



ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

**1984**

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

**10**

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.311.016.351.001.24

## Математические описания электроэнергетических систем в исследованиях статической устойчивости

СТРОЕВ В. А.

*Московский энергетический институт*

Задача анализа статической устойчивости современных сложных электроэнергетических систем (ЭЭС) разделяется на две относительно самостоятельные подзадачи: анализ аperiodической статической устойчивости; анализ устойчивости с учетом самораскачивания. Это разделение обусловлено различием целей и методов исследования, а также математических описаний процессов в ЭЭС.

Анализ аperiodической статической устойчивости имеет целью оценку области устойчивых режимов ЭЭС при условии отсутствия самораскачивания (в частном случае — предельных режимов на заданных путях утяжеления) и базируется на математическом описании, отображающем только статические характеристики ЭЭС. Последнее позволило широко использовать для этого анализа информационную базу, алгоритмическое и программное обеспечение расчетов установившихся режимов ЭЭС, что привело к разработке целой серии весьма эффективных промышленных программ.

Анализ статической устойчивости ЭЭС с учетом самораскачивания направлен в основном на изучение стабилизирующих свойств АРВ синхронных машин и, следовательно, должен базироваться на математическом описании, позволяющем корректно отображать протекание электромеханических и электромагнитных процессов в ЭЭС и действие систем автоматического регулирования, в первую очередь АРВ генераторов электростанций, которые оказывают определяющее влияние на условия статической устойчивости ЭЭС. Все это приводит к большой сложности математического описания даже относительно простых схем ЭЭС, что, естественно, сказывается на вычислительной эффективности алгоритмов и программ расчета статической устойчивости с учетом

самораскачивания. В результате при проведении этих расчетов широко используются различные допущения, позволяющие, с одной стороны, упростить математическое описание отдельных элементов ЭЭС и с другой, — сократить число этих элементов. Накопленный опыт подобного рода исследований позволяет сделать некоторые обобщения по построению математических описаний ЭЭС для исследования статической устойчивости с учетом самораскачивания. Настоящая статья посвящена данному вопросу.

*Общее описание переходных процессов в ЭЭС для анализа статической устойчивости.* Возможные нарушения статической устойчивости в ЭЭС весьма разнообразны как по вызывающим их причинам, так и по характеру протекания. Достаточно отметить самовозбуждение, низкочастотное самораскачивание, аperiodическую неустойчивость [1]. Общее описание переходных процессов в ЭЭС, позволяющее выявить широкий спектр нарушений статической устойчивости, основывается на уравнениях Парка — Горева для синхронных машин и уравнениях остальных элементов, составленных на том же уровне допущений.

В достаточно общем случае можно считать, что расчетная схема ЭЭС содержит элементы трех типов: синхронные машины (СМ), асинхронные двигатели (АД) и элементы  $R, L, C$ , отображающие отдельные звенья электрической сети и статические нагрузки.

Уравнения переходных процессов в элементах ЭЭС запишем в декартовой системе координат, причем для простоты и единообразия формы записи для статических элементов и АД будем использовать систему координат  $D, Q$ , вращающуюся со скоростью  $\omega_0$ , соответствующей частоте установившегося режима ЭЭС, а для

каждой из СМ — систему координат  $d, q$ , вращающуюся со скоростью ротора данной машины [2]. Для определенности примем, что во всех системах координат поперечная ось опережает продольную, а за положительное направление тока — от узла схемы замещения ЭЭС.

Уравнения статических элементов, связывающие падения напряжения  $U$  и токи  $I$  в активном сопротивлении  $R_i$ , индуктивности  $L_j$  и емкости  $C_k$ ,

$$\begin{aligned} U_{Di} &= R_i I_{Di}, & U_{Dj} &= L_j \left( \frac{dI_{Dj}}{dt} - \omega_0 I_{Qj} \right), \\ I_{Dk} &= C_k \left( \frac{dU_{Dk}}{dt} - \omega_0 U_{Qk} \right); \\ U_{Qi} &= R_i I_{Qi}, & U_{Qj} &= L_j \left( \frac{dI_{Qj}}{dt} + \omega_0 I_{Dj} \right), \\ I_{Qk} &= C_k \left( \frac{dU_{Qk}}{dt} + \omega_0 U_{Dk} \right). \end{aligned}$$

Используя матричную форму записи, эти уравнения можно представить более компактно [3]:

$$U_i = R_i I_i, \quad U_j = \omega_0 L_j \pi I_j, \quad I_k = \omega_0 C_k \pi U_k,$$

или

$$U_i = R_i I_i, \quad U_j = x_{Lj} \pi I_j, \quad I_k = y_{Ck} \pi U_k, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{где } U &= \begin{pmatrix} U_D \\ U_Q \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} I_D \\ I_Q \end{pmatrix}, \quad \pi = \frac{d}{\omega_0 dt} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{d}{\omega_0 dt} \cdot 1 + \gamma \end{aligned}$$

— оператор дифференцирования во вращающейся системе координат.

В малых отклонениях от установившегося режима уравнения (1) для задач исследования статической устойчивости рационально записать в операторной форме:

$$\Delta U_i = R_i \Delta I_i, \quad \Delta U_j = x_{Lj} \pi(p) \Delta I_j, \quad \Delta I_k = y_{Ck} \pi(p) \Delta U_k, \quad (2)$$

где  $\pi(p) = 1 \cdot p / \omega_0 + \gamma$ .

