 4 *см*. Независимо от длины промежутка $U_3/U_{пр} = 1$; $\tau_л/T_{пр} > 0{,}6$; $\Delta\tau_а/T_{пр} = 0{,}002$; $\Delta\tau_л/T_{пр} = 0{,}07$.

Значения $U_1/U_{пр}$, $\tau_л/T_{пр}$ и $\tau_1/T_{пр}$ определялись приближенно по появлению достаточно больших вспышек, так как мелкие вспышки не различаются на фотографии; ток i_3 определялся с уменьшением ввиду относительно небольших (4×4 *м*²) размеров измерительной плоскости.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

жения на хвосте импульса (например, при стандартном импульсе 1,5/40 *мксек*) переход к сквозной фазе может произойти при напряжении, существенно меньшем амплитудного, и соотношения (1) и (4) не определяют пробивного напряжения.

Зависимость разрядных процессов и их параметров от крутизны импульса напряжения. Эту зависимость рассмотрим вначале на примере промежутка длиной $S=2$ *м*, так как для него имеются наиболее полные данные (табл. 1).

При крутизне $A<A_{кр}$ развитие лидера до сквозной фазы происходит в основном во вспышечной форме, так что доля вспышечной фазы развития в пространстве l_2/S и особенно во времени $\tau_1/T_{пр}$ велика (см. первую строку табл. 1). Доля во времени $\tau_2/T_{пр}$ и пространстве $(l_3-l_2)/S$, приходящаяся на непрерывную фазу, значительно меньше. Уменьшение крутизны напряжения приводит к удлинению времени паузы $\Delta\tau_1=\Delta\tau_a+\Delta\tau_п$ между вспышками; эффективные скорости удлинения канала $\bar{v}_к$ и продвижения стримерной зоны $\bar{v}_с$ в соответствии с этим падают при уменьшении крутизны импульса.

При крутизнах, близких к $A_{кр}$, наблюдается переходная форма разряда. По мере перехода от $A<A_{кр}$ к $A>A_{кр}$ пауза между вспышками сокращается, удлинение канала в каждой вспышке становится больше, в паузах появляются более слабые вспышки, также вызывающие удлинение канала. Затем паузы в развитии лидера полностью исчезают и с самого начала процесс продвижения стримерной зоны и канала лидера становится непрерывным. Соответственно растут эффективные скорости и ток лидера. Характерными особенностями процесса в области $A\approx A_{кр}$ являются наименьшая относительная длина стримерной зоны S_3/S и наибольшая относительная длина канала l_3/S к началу сквозной фазы, при величине градиентов в стримерной зоне $E_с\approx 5$ *кв/см*. Именно это обстоятельство в соответствии с соотношением (1) объясняет,

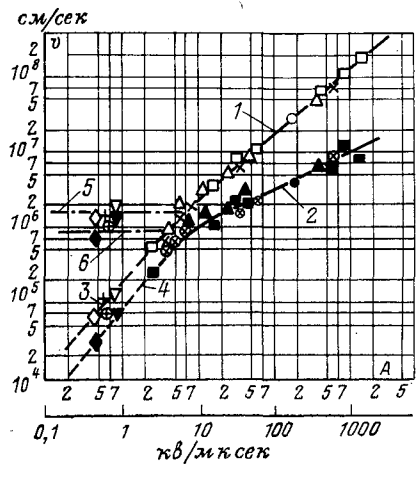


Рис. 6. Скорости продвижения границы стримерной зоны ($\bar{v}_с$) и канала ($\bar{v}_к$) лидера в зависимости от крутизны A.

1, 2, 5, 6—непрерывная фаза; *3, 4*—вспышечная фаза. $\bar{v}_с$—кривые *1, 3, 5*, $\bar{v}_к$—кривые *2, 4, 6*; ×, ⊗—1 *м*; ○, ●—1,5 *м*; □, ■—2 *м*; △, ▲— 3 *м*; ◇, ◆—5 *м*; +, ⊕—10 *м*; △, ▼—15 *м* (первая точка относится к $\bar{v}_с$, вторая к $\bar{v}_к$).

почему при $A\approx A_{кр}$ наблюдается минимум пробивных напряжений.

При крутизне $A>A_{кр}$ наблюдается только непрерывное развитие лидера, т. е. вспышечная фаза развития вырождается, что показано прочерками для соответствующих параметров вспышечной фазы в табл. 1. Скорости продвижения внешней границы стримерной зоны $\bar{v}_с$ и головки канала $\bar{v}_к$ растут с крутизной таким образом, что $\bar{v}_с$ все более превышает $\bar{v}_к$ и относительный размер стримерной зоны S_3/S к моменту установления сквозной фазы растет, а доля канала l_3/S падает. Одновременно в стримерной зоне растет плотность и скорость стримеров, а также ток разряда i_2 и i_3, что, естественно, требует повышения градиентов напряжения в стримерной зоне, и последние возрастают приблизительно от 5 до 10 *кв/см*. Таким образом, сокращение времени пробоя при $A>A_{кр}$ требует все большего увеличения напряжения как за счет возрастания длины стримерной зоны, так и за счет возрастания величины градиентов напряжения в ней.

Следует заметить, что при очень больших значениях A и внешних сопротивлениях $R_{вн}>10^4$ *ом* сквозная фаза может составлять значительную долю $\tau_3/T_л$ во времени развития лидера и тем самым определять время пробоя $T_{пр}$.

Аналогичные зависимости параметров процесса от крутизны напряжения имеют место и в промежутках другой длины. На рис. 6 даны эффективные скорости продвижения стримерной зоны $\bar{v}_с$ и канала $\bar{v}_к$ лидера (до перехода в сквозную фазу) в функции крутизны A для всех обследованных промежутков. Хорошо виден характерный излом зависимостей при $A\approx A_{кр}$, а также примерное равенство значений $\bar{v}_с$ и $\bar{v}_к$ при $A<A_{кр}$ и сильное расхождение их значений при $A>A_{кр}$. На рис. 7 показана зависимость градиентов напряжения $E_с$ в стримерной зоне в начале сквозной фазы от крутизны A импульса напряжения для всех обследованных промежутков. Для $S<5$ *м* величина $E_с$ оценивалась по (2), так как здесь $l_3/S\ll 1$. Для $S\geqslant 5$ *м* использовалось соотношение (3) при $E_к=0{,}3$ *кв/см* (см. ниже). В сквозной фазе градиенты напряжения в стримерной зоне могут расти против значений, указанных на рис. 7 и перед финальным скачком достигать 10—25 *кв/см*. Более точная оценка требует знания величины градиента в канале лидера.

Изменение разрядного процесса и его параметров с длиной промежутка. В промежутках, меньших 2 *м*, картина лидерного процесса остается аналогичной рассмотренной выше, за тем исключением, что сквозная фаза становится доминирующей в пространстве, т. е. $S_3/S\longrightarrow 1$ и $l_3/S\longrightarrow 0$.

При увеличении длины промежутка выше 2 *м* разрядные процессы протекают различно в зависимости от крутизны импульса. В области крутизны $A\gg A_{кр}$ лидерный процесс качественно не изменяется по сравнению с таковым в промежутке $S=2$ *м*. Пространственные доли непрерывной и сквозной фазы практически не изменяются, т. е. $S_3/S=\text{const}$ при удлинении промежутка. Поэтому в области крутизны $A\gg A_{кр}$ пробивное напряжение

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$U_{пр}$ практически линейно растет с длиной промежутка, т. е. $E_{пр} \approx \text{const}$.

В области крутизны, близкой или меньшей $A_{кр}$, при увеличении длины промежутка наблюдается существенное изменение лидерного процесса и его параметров. Проследим эти изменения на примере промежутков длиной $S=5$—15 *м* при воздействии импульса с фронтом $T_ф=4\,300$ *мксек* ($A=0{,}5\div 0{,}8$ *кв/мксек*), где имеются наиболее полные данные. Параметры разрядного процесса приведены в табл. 2.

По мере увеличения промежутка происходит уменьшение временной доли $\tau_1/T_{пр}$ и особенно пространственной доли l_2/S и S_2/S вспышечной фазы, а также пространственной доли S_3/S сквозной фазы, в то время как соответствующие доли непрерывной фазы $\tau_2/T_{пр}$ и $(l_3-l_2)/S$ растут. Непрерывная фаза становится доминирующей в лидерном процессе. Интересно отметить, что переход от вспышечной к непрерывной фазе осуществляется тогда, когда длина стримерной зоны вспышки достигает величины $S_2=1{,}0$—$1{,}5$ *м*.

Итак, хотя абсолютная длина S_3 стримерной зоны к началу сквозной фазы растет с увеличением S, ее относительная доля S_3/S заметно уменьшается. В связи с этим [см. выражение (4)] происходит падение величины средних разрядных градиентов $E_{пр}$ и пробивное напряжение $U_{пр}$ растет значительно медленнее, чем длина промежутка. Этот эффект наиболее ярко выражен при $A \approx A_{кр}$. На рис. 8 показаны зависимости $S_3/S=f(S)$ и $E_{пр}/E_c=f(S)$, построенные по экспериментальным данным для $A \approx A_{кр}$. Связь между ними удовлетворительно задается соотношением, вытекающим из (4):

$$E_{пр}/E_c = S_3/S + E_к/E_c\,(1-S_3/S), \qquad (5)$$

где $E_c=5$ *кв/см*; $E_к=0{,}3$ *кв/см*.

Таким образом, по экспериментальным данным определены величины E_c и $E_к$ для этой области значений S и A. Расхождение названных выше двух зависимостей имеет место там, где доля стримерной зоны существенно меньше единицы и начинает сказываться падение напряжения в канале лидера. При крутизнах $A>A_{кр}$ указанные зависимости пойдут значительно выше кривых *1* и *2*, и заметное уменьшение величины $E_{пр}/E_c$ и S_3/S против единицы, а также расхождение между этими величинами, будут наблюдаться в промежутках значительно большей длины.

Разброс пробивных напряжений и незавершенные разряды. Приведенные выше данные относятся к средним значениям пробивных напряжений и других параметров разряда. Как известно, пробивные напряжения имеют значительный разброс. Так, в промежутках $S=5$—15 *м* при импульсах с $T_ф=4\,300$ *мксек* и при 95—100% вероятности пробоя среднеквадратичное отклонение пробивных напряжений $\sigma=3{,}5$—7%. Сопоставление пробивных напряжений и длины S_3 стримерной зоны в пределах разброса показывает, что между ними имеется положительная корреляция, т. е. бóльшим пробивным напряжениям соответствует бóльшая длина S_3 стримерной зоны в начале сквозной фазы. Таким образом, и в пределах разброса соотношения (1) и (4) удовлетворяют экспериментальным данным. Что касается причины разброса пробивных напряжений, в больших промежутках она в основном связана с разбросом траекторий и скоростей на начальных фазах развития лидера, т. е. в конечном счете с разбросом времени $(\tau_1+\tau_2)$ до сквозной фазы.

Представляют большой интерес данные о длинах незавершенных лидеров. Незавершенные лидеры наблюдаются, когда амплитуда импульса выше начального напряжения U_0 и ниже 100% пробивного напряжения, причем длина этих лидеров, естественно, растет с увеличением амплитуды напряжения и длины промежутка. Однако во всех случаях незавершенных разрядов стримерная зона лидера не достигала плоскости, т. е. лидеры прекращали развитие до перехода в сквозную фазу. Более того, имеется характерная особенность развития лидерного процесса, а именно, малое увеличение длины незавершенных лидеров при изменении амплитуды напряжения в зоне разброса пробивных напряжений. Так, в промежутке $S=10$ *м* и импульсах с $T_ф=4\,300$ *мксек* при увеличении амплитуды U_0 холостых импульсов напряжения от 1 910 *кв*, что соответствует 20% пробоев, до 2 230 *кв*, соответствующей 95% пробоев, средняя длина канала и стримерной зоны незавершенных лидеров практически не возрастает и составляет всего $0{,}17S$ и $0{,}12S$ соответственно, т. е. близка к величине l_2 и S_2, характерной для начала непрерывной фазы развития (см. табл. 2). При этом среднее

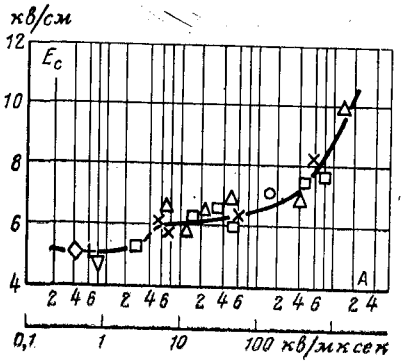


Рис. 7. Усредненные градиенты (E_c) в стримерной зоне в момент перехода к сквозной фазе.
× — 1 *м*; ○ — 1,5 *м*; □ — 2 *м*; △ — 3 *м*; ◇ — 5 *м*; + — 10 *м*; ▽ — 15 *м*.

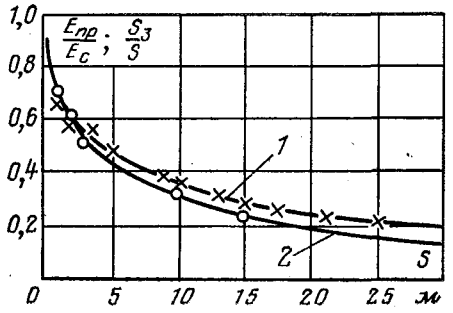


Рис. 8. Зависимости $E_{пр}/E_c$ (кривая *1*) и S_3/S (кривая *2*) от длины промежутка ($E_c=5$ *кв/см*).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

пробивное напряжение возрастает от 1 730 до 1 850 *кв*, а средняя крутизна импульса — от 0,5 до 0,6 *кв/мксек*.

Таким образом, прирост напряжения и его крутизны не приводит к удлинению всех незавершенных лидеров (или к возрастанию их средней длины), а вызывает увеличение доли завершенных разрядов. Иными словами, в зоне разброса пробивных напряжений между величиной напряжения и длиной незавершенных лидеров нет пропорциональной связи; скорее всего в этом случае действует некий спускной механизм развития лидера. В [Л. 15] предполагается, что незавершенные лидеры становятся «неустойчивыми» при их длине $(l_з+S_з)$, соответствующей переходу к сквозной фазе. Однако приведенные выше данные говорят о том, что в больших промежутках определенная неустойчивость лидера (в том смысле, что для его продвижения на большую длину требуется незначительный прирост напряжения) наступает значительно раньше, и незавершенные лидеры длиной $(l_з+S_з)$ не наблюдаются. Этот эффект, вероятно, связан с тем, что на начальном этапе развития лидера значительная доля напряжения приходится на стримерную зону длиной 1—1,5 *м*. Дальнейшее развитие требует меньшего приращения стримерной зоны на единицу длины канала, причем частично прирост падения напряжения в стримерной зоне происходит за счет перераспределения напряжения между стримерной зоной и свободной от разрядных процессов частью промежутка.

Процессы при пробое на спаде (хвосте) импульса напряжения. При импульсах напряжения сложной формы характер лидерного процесса определяется крутизной фронта, амплитудой импульса, изменением напряжения на его хвосте и длиной промежутка[5]. Развитие разряда в первой стадии разделяется на два этапа: быстрый (процесс на фронте) и медленный (процесс на хвосте).

Процесс на фронте аналогичен развитию лидера при косоугольных импульсах с тем отличием, что стримерная зона за это время не достигает плоскости. Характер процесса на хвосте качественно аналогичен непрерывному развитию лидера, но продвижение стримерной зоны и канала лидера на спаде импульса идет со значительно меньшими скоростями, чем на фронте. Одновременно происходит перестройка стримерной зоны; плотность стримеров, их скорость и градиент напряжения в стримерной зоне заметно уменьшаются по сравнению с таковыми на фронте импульса. Здесь лидерный процесс идет частично за счет использования излишних запасов по напряжению, заложенных в стримерной зоне к моменту достижения амплитудного значения импульса. Касание стримерной зоной противоположного электрода и переход лидерного процесса в сквозную фазу происходит на спаде импульса тем раньше, чем выше амплитуда импульса и чем медленнее спадает напряжение. Дальнейшее развитие лидерного процесса и завершение его пробоем имеет место лишь в том случае, если средняя напряженность поля между каналом и плоскостью в сквозной стримерной зоне равна или превышает 4,5 *кв/см*. Аналогичное условие завершения пробоя было получено ранее [Л. 21] при частично срезанных импульсах 1,5/40 *мксек* и промежутках $S \leqslant 2$ *м*, однако тогда не было установлено, что оно относится только к сквозной фазе развития, т. е. к градиентам в стримерной зоне.

Обсуждение результатов. Стримерная зона лидера обладает рядом свойств, которые позволяют рассматривать ее не просто как совокупность отдельных стримеров, но как специфическое разрядное образование.

Одним из таких свойств является независимость величины среднего градиента напряжения в стримерной зоне (к моменту перехода процесса в сквозную фазу) от размеров промежутка и соответственно размеров стримерной зоны. Существует наименьшее значение градиента напряжения в стримерной зоне, равное приблизительно 4,5 *кв/см*, при котором лидерный процесс еще может развиваться в сквозной фазе.

Независимость величины минимального градиента и минимальной скорости стримеров от длины стримерной зоны дают основание предположить, что и до сквозной фазы средний градиент напряжения в стримерной зоне должен быть не менее 4,5 *кв/см*, чтобы обеспечить продвижение лидера.

Можно также полагать, что истинные градиенты в стримерной зоне не очень сильно отличаются от среднего значения, имея несколько бóльшую величину вблизи головки канала и несколько меньшую на границе стримерной зоны. Подтверждением этому служит то обстоятельство, что скорость стримеров, резко зависящая от величины напряженности электрического поля, несущественно меняется вдоль стримерной зоны. Выравнивание поля внутри стримерной зоны осуществляется в основном избыточным зарядом, расположенным в многочисленных головках стримеров. Совокупный заряд головок и его распределение обеспечивают одинаковые условия для развития каждого отдельного стримера.

По-видимому, состояние газа за головкой стримера характеризуется весьма малой проводимостью и малой плотностью избыточного заряда. Во всяком случае, нет фактов, говорящих о каком-либо заметном влиянии каналов предшествующих стримеров на развитие последующих. В этой связи наиболее подходящей представляется выдвинутая в [Л. 22] модель развития стримеров, опирающаяся на предположение о пренебрежимо малой проводимости за головкой стримера, что позволяет считать головку практически изолированной от канала лидера. Положительный избыточный заряд (порядка 10^8 ионов) в головке стримера весьма малых (сотые доли миллиметра) размеров обеспечивает напряженность поля, достаточную для развития электронных лавин, инициируемых в основном вследствие фотоионизации. Вхождение этих лавин в головку стримера нейтрализует избыточный заряд последней, но одновременно впереди головки обнажается новый положительный объемный заряд

[5] Рассматриваются такие импульсы напряжения, где спад (хвост) импульса формируется специальной схемой и не зависит от тока разряда.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

и т. д. Однако в данную модель должны быть внесены изменения, отражающие роль внешнего электрического поля с напряженностью около 4,5 *кв/см* и более в механизме продвижения стримеров.

Анализ экспериментальных данных показывает, что минимальная величина градиентов в стримерной зоне ($E_с \approx 4{,}5$ *кв/см*) сочетается с минимальными значениями скорости головки стримеров ($v_с = 10^7$ *см/сек*), скорости продвижения канала лидера ($v_к \approx 0{,}5 \cdot 10^6$ *см/сек*), тока лидера ($i \approx 0{,}25$ *а*) и заряда на единицу длины канала ($q_0 \approx 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ *к/см*), при которых еще обеспечивается преобразование стримерной зоны в канал лидера.

При увеличении средних градиентов поля в стримерной зоне в пределах половины порядка величины лидерный ток возрастает на четыре порядка. При этом поперечные размеры стримерной зоны меняются несущественно, но скорость стримеров возрастает приблизительно на 2,5 порядка, и заметно растет плотность заполнения стримерной зоны, т. е. в конечном счете число одновременно развивающихся головок стримеров, а также их яркость, что свидетельствует о бóльшей величине избыточного заряда в головке и бóльшей плотности ионизационных процессов.

Давно было замечено, что между скоростью удлинения канала и величиной тока лидера существует прямая зависимость, качественно хорошо объясняемая темпом разогрева газа в стримерной зоне вблизи конца канала до температуры термической ионизации [Л. 17]. Остается, однако, неясной связь падения напряжения на стримерной зоне (произведения ее длины на средний градиент напряжения) с величиной лидерного тока. Установление такой связи позволило бы подойти к расчету длины стримерной зоны лидера на разных этапах развития до перехода в сквозную фазу, в зависимости от крутизны и величины импульса напряжения и длины разрядного промежутка, т. е. в конечном счете подойти к расчету пробивных напряжений.

Необходимым условием завершения пробоя является переход лидерного процесса в сквозную фазу. Напряжение на промежутке должно быть достаточным для того, чтобы покрыть падение напряжения в стримерной зоне и канале лидера соответствующей длины S_3 и $l_3 = S - S_3$.

Как видно из приведенных выше фактических данных, с увеличением длины S разрядного промежутка при критических условиях ($A \approx A_{кр}$, $T_ф \approx T_{ф.кр}$) происходит быстрое уменьшение относительной длины стримерной зоны S_3/S, хотя ее абсолютное значение несколько растет. Используя соотношение (1) и (4), можно ввести следующую градацию промежутков в зависимости от величины S_3/S. В промежутках $S \leqslant 1$ *м* величина $S_3/S \approx 1$; пробивное напряжение практически линейно растет с длиной промежутка при $E_{пр} = E_с \approx 5$ *кв/см*. С увеличением длины промежутка в пределах $1 < S < 40$ *м* величина S_3/S меняется от 1 до 0,1 и наблюдается заметное отклонение зависимости $U_{пр} = f(S)$ от линейной, а пробивные градиенты быстро падают. В промежутках $40 < S < 100$ *м* ($S_3/S \ll 1$) зависимость $U_{пр} = f(S)$ будет вновь приближаться к линейной, а пробивной градиент — к значению, характерному для градиентов в канале лидера. Наконец, при длине промежутков выше 200—300 *м* можно ожидать практически линейную зависимость с коэффициентом пропорциональности, близким к градиенту в канале лидера.

В данном прогнозе мы исходили из неизменных величин $E_с = 5$ *кв/см* и $E_к = 0{,}3$ *кв/см*, которые удовлетворяют экспериментальным данным для $S \leqslant 30$ *м*. Можно полагать, что величина $E_к$ в промежутках длиной 100—300 *м* не будет очень сильно отличаться от приведенной выше цифры, если лидерный ток будет около ампера или более. Однако, поскольку при таких больших промежутках пробивной градиент в значительной мере определяется величиной $E_к$, уточнение последней имеет важное значение.

Наибольшей «пробивной способностью» обладают импульсы с крутизной на фронте примерно 5 *кв/мксек*. При этой критической крутизне обеспечиваются оптимальные условия преобразования стримерной зоны в канал лидера, что и определяет ее наименьшие размеры и соответственно наименьшие пробивные напряжения.

При крутизне импульса $A > A_{кр}$ ($T_ф < T_{ф.кр}$) растут лидерные токи и соответственно скорости развития канала лидера. Для этого скорость и число стримеров должны возрастать, что обеспечивается бóльшими градиентами в стримерной зоне. Как следствие, растет и длина стримерной зоны, что в результате приводит к увеличению пробивного напряжения и пробивных градиентов. Линейная или почти линейная зависимость пробивных напряжений от длины промежутка здесь будет продолжаться в область значительно больших S при коэффициенте пропорциональности $E_{пр} > 5$ *кв/см*.

Можно полагать, что при вспышечной форме развития, характерной для импульсов с крутизной $A < A_{кр}$, продвижение лидера в каждой из вспышек также происходит в условиях некоторого «перенапряжения», ввиду чего длина стримерной зоны в итоге оказывается несколько бóльшей, что и предопределяет некоторое возрастание пробивных градиентов. С ростом длины промежутков, однако, следует ожидать, что область «критических» пробивных градиентов будет все более расширяться в сторону меньших крутизн импульса, поскольку вспышечная форма развития будет иметь место лишь на начальных этапах лидерного процесса, а также в связи с тенденцией к уменьшению относительной доли S_3/S стримерной зоны.

Выводы. 1. Условием завершения пробоя является переход лидерного процесса в сквозную фазу развития. Пробивное напряжение равно сумме падений напряжения в канале лидера и на стримерной зоне в момент перехода к сквозной фазе.

2. Характеристики разрядного процесса, в том числе пробивное напряжение и скорость развития лидера, в значительной степени определяются параметрами стримерной зоны, зависящими от крутизны импульса напряжения. Минимальный средний градиент в стримерной зоне (примерно 4,5 *кв/см*) связан с наименьшей скоростью стримеров в ней (приблизительно 10^7 *см/сек*).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

3. Стримерная зона наименьшей длины со средними градиентами в ней $E_c = 5$ *кв/см* имеет место при крутизне импульса напряжения $A_{кр} \approx 5$ *кв/мксек* независимо от длины промежутка, что и определяет минимум пробивных напряжений. Поэтому для испытания изоляционных конструкций с промежутками типа «стержень — плоскость» наиболее целесообразно применение импульсов напряжения с крутизной на фронте около 5 *кв/мксек*.

4. Резкое снижение пробивных градиентов при увеличении длины S промежутка вызывается уменьшением относительной доли стримерной зоны S_3/S от единицы в пределе до нуля. В малых ($S \leqslant 1$ *м*) промежутках пробивной градиент равен градиенту напряжения в стримерной зоне. Величина пробивных градиентов в больших ($S > 100$ *м*) промежутках будет близка к градиенту в канале лидера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Стекольников И. С., Шкилев А. В.** Новые материалы о развитии канала длинной искры. Доклады АН СССР, 1960, № 4, т. 136, с. 803—806.

2. **Стекольников И. С., Шкилев А. В.** Развитие длинной положительной искры на косоугольной волне напряжения. Доклады АН СССР, 1963, № 4, т. 151, с. 837—840.

3. Особенности картины электрического пробоя весьма длинных воздушных промежутков. Доклады АН СССР, 1968, № 5, с. 1048—1051. Авт.: Г. Н. Александров, Б. Н. Горин, В. П. Редков и др.

4. Исследование развития искрового разряда в длинных воздушных промежутках.— «Электричество», 1971, № 3, с. 31—34. Авт.: Г. Н. Александров, Э. М. Базелян, Б. Н. Горин и др.

5. **Базелян Э. М., Браго Е. Н., Стекольников И. С.** Существенное снижение средних пробивных градиентов в длинных разрядных промежутках на косоугольной волне напряжения. Доклады АН СССР, 1960, № 3, т. 133, с. 550—553.

6. **Gorev A. A., Zalesky A. M., Riabow B. M.** Les caracteristiques de choe grands intrepvalles disrupties. CIGRE, R. 142, 1948.

7. **Александров Г. Н., Иванов В. Л.** Исследование электрической прочности воздушных промежутков и гирлянд изоляторов при воздействии внутренних перенапряжений.— «Электричество», 1962, № 9, с. 33—38.

8. **Гутман Ю. М., Степина Н. И., Филиппов А. А.** Разрядные напряжения воздушной и линейной изоляции при коммутационных волнах простейшей формы.— «Изв. НИИПТ», 1962, сб. 9.

9. **Udo T.** Sparkover Characteristics of Large Gap Spaces and Long Insulator Strings IEEE, Trans. Power Appar. and Syst., 83, 1964, № 5, p. 471—483.

10. **Александров Г. Н., Иванов В. Л., Редков В. П.** Электрическая прочность промежутка между проводом линии сверхвысокого напряжения и землей при внутренних перенапряжениях.— «Электричество», 1965, № 4, с. 20—24.

11. **Furuda S., Uenosono C., Hirose Y., Tanaka N., Kojima T.** The New 500 *kv* Line around Tokyo. CIGRE, R. 415, 1966.

12. **Johansen O. S., Bakken J. A.** Switching Surge Strength of Long Air Gaps and Insulators. CIGRE, R. 425, Appendix 1, 1966.

13. **Watanabe Y.** Switching Surge Flashover Characteristics of Extremely Long Air Gaps. IEEE Trans. Power Appar. and Syst., 86, № 8, 1967, p. 933—936.

14. **Paris L.** Influence of Air Gaps Characteristics on Line-to-Ground Switching Surge Strength. IEEE Trans. Power Appar. and Syst., 86, № 8, 1967, p. 936—947.

15. **Lemke E.** Die Leaderentladung und ihre Bedeutung für das Durchschlagverhalten langer Luftfunkenstrecken.— «Wiss. Zeitschr. Elektrotechnik», 13, 1969.

16. **Sarnes H. C., Winters D. E.** UHV Transmission Desing Requirements-Switching Surge Flashover Characteristics of Extra Long Air Gaps.— IEEE. Trans. Power Appar. and Syst., 90, № 4, 1971, p. 1579—1589.

17. **Комельков В. С.** Развитие электрического разряда в длинных промежутках.— «Изв. АН СССР», ОТН, 1950, № 6, с. 851—866.

18. **Стекольников И. С.** Природа длинной искры. М., Изд. АН СССР, 1960, 272 с.

19. **Горин Б. Н., Инков А. Я.** Исследование канала искры.— ЖТФ, 1962, вып. 3, т. 32, с. 329—337.

20. **Александров Г. Н., Иванов В. Л., Кизеветтер В. Е.** Электрическая прочность наружной высоковольтной изоляции. М.— Л., «Энергия», 1969, 239 с.

21. **Акопян А. А., Ларионов В. П., Торосян А. С.** К вопросу о влиянии формы волны напряжения на электрическую прочность воздушного промежутка.— «Электричество», 1956, № 5, с. 14—21.

22. **Даусон Д., Винн У.** Модель распространения стримера. — В кн.: Г. Ретер «Электронные лавины и пробой в газах». М., «Мир», 1968. 390 с.

23. **Ларионов В. П.** Лидерная стадия искрового разряда.— «Электричество», 1961, № 9, с. 72—75.

[27.6.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.319.51.015.532

Экспериментальное исследование зарядки микрочастиц материала в поле коронного разряда

БАБАШКИН В. А., ГОНИК А. Е., ВЕРЕЩАГИН И. П., ЕРМИЛОВ И. В.

Московский энергетический институт

При расчете процессов электронно-ионной технологии, таких как очистка газов в электрофильтрах, электросепарация порошков, окраска в электрическом поле и т. д., необходимо знать величину заряда, получаемого частицами материала в поле коронного разряда.

Заряд частиц размером больше 2 *мкм* рассчитывается по формуле Потенье, которая получена в предположении, что определяющим зарядку является механизм осаждения ионов на частицу под действием внешнего поля [Л. 1]:

$$q = 4\pi\varepsilon_0 E \left(1 + 2\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right) a^2 \frac{en_0 kt}{4\varepsilon_0 + en_0 kt}, \qquad (1)$$

где E — напряженность электрического поля; a — радиус частицы; ε — относительная диэлектрическая проницаемость материала частицы; e — заряд электрона; n_0 — концентрация ионов; k — подвижность ионов; t — время.

Для мелких частиц (менее указанного размера) необходимо учитывать по методике, изложенной в [Л. 2], составляющую заряда, связанную с диффузией ионов на частицу.

Экспериментальная проверка формулы Потенье проводилась в двух направлениях. Наиболее надежные данные с небольшими разбросами получены при измерении зарядов крупных сферических частиц (размером 0,5÷5 *мм*), приобретаемых ими

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

при свободном падении через область коронного разряда в цилиндрическом конденсаторе [Л. 1]. Результаты этих опытов убедительно подтвердили формулу Потенье в отношении предельных зарядов, хотя экспериментальных данных было недостаточно, чтобы сделать аналогичный вывод относительно динамики процесса. Вместе с тем следует иметь в виду, что данные относились к средним вдоль траектории движения частиц зарядам. Не была показана возможность применения формулы Потенье в диапазоне размеров 5÷100 *мкм*, что имеет значение для практических применений.

Второе направление связано с экспериментами на мелких частицах размером 1—5 *мкм* [Л. 3]. Средние значения зарядов примерно соответствовали формуле Потенье, однако большие разбросы в величинах зарядов не позволяют сделать вывод о точном количественном соответствии. Недостатком этих экспериментов является наличие длинных соединительных трактов между зарядным устройством и измерительной кюветой, в которых возможна потеря заряженных частиц. Оставалось неясным, являются ли полученные разбросы результатом несовершенства методики измерения или они представляют существенную особенность процесса зарядки частиц в поле коронного разряда и связаны, например, с нестабильностью коронного разряда в пространстве и во времени.

В [Л. 4] в некоторой степени был восполнен недостаток предшествующих работ: измерения зарядов производились непосредственно в зарядном устройстве на частицах размером около 30 *мкм*. В зарядном устройстве движение частиц происходило под действием поля коронного разряда и потока электрического ветра. По истечении заданного времени, соответствующего времени зарядки частиц, напряжение на коронирующих электродах отключалось специальной электронной схемой. После отключения напряжения и ухода из промежутка объемного заряда движение частиц происходило только под действием электрического ветра.

Методика определения зарядов частиц была основана на фотографировании траекторий движения частиц и измерении по траектории их скорости непосредственно перед коммутацией напряжения и через 30 *мсек* после коммутации. Пауза в 30 *мсек* была необходима для удаления из промежутка объемного заряда и полного увлечения частиц электрическим ветром (время релаксации частиц составляло приблизительно 1,7 *мсек*). При этом в течение 30 *мсек* скорость ветра практически не менялась, так как было установлено, что в центре промежутка уменьшение скорости ветра в 2 раза происходило за время около 1 *сек*. Заряд частиц рассчитывался по скорости частиц непосредственно под действием поля короны, полученной путем вычитания скорости электрического ветра из суммарной скорости, измеренной перед отключением напряжения.

Заряды частиц в общем соответствовали формуле Потенье, хотя наблюдались систематические отклонения вблизи коронирующих проводов и у плоских электродов. Оставалась невыясненной природа значительных разбросов в зарядах частиц. В связи с этим, а также из-за того, что методика дает информацию также о скорости электрического ветра, необходима была ее проверка. Возможная погрешность методики может быть связана с влиянием объемного заряда, удаляемого из промежутка после отключения напряжения.

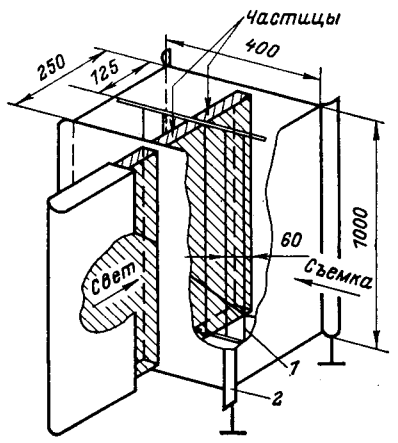


Рис. 1. Экспериментальная камера.

1 — коронирующие электроды; *2* — осадительные электроды.

В данной статье приводятся результаты исследования, которые являются развитием [Л. 4], но в отличие от этой работы при определении зарядов частиц не используется скорость электрического ветра. Это достигается тем, что частица после пребывания в поле коронного разряда длительно удерживается в знакопеременном электростатическом поле. По скорости движения частицы в знакопеременном поле рассчитывался ее заряд. Скорость частицы определялась путем фотографирования ее траектории.

Экспериментальная камера, в которой производилось фотографирование траекторий (рис. 1), имела плоские электроды со вставками из проводящего стекла для входа и выхода светового луча. Шесть коронирующих электродов из нихрома диаметром 90 *мкм* располагались вертикально и симметрично по отношению к плоскостям и натягивались грузами по 500 *г* для уменьшения их вибрации при коронном разряде. Передняя стенка выполнена из непроводящего стекла, задняя — из оргстекла, оклеенного черным бархатом. Частицы ликоподия, с которыми проводились эксперименты, вводились в камеру через отверстие в верхней крышке. Переключение напряжения осуществлялось двумя одинаковыми электронными блоками, подключенными к плоским электродам установки. Импульсы на включение одного и отключение другого блоков подавались одновременно. Постоянная времени коммутации не превышала 3 *мксек*. Из сопоставления графика изменения напряжения на электродах установки с соответствующей траекторией движения частицы можно выделить четыре характерных участка траектории (рис. 2).

1. Участок седиментации в равномерном электростатическом поле. Этот участок необходим для исключения из эксперимента частиц, имеющих начальный заряд. В этом режиме между плоскими электродами устанавливается напряжение $U_р$, а на провода подается напряжение $\frac{1}{2}U_р$.

2. Участок зарядки частиц в поле коронного разряда. В этом режиме обе плоскости заземлены. На провода подается напряжение $U_к$ относительно заземленных плоскостей.

3. Участок, на котором плоские электроды остаются заземленными, но напряжение, подаваемое на провода, снижается до величины $U_с$, меньшей

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

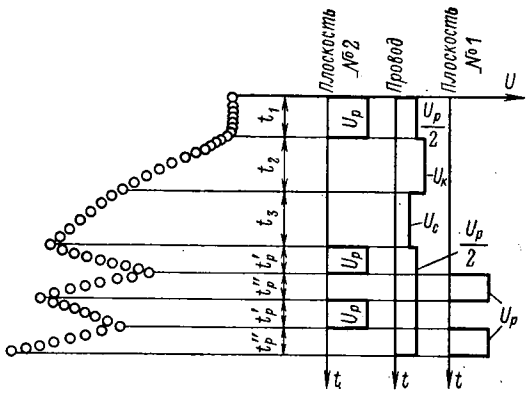


Рис. 2. Изменение напряжения на электродах установки во времени и соответствующая траектория движения частицы.

начального напряжения. Этот участок необходим для удаления из промежутка объемного заряда, который остается после коронного разряда. Расчет составляющей скорости частицы, обусловленной остаточным объемным зарядом, представляет определенную трудность, поэтому проще исключить из рассмотрения условия, в которых это влияние проявляется.

4. Участок движения заряженной частицы в равномерном электростатическом поле, направление которого периодически изменяется. Для этого на провода подается напряжение $\frac{1}{2} U_p$ и периодически поочередно одна из плоскостей заземляется, а на вторую одновременно подается напряжение U_p. На этом участке движение частиц происходит под действием затухающего электрического ветра и знакопеременного равномерного электростатического поля. Наличие знакопеременного поля позволяет исключить влияние электрического ветра и определить скорость движения частицы в известном электростатическом поле, а следовательно, и заряд частицы q.

Дифференциальное уравнение движения частицы[1], обладающей зарядом q и массой m в электростатическом поле напряженностью E_p, имеет вид:

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = q\bar{E}_p - \bar{F}_c, \qquad (2)$$

где $\bar{v}$ — скорость движения частицы; $\bar{F}_c$ — сила сопротивления среды движению частицы.

Сила сопротивления среды движению сферической частицы радиуса a рассчитывается по формуле Стокса:

$$\bar{F}_c = 6\pi\mu a(\bar{v} - \bar{u}). \qquad (3)$$

Здесь μ — коэффициент динамической вязкости среды; $\bar{u}$ — скорость движения среды.

Формула Стокса справедлива при числах Рейнольдса, меньших 0,5, что в наших условиях выполнялось всегда.

В пределах отрезков траектории, соответствующих времени t_p' или t_p'' (рис. 2) движение будет установившимся, так как время релаксации частицы τ много меньше продолжительности существования поля с данным направлением ($\tau = 1{,}75$ *мсек* $\ll t_p'$; $t_p'' = 100$ *мсек*). Для установившегося движения уравнение (2) упрощается:

$$\left.\begin{aligned} &\text{для } t'_p \quad qE_p - 6\pi\mu a(v' - u) = 0; \\ &\text{для } t''_p \quad qE_p - 6\pi\mu a(v'' - u) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где v' и v'' — значения скорости частицы, определяемые по отрезкам траектории, соответствующим t_p' и t_p''.

Скорость движения среды u, входящая в (4), определяется остаточными потоками электрического ветра.

Изменением скорости u при переходе от интервала t_p' к соседнему интервалу t_p'', в середине которых проводилось измерение соответственно v' и v'', можно пренебречь и считать ее постоянной. Это связано с достаточно быстрой сменой направления поля ($f = 10$ *гц*) и большим временем затухания электрического ветра, а также с тем, что скорость u в 3—5 раз меньше скорости движения частицы под действием равномерного поля. С учетом этого из системы уравнений (4) следует:

$$q = \frac{6\pi\mu a(v' + v'')}{2E_p}. \qquad (5)$$

Отметим, что заряд частицы, определенный по парам интервалов траектории в различные моменты времени t, после отключения коронного разряда оказался практически постоянным. В качестве примера ниже приведены результаты обработки одной из траекторий движения частиц:

t, *сек*	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
$q \cdot 10^{15}$, *к*	4,37	4,43	4,37	4,40	4,34	4,40	4,34
u, *м/сек*	0,070	0,066	0,066	0,065	0,065	0,061	0,059

Эти данные свидетельствуют, что скорость движения среды изменяется мало и предположение о ее постоянстве в пределах пары соседних интервалов оправдано. Постоянство заряда вдоль траектории свидетельствует также об отсутствии импульсной короны при коммутации напряжения.

При экспериментальном определении зарядов частиц использовались значения среднего радиуса частиц, полученного измерением 100 частиц ликоподия под микроскопом и значения скорости v', v'', усредненные по траекториям 20—60 частиц. Средний радиус частиц ликоподия составлял 15,3 *мкм*, коэффициент вариации 8%; $\varepsilon = 3{,}9$; скорость седиментации 1,7 *см/сек*.

Межэлектродный промежуток был разбит на девять интервалов. Все траектории группировались по этим интервалам. Траектория считалась принадлежащей к данному интервалу, если внутри этого интервала оканчивался второй участок траектории (участок зарядки в поле коронного разряда).

Значения напряженности поля при коронном разряде, подставляемые в (1), определялись расчетным путем по методике, изложенной в [Л. 5]. Экспериментальная проверка подтвердила правильность расчета напряженности поля.

Длина траекторий частиц в поле коронного разряда была невелика и составляла 0,5÷2 *см*. Напряженность поля в пределах траектории изме-

[1] Уравнение записано для горизонтальной составляющей скорости частицы. Вертикально вниз частица движется под действием силы тяжести.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

нялась незначительно, поэтому можно было считать, что зарядка происходит в поле с постоянной напряженностью, соответствующей середине траектории. Время пребывания частицы в поле коронного разряда составляло в одной серии экспериментов 0,1, а во второй — 0,2 *сек*. Экспериментальные значения зарядов были сопоставлены с рассчитанными по формуле Потенье (рис. 3).

В области со слабой напряженностью поля ($E<0{,}5$ *кв/см*) при расчете заряда необходимо было учитывать составляющую, обусловленную диффузией ионов к поверхности частицы (по методике [Л. 2]). Для условий эксперимента величина диффузионного заряда составила $0{,}24\cdot10^{-15}$ *к* при времени зарядки $t_к=0{,}2$ *сек*, $0{,}19\cdot10^{-15}$ *к* при $t_к=0{,}1$ *сек*.

На рис. 3 представлены распределения значений зарядов частиц ликоподия по межэлектродному промежутку при напряжении 18 *кв* положительной полярности ($u/u_0\approx2$, $E_{к.ср}\approx1{,}5$ *кв/см*). Напряженность равномерного поля составляла 1,6÷1,7 *кв/см*. Измерения производились в плоскости, проходящей через центральный провод перпендикулярно к плоскости электродов, и в плоскости, проходящей посередине между проводами. Расстояние y отсчитывалось от центра камеры. На кривых указаны доверительные интервалы для средних значений, соответствующие 95% вероятности.

Как и в предшествующих работах, наблюдался разброс экспериментальных значений зарядов относительно средних значений. Этот разброс обусловлен различием в размерах частиц ликоподия, изменением напряженности поля коронного разряда и плотности объемного заряда внутри интервала усреднения.

Действительно, разброс значений заряда определяется разбросом скорости движения частиц в равномерном поле: $v_{ср}=\frac{1}{2}(v'+v'')$. Скорость движения частиц связана с характерными параметрами, определяющими условия эксперимента, следующим соотношением:

$$v_p=\frac{2\varepsilon_0E_кE_pa}{3\mu}\,\frac{1+2\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}}{1+\frac{4\varepsilon_0}{en_0kt}}. \qquad (6)$$

Поскольку значения $E_к$ и a являются независимыми переменными, а n_0 связано с $E_к$, то коэффициент вариации для v_p записывается в виде:

$$K_v=\sqrt{K_E^2+K_a^2+B^2K_n^2+2B\,\mathrm{cov}(E_к,\,n_0)}, \qquad (7)$$

где K_E — коэффициент вариации напряженности поля коронного разряда (предполагалось равномерное распределение вероятности значений $E_к$ внутри интервала); K_a — коэффициент вариации размеров частиц; K_n — коэффициент вариации плотности объемного заряда внутри интервала усреднения; $\mathrm{cov}(E_кn_0)$ — ковариация $E_к$ и n_0;

$$B=\frac{4\varepsilon_0}{(n_{0ср}kt)\,(1+4\varepsilon_0/n_{0ср}kt)}.$$

Численные расчеты показывают, что третьим и четвертым слагаемыми в (7) можно пренебречь из-за малой величины коэффициента B.

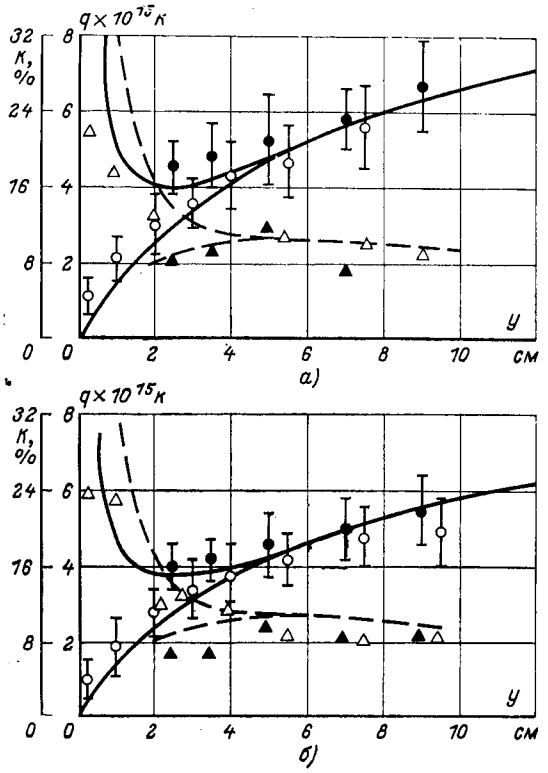


Рис. 3. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений заряда и коэффициентов вариации скорости частиц ликоподия.

а — время коронного разряда $t_к=0{,}2$ *сек*; *б* — время коронного разряда $t_к=0{,}1$ *сек*.

——— — расчетные значения q; — — — — расчетные значения K; ○ — экспериментальные значения q в плоскости между проводами; △ — экспериментальные значения K в плоскости между проводами; ● — экспериментальные значения q в плоскости против провода; ▲ — экспериментальные значения K в плоскости против провода.

Из сравнения расчетных и экспериментальных значений коэффициента вариации скорости v_p, а следовательно, и заряда частиц (рис. 3) следует, что наблюдаемые разбросы в зарядах отдельных частиц полностью обусловлены поддающимися расчету вариациями размеров частиц и напряженности поля. Влияние нестабильности коронного разряда на процесс зарядки отдельных частиц обнаружено не было.

Полученные результаты были подтверждены в экспериментах, где заряд измерялся по скорости движения частицы в непосредственной близости от плоского электрода (на расстоянии 0,5 *мм*), когда скорость электрического ветра практически равна нулю. Скорость частицы находилась методом фоторегистрации, заряд определялся по выражению

$$q=\frac{6\pi\mu av_к}{E_к}. \qquad (8)$$

Напряженность электрического поля $E_к$ и плотность объемного заряда ρ измерялись по методу зондовых характеристик. Эксперименты проводились на частицах ликоподия и шарообразного стекла с диэлектрической проницаемостью 7,48 в системе электродов «ряд проводов между плоскостями» при отрицательной полярности напряжения ($U=25$ *кв*, $U/U_0=2$). Радиус проводов составлял 0,15 *мм*, разрядное расстояние 107 *мм*, расстояние между проводами 130 *мм*.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

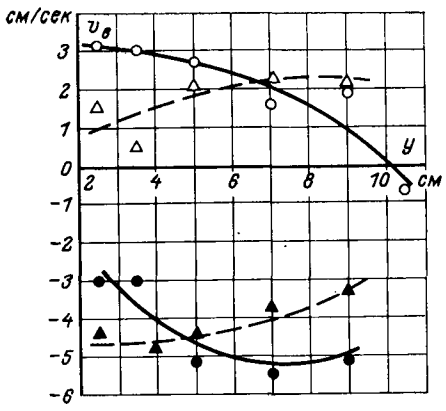


Рис. 4. Сопоставление экспериментальных значений скорости электрического ветра, полученных по различным методикам.