Уравнения АД (при условии полной симметрии короткозамкнутого ротора) могут быть записаны в матричном виде аналогично (1):

$$\begin{aligned} \text{уравнения цепи статора} \\ \pi \omega_0 \Psi + r I = U; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{уравнения цепи ротора} \\ (\omega_0 T \pi_s + 1) (\omega_0 \Psi - x' I) - x I = 0; \end{aligned}$$

уравнение движения

$$T_J \frac{ds}{dt} = \omega_0 (M_{\text{мех}} - I_t \gamma \Psi),$$

где  $I, U, \Psi$  — векторы составляющих тока, напряжения и потокосцепления обмотки статора;  $T = x_p / \omega_r r_p$ ;  $x = x_p^2 / x_r$ ;  $x' = x_c - x$ ;  $\pi_s = \frac{d}{\omega_0 dt} \cdot 1 + s \gamma$ ;  $t$  — символ транспонирования; остальные обозначения общепринятые.

Переходя к малым отклонениям, запишем эти уравнения в операторной форме:

$$\left. \begin{aligned} \pi(p) \Delta(\omega_0 \Psi) + r \Delta I &= \Delta U; \\ [\omega_0 T \pi_s(p) + 1] [\Delta(\omega_0 \Psi) - x' \Delta I] - \\ - x \Delta I + \omega_0 T \gamma (\omega_0 \Psi_0 - x' I_0) \Delta s &= 0; \\ T_J p \Delta s &= \omega_0 \frac{\partial M_{\text{мех}}}{\partial s} \Delta s - I_0 \gamma \Delta(\omega_0 \Psi) + (\omega_0 \Psi_{0t}) \gamma \Delta I, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\pi_{s0}(p) = 1 \cdot p / \omega_0 + \gamma s_0$ , индекс «0» соответствует установившемуся режиму.

Уравнения СМ в системе координат, жестко связанной с ротором, при учете демпферных контуров ротора довольно громоздки, но для малых отклонений могут быть записаны компактно и при использовании матричной формы записи аналогично (2) и (3) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \pi(p) \Delta(\omega_0 \Psi) + \gamma (\omega_0 \Psi_0) \Delta(\omega / \omega_0) + r \Delta I &= \Delta u; \\ \Delta(\omega_0 \Psi) &= F(p) \Delta E_{qe} + x(p) \Delta i; \\ T_J p \Delta(\omega / \omega_0) &= k_T \Delta(\omega / \omega_0) + i_0 \gamma \Delta(\omega_0 \Psi) - \\ &- (\omega_0 \Psi_{0t}) \gamma \Delta i, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{где } k_T &= \frac{\partial(\omega_0 M_T)}{\partial(\omega / \omega_0)}; \quad F(p) = \begin{pmatrix} G(p) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x(p) = \\ &= \begin{pmatrix} x_d(p) & 0 \\ 0 & x_q(p) \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$\Delta E_{qe}$  отображает действие АРВ и в предположении регулирования возбуждения по параметрам режима машины (что отвечает всем существующим типам АРВ) может быть представлено в виде линейной комбинации переменных (4) с операторными коэффициентами, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta E_{qe} &= \sum_i W_i(p) \left[ \frac{\partial \Pi_i}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial \Pi_i}{\partial u} \Delta u + \right. \\ &\left. + \frac{\partial \Pi_i}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \Pi_i}{\partial(\omega_0 \Psi)} \Delta(\omega_0 \Psi) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Поскольку уравнения СМ записаны в системе координат  $d, q$ , вращающейся со скоростью  $\omega$ , а уравнения остальных элементов ЭЭС — в системе координат  $D, Q$ , вращающейся со скоростью  $\omega_0$ , объединение этих уравнений в единую систему требует установления связи систем координат:

$$u = e^{-\gamma \delta} U; \quad i = e^{-\gamma \delta} I,$$

$$\begin{aligned} \text{где } e^{-\gamma \delta} &= 1 \cdot \cos \delta - \gamma \sin \delta = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta \\ -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}; \quad \frac{d\delta}{dt} = \\ &= \omega - \omega_0. \end{aligned}$$

Записывая эти уравнения в малых отклонениях:

$$\Delta u = e^{-\gamma \delta_0} (\Delta U - \gamma U_0 \Delta \delta); \quad (6)$$

$$\Delta i = e^{-\gamma \delta_0} (\Delta I - \gamma I_0 \Delta \delta); \quad (7)$$

$$p \Delta \delta = \Delta \omega, \quad (8)$$

получим совместно с (2)—(4) систему уравнений, полностью описывающих поведение ЭЭС.

Уравнения для элементов электрической сети (2) целесообразно объединить в систему узловых уравнений, составление которой сводится к формированию по известным правилам матрицы узловых проводимостей. Предполагая, что расчетная схема системы содержит  $n$  узлов (к которым могут быть подключены электрические машины и статические нагрузки), можно записать узловое уравнение в виде [4]:

$$\sum_{i=1}^n Y_{ij}(\pi) \Delta U_j + \Delta I_i = 0, \quad i=1, \dots, n, \quad (9)$$

где  $Y_{ij}(\pi) = Y_{ij}(1 \cdot p / \omega_0 + \gamma)$  — матрицы второго порядка.

Уравнения (9), а также уравнения для статических нагрузок (2) и машин (3)—(8), дополненные уравнениями

баланса токов в узлах, образуют математическое описание ЭЭС для исследования статической устойчивости.

Структура уравнений малых колебаний ЭЭС. Математическое описание переходных процессов в сложной ЭЭС (3)—(8) характеризуется относительной простотой и наглядностью уравнений, что определяется выбором переменных, в состав которых входят, в частности, углы поворота роторов СМ относительно синхронно вращающейся оси отсчета. Последние, однако, имеют физический смысл, т. е. определяют состояние ЭЭС, только в условном частном случае присутствия в расчетной схеме ЭЭС шин бесконечной мощности. В общем случае конечной мощности всех источников состояния системы определяется значениями скорости вращения и взаимными углами роторов СМ [1]. Математически это должно проявиться в тождественном равенстве нулю свободного члена характеристического уравнения для (3)—(8), что было показано в [5] при описании ЭЭС упрощенными уравнениями Парка—Горевы<sup>1</sup>. Подобную структурную особенность можно выявить и для (3)—(8), если записать напряжения узлов в полярных координатах и перейти от абсолютных углов к взаимным.

Для определенности примем, что множество всех  $n$  узлов ЭЭС ( $N_{\Sigma}$ ) состоит из узлов, к которым подключены только СМ ( $N_r$ ), сетевых узлов, к которым может быть подключена статическая нагрузка и АД ( $N_c$ ), и узлов, векторы напряжения которых неизменны ( $N_{\infty}$ ), т. е. шин бесконечной мощности.

Переход к записи напряжений в полярной системе координат выполняется в соответствии с выражениями:  $U_D = V \sin \phi$ ,  $U_Q = V \cos \phi$ , где  $V$  — модуль вектора напряжения, а  $\phi$  — его фаза, отсчитываемая от оси  $Q$ .

Переходя к матричной форме записи, получим

$$\begin{pmatrix} U_D \\ U_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ V \end{pmatrix},$$

или

$$U = e^{-\gamma \theta} V.$$

Для малых отклонений

$$\Delta U = e^{-\gamma \theta_0} \Delta V - \gamma U_0 \Delta \theta. \quad (10)$$

Переход в уравнениях (3)—(9) к взаимным углам полным полагая без потери общности, что они определяются относительно оси  $q$  первой СМ. Тогда вместо переменных  $\Delta \delta_i (i \in N_r)$  следует ввести переменные  $\Delta \delta_i$  и  $\Delta \delta_{i1} = \Delta \delta_i - \Delta \delta_1$ , а вместо переменных  $\Delta \theta_j (j \in N = N_r \cup N_c)$  — переменные  $\Delta \theta_j = \Delta \theta_j + \Delta \delta_1$ .

С учетом указанных преобразований<sup>2</sup> уравнения переходных процессов в ЭЭС примут следующий вид.

У р а в н е н и я (4)—(5) СМ ( $i \in N_r$ ):

$$\begin{aligned} \gamma (\omega_0 \Psi_{i0}) \frac{p}{\omega_0} \Delta \delta_1 + \gamma (\omega_0 \Psi_{i0}) \frac{p}{\omega_0} \Delta \delta_{i1} + \pi(p) \Delta (\omega_0 \Psi_i) + \\ + r_i \Delta i_i + \Delta u_i = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F_i(p) \sum_l W_{li}(p) \frac{\partial \Pi_{li}}{\partial \omega_i} p \Delta \delta_1 + F_i(p) \sum_l W_{li}(p) \frac{\partial \Pi_{li}}{\partial \omega_i} p \Delta \delta_{i1} + \\ + F_i(p) \sum_l W_{li}(p) \frac{\partial \Pi_{li}}{\partial u_i} \Delta u_i + \\ + \left[ F_i(p) \sum_l W_{li}(p) \frac{\partial \Pi_{li}}{\partial i_i} + x_i(p) \right] \Delta i_i + \\ + \left[ F_i(p) \sum_l W_{li}(p) \frac{\partial \Pi_{li}}{\partial (\omega_0 \Psi_i)} - 1 \right] \Delta (\omega_0 \Psi_i) = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{T_{ji}}{\omega_0} p^2 - \frac{k_{xi}}{\omega_0} p \right) \Delta \delta_1 + \left( \frac{T_{ji}}{\omega_0} p^2 - \frac{k_{xi}}{\omega_0} p \right) \Delta \delta_{i1} - \\ - i_{i0} \gamma \Delta (\omega_0 \Psi_i) + (\omega_0 \Psi_{i0}) \gamma \Delta i_i = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения (6), (7) связи СМ с системой с учетом (10) и при подстановке  $\Delta I_i$  из (9):

$$-\gamma U_{i0} \Delta \delta_{i1} - \gamma U_{i0} \Delta \theta_i + e^{-\gamma \theta_{i0}} \Delta V_i - e^{\gamma \theta_{i0}} \Delta u_i = 0; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -\gamma \left[ \sum_{j \in N} Y_{ij}(\pi) U_{j0} - \sum_{j \in N_{\Sigma}} Y_{ij}(\gamma) U_{j0} \right] \Delta \delta_1 + \\ + \gamma \sum_{j \in N_{\Sigma}} Y_{ij}(\gamma) U_{j0} \Delta \delta_{i1} + \gamma \sum_{j \in N} Y_{ij}(\pi) U_{j0} \Delta \theta_j - \\ - \sum_{j \in N} Y_{ij}(\pi) e^{-\gamma \theta_{j0}} \Delta V_j - e^{-\gamma \theta_{i0}} \Delta i_i = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где учтено соотношение [см. (9)]:

$$I_{i0} = - \sum_{j \in N_{\Sigma}} Y_{ij}(\gamma) U_{j0}.$$

Уравнения (9) для сетевых узлов ( $k \in N_c$ ) при условии, что нагрузка узла статическая<sup>3</sup> и может быть представлена в виде  $Y(\pi)$ :

$$\begin{aligned} -\gamma \sum_{j \in N} Y_{kj}(\pi) U_{j0} \Delta \delta_1 + \gamma \sum_{j \in N} Y_{kj}(\pi) U_{j0} \Delta \theta_j - \\ - \sum_{j \in N} Y_{kj}(\pi) e^{-\gamma \theta_{j0}} \Delta V_j = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

поскольку при введении проводимости нагрузки в матрицу проводимостей сети  $I_k = 0$ .