○, △ — соответственно по методике [Л. 4] и методом вычитания $\bar{v}_в = \bar{v}_к - \bar{v}_E$ в плоскости, проходящей через провод; ●, ▲ — соответственно по методике [Л. 4] и методом вычитания $\bar{v}_в = \bar{v}_к - \bar{v}_E$ в плоскости, проходящей посередине между проводами.

Экспериментальные величины зарядов и коэффициентов вариации сравнивались с расчетными, полученными с учетом кинетики зарядки частиц, а также составляющей заряда, связанной с диффузией ионов. Результаты представлены в таблице.

Материал	a, *мкм*	$q_{эксп}$, 10^{15} *к*	$q_{расч}$, 10^{15} *к*	$K_{эксп}$, %	$K_{расч}$, %
Шарообразное стекло	4,79	1,6	1,4	19,7	27,6
Ликоподий	15,3	10,2	11,4	7,3	7,5

Из таблицы следует удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных величин. Некоторое различие в значениях коэффициента вариации для стеклянных частиц возможно связано с недостаточно большим числом траекторий, по которым определялся коэффициент вариации.

Все приведенные результаты свидетельствуют о том, что заряды, приобретаемые частицами в коронном разряде, соответствуют рассчитанным по формуле Потенье.

Соответствие зарядов расчетным значениям позволяет уточнить методику определения параметров электрического ветра [Л. 4]. Эта методика базируется на предположении о неизменности электрического ветра в первые моменты после отключения напряжения и прекращения коронного разряда. Основанием для такого предположения была большая величина постоянной времени затухания электрического ветра в середине межэлектродного промежутка после отключения напряжения (экспериментально получено значение $\tau \approx 1$ *сек*).

Поэтому можно считать, что через 30—50 *мсек*, когда промежуток освободился от остаточного объемного заряда, движение частиц определяется только электрическим ветром, скорость которого принималась равной соответствующим значениям при коронном разряде.

Если использовать соответствие зарядов частиц расчетным значениям, то можно скорость электрического ветра найти другим путем. Для этого из фотографий траекторий определяется скорость движения частиц в поле коронного разряда $v_к$, а скорость электрического ветра $v_в$ будет равна:

$$\bar{v}_в = \bar{v}_к - \bar{v}_E, \qquad (9)$$

где $\bar{v}_E$ — составляющая скорости, рассчитываемая по (8) в предположении, что заряд q определяется суммой зарядов по (1) и диффузией ионов на частицу по методике [Л. 2].

На рис. 4 сопоставлены значения скорости ветра, рассчитанные указанным выше способом и полученные по методике, использованной в [Л. 4]. Значения скорости совпадают в центральной части промежутка и существенно расходятся вблизи плоских электродов и проводов. Расхождение, по-видимому, вызвано влиянием остаточного объемного заряда.

На рис. 5 приведено распределение напряженности поля коронного разряда $E_к$ и составляющей напряженности, обусловленной объемным зарядом $E_{об}$. Из рисунка видно, что после отключения напряжения униполярно заряженные микрочастицы будут приобретать под действием поля объемного заряда дополнительную скорость или, наоборот, тормозиться в зависимости от их местоположения.

После отключения напряжения и заземления коронирующих проводов объемный заряд уходит на плоскость и провода. Это движение ионов в областях промежутка, прилегающих к проводу, не совпадает с исходным, что вызывает искажение начального распределения электрического ветра. Сочетание этих двух факторов объясняет ход кривых, приведенных на рис. 4.

Мерой, устраняющей влияние остаточного объемного заряда, является плавное снижение рабочего напряжения до значения, меньшего начального напряжения, с последующим отключением.

В этом случае не происходит изменения направления напряженности поля и искажения картины электрического ветра. В то же время из-за наличия напряжения на электродах рассасывание объемного заряда происходит быстро. Время снижения напряжения должно быть существенно больше времени пробега ионами разрядного промежутка, и в то же время оно должно быть меньше, чем постоянная времени затухания электрического ветра. На рис. 6 показано распределение электрического ветра в разрядном промежутке системы электродов «ряд проводов между плоскостями». Измерения проводились как по методике, основанной на плавном снижении напряжения, так и путем вычитания из общей скорости дрейфа частицы составляющей, обусловленной полем.

К сожалению, удовлетворить требования отно-

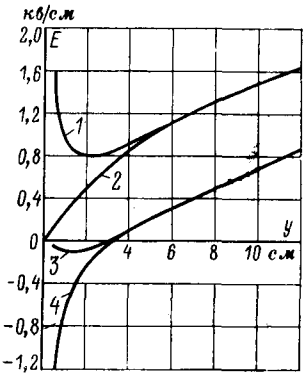


Рис. 5. Распределение напряженности электрического поля коронного разряда (*1* и *2*) и поля объемного заряда (*3* и *4*) в экспериментальной камере ($U_к = 18$ *кв*, $U/U_0 \approx 2$).

1 и *4* — в плоскости, проходящей через провод; *2* и *3* — в плоскости, проходящей посередине между проводами.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

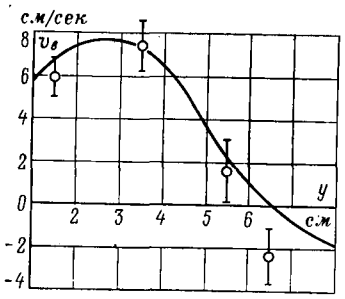


Рис. 6. Распределение скорости электрического ветра в разрядном промежутке.
О — получено методом плавной коммутации напряжения.
——— — получено по формуле (9).

сительно допустимой скорости снижения напряжения удается только при сравнительно низком напряжении. Поэтому методика, основанная на постепенном снижении напряжения, не может быть использована в режимах, приближающихся к пробою.

Выводы. 1. В результате проведенных экспериментов установлено, что величины зарядов, приобретаемых частицами в поле коронного разряда, согласуются с расчетными как при положительной, так и при отрицательной полярности напряжения. Заряд частиц размером более 3 *мкм* следует рассчитывать по формуле Потенье. В относительно слабых полях и для частиц малого размера необходимо учитывать составляющую заряда, обусловленную диффузией ионов.

2. Экспериментальные значения коэффициента вариации скорости движения частиц в электрическом поле согласуются с расчетными. Таким образом, в условиях данной работы влияния нестабильности коронного разряда обнаружено не было.

3. Методика определения скорости электрического ветра, основанная на отключении напряжения, может приводить к погрешности, связанной с влиянием остаточного объемного заряда. Эта погрешность в некоторых условиях может быть устранена, если применить постепенное снижение напряжения.

4. Соответствие экспериментальных зарядов расчетным дает возможность определять скорость электрического ветра непосредственно по суммарной скорости движения частиц в поле коронного разряда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Pautheniar M. M., Moreau-Hanot M.** La charge des Particules Spheriques dans un champ jonise.— «Journal de Physique et le Radium», 1932, № 3, p. 590.

2. **Мирзабекян Г. З.** Зарядка аэрозолей в поле коронного разряда.— В кн.: Сильные электрические поля в технологических процессах. М., «Энергия», 1969, с. 20—25.

3. **Фукс И., Петрянов И., Ройтцег Б.** Заряд капелек ионными токами. — ЖЭТФ, 1936, № 6, с. 529.

4. **Бабашкин В. А.** и др. Исследование движения сферических частиц в поле коронного разряда и электрического ветра.— В кн.: Сильные электрические поля в технологических процессах. М., «Энергия», 1971, вып. 2, с. 143—152.

5. **Бабашкин В. А., Верещагин И. П.** Измерение напряженности поля коронного разряда методом пробного тела.— В кн.: Сильные электрические поля в технологических процессах. М., «Энергия», 1971, вып. 2, с. 3—6.

[16.5.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.319.7.001.24

Расчет электростатического поля экранов сложной формы

КОЛЕЧИЦКИЙ Е. С., МЕЛИКОВ Н. А.
Московский энергетический институт

Повышение уровня номинальных напряжений энергетических систем приводит к необходимости широкого применения разнообразной экранирующей арматуры. При номинальном напряжении 750 *кв* практически все высоковольтные аппараты снабжаются экранами, имеющими иногда весьма сложную форму. Выбор габаритов таких экранов, как правило, производится опытным путем. В связи с этим задача расчета электростатического поля экрана сложной формы приобретает практический интерес.

Статья посвящена расчету поля металлической конструкции произвольной формы, состоящей из элементов круглого сечения. Основной целью расчета является определение максимальной напряженности на поверхности конструкции (экрана).

Метод расчета вытекает из результатов, полученных в [Л. 1 и 2]. Согласно этим работам поле кругового тора при отношении радиуса кольца R к радиусу сечения r $R/r \geqslant 10$ может быть с высокой точностью представлено как поле равномерно заряженного кольца, лежащего на оси сечения тора.

В дальнейшем при расчетах принимается, что поле проводника круглого сечения, согнутого в произвольную фигуру, совпадает с полем линейного заряда, расположенного на оси сечения проводника. Естественно, плотность такого заряда будет переменной. В соответствии с [Л. 1 и 2] будем считать, что отношение минимального радиуса искривления оси проводника к радиусу сечения $R_{min}/r \geqslant 10$. Для экранов электрических аппаратов это условие практически всегда выполняется. Если в результате расчета будет определена линейная плотность заряда во всех точках оси сечения проводника, то тем самым определится электрическое поле этого проводника.

Рассмотрим замкнутый проводник (рис. 1). Для решения задачи безразлично, лежит его ось в одной плоскости или нет. Так как форма проводника произвольна, то решение будем искать в численном виде [Л. 3]. Выберем на внешней поверхности проводника n точек и в соответствии с ними n значений линейной плотности $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$. Для любой точки поверхности проводника должно выполняться уравнение:

$$\int_L \frac{\tau_j dl_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}} = U, \qquad (1)$$

где τ_j — линейная плотность в точке оси j; r_{ij} — расстояние между точкой i поверхности проводника и точкой оси j; U — потенциал проводника.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

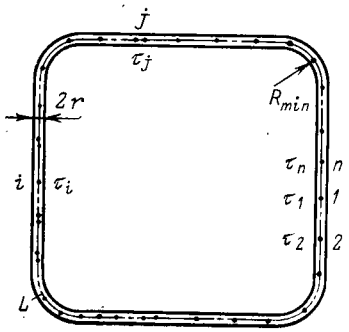


Рис. 1.

Численное решение уравнения (1), которое является интегральным уравнением 1-го рода, сводится к следующему. После выбора системы точек на поверхности проводника и на его оси для каждой точки на поверхности проводника записывается выражение (1), причем интеграл в нем заменяется конечной суммой. Замена интеграла суммой производится на основе какой-либо квадратурной формулы — трапеций, парабол и т. д. В качестве отрезка интегрирования в данном случае фигурирует кривая, образованная осью проводника. Шаг интегрирования определяется расстоянием между точками на оси проводника. Так, например, для i-й точки уравнение (1) примет вид:

$$\int_L \frac{\tau_j dl_j}{r_{ij}} \approx \sum_{j=1}^{n} A_{ij} \frac{\tau_j}{r_{ij}} = 4\pi\varepsilon_0 U, \qquad (2)$$

где A_{ij} — коэффициент соответствующей квадратурной формулы; L — контур, образованный осью проводника.

Левая часть выражения (2) является полиномом первой степени относительно $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$. Составив аналогичные выражения для других точек, получим линейную систему из n уравнений с n неизвестными. Решение системы уравнений относительно $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$ дает значение линейной плотности заряда в выбранных точках. Так как рассматриваемый проводник является гладкой фигурой, то τ_x будет достаточно гладкой функцией.

Вычисляя значения τ_x в разных точках, можно получить любые величины, характеризующие электрическое поле. Так, емкость экрана будет равна

$$C_э = \frac{\int_L \tau_x dl}{U}. \qquad (3)$$

Напряженность на поверхности экрана в какой-либо точке может быть определена из выражения:

$$E_i = \int_L \frac{\tau_j \cos(r_{ij} n_i)\, dl_j}{r_{ij}^2}, \qquad (4)$$

где r_{ij} — расстояние между точками i и j; $\cos(r_{ij}, n_i)$ — косинус угла между вектором r_{ij} и внешней нормалью к поверхности экрана в точке i; dl_j — элемент длины оси в точке j.

Учет влияния конечного расстояния до поверхности земли не вносит принципиальных трудностей, если использовать метод зеркальных отображений. В этом случае выражение (1) должно быть переписано в виде:

$$\int_L \frac{\tau_j dl_j}{r_{ij}} - \int_{L'} \frac{\tau_j dl_j}{r'_{ij}} = 4\pi\varepsilon_0 U. \qquad (5)$$

Здесь L' — контур зеркального изображения; r_{ij} — расстояние от точки i поверхности проводника до точки j оси зеркального изображения.

Уравнение (5) решается так же, как и уравнение (2). При расчете емкости выражение (3) остается в силе; при расчете напряженности интегрирование необходимо вести как по контуру L, так и по контуру L'. Потенциал и напряженность вне поверхности экрана вычисляются простым интегрированием.

Точность численного решения уравнения (2) или (5) может быть оценена следующим образом. При переходе от уравнения (2) к системе алгебраических уравнений коэффициенты этой системы будут вычислены с некоторой погрешностью, вызванной применением формул приближенного интегрирования. Кроме этого, погрешность в определении неизвестных $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$ зависит от обусловленности системы алгебраических уравнений [Л. 4—6] или от обусловленности матрицы A (если система уравнений записана в матричной форме).

Явление обусловленности матрицы A состоит в следующем. При вычислении коэффициентов a_{ij} коэффициенты обратной матрицы α_{ij}, естественно, будут изменяться. Матрицу A называют плохо обусловленной [Л. 6], если соответствующая ей обратная матрица A^{-1} является неустойчивой. Это означает, что малым изменениям в a_{ij} соответствуют большие изменения в α_{ij}. В качестве меры обусловленности матрицы используют так называемое обуславливающее число N, введенное в [Л. 4]:

$$N = \frac{1}{n} N(A) N(A^{-1}). \qquad (6)$$

Далее будет показана связь числа N с ошибкой в определении неизвестных.

Пусть после алгебраизации уравнения (2) имеем систему уравнений, которую запишем в матричной форме:

$$A\tau = F, \qquad (7)$$

где A — матрица коэффициентов; τ — вектор-столбец неизвестных; F — вектор столбец правой части. Так как в рассматриваемой задаче правая часть уравнения (2) постоянна, можно считать, что F задан точно.

Если коэффициенты матрицы A вычислены с погрешностью, то это приводит к изменению значений неизвестных τ. Обозначим через ΔA матрицу ошибок в коэффициентах матрицы A, а $\Delta\tau$ — вектор-столбец ошибок неизвестных. Тогда (7) примет вид:

$$(A+\Delta A)(\tau+\Delta\tau) = F.$$

После простых преобразований, пренебрегая произведением $\Delta A \cdot \Delta\tau$, получаем:

$$\Delta\tau = -A^{-1}\Delta A\tau,$$

где A^{-1} — матрица, обратная к A.

Переходя к нормам матриц, можно записать:

$$N(\Delta\tau) \leqslant N(A^{-1}) N(\Delta A) N(\tau),$$

или

$$\frac{N(\Delta\tau)}{N(\tau)} = N(A^{-1}) N(\Delta A) = N(A) N(A^{-1}) \frac{N(\Delta A)}{N(A)}. \qquad (8)$$

Если в качестве нормы матрицы принять корень квадратный из суммы квадратов коэффициентов $N(A) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2}$, то произведение $N(A)N(A^{-1})$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

показывает, во сколько раз отношение среднеквадратичной ошибки в вычислении коэффициентов к среднеквадратичному значению коэффициентов превосходит отношение среднеквадратичной ошибки неизвестных к среднеквадратичному значению неизвестных.

Применительно к рассматриваемой задаче оценка (8) может быть уточнена. Практика расчетов показывает, что наибольшую погрешность имеют диагональные коэффициенты матрицы. При движении по строке погрешность быстро убывает при удалении от диагонального коэффициента. К тому же выводу можно прийти на основе анализа квадратурных формул. Кроме этого, отметим, что при одинаковом расстоянии между точками погрешности в вычислении главных диагональных коэффициентов a_{ii} близки между собой. Если экран имеет достаточно гладкую форму, то и погрешности в определении коэффициентов на соседних диагоналях $a_{i,\,i+1}$ также близки между собой.

Обозначим погрешность a_{ii} через Δa_{ii} и примем:

$$\Delta a_{11} \approx \Delta a_{22} \approx \ldots \approx \Delta a_{nn} = \Delta a_1.$$

Погрешности соседних диагоналей обозначим через Δa_2 и примем также, что они одинаковы для всех $a_{i,\,i+1}$. Аналогично введем $\Delta a_3, \ldots, \Delta a_n$. Вначале примем, что

$$\Delta a_1 \neq 0,\ \Delta a_2 = \Delta a_3 = \ldots = \Delta a_n = 0. \qquad (9)$$

Вместо произведения норм $N(A^{-1})N(\Delta A)$ рассмотрим теперь $N(A^{-1}\Delta A)$. Легко видеть, что при выполнении условия (9)

$$N(A^{-1}\Delta A) = \Delta a_1 N(A^{-1}). \qquad (10)$$

Примем теперь $\Delta a_1 \neq 0$ и $\Delta a_2 \neq 0$, $\Delta a_3 = \ldots = \Delta a_n = 0$. Тогда

$$A^{-1}\Delta A = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}a_{n2} \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta a_1 \Delta a_2 & & & \\ \Delta a_2 \Delta a_1 \Delta a_2 & & 0 & \\ & \Delta a_2 \Delta a_1 \Delta a_2 & & \\ & & \ldots\ldots & \\ 0 & & & \Delta a_2 \Delta a_1 \end{vmatrix} =$$

$$= \Delta a_1 \begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}a_{n2} \ldots a_{nn} \end{vmatrix} + \Delta a_2 \begin{vmatrix} 0\ a_{12} \ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ 0\ a_{n2} \ldots a_{nn} \end{vmatrix} +$$

$$+ \Delta a_3 \begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \ldots a_{1n-1}\ 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}a_{n2} \ldots a_{nn-1}\ 0 \end{vmatrix}. \qquad (11)$$

Переходя к нормам из выражения (11), имеем:

$$N(A^{-1}\Delta A) < (\Delta a_1 + 2\Delta a_2) N(A^{-1}).$$

В общем случае при учете всех Δa получим:

$$N(A^{-1}\Delta A) < (\Delta a_1 + 2\Delta a_2 + 2\Delta a_3 + \ldots + 2\Delta a_1) N(A^{-1}). \qquad (12)$$

Очевидно, при неодинаковых ошибках в диагоналях можно записать:

$$N(A^{-1}\Delta A) < (\Delta a_{1\,\max} + 2\Delta a_{2\max} + \ldots + 2\Delta a_{n\,\max}) N(A^{-1}) = \left(\sum_{i=1}^{n} \Delta a_{i\,\max}\right) N(A^{-1}). \qquad (13)$$

Сравнение выражений (8) и (10) показывает, что при выполнении условия (9) расчетное значение погрешности уменьшается по (10) в $\sqrt{n}$ раз, где n — число уравнений. При учете погрешностей в других диагоналях, т. е. при сравнении оценок (8) и (12), разница в оценках будет еще больше. Выражение (11) показывает, что даже оценка (12) завышена, так как в матрицах, умножаемых на Δa_2, первый и последний столбцы состоят из нулей. При учете погрешности Δa_3 в соответствующих матрицах будет по два столбца, состоящих из нулей, и т. д. Это обстоятельство показывает, что основным источником погрешности является погрешность в вычислении коэффициентов в главной диагонали и в прилегающих к ней, т. е. Δa_1 и Δa_2.

Можно привести второй приближенный способ оценки точности решения системы линейных уравнений. Его применение возможно, если известны элементы α_{ij} обратной матрицы A^{-1}. Согласно [Л. 6] имеем:

$$\frac{\partial \tau_k}{\partial a_{ij}} = -\alpha_{kj}\tau_j,$$

где a_{ij} — элемент матрицы A, α_{ij} — элемент матрицы A^{-1}.

Переходя к конечным разностям, получаем:

$$\frac{\Delta\tau_k}{\Delta a_{ij}} \approx -\alpha_{ki}\tau_j;\quad \frac{\Delta\tau_i}{\tau_i} = -\alpha_{ii}\Delta a_{ii}. \qquad (14)$$

По (14), зная Δa_{ij}, можно вычислить ошибку в определении неизвестных. Второе из выражений (14) показывает, каково влияние ошибки в вычислении диагонального коэффициента a_{ii}. Несмотря на точное равенство, выражения (14) не могут дать точного значения ошибки. Более того, они могут дать завышенное ее значение. Поскольку ошибка $\Delta\tau_k$ в соответствии с (14) зависит от погрешностей всех коэффициентов Δa_{ij}, то очевидно, эти погрешности должны суммироваться. Если матрица A такова, что коэффициенты главной диагонали a_{ii} являются наибольшими в каждой строке и остальные коэффициенты монотонно убывают при удалении от a_{ii} в любом направлении (т. е. по строкам и столбцам), то знаки α_{ij} будут разными. Диагональные коэффициенты α_{ii} будут положительными, все остальные могут быть отрицательными. Следовательно, ошибки $\Delta\tau_k$, вызванные разными Δa_{ij}, будут иметь разные знаки, т. е. будет происходить компенсация ошибок.

Оба изложенных способа оценки точности решения уравнений (2) или (5) приводят к необходимости вычисления коэффициентов или нормы обратной матрицы. Такие вычисления являются стандартными [Л. 6].

Погрешность вычисления коэффициентов a_{ij} определяется видом квадратурной формулы. В общем случае погрешность a_{ij} определяется величиной производной от τ_j/r_{ij} — подынтегральной функции в выражении (2). Так, например, при применении формулы трапеций погрешность пропорциональна второй производной τ_j/r_{ij}, при применении формулы парабол — четвертой и т. д. Подробнее этот вопрос изложен в [Л. 7]. На практике после получения решения погрешность в вычислении коэффициентов a_{ij} может быть получена элементар-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

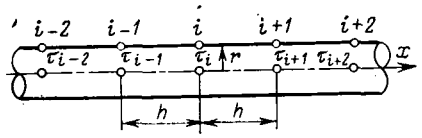


Рис. 2.

ными вычислениями. Рассмотрим это подробнее на конкретном примере. Пусть ось элемента экрана на каком-то отрезке прямолинейна (рис. 2). В результате расчета получено, что значения τ_x на рассматриваемом отрезке меняются очень слабо, т. е.

$$\tau_{i-2} \approx \tau_{i-1} \approx \tau_i \approx \tau_{i+1} \approx \tau_{i+2}. \qquad (15)$$

Далее будем считать, что при составлении системы уравнений использовалась формула трапеций. Вычислим в этих условиях погрешность в определении коэффициентов $a_{i,i}$ и $a_{i,i+1}$.

По формуле трапеций получим:

$$a'_{i,i} = \frac{h}{r}; \quad a'_{i,i+1} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}}. \qquad (16)$$

В силу условия (15) точные значения коэффициентов $a_{i,i}$ и $a_{i,i+1}$ определяются из выражений:

$$\left.\begin{aligned} a_{i,i} &= 2\int_0^{h/2r} \frac{dx}{\sqrt{r^2+x^2}} = 2\ln\left(\frac{h}{2r} + \sqrt{\frac{h^2}{4r^2}+1}\right); \\ a_{i,i+1} &= \int_{0,5h}^{1,5h} \frac{dx}{\sqrt{r^2+x^2}} = \\ &= \ln \frac{\frac{1,5h}{r} + \sqrt{\frac{2,25h^2}{r^2}+1}}{\frac{0,5h}{r} + \sqrt{\frac{0,25h^2}{r^2}+1}}, \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

где h — расстояние между точками; r — радиус экрана.

Результаты расчетов по (16) и (17) приведены ниже:

h/r	2	4	1
$a'_{i,i}/a_{i,i}$	1,14	1,39	1,87
$a'_{i,i+1}/a_{i,i\pm1}$	0,95	0,93	0,92

Отсюда следует, что использование формулы трапеций при больших h/r нецелесообразно для вычисления $a_{i,i}$. В то же время ею можно пользоваться для расчета $a_{i,i+1}$ и других коэффициентов.

Увеличение точности в вычислении коэффициентов a_{ij} может быть достигнуто применением более точных квадратурных формул — парабол, Котеса и других.

Точность расчета напряженности поля на поверхности экрана определяется точностью расчета распределения линейной плотности заряда на оси экрана. При достаточно малом шаге интегрирования точность расчета E практически совпадает с точностью расчета τ_x.

В приложении приводится пример расчета экранов и дается оценка точности решения. Кроме этого, сравниваются расчетные значения напряжения возникновения короны на экранах с экспериментальными.

Полученные в приложении результаты показывают, что расчет электростатического поля экранов

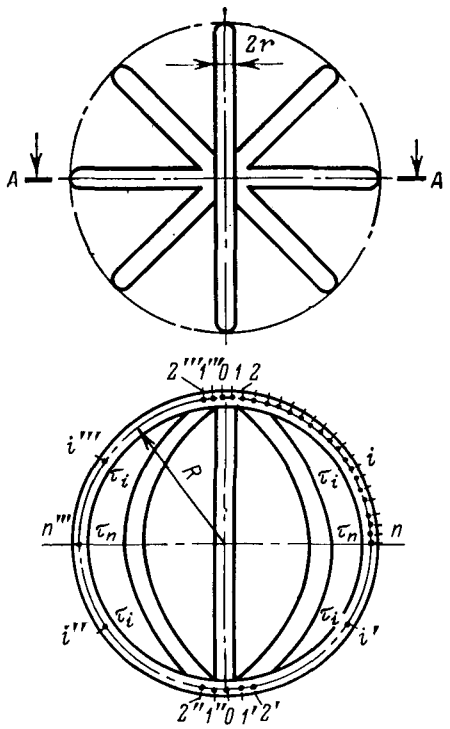


Рис. 3.

сложной формы возможен с помощью малых вычислительных машин типа «Наири», «Мир», «Проминь».

Приложение. *Расчет электростатического поля экрана, состоящего из пересекающихся колец.* Рассчитаем поле экрана, составленного из пересекающихся колец (рис. 3). В силу очевидной симметрии достаточно вычислить распределение линейной плотности заряда на одной четверти кольца, поэтому нумерация точек периодична. Для определения коэффициента a_{ij} использовалась формула трапеций. Весь расчет в целом проводился на ЦВМ типа «Наири-2». В результате было определено распределение линейной плотности заряда по кольцам. Далее были вычислены все остальные параметры, характеризующие поле. Расчеты проводились для $12{,}5 \leqslant R/r \leqslant 100$.

Результаты расчетов. По результатам расчетов были построены зависимости емкости заряда от отношения радиусов R/r и числа колец n. Полученные зависимости достаточно хорошо аппроксимируются выражением

$$C_э = K_C C_к = \frac{\ln 4n}{1,4n^{0,22}} \frac{4\pi\varepsilon_0 R}{\ln \frac{8R}{r}}, \qquad (П\text{-}1)$$

где $C_к$ — емкость уединенного кольца; K_C — коэффициент, показывающий, во сколько раз емкости экрана, состоящего из колец, больше емкости одного кольца.

Максимальная величина напряженности на экране (она имеет место в точке n рис. 3) связана с потенциалом экрана следующим выражением:

$$U = E_{max} r K_E, \qquad (П\text{-}2)$$

где $K_E = \dfrac{n^{0,55}}{1,6\left(1 + 7n^{0,35}\dfrac{r}{R}\right)}$ — коэффициент, зависящий от отношения R/r и числа колец n.

Значения коэффициента K_E приведены на рис. 4. Электрическое поле вблизи точки с максимальной напряженностью при $n \leqslant 16$ практически не отличается от поля провода, т. е. напряженность убывает пропорционально $1/r$. Поэтому при расчете

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

начального напряжения возникновения короны на экране можно использовать формулу (П-2), в которой E_{max} равно начальной напряженности короны на проводе соответствующего радиуса:

$$E_{max} = E_0 = 30{,}3\delta\left(1 + \frac{0{,}298}{\sqrt{2\delta}}\right). \qquad (П\text{-}3)$$

Если учесть, что на практике диаметр экрана всегда много меньше его расстояния до земли, то начальное напряжение можно рассчитывать без учета влияния земли.

Оценку точности решения приведем для случая $R/r=12{,}5$; $n=8$. Число расчетных точек на поверхности одного кольца $4n=80$. Расстояние между точками, измеренное по оси кольца, $h/r=0{,}98$. Для этого случая диагональные члены прямой матрицы $a_{ii}=3{,}0$, обратной $a_{ii}\approx 3{,}2$. Норма обратной матрицы $N(A^{-1})=17{,}58$. (Прямая и обратные матрицы ввиду их громоздкости не приводятся.) Ошибка в определении $a_{ii}=\Delta a_1=0{,}03$ и $\Delta a_2=0{,}02$. Среднеквадратичная ошибка в решении по (12) оценивается величиной

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} < (\Delta a_1 + 2\Delta a_2) N(A^{-1}) = 1{,}18. \qquad (П\text{-}4)$$

По (14) ошибка может быть определена как

$$\left|\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}\right| = 3{,}2 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}1. \qquad (П\text{-}5)$$

С увеличением R/r расчетные величины оценок ошибок увеличиваются. Однако, как показали проведенные опыты, расчетные значения ошибок являются сильно завышенными.

В таблице приводятся результаты измерений начального напряжения появления короны на экранах и их сравнение с рассчитанными величинами.

Параметры экрана	Число колец	Максимальные значения начального напряжения короны, *кв*		$\frac{U_{расч}-U_{опыт}}{U_{расч}}$, %
		$U_{расч}$	$U_{опыт}$	
$R=5{,}0$ *см*	2	36,6	39,1	6,8
$r=0{,}054$ *см*	4	52,2	49,0	6,1
$R/r=92{,}5$	8	73,8	69,8	5,4
$R=6{,}0$ *см*	2	53,0	51,9	2,1
$r=0{,}0875$ *см*	4	66,4	67,1	0,8
$R/r=68{,}6$	8	92,7	87,7	5,4

Как следует из таблицы, расчетные значения начальных напряжений удовлетворительно согласуются с опытными. Это дает возможность применять полученные формулы для практических целей.

В заключение приведем пример расчета габаритов экрана. Пусть необходимо рассчитать экран для испытательного трансформатора с максимальным напряжением $U_{max}=1\,000$ *кв* (действующее значение). Примем, что начальное напряжение короны на экране равно $U_0=1{,}1U_{max}=1\,540$ *кв*. Габариты экрана будут определяться в основном числом колец и диаметром трубки, из которого они выполнены. Примем $n=16$. Тогда в диапазоне $50<R/r<100$ получим $20<K_E<25$. Следовательно, по (П-2) имеем $62<E_0r<78$. С учетом формулы Пика для $r=2{,}0$ *см* найдем $E_0r=71$ *кв*.

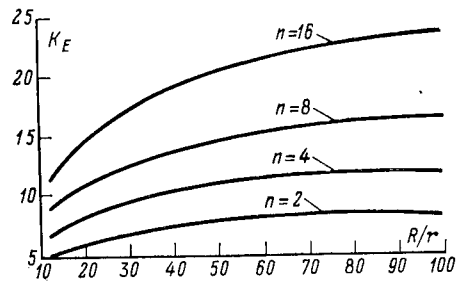


Рис. 4.

Тогда из (П-2) $K_E=\frac{U_0}{E_0r}=\frac{1\,540}{71}=21{,}7$ и $R/r\approx 60$, откуда следует, что радиус экрана R должен быть равен 120 *см*. Уменьшить радиус экрана можно увеличивая радиус трубы r или число колец n.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кайданов Ф. Г.** Расчет напряжения начала короны и оптимальных размеров для одиночных и двойных тороидальных экранов высоковольтных аппаратов.— «Изв. НИИПТ», сб. 15. М., «Энергия», 1969, с. 69—94.

2. **Александров Г. Н.** Методика выбора экранов аппаратов сверхвысокого напряжения.— «Электротехническая промышленность. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы», вып. 3(12), с. 10—11.

3. **Колечицкий Е. С.** Численный метод расчета осесимметричных электростатических полей.— «Электричество», 1972, № 7, с. 57—60.

4. **Тюринг А.** Ошибки округления в матричных процессах.— «Успехи математических наук», т. VI, вып. 1(41), 1951, с. 136—163.

5. **Дж. Форсайт, К. Молер.** Численное решение системы линейных алгебраических уравнений. М., «Мир», 1969. 165 с.

6. **Фаддеев А. К., и Фаддеева В. Н.** Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1960, 656 с.

7. **Канторович Л. В., Крылов В. И.** Приближенные методы высшего анализа. М., ГИФМЛ, 1962. 708 с.

[25.6.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.314.212:621.315.32.045.015.5

Электрическая прочность изоляции обмоточных проводов силовых трансформаторов сверхвысокого напряжения

Канд. техн. наук БЕЛЕЦКИЙ З. М., инж. МАКСИМОВИЧ В. Г.,
канд. техн. наук ЧОРНОГОТСКИЙ В. М., инж. ШИФРИН Л. Н.

Всесоюзный институт трансформаторостроения

Размеры изоляции обмоточных проводов оказывают заметное влияние на показатели силовых трансформаторов (автотрансформаторов) сверхвысокого напряжения. Это связано с широким применением обмоток с переплетением витков. Напряжения, воздействующие на витковую изоляцию в переплетенных обмотках превышают соответствующие напряжения в непрерывной обмотке в 10—25 раз при воздействии рабочего и одноминутного испытательного напряжения и в 5—10 раз при воздействии грозовых импульсов. Поэтому повышение электрической прочности изоляции обмоточных проводов является необходимым условием создания трансформаторов сверхвысокого напряжения с высокими технико-экономическими показателями.

Витковая изоляция (изоляция между соседними витками) в обмотках силовых трансформаторов представляет собой разновидность ленточной бу-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

мажно-масляной изоляции. Электрические характеристики бумажно-масляной изоляции аппаратов и кабелей исследованы достаточно подробно [Л. 1—3]. В то же время литературные данные об электрической прочности витковой изоляции обмоточных проводов ограничены. Так, приведенные в [Л. 4] значения минимальных пробивных напряжений витковой изоляции силовых трансформаторов получены на образцах, изготовленных по устаревшей технологии: пропитка лаком, высокое остаточное давление при сушке и заливке маслом. Уменьшение толщины и увеличение объемного веса бумаги приводят к повышению ее электрической прочности [Л. 5]. Исследования бумажно-масляной изоляции показали, что ее электрическая прочность увеличивается с уменьшением размеров масляных прослоек [Л. 1 и 5]. Эти данные были положены в основу разработки прямоугольных обмоточных проводов с усиленной изоляцией типа ПБУ. Изолирование проводов ПБУ осуществляется уплотненной кабельной бумагой КВУ-080 толщиной 0,08 *мм* и объемным весом примерно 1,1 *г/см*^{3}. Провода ПБУ в большинстве случаев заменили провода типа ПБ, изолированные кабельной бумагой К-120 толщиной 0,12 *мм* и объемным весом примерно 0,75 *г/см*^{3}.

Приведены результаты исследования электрической прочности более 1 500 образцов изоляции проводов типа ПБУ и ПБ толщиной витковой изоляции Δ, равной 0,95—5,8 *мм* (на две стороны).

Основные испытания проводились на образцах (рис. 1), состоящих из двух отрезков провода, связанных плашмя на длине 0,5 *м*. Пробои в месте отгибания концов исключались дополнительным изолированием. Образцы подвергались термовакуумной обработке по технологическому процессу сушки изоляции трансформаторов 500—750 *кв*. Перед испытанием производилась вакуумировка в течение двух часов, заливка маслом под вакуумом в течение двух часов, вакуумирование поверхности масла в течение восьми часов. Остаточное давление во время вакуумирования и заливки маслом не превышало 10 *мм рт. ст.* Влажность изоляции провода, определенная по методу Дина и Старка, составляла 0,3—1,3% (по весу), электрическая прочность трансформаторного масла 50—55 *кв*/2,5 *мм* в разряднике с плоскими электродами. Испытания проводились при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц*, грозовых импульсов 0,5/1, 1/3 и 1/10 *мксек* (формы грозовых импульсов выбраны с учетом длительности межвиткового напряжения при испытании трансформаторов полным и срезанным грозовыми импульсами) и затухающего колебательного импульса частотой 160 *гц* и длительностью от начала до первого перехода через нуль, равной 2 600 *мксек*. Число образцов в каждой партии составляло от 20 до 94, что позволяло производить статистическую обработку результатов испытаний. Испытания одноминутным напряжением проводились в горячем трансформаторном масле (70±5°С) по ступенчатой методике без отдыха между ступенями, грозовыми и коммутационными импульсами в холодном трансформаторном масле по ступенчатой трехударной методике. Начальное напряжение и ступени составляли соответственно 50 и 5—10% ожидаемого среднего пробивного напряжения. Пробой образцов при испытании одноминутным напряжением определялся по звукам в баке и увеличению тока, при испытании грозовыми и коммутационными импульсами — по изменению формы осциллограмм напряжения и по звукам в баке. После испытаний каждый образец осматривался, изоляция провода в месте повреждения разматывалась, определялся характер и место пробоя.

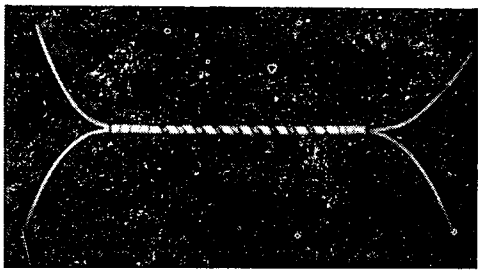


Рис. 1. Образец изоляции провода.

Обработка результатов испытаний показала, что распределение пробивных напряжений образцов согласуется с нормальным законом (вероятность согласия по критерию χ^2 более 0,05). Так как число образцов в партии не превышало 94, можно считать, что согласие с нормальным законом проверено для значений вероятностей 0,01—0,99. По значениям пробивных напряжений U_i партии из N образцов определялись среднее арифметрическое пробивное напряжение U_c и среднеквадратичное отклонение S:

$$U_c = \frac{\sum_1^N U_i}{N}, \quad кв;$$

$$S = \frac{100}{U_c}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_1^N (U_c - U_i)^2}, \quad \%.$$

Длина провода в обмотке трансформатора существенно превышает длину образца, поэтому по методике [Л. 6] рассчитывалось минимальное пробивное напряжение U_{mq} системы из m параллельно включенных образцов. Длина провода в обмотках трансформаторов 500—750 *кв* составляет 9 000—10 000 *м*, наибольшая высота провода 19,5 *мм*. При испытании одноминутным напряжением и коммутационным импульсом на витковую изоляцию воздействует одно и то же напряжение по всей длине обмотки. При испытании грозовыми импульсами наибольшие межвитковые напряжения воздействуют примерно на 1/3 длины обмоток. С целью обеспечения повышенного запаса при воздействии грозовых импульсов, определяющих выбор витковой изоляции, число параллельных образцов m для всех видов воздействий принято равным $2 \cdot 10^4$. В ряде случаев, когда длина провода в обмотке существенно меньше указанной, например в регулировочных обмотках, m следует принимать меньшим $2 \cdot 10^4$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Толщина изоляции провода на две стороны Δ, *мм*	Провод типа ПБУ								Провод типа ПБ							
	Одноминутное напряжение				Импульс 1/10 *мксек*				Одноминутное напряжение				Импульс 1/10 *мксек*			
	N	U_c, *кв*	S, %	U_{mq}, *кв*	N	U_c, *кв*	S, %	U_{mq}, *кв*	N	U_c, *кв*	S, %	U_{mq}, *кв*	N	U_c, *кв*	S, %	U_{mq}, *кв*
0,95	—	—	—	—	—	—	—	—	52	48	10,5	18	61	71	7,2	47
1,35	25	69	7,5	38	—	—	—	—	20	56	8,6	26	22	119	7,5	70
1,95	—	—	—	—	—	—	—	—	56	79	8,7	40	78	147	7,3	102
2,48	59	123	6,9	76	93	212	4,8	160	—	—	—	—	—	—	—	—
2,95	—	—	—	—	—	—	—	—	26	107	7,7	60	66	236	7,2	154
3,6	70	179	6,4	110	47	310	4,2	233	58	117	8	71	64	294	7	184
4,4	46	206	6,5	126	49	348	2,9	280	25	140	6,1	86	20	331	6,4	216
5,8	—	—	—	—	—	—	—	—	35	196	7,8	100	24	405	6	266

Примечание. Для импульсных и одноминутных напряжений приведены амплитудные значения.

Расчет U_{mq} производился по формуле:

$$U_{mq} = U_c - U_c \frac{S}{100}\left\{(1+q)\left[K(m) + t_q P(m) + \frac{t_\beta}{\sqrt{N-1}}\right]\right\}.$$

Коэффициенты $\frac{t_\beta}{\sqrt{N-1}}$ и q обеспечивают переход от среднего арифметического пробивного напряжения U_c и средне-квадратичного отклонения S до нижнего предела доверительного интервала для математического ожидания пробивного напряжения образца и до верхнего предела доверительного интервала для стандарта распределения соответственно. Для принятой надежности $\beta=0{,}9$ при числе степеней свободы $N-1$ от 25 до 100. $t=(1{,}72\div1{,}66)$; $q=(0{,}25\div0{,}11)$. Коэффициенты $K(m)$ и $P(m)$ обеспечивают переход от математического ожидания и стандарта распределения пробивных напряжений одного образца к математическому ожиданию U_m и стандарту распределения σ_m для системы из m параллельно включенных образцов. Для $m=2\cdot10^4$ по [Л. 6] получим $K(m)=3{,}9$; $P(m)=0{,}26$. Приняв расчетную вероятность того, что пробивное напряжение m параллельно включенных образцов может быть меньше U_{mq}, равной 0,003, получим $t_q=2{,}8$. Так как при значениях U_{mq}, отличающихся от математического ожидания U_m на $(2\div3)\sigma_m$, действительные вероятности отличаются от вероятностей, рассчитанных по нормальному закону, не более чем на порядок [Л. 6], действительную вероятность можно считать не большей 0,03, что позволяет принимать расчетную величину U_{mq} за допустимую $U_{доп}$ при выборе толщины витковой изоляции обмоток силовых трансформаторов.

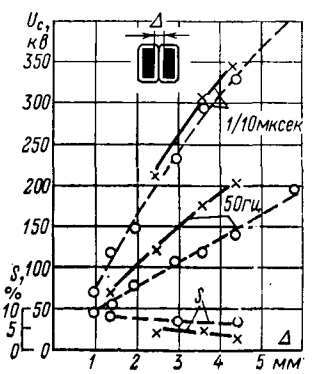


Рис. 2. Зависимость среднего пробивного напряжения U_c и среднеквадратичного отклонения S образцов изоляции провода от толщины витковой изоляции Δ при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц* и импульса 1/10 *мксек*.

——— провод ПБУ, — — — провод ПБ.

В табл. 1 приведены результаты основных испытаний и расчетов электрической прочности изоляции проводов ПБУ и ПБ при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц* и импульса 1/10 *мксек*. На рис. 2 показана зависимость $U_c=f(\Delta)$, а на рис. 3 — зависимости $U_{mq}(U_{доп})=f(\Delta)$ и $E_{ср.доп}=f(\Delta)$, где $E_{ср.доп}$ — допускаемая напряженность, определяемая отношением $\frac{U_{mq}(U_{доп})}{\Delta}$.

Среднее пробивное напряжение U_c образцов изоляции провода типа ПБУ выше U_c изоляции провода ПБ на 7—10% при воздействии импульса 1/10 *мксек* и на 30—45% при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц*. С ростом толщины витковой изоляции провода среднеквадратичное отклонение импульсных пробивных напряжений имеет тенденцию к уменьшению (рис. 2); при этом среднеквадратичное отклонение пробивных напряжений для провода ПБ выше, чем для провода ПБУ. Этим объясняется увеличение разницы между минимальными пробивными напряжениями образцов изоляции проводов ПБУ и ПБ (рис. 3,*а*) по сравнению со средними пробивными напряжениями (рис. 2). В диапазоне толщин витковой изоляции 1,35—4,4 *мм*, которые применяются в обмотках трансформаторов сверхвысокого напряжения, допускаемые напряженности в проводах ПБУ выше, чем в проводах ПБ в среднем на 29% при воздействии грозовых и коммутационных импульсов и на 50%

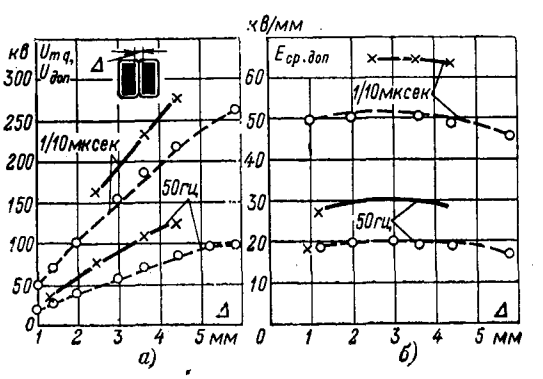


Рис. 3. Зависимость электрической прочности обмоточных проводов от толщины витковой изоляции Δ при воздействии импульса 1/10 *мксек* и одноминутного напряжения 50 *гц*.

——— — провод ПБУ; — — — — провод ПБ; *а* — $U_{mq}(U_{доп})=f(\Delta)$; *б* — $E_{ср.доп}=f(\Delta)$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 2

Характеристика	Толщина изоляции провода на две стороны Δ, *мм*																		
	2,48					3,6								4,4					
Номер макета	1	2	3	4	5	6		7		8		9	10	11			12		
Напряжение U, *кв*	40	40	40	40	40	60	65	50	60	55	60	55	50	60	65	70	60	65	70
Средняя напряженность $E=U/\Delta$, *кв/мм*	16	16	16	16	16	16,7	18	14	16,7	15,3	16,7	15,3	14	13,6	14,8	16	13,6	14,8	16
Время выдержки напряжения, *ч*	1 000	164	1 000	91	1 000	48	4	240	14	100	12	22	1 092	240	120	23	400	48	31
Результаты разборки: +повреждений нет 0 пробой	+	0	+	0	+	+	0	+	0	+	0*	0	+	+	+	0	+	+	0

* Незавершенный разряд на наружном слое изоляции.

при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц*. Коэффициенты импульса (отношение минимальных пробивных напряжений при воздействии импульсных напряжений и одноминутного 50 *гц*) для проводов ПБУ и ПБ составляют соответственно 2,1—2,2 и 2,5—2,6.

Если предположить, что электрическая прочность изоляции проводов определяется напряженностью на краю провода, то с увеличением толщины изоляции Δ или уменьшением радиуса закругления провода r допускаемые напряженности должны были значительно снизиться. Расчеты показали, что при увеличении Δ от 1,35 до 4,4 *мм* отношение напряженности на краю провода к средней увеличивается примерно на 30%; для проводов, имеющих Δ=2,48 *мм*, уменьшение r с 1,2 до 0,6 *мм* приводит к увеличению этого отношения на 15—20%. Однако, как видно из рис. 3,*б*, допускаемые напряженности в рассматриваемом диапазоне толщин витковой изоляции практически не изменяются; исследования трех партий образцов изоляции провода ПБУ толщиной 2,48 *мм* с r=0,6 и 1,2 *мм* не выявили влияния радиуса закругления провода на его электрическую прочность. Отсутствие зависимости допускаемой напряженности от Δ и r объясняется тем, что электрическая прочность изоляции обмоточных проводов в диапазоне рассматриваемых Δ определяется главным образом напряженностью в масляных прослойках посередине широкой стороны провода, в зоне наибольшего «разбухания» изоляции (размеры масляных прослоек в этой зоне из-за «разбухания» изоляции в несколько раз больше, чем на краю провода). Подтверждением этого служит также наличие незавершенных разрядов на наружных слоях изоляции в зоне наибольшего «разбухания», обнаруженных на некоторых образцах после длительных испытаний напряжением 50 *гц* (табл. 2). Увеличение электрической прочности изоляции проводов ПБУ по сравнению с ПБ вызвано значительным уменьшением в изоляции провода ПБУ размеров масляных прослоек как за счет меньшей толщины бумаги, так и более плотной намотки изоляции. Некоторое снижение минимальных пробивных напряженностей в зоне малых толщин витковой изоляции (0,95—1,35 *мм*) объясняется увеличением среднеквадратичных отклонений из-за наличия слабых мест в изоляции, а в зоне больших толщин (более 4,4 *мм*) — влиянием напряженности на краю провода.