В полученном математическом описании (11)—(16) переходных процессов в ЭЭС при малых отклонениях ясно прослеживается следующая структурная особенность — коэффициенты уравнений при  $\Delta \delta_1$  в условиях отсутствия в ЭЭС шин бесконечной мощности (т. е.  $N_{\Sigma} = N$ ) либо равны нулю либо пропорциональны  $p$ . Действительно, в уравнениях (12) СМ это не будет выполняться только в нереальном случае регулирования возбуждения по отклонению абсолютного угла [5]. В уравнениях (15) коэффициент при  $\Delta \delta_1$  для случая  $N_{\Sigma} = N$  равен

$$c_i(p) = -\gamma \sum_{j \in N} [Y_{ij}(\pi) - Y_{ij}(\gamma)] U_{j0}.$$

Этот коэффициент пропорционален  $p$ , так как  $Y_{ij}(\pi)|_{p=0} = Y_{ij}(\gamma)$ . Более того, поскольку для цепи, состоящей из  $R, L, C$ -элементов  $Y_{ij}$  есть аналитическая функция оператора  $\pi_{\omega} = 1 \cdot p/\omega_0 + \gamma \omega/\omega_0$  в том смысле

<sup>1</sup> Этого можно избежать, исключив при описании переходных процессов в ЭЭС систему координат  $D, Q$ , т. е. записывая уравнения для статических элементов ЭЭС и АД в координатных осях СМ. Последние при этом усложнятся за счет появления в уравнениях малых колебаний (2), (3) переменных  $\Delta \omega_i$ . Однако по сравнению с принятым здесь описанием можно получить модель ЭЭС практически той же структуры. Подробное рассмотрение данного вопроса выходит за рамки настоящей статьи.

<sup>2</sup> Отметим, что эти преобразования линейны и невырождены, и поэтому они не изменяют условий устойчивости ЭЭС.

<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Учет АД приводит к громоздким уравнениям, но не изменяет структурных особенностей математического описания ЭЭС. В последнем нетрудно убедиться, перейдя к записи переменных АД ( $U, I, \Psi$ ) в полярных координатах.

что

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{\omega_0}{p} [Y_{ij}(\pi) - Y_{ij}(\gamma)] = -\gamma \partial Y_{ij}(\gamma \omega / \omega_0) : \partial (\omega / \omega_0) |_{\omega = \omega_0} = -\gamma Y'_{ij}(\gamma), \quad (17)$$

то коэффициент при  $p$  в  $c_i(p)$  будет определяться производными от проводимостей ветвей по частоте.

Ту же особенность имеют и уравнения сетевых узлов (16) в связи с тем, что при отсутствии задающего тока и при  $N_{\Sigma} = N$  имеем:

$$\sum_{j \in N} Y_{kj}(\gamma) U_{j0} = 0.$$

Таким образом, математическое описание (11)—(16) переходных процессов в ЭЭС при относительной простоте формирования одинаково удобно применять для систем как с шинами бесконечной мощности, так и без них. В последнем случае для перехода к физически значимым координатам достаточно заменить  $p\Delta\delta_1$  на  $\Delta\omega_1$ .

*Возможности упрощенного описания ЭЭС.* Уравнения (11)—(16), описывающие процессы в ЭЭС при малых отклонениях от состояния равновесия, основаны на полных уравнениях Парка — Горева. Они отображают взаимосвязанные электромеханические переходные процессы вращения роторов машин и электромагнитные переходные процессы в обмотках машин и статических элементах ЭЭС (элементы сети и статические нагрузки).

Аналитическая сложность такого описания даже для относительно простых схем ЭЭС и разнообразие физических процессов нарушения статической устойчивости привели к широкому использованию в практике исследований тех или иных упрощений в описании переходных процессов, существо которых определяется в первую очередь содержанием конкретного исследования. Так, при анализе самовозбуждения считается допустимым принимать скорость вращения роторов машин постоянной [6], а при анализе электромеханических переходных процессов обычно пренебрегают электромагнитными переходными процессами в статорных обмотках машин и статических элементах ЭЭС. Возможность последнего отмечалась и исследовалась еще А. А. Горевым [7].

В основе этих допущений лежит известная предпосылка о возможности разделения малых колебаний в ЭЭС на две слабо взаимосвязанные составляющие: «медленную» или низкочастотную (с частотами колебаний, значительно меньшими  $\omega_0$ ) и «быструю» или высокочастотную (с частотами, соизмеримыми с  $\omega_0$ ). Это подтверждается опытом анализа возможных нарушений статической устойчивости, а также видом уравнений малых колебаний в ЭЭС, в которых коэффициенты при операторе  $p$  существенно различаются по величине. Действительно, в уравнениях переходных процессов в статических элементах ЭЭС  $p$  входит с малым множителем  $m=1/\omega_0$ , что позволяет говорить о малом влиянии этих процессов на характер низкочастотных колебаний в ЭЭС.