Исследования электрической прочности изоляции проводов при длительности воздействующих напряжений менее 10 *мксек* (были испытаны три партии образцов изоляции провода ПБУ разных толщин при воздействии импульса 1/3 *мксек* и четыре партии образцов изоляции проводов ПБ при воздействии импульса 0,5/1 *мксек* показали, что некоторое повышение прочности (порядка 10%) наблюдается при длительностях менее 3 *мксек*. Одна партия проводов ПБУ (24 образца) толщиной 2,48 *мм* была испытана затухающим коммутационным импульсом длительностью 2 600 *мксек*. Как среднее, так и минимальное пробивные напряжения оказались не ниже соответствующих напряжений при воздействии грозовых импульсов. Таким образом, электрическая прочность изоляции обмоточных проводов не зависит от длительности импульса напряжения при ее изменении от 3 до 2 600 *мксек*. Этот результат согласуется с экспериментальными данными, полученными при испытании образцов изоляции обмоточного провода в диапазоне длительности импульса от 50 до 2 000 *мксек* [Л. 7] и образцов бумажно-масляной изоляции в слабо неравномерном поле при длительности импульса от 2 до 200 000 *мксек* [Л. 1].

Для оценки влияния на электрическую прочность витковой изоляции провода технологии изготовления обмотки были проведены испытания образцов с имитацией пайки провода, изолированной двумя способами: а) изоляция провода по обе стороны от места пайки срезалась на конус размером 20—25 *мм* с последующим изолированием телефонной бумагой толщиной 0,05 *мм* (один-два слоя телефонной бумаги перекрывали конус на 20—30 *мм*); б) изоляция провода в месте пайки распускалась и последующее изолирование производилось бумажными лентами провода путем чередования слоев, наматываемых с разных сторон места пайки. Во избежание утолщения изоляции 30—40% бумажных лент обрывались на различном расстоянии от места пайки.

В табл. 3 приведены результаты испытания образцов с имитацией места пайки. Изолирование места пайки на конус телефонной бумагой, широко применяемое в обмотках трансформаторов сверхвысокого напряжения, по сравнению с изолированием собственной изоляцией приводит к снижению минимального пробивного напряжения на 45% при воздействии одноминутного напряжения и на 35%

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 3

Толщина изоляции провода на две стороны Δ, *мм*	Способ изолирования пайки	Одноминутное напряжение 50 *гц*				Импульс 1/10 *мксек*			
		N	$U_{c'}$, *кв*	S, %	$U_{mq'}$, *кв*	N	$U_{c'}$, *кв*	S%	$U_{mq'}$, *кв*
3,6	Собственной изоляцией провода	35	178	7,1	105	20	303	4,2	220
3,6	Телефонной бумагой	35	120	8,3	58	20	208	5,1	143

при воздействии импульсного напряжения. При изолировании места пайки телефонной бумагой все пробои происходили по конусу в месте изолирования, в то время как в образцах с собственной изоляцией все пробои происходили вдали от места пайки. Характерно также увеличение среднеквадратичного отклонения пробивных напряжений образцов с изолированием места пайки телефонной бумагой.

На основе проведенных исследований можно установить следующие допускаемые напряженности в изоляции обмоточных проводов типа ПБУ:

при воздействии грозовых и коммутационных импульсов (амплитудное значение) — 64 *кв/мм*;

при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц* (эффективное значение) — 20 *кв/мм*.

Для изоляции обмоточных проводов типа ПБ допускаемые напряженности составляют 50 *кв/мм* при воздействии импульсных напряжений и 13 *кв/мм* при одноминутном напряжении 50 *гц*. При изолировании места пайки на конус телефонной бумагой допускаемые напряженности в изоляции проводов ПБУ снижаются при воздействии импульсных напряжений и одноминутного 50 *гц* соответственно до 40 и 11 *кв/мм*. Указанные допустимые напряженности справедливы для изоляции обмоточных проводов толщиной 1,35—4,4 *мм*.

Исследования электрической прочности витковой изоляции при длительном воздействии напряжения промышленной частоты проводились на макетах проводов ПБУ с изоляцией 2,48; 3,6 и 4,4 *мм*, радиусы закругления проводов составляли 0,6 и 1,2 *мм*. Макеты представляли собой обмотку непрерывного типа из шести катушек, намотанных двумя параллельными проводами. В среднем витке каждой катушки выполнялось по одной пайке в каждой параллели, кроме того в каждой катушке между параллелями в нескольких местах устанавливались полосы электрокартона толщиной 2—3 *мм*. С помощью полос имитировались масляные прослойки между проводами, возникающие в обмотках трансформаторов из-за неплотной намотки. Длина каждого параллельного провода составляла 65 *м*. Подготовка макетов к испытаниям проводилась аналогично подготовке образцов перед кратковременными испытаниями. Испытания проводились в горячем трансформаторном масле с температурой 70±5 °С. Влагосодержание изоляции провода, измеренное после длительных испытаний, составляло от 1,2 до 2,2 по весу. Напряжение подавалось на один параллельный провод, второй заземлялся.

Во время испытания проводилось измерение интенсивности частичных разрядов (ч. р.). Уровень помех в испытательной схеме не превышал 2×10^{-11} *кул*. Результаты испытания приведены в табл. 2. Испытания выявили влияние механических повреждений изоляции провода на электрическую прочность при длительном воздействии напряжения. Так, макеты № 1; 3; 5 выдержали испытание в течение 1 000 *ч*, а макеты № 2 и 4, имеющие ту же толщину изоляции и испытанные при том же напряжении, пробились на 164 и 91 *ч* выдержки, при разборке в месте пробоя обнаружены механические повреждения изоляции провода. В это же время в местах паек и увеличенных масляных прослоек между проводами повреждений витковой изоляции не наблюдалось. Наибольшая напряженность, при которой после 1 000 *ч* выдержки повреждения изоляции отсутствовали, составила 16 *кв/мм*. Однако ряд макетов пробился при напряженности 15,3—16,7 *кв/мм* после 12—164 *ч* выдержки.

Интенсивность ч. р. на макетах, которые выдержали испытание, как правило, не превышала уровня помех в испытательной схеме. В двух случаях отмечалось повышение интенсивности ч. р. до 10^{-10} *кул*. Перед пробоем макетов наблюдался рост интенсивности ч. р. до уровня $10^{-7}\div10^{-6}$ *кул* в течение десятков часов. По результатам испытания макетов наибольшую выдерживаемую в течение 1 000 *ч* напряженность можно оценить значением 13—14 *кв/мм*, что составляет 65—70% минимального пробивного напряжения при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц*.

На основе приведенных результатов испытаний и анализа данных [Л. 1—3] с учетом необходимости обеспечения высокой надежности витковой изоляции допустимую рабочую напряженность в изоляции провода типа ПБУ можно предварительно принять равной 4 *кв/мм*.

На рис. 4 приведены обобщенные вольт-временные характеристики изоляции обмоточных проводов ПБУ. Допускаемые напряженности (кривая *1*) построены по результатам настоящей работы для проводов с усиленной изоляцией типа ПБУ. На этом же рисунке (кривая *2*) приведены для сравнения напряженности в витковой изоляции переплетенных обмоток трансформаторов сверхвысокого напряжения (500 *кв* и выше) при воздействии испытательных и рабочих напряжений. Уровень коммутационных испытательных импульсов (диапазон воздействий 10^{-4}—10^{-2} *сек*) принят условно в 1,35 раз больше амплитуды одноминутного испытательного напряжения. Анализ вольт-временных характеристик витковой

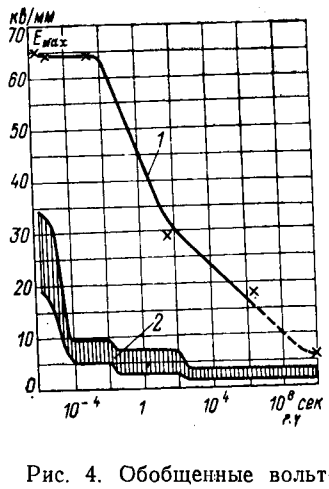


Рис. 4. Обобщенные вольт-временные характеристики витковой изоляции обмоточных проводов ПБУ.

1 — допускаемые напряженности; *2* — напряженности в витковой изоляции переплетенных обмоток силовых трансформаторов 500 *кв* и выше при воздействии испытательных и рабочих напряжений.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

изоляции обмоточных проводов ПБУ (рис. 4, кривая *1*) и ленточной бумажно-масляной изоляции в слабонеравномерном поле [Л. 1] показывает, что они подобны, особенно в зоне длительностей грозовых и коммутационных импульсов. Из сопоставления кривых допустимых и воздействующих напряженностей (рис. 4, кривые *1* и *2*) видно, что наименьшие коэффициенты запаса имеются при воздействии грозовых импульсов и рабочего напряжения.

Выводы. 1. Вольт-временные характеристики изоляции обмоточных проводов и ленточной бумажно-масляной изоляции аппаратов подобны, особенно в зоне длительностей грозовых и коммутационных импульсов.

2. Применение уплотненной кабельной бумаги повышает электрическую прочность проводов ПБУ в среднем на 29% при воздействии грозовых и коммутационных импульсов и на 50% при воздействии одноминутного напряжения 50 *гц*.

3. Для проводов ПБУ толщиной витковой изоляции 1,35—4,4 *мм* рекомендованы следующие допускаемые напряженности: при воздействии грозовых и коммутационных импульсов — 64 *кв/мм* (амплитудное значение); одноминутного напряжения 50 *гц*—20 *кв/мм* и рабочего напряжения — 4 *кв/мм*.

4. Изолирование места пайки на конус телефонной бумагой снижает электрическую прочность изоляции провода на 37 и 45% при воздействии соответственно грозовых импульсов и одноминутного напряжения 50 *гц*; изолирование собственной изоляцией не приводит к снижению электрической прочности изоляции провода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Под ред. Кучинского Г. С. Бумажно-масляная изоляция в высоковольтных конструкциях. М., Госэнергоиздат, 1963.

2. **Залесский А. М., Бачурин Н. М.** Изоляция аппаратов высокого напряжения. М., Госэнергоиздат, 1961.

3. **Брагин С. М.** Электрический и тепловой расчет кабеля. М., Госэнергоиздат, 1960.

4. Под ред. Сиротинского Л. И. Техника высоких напряжений. Часть вторая. М., Госэнергоиздат, 1963.

5. Под ред. Корицкого Ю. В. Производство, свойства и применение электроизоляционных целлюлозных бумаг и картонов. М., Госэнергоиздат, 1963.

6. **Александров Г. Н., Иванов В. Л., Кизеветтер В. Е.** Электрическая прочность наружной высоковольтной изоляции. Л., «Энергия», 1969.

7. **Ouyang M., Halpin B. I., Ryder D. H.** and oth. Switching impulse strengths of oil — immersed insulation structures and the relevance of these comparisons to service and test voltage requirements of transformers, SIGRE, 1970, rep. 12—01.

[23.5.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.314.212.017.72

Применение форсировки охлаждения для повышения эффективности использования силовых понижающих трансформаторов

БОРЮ Ю. И., СТЕНИНА М. А.

Тольяттинский электротехнический завод

Действующие руководящие указания по проектированию понижающих трансформаторных подстанций рекомендуют для типовых двухтрансформаторных подстанций мощность каждого из двух трансформаторов выбирать равной 0,65—0,7 суммарной максимальной нагрузки подстанции на расчетный уровень 5 лет, считая с года ввода первого трансформатора [Л. 1].

Введем коэффициент выбора трансформаторной мощности подстанции $K_{выб}$ и относительную максимальную нагрузку трансформатора

$$K_{выб} = \frac{S_{ном}}{S_{пс}}; \quad (1)$$

$$K_{нагр.max} = \frac{S_{max}}{S_{ном}} = \frac{S_{пс}}{n_{тр} S_{ном}}, \quad (2)$$

где $S_{ном}$ — номинальная мощность трансформатора; $n_{тр}$ — количество устанавливаемых на подстанции трансформаторов; $S_{пс}$ — максимальная полная нагрузка подстанции; S_{max} — максимальная полная нагрузка одного трансформатора.

Между этими коэффициентами существует связь:

$$K_{нагр.max} = \frac{1}{K_{выб} n_{тр}}. \quad (3)$$

Нормируемому коэффициенту выбора $K_{выб} = 0{,}65—0{,}7$ при $n_{тр} = 2$ соответствует относительная максимальная нагрузка трансформатора $K_{нагр.max} = 0{,}77—0{,}715$.

Значение нормируемого коэффициента выбора основывается на нормируемой допустимой аварийной перегрузке трансформатора [Л. 2], которая будет иметь место при отключении одного из трансформаторов подстанции: в аварийных режимах при относительной минимальной нагрузке $K_{нагр.min} \leqslant 0{,}93$ допускается не более пяти суток перегрузка трансформатора на 40% сверх номинального тока ($K_{нагр.max} = 1{,}4$) на время максимумов нагрузки общей продолжительностью не более 6 *ч* в сутки.

При нормируемом коэффициенте выбора $K_{выб} = 0{,}65—0{,}7$ будет иметь место перегрузка оставшегося в работе трансформатора до величин $K_{нагр.max} = 1{,}54—1{,}43$, т. е. несколько превышающих допустимую аварийную перегрузку трансформатора. Кроме того, практически не всегда удается восстановить нормальную схему электроснабжения за пять суток, особенно при повреждении обмоток или магнитопровода трансформатора и отсутствии в системе резервного трансформатора необходимой мощности и сочетания напряжения.

Таким образом, действующие руководящие указания по проектированию понижающих подстанций, с одной стороны, обусловливают низкое использование трансформаторной мощности в нормальных рабочих режимах, и с другой стороны, предполага-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ют весьма значительную перегрузку трансформаторов в аварийных режимах, что может привести к снижению надежности электроснабжения.

Эффективность использования силовых понижающих трансформаторов можно значительно повысить, если применить форсировку охлаждения трансформаторов в аварийных режимах.

Форсировку охлаждения трансформаторов возможно выполнить, например, следующими методами:

а) с помощью дополнительного введения принудительной циркуляции воздуха (системы охлаждения *Д*) в трансформаторах с естественным масляным охлаждением (с системой охлаждения *М*);

б) путем использования системы охлаждения аварийно вышедшего из строя трансформатора для увеличения интенсивности охлаждения оставшегося в работе трансформатора, что обеспечивается при системе охлаждения *Д* перестановкой радиаторов с одного трансформатора на другой, а при системах принудительной циркуляции масла (системы *ДЦ* или *Ц*) — соответствующим переключением задвижек трубопроводов между вынесенной охлаждающей батареей и трубопроводами;

в) путем побудительной циркуляции масла в трубах радиаторов системы охлаждения *Д* (или *М*) с помощью эжекционной системы, состоящей из насоса, напорного маслопровода и сопла, установленного против входного патрубка радиатора [Л. 3];

г) включая охлаждающую батарею системы *ДЦ* (или *Ц*) дополнительно к нормальной системе охлаждения *Д* (или *М*), причем системой трубопроводов батарею можно подключать как к любому из трансформаторов подстанции, так и ко всем одновременно [Л. 4 и 5].

Последний способ форсировки является практически наиболее приемлемым, так как, с одной стороны, соответствующим подбором количества охлаждающих агрегатов в батарее всегда можно достичь требуемой степени форсировки охлаждения, а, с другой стороны, отечественной промышленностью освоено производство охлаждающих батарей системы *ДЦ* с любым количеством агрегатов, монтируемых в комплекте с пуско-регулирующей аппаратурой на металлическом основании, снабженном каретками для установки на рельсовый путь аналогично установке самого трансформатора. Кроме того, включение в работу установки форсировки охлаждения может быть автоматическое с использованием дистанционно управляемых задвижек трубопроводов.

Экономическую эффективность применения форсированной системы охлаждения определим, рассмотрев приведенные затраты на трансформацию электроэнергии, выражаемые функцией:

$$З_{\text{прив}} = n_{\text{тр}}(\varepsilon_{\text{н}}\beta_{\text{к}} + a_{\text{тр}}\beta_{\text{и}})(Ц_{\text{тр}} + Ц_{\text{ф}}) + з_{P_{\text{х.х}}} n_{\text{тр}} P_{\text{х.х}} + з_{Q_{\text{х.х}}} n_{\text{тр}} Q_{\text{х.х}} + з_{P_{\text{к.з}}} n_{\text{тр}} P_{\text{к.з.ном}} + з_{Q_{\text{к.з}}} n_{\text{тр}} Q_{\text{к.з.ном}} + M(У), \quad (4)$$

где $З_{\text{прив}}$ — приведенные затраты, учитывающие динамику развития подстанции (путем приведения затрат к последнему году расчетного периода $T_{\text{расч}}$) и нагрузочную способность трансформатора, руб/год; $Ц_{\text{тр}}$ — оптовая цена одного трансформатора (без учета затрат на форсировку охлаждения); $Ц_{\text{ф}}$ — затраты на форсировку охлаждения, отнесенные к одному трансформатору; $P_{\text{х.х}}$ и $Q_{\text{х.х}}$ — активные и реактивные потери холостого хода трансформатора; $P_{\text{к.з.ном}}$ и $Q_{\text{к.з.ном}}$ — активные и реактивные потери короткого замыкания трансформатора; $M(У)$ — математическое ожидание народнохозяйственного ущерба от недостаточной нагрузочной способности трансформатора; $\varepsilon_{\text{н}}$ — нормативный коэффициент эффективности дополнительных капиталовложений; $a_{\text{тр}}$ — доля амортизационных отчислений от стоимости трансформатора; $з$ — удельные приведенные затраты на компенсацию потерь в трансформаторе, отнесенные к соответствующим характеристикам трансформатора и рассчитываемые по формулам:

$$з_{P_{\text{х.х}}} = \varepsilon_{\text{н}}\beta_{\text{к}} K_{P_{\text{х.х}}} + \beta_{\text{и}} U_{P_{\text{х.х}}}; \quad (5)$$

$$з_{Q_{\text{х.х}}} = \varepsilon_{\text{н}}\beta_{\text{к}} K_{Q_{\text{х.х}}} + \beta_{\text{и}} U_{Q_{\text{х.х}}}; \quad (6)$$

$$з_{P_{\text{к.з}}} = \varepsilon_{\text{н}}\gamma_{\text{к}} K_{P_{\text{к.з}}} + \gamma_{\text{и}} U_{P_{\text{к.з}}}; \quad (7)$$

$$з_{Q_{\text{к.з}}} = \varepsilon_{\text{н}}\gamma_{\text{к}} K_{Q_{\text{к.з}}} + \gamma_{\text{и}} U_{Q_{\text{к.з}}}. \quad (8)$$

Структура удельных капитальных вложений K и удельных ежегодных затрат U, отнесенных к соответствующим характеристикам трансформатора, представлена в [Л. 6]. Там же дан вывод формул для расчета коэффициента β и γ, учитывающих динамику развития подстанции:

$$\beta_{\text{к}} = (1 + \varepsilon_{\text{н.п}})^{T_{\text{расч}}-1}; \quad (9)$$

$$\gamma_{\text{к}} = \frac{(1 + \varepsilon_{\text{н.п}})^{T_{\text{расч}}-1}}{(1 + a_{P_{\text{н}}})^{2(T_{\text{расч}}-1)}} + [(1 + a_{P_{\text{н}}})^2 - 1] \times \sum_{t=2}^{t=T_{\text{расч}}} \frac{(1 + \varepsilon_{\text{н.п}})^{T_{\text{расч}}-t}}{(1 + a_{P_{\text{н}}})^{2(T_{\text{расч}}+1-t)}}; \quad (10)$$

$$\beta_{\text{и}} = \varepsilon_{\text{н}} \sum_{t=1}^{t=T_{\text{расч}}} (1 + \varepsilon_{\text{н.п}})^{T_{\text{расч}}-1-t} + (1 + \varepsilon_{\text{н.п}})^{-1}; \quad (11)$$

$$\gamma_{\text{и}} = \varepsilon_{\text{н}} \sum_{t=1}^{t=T_{\text{расч}}} \frac{(1 + \varepsilon_{\text{н.п}})^{T_{\text{расч}}-1-t}}{(1 + a_{P_{\text{н}}})^{2(T_{\text{расч}}-t)}} + (1 + \xi_{\text{н.п}})^{-1}, \quad (12)$$

где $\varepsilon_{\text{н.п}}$ — норматив для приведения разновременных затрат; $a_{P_{\text{н}}}$ — ежегодный прирост нагрузки подстанции в году t, выраженный в долях нагрузки предшествующего $(t-1)$-го года.

В расчете приведенных затрат подстанция рассматривается в динамике развития, характеризующейся ежегодным ростом нагрузки по экспоненциальному закону в течение $T_{\text{расч}}$ лет.

Удельные приведенные затраты на компенсацию нагрузочных потерь $з_{P_{\text{к.з}}}$ и $з_{Q_{\text{к.з}}}$ являются функциями годового времени наибольших нагрузочных потерь $\tau_{\text{пот}}$, рассчитываемого по формуле:

$$\tau_{\text{пот}} = a_{\text{пот.нед}} a_{\text{пот.сез}} K_{\text{пот}} T_{\text{год}}, \quad (13)$$

где $T_{\text{год}}$ — годовой баланс времени; $a_{\text{пот.нед}}$ и $a_{\text{пот.сез}}$ — коэффициенты, учитывающие изменение графиков нагрузки в течение дней недели и сезонов

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

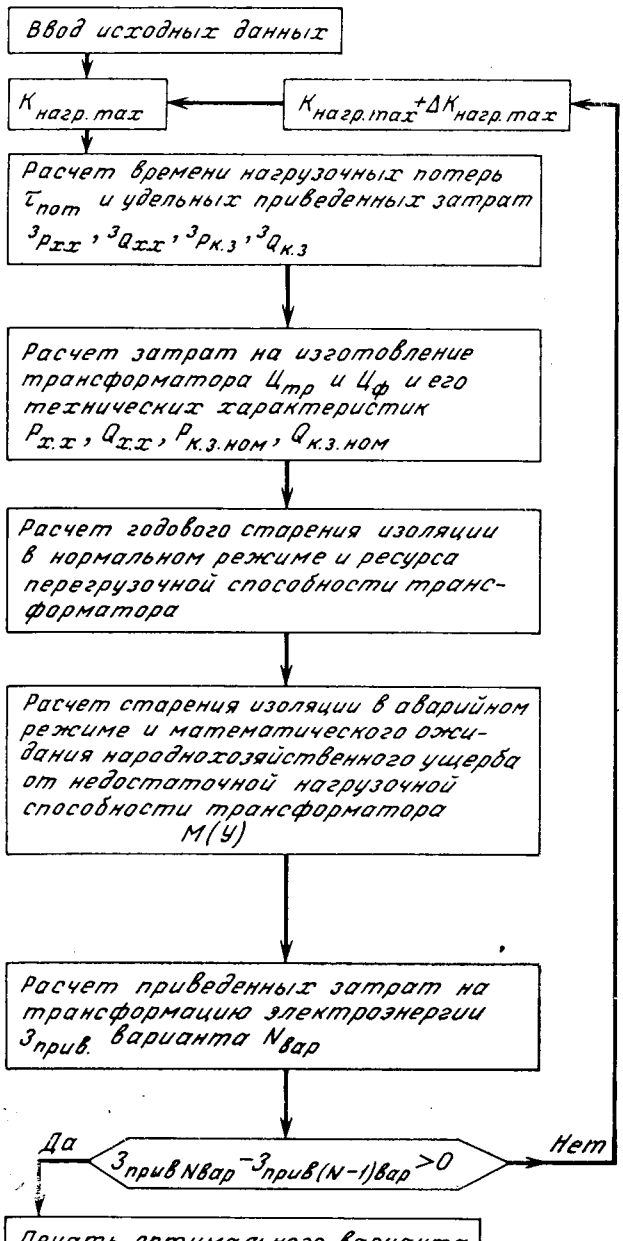


Рис. 1. Блок-схема расчета приведенных затрат на трансформацию электроэнергии.

года; $K_{пот}$ — коэффициент переменных потерь, зависящий от суточного графика максимальной нагрузки и относительной максимальной нагрузки трансформатора

$$K_{пот}=\frac{K^2_{нагр.max}}{(1-\eta_{max})}[(K_{зап.нагр}-\eta_{max})^2+\\+\eta_{max}(1-\eta_{max})], \quad (14)$$

где $K_{зап.нагр}$ — коэффициент заполнения графика нагрузки; η_{max} — относительная длительность максимальной нагрузки, соответствующая двухступенчатому эквивалентному графику нагрузки.

Общая блок-схема расчета на ЦВМ приведенных затрат на трансформацию электроэнергии представлена на рис. 1.

Представленная структура приведенных затрат может быть использована как для проектной оптимизации параметров трансформаторов (в этом случае должны определяться удельные приведенные затраты, отнесенные к единице максимальной нагрузки трансформатора), так и для расчета трансформаторной мощности подстанции с применением существующих стандартных трансформаторов.

Для оценки эффективности применения форсировки охлаждения рассмотрим расчет трансформаторной мощности подстанции.

В качестве переменного параметра принята относительная максимальная нагрузка трансформатора $K_{нагр.max}$. Так как максимальная нагрузка подстанции $S_{пс}$ принимается в расчете постоянной, то изменение $K_{нагр.max}$ приводит к изменению номинальной мощности устанавливаемых на подстанции трансформаторов, как это следует из формулы (2).

По данным прейскурантов оптовых цен на трансформаторы и стандартов, определяющих их технические характеристики, корреляционными методами устанавливается зависимость параметров трансформаторов от номинальной мощности, например, в виде:

$$Ц_{тр}=A_{тр}S^{\alpha_{тр}}_{ном}; \quad (15)$$

$$P_{x.x}=A_{P_{x.x}}S^{\alpha_{P_{x.x}}}_{ном}; \quad (16)$$

$$Q_{x.x}=A_{Q_{x.x}}S^{\alpha_{Q_{x.x}}}_{ном}; \quad (17)$$

$$P_{к.з.ном}=A_{P_{к.з}}S^{\alpha_{P_{к.з}}}_{ном}; \quad (18)$$

$$Q_{к.з.ном}=A_{Q_{к.з}}S_{ном}, \quad (19)$$

где A и α — соответствующие коэффициенты корреляционных зависимостей.

Затраты на форсировку охлаждения

$$Ц_ф=\frac{ц_{Dy}}{n_{тр}}(P_{x.x}+P_{к.з.ном})\left[\frac{1+\lambda(n_{тр}K_{нагр.max})^2}{1+\lambda}\right], \quad (20)$$

где $\lambda=\frac{P_{к.з.ном}}{P}$; $ц_{Dy}$ — удельные затраты на единицу потерь, отводимых охлаждающей батареей, *руб/вт*.

В качестве примера определения эффективности применения форсировки охлаждения трансформаторов произведен расчет трансформаторной мощности двухтрансформаторной понижающей подстанции 110 *кв* с максимальной нагрузкой 40 *Мвт* (при $\cos\varphi_{пс}=0{,}9$ полная нагрузка $S_{пс}=44{,}4$ *Мва*) при установке на подстанции двухобмоточных трансформаторов 110 *кв* с РПН по ГОСТ 12965-67. Параметры эквивалентного двухступенчатого графика нагрузки принимались равными математическим ожиданиям соответствующих величин, определенным по результатам статистических исследований реальных графиков нагрузки подстанций 110—220 *кв*:

$K_{зап.нагр}=0{,}787$; $\eta_{max}=0{,}329$.

Остальные параметры: $\alpha_{рн}=0{,}1$; $\varepsilon_н=0{,}12$; $\alpha_{пот.нед}=0{,}92$; $a_{тр}=0{,}063$; $T_{расч}=6$ лет; $\varepsilon_{н.п}=0{,}08$; $\alpha_{пот.сез}=0{,}841$.

При расчете ущерба от недостаточной нагрузочной способности трансформатора удельная аварий-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

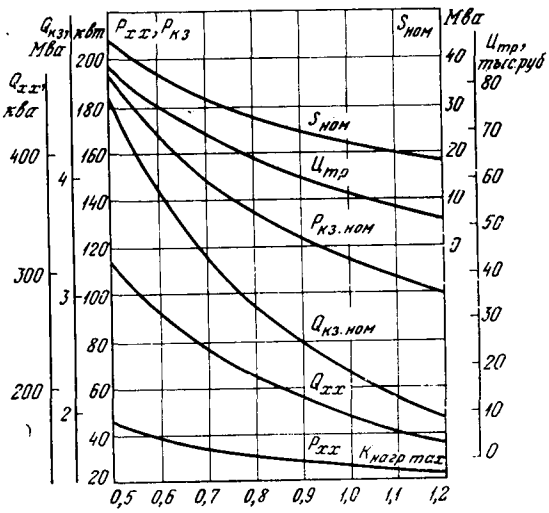


Рис. 2. Параметры двухобмоточных трансформаторов 110 *кв* с РПН.

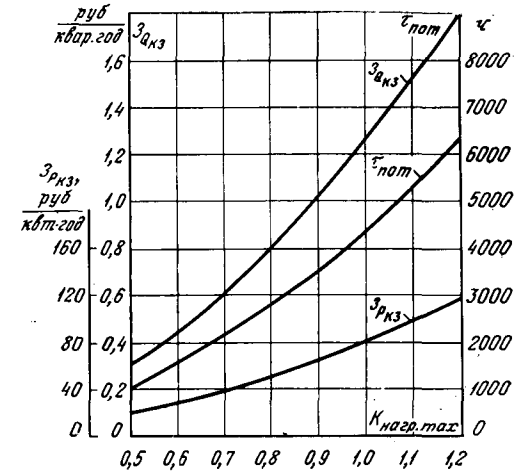


Рис. 3. Кривые времени нагрузочных потерь и составляющих удельных приведенных затрат на компенсацию нагрузочных потерь.

ная повреждаемость принималась равной 0,011 1/год; длительность аварии — 15 суток; удельный ущерб — 1 *руб/квт·ч*. Учитывая также ущерб при отключении трансформатора для планово-предупредительных ремонтов один раз в 6 лет, удельный ущерб при этом принимался равным 0,1 *руб/квт·ч*.

Эквивалентные температуры охлаждающего воздуха для каждого сезона определены по графикам, приведенным в [Л. 2] для среднегодовой температуры 10°С, соответствующей широте расположения городов Одесса — Симферополь — Армавир — Фрунзе. Тем самым результаты расчета могут быть распространены на преобладающую часть территории страны.

На рис. 2 представлены характеристики двухобмоточных трансформаторов 110 *кв* в виде непрерывных функций от переменного параметра $K_{нагр.max}$, а на рис. 3 — изменение времени нагрузочных потерь и удельных приведенных затрат на компенсацию нагрузочных потерь. Удельные приведенные затраты на компенсацию постоянных потерь оказались равными:

$$З_{P_{х.х}} = 152 \text{ руб/квт·год};$$

$$З_{Q_{х.х}} = 1{,}72 \text{ руб/квар·год}.$$

На рис. 4 представлены составляющие приведенных затрат, обозначения которых соответствуют следующей записи функции приведенных затрат, полностью соответствующих формуле (4):

$$З_{прив} = З_{тр} + З_{ф} + З_{P_{х.х}} + З_{Q_{х.х}} + З_{P_{к.з}} + З_{Q_{к.з}} + M(У). \quad (21)$$

Для варианта без форсировки охлаждения $З_{ф}=0$. Для варианта с форсировкой охлаждения в рассматриваемом диапазоне изменения $K_{нагр.max}$ увеличенная нагрузочная способность обеспечивает $M(У)=0$.

На рис. 5 представлены результаты расчета приведенных затрат, из которых видно, что относительная максимальная нагрузка трансформатора, не оборудованного форсировкой охлаждения, не превышает 0,7 (чему в рассматриваемом примере соответствует $S_{ном}=31{,}7$ *Мва*), в то время как за счет форсировки охлаждения относительная нагрузка может быть увеличена до 1,0 (чему соответствует $S_{ном}=22{,}2$ *Мва*). При практически одинаковых приведенных затратах капиталовложения в под-

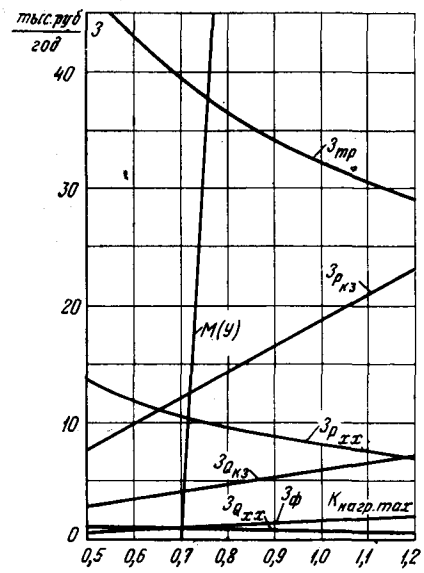


Рис. 4. Составляющие приведенных затрат на трансформацию электроэнергии.

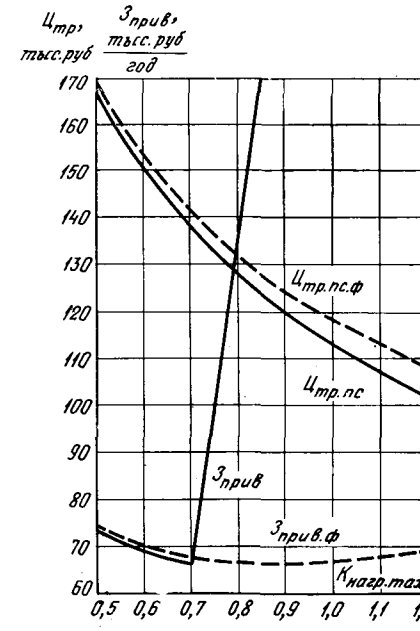


Рис. 5. Капиталовложения и приведенные затраты на трансформацию электроэнергии.

$Ц_{тр.пс}$ — капиталовложения в подстанцию на установку трансформаторов без форсировки охлаждения; $Ц_{тр.пс.ф}$ — то же, но с форсировкой охлаждения; $З_{прив}$ — приведенные затраты при установке трансформаторов без форсировки охлаждения; $З_{прив.ф}$ — то же, но с форсировкой охлаждения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

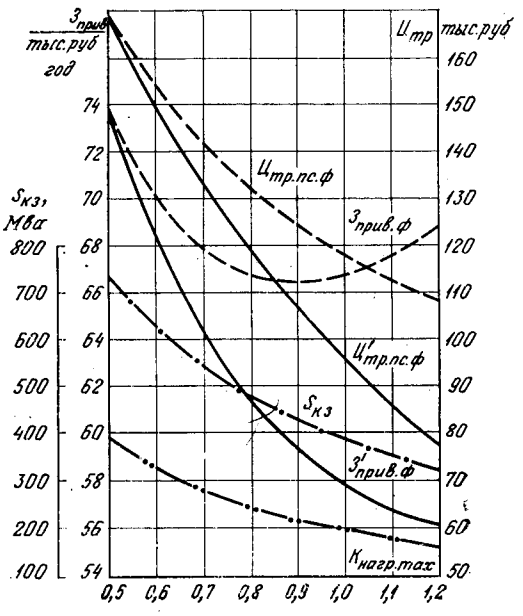


Рис. 6. Изменение мощности короткого замыкания в зависимости от относительной нагрузки трансформатора и капиталовложения и приведенные затраты на трансформацию электроэнергии с учетом снижения затрат на уменьшение токов короткого замыкания.

— · — · — — $S_{к.з}$ среднего напряжения на шинах при параллельной работе обмоток среднего напряжения; —— ·· —— ·· —— — $S_{к.з}$ — на шинах низкого напряжения при раздельной работе обмоток низкого напряжения; ——— — $Ц_{тр}$ и $S_{прив}$ — с учетом снижения затрат на уменьшение токов короткого замыкания; — — — — $Ц_{тр}$ и $S_{прив}$ без учета снижения затрат на уменьшение токов короткого замыкания.

станцию за счет уменьшения стоимости трансформаторов могут быть снижены на 14,5% (или на 20 тыс. руб. в рассматриваемом примере), что весьма ощутимо в условиях существующего резкого дефицита в материалах для изготовления трансформаторов (электротехнической стали, обмоточного провода и др.).

Между тем фактический экономический эффект будет значительно большим, если учесть снижение затрат на уменьшение токов короткого замыкания на стороне низкого напряжения (и среднего напряжения в трехобмоточных трансформаторах) за счет установки на подстанции с одинаковой максимальной нагрузкой трансформаторов меньшей номинальной мощности с бо́льшим реактивным сопротивлением вместо применения для этих же целей токоограничивающих реакторов. На рис. 6 представлены кривые изменения мощности короткого замыкания и капиталовложений и приведенных затрат на трансформацию электроэнергии для рассматриваемого примера (трансформаторы с форсировкой охлаждения), но с учетом снижения затрат на уменьшение токов короткого замыкания. Учет экономического эффекта от снижения токов короткого замыкания приводит к уменьшению затрат при применении форсировки охлаждения и увеличении относительной нагрузки с 0,7 до 1,0 на 13,5% (на 9 тыс. руб.) и капиталовложений в подстанцию на установку трансформаторов и реакторов на 30,5% (на 42 тыс. руб.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нормы технологического проектирования понижающих подстанций. М., БТИ ОРГРЭС, 1967.

2. ГОСТ 14209-69. Трансформаторы (и автотрансформаторы) силовые масляные. Нагрузочная способность.

3. **Якуб Б. М.** и др. Повышение охлаждающей способности трубчатых радиаторов мощных трансформаторов. — «Электрические станции», 1969, № 12.

4. **Борю Ю. И.** и др. Форсировка охлаждения силовых масляных трансформаторов в длительных аварийных режимах. М., Информэлектро, 1969 (доклад на научно-техническом совещании по трансформаторостроению, г. Тольятти, сентябрь, 1969).

5. **Борю Ю. И.** и др. Форсирование охлаждения силовых трансформаторов с дутьевым охлаждением при помощи дополнительных циркуляционно-дутьевых охладителей. — В сб.: Электротехническая промышленность. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. М., Информэлектро, 1971, вып. 6.

6. **Борю Ю. И., Стенина М. А.** Учет фактора времени при технико-экономических исследованиях силовых трансформаторов. — В сб.: Электротехническая промышленность. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. М., Информэлектро, 1971, вып. 6.

[4.5.1972]

✧ ✧ ✧

УДК 621.314.21:621.316.9

Защита трансформаторов от витковых замыканий

Инж. **ГАГЕН А. Ф.**, канд. техн. наук **КОМИССАРОВ Г. А.**,
канд. техн. наук **ЧЕЧУШКОВ Г. А.**

Челябинский политехнический институт

Применяемые защиты трансформаторов от внутренних повреждений — дифференциальная и газовая — не могут считаться достаточно эффективными при витковых замыканиях в обмотках. Это следует из того, что в начальный период повреждения, когда замыканием охвачено один-два витка, первая защита чаще всего оказывается нечувствительной, а вторая может действовать с большим запозданием. Некоторые трансформаторы не имеют ни газовой, ни дифференциальной защиты, например сухие, а другие не имеют дифференциальной, например электропечные трансформаторы.

В связи с этим было предпринято изыскание возможности создания высокочувствительной быстродействующей защиты силовых трансформаторов от витковых замыканий, принципиально отличной от известных. При этом было обращено внимание на источники достаточно точной и объективной информации о возникновении виткового замыкания. Таким источником является магнитное поле рассеяния обмоток, которое жестко связано с возбуждающими его обмотками. Распределение этого поля в пространстве зависит от распределения н. с. обмоток.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

При анализе полей рассеяния обмоток трансформатора их обычно предполагают плоско-параллельными и ограничиваются рассмотрением двух составляющих: продольной, совпадающей с осью обмотки, и поперечной, совпадающей с перпендикуляром к этой оси [Л. 1—5]. Как продольная, так и поперечная составляющие индукции поля рассеяния обмоток трансформатора при витковых замыканиях несут информацию, которая может быть использована для определения повреждения в обмотках. Однако поперечная составляющая более полно отражает резкое изменение распределения н. с., происходящее при витковом замыкании. При этом происходит полное перераспределение поперечной составляющей индукции, сопровождающееся изменением как абсолютного значения, так и ее фазы в данной точке пространства.

Если распределение н. с. вдоль обмотки равномерно, эпюра распределения поперечной составляющей индукции B_x симметрична относительно середины высоты обмотки. Отключение части регулировочных витков, иногда выполняемых в середине обмотки, приводит к новому, также симметричному распределению B_x относительно середины высоты обмотки [Л. 1 и 2]. При витковом замыкании эпюра распределения B_x будет в общем случае несимметричной, так как вероятность несимметричного расположения замкнутого витка значительно больше, чем симметричного. Таким образом, нарушение симметрии распределения поперечной составляющей поля рассеяния обмоток трансформатора свидетельствует о возникновении виткового замыкания.

Для обнаружения несимметрии распределения B_x наиболее удобна точка, расположенная напротив середины высоты обмотки. В этой точке при всех режимах, кроме виткового замыкания, $B_x=0$, а при витковом замыкании B_x резко возрастает. Это можно использовать для защиты трансформатора, поместив в эту точку датчик магнитной индукции, преобразующий изменения последней при изменении э. д. с. или тока в подключенной нагрузке.

Для расчета параметров датчика, в качестве которого проще всего использовать измерительную катушку, необходимо рассчитать или определить опытным путем зависимость поперечной составляющей индукции поля рассеяния в месте установки датчика от положения замкнутого витка. Эту зависимость (без учета влияния бака) можно рассчитать по геометрическим размерам обмоток трансформатора с учетом ферромагнитного стержня по методу зеркальных отображений:

$$B_x=\frac{Iw}{2\pi y}\mu_0(\sin^2\alpha_1+\sin^2\alpha_2), \qquad (1)$$

где μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; y — ордината витка с током; w — число замкнутых витков; I — ток в замкнутых витках; α_1 и α_2 — углы между горизонталью и направлениями от точки установки датчика до замкнутых витков и их зеркального отображения.

Полученная зависимость может быть использована для расчета э. д. с. катушечного датчика по формуле:

$$E_д=\omega B_x w_д Q_д, \qquad (2)$$

где ω — угловая частота; $w_д$ — число витков датчика; $Q_д$ — эффективное сечение окна катушки.

Расчетное определение тока в замкнутых витках выходит за пределы настоящей статьи, однако весьма приближенное значение этого тока можно определить по геометрическим размерам витка и известной витковой э. д. с.

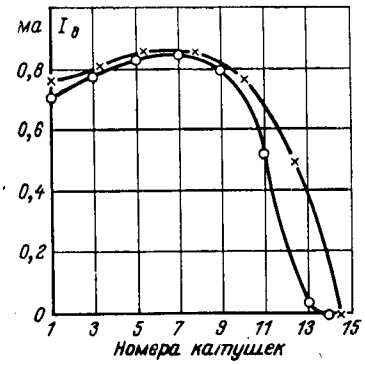


Рис. 1. Расчетная и опытная зависимости тока в согласованной нагрузке датчика от положения замкнутой катушки обмотки трансформатора мощностью 10 *Мва* для половины обмотки.
О — опыт; × — расчет.

На рис. 1 приведены экспериментальная и расчетная зависимости тока в согласованной нагрузке датчика при имитации витковых замыканий путем замыкания отдельных катушек в одной из обмоток трансформатора мощностью 10 *Мва* *. Как видно из рис. 1, при витковых замыканиях вблизи середины высоты обмотки чувствительность датчика снижается до нуля. Величина этой зоны зависит от размеров датчика, последние, в свою очередь, определяются мощностью, которую необходимо получить от него для срабатывания реле. Эта зона практически занимает 20—30 *мм*.

Для анализа работы защиты представляет также интерес зависимость э. д. с. датчика $E_д$ от относительной доли замкнутых витков α при последовательном увеличении последней от α_{min} до $\alpha=1$, начиная с одного края обмотки. Результаты расчета этой зависимости по методике [Л. 3] и опытные значения э. д. с., полученные на лабораторном трехфазном трансформаторе мощностью 100 *ква*, представлены на рис. 2 в относительных единицах, так как в данном случае интересна лишь качественная сторона зависимости. Хорошо видно, что при внешнем коротком замыкании э. д. с. датчика практически равна нулю. При замыкании одного витка ($\alpha=\alpha_{min}$) э. д. с. равна E_{min}, что достаточно для срабатывания реле защиты (от 1,5 до 2,5 *в*). Если принять уставку защиты, соответствующую условию $E_у<E_{min}$, то при внешнем коротком замыкании ($\alpha=1$) защита не сможет сработать благодаря наличию зоны нечувствительности *МЗ*. Таким образом, при использовании для защиты описанного принципа высокая чувствительность при замыкании малой доли витков совмещается с нечувствительностью к замыканиям на вводах трансформатора и к броскам тока намагничивания.

Все приведенные расчеты и опытные данные были выполнены для трансформатора без бака. Поэтому они справедливы лишь для сухих трансформаторов, у которых кожух находится далеко от обмоток и мало влияет на распределение поля рассеяния в области расположения датчиков. При

* Эксперименты производили на модельном трансформаторе типа ТМНПВ-10000/10 в габаритах трансформатора мощностью 10 *Мва*, без бака совместно с НИИ УЭТМ.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

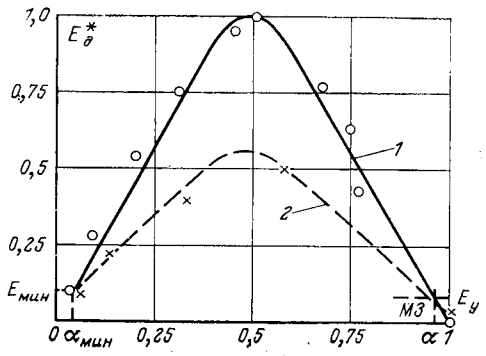


Рис. 2. Зависимость э. д. с. датчика от относительной доли замкнутых витков.

1 — расчетная кривая; О — опытные значения э. д. с.; *2* — опытная кривая для датчика, расположенного в кармане стенки бака.

устройстве защиты на масляных трансформаторах датчики необходимо устанавливать в непосредственной близости от стенки бака, которая заметно усиливает их чувствительность. При необходимости сохранить изоляционные промежутки между обмотками и стенкой бака датчики можно разместить в специально врезанных в эту стенку стальных карманах. Однако в этом случае чувствительность датчиков значительно уменьшается как вследствие увеличения расстояния от обмотки до датчика, так за счет шунтирования последнего стенкой бака. На рис. 2 для сравнения приведены данные, полученные для датчиков, расположенных в карманах бака трансформатора 100 *ква* (кривая *2*). Видно, что чувствительность понижается примерно вдвое.

Для реализации описанного принципа защиты трансформаторов от витковых замыканий было разработано быстродействующее реле типа РЗВТ-73, схема которого приведена на рис. 3. Датчики, по одному на каждую фазу, располагают против середины высоты обмотки. Расстояние между датчиком и обмоткой выбирают минимальным по условию электрической прочности изоляции. Сигналы от датчиков поступают через схему «или» на диодах *Д1—Д3* на обмотку магнитоэлектрического реле *Р*, зашунтированного резистором *R6*. Цепочка *R1*, *Д4* служит для ограничения входного напряжения до допустимого уровня.

Как видно из схемы, чувствительность реле определяется тормозным током, поступающим в обмотку реле от выпрямителя *Д8—Д11* через резисторы *R3—R5*. Изменение чувствительности осуществляют перестановкой штекера из положения I, где чувствительность максимальна, в положение II или III, которым соответствует загрубление реле в 2 и 6 раз соответственно.

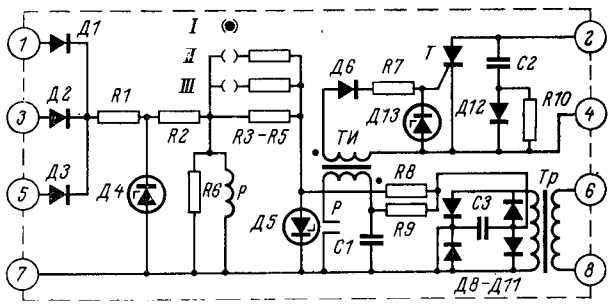


Рис. 3. Принципиальная схема реле типа РЗВТ-73.

При появлении на одном из входов *1, 3* или *5* импульса, свидетельствующего о возникновении виткового замыкания, срабатывает реле *Р*, его контакт разряжает конденсатор *С1* на первичную обмотку импульсного трансформатора *ТИ*. Вторичная обмотка *ТИ* включена в цепь управления выходного тиристора *Т*, который при разряде *С1* открывается и подает питание на отключающую катушку выключателя трансформатора. Возврат тиристора происходит при разрыве цепи питания блок-контактами выключателя. Трансформатор выпрямителя *Тр* можно питать как от вторичных цепей трансформатора напряжения, так и от сети собственных нужд 380/220 *в*.

Опытный образец реле РЗВТ-73 в лабораторных условиях был испытан в схеме защиты на трансформаторе мощностью 100 *ква*, 0,4/0,4 *кв* со схемой соединения обмоток Y/△. При испытании защиты трансформатор получал питание со стороны обмотки 0,4 *кв* (звезда), а витковые замыкания выполняли с помощью накладного витка. Последний располагали в нижней части обмотки у самого ее края, так как в этом случае витковое замыкание сопровождается минимальным током в витке. Защита была выполнена с действием на отключающую катушку автомата. При опытах внешнего короткого замыкания трансформатор отключали через 0,1 *сек* после включения его в сеть с помощью реле времени типа ЭВ-217, обмотка которого подключалась в сеть одновременно с испытываемым трансформатором.

Осциллограммы испытаний защиты при различных режимах приведены на рис. 4 и 5. Видно, что при включении трансформатора на холостой ход (при броске тока намагничивания) защита не работает, так как ток в датчиках отсутствует (рис. 4,*а*). Не работает защита и при внешнем коротком замыкании (рис. 4,*б*), хотя этот режим и вызывает протекание некоторого тока в датчике, который, однако, меньше тока срабатывания реле. При замыкании медного витка сечением 30 *мм*^{2}, что соответствует сечению обмотки ПН трансформатора типа ТМ-100/10, 6,3/0,4 *кв*, защита надежно срабатывает (рис. 5,*а*). На пределе чувствительно-

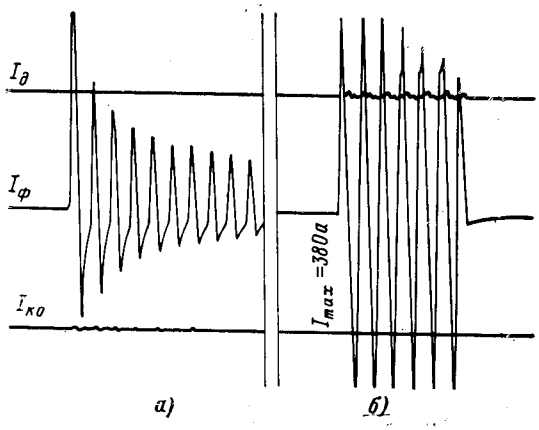


Рис. 4. Осциллограммы испытания защиты при броске тока намагничивания (*а*) и при замыкании на вводах вторичной обмотки трансформатора (*б*).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

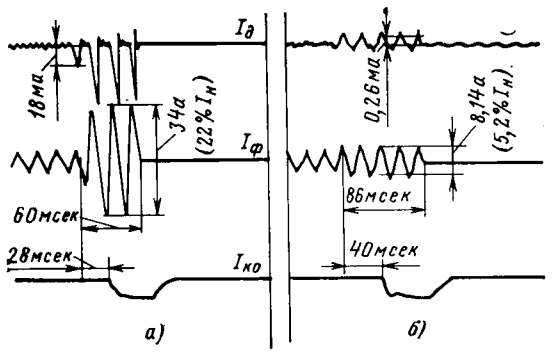


Рис. 5. Осциллограммы испытания защиты при замыканиях медного витка сечением 30 *мм*² (*а*) и при замыкании алюминиевого витка сечением 10 *мм*² (*б*).

сти срабатывает защита при замыкании алюминиевого витка сечением 10 *мм*², что соответствует сечению обмотки ВН того же трансформатора (рис. 5,*б*). Из рис. 4 и 5 следует, что токи со стороны питающей обмотки составляют 22 и 5,2% номинального тока этой обмотки соответственно. Время действия защиты не превосходит 40 *мсек* при токе, близком к току уставки.

Аналогичные испытания были проведены при установке защиты от витковых замыканий на одном из трансформаторов собственных нужд типа ТС-750/10, 6,3/0,4 *кв*. Эти испытания также показали высокую чувствительность защиты и быстродействие реле.

Выводы. 1. Нарушение симметрии распределения поперечной составляющей поля рассеяния обмоток трансформатора при возникновении виткового замыкания можно использовать для защиты трансформатора от этого вида повреждений.

2. Разработанная защита трехфазных трансформаторов от витковых замыканий типа РЗВТ-73 с бесконтактным выходом и действием непосредственно на соленоид отключения выключателя, использующая поперечную составляющую поля рассеяния обмоток, показала свою работоспособность, высокую чувствительность и быстродействие.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петров Г. Н.** Трансформаторы, 1934, М., ОНТИ, т. 1.
2. **Васютинский С. Б.** Вопросы теории и расчета трансформаторов. М., «Энергия», 1970.
3. **Петров Г. Н., Наяшков И. С.** Электродинамические силы в трансформаторах. — «Электричество», 1955, № 8.
4. **Наяшков И. С., Карасев В. В.** Расчет полей рассеяния трансформаторов. — «Вестник электропромышленности», 1963, № 4.
5. **Нейман Л. Р., Демирчян К. С.** Теоретические основы электротехники. М., «Энергия», 1967, т. II.

[22.8.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 62-752:621.313.322-81.045

Вибрация статорных обмоток турбогенераторов большой мощности

ХУТОРЕЦКИЙ Г. М., ФРИДМАН В. М., КУРИЛОВИЧ Л. В.
Ленинград

Одна из основных проблем при конструировании мощных генераторов — надежное крепление статорной обмотки в пазовой и лобовой частях, способное выдерживать не только кратковременные динамические нагрузки при внезапных коротких замыканиях, но и длительное воздействие сил, обусловленных большой величиной номинального тока и магнитной вибрацией сердечника. Известно, что недостаточно надежное закрепление лобовых частей обмотки турбогенераторов может привести к серьезным авариям.

Трудность данной проблемы усугубляется еще и тем, что конструкция лобовых частей не поддается строгому предварительному расчету, и все необходимые данные можно получить только при испытаниях на моделях или на готовых турбогенераторах.

В статье рассматриваются некоторые вопросы, связанные с креплением лобовых частей обмотки статоров двухполюсных турбогенераторов в длительных нормальных эксплуатационных режимах.

Состояние закрепления лобовой части обмотки может характеризоваться уровнем вибрации ее элементов *2A* и стабильностью вибрации во времени.

Для качественной оценки вибрационного состояния лобовых частей амплитуда колебаний может быть представлена в виде:

$$A = \frac{F}{c} \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \gamma^2}} = A_0\beta, \qquad (1)$$

где F — амплитуда возмущающей силы; c — эквивалентная жесткость системы; ω — частота возмущающей силы; $\omega_0 = k\sqrt{\frac{c}{m}}$ — собственная частота системы; m — приведенная масса системы; γ — коэффициент демпфирования.

При расчете основную трудность составляет определение величин c, m и γ. Практически эти величины могут быть получены для той или иной конкретной конструкции с помощью эксперимента на натурных образцах.

Очевидно, уменьшение вибрации теоретически может быть достигнуто за счет изменения всех параметров в выражении (1). Не останавливаясь здесь на условиях уменьшения возмущающей силы [Л. 1], укажем на то, что наиболее желательным и конструктивно осуществимым является изменение жесткости системы c.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Если статическое смещение $A_0 = \frac{F}{c}$ может быть уменьшено за счет повышения жесткости c до практически необходимого уровня, то в этом случае коэффициент динамического усиления

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \gamma^2}}$$

может привести к нежелательному увеличению вибрации по сравнению со статическим смещением только при работе вблизи резонанса ($\omega = \omega_0$) и при отсутствии достаточного демпфирования.

Амплитуда колебаний в точке резонанса

$$A = \frac{F}{c\gamma}, \qquad (2)$$

и надежная работа в таком режиме также может быть обеспечена при достаточном значении произведения жесткости c на коэффициент демпфирования γ.

Естественное желание уйти от резонанса в рабочем режиме до сих пор приводило к созданию гибких систем крепления лобовых частей обмотки. Для таких систем весьма важной характеристикой является величина отстройки от резонанса.

Как показали измерения, для турбогенераторов средней и большой мощности (200—500 *Мвт*) с гибкой системой закрепления резонанс головок лобовых частей в тангенциальном направлении находится в диапазоне 48÷65 *гц* и в радиальном направлении 67÷75 *гц*.

При такой отстройке от резонанса обеспечивается приемлемый уровень вибрации обмоток, который обычно определяется при установившемся трехфазном коротком замыкании и номинальном токе статора (см. таблицу).

Исследования показали также, что источником вибрации лобовых частей обмотки турбогенераторов является как действие токов, протекающих по обмотке, так и вибрация самого сердечника, обусловленная силами магнитного тяжения между статором и ротором [Л. 2—5].

В режиме холостого хода при номинальном напряжении статора турбогенераторов мощностью

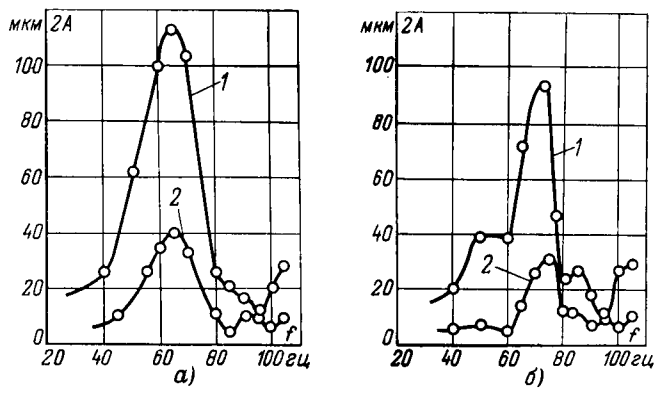


Рис. 1. Частотные характеристики вибраций головок статорной обмотки турбогенератора мощностью 500 *Мвт*.

а — тангенциальные вибрации; *б* — радиальные вибрации. *1* — в режиме холостого хода при $U_c = 0{,}8U_н$; *2* — в режиме установившегося короткого замыкания при $I_c = 0{,}25I_н$.

Место измерения вибрации	Направление вибрации	Размах колебаний (*мкм*) при мощности турбогенератора		
		200 *Мвт*	300 *Мвт*	500 *Мвт*
Стержень в пазу	Радиальное	7—13	2—10	4—12
Стержень на выходе из паза	Радиальное	12—17	7—19	15—20
	Тангенциальное	8—18	7—32	—
Головка	Радиальное	25—93	15—95	19—89
	Тангенциальное	29—67	25—78	18—37

200, 300 и 500 *Мвт* величина вибрации головок лобовых частей в радиальном направлении составила соответственно 17—25, 18—40 и 20—50 *мкм*.

При работе генератора под нагрузкой результирующая вибрация лобовых частей представляет собой сумму слагающих вибраций от тока и от сердечника с учетом их фазовых сдвигов и возможной нелинейности самой системы. Следует также учитывать и тот факт, что вибрация сердечника под нагрузкой оказывается ниже, чем в режиме холостого хода с тем же напряжением. Вследствие этих обстоятельств определяющим фактором вибрации лобовых частей под нагрузкой является величина тока статора.

Поведение лобовой части обмотки с гибким закреплением удобно проследить на турбогенераторе мощностью 500 *Мвт*. Частотные характеристики, снятые при установившемся токе короткого замыкания, равном 0,25 номинального, и холостом ходе при напряжении, равном 0,8 номинального, приведены на рис. 1.

Характерным является совпадение собственных частот колебаний лобовых частей в этих двух режимах, что может явиться подтверждением того, что указанный резонанс лобовых частей соответствует эллиптической форме распределения возмущающих сил вдоль расточки и в том и в другом случае.

На рис. 2,*а, б* и *в* для оценки общей тенденции вибрации лобовых частей обмотки приводятся усредненные значения радиальных вибраций головок в зависимости от тока статора, напряжения и активной мощности турбогенератора 500 *Мвт*.

Стабильность вибрационных характеристик гибких систем при длительном воздействии на обмотку электродинамических усилий изучалась на турбогенераторе 500 *Мвт* в эксплуатационных условиях. Генератор был оборудован системой измерительных датчиков и стационарной аппаратурой для измерения вибраций. Периодический контроль вибраций лобовых частей проводился более полугода. В этот период генератор работал с нагрузкой, близкой к номинальной.

На рис. 3 показан усредненный уровень вибрации головок, из которого следует, что со временем происходит некоторое ослабление элементов крепления и, следовательно, увеличение размаха коле-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

баний лобовых частей обмотки. Характер изменения вибраций свидетельствует также о том, что в первый период эксплуатации происходит более интенсивное возрастание вибрации, которое в дальнейшем стремится к определенному равновесному состоянию, определяемому способностью механической системы крепления обмотки противодействовать электродинамическим нагрузкам.

Гибкая система закрепления технологична, обладает высокими экономическими показателями при изготовлении и ремонте, однако ей присущи определенные недостатки:

лобовые части не обладают достаточной монолитностью, и поэтому при удовлетворительном среднем уровне вибрации колебания отдельных частей обмотки могут быть различны;

демпфирование вибрации осуществляется не только за счет внутренних потерь в материале, но и за счет внешнего и внутреннего трения отдельных элементов обмотки друг о друга, при этом могут наблюдаться местные повреждения изоляции;

в аварийных ситуациях при прохождении резонанса с полным током или полным напряжением вибрации могут достигнуть недопустимых значений.

Таким образом, гибкая система закрепления не может обеспечить требуемого уровня вибраций для турбогенераторов больших мощностей, поэтому неизбежно внедрение конструкции лобовых частей обмотки с жесткой системой крепления.

Принципиально повышение жесткости может быть обеспечено двумя способами. Первый способ заключается в ужесточении внутренних связей между элементами самой обмотки в лобовой части без существенного изменения массы лобовых частей. Такое ужесточение принципиально будет ограничено жесткостью применяемых изоляционных материалов.

Система закрепления с внутренним ужесточением связей представляет собой в идеальном случае конструкцию, в которой изолированные лобовые части обмотки скреплены между собой связями, жесткость и прочность которых по крайней мере не ниже, чем у основной изоляции.

Система с ужесточенными внутренними связями, опирающаяся на обычные элементы внешнего крепления (примерно такие же, как и у «гибкой»

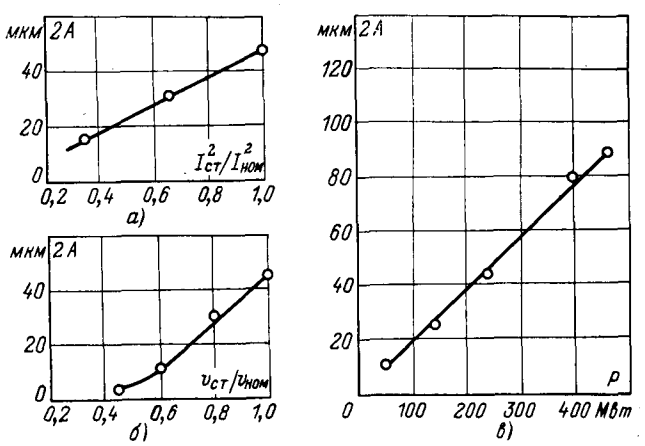


Рис. 2. Зависимость радиальных вибраций головок стержней обмотки статора турбогенератора мощностью 500 *Мвт*.
а — от тока статора: *б* — от напряжения; *в* — от активной мощности.

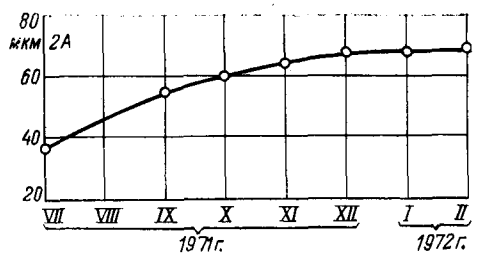


Рис. 3. Изменение вибрации головок стержней обмотки статора турбогенератора мощностью 500 *Мвт* в эксплуатации.

обмотки — бандажные кольца и кронштейны), повышает монолитность всей конструкции и увеличивает жесткость крепления. В то же время такая система обеспечивает демпфирование за счет потерь внутри материалов, исключая трение между элементами обмотки; она может обладать также весьма высокими эксплуатационными показателями. Однако, несмотря на многие достоинства, жесткость рассматриваемой системы может оказаться в ряде случаев недостаточной.

Второй путь ужесточения конструкции состоит в том, что к системе, имеющей или не имеющей внутренних ужесточенных связей, подсоединяется внешняя система крепления, обладающая сама по себе высокой жесткостью, масса которой в общем случае может быть сопоставима с массой лобовых частей обмотки. Если при этом механическая связь между обмоткой и системой крепления может быть обеспечена достаточно надежной, то значения вибрации обмотки могут быть доведены до необходимого уровня.

Проследим эволюцию крепления обмотки турбогенератора мощностью 800 *Мвт*. Необходимо отметить, что для машин такой мощности гибкая система крепления уже не могла обеспечить удовлетворительных характеристик.

Как показали испытания, зарегистрированный при номинальном токе статора 21 400 *а* уровень вибрации лобовых частей оказался довольно высоким. Размах колебаний головок достигал в тангенциальном напряжении 250 *мкм* и более, в радиальном — до 120 *мкм*. Примерно такие же вибрации наблюдались и на эвольвентах лобовых дуг. На рис. 4 приведены усредненные значения вибраций головок в зависимости от тока. Большой разброс в уровне вибраций (линии max и min на рис. 4) между отдельными точками измерения свидетельствовал о весьма неравномерной и недостаточной монолитности всей конструкции, в особенности в тангенциальном направлении.

Испытания показали, что при действии таких больших токов необходимо качественное изменение крепления лобовых

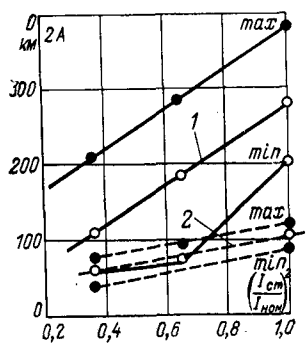


Рис. 4. Вибрации головок статорной обмотки турбогенератора мощностью 800 *Мвт* при гибком креплении.
1 — тангенциальные вибрации; *2* — радиальные вибрации.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

частей. В связи с этим было осуществлено внутреннее ужесточение связей обмотки за счет применения формующихся материалов.

Для уплотняющих прокладок между боковыми поверхностями стержней обмотки и между стержнями и бандажными кольцами были применены пресс-материалы, изготовленные на основе стекла и полиэфирного связующего. Основным достоинством этих материалов является их способность формироваться по месту при небольших давлениях и комнатной температуре. После затвердения прокладки прочно соединяются с сопрягаемыми поверхностями, способствуя созданию монолитной жесткой системы в лобовой части статорной обмотки.

Данные вибрационных исследований подтвердили существенное ужесточение конструкции крепления лобовых частей обмотки. Уровень вибрации на эвольвентах и на головках в тангенциальном направлении снизился в 4—5 раз.

Значительно сузилась зона разброса показаний вибродатчиков. Однако ужесточение конструкции повлекло за собой изменение частотных характеристик головок. Резонансная зона радиальных колебаний сместилась с 75 на 96—98 *гц*; это явилось причиной того, что радиальные вибрации головок остались практически на старом уровне. Таким образом, ужесточение внутренних связей привело к существенному снижению уровня вибрации, но оказалось недостаточным при работе вблизи резонанса.

Установление внешних жестких элементов крепления явилось дальнейшим ужесточением предыдущей конструкции. Вибрационные испытания, проведенные в режимах установившегося короткого замыкания, холостого хода и нагрузки генератора на стенде, зарегистрировали исключительно низкий уровень колебаний. Максимальные вибрации при номинальном токе статора составили 45,5 *мкм* на головках в радиальном направлении. Уровень тангенциальной составляющей вибрации и вибраций в других точках измерения не превышал 20 *мкм*.

Характерно, что и в этом случае, несмотря на сильное ужесточение конструкции, резонанс системы практически сохранился около 97—98 *гц*, как и в предыдущем варианте, что, по-видимому, произошло за счет изменения приведенной массы колеблющейся системы.

Из-за сильного демпфирующего действия материалов и высокой жесткости системы работа вблизи резонанса не имеет каких-либо отрицательных признаков, поскольку величина вибрации, определяющая степень надежности работы, является чрезвычайно низкой.

Следует отметить, что при переходе от гибкой системы к жестким внешним элементам жесткость системы *c* изменялась примерно так: 1,0 : 1,8 : 6,0.

Выводы. 1. Сохранение достаточно низких и стабильных во времени вибраций лобовых частей обмотки мощных турбогенераторов возможно только за счет создания жестких конструкций крепления, обеспечивающих также необходимую степень демпфирования колебаний.

2. Ужесточение крепления за счет внутренних связей формующихся материалов между лобовыми частями позволяет создать монолитные системы с удовлетворительными характеристиками.

3. Для сверхмощных машин необходимо, наряду с ужесточением внутренних связей, применение внешних жестких крепящих элементов, при этом могут быть достигнуты необходимые уровни вибрации лобовых частей.

4. Критерием надежности работы лобовых частей обмотки статора является уровень вибраций и стабильность их во времени. Вопрос о работе вблизи резонанса должен рассматриваться с учетом допустимых при этом уровней вибрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Holley E. H., Willuong D. M.** Системы статорных обмоток с уменьшенными вибрационными силами для больших турбогенераторов.— «IEEE Wurtes Power Meeting», New Jork, January, 1970.

2. **Hawley R., Richardson P.** Вибрация статоров и обмоток мощных турбогенераторов.— «Elecktrical Times», 16, July, 1970, v. 158, № 3, p. 55—58.

3. **Юдов М. Ф.** Вибрация и деформация обмоток статоров синхронных машин. М., «Энергия», 1968.

4. Турбогенераторы. М., «Энергия», 1967. Авт.: Титов В. В., Хуторецкий Г. М., Загородная Г. А. и др.

5. **Фернандес Х. Прадо, Элькинд Ю. М.** Влияние электромагнитного момента и магнитных сил на колебания обмоток статора синхронной машины.— «Электричество», 1965, № 10.

[7.3.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.313.39.016.35

Условия устойчивой работы гистерзисного двигателя при изменении частоты источника питания

Инж. МОРОЗОВ Г. Г.
Серпухов

При работе гистерезисного гидродвигателя или двигателя (ГД) от автономного источника питания (особенно в режиме перевозбуждения) с определенной системой регулирования частоты и напряжения возникает необходимость определения допустимой скорости изменения частоты. Это связано с тем, что при малом запасе по вращающему моменту при достаточном внешнем воздействии (колебание напряжения, изменение частоты источника питания, изменение во времени момента сопротивления) возникают колебания ротора, которые могут выводить ГД из синхронизма или нарушать режим перевозбуждения.

Анализ показывает, что наибольшее влияние на устойчивость работы ГД оказывает нестабильность частоты источника питания.

При решении задачи электромагнитными процессами в ГД пренебрегаем, так как они протека-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ют значительно быстрее, чем электромеханические. Кроме того, в ГД предполагается отсутствие демпферных контуров на роторе, что позволяет исключить влияние роторной системы на колебания ротора.

При наличии таких допущений, а также учитывая, что нарушение режима перевозбуждения или выход из синхронизма наступает в первые периоды колебания ротора, демпфированием пренебрегаем.

Для решения задачи рассмотрим ГД как синхронную машину с магнитным возбуждением. Величиной, характеризующей нагрузку на валу ГД, будем считать, как это принято в теории синхронных машин, угол θ.

Будем считать, что вращающий момент M связан с углом следующей зависимостью:

$$M = M_m \sin\theta, \tag{1}$$

где

$$M_m = \frac{M_в}{\sin\theta_{max}}; \tag{2}$$

$M_в$ — максимальный момент при максимальном угле θ_{max} в синхронном режиме.

С учетом изображающих векторов э. д. с. и напряжения на ГД (рис. 1)

$$\theta = \varphi_c - \varphi_p, \tag{3}$$

где φ_c, φ_p — углы, на которые переместятся векторы $\bar{U}$ и $\bar{E}_0$ при синхронном вращении.

Дифференцируя дважды (3), получаем:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega_c}{dt} - \frac{d\omega_p}{dt}, \tag{4}$$

где $\omega_c = \frac{d\varphi_c}{dt}$, $\omega_p = \frac{d\omega_p}{dt}$ — угловые скорости поля статора и ротора.

Изменение угловой скорости ротора найдем из основного уравнения движения ротора:

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega_p}{dt} = M - M_c, \tag{5}$$

где J — момент инерции ротора; p — число пар полюсов; M_c — момент сопротивления.

Подставляя значение M из (1) в (5) и учитывая (4), получаем дифференциальное уравнение движения ротора:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega_c}{dt} - \frac{p}{J} M_m \sin\theta + \frac{p}{J} M_c. \tag{6}$$

Уравнение (6) нелинейно, поэтому в общем виде неразрешимо, однако для гистерезисных электродвигателей решение (6) с достаточной точностью возможно.

Особенность ГД заключается в том, что изменение угла нагрузки незначительно. Если исходить из физической картины работы ГД [1], то угол нагрузки при нормальном режиме работы, под которым понимается включение и работа ГД при одном напряжении, не может превосходить гистерезисного угла γ, зависящего от материала активной части ротора и индукции в рабочей точке. Для практически применяемых материалов $\sin\gamma_{max} = 0{,}70 \div 0{,}75$, следовательно, $\theta_{max} \leqslant 48°$.

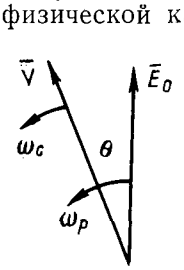


Рис. 1.

[1] Teare B. R. Theory of histeresis-motor torque. — «Transaction of AIEE», 1940, v. 59.

Для реальных ГД, как будет показано ниже, максимальный угол θ_{max} меньше и составляет примерно $18 \div 25°$, при этом разность углов $\beta_m = \theta_{max} - \theta_0$ (θ_0 — начальное значение угла) при увеличении коэффициента сопротивления $k = M_c/M_в$ уменьшается и равна нулю при $k = 1$.

В режиме перевозбуждения при постоянном моменте сопротивления максимальный угол нагрузки увеличивается. При значениях коэффициента перевозбуждения $k_п = U_0/U_п \leqslant 2$ (U_0, $U_п$ — напряжение при пуске и в номинальном режиме) угол θ_{max} доходит до 45°, а разность углов β_m не превышает 25°.

Введем в (6) новую переменную:

$$\theta = \theta_0 + \beta. \tag{7}$$

С учетом (7), а также в предположении $\frac{pM_c}{J} = \frac{pM_m \sin\theta_0}{J} \approx \frac{p}{J} M_m \sin\theta_0 \cos\beta$ дифференциальное уравнение движения ротора примет вид:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{p}{J} M_m \cos\theta_0 \sin\beta = \frac{d\omega_c}{dt}. \tag{8}$$

Уравнение (8) также нелинейно, поэтому для аналитического решения задачи, учитывая малость β, положим $\sin\beta \approx \beta$. Окончательно (8) принимает вид:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{p}{J} M_m \cos\theta_0 \beta = \frac{d\omega_c}{dt}. \tag{9}$$

Решение (9) на ЦВМ показывает, что для практических случаев такая замена допустима; при угле $\theta \leqslant 45°$ ошибка не превосходит 6,5% по сравнению с решением (6).

Уравнение (9) позволяет решить многие практические задачи, например учесть изменения частоты и напряжения сети, колебания момента сопротивления.

Пусть частота источника питания изменяется по закону

$$f_c = f_1 + \Delta f\,(1 - e^{-t/T}), \tag{10}$$

где $\Delta f = f_2 - f_1$.

Скорость изменения частоты

$$\frac{df_c}{dt} = \frac{\Delta f}{T} e^{-t/T} = m_0 e^{-t/T}, \tag{11}$$

где $m_0 = \frac{\Delta f}{T}$ — начальная скорость изменения частоты при $t = 0$; T — постоянная времени изменения частоты.

Подставив в (9) значение

$$\frac{d\omega_c}{dt} = \frac{2\pi}{p}\frac{df_c}{dt} = \frac{2\pi m_0}{p} e^{-t/T}, \tag{12}$$

получаем:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{p}{J} M_m \cos\theta_0 \beta = \frac{2\pi m_0}{p} e^{-t/T}. \tag{13}$$

Общее решение уравнения (13):

$$\beta = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t + C_3 e^{-t/T}, \tag{14}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

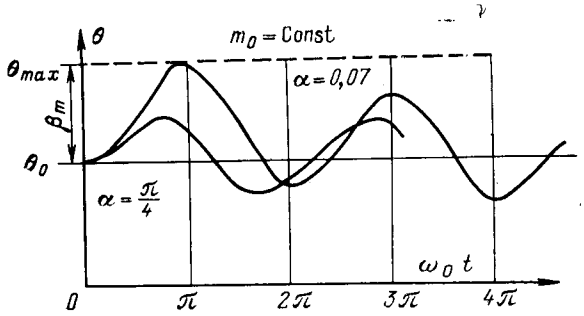


Рис. 2.

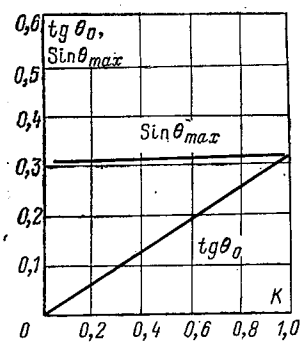


Рис. 3.

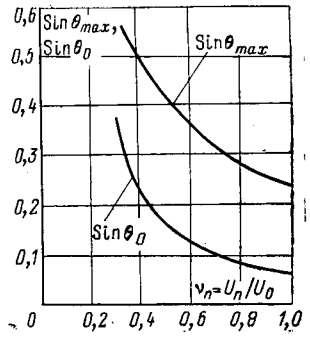


Рис. 4.

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{pM_m \cos\theta_0}{J}}$ — собственная частота колебаний ротора;

$$C_3 = \frac{2\pi m_0}{p\left(\frac{1}{T^2} + \frac{pM_m \cos\theta_0}{J}\right)} = \frac{2\pi m_0}{p\left(\frac{1}{T^2} + \omega_0^2\right)}.$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из следующих начальных условий — при $t=0$ $\beta = 0$, $\frac{d\beta}{dt} = 0$:

$$C_1 = -C_3 = -\frac{2\pi m_0}{p\left(\frac{1}{T^2} + \omega_0^2\right)};$$

$$C_2 = \frac{C_3}{T\omega_0} = \frac{2\pi m_0}{pT\omega_0\left(\frac{1}{T^2} + \omega_0^2\right)}.$$

Общее решение уравнения (13) с учетом (7):

$$\theta = \theta_0 + \frac{2\pi m_0}{p\omega_0^2}\left[\cos^2\alpha e^{-t/T} - \cos\alpha\cos(\omega_0 t + \alpha)\right], \qquad (15)$$

где

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{1}{T\omega_0}.$$

На рис. 2 приведена кривая $\theta = f(\alpha, t)$. Условие, при котором ГД будет работать синхронно, заключается в том, чтобы ротор при колебаниях не достиг предельного угла: $\theta_{max} \geqslant |\theta|$.

В случае увеличения частоты из (15) находится допустимое значение:

$$m_{0доп} \leqslant \frac{p\omega_0^2(\theta_{max} - \theta_0)}{2\pi\left[\cos^2\alpha e^{-t/T} - \cos\alpha\cos(\omega_0 t + \alpha)\right]}. \qquad (16)$$

Выражение (16) удобнее преобразовать с помощью соотношения, справедливого для вышеуказанных ограничений θ_{max}, β:

$$\theta_{max} - \theta_0 \approx \frac{\sin\theta_{max} - \sin\theta_0}{\cos\theta_0}, \qquad (17)$$

тогда, заменив $\omega_0^2 = \frac{pM_m \cos\theta_0}{J}$ и приняв во внимание, что $M_m \sin\theta_{max} = M_в$, $M_m \sin\theta_0 = M_c$, получаем:

$$m_{0доп} \leqslant \frac{p^2 M_в (1 - k)}{2\pi J\left[\cos^2\alpha e^{-t/T} - \cos\alpha\cos(\omega_0 t + \alpha)\right]}. \qquad (18)$$

В случае уменьшения частоты допустимое значение скорости ее изменения

$$m_{0доп} \leqslant \frac{p^2 M_m \cos\theta_0 (\theta_{max} + \theta_0)}{2\pi J\left[\cos^2\alpha e^{-t/T} - \cos\alpha\cos(\omega_0 t + \alpha)\right]}. \qquad (19)$$

С небольшой погрешностью (19) можно также представить в виде:

$$m_{0доп} \leqslant \frac{p^2 M_в (1 + k)}{2\pi J\left[\cos^2\alpha e^{-t/T} - \cos\alpha\cos(\omega_0 t + \alpha)\right]}. \qquad (20)$$

Наибольшую опасность представляет увеличение частоты, так как в этом случае $m_{0доп}$ будет меньше.

Из выражения для $m_{0доп}$ видно, что допустимое значение скорости изменения частоты зависит как от конструкции ГД (числа пар полюсов, момента инерции, момента сопротивления на валу, вращающего момента), так и от параметров самого источника питания (постоянная изменения частоты).

Найдем наибольшее допустимое значение m_0, при котором амплитуда колебаний угла θ станет равной θ_{max}.

Из (15) следует, что выражение в скобках должно быть наибольшим, для чего надо решить уравнение:

$$\frac{\partial F(\alpha, t)}{\partial t} = 0, \qquad (21)$$

где

$$F(\alpha, t) = \cos^2\alpha e^{-t/T} - \cos\alpha\cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Из (21) находится значение t, при котором имеет место наибольшее допустимое значение m_0 для заданных условий.

При $0 \leqslant \alpha < \frac{\pi}{2}$ значение $t = \frac{\pi - \alpha - \varphi}{\omega_0}$,

где

$$\varphi \approx \frac{e^{-(\pi-\alpha)\operatorname{tg}\alpha}}{1 - \sin\alpha\operatorname{tg}\alpha e^{-(\pi-\alpha)\operatorname{tg}\alpha}}.$$

Максимальные значения $F(\alpha, t)$ при разных α:

α	0	0,10	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	π/2
$F(\alpha, t)$	2,00	1,74	1,44	1,07	0,80	0,55	0,30	0

Таким образом, выражением (18) задается условие устойчивой работы ГД при изменении частоты источника питания. Частным случаем является работа ГД от статического преобразователя.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Из (18) получим при $T \to 0$ наибольшее допустимое значение изменения частоты

$$\Delta f \leqslant \frac{p\omega_0 (1-k) \sin \theta_{max}}{2\pi}. \quad (22)$$

При изменении частоты по линейному закону $f_c = f_1 + mt$ скорость изменения частоты источника питания

$$m_{доп} \leqslant \frac{p^2 M_в (1-k)}{4\pi J}. \quad (23)$$

Для оценки допущений, принятых в начале статьи, были проведены измерения на ряде гистерезисных электродвигателей с различными моментами инерции роторов от 0,08 до 1,6 *гс·см·сек²* (80÷1 600 *г·см²*).

Выражения для собственной частоты ГД можно преобразовать к виду:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{pM_m \cos \theta_0}{J}} = \sqrt{\frac{pM_c}{J \operatorname{tg} \theta_0}}, \quad (24)$$

где

$$M_m = \frac{M_c}{\sin \theta_0}.$$

Из (24)

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{pM_c}{J\omega_0^2}. \quad (25)$$

Кроме того, принимая во внимание, что $M_в = M_m \sin \theta_{max}$, получаем выражение:

$$\sin \theta_{max} = \frac{M_в}{M_m} = \frac{M_в \sin \theta_0}{M_c} = \frac{\sin \theta_0}{k}. \quad (26)$$

При исследовании измерялись ω_0, M_c, $M_в$, когда работа ГД протекала как в нормальном режиме, так и в режиме перевозбуждения.

На рис. 3 и 4 приведены зависимости $\sin \theta_{max}$ и $\operatorname{tg} \theta_0$ в функции коэффициента сопротивления k, а также зависимости $\sin \theta_{max}$ и $\sin \theta_0$ в функции коэффициента перевозбуждения для одного из ГД ($U_0 = 70$ *в*, $U_п = 40$ *в*, $f = 400$ *гц*, $J = 1{,}68$ *гс·см·сек²*).

Пример. Рассчитать наибольшее возможное изменение частоты электромашинного преобразователя для питания гистерезисного двигателя, работающего в режиме перевозбуждения. Параметры ГД: $M_в = 15$ *гс·см*; $M_c = 3$ *гс·см*; $p = 1$; $J = 0{,}08$ *гс·см·сек²*; $\sin \theta_{max} = 0{,}7$; $\cos \theta_0 = 0{,}86$. Параметры преобразователя: $T = 0{,}88$ *сек*.

Собственная частота ротора

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{pM_в \cos \theta_0}{J \sin \theta_{max}}} = 15{,}2 \text{ гц}.$$

Учитывая, что $\operatorname{tg} \alpha = 1/T\omega_0 = 0{,}075$, по (18) находим:

$$m_{одоп} \leqslant \frac{p^2 M_в (1-k)}{2\pi J F(\alpha, t)} = 13{,}2 \text{ гц/сек},$$

где значение $F(\alpha, t)$ при $\alpha = 0{,}075$ взято из таблицы;

$$\Delta f \leqslant m_{одоп} = 13{,}2 \cdot 0{,}88 = 11{,}6 \text{ гц}.$$

Опытной проверкой установлено, что при $\Delta f = 11$ *гц* режим перевозбуждения полностью нарушается.

Допустимое изменение частоты статического преобразователя в данном случае по (22)

$$\Delta f \leqslant \frac{p\omega_0 (1-k) \sin \theta_{max}}{2\pi} = 1{,}46 \text{ гц}.$$

В случае малого запаса по вращающему моменту электромашинный преобразователь не может обеспечить работу ГД в режиме перевозбуждения. Если $k = 0{,}92$, то по (18) $\Delta f \leqslant 1{,}32$ *гц*, а статический преобразователь должен обеспечить стабильность частоты по (22) не хуже $\Delta f \leqslant 0{,}146$ *гц*.

[29.6.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.372.001.24

Приближенный метод анализа некоторых нелинейных систем при наличии случайного сигнала

Канд. техн. наук **ГОРОДЕЦКИЙ А. Я.**

Ленинград

Точные методы анализа нелинейных систем, находящихся под воздействием случайных сигналов, вызывают значительные трудности. Поэтому при исследовании динамики нелинейных систем широкое распространение получили приближенные методы анализа.

Особый интерес в задачах статистической динамики представляют вопросы точности и качества работы нелинейных систем, в частности расчет статистических характеристик отдельных переменных системы. В статье рассматривается один из приближенных методов анализа точности нелинейной системы определенного вида. Конечным результатом предлагаемого метода анализа является получение дисперсии и среднеквадратической ошибки выходного сигнала в функции от времени.

Структура рассматриваемой нелинейной системы представлена на рис. 1. Принимаем для первого и второго линейных звеньев передаточные функции и переходные импульсные функции равными соответственно $W_1(p)$ и $g_1(t)$, $W_2(p)$ и $g_2(t)$.

Передаточные функции представляют собой правильные рациональные дроби, имеющие в общем случае не только простые, но и кратные полюса. Безынерционный нелинейный элемент (НЭ) описывается дифференцируемой функцией, которая может быть разложена в окрестности точки y_0 в ряд Тейлора:

$$z = \varphi(y) = \varphi(y_0) + (y - y_0)\varphi'(y_0) + R_0, \quad (1)$$

где R_0 — остаточный член ряда.

В дальнейшем НЭ будет представлен первыми двумя членами разложения (1):

$$z_A = \varphi_A y = \varphi(y_0) + (y - y_0)\varphi'(y_0)$$

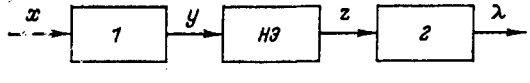


Рис. 1. Структура нелинейной системы.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

или в значениях математических ожиданий входного и выходного сигналов НЭ[1]

$$z_A = \varphi(m_y) + (y - m_y)\varphi'(m_y) = m_z + (y - m_y)r, \qquad (2)$$

где

$$r = \varphi'(m_y) = \lim_{\Delta m_y \to 0} \frac{\Delta m_z}{\Delta m_y}.$$

Величина погрешности, вносимой от пренебрежения в разложении (1) членами второго и более высоких порядков, зависит в общем случае от характера случайного сигнала на входе НЭ и вида нелинейной функции НЭ. Если потребовать сохранения функциональной зависимости НЭ как для неслучайного сигнала, так и для математического ожидания случайного сигнала, то условие (2) должно выполняться. (Предполагается, что настройка НЭ производится на неслучайном сигнале). Действительно, пренебрегаемые члены разложения учитывают искажение и детектирование центрированной случайной составляющей сигнала. В связи с этим на выходе НЭ появляется дополнительная зависящая от режима работы постоянная составляющая. Последнее означает нарушение по математическим ожиданиям функциональной зависимости НЭ. Выполнить условие (2) можно, например, ограничив сверху величину случайной флюктуации входного сигнала.

Будем также считать, что на всех этапах преобразования распределение случайного сигнала остается нормальным. Это позволяет воспользоваться результатами корреляционного анализа.

Перейдем непосредственно к определению корреляционной функции и дисперсии выходного сигнала структуры рис. 1.

Используя теорему свертывания, можно получить общее выражение для выходного сигнала при наличии на входе воздействия произвольной формы и нулевых начальных условий:

$$\lambda(t) = \int_0^t g_2(t-\tau)\varphi[y(\tau)]\,d\tau \approx \int_0^t g_2(t-\tau) z_A(\tau)\,d\tau, \qquad (3)$$

[1] Условие (2) выражает линейную зависимость между z и y для стационарных процессов. В случае нестационарных процессов эта зависимость становится нелинейной, так как $m_z(t)$ и $r(t)$ нелинейно зависят от уровня входного сигнала $m_y(t)$.

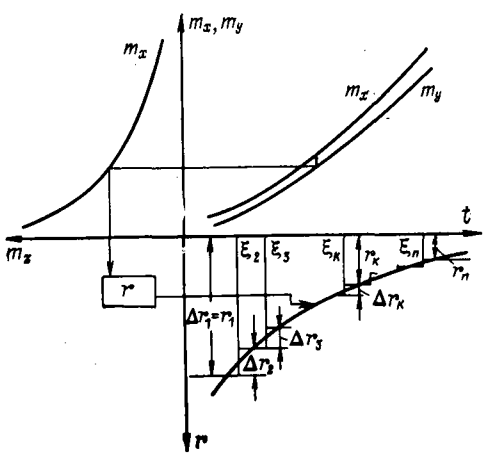


Рис. 2. Графическое определение функции $r_A(t)$.

где

$$y(\tau) = \int_0^\tau g_1(\tau - \theta)\,x(\theta)\,d\theta.$$

Подставив (2) в (3), получим:

$$\lambda(t) = \int_0^t g_2(t-\tau)\,[m_z(\tau) + \{y(\tau) - m_y(\tau)\}\,r(\tau)]\,d\tau.$$

Математическое ожидание выходного сигнала

$$M\{\lambda(t)\} = m_\lambda(t) = \int_0^t g_2(t-\tau)\,m_z(\tau)\,d\tau.$$

Полученные выражения позволяют определить корреляционную функцию выходного сигнала:

$$K_\lambda(t, t_1) = M\{[\lambda(t) - m_\lambda(t)]\,[\lambda(t_1) - m_\lambda(t_1)]\} =$$

$$= \int_0^t \int_0^{t_1} g_2(t-\tau)\,g_2(t_1-\tau_1)\,r(\tau)\,r(\tau_1)\,M\{[y(\tau) -$$

$$- m_y(\tau)]\,[y(\tau_1) - m_y(\tau_1)]\}\,d\tau d\tau_1 = \int_0^t \int_0^{t_1} g_2(t-\tau) g_2(t_1-\tau_1) \times$$

$$\times r(\tau)\,r(\tau_1)\,d\tau d\tau_1 \int_0^\tau \int_0^{\tau_1} g_1(\tau-\theta)\,g_1(\tau_1-\theta_1)\,K_x(\theta, \theta_1)\,d\theta d\theta_1. \qquad (4)$$

Здесь $K_x(\theta, \theta_1)$ — корреляционная функция входного сигнала:

$$K_x(\theta, \theta_1) = M\{[x(\theta) - m_x(\theta)][x(\theta_1) - m_x(\theta_1)]\}.$$

Остановимся подробней на графическом и аналитическом представлении функции $r(t)$. На рис. 2 приводятся этапы определения $r(t)$. Изменения значений $m_x(t)$ и $m_y(t)$ представлены в первом квадранте. Функциональная зависимость НЭ задана графически во втором квадранте. Определение $r(t)$, как следует из рисунка, просто и не требует пояснений. Осуществим аппроксимацию $r(t)$ следующим образом. Заменим гладкую функцию ступенчатой, изменяющей свою величину на Δr_k в фиксированные моменты времени $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k, \ldots, \xi_n$. Таким образом, при ступенчатой аппроксимации гладкая функция $r(t)$ заменяется на функцию

$$r_A(t) = \sum_{k=1}^{n} \Delta r_k \cdot 1(t - \xi_k), \qquad (5)$$

где

$$1(t-\xi_k) = \begin{cases} 1 \text{ при } t > \xi_k; \\ 0 \text{ при } t \leqslant \xi_k. \end{cases}$$

После подстановки (5) в (4) корреляционная функция выходного сигнала принимает вид:

$$K_\lambda(t, t_1) =$$

$$= \int_0^t \int_0^{t_1} g_2(t-\tau)\,g_2(t_1-\tau_1) \left\{ \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \Delta r_k \cdot 1(\tau - \xi_k)\,\Delta r_l \cdot 1(\tau - \right.$$

$$\left. - \xi_l) \right\} d\tau d\tau_1 \int_0^\tau \int_0^{\tau_1} g_1(\tau-\theta)\,g_1(\tau_1-\theta_1)\,K(\theta, \theta_1)\,d\theta d\theta_1. \qquad (6)$$

Из (6) можно определить дисперсию

$$D_\lambda(t) = \sigma_\lambda^2(t) = K_\lambda(t, t).$$

Процесс вычисления корреляционной функции существенно упрощается при использовании двухмер-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ного преобразования Лапласа. Если рассматриваемая функция отвечает определенным требованиям[2], на которых здесь останавливаться не будем, то ее двухмерное изображение [Л. 1] определяется выражением

$$L\{f(t,\ t_1)\} = \int_0^\infty \int_0^\infty f(t,\ t_1)\, e^{-(pt+p_1t_1)}\, dtdt_1. \qquad (7)$$

Используя (6) и (7), получим изображение корреляционной функции выходного сигнала:

$$L\{K_\lambda(t,\ t_1)\} = \int_0^\infty dt \int_0^t g_2(t-\tau)\, e^{-pt} d\tau \int_0^\infty dt_1 \int_0^{t_1} g_2(t_1 - \tau_1)\, e^{-p_1t_1} d\tau_1 \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \Delta r_k \cdot 1(\tau - \xi_k)\, \Delta r_l \cdot 1(\tau_1 - \xi_l) \times$$

$$\times \int_0^\tau \int_0^{\tau_1} g_1(\tau - \theta)\, g_1(\tau_1 - \theta_1)\, K(\theta,\ \theta_1)\, d\theta d\theta_1. \qquad (8)$$

Рассмотрим первый двукратный интеграл выражения (8), являющийся изображением функции $\int_0^t g_2(t-\tau)\, d\tau$. Его область интегрирования представляет заштрихованный треугольник (вертикальная штриховка), ограниченный сверху биссектрисой координатного угла (рис. 3). Для той же области можно записать другие пределы интегрирования (горизонтальная штриховка):

$$\tau \leqslant t < \infty,\quad 0 \leqslant \tau < \infty.$$

Изменив порядок интегрирования, имеем:

$$\int_0^\infty dt \int_0^t g_2(t-\tau)\, e^{-pt} d\tau = \int_0^\infty d\tau \int_\tau^\infty g_2(t-\tau)\, e^{-pt} dt.$$

Вводя новую переменную $u = t - \tau$, получаем:

$$\int_0^\infty e^{-p\tau} d\tau \int_0^\infty g_2(u)\, e^{-pu} du. \qquad (9)$$

Внутренний интеграл (9) представляет одномерное изображение импульсной переходной функции $g_2(u)$, т. е. $W_2(p)$; поэтому выражение (9) принимает вид:

$$W_2(p) \int_0^\infty e^{-p\tau} d\tau.$$

После аналогичного преобразования над вторым двукратным интегралом получим:

$$W_2(p_1) \int_0^\infty e^{-p_1\tau_1} d\tau_1.$$

Выражение (8) после подстановки полученных результатов примет вид:

$$L\{K_\lambda(t,\ t_1)\} = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \Delta r_k \Delta r_l W_2(p)\, W_2(p_1) \int_0^\infty e^{-p\tau} \left\{ 1(\tau - \xi_k) \int_0^\tau g_1(\tau - \theta)\, d\theta \right\} d\tau \int_0^\infty e^{-p_1\tau_1} \left\{ 1(\tau_1 - \xi_l) \times \right.$$

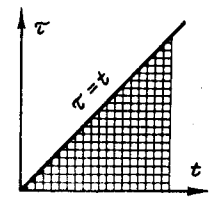


Рис. 3. Область интегрирования двукратного интеграла.

$$\left. \times \int_0^{\tau_1} g_1(\tau_1 - \theta_1)\, K_x(\theta,\ \theta_1)\, d\theta_1 \right\} d\tau_1. \qquad (10)$$

Первые два интеграла представляют собой изображение произведений функций $1(\tau - \xi_k)$ и $\int_0^\tau g_1(\tau - \theta)\, d\theta$. По теореме о комплексном свертывании указанное изображение равняется:

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} W_{10}(q)\, W_{20}(p-q)\, dq,$$

где

$$W_{10}(q) = W_1(q) \int_0^\infty e^{-q\theta} d\theta \doteqdot \int_0^\tau q_1(\tau - \theta)\, d\theta;$$

$$W_{20}(p-q) = \frac{e^{-(p-q)\xi_k}}{p-q} \doteqdot 1(\tau - \xi_k).$$

Осуществим аналогичное преобразование для оригиналов, зависящих от τ_1 и θ_1. Подставив полученные результаты в (10), получим:

$$L\{K_\lambda(t,\ t_1)\} = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \Delta r_k \Delta r_l W_2(p)\, W_2(p_1) \times$$

$$\times \frac{1}{(2\pi j)^2} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \int_{a_1-j\infty}^{a_1+j\infty} W_1(q)\, W_1(q_1)\, \frac{e^{-(p-q)\xi_k} e^{-(p_1-q_1)\xi_l}}{(p-q)(p_1-q_1)} \times$$

$$\times dqdq_1 \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(q\theta+q_1\theta_1)}\, K_x(\theta,\ \theta_1)\, d\theta d\theta_1. \qquad (11)$$

Введем обозначения:

$$L\{K_x(\theta,\ \theta_1)\} = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(q\theta+q_1\theta_1)}\, K_x(\theta,\ \theta_1)\, d\theta d\theta_1;$$

$$\xi_i = \max[\xi_l,\ \xi_k].$$

Произведем обратное преобразование выражения (11). Одновременно изменим порядок интегрирования. В результате выражение для корреляционной функции примет вид:

$$K_\lambda(t,\ t_1) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \Delta r_k \Delta r_l \frac{1}{(2\pi j)^2} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \int_{a_1-j\infty}^{a_1+j\infty} W_1(q)\, W_1(q_1)\, L \times$$

$$\times \{K_x(\theta,\ \theta_1)\}\, dqdq_1 \frac{1}{(2\pi j)^2} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \int_{c_1-j\infty}^{c_1+j\infty} W_2(p) \times$$

$$\times W_2(p_1)\, \frac{e^{-\xi_i(p-q)} e^{-\xi_i(p_1-q_1)}}{(p-q)(p_1-q_1)}\, e^{pt+p_1t_1} dpdp_1.$$

Используя теорему Коши о вычетах [Л. 2], получаем окончательное выражение для корреляцион-

[2] Для большинства задач прикладного характера эти требования выполняются.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ной функции выходного сигнала структуры рис. 1:

$$K_\lambda(t,\ t_1)=[r_i]^2\left\{\sum_\alpha\sum_\gamma \operatorname*{Res}_{q=q_\alpha}\operatorname*{Res}_{q_1=q_{1\gamma}} W_1(q)W_1(q_1)L\times\right.$$

$$\times\{K_x(\theta,\ \theta_1)\}\sum_\beta\sum_\eta \operatorname*{Res}_{p=p_\beta}\operatorname*{Res}_{p_1=p_{1\eta}} e^{pt+p_1t_1}W_2(p)W_2(p_1)\times$$

$$\left.\times\frac{e^{-\xi_i(p-q)}\,e^{-\xi_i(p_1-q_1)}}{(p-q)\,(p_1-q_1)}\right\}_{i=1,\,2,\,\ldots,\,n}, \qquad (12)$$

где i — номер участка, на котором рассматривается процесс, соответствующий времени t; n — число участков аппроксимации функции $r(t)$.