Рациональным аналитическим методом упрощения математического описания ЭЭС путем разделения быстрых и медленных движений является метод малого параметра [8, 9]. Его использование для простых схем ЭЭС позволило наглядно оценить область применимости упрощенных уравнений Парка — Горева при анализе малых электромеханических колебаний [9—11].

Покажем, что применение метода малого параметра для сложных регулируемых ЭЭС позволяет получить

содержательные результаты даже без тщательного ранжирования коэффициентов уравнений по степени малости, применявшегося в простых схемах [9—11], а именно — при выборе в качестве малого параметра множителя  $m=1/\omega_0$  при операторе  $p$ . Существо метода малого параметра состоит в разделении исходной динамической системы на независимые подсистемы, соответствующие быстрым и медленным движениям. Для этого рассматривается предельный случай  $m \rightarrow 0$  и разделяются корни характеристического уравнения, стремящиеся при этом к бесконечности (вспомогательная подсистема) и изменяющиеся в конечных пределах (вырожденная подсистема) [8, 9].

Выделим в (11)—(16) подсистему, описывающую быстрые движения. Для этого согласно [8] введем  $q = p/\omega_0 = pm$  и перейдем к пределу при  $m \rightarrow 0$ .

Уравнения (11)—(13) СМ ( $i \in N_r$ ). Рассматриваемый предельный переход приводит уравнения (13) к виду

$$T_{ji} q^2 (\Delta\delta_i + \Delta\delta_{i1}) = 0,$$

откуда следует

$$\Delta\delta_i = 0, \quad \Delta\delta_{i1} = 0. \quad (18)$$

Кроме того, нетрудно показать, что  $F(q) = 0$  и  $x(q) = x(\infty)$ . Тогда с учетом физической реализуемости каналов АРВ (т. е.  $W_{ii}(\infty) \neq \infty$ ) уравнения СМ примут вид:

$$\pi(q) \Delta(\omega_0 \psi_i) + r_i \Delta i_i - \Delta u_i = 0; \\ x_i(\infty) \Delta i_i - \Delta(\omega_0 \psi_i) = 0,$$

где

$$\pi(q) = q \cdot 1 + \gamma,$$

или

$$\Delta i_i - Y_i(q) \Delta u_i = 0, \quad (19)$$

где

$$Y_i(q) = [\pi(q) x_i(\infty) + r_i \cdot 1]^{-1}. \quad (20)$$

Таким образом, в подсистеме быстрых движений СМ представляются операторными проводимостями аналогично тому, как это делается при расчете зоны III самовозбуждения [6].

Уравнения (14), (15) для узлов с СМ при учете (18) примут вид:

$$-\gamma U_{i0} \Delta \theta_i + e^{-\gamma \theta_{i0}} \Delta V_i - e^{\gamma \theta_{i0}} \Delta u_i = 0; \quad (21)$$

$$\gamma \sum_{j \in N} Y_{ij}(\pi) U_{j0} \Delta \theta_j - \sum_{j \in N} Y_{ij}(\pi) e^{-\gamma \theta_{j0}} \Delta V_j - e^{-\gamma \theta_{i0}} \Delta i_i = 0. \quad (22)$$

Уравнения (16) для сетевых узлов ( $k \in N_c$ )

$$\gamma \sum_{j \in N} Y_{kj}(\pi) U_{j0} \Delta \theta_j - \sum_{j \in N} Y_{kj}(\pi) e^{-\gamma \theta_{j0}} \Delta V_j = 0. \quad (23)$$

Полученные уравнения (19)—(23) можно записать в компактной форме, используя обратное преобразование (10). Так, объединяя (19)—(22), получим уравнения для узлов с СМ ( $i \in N_r$ ) в виде

$$\sum_{j \in N} Y_{ij}(\pi) \Delta U_j + Y_{ri}(q) \Delta U_i = 0, \quad (24)$$

где

$$Y_{ri}(q) = e^{\gamma \theta_{i0}} Y_i(q) e^{-\gamma \theta_{i0}}. \quad (25)$$

Аналогично для сетевых узлов  $k \in N_c$  можно получить подобные уравнения с учетом АД:

$$\sum_{j \in N} Y_{kj}(\pi) \Delta U_j + Y_k(q) \Delta U_k = 0, \quad (26)$$

где

$$Y_k(q) = \{\pi(q) (x_k \cdot 1 + [(\omega_0 T_k) \pi_{s_0}(q) + 1]^{-1} x_k) + r \cdot 1\}. \quad (27)$$

Таким образом, в подсистеме быстрых движений (24)–(27) машины учитываются операторными проводимостями, зависящими как от электромагнитных параметров машин, так и от исследуемого установившегося режима ЭЭС.

Для выделения подсистемы медленных движений воспользуемся указанным выше допущением о неучете в исходных уравнениях (11)–(16) электромагнитных переходных процессов в статических элементах ЭЭС. Математически это соответствует переходу от оператора  $\pi(p) = 1 \cdot p / \omega_0 + \gamma$  к оператору  $\gamma$  в уравнениях (11), (14)–(16), а также переходу от  $\pi_{s_0}(p) = 1 \cdot p / \omega_0 + \gamma s_0$  к  $\gamma s_0$  в уравнениях АД. При этом в соответствии с отмеченными структурными особенностями (17) следует различать случаи отсутствия ( $N_\Sigma = N$ ) и наличия ( $N_\Sigma \neq N$ ) шин бесконечной мощности в расчетной схеме ЭЭС.