В (12) осуществлен переход от ступенчатой к прямоугольной аппроксимации функции $r(t)$. Последнее было вызвано тем, что прямоугольной аппроксимации соответствует меньший объем вычислительной работы. Действительно, для i-го участка имеем:

$$\sum_{k=1}^{i}\sum_{l=1}^{i}\Delta r_k\Delta r_l=[\Delta r_1^2+\Delta r_2^2+\ldots+\Delta r_i^2+2\Delta r_1\Delta r_2+\ldots+$$

$$+2\Delta r_1\Delta r_i+\ldots+2\Delta r_{i-1}\Delta r_i]=$$

$$=[\Delta r_1+\Delta r_2+\ldots+\Delta r_i]^2=[r_i]^2.$$

Остановимся на достоинствах предлагаемого метода статистического анализа нелинейных систем.

1. Выражение (12) представляет собой произведение ступенчатой функции $[r_i]^2$ на непрерывную одинаково описываемую во всех интервалах функцию. Таким образом, указанная непрерывная функция один раз определяется для всех временных интервалов.

2. Существенно уменьшается трудоемкость расчета в результате использования преобразования Лапласа. Операция интегрирования заменяется умножением (делением) функции на комплексный аргумент. Затем, используя таблицы или соответствующие правила, переходят в пространство оригиналов.

Рассмотрим пример. Пусть на вход системы, обладающей структурой рис. 1, поступает белый шум с корреляционной функцией

$K(t,\ t_1)=S\delta(t-t_1)$,

где S — спектральная плотность белого шума. Передаточные функции звеньев соответственно равны:

$$\left.\begin{aligned} W_1(p)&=\frac{1}{1+pT_1}=\frac{\alpha_1}{\alpha_1+p};\\ W_2(p)&=\frac{p}{1+pT_2}=\frac{p\alpha_2}{\alpha_2+p},\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

где $\alpha_1\neq\alpha_2$.

Нелинейный элемент представлен кусочно-постоянной функцией r_i, где $i=1,\ 2,\ \ldots,\ n$; n — число участков аппроксимации нелинейной функции. Требуется определить дисперсию выходного сигнала.

Предварительно определим изображение корреляционной функции входного сигнала:

$$L\{K_x(t,\ t_1)\}=\int_0^\infty\int_0^\infty K_x(t,\ t_1)\,e^{-(qt+q_1t_1)}dtdt_1=$$

$$=S\int_0^\infty e^{-(q+q_1)t}dt=\frac{S}{q+q_1}. \qquad (14)$$

Общее выражение для корреляционной функции выходного сигнала (12) с учетом (13) и (14) примет вид:

$$K_\lambda(t,\ t_1)=\alpha_1^2\alpha_2^2S[r_i]^2\left\{\sum_\alpha\sum_\gamma \operatorname*{Res}_{q_\alpha}\operatorname*{Res}_{q_\gamma}\times\right.$$

$$\times\frac{e^{\xi_i(q+q_1)}}{(\alpha_1+q)\,(\alpha_1+q_1)\,(q+q_1)}\sum_1^2\sum_1^2 \operatorname*{Res}_{\substack{p_1=-\alpha_2\\ p_1=q_1}}\operatorname*{Res}_{\substack{p=-\alpha_2\\ p=q}}\times$$

$$\left.\times\frac{pp_1e^{p(t-\xi_i)+p_1(t_1-\xi_i)}}{(\alpha_2+p)\,(\alpha_2+p_1)\,(p-q)\,(p_1-q_1)}\right\}_{i=1,\,2,\,\ldots,\,n}. \qquad (15)$$

Расчет по (15) начнем с определения суммы вычетов в полюсах $p=-\alpha_2$, $p=q$ и $p_1=-\alpha_2$, $p_1=q_1$. Получим

$$K_\lambda(t,\ t_1)=\alpha_1^2\alpha_2^2S[r_i]^2\left\{\sum\sum \operatorname*{Res}_{\substack{q=-\alpha_1\\ q=-\alpha_2\\ (q_1=-\alpha_1\\ q_1=-\alpha_2)}}\operatorname*{Res}_{\substack{q=-q\\ (q_1=-q)}}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\begin{array}{c}\alpha_2^2Ae^{\xi_i(q+q_1)}\cdot 1(t-\xi_i)\cdot 1(t_1-\xi_i)+\\ +\alpha_2q_1Be^{q\xi_i+q_1t_1}\cdot 1(t-\xi_i)+\alpha_2qCe^{q_1\xi_i+qt}\times\\ \times 1(t_1-\xi_i)+qq_1e^{qt+q_1t_1}\end{array}}{(q+\alpha_1)\,(q_1+\alpha_1)\,(q+\alpha_2)\,(q_1+\alpha_2)\,(q+q_1)}\right\}_{i=1,\,2,\,\ldots,\,n}, \qquad (16)$$

где $A=e^{-\alpha_2[(t-\xi_i)+(t_1-\xi_i)]}$; $B=e^{-\alpha_2(t-\xi_i)}$; $C=e^{-\alpha_2(t_1-\xi_i)}$.

При определении вычетов выражения (16) будем исходить из следующего.

1. Рассматривается установившийся режим (переходные процессы, связанные с включением системы, затухают). Поэтому вычеты первой суммы берутся в полюсах $q_1=q(t>t_1)$ и $q=-q_1(t_1>t)$.

2. Вычеты второй суммы берутся в полюсах, расположенных в левой полуплоскости $\operatorname{Re}q<a(\operatorname{Re}q_1<a_1)$, т. е. в полюсах $q=-\alpha_1$, $q=-\alpha_2(t>t_1)$ и $q_1=-\alpha_1$, $q_1=-\alpha_2(t_1>t)$.

С учетом замечаний корреляционная функция и дисперсия выходного сигнала соответственно примут вид:

$$K_\lambda(t,\ t_1)=S[r_i]^2_{i=1,\,2,\,\ldots,\,n}\left\{\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{2(\alpha_1^2-\alpha_2^2)}[\alpha_1e^{-\alpha_1|t-t_1|}-\right.$$

$$-\alpha_2e^{-\alpha_2|t-t_1|}]+\sum_{i=2}^{n}1(t-\xi_i)\cdot 1(t_1-\xi_i)\left[\frac{\alpha_1\alpha_2^3}{2(\alpha_2-\alpha_1)}\times\right.$$

$$\times e^{-\alpha_2[(t-\xi_i)+(t_1-\xi_i)]}+\frac{\alpha_1^2\alpha_2^3}{2(\alpha_1^2-\alpha_2^2)}\times$$

$$\left.\left.\times(e^{-\alpha_2(t-\xi_i)-\alpha_1(t_1-\xi_i)}+e^{-\alpha_2(t_1-\xi_i)-\alpha_1(t-\xi_i)})\right]\right\},$$

$$D_\lambda(t)=\sigma_\lambda^2(t)=K_\lambda(t,t)=S[r_i]^2_{i=1,\,2,\,\ldots,\,n}\left\{\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{2(\alpha_1+\alpha_2)}+\right.$$

$$\left.+\sum_{i=2}^{n}1(t-\xi_i)\left[\frac{\alpha_1\alpha_2^3}{2(\alpha_2-\alpha_1)}e^{-2\alpha_2(t-\xi_i)}+\right.\right.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$+\frac{\alpha_1^2\alpha_2^3}{\alpha_1^2-\alpha_2^2}e^{-(\alpha_1+\alpha_2)(t-\xi_i)}\Big]\Big\}. \qquad (17)$$

Если постоянные времени $T_1=1/\alpha_1$ и $T_2=1/\alpha_2$ выбраны такими, что на интервале выполняются условия:

$$2\alpha_2(t-\xi_i)\gg 1,\ (\alpha_1+\alpha_2)(t-\xi_i)\gg 1,$$

то выражение (17) существенно упрощается:

$$\sigma_\lambda^2(t)=S[r_i]^2\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{2(\alpha_1+\alpha_2)}=\frac{S[r_i]^2}{2T_1T_2(T_1+T_2)}.$$

Последнее выражение дает наименьшую погрешность в средних точках интервалов, если переходный процесс, связанный с скачкообразным изменением функции r_A, практически затухает к середине интервала, а функция $r(t)$ проходит через середины участков аппроксимирующей функции r_A.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Скляревич А. Н.** Операторные методы в статистической динамике автоматических систем. М., «Наука», 1965. 459 с.
2. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.—Л., Гостехиздат, 1951. 606 с.

[10.5.1973]

✧ ✧ ✧

УДК 621.365.5.078

Исследование динамики систем автоматического регулирования дуговых электропечей

Канд. техн. наук САПКО А. И.

Запорожье

Неразрывность динамических явлений в системах автоматического регулирования (САР) требует, чтобы строгая постановка задачи о переходном процессе строилась на представлении о единой системе, состоящей из схемы управления, исполнительного механизма и объекта регулирования.

В статье на примере системы автоматического регулирования дуговой сталеплавильной печи (САР ДСП) рассмотрен обобщенный метод аналитического исследования динамики процесса регулирования с учетом упругих связей и нелинейностей, позволяющий осуществить также предельные переходы к более простым системам, например с упругими связями без учета нелинейностей или к абсолютно жесткой системе с учетом нелинейностей и др.

На рис. 1 показана принципиальная схема САР одной фазы ДСП. С трансформатора тока *ТТ* напряжение, пропорциональное току печи, выпрямляется мостом *ВТ* и поступает на потенциометр $R_т$. С трансформатора *ТН* напряжение, пропорциональное напряжению фазы печи, выпрямляется мостом *ВН* и поступает на потенциометр $R_н$. Сигналы по току и напряжению алгебраически складываются на потенциометрах $R_н$ и $R_т$ и поступают на вход усилителя *У*, нагрузкой которого служит якорь *Я* двигателя постоянного тока независимого возбуждения. Двигатель через редуктор *Р* приводит в движение электродную стойку, в электродержателе которой закреплен электрод *Э*. Перемещение электрода приводит к изменению длины дуги $L_д$ и, как следствие, к изменению тока фазы печи. Таким образом, получается замкнутая система регулирования.

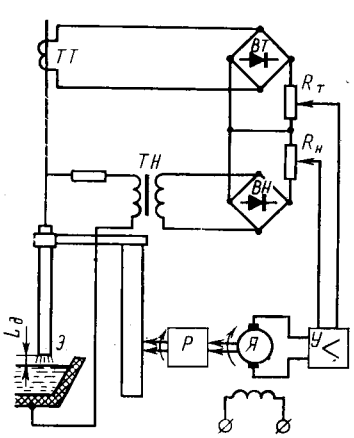


Рис. 1. Принципиальная схема системы автоматического регулирования одной фазы дуговой электропечи.

При анализе сделаем ряд допущений, позволяющих исследовать в первом приближении влияние упругих звеньев и нелинейностей типа зазора и зоны нечувствительности, сосредоточенных в исполнительном механизме САР ДСП. Допущения: схема управления безынерционна; нагрузка во всех фазах равномерна; напряжение, подводимое к печному трансформатору, неизменно; переходные процессы цепей дуг не учитываются, так как постоянная времени контура дуговой печи мала; сумма анодного и катодного падений напряжения дуги a, а также градиент столба дуги $\beta_д$ постоянны; поведение системы рассматривается в самый тяжелый для регулятора момент работы — период расплавления шихты.

С учетом сделанных допущений, а также данных, приведенных в [Л. 1 и 2], составим уравнения, описывающие движение отдельных звеньев САР ДСП.

Уравнение объекта регулирования:

$$\Delta I=-K_т\Delta L_д,\ а, \qquad (1)$$

где $K_т$ — коэффициент усиления объекта регулирования по току, *а/мм*; $\Delta L_д$ — приращение длины дуги, *мм*.

Уравнение регулятора:

$$U_я=K_р\Delta I,\ в, \qquad (2)$$

где $K_р$ — коэффициент усиления регулятора по току фазы, *в/а*; $U_я$ — напряжение на якоре двигателя, *в*.

Расчетную схему исполнительного механизма представим в виде электромеханической системы, состоящей из двух масс с моментами инерции J_1 и J_2, соединенных упругой связью с приведенной жесткостью c (рис. 2).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

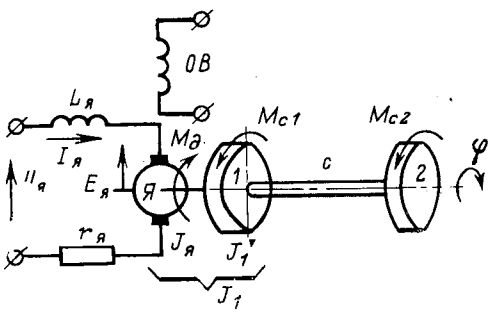


Рис. 2. Расчетная схема исполнительного механизма, приведенная к электромеханической системе с двумя массами, соединенными упругой связью.

Уравнение двигателя:

$$\left.\begin{aligned} L_я \frac{di_я}{dt} + r_я i_я + K_e\omega_1 = U_я; \\ J\frac{d\omega_1}{dt} = K_м i_я - M \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

или, обозначив

$$T_я = \frac{L_я}{r_я};\ \gamma_н = \frac{r_я}{K_e K_м};\ U_я = K_e\omega_0,$$

получим:

$$\left.\begin{aligned} T_я\dot{M}_д + M_д + \frac{1}{\gamma_н}\omega_1 = \frac{1}{\gamma_н}\tilde{\omega}_0; \\ J_я\dot{\omega}_1 = M_д - M, \end{aligned}\right\} \quad (3')$$

где $T_я$ — электромагнитная постоянная якорной цепи, *сек*; $\gamma_н$ — угол наклона механической характеристики двигателя, *рад*; ω_1, ω_0 — угловая скорость двигателя и угловая скорость идеального холостого хода двигателя, 1/*сек*; $L_я$, $r_я$ — коэффициент самоиндукции и сопротивление главной цепи двигателя; $K_м$, K_e — коэффициенты пропорциональности между силой тока якоря и моментом двигателя и между скоростью вращения якоря двигателя и э. д. с. якоря двигателя; M — реактивный момент, характеризующий действие на якорь двигателя связанной с ним механической системы привода.

Реактивный момент M определяется соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} M = J'_1\dot{\omega}_1 + M_{с1} + M_{уп}; \\ J_2\dot{\omega}_2 = M_{уп} - M_{с2}; \\ M_{уп} = c(\varphi_1 - \varphi_2), \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

где $M_{с1}$, $M_{с2}$ — моменты сил сопротивления, приложенные к инерционным массам *1* и *2* соответственно, *кгс·м*; $M_{уп}$ — момент сил упругости в связи, *кгс·м*; φ_1, φ_2 и ω_1, ω_2 — углы поворота (*рад*) и угловые скорости (1/*сек*) инерционных масс *1* и *2* соответственно.

Подставляя (3') в (4), получаем:

$$\left.\begin{aligned} T_я\dot{M}_д + M_д + \frac{1}{\gamma_н}\omega_1 = \frac{1}{\gamma_н}\tilde{\omega}_0; \\ J_1\dot{\omega}_1 = M_д - M_{с1} - M_{уп}; \\ J_2\dot{\omega}_2 = M_{уп} - M_{с2}; \\ \dot{M}_{уп} = c(\omega_1 - \omega_2), \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где $J_1 = J_я + J'_1$ (J'_1 — момент инерции всех вращающихся частей механизма, приведенный к якорю двигателя).

Разделив каждое из уравнений (5) на суммарный момент инерции $J = J_1 + J_2$ и вводя обозначения:

$T_м = \gamma_н J = \frac{r_я J}{K_e K_м}$ — электромеханическая постоянная времени, *сек*;

$q = \frac{J_1}{J_1 + J_2}$ — коэффициент, характеризующий распределение масс;

$\nu = \sqrt{c\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}\right)}$ — собственная частота упругих колебаний механизма, 1/*сек*;

$\varepsilon_д$, $\varepsilon_{с1}$, $\varepsilon_{с2}$, $\varepsilon_{уп}$ — угловые ускорения, которые приобретает масса с моментом инерции J под действием моментов $M_д$, $M_{с1}$, $M_{с2}$, $M_{уп}$ соответственно;

$$\varepsilon_д = \frac{M_д}{J};\ \varepsilon_{с1} = \frac{M_{с1}}{J};\ \varepsilon_{с2} = \frac{M_{с2}}{J};\ \varepsilon_{уп} = \frac{M_{уп}}{J},$$

получаем систему уравнений в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} T_м(T_я\dot{\varepsilon}_д + \varepsilon_д) + \omega_1 = \tilde{\omega}_0; \\ q\dot{\omega}_1 = \varepsilon_д - \varepsilon_{с1} - \varepsilon_{уп}; \\ (1-q)\dot{\omega}_2 = \varepsilon_{уп} - \varepsilon_{с2}; \\ \dot{\varepsilon}_{уп} = \nu^2 q(1-q)(\omega_1 - \omega_2). \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Совместное решение уравнений (6) позволяет получить дифференциальное уравнение движения разомкнутой двухмассовой электромеханической системы с упругими связями относительно угловой скорости двигателя ω_1:

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}\omega_1^{(IV)} + \frac{T_м}{\nu^2}\omega_1^{(III)} + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)\ddot{\omega}_1 + T_м\dot{\omega}_1 + \omega_1 = \omega_0 - T_м(\varepsilon_{с1} + \varepsilon_{с2}). \quad (7)$$

Аналогичное уравнение можно получить для угловой скорости перемещения электрода.

Характеристическое уравнение, соответствующее (7):

$$\frac{T_я T_м}{\nu^2}p^4 + \frac{T_м}{\nu^2}p^3 + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)p^2 + T_м p + 1 = 0. \quad (8)$$

Для получения уравнений, описывающих движение замкнутой САР ДСП, рассмотрим электропечь как объект регулирования.

Длина электрической дуги в одной фазе печи пропорциональна разности между перемещением конца электрода φ_2 и возмущающим перемещением $\varphi_в$ уровня металла:

$$\Delta L_д = K_э(\varphi_2 - \varphi_в), \quad (9)$$

где $K_э$ — коэффициент пропорциональности между угловым перемещением якоря двигателя и линейным перемещением электрода.

Совместное решение (1), (2) и (9) позволяет получить уравнение, связывающее напряжение на якоре двигателя с перемещением электрода и возмущающим воздействием:

$$U_я = -K_т K_р K_э(\varphi_2 - \varphi_в) \quad (10)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

или, используя ранее принятое обозначение $U_я = K_e\omega_0$, получаем:

$$\tilde{\omega}_0 = -K(\varphi_2 - \varphi_в), \qquad (10')$$

где $K = \frac{K_т K_р K_э}{K_e}$ — общий коэффициент усиления замкнутой САР ДСП.

Подставляя (11) в первое уравнение системы (6), после совместного решения уравнений (6) получаем дифференциальное уравнение движения замкнутой САР ДСП с учетом упругих связей относительно угла поворота двигателя или электрода:

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}\varphi_2^{(V)} + \frac{T_м}{\nu^2}\varphi_2^{(IV)} + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)\varphi_2^{(III)} + T_м\ddot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2 + K\varphi_2 = K\varphi_в - T_м(\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}). \qquad (11)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее (11), представляет собой уравнение пятой степени относительно p, где $p = \frac{d\varphi_2}{dt}$:

$$a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 = 0, \qquad (12)$$

где

$$a_0 = \frac{T_м T_я}{\nu^2};\ a_1 = \frac{T_м}{\nu^2};\ a_2 = \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right);\ a_3 = T_м;\ a_4 = 1;\ a_5 = K.$$

Для исследования динамики САР ДСП с учетом упругих связей и нелинейностей перепишем уравнение (7):

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}\omega_1^{(IV)} + \frac{T_м}{\nu^2}\omega_1^{(III)} + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)\ddot{\omega}_1 + T_м\dot{\omega}_1 + \omega_1 = K_у\Delta I - \frac{r_я}{K_e K_м}(M_{c1} + M_{c2}). \qquad (13)$$

При учете нелинейности в виде зоны нечувствительности, обусловленной моментом сил вредных сопротивлений исполнительного механизма, правую часть (13) можно записать так:

$$K_у\Delta I - \frac{r_я}{K_e K_м}(M_{c1} + M_{c2}) = K_у F_2(\Delta I), \qquad (14)$$

где $F_2(\Delta I)$ — нелинейная функция скорости двигателя (см. рис. 18 [Л. 2]), $K_у$ — коэффициент усиления усилителя.

С учетом нелинейности в виде зазора в исполнительном механизме уравнение (1) будет иметь вид:

$$\Delta I = -K_т K_э F_1(\varphi_{вх}), \qquad (15)$$

где $F_1(\varphi_{вх})$ — нелинейная функция тока дуги от углового перемещения якоря двигателя при наличии зазора (см. рис. 18,*б* [Л. 2]).

Так как обе нелинейности $F_1(\varphi_{вх})$ и $F_2(\Delta I)$ сосредоточены в исполнительном механизме, то их можно графическим сложением заменить одной нелинейной функцией $F(\varphi_{вх})$ [Л. 2].

С учетом нелинейности $F(f_{вх})$ запишем общее дифференциальное уравнение системы регулирования в виде:

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}\varphi_1^{(V)} + \frac{T_м}{\nu^2}\ddot{\varphi}_1^{(IV)} + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)\varphi_1^{(III)} + T_м\ddot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_1 = -KF(\varphi_{вх}). \qquad (16)$$

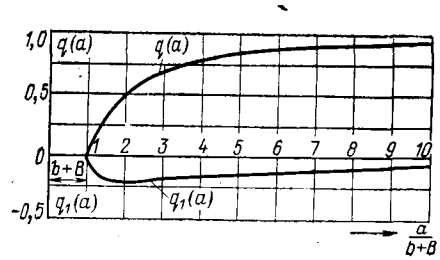


Рис. 3. Графики зависимости гармонических коэффициентов, линеаризации от отношения амплитуды входной координаты (a) к зазору в передаче и зоне нечувствительности ($b+B$).

Согласно методу гармонической линеаризации [Л. 3] нелинейную функцию $F(\varphi_{вх})$ можно заменить приближенным линейным уравнением

$$F(\varphi_{вх}) = \left[q(a) + \frac{q_1(a)}{\omega}p\right]\varphi_1, \qquad (17)$$

где $q(a)$ и $q_1(a)$ — коэффициенты гармонической линеаризации, определяемые по [Л. 3]:

$$\left.\begin{aligned} q(a) &= \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} F(a\sin u)\sin u\,du; \\ q_1(a) &= \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} F(a\sin u)\cos u\,du. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Расчеты по формулам (18) позволили построить графики изменения коэффициентов гармонической линеаризации $q(a)$ и $q_1(a)$ в зависимости от амплитуды входной координаты (рис. 3).

Подставляя в (16) значение функции из (17), получаем линеаризованное однородное уравнение:

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}\varphi_1^{(V)} + \frac{T_м}{\nu^2}\varphi_{\varphi_1}^{IV} + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)\ddot{\varphi}_1 + T_м\ddot{\varphi}_1 + \left(1 + \frac{Kq_1(a)}{\tilde{\omega}}\right)\dot{\varphi}_1 + Kq(a)\varphi_1 = 0$$

или характеристическое уравнение:

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}p^5 + \frac{T_м}{\nu^2}p^4 + \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)p^3 + T_м p^2 + \left(1 + \frac{K_1 q_1(a)}{\tilde{\omega}}\right)p + Kq(a) = 0. \qquad (19)$$

Положив $p = j\omega$, отделим в (19) мнимые и действительные части и, приравняв их нулю, получим:

$$\frac{T_м T_я}{\nu^2}\omega_п^5 - \left(T_м T_я + \frac{1}{q\nu^2}\right)\omega_п^3 + \omega_п + Kq_1(a) = 0; \qquad (20)$$

$$\frac{T_м}{\nu^2}\omega_п^4 - T_м\omega_п^2 + Kq(a) = 0. \qquad (21)$$

В (20) выделим квадратичную часть, вынося за скобки $\omega_п$:

$$\omega_п\left[T_я\left(\frac{T_м}{\nu^2}\omega_п^4 - T_м\omega_п^2\right) - \frac{\omega_п^2}{q\nu^2} + 1\right] = -Kq_1(a). \qquad (22)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Заменяя выражение в круглых скобках с помощью (21), получаем преобразованное уравнение (20):

$$\omega_{\text{п}}\left(-T_{\text{я}}Kq(a)-\frac{\omega_{\text{п}}^2}{q\nu^2}+1\right)=-Kq_1(a). \qquad (23)$$

Решая (23) и (21) относительно коэффициентов усиления системы регулирования K, получаем:

$$K=\frac{\omega_{\text{п}}\left(1-\frac{\omega_{\text{п}}^2}{q\nu^2}\right)}{\omega_{\text{п}}q(a)T_{\text{я}}-q_1(a)} \text{ или } K=\frac{\omega_{\text{п}}\left(1-\frac{1}{q\beta^2}\right)}{\omega_{\text{п}}q(a)T_{\text{я}}-q_1(a)}; \qquad (24)$$

$$K=\left(1-\frac{\omega_{\text{п}}^2}{\nu^2}\right)\frac{\omega_{\text{п}}^2T_{\text{м}}}{q(a)} \text{ или } K=\left(1-\frac{1}{\beta^2}\right)\frac{\omega_{\text{п}}^2T_{\text{м}}}{q(a)}, \qquad (25)$$

где $\beta^2=\frac{\nu^2}{\omega_{\text{п}}^2}$ — отношение квадрата частот.

Приравнивая правые части этих уравнений, запишем выражение, определяющее зависимость частоты периодических решений $\omega_{\text{п}}$ от амплитуды с учетом нелинейностей и упругих связей:

$$\omega_{\text{п}}^2-\frac{q_1(a)}{T_{\text{я}}q(a)}\omega_{\text{п}}-\frac{1}{T_{\text{я}}T_{\text{м}}}=\frac{\omega_{\text{п}}^2}{\nu^2}\left(\omega_{\text{п}}^2-\frac{q_1(a)}{T_{\text{м}}q(a)}\omega_{\text{п}}-\frac{1}{qT_{\text{я}}T_{\text{м}}}\right). \qquad (26)$$

Введем в (26) обозначения: $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{T_{\text{м}}T_{\text{я}}}}$; $\frac{\omega_{\text{п}}}{\omega_0}=\gamma$, а также с учетом того, что $\frac{\nu}{\omega_0}=\beta$, получим обобщенное уравнение:

$$\gamma^2-\frac{q_1(a)}{q(a)}\frac{\sqrt{T_{\text{м}}T_{\text{я}}}}{T_{\text{я}}}\gamma-1=\frac{\gamma^2}{\beta^2-\gamma^2}\times\left[\frac{q_1(a)}{q(a)}\frac{T_{\text{м}}-T_{\text{я}}}{\sqrt{T_{\text{м}}T_{\text{я}}}}\gamma-\frac{1-q}{q}\right]. \qquad (27)$$

Рассмотрим предельные случаи полученного уравнения.

1-й случай. Система абсолютно жесткая, т. е. $\gamma\to\infty$ и $\beta\to\infty$, тогда уравнение (27) примет вид:

$$\omega_{\text{п}}^2=\frac{q_1(a)}{q_1(a)T_{\text{я}}}\omega_{\text{п}}-\frac{1}{T_{\text{я}}T_{\text{м}}}=0,$$

что совпадает с (61), полученным автором для абсолютно жесткой системы в [Л. 2], а уравнения (24) и (25):

$$K=\frac{\omega_{\text{п}}}{\omega_{\text{п}}q(a)T_{\text{я}}-q_1(a)}; \qquad (28)$$

$$K=\frac{\omega_{\text{п}}^2T_{\text{м}}}{q(a)} \qquad (29)$$

совпадают с уравнениями (60) и (60′) из [Л. 2].

2-й случай. При наличии упругих связей и отсутствии нелинейностей, т. е. когда $q(a)=1$; $q_1(a)=0$ и $\omega=\omega_0$, из обобщенных уравнений (24) и (25), определяющих граничный коэффициент усиления, получим:

$$K=\frac{1}{T_{\text{я}}}\left(1-\frac{1}{q\beta^2}\right), \qquad (30)$$

что также совпадает с расчетом граничного коэффициента для системы с упругой связью.

3-й случай. При отсутствии упругих связей (когда $\nu\to\infty$), а также нелинейностей типа зазора (когда $q_1(a)=0$) и зоны нечувствительности (когда $q(a)=1$) уравнение (27) превращается в равенство $\gamma^2=1$ или $\omega=\omega_0$, а уравнения (24) и (25) будут иметь вид $K=1/T_{\text{я}}$ по аналогии с уравнением (34), полученным в [Л. 2] для жесткой линейной системы.

4-й случай. Решение (27), являющееся общим для всех рассмотренных частных случаев, можно осуществить методом последовательных приближений:

а) нулевое приближение: $\beta^2\to\infty$, и уравнение принимает вид:

$$\gamma_0^2-\frac{q_1(a)}{2q(a)\omega_0T_{\text{я}}}\gamma_0-1=0, \qquad (31)$$

решение которого

$$\gamma_{0,1,2}=\frac{q_1(a)}{2q(a)\omega_0T_{\text{я}}}\pm\sqrt{\left(\frac{q_1(a)}{2q(a)\omega_0T_{\text{я}}}\right)^2+1}; \qquad (32)$$

б) первое приближение: в правую часть (27) подставляем вместо $\gamma\to\gamma_0$, тогда уравнение для определения γ_1 в первом приближении имеет вид:

$$\gamma_1^2-\frac{q_1(a)}{q(a)T_{\text{я}}\omega_0}\gamma_1-1-\alpha_0=0, \qquad (33)$$

где

$$\alpha_0=\frac{\gamma_0^2}{\beta^2-\gamma_0^2}\left[\frac{q_1(a)}{q(a)}(T_{\text{м}}-T_{\text{я}})\omega_0\gamma_0-\frac{1-q}{q}\right]. \qquad (34)$$

Частота периодического решения в первом приближении определится из уравнения

$$\gamma_1=\frac{q_1(a)}{2q(a)\omega_0T_{\text{я}}}+\sqrt{\left(\frac{q_1(a)}{2q(a)T_{\text{я}}\omega_0}\right)^2+1+\alpha_0}. \qquad (35)$$

Коэффициенты усиления определяются из уравнений:

$$\left.\begin{aligned}K&=\frac{\left(1-\frac{\gamma_1^2}{q\beta^2}\right)\gamma_1\omega_0}{\gamma_1\omega_0q(a)T_{\text{я}}-q_1(a)};\\ K&=\left(1-\frac{\gamma_1^2}{\beta^2}\right)\frac{\gamma_1^2}{T_{\text{я}}q(a)}.\end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

Пользуясь (35) и (36), можно рассчитать и построить области динамической устойчивости САР с учетом упругих связей и нелинейностей типа зазора и зоны нечувствительности при варьировании различных параметров электромеханической системы ($T_{\text{м}}$, $T_{\text{я}}$, ν, q и др.), а также определить их удельное влияние на качество процесса регулирования.

На рис. 4 приведены граничные коэффициенты усиления и области динамического состояния САР ДСП, рассчитанные на ЦВМ для следующих частных случаев:

1. Абсолютно жесткая система ($T_{\text{м}}=0{,}2$ *сек*; $T_{\text{я}}=0{,}05$ *сек*), которая имеет граничный коэффициент усиления $K_{\text{г.л}}=20$ 1/*сек*;

2. Абсолютно жесткая система с учетом нелинейности в виде зазора, приведенного к длине ду-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ги и равного $2b=2$ *мм* ($T_м=0{,}2$ *сек*; $T_я=0{,}05$ *сек*), имеет граничный коэффициент усиления, при котором наступает автоколебательный процесс $K_{г.а}=12{,}1$ *1/сек*;

3. Упругая система ($\nu=15{,}1$ *1/сек*) с нелинейностью в виде зазора $2b=2$ *мм* ($T_м=0{,}2$ *сек*; $T_я=0{,}05$ *сек*) имеет граничный коэффициент усиления, при котором наступает автоколебательный процесс $K'_{г.а}=9{,}3$ *1/сек*, т. е. ниже, чем жесткая система с зазором.

4. Упругая система ($\nu=15$ *1/сек*) с нелинейностями типа зазора $2b=2$ *мм* и зоной нечувствительности $2B=1$ *мм* ($T_м=0{,}2$ *сек*; $T_я=0{,}05$ *сек*) имеет граничный коэффициент усиления, при котором наступает автоколебательный процесс $K''_{г.а}=10{,}9$ *1/сек*.

Анализ графиков (рис. 4) позволяет сделать следующие выводы.

1. Нелинейность типа зазора в абсолютно жесткой САР способствует появлению автоколебаний с амплитудами и частотами, рассчитываемыми по кривым *1* и *2*; при этом граничный коэффициент усиления $K_{г.а}$, при котором наступают автоколебания, в 1,66 раза меньше граничного коэффициента $K_{г.л}$ жесткой линейной системы.

2. Упругие связи совместно с нелинейностью типа зазора в САР сужают как область сходящихся колебаний, так и область автоколебаний, расширяя область расходящихся колебаний. Как видно из рис. 4, граничный коэффициент усиления $K'_{г.а}$, при котором наступает автоколебательный процесс, в 2,15 раза меньше граничного коэффициента $K_{г.л}$ жесткой линейной системы и в 1,3 раза меньше граничного коэффициента $K_{г.а}$ абсолютно жесткой системы с зазором. При этом автоколебания осуществляются с амплитудами и частотами, определяемыми по кривым *3* и *4*.

3. Введение в систему автоматического регулирования с упругой связью и зазором нелинейности типа зоны нечувствительности несколько расширяет область сходящихся колебаний (от коэффициента $K'_{г.а}$ до $K''_{г.а}$) и резко сужает область автоколебаний, превращая ее в область расходящихся колебаний.

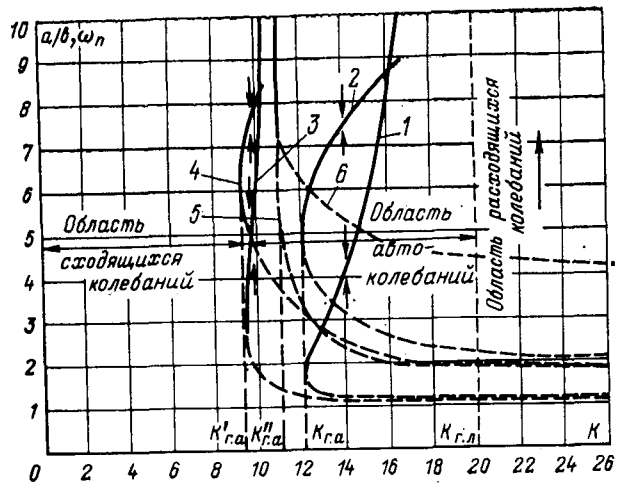


Рис. 4. Зависимость амплитуды $a_п$ и частоты $\omega_п$ автоколебаний от коэффициента усиления системы регулирования K.
1 — зависимость $a_п=f(K)$ и *2* — зависимость $\omega_п=f(K)$ при абсолютно жесткой системе с зазором в передаче; *3* — зависимость $a_п=f(K)$ и *4* — зависимость $\omega_п=f(K)$ при учете упругости звеньев и зазора в передаче; *5* — зависимость $a_п=f(K)$ и *6* — зависимость $\omega_п=f(K)$ при учете упругости звеньев и нелинейности типа зазора и зоны нечувствительности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Сапко А. И.** Аналитическое исследование системы регулирования электродов с учетом существенных нелинейностей исполнительного механизма.— «Изв. вузов. Черная металлургия», 1959, № 8.

2. **Сапко А. И.** Исполнительные механизмы регуляторов мощности дуговых электропечей. М., Госэнергоиздат, 1963.

3. **Попов Е. П.** Динамика систем автоматического регулирования. М., Гостехиздат, 1954.

[15.12.1972]

✧ ✧ ✧

УДК 621.314.26

Энергетические соотношения в каскадном преобразователе частоты с непосредственной связью

Канд. техн. наук ЖЕМЕРОВ Г. Г.
Харьков

Недостатком преобразователей частоты с непосредственной связью является низкий коэффициент мощности на стороне питающей сети [Л. 1 и 2]. При синусоидальной форме напряжения управления максимальное теоретически возможное значение коэффициента мощности равно 0,8436 [Л. 1]. В большей степени этот недостаток проявляется в преобразователях большой мощности. Для улучшения энергетических характеристик преобразователя целесообразно применение каскадных силовых схем, например эквивалентной двенадцатифазной схемы преобразователя. Каждая пара встречно-параллельно включенных мостов преобразователя снабжается двенадцатиканальной системой фазового управления, обеспечивающей при постоянном значении напряжения управления поддержание соотношений:

$$\alpha_1+\alpha_3=\pi; \quad (1)$$

$$\alpha_2+\alpha_4=\pi, \quad (2)$$

где α_1, α_2, α_3, α_4 — соответственно углы зажигания мостов *1, 2, 3, 4*.

Напряжение на выходе такого преобразователя может регулироваться тремя способами.

Первый способ заключается в том, что при нулевом значении напряжения управления на входе систем фазового управления углы зажигания всех мостов устанавливают равными $\pi/2$; входы двух систем фазового управления объединяют и подают на них синусоидальное напряжение управления.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Напряжение на выходе преобразователя регулируется за счет изменения амплитуды напряжения управления.

Второй способ регулирования отличается от первого тем, что на входы каждой из систем фазового управления подаются равные по значению и частоте синусоиды напряжения управления. Выходное напряжение преобразователя регулируется за счет изменения фазового сдвига между синусоидами напряжений управления при неизменной их амплитуде. Такой способ регулирования применяется также в автономных инверторах [Л. 3].

При третьем способе регулирования выходного напряжения угол зажигания первого моста устанавливают равным нулю, а второго — π. Входы систем фазового управления объединяют через специальное устройство — такое, что при положительной полуволне напряжения управления изменяется угол зажигания второго моста α_2, а угол $\alpha_1=0$, при отрицательной полуволне изменяется угол α_1, а $\alpha_2=0$. Выходное напряжение так же, как и при первом способе, регулируется за счет изменения амплитуды напряжения управления. Этот способ регулирования соответствует поочередному регулированию углов зажигания в каскадном управляемом выпрямителе [Л. 4].

Сравним указанные способы регулирования по значению коэффициента мощности, который каждый из них обеспечивает.

При анализе принимаем допущения: число фаз вентильной группы преобразователя бесконечно велико; управляемые вентили идеальны; уравнительные токи между вентильными группами отсутствуют.

Будем рассматривать трехфазно-трехфазные преобразователи ($m_2=3$). Как показано в [Л. 1], в таких преобразователях коэффициент искажения кривой первичного тока близок к единице, поэтому коэффициент мощности преобразователя при $m\longrightarrow\infty$ с высокой точностью (более 1%) равен коэффициенту сдвига.

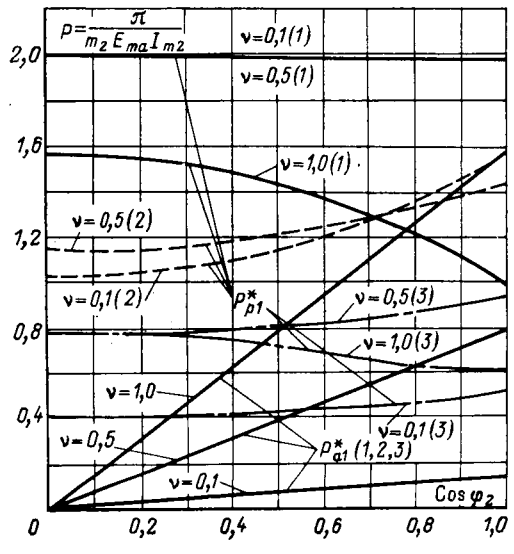


Рис. 1. Активная и реактивная составляющие полной мощности на первичной стороне преобразователя.

——— — первый способ регулирования; — — — — второй способ регулирования; — · — · — · — третий способ регулирования.

Первый способ регулирования. Соотношения для коэффициента мощности и составляющих полной мощности при первом способе регулирования получены в [Л. 1]. Активная мощность на стороне питающей сети

$$P_{a1}=\frac{m_2}{2}\nu E_{ma} I_{m2}\cos\varphi_2, \tag{3}$$

где m_2 — число фаз на выходе преобразователя; E_{ma} — амплитуда эквивалентного анодного напряжения; I_{m2} — амплитуда тока нагрузки; φ_2 — угол сдвига тока нагрузки относительно напряжения; ν — глубина регулирования выходного напряжения, равная отношению амплитуды выходного напряжения преобразователя к удвоенной амплитуде анодного напряжения моста;

$$\nu=\frac{U_{m2}}{2E'_{ma}}. \tag{4}$$

Очевидно,

$$E_{ma}=2E'_{ma}. \tag{5}$$

Реактивная мощность [Л. 1]

$$P_{p1}=\frac{m_2}{\pi}E_{ma}I_{m2}\left\{\sqrt{1-\nu^2\sin^2\varphi_2}+\right.$$
$$+\frac{\sin\varphi_2}{\nu}\arcsin\nu\sin\varphi_2+|\cos\varphi_2|\times$$
$$\left.\times\frac{1-\nu^2}{2\nu}\ln\frac{[\nu|\cos\varphi_2|+\sqrt{1-\nu^2\sin^2\varphi_2}]^2}{1-\nu^2}\right\}. \tag{6}$$

При $m_2=3$ коэффициент искажения $k_{m1}\approx 1$ [Л. 1], поэтому

$$k_{m1}=k_{c1}=\frac{1}{1+\left[\frac{P_{p1}}{P_{a1}}\right]^2}, \tag{7}$$

где P_{a1} и P_{p1} определяются по (3) и (6).

На рис. 1 и 2 приведены кривые изменения P_{a1}, P_{p1} и k_{m1}, рассчитанные по (3), (6) и (7). Характерной особенностью первого способа регулирования является незначительное изменение реактивной мощности преобразователя при регулировании вы-

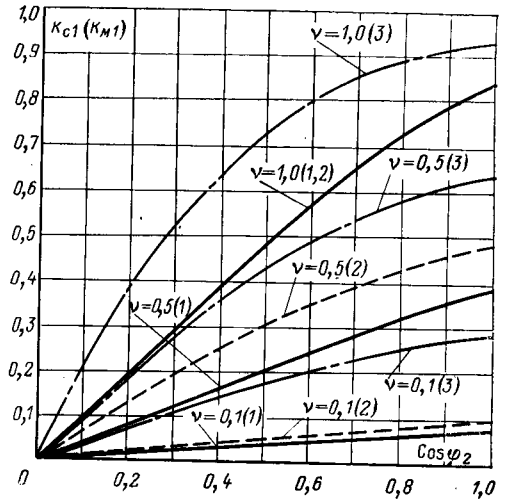


Рис. 2. Коэффициент сдвига (мощности) на первичной стороне преобразователя.

Обозначения те же, что на рис. 1.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

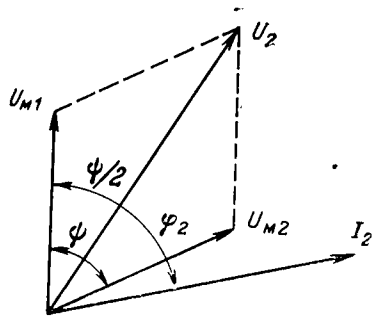


Рис. 3. Векторная диаграмма, иллюстрирующая второй способ регулирования.
$U_{м1}$, $U_{м2}$ — напряжения последовательно включенных мостов.

ходного напряжения от нуля до половины амплитуды ($0 \leqslant \nu \leqslant 0{,}5$), что следует из рис. 1.

Второй способ регулирования. На рис. 3 представлена векторная диаграмма, иллюстрирующая регулирование выходного напряжения вторым способом.

Если угол сдвига ψ между векторами выходного напряжения последовательно включенных мостов равен нулю, получаем максимальное суммарное выходное напряжение. При $\psi = \pm\pi/2$ суммарное выходное напряжение в $\sqrt{2}$ раз больше напряжения одного моста, при $\psi = \pi$ суммарное выходное напряжение равно нулю, т. е. зависимость суммарного выходного напряжения преобразователя от входного параметра ψ нелинейна. Это является определенным недостатком данного способа регулирования. Для устранения его необходимо иметь входное функциональное устройство, которое позволило бы линеаризировать характеристику вход — выход преобразователя. Характеристики функционального преобразователя должны соответствовать соотношениям (11) и (12).

В соответствии с рис. 3 активная мощность преобразователя

$$P_{a1} = P_{a2} = m_2 U_2 I_2 \cos\varphi_2 \qquad (8)$$

или

$$P_{a_1} = \frac{m_2}{2} k E_{ma} I_{m2} \cos\varphi_2 \cos\frac{\psi}{2}, \qquad (9)$$

где

$$k = \frac{U_{м21}}{E'_{ma}} = \frac{U_{м22}}{E'_{ma}}; \qquad (10)$$

ψ — угол сдвига между векторами напряжения первого и второго мостов (рис. 3).