При отсутствии шин бесконечной мощности коэффициенты при переменной  $\Delta \delta_1$  во всех уравнениях пропорциональны  $p / \omega_0$ . Это соответствует известному положению о том, что режимы и процессы в ЭЭС определяются значениями не абсолютных, а взаимных углов роторов машин, а также значением частоты. Следовательно, физически значимое описание будет соответствовать замене  $\Delta \delta_1$  на  $p \Delta \delta_1 / \omega_0 = \Delta(\omega_1 / \omega_0)$ .

С учетом этого переход от дифференциальных к алгебраическим уравнениям статических элементов ЭЭС при отсутствии шин бесконечной мощности эквивалентен замене матрицы  $Y(\pi)$  на  $Y(\gamma \cdot \omega_1 / \omega_0)$ , т. е. узловым уравнениям

$$\sum_{j=1}^n Y_{ij}(\gamma \cdot \omega_1 / \omega_0) U_j + I_i = 0. \quad (28)$$

Последние уравнения удобно записывать в форме баланса мощностей, что позволяет наиболее просто учитывать статические характеристики нагрузок по напряжению и частоте. Для этой цели определим вектор мощностей:

$$S_i = \begin{pmatrix} Q_i \\ P_i \end{pmatrix} = (U_{Qi} \cdot 1 + U_{Di} \cdot \gamma) I_i = V_i e^{\gamma \theta_i} I_i \quad (29)$$

и, переходя от уравнений баланса токов (28) к уравнениям баланса мощностей, получим

$$V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}(\gamma \cdot \omega_1 / \omega_0) e^{\gamma(\theta_i - \theta_j)} V_j + V_i e^{\gamma \theta_i} I_i = 0. \quad (30)$$

В результате с учетом дополнительных элементарных преобразований получим уравнения медленных движений в ЭЭС в следующем виде.

Уравнения СМ ( $i \in N_r$ ):

$$(u_{i0} - r_i i_{i0}) \Delta(\omega_1 / \omega_0) + \gamma F_i(p) \Delta E_{qe i} + (\gamma x_i(p) + r_i \cdot 1) \Delta i_i - \Delta u_i = 0, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} (T_{ji} p - k_{ri}) \Delta(\omega_1 / \omega_0) + \left( \frac{T_{ji}}{\omega_0} p^2 - \right. \\ \left. - \frac{k_{ri}}{\omega_0} p \right) \Delta \delta_{i1} + \omega_0 \Delta M_{эл i} = 0, \quad (32) \end{aligned}$$

где  $M_{эл} = -\frac{1}{\omega_1} i_t (u - r i)$  — электромагнитный момент СМ.

Уравнения связи СМ с системой ( $i \in N_r$ ):

$$u_{i0} \Delta \delta_{i1} + u_{i0} \Delta \theta_i + \gamma e_i^{-1} \Delta V_i - \gamma \Delta u_i = 0; \quad (33)$$

$$\begin{aligned} V_{i0} \sum_{j \in N} Y'_{ij}(\gamma) e_{ij} V_{j0} \Delta(\omega_1 / \omega_0) + V_{i0} \gamma e_i i_{i0} \Delta \delta_{i1} - \\ - V_{i0} \gamma \sum_{j \in N} Y_{ij}(\gamma) e_{ij} V_{j0} \Delta \theta_j + V_{i0} \sum_{j \in N} Y_{ij}(\gamma) e_{ij} \Delta V_j + \\ + V_{i0} e_i \Delta i_i = 0, \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{где } e_{ij} = e^{\gamma(\theta_{i0} - \theta_{j0})} = e^{\gamma(\theta_{i0} - \theta_{j0})}; e_i = \\ = e^{\gamma(\delta_{i10} + \theta_{i0})} = e^{\gamma(\delta_{i0} + \theta_{i0})} \end{aligned}$$

Уравнения баланса мощности в сетевых узлах ( $k \in N_c$ ):

$$\begin{aligned} \left[ V_{k0} \sum_{j \in N} Y'_{kj}(\gamma) e_{kj} V_{j0} + \partial S_{a.д k} / \partial(\omega_1 / \omega_0) \right] \Delta(\omega_1 / \omega_0) + \\ + V_{k0} \gamma \sum_{j \in N} Y_{kj}(\gamma) e_{kj} V_{j0} \Delta(\theta_k - \theta_j) + \\ + \left[ \sum_{j \in N} Y_{kj}(\gamma) e_{kj} V_{j0} + \partial S_{a.д k} / \partial V_k \right] \Delta V_k + \\ + V_{k0} \sum_{j \in N} Y_{kj}(\gamma) e_{kj} \Delta V_j + (\partial S_{a.д k} / \partial s_k) \Delta s_k = 0, \quad (35) \end{aligned}$$

где  $S_{a.д} = \begin{pmatrix} Q_{a.д} \\ P_{a.д} \end{pmatrix}$  — мощность, потребляемая АД, под-

ключенным к узлу  $k$ , причем

$$Q_{a.д} = \frac{V^2}{C} \left\{ x \frac{\omega_1}{\omega_0} + x' \frac{\omega_1}{\omega_0} [(\omega_0 T s_0)^2 + 1] \right\};$$

$$P_{a.д} = \frac{V^2}{C} \left\{ x \frac{\omega_1}{\omega_0} (\omega_0 T s_0) + r [(\omega_0 T s_0)^2 + 1] \right\};$$

$$\begin{aligned} C = \left\{ \left[ (x + x') \frac{\omega_1}{\omega_0} + (\omega_0 T s_0) r \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[ (\omega_0 T s_0) x' \frac{\omega_1}{\omega_0} - r \right]^2 \right\}. \end{aligned}$$

Здесь  $s_0 = s + \omega_1 / \omega_0 - 1$ .

Уравнения АД ( $k_0 \in N_c$ ):

$$T_{jk} p \Delta s_k + \omega_0 \left( \Delta M_{a.д k} - \frac{\partial M_{мех k}}{\partial s_k} \Delta s_k \right) = 0, \quad (36)$$

где  $M_{a.д} = M_{a.д}(V, s, \omega_1 / \omega_0) = \frac{V^2}{\omega_0 C} (\omega_0 T s_0) x$ .

Важно отметить, что в приведенных уравнениях (31)–(36) переменная  $\Delta(\omega_1 / \omega_0)$  имеет смысл общесистемного параметра. Это следует из того, что коэффициенты уравнений при отклонении частоты не зависят от того, какая из СМ ( $l \in N_r$ ) выбрана в качестве опорной для определения относительных углов  $\delta_{il}$ , т. е. не зависят от того, для какого  $l$  определено  $\Delta(\omega_1 / \omega_0)$ . Поэтому в уравнениях (31)–(36) можно опустить индекс у  $\Delta(\omega_1 / \omega_0)$ , определяя эту переменную как  $\Delta(\omega / \omega_0)$ .

При наличии в расчетной схеме ЭЭС шин бесконечной мощности ( $N_\Sigma \neq N$ ) режимы и процессы в ЭЭС зависят от значений абсолютных углов роторов СМ и векторов напряжений узлов, поскольку эти углы приобретают смысл относительных, отсчитываемых от фиксированного вектора напряжения шин бесконечной мощ-

ности. Формально это следует из того, что по крайней мере один из коэффициентов при  $\Delta \delta_i$  в (15) или (16) будет отличен от нуля при  $p=0$ . В этих условиях пренебрежение электромагнитными переходными процессами в статических элементах ЭЭС и в цепях роторов АД приводит к следующим уравнениям медленных движений в ЭЭС.

Уравнения СМ ( $i \in N_r$ ):

$$\gamma \mathbf{F}_i(p) \Delta E_{qei} + (\gamma \mathbf{x}_i(p) + r_i \cdot \mathbf{1}) \Delta \mathbf{i}_i - \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{0}; \quad (37)$$

$$\left( \frac{T_{ji}}{\omega_0} p^2 - \frac{k_{\pi i}}{\omega_0} p \right) \Delta \delta_i + \omega_0 \Delta M_{\text{эл}i} = 0, \quad (38)$$

где  $\omega_0 M_{\text{эл}i} = -\mathbf{i}_i(\mathbf{u} - r_i)$ .

Уравнения связи СМ с системой ( $i \in N_r$ ):

$$\mathbf{u}_{i0} \Delta \delta_i + \mathbf{u}_{i0} \Delta \vartheta_i + \gamma \mathbf{e}_i^{-1} \Delta \mathbf{V}_i - \gamma \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{0}; \quad (39)$$

$$V_{i0} \gamma \mathbf{e}_i \Delta \delta_i - V_{i0} \gamma \sum_{j \in N} \mathbf{Y}_{ij}(\gamma) \mathbf{e}_{ij} \mathbf{V}_{j0} \Delta \vartheta_j + \\ + V_{i0} \sum_{j \in N} \mathbf{Y}_{ij}(\gamma) \mathbf{e}_{ij} \Delta \mathbf{V}_j + V_{i0} \mathbf{e}_i \Delta \mathbf{i}_i = \mathbf{0}. \quad (40)$$

Уравнения баланса мощности в сетевых узлах ( $k \in N_c$ ):

$$V_{k0} \gamma \sum_{j \in N_s} \mathbf{Y}_{kj}(\gamma) \mathbf{e}_{kj} \mathbf{V}_{j0} \Delta \vartheta_j - V_{k0} \gamma \sum_{j \in N} \mathbf{Y}_{kj}(\gamma) \mathbf{e}_{kj} \mathbf{V}_{j0} \Delta \vartheta_j + \\ + \left[ \sum_{j \in N_s} \mathbf{Y}_{kj}(\gamma) \mathbf{e}_{kj} \mathbf{V}_{j0} + \partial \mathbf{S}_{\text{а.д}k} / \partial V_k \right] \Delta V_k + \\ + V_{k0} \sum_{j \in N} \mathbf{Y}_{kj}(\gamma) \mathbf{e}_{kj} \Delta \mathbf{V}_j + (\partial \mathbf{S}_{\text{а.д}k} / \partial s_k) \Delta s_k = \mathbf{0}, \quad (41)$$

где аналогично (35)

$$Q_{\text{а.д}} = \frac{V^2}{C} \{x + x' [(\omega_0 T s)^2 + 1]\};$$

$$P_{\text{а.д}} = \frac{V^2}{C} \{x (\omega_0 T s) + r [(\omega_0 T s)^2 + 1]\},$$

$$C = \{[x + x' + (\omega_0 T s) r]^2 + [(\omega_0 T s) x - r]^2\}.$$

Уравнения АД ( $k \in N_c$ ):

$$T_{jk} p \Delta s + \omega_0 (\Delta M_{\text{а.д}k} - \frac{\partial M_{\text{мех}k}}{\partial s_k} \Delta s_k) = 0, \quad (42)$$

где  $\omega_0 M_{\text{а.д}} = \frac{V^2}{C} (\omega_0 T s) x$ .