Угол ψ связан с параметром глубины регулирования следующей зависимостью:

$$\psi = \pm 2\arccos\nu \qquad (11)$$

или

$$\nu = \cos\frac{\psi}{2}. \qquad (12)$$

Реактивная мощность на первичной стороне преобразователя может быть определена с помощью (6) как сумма реактивных мощностей двух последовательно включенных преобразователей, для одного из которых в соответствии с рис. 3

$$\varphi_{21} = \varphi_2 + \frac{\psi}{2}, \qquad (13)$$

а для другого

$$\varphi_{22} = \varphi_2 - \frac{\psi}{2}. \qquad (14)$$

Подставив в (6) $\nu = k$, а также $\varphi_2 = \varphi_{21}$ и $\varphi_2 = \varphi_{22}$, получим:

$$P_{p_1} = P_{p11} + P_{p12} = \frac{m_2}{2\pi} E_{ma} I_{m2} \times$$
$$\times \left\{ \sqrt{1 - k^2 \sin^2\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right)} + \right.$$
$$+ \frac{\sin\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right)}{k} \arcsin k \sin\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right) +$$
$$+ \left|\cos\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right)\right| \frac{1 - k^2}{2k} \times$$
$$\times \ln \frac{\left[k\left|\cos\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right)\right| + \sqrt{1 - k^2 \sin^2\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right)}\right]^2}{1 - k^2} +$$
$$+ \sqrt{1 - k^2 \sin^2\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right)} + \frac{\sin\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right)}{k} \times$$
$$\times \arcsin k \sin\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right) + \left|\cos\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right)\right| \frac{1 - k^2}{2k} \times$$
$$\left. \times \ln \frac{\left[k\left|\cos\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right)\right| + \sqrt{1 - k^2 \sin^2\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right)}\right]^2}{1 - k^2} \right\}. \qquad (15)$$

Очевидно, при втором способе регулирования выходного напряжения целесообразно установить максимальное значение параметра k, т. е. $k = 1$. При этом формула (15) упрощается:

$$P_{p_1} = \frac{m_2}{2\pi} E_{ma} I_{m2} \left[\left|\cos\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right)\right| + \sin\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right) \times \right.$$
$$\times \arcsin k \sin\left(\varphi_2 + \frac{\psi}{2}\right) + \left|\cos\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right)\right| +$$
$$\left. + \sin\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right) \arcsin k \sin\left(\varphi_2 - \frac{\psi}{2}\right) \right]. \qquad (16)$$

Кривые, рассчитанные по (9), (12), (15) и (7), представлены на рис. 1 и 2.

При втором способе регулирования и $\nu = 1$ кривые реактивной мощности и коэффициента мощности совпадают с кривыми, соответствующими первому способу регулирования (рис. 1 и 2), так как последовательно включенные мосты работают синфазно. Если $0 \leqslant \nu \leqslant 0{,}5$, реактивная мощность при втором способе регулирования в 1,5—2 раза меньше, чем при первом, причем при увеличении $|\cos\varphi_2|$ потребляемая преобразователем реактивная мощность возрастает. Такой характер изменения реактивной мощности помогает понять векторная диаграмма (рис. 3), если учесть, что при $0 \leqslant \nu \leqslant 0{,}5$ $2\pi/3 \leqslant \psi \leqslant \pi$ и что потребляемая каждым из последовательно включенных преобразователей реактивная мощность тем больше, чем ближе угол сдвига тока относительно напряжения этих преобразователей к $\pi/2$.

Таким образом, второй способ регулирования при $\nu < 1$ позволяет существенно повысить коэффициент мощности преобразователя.

Третий способ регулирования. Образование кривой выходного напряжения при третьем способе

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

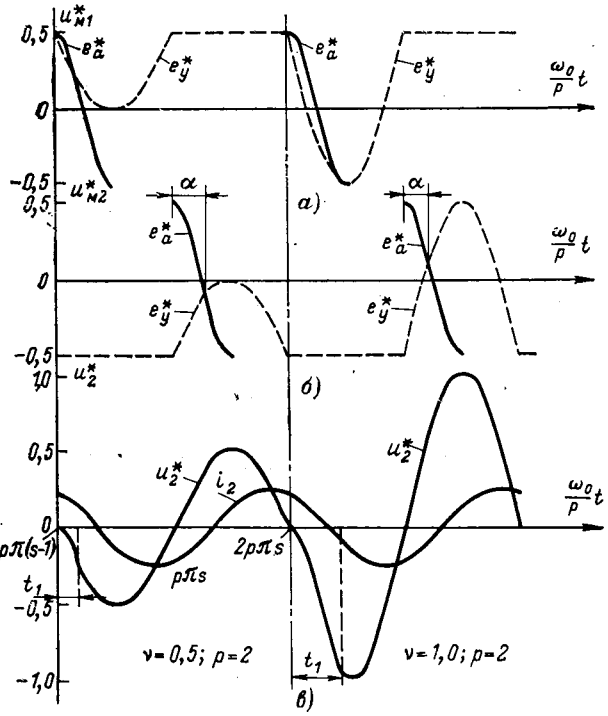


Рис. 4. Образование кривой выходного напряжения преобразователя при третьем способе регулирования.
e^*_a — синусоиды анодного напряжения.

регулирования выходного напряжения (поочередное регулирование углов зажигания) иллюстрируется рис. 4. Как видно из рис. 4, особенностью данного способа является неравенство положительного и отрицательного полупериодов выходного напряжения, точнее, наличие постоянной составляющей и четных гармоник. Это явление объясняется инерционностью преобразователя при переходе из выпрямительного в инверторный режим. В интервале от начала отрицательного полупериода до t_1 выходное напряжение преобразователя изменяется по синусоиде анодного напряжения (рис. 4).

Учитывая, что кривая напряжения управления e^*_y описывается выражением

$$e^*_y = \nu \sin \frac{\omega_0}{p} t, \tag{17}$$

время t_1 можно определить из следующего трансцендентного уравнения (рис. 4,*а*):

$$0{,}5 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega_0 t_1\right) = 0{,}5 - \sin \frac{\omega_0}{p} t_1, \tag{18}$$

причем $t_1 \neq 0$.

Зависимость угла $\omega_0 t_1$ от параметров отношения частоты сети к выходной частоте p и глубины регулирования выходного напряжения ν представлена на рис. 5.

При $p > 10$ угол $\omega_0 t_1$ может быть с достаточно высокой точностью найден аналитически, если (18) преобразовать следующим образом:

$$0{,}5\left[1 - \frac{(\omega_0 t_1)^2}{2}\right] = 0{,}5 - \nu \frac{\omega_0 t_1}{p}, \tag{19}$$

откуда

$$\omega_0 t_1 = \frac{4\nu}{p}. \tag{20}$$

Точность приближенного выражения (20) при $p \geqslant 10$ не менее 6%.

Таким образом, в соответствии с рис. 4 мгновенное значение напряжения на выходе преобразователя

$$u^*_2 = -0{,}5 + 0{,}5 \sin\left\{\frac{\pi}{2} + p\left[\frac{\omega_0}{p} t - p\pi(s-1)\right]\right\} \tag{21}$$

при

$$2p\pi(s-1) \leqslant \omega_0 t \leqslant 2p\pi(s-1) + \frac{\omega_0}{p} t_1, \tag{22}$$

где s — номер периода выходного напряжения преобразователя, и

$$u^*_2 = -\nu \sin \frac{\omega_0}{p} \tag{23}$$

при

$$2p\pi(s-1) + \frac{\omega_0}{p} t_1 \leqslant \omega_0 t \leqslant 2p\pi s. \tag{24}$$

Если отношение входной частоты к выходной велико ($p \to \infty$), то можно считать, что u^*_2 определяется по (23) при любом значении аргумента.

Сделав такое допущение, вполне справедливое для большинства случаев, определим составляющие полной мощности и коэффициент мощности на стороне питающей сети преобразователя.

Активная мощность определяется по (3). Реактивная мощность на первичной стороне определяется как средняя за полупериоды мощность, создаваемая током нагрузки и напряжением u'_2, полученным после сдвига всех кривых анодных напряжений на угол $\pi/2$ в сторону отставания [Л. 5]:

$$P_{p_1} = \frac{m_2}{\pi} \int_0^{\pi} i_2 u'_2 d\frac{\omega_0}{p} t. \tag{25}$$

Положив, что начало оси времени совпадает с нулем тока нагрузки, и учитывая, что [Л. 1]

$$u'_2 = E'_{ma} \sin \alpha, \tag{26}$$

преобразуем соотношение (25):

$$P_{p_1} = \frac{m_2}{\pi} \int_0^{\pi} I_{m_2} \sin \frac{\omega_0}{p} t E_{ma} \sin \alpha d\frac{\omega_0}{p} t. \tag{27}$$

Для определения текущего значения угла α воспользуемся рис. 4,*б*.

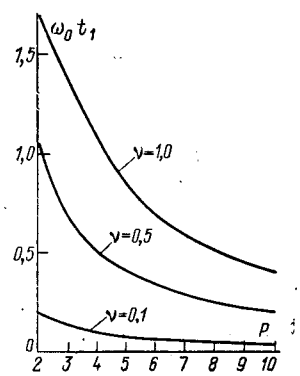


Рис. 5. Интервал неравенства выходного напряжения напряжению управления.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Напряжение, подаваемое на вход фазосмещающего устройства, в относительных единицах можно представить следующим образом (рис. 4,*б*):

$$e^*_y = -1 + 2\nu\left|\sin\left(\frac{\omega_0}{p}t + \varphi_2\right)\right|. \qquad (28)$$

В (28) взят модуль синуса, так как в соответствии с нашим допущением кривая выходного напряжения синусоидальна. Текущее значение угла зажигания

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left[-1 + 2\nu\left|\sin\left(\frac{\omega_0}{p}t + \varphi_2\right)\right|\right]. \qquad (29)$$

После подстановки в (27) значения α из (29) и несложных преобразований получаем:

$$P_{p_1} = \frac{m_2 E_{m_2} I_{m_2}}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin\frac{\omega_0}{p}t \times$$

$$\times\sqrt{1 - \left[1 + 2\nu\left|\sin\left(\frac{\omega_0}{p}t + \varphi_2\right)\right|\right]^2}\, d\frac{\omega_0}{p}t. \qquad (30)$$

Интеграл в (30) не берется в элементарных функциях, поэтому при вычислениях реактивной мощности и коэффициента мощности [соотношение (7)] был использован метод численного интегрирования с помощью ЦВМ. Результаты расчетов представлены на рис. 1 и 2 в виде кривых.

В отличие от второго способа регулирования третий способ позволяет снизить величину потребляемой реактивной мощности не только при малых значениях параметра глубины регулирования, но и при $\nu=1$ (в 1,6—2 раза). Если $0{,}1 \leqslant \nu \leqslant 0{,}5$, реактивная мощность меньше, чем при первом способе, в $2{,}1 \div 5$ раз (рис. 1).

В соответствии с этим третий способ регулирования обеспечивает значительное увеличение коэффициента мощности по сравнению с первыми двумя способами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Жемеров Г. Г.** Влияние преобразователей частоты с непосредственной связью на питающую сеть.— «Электричество», 1970, № 8.

2. **Бернштейн И. Я.** Тиристорные преобразователи частоты без звена постоянного тока. М., «Энергия», 1968.

3. **Раскин Л. Я.** Стабилизированные автономные инверторы тока на тиристорах. М., «Энергия», 1970.

4. **Маевский О. А.** Определение энергетических соотношений в групповых вентильных преобразователях с реальными трансформаторами.— «Электричество», 1967, № 5.

5. **Шиллинг В.** Схемы выпрямителей, инверторов и преобразователей частоты. М., Госэнергоиздат, 1950.

[2.7.1973]

НОВЫЕ КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «ЭНЕРГИЯ»

Белопольский И. И., Каретникова Е. И., Пикалова Л. Г. Расчет трансформаторов и дросселей малой мощности. Изд. 2-е, перераб. и доп. 1973. 400 с. с ил. 1 р. 21 к. В пер.

Буткевич Г. В. Дуговые процессы при коммутации электрических цепей. 1973. 264 с. с ил. 1 р. 19 к. В пер.

Данцис Я. Б. Методы электротехнических расчетов руднотермических печей. 1973. 184 с. с ил. 78 к. В пер.

Ермолин И. П. Расчет коллекторных машин малой мощности. Изд. 2-е, испр. и доп. 1973. 216 с. с ил. 84 к. В пер.

Каган Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. Учеб. пособие для вузов. Изд. 2-е, перераб. 680 с. с ил. 1 р. 55 к. В пер.

Минкин С. Б., Шашков А. Г. Позисторы. 1973. 88 с. с ил. (Б-ка по автоматике. Вып. 498). 29 к.

Минц М. Б., Ткаченко А. Н. Магнитоэлектрические веберметры. 1973. 112 с. с ил. 22 к.

Новоселов А. И. Автоматическое управление (техническая кибернетика). Учеб. пособие для вузов. 1973. 320 с. с ил. 90 к. В пер.

Фрер Ф., Орттенбургер Ф. Введение в электронную технику регулирования. Пер. с нем. 1973. 192 с. с ил. 66 к.

Шелихов А. А., Селиванов Ю. П. Вычислительные машины. Справочник. 1973. 216 с. с ил. 64 к.

Штерн Л. Основы проектирования интегральных схем. Пер. с англ. 1973. 328 с. с ил. 1 р. 36 к. В пер.

Электрические измерения. Общий курс. Учебник для вузов. Под ред. А. В. Фремке. Изд. 4-е, перераб. и доп. 1973. 424 с. с ил. 1 р. 25 к. В пер.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Из опыта работы

УДК 621.313.325.013.8.072

О регулировании быстродействующих синхронных компенсаторов

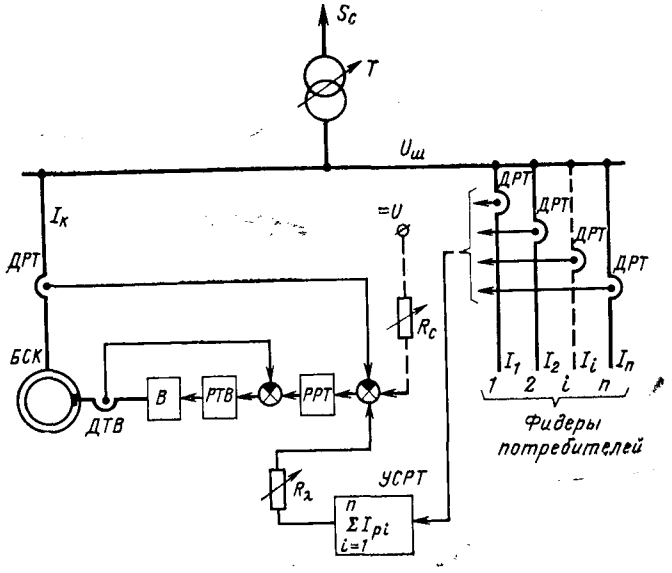
ОРЕЛ О. А.

Харьков

При работе вентильных преобразователей регулируемых электроприводов с резко переменным характером нагрузки (например, прокатных станов) на шинах 6(10) *кв* их понизительных подстанций возникают колебания напряжения, которые могут превышать значения, допустимые ГОСТ 13109-67 на качество электроэнергии. Поскольку уменьшение этих колебаний путем увеличения мощности подстанции связано с установкой более тяжелого силового оборудования и является, как правило, дорогостоящим решением, все более широкое применение находят регулируемые источники реактивной мощности. В качестве одного из промышленных вариантов таких источников как зарубежными фирмами [Л. 1], так и отечественной электропромышленностью в последнее время разработаны и применяются быстродействующие синхронные компенсаторы (БСК), специально предназначенные для работы на прокатных станах и отличающиеся от обычных системных синхронных компенсаторов меньшей номинальной мощностью, большей перегружаемостью и повышенным быстродействием.

Быстродействие БСК, характеризующееся скоростью нарастания и спадания его реактивной мощности (15—20 номинальных значений за 1 *сек*), достигается за счет совершенствования их конструкции (замена массивных полюсов и остова ротора шихтованными, уменьшение индуктивности рассеяния обмотки статора и т. п.) в сочетании с повышением кратности форсировки возбуждения примерно с 1,5 до 15 и применения малоинерционных тиристорных возбудителей с быстродействующими системами управления.

В процессе проектирования и наладки систем управления БСК возникает задача определения наиболее рационального (оптимального) режима их работы и выбора средств для его осуществления. Ниже рассмотрен применяемый УГПИ «Тяжпромэлектропроект» вариант решения этой задачи.



Однолинейная схема узла нагрузки и структурная схема оптимального управления быстродействующим синхронным компенсатором.

Т — трансформатор; *ДРТ* — датчик реактивного тока; *ДТВ* — датчик тока возбуждения; *РТВ* — регулятор тока возбуждения; *УСРТ* — устройство для суммирования сигналов датчиков реактивного тока; *РРТ* — регулятор реактивного тока.

На рисунке представлена схема узла нагрузки, содержащего понизительный трансформатор *Т*, *n* потребителей и БСК.

Для компенсации суточных и сезонных изменений напряжения трансформатор снабжен устройством переключения ответвлений его обмотки под нагрузкой (РПН). Такой узел нагрузки является наиболее характерным элементом систем электроснабжения прокатных цехов металлургических заводов и поэтому взят за основу при определении оптимального закона регулирования реактивного тока БСК.

Изменения линейного напряжения на шинах узла нагрузки, вызванные работой потребителей без БСК

$$\Delta U_{ш}(t) = U_{ш0} - U_{ш}(t) \approx (x_т + x_с)\sqrt{3}\sum_{i=1}^{n} I_{pi}(t); \qquad (1)$$

при наличии БСК

$$\Delta U_{ш}(t) = U_{ш0} - U_{ш}(t) \approx (x_т + x_с)\sqrt{3}\left[\sum_{i=1}^{n} I_{pi}(t) + I_к(t)\right], \qquad (2)$$

где $x_т$, $x_с$ — реактивные сопротивления фазы трансформатора и системы, приведенные к вторичному напряжению трансформатора *Т*; $U_{ш0}$ — напряжение на шинах узла нагрузки при холостом ходе; t — время; $U_ш(t)$ — текущее значение напряжения на шинах узла нагрузки; $I_{pi}(t)$ — реактивный ток i-го потребителя ($i=1, 2, \ldots, n$); $I_к(t)$ — ток БСК;

$$x_т = \frac{u_к U_2}{I_2\sqrt{3}}; \quad x_с = \frac{U_2^2}{S_с}, \qquad (3)$$

где $u_к$ — относительное номинальное напряжение короткого замыкания трансформатора *Т*; U_2, I_2 — номинальное линейное напряжение и номинальный ток вторичной обмотки трансформатора *Т*; $S_с$ — мощность короткого замыкания энергосистемы, измеренная в точке присоединения к ней первичной обмотки трансформатора *Т*.

Рассмотрим предельный случай регулирования БСК, при котором обеспечивается $\Delta U_ш = 0$. Приравняв нулю правую часть уравнения (2), найдем необходимый закон изменения реактивного тока БСК

$$I_к(t) = -\sum_{i=1}^{n} I_{pi}(t). \qquad (4)$$

Соотношение (4) показывает, что для обеспечения $\Delta U_ш = 0$ ток БСК в каждый момент времени должен быть равен по значению и противоположен по знаку алгебраической сумме реактивных токов остальных потребителей, т. е. по существу БСК должен работать в режиме слежения за суммарным реактивным током потребителей, обеспечивая при этом в каждый момент времени полную компенсацию реактивной мощности и результирующий cos φ на шинах узла нагрузки, равный единице. В промышленных условиях столь точное регулирование не требуется. Согласно ГОСТ 13109-67 допустимые колебания напряжения (сверх допустимых отклонений напряжения) на шинах осветительных ламп и радиоприборов определяются (в процентах) по формуле:

$$U_t = 1 + \frac{6}{m}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

(m — число колебаний в час), а для прокатных станов — $U_t = 1{,}5\%$ от номинального при неограниченной их частоте. Поэтому вместо полной компенсации реактивных токов целесообразно ограничиться частичной компенсацией, при которой ток БСК в каждый момент времени противоположен по знаку, но равен лишь некоторой доле λ алгебраической суммы реактивных токов остальных потребителей

$$I_к(t) = -\lambda \sum_{i=1}^{n} I_{pi}(t). \qquad (5)$$

Коэффициент λ определяет степень компенсации реактивных токов потребителей узла нагрузки током БСК. Чем меньше единицы коэффициент λ, тем большее значение реактивного тока потребителей окажется нескомпенсированным и будет потребляться из энергосистемы и, следовательно, тем большими будут колебания напряжения на шинах узла нагрузки.

Оптимальное значение коэффициента степени компенсации может быть определено из условия ограничения колебаний напряжения до допустимого значения при максимально возможном изменении реактивной нагрузки потребителей

$$(x_c + x_т)\sqrt{3}\left[\Delta\left(\sum_{i=1}^{n} I_{pi}\right)_{max} + I_к\right] = \Delta U_{т.доп}, \qquad (6)$$

подставляя затем в уравнение (6) значение $I_к$ из уравнения (5), найдем оптимальное значение коэффициента степени компенсации:

$$\lambda_0 = 1 - \frac{\Delta U_{т.доп}}{(x_c + x_т)\sqrt{3}\,\Delta\left(\sum_{i=1}^{n} I_{pi}\right)_{max}}. \qquad (7)$$

На рисунке приведена схема, позволяющая обеспечить оптимальное регулирование реактивного тока БСК в функции реактивного тока остальных потребителей. Ее работоспособность подтверждена опытом эксплуатации систем автоматического регулирования ионного и тиристорного возбуждения 17 синхронных двигателей мощностью от 2,9 до 9,7 *Мв·а* на трех прокатных станах [Л. 2]. Эта схема применена также в рабочем проекте устанавливаемых в СССР опытных БСК номинальной мощностью 7,7 *Мв·а* и 10 *Мв·а*.

Как видно из схемы, БСК снабжен автоматическим регулятором тока возбуждения (РТВ), задание которому подается с выхода регулятора реактивного тока (РРТ). Контур регулирования тока возбуждения является внутренним, а выходной сигнал РТВ является управляющим для тиристорного возбудителя и определяет величину и знак его напряжения.

Контур регулирования реактивного тока является внешним. На входе РРТ сравниваются сигналы задания и сигнал отрицательной обратной связи по току статора БСК. Благодаря замкнутой системе регулирования реактивного тока БСК работает в режиме, обеспечивающем поддержание своего реактивного тока в соответствии с величиной сигнала задания на входе РРТ. Задание на вход РРТ подается в виде напряжения, пропорционального алгебраической сумме реактивных токов остальных потребителей.

Значение коэффициента λ может устанавливаться или корректироваться в процессе наладки и эксплуатации БСК путем изменения величины резистора R_λ на задающем входе регулятора РРТ.

Отметим, что задание регулятору реактивного тока БСК, соответствующее реактивному току части потребителей, работающих с неизменным или меняющимся незначительно потреблением реактивной мощности (например, асинхронные двигатели вентиляторов, насосов и т. п.) с целью упрощения схемы может быть подано в виде неизменного сигнала от независимого источника постоянного напряжения U; значение этого сигнала может устанавливаться эксплуатационным персоналом резистором R_c.

Приведенные в статье соображения и схема могут быть, по-видимому, использованы и при регулировании некоторых видов статических управляемых источников реактивной мощности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Heimes Edmund, Artur Riegel.** Die Electrische Ausrüstung der Blockstraße Hunedoara.— «Klepzig Fachberichte», 1969, H. 6, S. 390—398.

2. **Орел О. А., Зильберблат М. Э.** Автоматизация режима возбуждения синхронных электродвигателей главных электроприводов черновых клетей непрерывного широкополосного стана.— В сб.: «Труды V Всесоюзной конференции по автоматизированному электроприводу», т. 3. М., «Энергия», 1971.

[28.4.1973]

УДК 621.315.671:620.193.7.001.24

Расчет взаимных влияний в системе двух подземных сооружений, находящихся в поле блуждающих токов

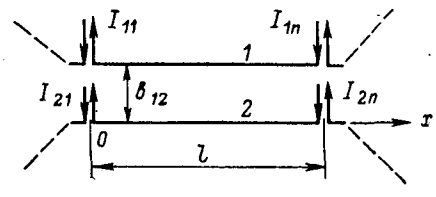
Канд. техн. наук ТКАЧЕНКО В. Н.

Волгоград

Одна из практических задач теории поля блуждающих токов связана с отысканием закономерностей в распределении потенциалов и токов в системе трех проводников с утечкой (например, рельсовая линия электротранспорта постоянного тока и два близко расположенных подземных металлических сооружения). Часто возникает необходимость в оценке взаимных влияний двух подземных сооружений, из которых одно существует, а другое только еще проектируется к укладке рядом с первым. В [Л. 1—3] при исследовании взаимных влияний подземных сооружений предполагалось, что подземные сооружения прямолинейны и имеют бесконечно большую длину, характерную для магистральных трубопроводов; в [Л. 4] задача описывалась в общем виде. Для подземных сооружений конечной длины и тем более сложной формы решение задачи о взаимных влияниях отсутствует.

Пусть в поле блуждающих токов рельсовой линии произвольной формы находятся два подземных металлических сооружения, которые на некотором участке уложены рядом (см. рисунок). За пределами участков сближения подземные сооружения могут лежать произвольно, являясь, например, частью разветвленной существующей сети. Отсечем исследуемые участки сближения от сети, но так, чтобы не нарушить картину токов в подземных сооружениях. Для этого включим в точках рассечения некоторые эквивалентные нагрузки I_{11}, I_{1n} на первом и I_{21}, I_{2n} — на втором подземных сооружениях, представляющие собой токи перетекания между исследуемыми подземными сооружениями и сетью. В соответствии с принципом суперпозиции, допуская отсутствие взаимного влияния между отсеченными и отброшенными участками сети, задачу разобьем на две. Прежде всего представим рассматриваемые участки сближения как совершенно обособленные от сети, т. е. решим задачу при отсутствии токов перетекания в точках рассечения. Затем введем поправку на токи перетекания.

Направим вдоль подземных сооружений координатную ось $0x$. Известно вызываемое рельсовой линией распределение потенциалов земли по трассам подземных сооружений $\varphi_{з1}(x)$ и $\varphi_{з2}(x)$. Требуется в конечном счете найти распределение на-



Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

пряжений на изоляционном покрытии подземных сооружений $U_1(x)$ и $U_2(x)$ или плотностей тока утечки с подземных сооружений $j_1(x)$ и $j_2(x)$, так как $U_1(x)=R_{из1}j_1(x)$, $U_2(x)=R_{из2}j_2(x)$, где $R_{из1}$ и $R_{из2}$ — удельные сопротивления изоляционного покрытия соответственно первого и второго подземных сооружений.

Рассмотрим задачу с подземными сооружениями, обособленными от сети.

Потенциал подземного сооружения относительно бесконечно удаленной точки земли $\varphi_1(x)$ или $\varphi_2(x)$ отличается от соответствующего потенциала земли по трассе подземного сооружения $\varphi_{з1}(x)$ или $\varphi_{з2}(x)$ некоторой величиной, порождаемой токами утечки с подземных сооружений, т. е.

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1(x)&=\varphi_{з1}(x)+\varphi_{з11}(x)+\varphi_{з21}(x)+R_{из1}j_1(x);\\ \varphi_2(x)&=\varphi_{з2}(x)+\varphi_{з12}(x)+\varphi_{з22}(x)+R_{из2}j_2(x),\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

где $\varphi_{з12(21)}$ — потенциал взаимного влияния, представляющий собой потенциал земли, вызываемый у поверхности второго (первого) подземного сооружения током утечки с первого (второго); $\varphi_{з11(22)}$ — потенциал собственного влияния или потенциал земли, наводимый собственными токами утечки первого (второго) подземного сооружения.

Разобьем первое и второе подземные сооружения в пределах участка сближения на n элементарных участков длиной h и положим в пределах каждого элементарного участка $j_1(x)=j_{1\nu}=\text{const}$, $j_2(x)=j_{2\nu}=\text{const}$, где $\nu=1,2,\ldots,n$. Тогда выражения для потенциалов взаимного и собственного влияний в центре ν-го участка примут вид:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{з11}&=\sum_{k=1}^{n}a_{11k\nu}j_{1k};\qquad \varphi_{з21}=\sum_{k=1}^{n}a_{21k\nu}j_{2k};\\ \varphi_{з22}&=\sum_{k=1}^{n}a_{22k\nu}j_{2k};\qquad \varphi_{з12}=\sum_{k=1}^{n}a_{12k\nu}j_{1k}.\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

Здесь коэффициенты рядов — взаимные сопротивления, определяемые на основании известных представлений подземного сооружения в виде нити с распределенными параметрами [Л. 4]:

$$a_{12k\nu}=a_{21k\nu}=\frac{\rho}{4\pi}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left[\frac{1}{\sqrt{(x_{k\nu}-x)^2+b_{12}^2+(b_1-b_2)^2}}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{(x_{k\nu}-x)^2+b_{12}^2+(b_1+b_2)^2}}\right]dx;$$
$$a_{iik\nu}=\frac{\rho}{4\pi}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left[\frac{1}{\sqrt{(x_{k\nu}-x)^2+\left(\frac{d_i}{2}\right)^2}}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{(x_{k\nu}-x)^2+(2b_i)^2}}\right]dx,\quad(3)$$

где i — номер подземного сооружения, $i=1$, 2; ρ — удельное сопротивление грунта; d, b — диаметр и глубина заложения соответствующего подземного сооружения, причем $b\gg\frac{d}{2}$; b_{12} — расстояние по горизонтали между подземными сооружениями.

Уравнения (1), записанные для ν точек как первого, так и второго подземных сооружений, можно представить в виде двух систем:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{1\nu}&=\varphi_{з1\nu}+\sum_{k=1}^{n}a_{11k\nu}j_{1k}+\sum_{k=1}^{n}a_{21k\nu}j_{2k}+R_{из1}j_{1\nu};\\ \varphi_{2\nu}&=\varphi_{з2\nu}+\sum_{k=1}^{n}a_{12k\nu}j_{1k}+\sum_{k=1}^{n}a_{22k\nu}j_{2k}+R_{из2}j_{2\nu}.\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

Допустим, что потенциалы взаимного влияния $\varphi_{з12}$ и $\varphi_{з21}$ наводятся только частью тока утечки с соседнего подземного сооружения. Учтем только ток, стекающий с ближайшего к исследуемой точке элементарного участка соседнего подземного сооружения. Аналогично поступим и с потенциалом собственного влияния ($\varphi_{з11}$ и $\varphi_{з22}$). С этой целью исключим из системы (4) все члены, отражающие влияние дальних участков, после чего системы распадутся на $2n$ независимых уравнений. Выберем из (4) одну пару уравнений для любых двух смежных точек, например, для точек под номером ν.

Введя упрощенные обозначения $a_{11\nu\nu}=a_{11}$, $a_{22\nu\nu}=a_{22}$, $a_{21\nu\nu}=a_{12\nu\nu}=a_{12}$, запишем систему (4) в виде:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{1\nu}&=\varphi_{з1\nu}+(R_{из1}+a_{11})j_{1\nu}+a_{12}j_{2\nu};\\ \varphi_{2\nu}&=\varphi_{з2\nu}+(R_{из2}+a_{22})j_{2\nu}+a_{12}j_{1\nu},\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

где в соответствии с (3) при условии $b_{12}\ll h$ имеем:

$$\left.\begin{aligned}a_{11}&=\frac{\rho}{\pi}\ln\frac{h}{\sqrt{d_1b_1}};\quad a_{22}=\frac{\rho}{\pi}\ln\frac{h}{\sqrt{d_2b_2}};\\ a_{12}&=\frac{\rho}{\pi}\ln\frac{h}{\sqrt{\sqrt{b_{12}^2+(b_1-b_2)^2}\sqrt{b_{12}^2+(b_1+b_2)^2}}}.\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

Назовем двухчлены в (5) переходными сопротивлениями подземных сооружений и обозначим:

$$R_{пр}=R_{из}+\frac{\rho}{\pi}\ln\frac{h}{\sqrt{db}}.\quad(7)$$

Из (5) следует:

$$\left.\begin{aligned}j_{1\nu}&=\frac{(\varphi_{1\nu}-\varphi_{з1\nu})R_{пр2}-(\varphi_{2\nu}-\varphi_{з2\nu})a_{12}}{R_{пр1}R_{пр2}-a_{12}^2};\\ j_{2\nu}&=\frac{(\varphi_{2\nu}-\varphi_{з2\nu})R_{пр1}-(\varphi_{1\nu}-\varphi_{з1\nu})a_{12}}{R_{пр1}R_{пр2}-a_{12}^2}.\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Для нахождения потенциалов $\varphi_{1\nu}$ и $\varphi_{2\nu}$ воспользуемся прежде всего тем, что сумма токов утечки с каждого из подземных сооружений равна нулю:

$$\left.\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}j_{1k}&=0;\\ \sum_{k=1}^{n}j_{2k}&=0.\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

Кроме того, отметим, что если использовать допущение об отсутствии влияния токов утечки с дальних участков подземных сооружений, то одно из приближенных решений системы уравнений для одиночного подземного сооружения небольшой длины имеет вид [Л. 5]:

$$\varphi=\text{const},\quad(10)$$

т. е. потенциал подземного сооружения относительно бесконечно далекой точки земли есть величина постоянная.

Погрешность решения (10) в конечном счете связана с пренебрежением величиной падения потенциала φ вдоль подземного сооружения, вызываемого продольными токами. Погрешность, очевидно, зависит от длины подземного сооружения l. Можно показать, что предельная погрешность δ_{max} определяется по выражению:

$$\delta_{max}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\alpha l}-1\right),\quad(11)$$

где $\alpha=\sqrt{\frac{r}{R_{пр}}}$ — коэффициент утечки подземного сооружения; r — удельное продольное сопротивление подземного сооружения.

С ошибкой $|\delta|\leqslant 0{,}05$ условие (10) можно допустить для подземных сооружений длиной

$$l\leqslant l_{пр}=\frac{0{,}47}{\alpha}.\quad(12)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таким образом, с известной точностью в (5) принимаем:

$$\varphi_{1\nu} = \varphi_1 = \text{const}, \quad \varphi_{2\nu} = \varphi_2 = \text{const}. \qquad (13), (14)$$

Из системы (9) получим:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \varphi_{з1k}; \\ \varphi_2 &= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \varphi_{з2k}. \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Решение первой части задачи, следовательно, определяется выражением (8) и (15). Напряжения на изоляции находятся по формулам:

$$U_{1\nu} = R_{из1} j_{1\nu}; \quad U_{2\nu} = R_{из2} j_{2\nu}. \qquad (16)$$

Длину элементарного участка, не вызывая существенных погрешностей [Л. 7], можно выбирать в пределах $h = 100 \div 500$ *м* в зависимости от длины участка сближения. При этом достаточно принять $n < 8$.

Рассмотрим далее вторую часть задачи: учтем влияние токов перетекания между исследуемыми участками и сетью. Токи перетекания I_{11}, I_{1n} и I_{21}, I_{2n} направим так, как показано на рисунке.

Пусть $\Delta j_{1\nu}$ и $\Delta j_{2\nu}$ — измене нияплотности тока утечки, вызванные токами перетекания. Поскольку $\Delta j_{1\nu}$ и $\Delta j_{2\nu}$ связаны между собой зависимостью типа (5), но только при $\varphi_{з1\nu} = \varphi_{з\,2\nu} = 0$, имеют место соотношения:

$$\left.\begin{aligned} \Delta j_{1\nu} &= \frac{\Delta\varphi_{1\nu} R_{пр2} - \Delta\varphi_{2\nu} a_{12}}{R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2}; \\ \Delta j_{2\nu} &= \frac{\Delta\varphi_{2\nu} R_{пр1} - \Delta\varphi_{1\nu} a_{12}}{R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Изменения потенциала трубопровода, вызванные токами перетекания, определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi_{1\nu} &= -\frac{I_{11} r_1}{\alpha_1} \frac{\operatorname{ch}\alpha_1 (l - x)}{\operatorname{sh}\alpha_1 l} + \frac{I_{1n} r_1}{\alpha_1} \frac{\operatorname{ch}\alpha_1 x}{\operatorname{sh}\alpha_1 l}; \\ \Delta\varphi_{2\nu} &= -\frac{I_{21} r_2}{\alpha_2} \frac{\operatorname{ch}\alpha_2 (l - x)}{\operatorname{sh}\alpha_2 l} + \frac{I_{2n} r_2}{\alpha_2} \frac{\operatorname{ch}\alpha_2 x}{\operatorname{sh}\alpha_2 l}, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

где x — координата центра (или любой другой точки) ν-го элементарного участка, отсчитанная в соответствии с направлением оси $0x$ по рис. 1; l — длина участка сближения.

Токи перетекания определим из условия равенства напряжений на изоляции U по обе стороны от точек рассечения. Поскольку точек рассечения четыре, то должна быть решена система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} U_1(0) + R_{из1}\Delta j_{11} &= U'_1(0) + I_{11} z_{11}; \\ U_1(l) + R_{из1}\Delta j_{1n} &= U'_1(l) - I_{1n} z_{1n}; \\ U_2(0) + R_{из2}\Delta j_{21} &= U'_2(0) + I_{21} z_{21}; \\ U_2(l) + R_{из2}\Delta j_{2n} &= U'_2(l) - I_{2n} z_{2n}, \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

где $U_i(0)$, $U_i(l)$ — напряжения на изоляции, вычисляемые по (16) для точек рассечения $x=0$ и $x=l$ $(i=1, 2)$; $U'_i(0)$, $U'_i(l)$ — напряжения на изоляции в точках рассечения сети, вычисляемые, например, по методике [Л. 6]; z_{i1}, z_{in} — входные сопротивления сети в точках рассечения [Л. 6].

Уравнения (17)—(19) составляют систему, из которой находятся токи перетекания, а затем вызываемые ими приращения напряжений на изоляции:

$$\Delta U_{1\nu} = R_{из1}\Delta j_{1\nu}, \quad \Delta U_{2\nu} = R_{из2}\Delta j_{2\nu}. \qquad (20)$$

Для случая, когда токи I_{1n} и I_{21} отсутствуют (в этих точках подземные сооружения или не имеют продолжения, или отсекаемые участки малы и их влиянием можно пренебречь), система (17)—(19) имеет следующие решения:

$$\left.\begin{aligned} I_{11} &= \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_{2n} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \\ \Delta_1 &= (U_1(0) - U'_1(0))\left(\frac{r_2 R_{из2} R_{пр1}}{\alpha_2 (R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2)} \times \right. \\ &\left. \times \operatorname{cth}\alpha_2 l + z_{2n}\right) - (U'_2(l) - U_2(l)) \times \\ &\times \frac{r_2 R_{из1} a_{12}}{\alpha_2 (R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2) \operatorname{sh}\alpha_2 l}; \\ \Delta_2 &= (U'_2(l) - U_2(l)) \times \\ &\times \left(\frac{r_1 R_{из1} R_{пр2}}{\alpha_1 (R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2)} \operatorname{cth}\alpha_1 l + z_{11}\right) - \\ &- (U_1(0) - U'_1(0)) \frac{r_1 R_{из2} a_{12}}{\alpha_1 (R_{пр} R_{пр2} - a_{12}^2) \operatorname{sh}\alpha_1 l}; \\ \Delta &= \left(\frac{r_1 R_{из1} R_{пр2}}{\alpha_1 (R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2)} \operatorname{cth}\alpha_1 l + z_{11}\right) \times \\ &\times \left(\frac{r_2 R_{из2} R_{пр1}}{\alpha_2 (R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2)} \operatorname{cth}\alpha_2 l + z_{2n}\right) - \\ &- \frac{r_1 r_2 R_{из1} R_{из2}}{\alpha_1 \alpha_2 \operatorname{sh}\alpha_1 l \operatorname{sh}\alpha_2 l} \left(\frac{a_{12}}{R_{пр1} R_{пр2} - a_{12}^2}\right)^2. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Напряжения на изоляции, связанные со всеми токами подземных сооружений, равны:

$$U_{1\nu}^{(сум)} = U_{1\nu} + \Delta U_{1\nu}, \quad U_{2\nu}^{(сум)} = U_{2\nu} + \Delta U_{2\nu}. \qquad (22)$$

Пример расчета. Два трубопровода на участке длиной $l = 950$ *м* (см. рисунок) уложены параллельно друг другу на расстоянии $b_{12} = 2$ *м*. Диаметры трубопроводов $d_1 = 0{,}325$ *м*, $d_2 = 0{,}525$ *м*; удельные продольные сопротивления $r_1 = 1{,}93 \times 10^{-5}$ *ом/м*, $r_2 = 1{,}09 \cdot 10^{-5}$ *ом/м*; удельные сопротивления изоляции (в расчете на худший случай) $R_{из1} = R_{из2} = 100$ *ом·м*; удельное сопротивление грунта $\rho = 30$ *ом·м*, глубина заложения трубопроводов $b_1 = b_2 = 1{,}5$ *м*. Каждый из рассматриваемых участков связан с сетью только в одной точке: первый — в точке $x=0$, второй — в точке $x=l$. Напряжения на изоляции для отсекаемых участков сети в точках связи заданы (например, рассчитаны по методике [Л. 6]) и равны $U'_1(0) = -0{,}255$ *в*, $U'_2(l) = 0{,}355$ *в*. Входные сопротивления сети $z_{11} = z_{2n} = 0{,}071$ *ом*.

Разобьем рассматриваемые участки на $n = 5$ элементарных длиной $h = 190$ *м*. По (6) и (7) имеем $a_{11} = 53{,}5$; $a_{22} = 51{,}2$, $a_{12} = 40{,}6$; $R_{пр1} = 153{,}5$ *ом·м*; $R_{пр2} = 151{,}2$ *ом·м*. Коэффициенты утечки трубопроводов найдем по (22): $\alpha_1 = 3{,}55 \cdot 10^{-4}$ *1/м*, $\alpha_2 = 2{,}69 \cdot 10^{-4}$ *1/м*. По трассам трубопроводов задано распределение потенциалов земли $\varphi_{з1\nu}$ и $\varphi_{з2\nu}$ (см. таблицу результатов расчета). Пример вычисления $\varphi_{з\nu}$ в поле рельсовой сети произвольной формы дан в [Л. 6].

По (15) вычислим потенциалы трубопроводов, рассматривая их в первой части задачи как обособление от сети: $\varphi_1 = -1{,}00$ *в*, $\varphi_2 = -1{,}01$ *в*. По (8) после подстановки соответствующих величин получим расчетные выражения для плотностей токов утечки с обособленных от сети трубопроводов:

$$j_{1\nu} = -5{,}14 \cdot 10^{-3} \varphi_{з1\nu} - 5{,}14 \cdot 10^{-3} \ a/м;$$

$$j_{2\nu} = -5{,}24 \cdot 10^{-3} \varphi_{з2\nu} - 5{,}29 \cdot 10^{-3} \ a/м.$$

Результаты расчета $j_{1\nu}$ и $j_{2\nu}$ приведены соответственно в табл. 1 и 2.

Переходя ко второй части задачи, прежде всего найдем величины токов перетекания между рассматриваемыми участками и сетью. В соответствии с условием задачи $I_{1n} = I_{21} = 0$. Токи перетекания в двух других точках найдем по (21):

$$\Delta = 29{,}8 \cdot 10^{-3}; \ \Delta_1 = 149{,}3 \cdot 10^{-3}; \ \Delta_2 = 114{,}7 \cdot 10^{-3};$$

$$I_{11} = 4{,}37 \ a; \ I_{2n} = 3{,}35 \ a.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

ν	x, м	$\varphi_{з1\nu}$, в	$j_{1\nu}\times\times10^3$, а/м	$\Delta\varphi_{1\nu}$, в	$\Delta j_{1\nu}\times\times10^3$, а/м	$U^{(сум)}_{1\nu}$, в	При $a_{12}=0$		
							$j_{1\nu}\cdot10^3$	$\Delta j_{1\nu}\times\times10^3$	$U^{(сум)}_{1\nu}$
1′	0	—2,30	6,68	—0,730	—6,17	0,051	8,45	—5,60	0,285
1	95	—1,85	4,37	—0,724	—6,13	—0,176	6,54	—5,55	0,099
2	285	—1,30	1,54	—0,710	—6,06	—0,452	1,95	—5,45	—0,350
3	475	—0,85	—0,77	—0,702	—6,00	—0,677	—0,98	—5,37	—0,635
4	665	—0,60	—2,05	—0,694	—5,94	—0,799	—2,60	—5,31	—0,791
5	855	—0,40	—3,08	—0,691	—5,94	—0,902	—3,90	—5,30	—0,920
5′	950	—0,25	—3,85	—0,691	—5,95	—0,980	—4,88	—5,30	—1,018

Таблица 2

ν	x, м	$\varphi_{з2\nu}$, в	$j_{2\nu}\cdot10^3$, а/м	$\Delta\varphi_{2\nu}$, в	$\Delta j_{2\nu}\times\times10^3$, а/м	$U^{(сум)}_{2\nu}$, в	При $a_{12}=0$		
							$j_{2\nu}\cdot10^3$	$\Delta j_{2\nu}\cdot10^3$	$U^{(сум)}_{2\nu}$
1′	0	—2,38	7,19	0,558	5,34	1,253	9,07	4,68	1,375
1	95	—1,88	4,57	0,558	5,33	0,990	5,37	4,68	1,005
2	285	—1,31	1,63	0,560	5,33	0,696	2,06	4,69	0,675
3	475	—0,85	—0,84	0,564	5,34	0,450	—1,04	4,72	0,368
4	665	—0,60	—2,15	0,568	5,35	0,320	—2,70	4,76	0,206
5	855	—0,40	—3,20	0,574	5,38	0,218	—4,02	4,81	0,079
5′	950	—0,25	—3,98	0,581	5,44	0,146	—5,61	4,85	—0,016

По (18) получим рабочие формулы для приращений потенциалов, а затем по (17) и плотностей токов утечки, вызываемых токами перетекания:

$$\Delta\varphi_{1\nu} = -0{,}691\,\mathrm{ch}\,3{,}55\cdot10^{-4}(950-x);$$

$$\Delta\varphi_{2\nu} = 0{,}558\,\mathrm{ch}\,2{,}69\cdot10^{-4}x;$$

$$\Delta j_{1\nu} = 7{,}02\cdot10^{-3}\Delta\varphi_{1\nu} - 1{,}88\cdot10^{-3}\Delta\varphi_{2\nu};$$

$$\Delta j_{2\nu} = 7{,}12\cdot10^{-3}\Delta\varphi_{2\nu} - 1{,}88\cdot10^{-3}\Delta\varphi_{1\nu}.$$

Результаты вычислений $\Delta\varphi$ и Δj приведены в табл. 1 и 2. Там же даны искомые результаты вычислений по (22) напряжения на изоляции:

$$U^{(сум)}_{1\nu} = 100\,(j_{1\nu} + \Delta j_{1\nu}), \quad U^{(сум)}_{2\nu} = 100\,(j_{2\nu} + \Delta j_{2\nu}).$$

Далее для сравнения выполнены расчеты при условии, что взаимные влияния между трубопроводами отсутствуют, т. е. для случая, когда один из двух трубопроводов еще не уложен в грунт. Расчетные выражения при этом те же, но везде следует принять $a_{12}=0$. Результаты расчета приведены в табл. 1 и 2 в графе $a_{12}=0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тарнижевский М. В.** Расчет совместной защиты от блуждающих токов подземных металлических сооружений при параллельной прокладке.— «Электричество», 1970, № 5, с. 57—64.

2. **Ткаченко В. И.** Распределение потенциалов на трех параллельных протяженных проводниках с утечкой. — В кн.: Использование газа в народном хозяйстве. Саратов, Гипрониигаз, 1965, с. 362—374.

3. **Остапенко В. Н.** и др. Методы расчета катодной защиты металлических сооружений от коррозии. Киев, «Наукова думка», 1966, 240 с.

4. **Стрижевский И. В., Дмитриев В. И.** Математические задачи, связанные с определением опасности и защищенности подземных металлических сооружений от коррозии. — В кн.: Защита подземных сооружений от коррозии. Академия коммунального хозяйства им. К. Д. Памфилова, 1966, № 4, с. 5—11.

5. **Ткаченко В. Н., Шеринский В. Р.** Приближенный метод расчета потенциалов на трубопроводах конечной длины. — В кн.: Электрическая защита городских подземных металлических сооружений от коррозии. Волгоград, Волгоградский ин-т инж.-городского хоз-ва (ВИИГХ), 1969, с. 46—53.

6. **Ткаченко В. Н.** К методике расчета потенциала подземного сооружения произвольной формы. — В кн.: Коррозия и защита в нефтегазовой промышленности. Всесоюзный научно-исслед. ин-т организации, управления и экономики нефтегазовой промышленности (ВНИИОЭНГ), М., 1971, № 9, с. 8—12.