Таким образом, переход от математического описания ЭЭС, соответствующего уравнениям Парка — Горева (11)—(16), к упрощенным уравнениям (32)—(36) и (37)—(42) имеет ясную физическую основу — пренебрежение электромагнитными переходными процессами в статических элементах ЭЭС. Формальная реализация такого перехода соответствует замене оператора  $\pi(p) = 1 \cdot p / \omega_0 + \gamma$  в (11)—(16) на оператор  $\pi(\omega) = \gamma \cdot \omega / \omega_0$  (для ЭЭС без шин бесконечной мощности) или  $\pi(\omega_0) = \gamma$  (для ЭЭС, содержащих шины бесконечной мощности) при сохранении общей структуры уравнений неизменной.

Отсюда, во-первых, следует тождественность исходного и упрощенных описаний применительно к анализу аperiodической статической устойчивости [12] и, во-вторых, возможность однотипной алгоритмической и программной реализации расчетов статической устойчи-

вости с учетом самораскачивания частотными методами [3, 4].

Последнее позволяет говорить о близкой вычислительной эффективности программ, основанных на полных и упрощенных уравнениях Парка — Горева. Если еще учесть тот факт, что с увеличением отношения  $r/x$  статических элементов ЭЭС погрешность в оценке условий устойчивости по упрощенным уравнениям возрастает [10], то это может поставить под сомнение целесообразность перехода к упрощенным уравнениям. Действительно, применение метода малого параметра при тщательном ранжировании коэффициентов уравнений переходных процессов по степени малости показывает, что возможность разделения быстрых и медленных движений в ЭЭС существенно зависит от значений  $r/x$  [9, 10], что не было выявлено выше, при выборе в качестве малого параметра множителя  $m = 1/\omega_0$  при операторе  $p$ . Это отвечает известным выводам [6] о необходимости учета переходных процессов в статических элементах ЭЭС при выявлении условий параметрического самораскачивания.

Однако введение демпфирования, обусловленного перечисленными демпферными контурами СМ или АРВ сильного действия, практически исключает параметрическое самораскачивание [6] и снижает погрешность перехода к упрощенным уравнениям [13], что обуславливает возможность их широкого применения в анализе статической устойчивости ЭЭС.

Основным достоинством применения упрощенных уравнений (32)—(36) или (37)—(42) переходных процессов в ЭЭС для исследований статической устойчивости является возможность гибкого подхода к воспроизведению параметров и характеристик комплексных нагрузок по расчетным и экспериментальным данным. Действительно, применение этих уравнений позволяет довольно просто вводить как комплексные расчетные модели нагрузок, так и их статические характеристики мощности по напряжению и частоте [14].

В то же время необходимость учета динамических свойств статических элементов ЭЭС в исходном математическом описании (11)—(16) препятствует применению статических характеристик нагрузок [без] введения дополнительных допущений (на это указывал А. А. Горев в [15]) и требует существенно большего объема информации для определения соответствующих динамических эквивалентов.

Кроме того, переход от дифференциальных уравнений статических элементов ЭЭС в (11)—(16) к алгебраическим в (31)—(36) и (37)—(42) увеличивает гибкость математического описания, создавая большие возможности при разработке алгоритмов расчета статической устойчивости [4, 16, 17].

**Выводы.** 1. Полученное математическое описание сложной регулируемой ЭЭС на основе полных уравнений Парка — Горева имеет простую структуру, не зависящую от наличия или отсутствия в расчетной схеме ЭЭС шин бесконечной мощности.

2. С помощью метода малого параметра исходная система уравнений может быть разделена на две подсистемы: быстрых движений, условия устойчивости которой отвечают отсутствию высокочастотного самовозбуждения, и медленных движений, определяющую устойчивость электромеханических переходных процессов в ЭЭС.

3. Переход к подсистеме медленных движений, соответствующий пренебрежению электромагнитными пе-

реходными процессами в статических элементах ЭЭС, формально реализуется заменой оператора дифференцирования во вращающейся системе координат  $\pi(p) = 1 \cdot p / \omega_0 + \gamma$  на оператор  $\pi(\omega) = \gamma \cdot \omega / \omega_0$  для ЭЭС без шин бесконечной мощности и на оператор  $\pi(\omega_0) = \gamma$  для ЭЭС, расчетная схема которой содержит шины бесконечной мощности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1978.
2. Страхов С. В. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих машины переменного тока. — М.: Л.: Госэнергоиздат, 1960.
3. Карасев Е. Д., Строев В. А. Возможности построения рациональных алгоритмов исследования статической устойчивости электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1983, № 6.
4. Venikov V. A., Karasev E. D., Stroeve V. A. Steady-state stability analysis of controlled power systems with the help of digital computers. — PSCC Proc., 1981, pp. 694—701.
5. Цукерник Л. В. Анализ матрицы коэффициентов уравнений возмущенного движения сложной электрической системы и определение порядка характеристического уравнения. — В кн.: Вопросы устойчивости и автоматики энергетических систем. Сборник трудов института электротехники, вып. 16. Киев, 1959.
6. Самовозбуждение и самораскачивание в электрических системах/В. А. Веников, Н. Д. Анисимова, А. И. Долгинов, Д. А. Федоров. — М.: Высшая школа, 1964