7. **Ткаченко В. Н.** О переходном сопротивлении подземного сооружения произвольной формы.—В кн.: Электрическая защита городских подземных металлических сооружений от коррозии. Волгоград, Волгоградский ин-т инженеров городского хозяйства (ВИИГХ), 1969, с. 101—109.

[3.5.1973]

◇ ◇ ◇

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

готовит к выпуску во втором квартале 1974 г. книгу

Бейлин Я. Л., Флаксерман Ю. Н., Чернухин А. А. Экономика и управление энергетическим производством. Иллюстрированное пособие в помощь экономическому образованию. 12 л. 1 р. 94 к.

В книге освещаются основные данные экономики энергетики, развития топливно-энергетического хозяйства и электрификации СССР. Изложены сведения по научной организации труда, совершенствованию организационной структуры и технологии управления энергетическим производством. Представлен материал по сотрудничеству СССР с зарубежными странами в области энергетики. Книга широко иллюстрирована цветными графиками, диаграммами, таблицами и схемами.

Книга предназначена для энергетиков и широкого круга читателей, интересующихся развитием энергетики. Она может быть полезна студентам вузов и учащимся техникумов энергетического профиля.

УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Книга объявлена в бланке заказов Всесоюзного объединения книжной торговли № 75 от 29 октября 1973 года. Предварительный заказ на книгу Вы можете оформить во всех книжных магазинах, имеющих отделы технической литературы.

Только предварительный заказ гарантирует приобретение книги в первые дни поступления ее в продажу.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Сообщения

УДК 621.3.018.782.3.001.57

О моделировании электрических цепей с сосредоточенными параметрами

БРОН Л. П.

Новосибирск

В настоящее время решение научно-технических задач любыми средствами без учета фактора времени и затрат не может считаться приемлемым. Поэтому эффективность метода решения, которая характеризуется в основном классом решаемых задач, трудоемкостью, временем и затратами, связанными с решением, является важнейшей характеристикой любого метода. Между тем при разработке методов анализа электромагнитных процессов в различных электротехнических устройствах эффективности метода еще не уделяется должного внимания. Чтобы метод анализа был эффективным, он должен работать при минимальной исходной информации об исследуемом процессе.

В статье дается описание цифровой математической модели, которая позволяет проводить анализ электромагнитных процессов по известной схеме замещения и известным параметрам. Никаких априорных сведений о качественных и количественных закономерностях не требуется. В сочетании с простотой задания исходных данных такой подход позволяет снизить трудоемкость решения до 1÷2 человеко-часов, причем затраты определяются в основном стоимостью машинного времени.

Назначение модели — получение решений переходного процесса в устройствах, представляющих собой электрические цепи с сосредоточенными параметрами с нелинейными элементами типа управляемых и неуправляемых вентилей. Установившийся режим может быть получен как предел переходного режима или же непосредственно, если известны начальные составляющие токов индуктивностей и напряжений емкостей установившегося режима. Кроме того, модель позволяет проводить анализ линейных цепей постоянного тока, а с помощью небольших изменений — комплексным методом установившегося режима в цепях синусоидального тока. По рассчитанным временным функциям токов и напряжений в модели определяются энергетические, спектральные и другие величины, интересующие исследователя.

Модель представляет собой набор алгоритмов, написанных на языке Алгол, обеспечивающих переработку исходной информации, расчет переходного процесса и обработку полученных результатов. Алгоритмизация процессов подготовки задачи к решению и обработки полученных результатов существенно повышает эффективность метода.

Модель состоит из следующих основных алгоритмов:

1. Алгоритм решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной.
2. Алгоритм формирования структурной матрицы и матрицы контуров.
3. Алгоритм преобразования структурной матрицы и матрицы контуров к форме, необходимой для работы метода определяющих величин.

Для построения алгоритма решения использован метод определяющих величин, так как он позволяет минимизировать машинное время расчета [Л. 1]. В этом методе токи ветвей определяются из матричного уравнения:

$$\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{I}} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \tag{1}$$

где $\bar{\mathbf{I}}$ — вектор токов ветвей; $\boldsymbol{\varepsilon}$ — вектор правых частей.

Матрица $\bar{\mathbf{A}}$ приводится к блочной следующего вида:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_{11} \bar{\mathbf{A}}_{12} \\ \bar{\mathbf{A}}_{21} \bar{\mathbf{A}}_{22} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $\bar{\mathbf{A}}_{11}$ — квадратная матрица минимально возможного порядка s; $\bar{\mathbf{A}}_{22}$ — нижняя треугольная матрица порядка $n-s$; n — порядок матрицы $\bar{\mathbf{A}}$.

Для получения матрицы $\bar{\mathbf{A}}$ могут использоваться методы законов Кирхгофа, контурных токов или узловых напряжений. В случае использования метода контурных токов матрица $\bar{\mathbf{A}}$ получается следующим образом:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_t \bar{\mathbf{Z}} \\ \bar{\Pi} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где $\bar{\Gamma}_t$ — транспонированная матрица контуров; $\bar{\Pi}$ — структурная матрица; $\mathbf{Z}$ — матрица сопротивлений; в случае расчета переходных процессов — матрица операторных сопротивлений.

По методу определяющих величин нужно решать систему порядка s. Эффективность метода определяющих величин зависит от того, насколько «сильно» выполняется неравенство

$$s<n. \tag{4}$$

Для величины s существует оценка [Л. 2]

$$s \leqslant n-n^2/Q, \tag{5}$$

где Q — число ненулевых элементов матрицы $\mathbf{A}$. Отсюда следует: чем слабее заполнена матрица $\mathbf{A}$, тем сильнее выполняется условие (4) и тем эффективнее метод определяющих величин по сравнению с методами законов Кирхгофа, контурных токов или узловых потенциалов.

Дополнительное достоинство метода определяющих величин заключается в том, что он не требует наличия в оперативной памяти ЦВМ одновременно всех уравнений системы (1). Это позволяет при решении (1) использовать внешнюю память, что практически не накладывает ограничений на объем решаемой задачи.

Уравнение (1) дает возможность рассчитывать стационарный процесс. Для расчета переходных процессов необходимо решать систему дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Для решения такой системы используются формулы аппроксимации производных и интегралов:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t_k} = F_1(i_k, i_{k-1}, i_{k-2}, \ldots); \tag{6}$$

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} i(t)dt = F_2(i_k, i_{k-1}, i_{k-2}, \ldots), \tag{7}$$

где t_{k-1}, t_k — моменты времени, соответствующие $(k-1)$-й и k-й точкам; i_k, i_{k-1}, i_{k-2} — значения токов в k, $(k-1)$ и $(k-2)$-й точках.

Конкретный вид функций F_1, F_2 определяется выбранной формулой аппроксимации и количеством точек, по которым проводится аппроксимация.

Совместное рассмотрение (1), (6) и (7) позволяет перейти от системы интегро-дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений, решение которой не представляет затруднений.

Разработка формы представления информации, минимизирующей необходимый объем памяти, является важной задачей, так как оперативная память ЦВМ ограничена, а использование внешней памяти увеличивает машинное время. С этой точки зрения матричная форма не является оптимальной, так как требует большого объема памяти, причем значительная часть

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

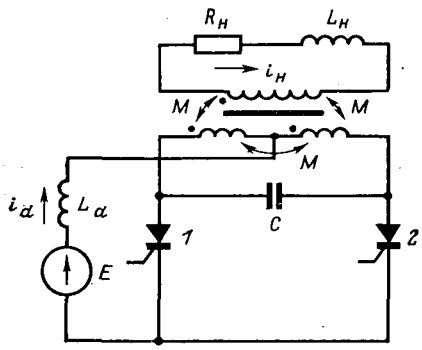


Рис. 1.

этой информации избыточна. Избыточную информацию несут нулевые элементы структурной матрицы и матрицы контуров, количество которых превышает количество ненулевых элементов этих матриц. Для сокращения необходимого объема памяти при использовании матричной формы информации в настоящее время широко применяется так называемая логическая шкала. При этом каждому элементу матрицы ставится в соответствие два двоичных разряда ячейки ЦВМ. Недостаток такой формы—в увеличении машинного времени, связанного с выделением и определением содержимого каждого разряда.

В данной работе для задания информации о связях узлы — ветви и контуры—ветви используются двумерные массивы с переменным числом элементов в строках [Л. 3]. Номер строки равен номеру узла или контура, а элементами строк являются номера ветвей, которые идентичны соответствующему узлу или контуру.

Для задания направления ветви относительно узла или направления обхода контура каждый массив разбивается на два подмассива. Информация о геометрии цепи задается массивом, задающим информацию о связях между узлами. Эта информация является более простой, чем информация о связях узлы — ветви. По информации о связях между узлами с помощью специальных алгоритмов формируются массивы, соответствующие структурной матрице, матрице контуров и **А**-матрице в форме (2) [Л. 4].

Таким образом, в модели все процессы подготовки и решения алгоритмизированы. Нелинейные элементы типа вентилей могут учитываться как двухполюсники с реальной или идеальной вольт-амперной характеристикой. Замещение вентиля двухполюсником с реальной характеристикой приводит к расчету цепи с постоянной структурой и переменными параметрами. Параметры коммутируемых элементов меняются в момент коммутации согласно его вольт-амперной характеристике. Замещение двухполюсником с идеальной характеристикой приводит к расчету цепи с переменной структурой. Это требует многократного обращения к алгоритмам формирования $\bar{A}$-массива, но зато может быть значительно упрощена рассчитываемая схема и снижено время расчета.

При наличии в схеме управляемых вентилей в модель вводится блок управления, который вырабатывает признак наличия управляющего импульса на управляющем электроде для вентилей с тиристорной характеристикой или непосредственно задает состояние вентиля для полностью управляемых вентилей.

Возможности модели ориентировочно характеризуются показателями: объем анализируемых схем на ЦВМ с оперативной памятью 4 096 ячеек без использования внешней памяти примерно 75 ветвей, трудоемкость подготовки задачи около 1÷2 человеко-часов неквалифицированного труда.

В качестве иллюстрации приводится анализ на модели переходных процессов в двух, вообще говоря, различных устройствах — в параллельном инверторе и асинхронном двигателе.

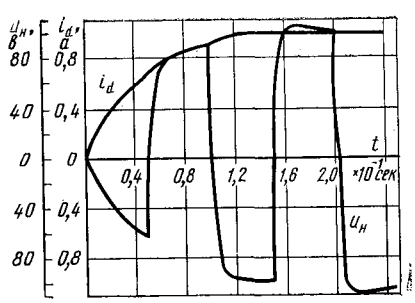


Рис. 2.

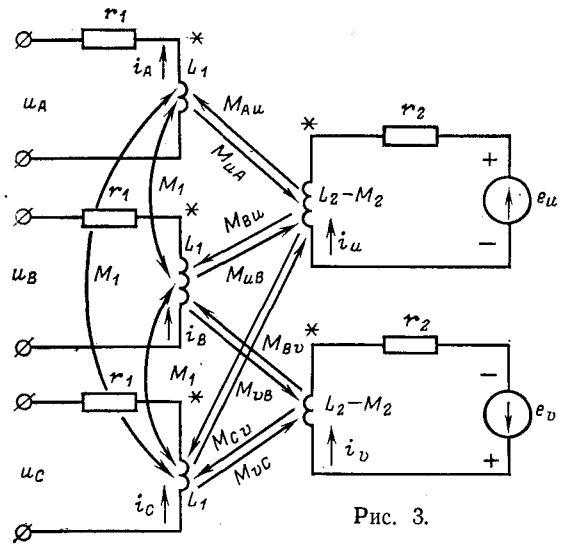


Рис. 3.

На рис. 1 приведена схема инвертора. Параметры схемы: $E=100$ *в*; $L_d=5$ *гн*; $L_н=0$; $C=0{,}5\cdot10^{-5}$ *ф*; $R=100$ *ом*; $L_{тр}=M_{тр}=1\,000$ *гн*. Частота коммутации тиристоров $f=10$ *гц*.

На рис. 2 приведены графики тока и напряжения на нагрузке. Расхождение между расчетом на модели и расчетом по аналитическим зависимостям [Л. 5] составляет примерно 4%. Машинное время расчета на ЦВМ М-220 составляет около 30 *сек*.

Схема замещения асинхронной машины приведена на рис. 3. Назначение такой схемы замещения машины — исследование совместной работы асинхронной машины и преобразователей частоты различных типов, чего не позволяет осуществить общепринятая схема замещения [Л. 6]. Вывод схемы замещения машины дан в приложении.

На рис. 4 приведена кривая электромагнитного момента и скорости при пуске на холостом ходу двигателя А-62-4. Параметры машины взяты из [Л. 6] при скольжении, равном единице. Расхождение между расчетной кривой и гладкой составляющей осциллограммы момента и скорости при пуске этой машины [Л. 6] не превышает 6%. Машинное время расчета на ЦВМ М-220 — около 20 *мин*.

Наиболее эффективное использование модели — анализ новых устройств, для которых еще не разработан математический аппарат, так как при этом существенно снижаются время и затраты на исследование и разработку. Однако применение модели может быть оправданным и для исследования устройств, для которых математический аппарат разработан. Например, при детальном анализе на ЦВМ выражений для токов и напряжений схемы рис. 1, полученных в (5) даже без учета индуктивностей реактора и нагрузки, машинное время соизмеримо, но требуются дополнительное время и затраты на программирование анализируемых зависимостей.

Приложение. Получение схемы замещения асинхронной машины для исследования ее совместной работы с преобразователями частоты.

Для трех фаз статора и ротора справедливы уравнения [Л. 6]:

$$\left.\begin{aligned} u_A &= \frac{d\Psi_A}{dt} + i_A r_1; \\ u_B &= \frac{d\Psi_B}{dt} + i_B r_1; \\ u_C &= \frac{d\Psi_C}{dt} + i_C r_1; \end{aligned}\right\} \qquad (П\text{-}1)$$

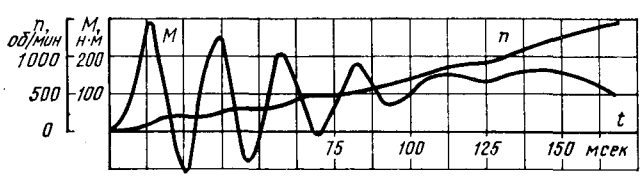


Рис. 4.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\left.\begin{aligned} u_a = 0 &= \frac{d\psi_a}{dt} + i_a r_2; \\ u_b = 0 &= \frac{d\psi_b}{dt} + i_b r_2; \\ u_c = 0 &= \frac{d\varphi_c}{dt} + i_c r_2; \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-2})$$

$$\left.\begin{aligned} \psi_A &= L_1 i_A + M_1 i_B + M_1 i_C + M_{12}\cos\varphi i_a + \\ &+ M_{12}\cos(\varphi + 120°)\, i_b + M_{12}\cos(\varphi - 120°)\, i_c; \\ \psi_B &= L_1 i_B + M_1 i_A + M_1 i_C + M_{12}\cos(\varphi - \\ &- 120°)\, i_a + M_{12}\cos\varphi i_b + M_{12}\cos(\varphi + 120°)\, i_c; \\ \psi_C &= L_1 i_C + M_1 i_A + M_1 i_B + M_{12}\cos(\varphi + \\ &+ 120°) i_a + M_{12}\cos(\varphi - 120°)\, i_b + M_{12}\cos\varphi i_c; \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-3})$$

$$\left.\begin{aligned} \psi_a &= L_2 i_a + M_2 i_b + M_2 i_c + M_{12}\cos\varphi i_A + \\ &+ M_{12}\cos(\varphi - 120°)\, i_B + M_{12}\cos(\varphi + 120°)\, i_C; \\ \psi_b &= L_2 i_b + M_2 i_a + M_2 i_c + M_{12}\cos(\varphi + 120°)\, i_A + \\ &+ M_{12}\cos\varphi i_B + M_{12}\cos(\varphi - 120°)\, i_C; \\ \psi_c &= L_2 i_c + M_2 i_a + M_2 i_b + M_{12}\cos(\varphi - 120°)\, i_A + \\ &+ M_{12}\cos(\varphi + 120°)\, i_B + M_{12}\cos\varphi i_C. \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-4})$$

где u_A, u_B, u_C, u_a, u_b, u_c — напряжения на зажимах фаз статора и ротора; ψ_A, ψ_B, ψ_C, ψ_a, ψ_b, ψ_c — полные потокосцепления фаз статора и ротора; i_A, i_B, i_C, i_a, i_b, i_c — токи фаз статора и ротора; L_1, L_2 — индуктивности фаз статора и ротора; M_1 — взаимная индуктивность между двумя обмотками статора; M_2 — взаимная индуктивность между двумя обмотками ротора; M_{12} — максимальное значение взаимной индуктивности между обмоткой статора и ротора; r_1, r_2 — активные сопротивления фаз статора и ротора; φ — угол между соответствующими осями фаз статора и ротора, *эл. рад*; ω — частота вращения ротора;

$$\varphi = \int_0^t \omega(t)\, dt. \quad (\text{П-5})$$

Введем вместо токов трех фаз ротора результирующий вектор

$$\bar{i}_r = i_a + e^{j120°} i_b + e^{-j120°} i_c, \quad (\text{П-6})$$

где $\bar{i}_r$ — вектор тока ротора в системе координат ротора.

Обозначив $\bar{i}_r^s$ — вектор тока ротора в системе координат статора, можно записать:

$$\bar{i}_r^s = \bar{i}_r e^{j\varphi}; \quad (\text{П-7})$$

$$\bar{i}_r = \bar{i}_r^s e^{-j\varphi}. \quad (\text{П-8})$$

Найдем составляющие вектора $\bar{i}_r^s$ по осям u, v. Из (П-6) и (П-8) имеем:

$$i_u = \mathrm{Re}\{(i_a + e^{j120°} i_b + e^{-j120°} i_c)\, e^{j\varphi}\};$$

$$i_u = i_a\cos\varphi + i_b\cos(\varphi + 120°) + i_c\cos(\varphi - 120°); \quad (\text{П-9})$$

$$i_v = \mathrm{Im}\{(i_a + e^{j120°} i_b + e^{-j120°} i_c)\, e^{j\varphi}\};$$

$$i_v = i_a\sin\varphi + i_b\sin(\varphi + 120°) + i_c\sin(\varphi - 120°). \quad (\text{П-10})$$

Обратное преобразование получаем из выражений:

$$\left.\begin{aligned} i_a &= \mathrm{Re}\left\{\frac{2}{3}\bar{i}_r\right\}; \\ i_b &= \mathrm{Re}\left\{\frac{2}{3} e^{-j120°}\bar{i}_r\right\}; \\ i_c &= \mathrm{Re}\left\{\frac{2}{3} e^{j120°}\bar{i}_r\right\}; \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-11})$$

$$\bar{i}_r^s = i_u + i_v. \quad (\text{П-12})$$

Из (П-8) — (П-12)

$$\left.\begin{aligned} i_a &= \frac{2}{3}(i_u\cos\varphi + i_v\sin\varphi); \\ i_b &= \frac{2}{3}[i_u\cos(\varphi + 120°) + i_v\sin(\varphi + 120°)]; \\ i_c &= \frac{2}{3}[i_u\cos(\varphi - 120°) + i_v\sin(\varphi - 120°)]. \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-13})$$

Решая совместно (П-3), (П-4), (П-9), (П-10) и (П-13), получаем:

$$\left.\begin{aligned} \psi_A &= L_1 i_A + M_1 i_B + M_1 i_C + M_{12} i_u; \\ \psi_B &= L_1 i_B + M_1 i_A + M_1 i_C - \frac{1}{2} M_{12} i_u + \frac{\sqrt{3}}{2} M_{12} i_v; \\ \psi_C &= L_1 i_C + M_1 i_A + M_1 i_B - \frac{1}{2} M_{12} i_u - \frac{\sqrt{3}}{2} M_{12} i_v; \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-14})$$

$$\left.\begin{aligned} \psi_u &= (L_2 - M_2)\, i_u + \frac{\sqrt{3}}{2} M_{12} i_A - \\ &- \frac{3}{4} M_{12} i_B - \frac{3}{4} M_{12} i_C; \\ \psi_v &= (L_2 - M_2)\, i_v + \frac{3\sqrt{3}}{4} M_{12} i_B - \frac{3\sqrt{3}}{4} M_{12} i_C. \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-15})$$

Из (П-2), (П-13), (П-15)

$$\left.\begin{aligned} u_u = 0 &= \frac{d\psi_u}{dt} + \psi_v\omega + i_u r_2; \\ u_v = 0 &= \frac{d\psi_v}{dt} - \psi_u\omega + i_v r_2. \end{aligned}\right\} \quad (\text{П-16})$$

Уравнениям (П-1), (П-14) — (П-16) соответствует схема замещения машины (рис. 3).

Обозначения на рисунке следующие: $e_u = \omega\psi_v$ — э. д. с. вращения фазы u; $e_v = -\omega\psi_u$ — э. д. с. вращения фазы v;

$$M_{Au} = M_{12}; \quad M_{uA} = \frac{3}{2} M_{Au};$$

$$M_{Bu} = -\frac{1}{2} M_{12}; \quad M_{uB} = \frac{3}{2} M_{Bu};$$

$$M_{Cu} = -\frac{1}{2} M_{12}; \quad M_{uC} = \frac{3}{2} M_{Cu};$$

$$M_{Bv} = \frac{\sqrt{3}}{2} M_{12}; \quad M_{vB} = \frac{3}{2} M_{Bv};$$

$$M_{Cv} = -\frac{\sqrt{3}}{2} M_{12}; \quad M_{vC} = \frac{3}{2} M_{Cv}.$$

Электромагнитный момент и частота вращения ротора рассчитываются из общепринятых уравнений, которые вводятся в модель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Максимович Н. Г.** Линейные электрические цепи и их преобразования. М., Госэнергоиздат, 1961.

2. **Грицай М. А., Журавлев В. Г.** Расчет токораспределения в электрической сети по методу определяющих величин.— «Электричество», 1968, № 8.

3. **Брон Л. П.** Формирование главной системы независимых контуров на ЭЦВМ.— «Изв. СО АН СССР», 1969, вып. 13.

4. **Брон Л. П.** Формирование на ЭЦВМ блочной матрицы для расчета электрических цепей методом определяющих величин.— «Изв. СО АН СССР», 1970, № 3, вып. 1.

5. **Бедфорд Б., Хофт Р.** Теория автономных инверторов. М., «Энергия», 1969.

6. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе. М., «Энергия», 1967. Авт.: Соколов М. М., Петров Л. П., Масандилов Л. Б., Ладензон В. А.

[20.10.1972]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.314.21.011.3

О двух способах представления магнитного поля индуктивно-связанных катушек

Канд. техн. наук ЗИХЕРМАН М. Х.
ВНИИЭ

Две катушки со стальным магнитопроводом обычно эквивалентируются трехэлементной приведенной Т-образной электрической схемой замещения (рис. 1,*а*). Соответственно и магнитное поле катушек представляется как результат наложения трех магнитных потоков — двух потоков рассеяния и одного общего потока (рис. 1,*б*) [Л. 1]. Продольные индуктивности Т-образной схемы соответствуют потокам рассеяния, а поперечная намагничивающая ветвь — общему потоку. Потоки рассеяния Φ_{1s} и Φ_{2s} сцеплены каждый только со своей катушкой и пропорциональны только ее ампер-виткам соответственно i_1w_1 и i_2w_2. Общий поток Φ_0 сцеплен с обеими катушками и пропорционален сумме ампер-витков $i_1w_1+i_2w_2$. При этом задаются такими положительными направлениями токов, чтобы положительные направления потоков взаимоиндукции совпадали.

Обычно допускают, что общий поток концентрируется в стали, а потоки рассеяния проходят по воздуху. Поэтому рабочую индукцию принимают одинаковой по всей длине магнитопровода и рассчитывают исходя из общего потока.

Однако картина поля более сложна, поскольку в действительности потоки рассеяния идут не только по воздуху, но и в значительной мере могут захватывать магнитопровод, что осложняет расчеты рабочей индукции. Положение усугубляется тем, что соотношение между отдельными потоками рассеяния, которое необходимо знать при расчетах, как правило, известно весьма приближенно.

В этой связи представляет интерес другая трехэлементная схема замещения катушек — П-образная (рис. 2,*а*) [Л. 2] и, как следствие, другая схема представления поля. Представление поля, основанное на П-образной схеме замещения, более удобно, так как позволяет выделить намагничивающие токи для частей магнитопровода [Л. 3] и точнее рассчитать рабочую индукцию в его различных сечениях.

Рассмотрим приведенную П-образную схему замещения ($w_1=w'_2=w$) и зададимся теми же положительными направлениями токов катушек, что и в Т-образной схеме. Предположим, что магнитная проницаемость стали постоянна. Тогда индуктивности П-образной схемы замещения выразятся постоянными числами. Индуктивность L_{01} можно назвать первичной индуктивностью намагничивания, индуктивность L_{02} — вторичной, а индуктивность L_s по аналогии с продольными индуктивностями Т-образной схемы можно назвать индуктивностью рассеяния. Каждая индуктивность равна отношению ее потокосцепления Ψ к протекающему по ней току i [уравнения (1)] — см. таблицу. Чтобы в дальнейшем облегчить математические выкладки, будем вместо напряжений источников $u_{ист}$ рассматривать их потокосцепления $\Psi_{ист}$, полученные при нулевых начальных условиях:

$$\Psi_{ист}=\int u_{ист}dt.$$

П-образная схема	Т-образная схема
$L_{01}=\Psi_{01}/i_{01}$ $L_{02}=\Psi_{02}/i_{02}$ $L_s=\Psi_s/i_s$ (1)	$L_{1s}=\Psi_{1s}/i_{1s}$ $L_{2s}=\Psi_{2s}/i_{2s}$ $L_0=\Psi_0/i_0$ (6)
$i_1=i_{01}+i_s$ $i'_2=i_{02}-i_s$ $\Psi_1=\Psi_{01}$ $0=\Psi_s+\Psi_{02}-\Psi_{01}$ $\Psi'_2=\Psi_{02}$ (2)	$\Psi_1=\Psi_{1s}+\Psi_0$ $\Psi'_2=\Psi_{2s}+\Psi_0$ $i_1=i_{1s}$ $0=i_{1s}+i_{2s}-i_0$ $i'_2=i_{2s}$ (7)
$\Psi_1=w\Phi_1;\ \Psi'_2=w\Phi_2$ $\Psi_{01}=w\Phi_{01};\ \Psi_{02}=w\Phi_{02}$ $\Psi_s=w\Phi_s$ (3)	$\Psi_1=w\Phi_1;\ \Psi'_2=w\Phi_2$ $\Psi_{1s}=w\Phi_{1s};\ \Psi_{2s}=w\Phi_{2s}$ $\Psi_0=w\Phi_0$ (8)
$i_1w=i_{01}w+i_sw$ $i'_2w=i_{02}w-i_sw$ $\Phi_1=\Phi_{01}$ $\Phi_1-\Phi_2=\Phi_s$ $\Phi_2=\Phi_{02}$ (4)	$\Phi_1=\Phi_{1s}+\Phi_0$ $\Phi_2=\Phi_{2s}+\Phi_0$ $i_1w=i_{1s}w$ $i_1w+i'_2w=i_0w$ $i'_2w=i_{2s}w$ (9)
$i_{01}w/\Phi_{01}=w^2/L_{01}=R_{01}$ $i_{02}w/\Phi_{02}=w^2/L_{02}=R_{02}$ $i_sw/\Phi_s=w^2/L_s=R_s$ (5)	$i_{1s}w/\Phi_{1s}=w^2/L_{1s}=R_{1s}$ $i_{2s}w/\Phi_{2s}=w^2/L_{2s}=R_{2s}$ $i_0w/\Phi_0=w^2/L_0=R_0$ (10)

Уравнения для токов и потокосцеплений П-образной схемы замещения вместе с источниками составлены для трех контуров и трех узлов на основе законов Кирхгофа [уравнения (2)]. Контуры обходились по стрелкам, указанным на рис. 2,*а*. Уравнения (1) и (2) являются исходными для представления

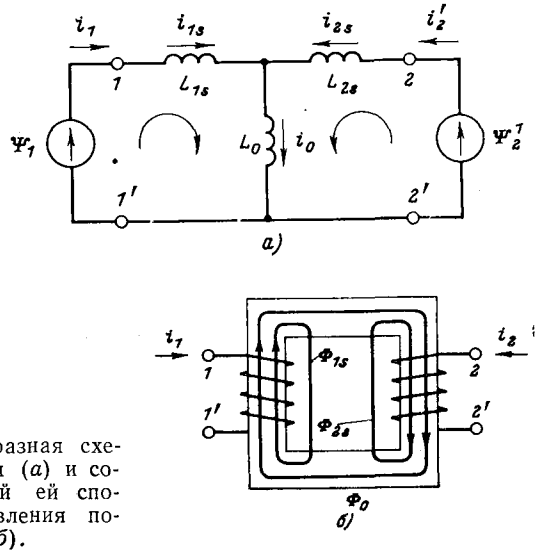


Рис. 1. Т-образная схема замещения (*а*) и соответствующий ей способ представления поля (*б*).

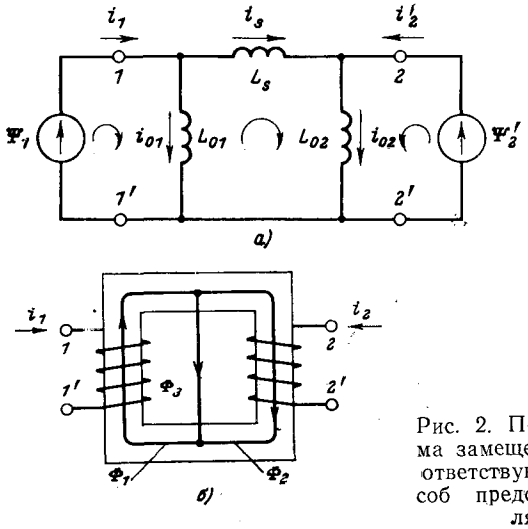


Рис. 2. П-образная схема замещения (*а*) и соответствующий ей способ представления поля (*б*).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

поля на основе П-образной схемы замещения. К ним необходимо добавить допущение о том, что частично сцепленных потоков нет [уравнения (3)].

Решая совместно уравнения (2) и (3), а также (1) и (3), получаем соответственно уравнения (4) и (5), которые выражают искомый способ представления поля.

Согласно этому способу мгновенная картина магнитного поля двух индуктивно-связанных катушек (с током) представляется наложением трех потоков — двух потоков катушек и одного потока рассеяния. Поток первой катушки Φ_1 сцеплен только с ней одной и вызывается действием ампер-витков $i_{01}w$, которые являются частью ампер-витков первой катушки. Поток второй катушки Φ_2 сцеплен только с ее витками и вызывается действием ампер-витков $i_{02}w$, которые являются частью ампер-витков второй катушки. Поток рассеяния Φ_s, равный разности потоков катушек, вызывается ампер-витками $i_s w$. Они образуются из той доли ампер-витков, которая для обеих катушек является общей (равной по величине и противоположной по направлению). Потоки сливаются в узлах магнитной системы.

Такая картина поля изображена на рис. 2,*б*, где положительные направления потоков соответствуют принятым положительным направлениям токов. Поток Φ_1 проходит по левой половине магнитопровода и сцеплен только с первой катушкой, поток Φ_2 проходит по правой половине магнитопровода и сцеплен только со второй катушкой, а поток рассеяния Φ_s проходит по воздуху. Потоки идут по соответствующим магнитным сопротивлениям R_{01}; R_{02} и R_s.

Характерной особенностью потоков на рис. 2,*б* является то, что они для своего слияния требуют наличия узлов магнитной системы. Аналогичное требование встречалось и ранее, например при рассмотрении режимов трехфазного трехстержневого трансформатора. Потоки прямой последовательности фаз *A*, *B* и *C*, образующие симметричную систему, пройдя каждый по стержню своей фазы, сливались затем в точках ярм, расположенных по концам стержня средней фазы *B*.

Оба способа представления поля, основанные на Т- и П-образной схемах замещения, теоретически равноценны, поскольку обе схемы замещения взаимно преобразуются по формулам преобразования линейной звезды в линейный треугольник. Оба способа получены принципиально равнозначными путями [уравнения (1)—(5) и (6)—(10)]. Потоки, соответствующие П-образной схеме замещения, однозначно выражаются через потоки, соответствующие Т-образной схеме:

$\Phi_1 = \Phi_{1s} + \Phi_0$,
$\Phi_2 = \Phi_{2s} + \Phi_0$,
$\Phi_s = \Phi_{1s} - \Phi_{2s}$.

Однако полученный способ представления поля дает свою трактовку явлению электромагнитного рассеяния: поток рассеяния только один и выражается как разность потоков катушек. Вызывается он общей частью ампер-витков обеих катушек, равной по величине и противоположной по направлению. В отличие от другого способа здесь нельзя получить «чистого» поля рассеяния и всегда помимо потока рассеяния Φ_s присутствует хотя бы один из потоков катушек Φ_1 или Φ_2.

Несмотря на теоретическую равноценность, полученный способ представления поля более удобен для анализа процессов в катушках с общим магнитопроводом. К такой конструкции относятся, в частности, силовые трансформаторы с концентрическими обмотками, расположенными на одном стержне и с внешней стороны охваченными ярмом.

Удобство в этом случае объясняется тем, что потоки, сцепленные с наружной и внутренней обмотками, пространственно разделены и не накладываются друг на друга. Узел слияния потоков обмоток и потока рассеяния при такой конструкции расположен в зоне стыка ярма и стержня. Поток внутренней обмотки концентрируется в стержне, поток рассеяния — в междуобмоточном канале, а поток наружной обмотки — в ярме. Потоки ярма и стержня отличаются друг от друга на величину потока рассеяния.

Отсутствие наложения позволяет рассчитать индукцию ярма $B_{яр}$ по потокосцеплению наружной обмотки $\Psi_{нар}$, а индукцию стержня $B_{ст}$ — по потокосцеплению внутренней $\Psi_{внутр}$:

$$B_{яр} = \frac{\Psi_{нар}}{w_{нар} S_{яр}}; \quad B_{ст} = \frac{\Psi_{внутр}}{w_{внутр} S_{ст}},$$

где $S_{яр}$ и $S_{ст}$ — активные сечения стали ярма и стержня.

Изложенный метод расчета рабочей идукции был бы абсолютно точен, если бы не было частично сцепленных потоков, а поток наружной обмотки весь концентрировался в ярме. В действительности некоторые трубки потоков сцеплены только с частью витков обмоток, а часть потока наружной обмотки замыкается помимо ярма на стенку бака. Возникающая из-за этого погрешность зависит от конструкции трансформатора и должна определяться экспериментально. Для этого в нескольких местах ярма и стержня испытываемого трансформатора необходимо поместить измерительные витки, охватывающие магнитопровод, и произвести измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rogowski W.** Über die Streuung in Transformatoren.— ETZ, 1910, H. 41, 42.
2. **Лейтес Л. В.** Учет намагничивающего тока в схеме замещения трансформатора. — «Электричество», 1971, № 11.
3. **Иванов-Смоленский А. В.** Моделирование частотных характеристик синхронных и асинхронных машин. — «Вестник электропромышленности», 1963, № 5.

[16.7.1973]

◇ ◇ ◇

УДК 621.314.6:621.313.13.001.5

Границы режимов работы неуправляемых и управляемых мостовых трехфазных выпрямителей в машинно-вентильных каскадах

КУТКОВЕЦКИЙ В. Я.

Николаевский кораблестроительный институт

Границы первого, второго и третьего режимов работы трехфазного мостового выпрямительного устройства обычно определяются на основании приведенных в [Л. 1 и 2] выражений, справедливых только для случая, когда активным сопротивлением цепи переменного тока можно пренебречь.

Однако в некоторых схемах, в частности в машинно-вентильных каскадах, активное сопротивление достаточно велико и оказывает существенное влияние на процесс выпрямления.

В статье в качестве исходной для анализа работы каскада принята схема рис. 1, где R и X — приведенные к первичной обмотке эквивалентные фазные активные и индуктивные сопротивления главной цепи Г-образной схемы замещения асинхронного двигателя машинно-вентильного каскада [Л. 3]. Цепь намагничивания схемы замещения асинхронного двигателя на рис. 1 не показана.

При расчетах принимаем индуктивность цепи выпрямленного тока бесконечно большой. С учетом этого в [Л. 3] получены следующие выражения, характеризующие работу выпрямителя:

момент начала коммутации между вентилями (угол θ_1)

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - \theta_1\right) = \frac{H}{\sqrt{6}} \cos\psi''_2; \qquad (1)$$

момент окончания коммутации (угол θ_2)

$$0 = -\frac{\sqrt{6}}{H} \sin\left(\theta_2 - \psi''_2 - \frac{\pi}{6}\right) + 1 + \left[1 + \frac{\sqrt{6}}{H} \sin\left(\theta_1 - \psi''_2 - \frac{\pi}{6}\right)\right] e^{-\frac{\gamma}{\operatorname{tg}\psi''_2}}, \qquad (2)$$

где

$$\gamma = \theta_2 - \theta_1; \ \operatorname{tg}\psi''_2 = \frac{X}{R}; \quad H = \frac{I''_d \sqrt{R^2 + X^2}}{U_1};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

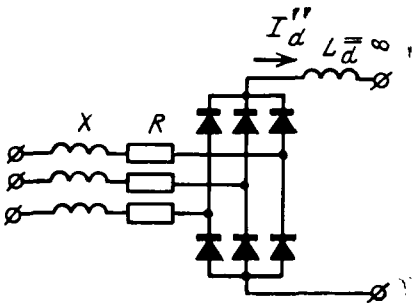


Рис. 1.

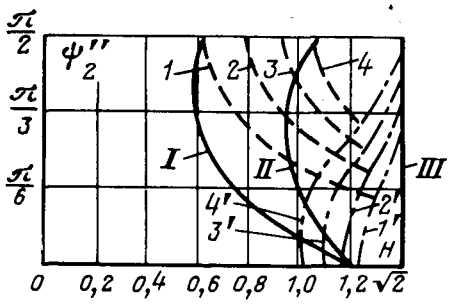


Рис. 2.

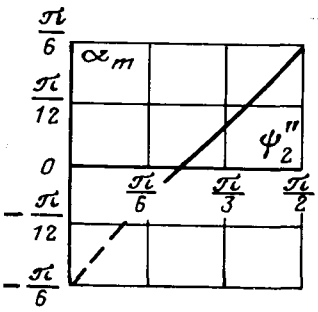


Рис. 3.

I''_d — приведенное к первичной обмотке асинхронного двигателя среднее значение выпрямленного тока [Л. 3]; U_1 — эффективное значение фазного напряжения питающей сети; $\theta = 2\pi f_1 t$ — фазный угол; f_1 — частота питающей сети.

Известно, что во втором режиме работы выпрямителя соблюдается условие:

$$\gamma = \frac{\pi}{3} = \text{const}, \tag{3}$$

а на границе между вторым и третьим режимами работы мгновенное значение выпрямленного напряжения при $\theta = \theta_2$ становится равным нулю [Л. 3]:

$$u_d^I(\theta_2) = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \cos\left(\theta_2 - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{2\sqrt{6}} H \cos\psi''_2 = 0. \tag{4}$$

Совместным решением (1)—(3) и (2)—(4) в [Л. 3] получены выражения для расчета границы между первым и вторым режимами работы неуправляемого выпрямителя:

$$H_{12} = \sqrt{\frac{6}{\left[\frac{1+\cos\psi''_2\cos\left(\frac{\pi}{3}-\psi''_2\right)+e^{-k}\sin^2\psi''_2}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\psi''_2\right)+e^{-k}\sin\psi''_2}\right]^2} + \cos^2\psi''_2}, \tag{5}$$

а также границы между вторым и третьим режимами работы

$$H_{23} = \sqrt{\frac{6}{\left\{\frac{1+\sqrt{3}\sin\psi''_2\cos\psi''_2+\left|1-\sqrt{3}\cos\left(\psi''_2-\frac{\pi}{6}\right)\cos\psi''_2\right|e^{-k}}{\cos\psi''_2+e^{-k}\sin\left(\psi''_2-\frac{\pi}{6}\right)}\right\}^2 + 3\cos^2\psi''_2}}, \tag{6}$$

где

$$k = \frac{\pi}{3\,\mathrm{tg}\,\psi''_2}.$$

В случае замыкания накоротко цепи выпрямленного тока фазный ток становится синусоидальным и соблюдается равенство:

$$U_1 = \frac{I''_{2m}}{\sqrt{2}}\sqrt{R^2+X^2} = \frac{I''_d}{\sqrt{2}}\sqrt{R^2+X^2}, \tag{7}$$

где I_{2m}'' — амплитуда приведенного значения фазного тока вторичной цепи асинхронного двигателя.

Из (7) получаем выражение для определения предельной границы, соответствующей наибольшей возможной нагрузке выпрямителя:

$$H_3 = \sqrt{2}. \tag{8}$$

Границы режимов неуправляемого выпрямительного устройства приведены на рис. 2 в виде непрерывных линий *I*, *II* и *III*.

Режим работы управляемого выпрямителя зависит от значений H, ψ_2'' и угла отпирания вентилей $\alpha = 0 \div \pi/2$, значение которого задается схемой управления. В этом случае начало коммутации

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha. \tag{9}$$

Совместным решением (2), (3) и (9) получаем выражение для расчета границ между первым и вторым режимами работы управляемого выпрямителя:

$$H_{123} = \frac{\sqrt{6}}{1+e^{-k}}\left[\sin\left(\alpha - \psi''_2 + \frac{\pi}{3}\right) - e^{-k}\sin(\alpha - \psi''_2)\right]. \tag{10}$$

Эти границы приведены на рис. 2 в виде пунктирных кривых *1*—*4* для фиксированных значений α, равных соответственно 0, $\frac{\pi}{18}$, $\frac{\pi}{9}$, $\frac{\pi}{6}$.

Второму режиму работы управляемого выпрямителя соответствуют значения $H_{123} \leqslant H \leqslant H_{23}$.

Из рис. 2 следует, что для каждого ψ_2'' существует такое значение $\alpha = \alpha_m$, превышение которого приводит к тому, что второй режим управляемого выпрямителя отсутствует (первый режим может непосредственно переходить в третий).

Например, при $\alpha = 0$ второй режим отсутствует для $\psi''_2 \approx 0 \div \frac{2\pi}{9}$, а при $\alpha \geqslant \frac{\pi}{6}$ второй режим отсутствует для всех значений ψ''_2.

Эта зависимость $\alpha_m = f(\psi_2'')$ представлена на рис. 3 и рассчитывается по формуле:

$$\mathrm{tg}\left(\alpha_m - \psi''_2 + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi''_2 - \cos\left(\psi''_2 + \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\psi''_2 + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{3}{2}\cos\psi''_2\frac{1-e^{-k}}{1+e^{-k}}}, \tag{11}$$

полученной из совместного решения (2)—(4).

Третий режим работы управляемого выпрямителя наступает, если одновременно соблюдаются два неравенства:

$$u_d^I(\theta) \leqslant 0;\ \theta_2 \geqslant \frac{\pi}{2} + \alpha. \tag{12}$$

Условие $\theta_2 \geqslant \frac{\pi}{2} + \alpha$ получается только при $\gamma \geqslant \frac{\pi}{3}$, поэтому при значениях $H_{23} < H < H_{123}$, для которых $\gamma < \frac{\pi}{3}$, наступает первый режим работы.

Расчеты показали, что для области $H_{123} > H_{23}$ при $H \geqslant H_{123}$ значение $u_d^I(\theta)$ становится отрицательным. Следовательно, уравнение (10) определяет также границу, на которой первый режим работы выпрямителя непосредственно переходит в третий режим.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Для управляемого выпрямителя предельная граница, соответствующая наибольшей возможной нагрузке, получается из условия равенства нулю среднего значения выпрямленного напряжения:

в первом режиме работы [Л. 3]

$$u_d = \frac{1}{2}\left[\sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\alpha\right] - \frac{\pi H}{3\sqrt{6}}\left(2 - \frac{3\gamma}{2\pi}\right)\cos\psi''_2 = 0;$$

в третьем режиме работы

$$u_d = \frac{6}{2\pi}\int_{\theta_3}^{\theta_4} u_d^{\mathrm{I}}(\theta)\, d\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\cos\left(\theta_4 - \frac{2\pi}{3}\right) - \right.$$

$$\left. -\cos\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{\sqrt{6}H}{4}(\theta_4 - \theta_3)\cos\psi''_2 = 0. \qquad (13)$$

Угол θ_4 определяется из условия $u_d^{\mathrm{I}}(\theta_4) = 0$, откуда

$$\cos\left(\theta_4 - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{H}{\sqrt{2}}\cos\psi''_2, \qquad (14)$$

а угол θ_3 — из трансцендентного уравнения

$$\left[1 - \frac{\sqrt{2}}{H}\sin\left(\theta_3 + \frac{\pi}{3} - \psi''_2\right)\right] e^{-\frac{\theta_4 - \theta_3}{\operatorname{tg}\psi''_2}} =$$

$$= \frac{e^k - 2}{e^k(2e^k - 1)}\left[\frac{\sqrt{2}}{H}\sin\left(\theta_4 - \frac{2\pi}{3} - \psi''_2\right) + 1\right]. \qquad (15)$$

Для управляемого выпрямителя рассчитанное по (14) значение θ_4 следует сравнить со значением $\theta_4 = \frac{\pi}{2} + \alpha$ и использовать в уравнениях (13) и (15) большее из них.

На рис. 2 предельные границы показаны в виде штрихпунктирных линий $I' - 4'$ для фиксированных значений α, равных соответственно 0, $\frac{\pi}{18}$, $\frac{\pi}{9}$, $\frac{\pi}{6}$.

Из рис. 2 следует, что, например, при $\alpha = 0$ первый режим работы выпрямителя наблюдается для $\psi''_2 \approx 0 \div \frac{3\pi}{20}$, первый и третий режимы работы — для $\psi''_2 \approx \frac{3\pi}{20} \div \frac{2\pi}{9}$, а первый, второй и третий режимы — для $\psi''_2 \approx \frac{2\pi}{9} \div \frac{\pi}{2}$.

Выводы. 1. Границы режимов работы выпрямительного устройства зависят от значений H и ψ_2'', а для управляемого выпрямителя — также от угла открытия вентилей α.

2. На границы режимов работы выпрямительного устройства в машинно-вентильном каскаде существенное влияние оказывает активное сопротивление цепи переменного тока.

Например, при $H = 0{,}97$ и $\psi''_2 = \frac{\pi}{12}$ неуправляемый выпрямитель работает во втором режиме. Если же не учитывать активного сопротивления (при этом получаем $H = 0{,}251$ и $\psi''_2 = \frac{\pi}{2}$), то можно сделать ошибочный вывод о том, что для перехода выпрямителя во второй режим работы необходимо увеличить нагрузку до $H > 0{,}61$ или более чем в 2 раза.

3. Предельная граница управляемого выпрямителя находится либо в первом, либо в третьем режимах работы и не может находиться во втором режиме.

4. С увеличением угла α уменьшаются области второго и третьего режимов работы до полного их исчезновения, причем первой исчезает область второго режима. При больших значениях α существует только первый режим работы выпрямителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ковалев Ф. И., Мостова Г. П., Свиридов А. Ф., Шукалов В. Ф.** Судовые статические преобразователи. Л., Судостроение, 1965.

2. **Сандлер А. С.** Регулирование скорости вращения асинхронных двигателей. М.—Л., «Энергия», 1966.

3. **Кутковецкий В. Я.** Номограммы для анализа работы вентильно-машинных каскадов с полупроводниковыми выпрямителями.—«Труды Николаевского кораблестроительного института. Электрооборудование судов», 1972, № 57.

[6.7.1973]

◇ ◇ ◇

УДК 621.315.14

Индуктированные токи в электрически связанных экранах мощных токопроводов

ЛАСЛО В. Ф., САМОЙЛОВ Ю. Г., ЦИЦИКЯН Г. Н.

Ленинград

Защита от недопустимых перегревов является одной из основных задач при генерировании и передаче энергии на сверхмощных электростанциях, особенно в тех случаях, когда невозможно осуществить эффективный отвод тепла. Электрическим соединением экранов мощных токопроводов достигается резкое ослабление магнитного поля в окружающем пространстве и значительное снижение температуры нагрева арматуры железобетона и металлоконструкций. Если сопротивления электрических соединений незначительны, контурные токи обеспечивают высокую степень компенсации магнитного поля токоведущих проводов. При других электрических соединениях может иметь место заметное отличие токов в экранах от токов в шинах.

Следует отметить, что в трехфазных токопроводах электрическое соединение экранов иногда специально осуществляют индуктивными сопротивлениями. Как показано в [Л. 1], при соответствующем подборе величины индуктивных сопротивлений потери в экранах будут значительно ниже, чем потери в экранах, замкнутых накоротко.

Однако стремление к уменьшению потерь в экранах часто не играет превалирующей роли. Ясно, что технически гораздо проще снизить температуру нагрева экранов, чем, например, арматуры железобетона. Из сказанного вытекает, что выбор конструктивного решения нужно поставить в зависимость от конкретных условий эксплуатации, и необходимо уметь правильно оценивать степень компенсации.

В статье поставленная задача решается аналитически. Для оценки степени компенсации необходимо, прежде всего определить индуктированные контурные токи. Метод расчета основан на следующих допущениях. При определении индуктированного контурного тока считается, что внешнее поле внутрь экранов не проникает. В [Л. 2] допустимость такого предположения показана на примере вычисления электромагнитных сил. Это означает, что в первом приближении не учитывается активное сопротивление экранов. Соответствующая расчетная схема для однофазного варианта приведена на рис. 1, где d — расстояние между электрическими осями. В отличие от токопровода с электрически несвязанными экранами в данном случае в электрических осях протекает суммарный ток $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$, где $\dot{I}_1$ — ток в шинах; $\dot{I}_2$ — контурный ток, подлежащий определению.

При анализе дополнительно будем предполагать, что расстояние между геометрическими осями D значительно меньше длины экранов l, а магнитный поток перемычек не наводит

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

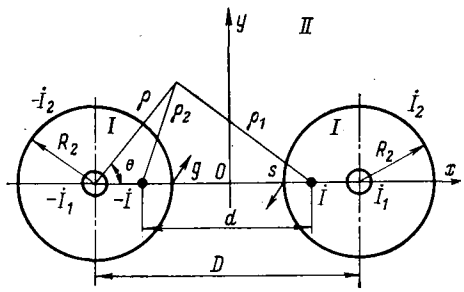


Рис. 1. Расчетная схема однофазного токопровода с электрически связанными экранами.

токов в экранах. Тогда результирующий векторный потенциал в области II можно записать в виде:

$$\dot{A}^{II} = \frac{\mu_0 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2)}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\mu_0 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2)}{2\pi} \times$$

$$\times \ln \left\{ \frac{\rho^2 - \rho (D-d) \cos\theta + \left[\frac{1}{2}(D-d)\right]^2}{\rho^2 - \rho (D+d) \cos\theta + \left[\frac{1}{2}(D+d)\right]^2} \right\}^{1/2}. \quad (1)$$

Здесь d определяется выражением: $d = D\sqrt{1-4m^2}$, где $m = R_2/D$, R_2 — внешний радиус экрана.

Принятые допущения приводят к выводу, что поток, сцепленный с контуром, состоящим из любых образующих на цилиндрических поверхностях экранов и линий их соединяющих, остается неизменным. Следовательно, внешний поток определяется выражением (рис. 1):

$$\dot{\Phi} = l (\dot{A}_s^{II} - \dot{A}_q^{II}) = (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d + D - 2R}{d - D + 2R} =$$

$$= (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{1 + \sqrt{1-4m^2}}{2m} = (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) L, \quad (2)$$

где

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{1 + \sqrt{1-4m^2}}{2m}.$$

Электродвижущая сила, наводимая в контуре из экранов и перемычек, определяется выражением:

$$-j\omega\dot{\Phi} = -j\omega L (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = Z\dot{I}_2,$$

где Z — комплексное сопротивление перемычек.

Отсюда имеем:

$$\dot{I}_2 = -\frac{j\omega L}{Z + j\omega L} \dot{I}_1. \quad (3)$$

Определив контурный ток, можно получить и оценку степени компенсации. Если подходить строго, то следует произвести сопоставление напряженностей магнитного поля в каждой точке окружающего пространства как по величине, так и по фазе при $\dot{I}_2=0$ и $\dot{I}_2 \neq 0$. В отличие от рассмотренного ниже трехфазного токопровода для однофазного токопровода такая оценка выглядит весьма просто. Действительно, найдя суммарный ток $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ и учитывая, что при принятых допущениях ток $\dot{I}$ при $\dot{I}_2 \neq 0$ и при $\dot{I}_2 = 0$ протекает в электрических осях проводов, для соотношений напряженностей в каждой точке на основании (3) имеем:

$$\frac{Z}{Z + j\omega L}.$$

Простота выражения, характеризующего соотношение напряженностей, объясняется тем, что магнитное поле определяется всего лишь одной парой токов. Магнитное поле трехфазного токопровода с хорошей точностью определяется 12-ю линейными токами (по четыре на фазу). При этом выражения для напряженностей оказываются весьма громоздкими.

Поэтому целесообразно степень компенсации приближенно оценивать из соотношений токов в экранах к токам в шинах фаз. И в целях единообразия оценку степени компенсации для однофазного токопровода предлагается производить из соотношения:

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{-j\omega L}{Z + j\omega L} = \left|\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right| e^{j\Psi}. \quad (4)$$

Как видно, при $Z=0$ выражение (4) равно минус единице. При $Z=0$, т. е. при нулевом сопротивлении перемычки, достигается полная компенсация магнитного поля токоведущих проводов. В остальных случаях ток в экране всегда меньше тока в шине и соотношение (4) всегда по модулю меньше единицы. Поэтому степень приближения отношения модулей токов к единице, а также угла ψ к 180° могут служить практически приемлемой совокупной оценкой степени компенсации.

После нахождения контурного тока можно оценить изменение активного сопротивления электрически замкнутого экрана в отношении к его сопротивлению при равномерном распределении по контуру и приближенно в отношении к сопротивлению постоянному току. Последнее тем точнее, чем меньше толщина стенки экранов по сравнению с эквивалентной глубиной проникновения.

Используем схему на рис. 1 для нахождения распределения переменного тока вдоль внешних контуров сечений тонкостенных экранов. По найденному распределению, но уже с учетом конечной проводимости материала оценим активное сопротивление без учета неравномерности его распределения по толщине стенки.

Плотность поверхностного тока $\dot{\sigma}$ определяется на основании равенств:

$$\dot{\sigma} = \dot{\delta} h = \gamma h \dot{E} = \frac{1}{\mu_0} (\dot{B}_\theta^{II} - \dot{B}_\theta^{I})_{\rho=R_2} =$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial \dot{A}^I}{\partial \rho} - \frac{\partial \dot{A}^{II}}{\partial \rho} \right)_{\rho=R_2}, \quad (5)$$

где h — толщина стенки экрана; γ — удельная проводимость материала.

Выражение (1) приведем к виду:

$$\dot{A}^{II} = \frac{\mu_0 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2)}{2\pi} \left[\ln \frac{2\rho}{D+d} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2\rho}{D+d}\right)^n \cos n\theta - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{D-d}{2\rho}\right)^n \cos n\theta \right]. \quad (6)$$

Здесь $D - d < 2R_2 \leqslant 2\rho < D + d$.

После дифференцирования получим:

$$\dot{\sigma} = -\frac{\dot{I}_2}{2\pi R_2} - \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_2}{2\pi R_2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{2R_2}{D+d}\right)^n + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{D-d}{2R_2}\right)^n \right] \cos n\theta = -\frac{\dot{I}_2}{2\pi R_2} - \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_2}{\pi R_2} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 - \sqrt{1-4m^2}}{2m} \right)^n \cos n\theta. \quad (7)$$

Активная мощность определяется выражением:

$$P = 2\frac{l}{\gamma h} R_2 \int_0^{2\pi} \dot{\sigma}\dot{\sigma}^* d\theta = r_0 I_2^2 + 2r_0 |\dot{I}_1 + \dot{I}_2|^2 \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 - \sqrt{1-4m^2}}{2m} \right)^{2n}, \quad (8)$$

где $r_0 = l/\pi\gamma h R_2$ — сопротивление постоянному току экранов на длине $2l$.

Для нахождения отношения активного сопротивления экранов r к сопроивлению на постоянном токе выразим $\dot{I}_1$ в (8) через $\dot{I}_2$ с помощью (3) и разделим полученный результат на I_2^2. Тогда для r/r_0 имеем:

$$\frac{r}{r_0} = 1 + 2\frac{|Z|^2}{(\omega L)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 - \sqrt{1-4m^2}}{2m} \right)^{2n} =$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

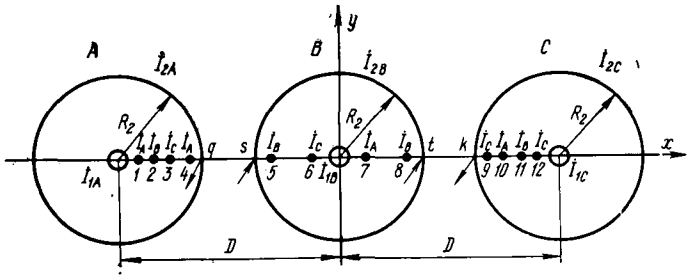


Рис. 2. Расчетная схема трехфазного токопровода с электрически связанными экранами.

$\dot I_A = \dot i_{1A} + \dot i_{2A}$; $\dot I_C = \dot i_{1C} + \dot i_{2C}$; $\dot I_B = -\dot I_A - \dot I_C$. Индекс «1» относится к току в шинах, индекс «2» — к контурному току в экранах.

$$= 1 + 2\frac{|Z|^2}{(\omega L)^2}\,\frac{1-\sqrt{1-4m^2}-2m^2}{4m^2+\sqrt{1-4m^2}-1}. \qquad (9)$$

Как видно из (9), r/r_0 изменяется в широких пределах. Если полное сопротивление перемычки меньше ωL, то это отношение близко к единице. В противном случае r может существенно отличаться от r_0.

Для подтверждения правильности анализа, в частности выражений (3) и (4), было произведено сопоставление результатов расчета и опыта. Экспериментальные данные получены при частоте 1 000 *гц* на специально созданной физической модели. По шинам из медных труб диаметром 90 *мм* и толщиной 5 *мм* протекал ток $I_1 = 50$ *а*. Экраны из алюминия диаметром 152 *мм* и толщиной стенки 1 *мм* соединялись на концах П-образными перемычками из латунных стержней диаметром 6 *мм* со сторонами 190 и 300 *мм*. Сопротивление перемычек постоянному току $r_п = 3{,}9 \cdot 10^{-3}$ *ом*.

В модели $m = \frac{R_2}{D} = 0{,}4$, а длина экранированного участка $l = 2$ *м*. Измерение контурного тока по величине и фазе проводилось с помощью пояса Роговского и компенсатора повышенной частоты типа У5015.

В результате эксперимента получено: $I_2 = 13{,}5$ *а*, $\psi = -156°$.

Предварительно расчетом было установлено, что проявлением поверхностного эффекта в стержнях перемычек можно пренебречь. Индуктивное сопротивление будем считать так же, как и для стационарного случая. Воспользуемся выражением для коэффициента самоиндукции рамки из [Л. 3]:

$$L_0 = 2\,(L_{\text{внеш a}} + 2L_{\text{внеш b}} + 2M_b + L_{\text{внутр}}).$$

Выражения для коэффициентов самоиндукции и взаимоиндукции даны в [Л. 3] и здесь не приводятся.

Расчетом для Z, I_2 и ψ получаем:

$$Z = (3{,}9 + j7{,}8)\,10^{-3}\ \text{ом};\quad I_2 = 14{,}7\ \text{а};\quad \psi = -155{,}7°.$$

Соотношение модулей токов при этом равно 0,294, а из эксперимента получено 0,27. Если определить r/r_0 по (9), а в выражениях (3) и (4) ввести активное сопротивление экранов, то результаты расчета и эксперимента практически совпадут.

Приступая к расчету контурных токов в трехфазном токопроводе, отметим, что магнитное поле в области вне экранов определяется совокупностью отображенных линейных токов [Л. 4], показанных на рис. 2. Расстояния от оси фазы A до осей токов *1—4* указаны ниже:

n	1	2	3	4
α_n	$\frac{2m^2}{4-m^2}D$	$\frac{m^2}{2-m^2}D$	$\frac{m^2}{1+m^2}D$	$\frac{m^2}{1-m^2}D$

Расстояния от оси фазы B до осей токов *5* и *8* равны α_4, для токов *6* и *7* — $2\alpha_2$. Расстояния от оси фазы C до осей токов *9—12* соответственно равны α_4, α_3, α_2, α_1.

Потоки, сцепленные с токами $\dot I_A$ и $\dot I_C$, определяются как разность результирующих векторных потенциалов в q и s, k и t (рис. 2):

$$\dot\Phi_A = l(\dot A_q - \dot A_s);\quad \dot\Phi_C = l\,(\dot A_k - \dot A_t).$$

В выражении для $\dot\Phi_A$ объединим члены, содержащие $\dot I_A$ и $\dot I_C$:

$$j\omega\dot\Phi_A = j\omega L_A\,(\dot I_{1A} + \dot I_{2A}) + j\omega M_{AC}\,(\dot I_{1C} + \dot I_{2C}),$$

где

$$L_A = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\eta;\quad M_{AC} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\xi;$$

η, ξ — безразмерные коэффициенты, зависящие от m.

Аналогично для $\dot\Phi_C$ запишем:

$$j\omega\dot\Phi_C = j\omega L_C\,(\dot I_{1C} + \dot I_{2C}) + j\omega M_{CA}\,(\dot I_{1A} + \dot I_{2A}).$$

В силу симметрии $L_A = L_C$ и $M_{AC} = M_{CA}$.

Значения $\ln\eta$ и $\ln\xi$ для ряда фиксированных значений m:

m	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45	0,47	0,49
$\ln\eta$	4,582	3,124	2,174	1,323	0,8120	0,5494	0,2143
$\ln\xi$	1,609	0,9172	0,5177	0,2486	0,1411	0,0956	0,0387

Относительно неизвестных токов $\dot I_{2A}$ и $\dot I_{2C}$ получаем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} -j\omega L_A\,(\dot I_{1A} + \dot I_{2A}) - j\omega M_{AC}\,(\dot I_{1C} + \dot I_{2C}) &= Z_A\dot I_{2A};\\ -j\omega L_C\,(\dot I_{1C} + \dot I_{2C}) - j\omega M_{CA}\,(\dot I_{1A} + \dot I_{2A}) &= Z_C\dot I_{2C}. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Будем считать сопротивления перемычек одинаковыми $Z_A = Z_C = Z$ и введем обозначения:

$$\omega M_{AC} = \omega M_{CA} = x_M;\quad \omega L_A = \omega L_C = x_L.$$

Разрешая систему (10) относительно $\dot I_{2A}$ и $\dot I_{2C}$, получим:

$$\dot I_{2A} = \frac{x_M^2 - x_L^2 + jx_L Z}{x_M^2 - x_L^2 + 2jx_L Z + Z^2}\,(-\dot I_{1A}) + \frac{jx_M Z}{x_M^2 - x_L^2 + 2jx_L Z + Z^2}\,(-\dot I_{1C}). \qquad (11)$$

Выражение для $\dot I_{2C}$ получается из (11), если поменять местами $\dot I_{1A}$ и $\dot I_{1C}$. Ток $\dot I_{2B}$ определится, как сумма $\dot I_{2A}$ и $\dot I_{2C}$, взятая с обратным знаком.

Оценку степени компенсации удобнее всего получить из отношения тока в экране к току в шине фазы B:

$$\frac{\dot I_{2B}}{\dot I_{1B}} = -\frac{x_M^2 - x_L^2 + j\,(x_L + x_M)\,Z}{x_M^2 - x_L^2 + 2jx_L Z + Z^2} = \left|\frac{\dot I_{2B}}{\dot I_{1B}}\right| e^{j\psi_B}. \qquad (12)$$

Как и для однофазного варианта, при $Z = 0$ достигается полная компенсация магнитного поля токоведущих проводов. Из (4) и (12) вытекает, что при индуктивном сопротивлении перемычек токи $\dot I_2$ и $\dot I_{2B}$ оказываются в противофазе с токами $\dot I_1$ и $\dot I_{1B}$ соответственно.

Выражения (4) и (12) указывают путь и для решения обратной задачи, а именно как по заданным отношениям модулей токов и сдвигу по фазе между ними найти соответствующие активное и индуктивное сопротивления перемычек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Борчанинов Г. С.** Исследование трехфазных экранированных токопроводов с замкнутыми экранами. Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1968—1969 гг. (апрель 1970). Секция Электроэнергетическая, подсекция электрических станций. М., МЭИ, 1969, стр. 168—175.

2. **Кузнецов И. Ф., Цицикян Г. Н.** Электромагнитные силы, действующие на экраны и токоведущие провода однофазного токопровода.— «Изв. АП СССР. Энергетика и транспорт», 1970, № 5, стр. 92—99.

3. **Нейман Л. Р., Калантаров П. Л.** Теоретические основы электротехники, ч. III. М.— Л., Госэнергоиздат, 1948. 343 стр.

4. **Перекалин М. А., Караев Р. И.** Исследование индуктированных токов в цилиндрических алюминиевых кожухах трехфазного токопровода.— «Изв. вузов. Энергетика», 1960, № 8, стр. 55—65.

[20.8.1973]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Хроника

УДК [625.42+625.46+629.113.62:621.311.4]061.3

Всесоюзная научно-техническая конференция «Основные направления совершенствования систем и средств электроснабжения городского электрического транспорта»

В работе конференции, состоявшейся в сентябре прошлого года в Киеве, приняли участие более 150 представителей научно-исследовательских институтов, проектных организаций, управлений и эксплуатационных служб городского электротранспорта из 34 городов СССР, а также зарубежные специалисты из Болгарии, Венгрии, ГДР, Польши и Чехословакии.

На конференции было заслушано около 20 докладов и сообщений о новых разработках в направлении дальнейшего развития систем и средств электроснабжения.

В докладе заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, д. т. н., проф. **И. С. Ефремова** (МЭИ) был сделан обстоятельный анализ исследований в области электроснабжения городского электротранспорта и генеральной реконструкции тяговых подстанций на базе полупроводниковой техники. Истекшее десятилетие характеризуется разработкой и внедрением полупроводниковых кремниевых преобразователей, заменивших ненадежные и менее эффективные ртутные выпрямители. К настоящему времени эта реконструкция в основном завершена, и развернуты исследования по дальнейшему совершенствованию полупроводниковых преобразователей, созданию электронных систем защиты и разработке бесконтактных систем управления.

В 1972 г. на основании научных исследований и разработок кафедры электрического транспорта Московского энергетического института промышленностью освоен выпуск кремниевых выпрямителей с естественным охлаждением, еще более надежных и экономичных в работе. Большое будущее у управляемых кремниевых выпрямителей, опытные образцы которых изготовлены по разработкам кафедры. Совместно с бесконтактными устройствами автоматики и защиты, исследование и разработка которых осуществляются в настоящее время, управляемые выпрямители позволят создать новый тип тяговой подстанции без контактов в схемах первичной и вторичной коммутации. Такие подстанции будут иметь еще более высокие технико-экономические показатели.

Большое внимание в докладе было уделено прогрессивным системам электроснабжения, строящимся на базе современной техники, а также перспективам развития систем. Особое внимание было уделено проблемам совершенствования токосъема контактной сети. Докладчик обратил внимание на то, что в этой весьма важной области еще слабо развернуты научно-исследовательские и конструкторские работы, и предложил конкретные пути дальнейшего совершенствования таких работ.

В докладе **В. К. Дьяконова** (Киевское трамвайно-троллейбусное управление) говорилось об опыте Киевского ТТУ в области повышения надежности работы системы электроснабжения. Докладчик дал характеристику энергохозяйству, сообщил о новых разработках, внедряемых в Киеве (линия скоростного трамвая, термитная сварка жил кабелей, аппаратура защиты и испытания кабелей, сетеизмерительные лаборатории, новые спецчасти и холодная сварка контактных проводов).

В докладе были также освещены этапы создания в Киеве централизованного комплексного телеуправления системой электроснабжения трамвая и троллейбуса.

К. т. н. **Д. К. Томлянович** (АКХ им. К. Д. Памфилова) доложил о современной методике расчетов систем электроснабжения трамвайно-троллейбусного транспорта, которая позволяет выполнять электрические расчеты практически для любых схем питания и конфигурации контактной сети, а также повысить точность результатов расчета потерь напряжения на 5÷15%, потерь мощности — на 15÷20%. Он также отметил преимущества децентрализованного питания линейных сетей и перспективы применения этой системы при ее модульном построении в сетях сложной конфигурации.

Доклад к. т. н. **Н. А. Загайнова** (МЭИ) посвящен перспективам развития отечественных бесконтактных тяговых подстанций. Докладчик проанализировал результаты научных исследований коллектива ученых МЭИ под руководством д. т. н., проф. И. С. Ефремова и опыта эксплуатации тиристорных выключателей и управляемых кремниевых выпрямителей по системе «агрегат — линия», а также сообщил о новейших разработках бесконтактных устройств защиты, сигнализации и управления для тяговых подстанций ГЭТ.

К. т. н. **Б. С. Финкельштейн** (Мосгортранспроект) рассказал о прогрессивных системах электроснабжения городского электротранспорта. В докладе проанализирован опыт эксплуатации децентрализованной системы электроснабжения во многих городах СССР, который подтвердил правильность расчетных показателей и преимущества этой прогрессивной системы. Система допускает работу в режиме автоуправления без использования средств телемеханики. Докладчик сообщил о разработке модульной многоагрегатной подстанции для питания сложных узлов и привел анализ схем внешнего питания новой системы. Оптимальная однолучевая радиальная схема требует проведения дальнейших исследований.

К. т. н. **Т. И. Лаптева** (МЭИ) изложила разработанную ей методику определения надежности и оценки эффективности в электроснабжении городского электротранспорта. На основании обобщения опытных данных рассчитаны количественные показатели надежности кремниевых выпрямительных агрегатов тяговых подстанций с учетом перераспределения нагрузки на кремниевые вентили при их пробоях и обрывах ветвей фазы. При большом числе вентилей в выпрямителе для расчетов количественных характеристик надежности могут быть использованы ЭВМ. Решена задача практической оценки надежности как одиночных, так и группы агрегатов, имеющих резервирование. В докладе приведены практические рекомендации по профилактическому обслуживанию оборудования, а также указано, что при сравнении по надежности и ремонтопригодности различных систем следует признать наиболее надежной систему децентрализованного питания.

Доклад **Н. П. Симаченко** (Гипрокоммундортранс) был посвящен вопросам электроснабжения скоростного трамвая.

Проанализирован опыт проектирования скоростных трасс и приведены характеристики основных элементов системы электроснабжения этого нового вида транспорта. Также отмечена необходимость разработки новых устройств, аппаратуры и нормативных документов применительно к скоростному трамваю.

В докладе **К. В. Ивина** (Управление пассажирского транспорта Мосгорисполкома) рассматривалась проблема совершенствования токосъема троллейбуса и трамвая. Был приведен анализ конструкций и отказов различных типов токоприемников, а также намечены мероприятия, повышающие надежность токосъема. Отмечена целесообразность применения стеклопластиковых (или комбинированных с металлом) штанг, слоя изоляции на эксплуатируемых стальных штангах, подрессоренных опрокидывающихся контактных головок и штангоуловителей с электромоторным приводом. Докладчик обратил внимание на необходимость ускорения массового выпуска металлокерамических контактных вставок, разработанных Академией коммунального хозяйства им. К. Д. Памфилова.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Г. А. Порошенков (Ленинградское трамвайно-троллейбусное управление) доложил о перспективах совершенствования эксплуатации устройств электроснабжения трамвая и троллейбуса в Ленинграде.

В докладе подчеркивается, что совершенствование технической эксплуатации устройств электроснабжения должно осуществляться путем внедрения нового контрольно-измерительного оборудования, создания более совершенных конструкций специальных частей контактной сети, внедрения бесконтактной техники на подстанциях и т. д. Необходимо также решить ряд организационных вопросов и проблем управления.

В сообщении **В. И. Есина** (Ташкентское трамвайно-троллейбусное управление) приведен опыт эксплуатации системы децентрализованного электроснабжения и внесены рекомендации по дальнейшему внедрению и совершенствованию данной системы.

В. Н. Бурнашев (Челябинское трамвайно-троллейбусное управление) поделился опытом эксплуатации контактных сетей со сталеалюминиевым проводом ПКСА-80/180. Было указано на отсутствие специализированной арматуры и спецчастей. Электросварка контактного провода дала хорошие результаты.

Сообщение **Б. В. Метелецкого** (Ленинградское трамвайно-троллейбусное управление) было посвящено совершенствованию технических средств диспетчеризации электроснабжения. Намечается дальнейшее укрупнение диспетчерских пунктов и применение самого современного оборудования для контроля состояния подстанций, контактной сети и т. д.

В. А. Алешин (Мосгортранспроект) сообщил о перспективах создания системы централизованного диспетчерского управления электроснабжением трамвая и троллейбуса в Москве.

Зарубежные делегаты и гости рассказали о состоянии систем и средств электроснабжения в братских социалистических странах, а также поделились перспективами совершенствования и развития этих систем.

Участники конференции приняли ряд рекомендаций, направленных на внедрение новых систем и средств электроснабжения, а также на улучшение организации массового выпуска наиболее современного оборудования, спецчастей и материалов.

ФИНКЕЛЬШТЕЙН Б. С.

✧ ✧ ✧

ДОКТОР ТЕХН. НАУК, ПРОФЕССОР Н. Н. ДРУЖИНИН

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения Николая Николаевича Дружинина, крупного ученого в области автоматизации и электропривода металлургического оборудования и металлургической промышленности, видного организатора науки.

Н. Н. Дружинин в 1940 г. окончил Московский энергетический институт и был оставлен в аспирантуре. Во время Великой Отечественной войны он защищал Родину от фашистских захватчиков, в 1942 г. был принят в ряды КПСС. С 1945 г. и по сей день Н. Н. Дружинин работает во ВНИИМЕТМАШ, являясь в настоящее время заместителем директора и одновременно заведующим отделения автоматизации и электропривода.

Деятельность профессора Н. Н. Дружинина широка и многогранна и может быть охарактеризована в следующих направлениях:

как автора теоретических работ в области непрерывной прокатки, автоматизации и электропривода металлургических мащин и агрегатов, получивших отражение более чем в 120 научных трудах;

как инициатора и непосредственного научного руководителя в постановке и разработке ряда проблем и работ в области автоматизации, систем управления и средств контроля металлургического оборудования и производства;

как организатора и участника внедрения в промышленность работ, имеющих большое народнохозяйственное значение;

как изобретателя, имеющего 30 авторских свидетельств, реализация которых на металлургических заводах страны уже дала государству более 3,5 млн. руб. экономии;

как педагога и общественного деятеля, представителя СССР и автора докладов на международных конференциях и съездах, активного участника многих общественных научно-технических организаций СССР.

Среди научных трудов Н. Н. Дружинина следует в первую очередь отметить разработанную им общую теорию непрерывных прокатных станов, рассматриваемых как многомерные объекты автоматического регулирования и управления. Результаты этих исследований были им обобщены в капитальной монографии «Непрерывные станы как объект автоматизации».

Важное место занимают также работы по созданию новых регулируемых систем и систем автоматизированного электропривода для различных металлургических машин, агрегатов и процессов. Многие из этих систем являются новыми не только в Советском Ссюзе, но и за рубежом.

Наряду с научной и инженерной деятельностью профессор Н. Н. Дружинин много сил и энергии отдает подготовке научных и инженерных кадров. Под его руководством подготовлены и готовятся квалифицированные научные работники. Он является также членом ученых советов ряда научно-исследовательских и учебных институтов, ведет активную работу в электротехнической экспертной комиссии ВАК.

За создание и внедрение в промышленность высокоэффективных систем регулирования натяжения и толщины полосы на непрерывных станах холодной прокатки, обеспечивающих резкое повышение качества продукции и производительности агрегатов, Н. Н. Дружинин и возглавляемая им группа специалистов в 1969 г. были удостоены Государственной премии СССР.

В 1969 г. Указом Президиума Верховного Совета РСФСР Н. Н. Дружинину было присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

За участие в боях Отечественной войны Н. Н. Дружинин награжден орденами Отечественной войны II степени и Красной Звезды, а также медалями. За инженерную и научную деятельность он награжден орденом Ленина и медалью «За трудовую доблесть».

Группа товарищей

✧ ✧ ✧

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Поливанов К. М. — К 100-летию «Трактата об электричестве и магнетизме» Дж. К. Максвелла . . 1

Литкенс И. В., Пуго В. И., Сулайманов И. К. — Влияние нестационарности периодического возмущения на резонансные явления в электрических системах 5

Васин В. П., Веников В. А., Скопинцев В. А. — Упрощённое математическое описание элементов электрической системы по их экспериментальным переходным характеристикам 9

Тафт В. А., Хейфец С. Б. — Применение обобщенного метода Хилла для исследования устойчивости сложных параметрических цепей 15

Щавелев Д. С., Гук Ю. Б., Окороков В. Р., Папин А. А. — Принципы многоцелевой оптимизации больших систем в энергетике 19

Кискачи В. М. — Использование гармоник э. д. с. генераторов энергоблоков при выполнении защиты от замыканий на землю 24

Горин Б. Н., Шкилев А. В. — Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности . . . 29

Бабашкин В. А., Гоник А. Е., Верещагин И. П., Ермилов И. В. — Экспериментальное исследование зарядки микрочастиц материала в поле коронного разряда 38

Колечицкий Е. С., Меликов Н. А. — Расчет электростатического поля экранов сложной формы . . . 43

Белецкий З. М., Максимович В. Г., Чорноготский В. М., Шифрин Л. Н. — Электрическая прочность изоляции обмоточных проводов силовых трансформаторов сверхвысокого напряжения 47

Борю Ю. И., Стенина М. А. — Применение форсировки охлаждения для повышения эффективности использования силовых понижающих трансформаторов . 52

Гаген А. Ф., Комиссаров Г. А., Чечушков Г. А. — Защита трансформаторов от витковых замыканий . . 56

Хуторецкий Г. М., Фридман В. М., Курилович Л. В. — Вибрация статорных обмоток турбогенераторов большой мощности 59

Морозов Г. Г. — Условия устойчивой работы гистерезисного двигателя при изменении частоты источника питания 62

Городецкий А. Я. — Приближенный метод анализа некоторых нелинейных систем при наличии случайного сигнала 65

Сапко А. И. — Исследование динамики систем автоматического регулирования дуговых электропечей . . 69

Жемеров Г. Г. — Энергетические соотношения в каскадном преобразователе частоты с непосредственной связью 73

Из опыта работы

Орел О. А. — О регулировании быстродействующих синхронных компенсаторов 78

Ткаченко В. Н. — Расчет взаимных влияний в системе двух подземных сооружений, находящихся в поле блуждающих токов 79

Сообщения

Брон Л. П. — О моделировании электрических цепей с сосредоточенными параметрами 83

Зихерман М. Х. — О двух способах представления магнитного поля индуктивно-связанных катушек . . 86

Кутковецкий В. Я. — Границы режимов работы неуправляемых и управляемых мостовых трехфазных выпрямителей в машинно-вентильных каскадах . . 87

Ласло В. Ф., Самойлов Ю. Г., Цицикян Г. Н. — Индуктированные токи в электрически связанных экранах мощных токопроводов 89

Хроника 92

✧ ✧ ✧

CONTENTS

The 100th Anniversary of James Clarke Maxwell's «Treatise on Electricity and Magnetism» — **K. M. Polivanov** . 1

How a Periodic Perturbation of Transitory Nature Influences Resonance Phenomena in Power Systems — **I. V. Litkens, V. I. Pugo, I. K. Sulaymanov** 5

A Simplified Mathematical Description of Power System Elements from Their Experimental Transient Characteristics — **V. P. Vasin, V. A. Venikov, V. A. Skopintsev** 9

Application of Hill's Generalized Method for Studying the Stability of Complex Parametrical Circuits — **V. A. Taft, S. B. Heifitz** 15

Fundamentals of Multi-purpose Optimization of Large Systems in Power Engineering — **D. S. Schavelev, U. B. Hook, V. R. Okorokov, A. A. Papin** . . . 19

Employing Unit Generator EMF Harmonics in a Ground Fault Protection Scheme — **V. M. Kiskachi** . . . 24

Development of Electric Discharge Across Long Gaps for Positive Polarity Surge Voltages — **B. N. Gorin, A. V. Shkilev** 29

An Experimental Study on the Charging of Microparticles of a Material in a Corona Field — **V. A. Babashkin, A. E. Gonik, I. P. Vereschagin, I. V. Ermilov** . . 38

Calculating the Electrostatic Field Around Sheaths of Complex Shape — **E. S. Kolechitski, N. A. Melikov** . 43

The Electrical Withstand Strength of Winding Conductor Insulation in EHV Power Transformers — **Z. M. Beletski, V. G. Maximovitch, V. M. Chornogotski, L. N. Shifrin** 47

Application of Forced Cooling for More Effective Utilization of Step — Down Power Transformers — **U. I. Boriu, M. A. Stenina** 52

Transformer Protection for Turn — to — Turn Faults — **A. F. Gagen, G. A. Komissarov, G. A. Chechushkov** . 56

Stator Winding Vibrations in Large Turbo — Generators — **G. M. Hutoretski, V. M. Friedman, L. V. Kurilovitch** . 59

Stable Performance Conditions for a Hysteresis Motor with Variations in the Supply Frequency — **G. G. Morozov** 62

An Approximate Method of Analysing Certain Non — linear Systems for Stochastic Signals — **A. J. Gorodetski** . 65

The Dynamics of an Automatic Control System for Arc Furnaces — **Sapko A. I.** 69

Power Relationships in a Cascade Frequency Converter with Direct Coupling — **G. G. Djemerov** 73

FROM OPERATING EXPERIENCE

On the Regulation for High — Speed Synchronous Converters — **O. A. Orel** 78

Calculating Mutual Influence in a System of Two Underground Structures in a Stray Current Field — **V. N. Tkachenko** 79

REPORTS

On Simulating Electric Circuits with Lumped Parameters — **L. P. Bron** 83

Two Ways of Representing the Magnetic Field of Inductivelly Coupled Coils — **M. H. Zikherman** 86

The Boundaries of Different Performance Modes for Uncontrolled and Controlled Three — phase Bridge Type Rectifiers in Electronic — Rotary Cascades — **V. J. Kutkovetski** 87

Induced Currents in Electrically Coupled Sheaths for Large Conductors — **V. F. Laslo, U. G. Samoilov, G. N. Tsitsikian** 89

CHRONICLE 92

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 621.311.013.62:621.311.016.35

Влияние нестационарности периодического возмущения на резонансные явления в электрических системах. Литкенс И. В., Пуго В. И., Сулайманов И. К. — «Электричество», 1974, № 2.

Предлагается методика определения параметров нестационарных вынужденных колебаний в электрической системе под воздействием периодического возмущения с меняющейся частотой. Оцениваются условия, при которых такие колебания в электрической системе могут привести к нарушению устойчивости. Изучаются качественные особенности динамических резонансных явлений в электрической системе. Определена область применения предлагаемых приближенных методов расчета нестационарных вынужденных колебаний в зависимости от скорости прохождения через резонанс. Библ. 6.

УДК 621.311.001.24

Определение упрощенного математического описания элементов электрической системы по их экспериментальным переходным характеристикам. Васин В. П., Веников В. А., Скопинцев В. А. — «Электричество», 1974, № 2.

На основе выделения доминирующих составляющих переходного процесса в объекте из экспериментально полученной переходной характеристики предлагается способ получения упрощенной передаточной функции этого объекта. Приводятся примеры расчетов для конкретных элементов электрической системы. Библ. 8.

УДК 621.372.016.35.001.24

Применение обобщенного метода Хилла для исследования устойчивости сложных параметрических цепей. Тафт В. А., Хейфец С. Б. — «Электричество», 1974, № 2.

На примере двухконтурной параметрической цепи дается расширение применения метода Хилла на общий случай сложной цепи с многими переменными параметрами, которая описывается системой дифференциальных уравнений, содержащей переменные коэффициенты также и при высших производных. Устранена необходимость деления на тригонометрический полином при приведении к каноническому виду, обусловливающему сходимость бесконечных определителей. Библ. 11.

УДК 621.31.003.1

Принципы многоцелевой оптимизации больших систем в энергетике. Щавелев Д. С., Гук Ю. Б., Окороков В. Р., Папин А. А. — «Электричество», 1974, № 2.

Описывается сущность многоцелевой оптимизации больших систем в энергетике. Многоцелевая оптимизация соответствует реальной природе больших систем в энергетике и позволяет в соответствии с требованиями системного подхода при управлении сложными системами учесть все многообразие их внутренних и внешних связей. Приводятся результаты решения некоторых задач из разных областей энергетики, полученные на основе многоцелевой оптимизации. Библ. 16.

УДК 621.313.322:621.316.925.2

Использование гармоник э. д. с. генераторов энергоблоков при выполнении защиты от замыканий на землю. Кискачи В. М. — «Электричество», 1974, № 2.

Рассматриваются способы выполнения защиты без зоны нечувствительности от замыканий на землю в обмотке статора генераторов блоков, основанные на использовании э. д. с. кратных трем гармоник. Приводятся аналитические выражения основных параметров защит, выполненных по указанным способам, и дается их сравнительный анализ. Наиболее эффективным является выполнение защиты, реагирующей на относительное результирующее сопротивление нейтрали по отношению к земле. При отсутствии компенсирующей катушки и нецелесообразности установки трансформатора напряжения в нейтрали эффективным является применение защиты, реагирующей на производную по времени амплитуды напряжения 3-й гармоники разомкнутого треугольника трансформатора напряжения, включенного на выводах генератора. Библ. 4.

УДК 537.523.4

Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности. Горин Б. Н., Шкилев А. В. — «Электричество», 1974, № 2.

По результатам феноменологических исследований электрического разряда в промежутке «стержень — плоскость» длиной 0,5—15 *м* при импульсах напряжения положительной полярности с крутизной нарастания A=0,5—1 500 *кв/мксек*, выполненных с помощью электронно-оптического преобразователя с усилением изображения в режиме хронографии, построена обобщенная картина развития лидерного процесса. Определены тенденции изменения параметров разряда при изменении крутизны импульса и длины промежутка. Библ. 23.

УДК 621.319.51.015.532

Экспериментальное исследование зарядки микрочастиц материала в поле коронного разряда. Бабашкин В. А., Верещагин И. П., Гоник А. Е., Ермилов И. В. — «Электричество», 1974, № 2.

Приводятся результаты экспериментов по измерению зарядов микрочастиц различных материалов в поле коронного разряда методом коммутации напряжения, оцениваются погрешности методики. Установлено, что величины зарядов и коэффициенты вариации скорости движения частиц в электрическом поле согласуются с расчетными при различной полярности напряжения.

Показано, что соответствие экспериментальных зарядов расчетным дает возможность определять скорость электрического ветра непосредственно по суммарной скорости движения частиц в поле коронного разряда. Библ. 5.

УДК 621.319.7.001.24

Расчет электростатического поля экранов сложной формы. Колечицкий Е. С. и Меликов И. А. — «Электричество», 1974, № 2.

Приводится метод расчета экранов электрических аппаратов, который основан на замене поля экрана полем неравномерно заряженной нити, совпадающей по форме с осью экрана. Приводятся формулы, позволяющие составить линейную систему уравнений, из которой определяется линейная плотность заряда в разных точках экрана. Приведены оценки погрешностей получающегося решения. Библ. 7.

УДК 621.314.212:621.315.32.045.015.5

Электрическая прочность изоляции обмоточных проводов силовых трансформаторов сверхвысокого напряжения. Белецкий З. М., Максимович В. Г., Чорноготский В. М., Шифрин Л. Н. — «Электричество», 1974, № 2.

Приведены результаты испытаний более 1500 образцов и макетов изоляции прямоугольных обмоточных проводов силовых трансформаторов толщиной 0,95—5,8 *мм* (на две стороны) при воздействии импульсных напряжений длительностью от 1 до 2600 *мксек* одноминутного и длительного (до 1000 *ч*) напряжения промышленной частоты. Показано, что вольт-временная характеристика изоляции обмоточных проводов подобна характеристике ленточной бумажно-масляной изоляции аппаратов и кабелей. Применение в проводах ПБУ более тонкой и плотной бумаги по сравнению с проводами ПБ значительно повышает электрическую прочность изоляции. Рекомендованы допускаемые напряженности для проводов ПБУ, применяемых в обмотках трансформаторов сверхвысокого напряжения, при воздействии грозовых и коммутационных импульсов, одноминутного напряжения 50 *гц* и рабочего напряжения; показано влияние на допускаемую напряженность способа изолировки места пайки.

УДК 621.314.212.017.12

Применение форсировки охлаждения для повышения эффективности использования силовых понижающих трансформаторов. Борю Ю. И., Стенина М. А. — «Электричество», 1974, № 2.

Описаны методы форсировки охлаждения трансформаторов. Представлено выражение для расчета приведенных затрат на трансформацию электроэнергии с учетом динамики развития подстанции и с учетом нагрузочной способности трансформаторов.

На примере расчета трансформаторной мощности двухтрансформаторной подстанции 110 *кв* с максимальной нагрузкой 40 *Мвт* показана экономическая эффективность применения форсировки охлаждения за счет возможности установки на подстанции трансформаторов с меньшей номинальной мощностью. Оценен связанный с этим дополнительный экономический эффект от уменьшения токов короткого замыкания. Библ. 6.

УДК 621.314.21:621.316.9

Защита трансформаторов от витковых замыканий. Гаген А. Ф., Комиссаров Г. А., Чечушков Г. А. — «Электричество», 1974, № 2.

Изменение распределения в пространстве магнитного поля рассеяния обмоток трансформатора, происходящее при витковых замыканиях, можно использовать для устройства защиты трансформаторов от этого вида повреждений. Разработана защита, использующая датчики магнитного поля, размещенные внутри кожуха трансформатора. Приводится схема реле защиты и формулы для расчета основных параметров датчиков. Библ. 6.

УДК 62-752:621.313.322-81.045

Вибрация статорных обмоток турбогенераторов большой мощности. Хуторецкий Г. М., Фридман В. М., Курилович Л. В. — «Электричество», 1974, № 2.

Рассматривается вибрация лобовых частей статорных обмоток двухполюсных турбогенераторов. Показано, что закрепление лобовых частей может быть гибким и жестким.

Для мощных и сверхмощных машин рекомендуется применение жестких конструкций крепления лобовых частей обмоток. Приводятся экспериментальные данные результатов вибрационных исследований статорных обмоток турбогенераторов большой мощности. Библ. 5.

УДК 621.313.39.016.35

Условия устойчивой работы гистерезисного двигателя при изменении частоты источника питания. Морозов Г. Г. — «Электричество», 1974, № 2.

Составлено дифференциальное уравнение колебаний ротора гистерезисного двигателя (ГД), дающее возможность учесть изменение частоты, напряжения источника питания, момента сопротивления. Показано, что при изменении частоты источника питания возникают гармонические колебания ротора.

Между параметрами ГД и параметрами источника питания установлена зависимость, обеспечивающая устойчивую работу (невыпадение из синхронизма) ГД в синхронном режиме.

Опытные данные подтвердили правильность теоретических выводов.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.372.001.24

Приближенный метод анализа некоторых нелинейных систем при наличии случайного сигнала. Городецкий А. Я. — «Электричество», 1974, № 2.

С помощью двухмерного преобразования Лапласа определяется ряд статистических характеристик некоторых нелинейных систем. Обсуждаются достоинства предлагаемой расчетной методики. Приводится пример по определению корреляционной функции и дисперсии выходного сигнала нелинейной системы. Библ. 2.

УДК 621.365.5.078

Исследование динамики систем автоматического регулирования дуговых электропечей. Сапко А. И. — «Электричество», 1974, № 2.

На примере системы автоматического регулирования дуговой сталеплавильной электропечи (САР ДСП) рассмотрен обобщенный метод аналитического исследования динамики процесса регулирования системы с упругими связями и нелинейностями.

Метод позволяет наиболее коротким путем получить соотношения, определяющие области существования одночастотных периодических решений, и зависимости частоты и амплитуды их от различных параметров системы в широком диапазоне изменения этих параметров, а также произвести оценку удельного влияния упругих связей, отдельных нелинейностей и их совместного влияния на область устойчивости систем автоматического регулирования.

Расчеты хорошо согласуются с экспериментальными исследованиями на промышленных установках. Библ. 3.

УДК 621.314.26

Энергетические соотношения в каскадном преобразователе частоты с непосредственной связью. Жемеров Г. Г. — «Электричество», 1974, № 2.

Рассматривается каскадный трехфазно-трехфазный преобразователь с двумя последовательно включенными мостами. Показано, что при регулировании величины выходного напряжения путем фазового сдвига напряжений последовательно включенных мостов величина потребляемой преобразователем реактивной мощности в 1,5—2 раза меньше, чем при обычном способе регулирования. Еще больший выигрыш в величине потребляемой реактивной мощности (в 1,6—5 раз) дает способ поочередного регулирования последовательно включенных мостов.

Соответственно при указанных способах регулирования увеличивается и коэффициент мощности преобразователя. Библ. 5.

УДК 621.313.325.013.8.072

Оптимальное по быстродействию регулирование синхронных компенсаторов. Орел О. А. — «Электричество», 1974, № 2.

Статья повышения качества электрической энергии в сетях с прокатными станами с помощью быстродействующего автоматического регулирования возбуждения синхронных компенсаторов. Приводится методика определения степени компенсации реактивной нагрузки промышленного предприятия, при которой обеспечивается ограничение величины колебаний напряжения допустимыми значениями. Описывается устройство АРВ компенсатора от датчиков реактивной нагрузки линий сети. Библ. 2.

УДК 621.315.671:620.193.7.001.24

Расчет взаимных влияний в системе двух подземных сооружений, находящихся в поле блуждающих токов. Ткаченко В. Н. — «Электричество», 1974, № 2.

Приводится метод оценки взаимных влияний двух подземных сооружений. Дается пример расчета приращений потенциалов и плотностей токов утечки, вызываемых токами перетекания для двух уложенных в земле трубопроводов. Библ. 7.

УДК 621.3.018.782.3.001.57

Математическое моделирование на ЦВМ электромагнитных процессов в сложных электротехнических устройствах. Брон Л. П. — «Электричество», 1974, № 2.

Описана цифровая математическая модель, служащая для анализа переходных и установившихся режимов в линейных цепях постоянного и переменного тока и в цепях, содержащих управляемые и неуправляемые вентили. Для повышения эффективности метода алгоритмизируются все процессы, связанные с подготовкой задачи к решению и обработкой полученных результатов. Библ. 6.

УДК 621.314.21.011.3

О двух способах представления магнитного поля индуктивно связанных катушек. Зихерман М. Х. — «Электричество», 1974, № 2.

Рассмотрен способ представления магнитного поля, основанный на П-образной схеме замещения. Поле представлено наложением двух потоков катушек и одного потока рассеяния. Проведено сравнение с общепринятым способом, основанным на Т-образной схеме замещения. Библ. 3.

УДК 621.314.6:621.313.13.001.5

Границы режимов работы неуправляемых и управляемых мостовых трехфазных выпрямителей в машинно-вентильных каскадах. Кутковецкий В. Н. — ««Электричество», 1974, № 2.

Рассматриваются границы режимов работы трехфазного мостового выпрямителя по схеме Ларионова с учетом влияния полного сопротивления цепи переменного тока на процесс выпрямления. При этом индуктивность цепи выпрямленного тока принята бесконечно большой.

Полученные выражения в относительных единицах позволяют рассчитать границы первого, второго и третьего режимов работы управляемых и неуправляемых выпрямителей. Библ. 3.

УДК 621.315.14

Индуктированные токи в электрически связанных экранах мощных токопроводов. Ласло В. Ф., Самойлов Ю. Г., Цицикян Г. Н. — «Электричество», 1974, № 2.

Предложен метод расчета индуктированных контурных токов в электрически связанных экранах пофазно экранированных токопроводов. Даны расчетные выражения для оценки степени компенсации. Библ. 4.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

В. В. Афанасьев, А. И. Бертинов, В. Г. Бирюков, В. А. Веников, И. С. Ефремов, Д. Г. Жимерин, А. М. Залесский, П. М. Ипатов, М. П. Костенко, Л. Г. Мамиконянц (главный редактор), **Л. Р. Нейман, И. И. Петров, С. И. Рабинович, А. М. Федосеев, М. Г. Чиликин, А. С. Шаталов.**

Адрес редакции: 103012 Москва, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 294-24-80.

Почтовый адрес: 101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648.

Адрес для телеграмм: МОСКВА 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Л. М. Кузнецова

Сдано в набор 14/XII 1973 г.	Подписано к печати 4/II 1974 г.	Т-02949
Формат 60×90¹/₈	Усл. п. л. 12	Уч.-изд. л. 14,39
Тираж 9 792 экз.	Зак. 532	Цена 80 коп.

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru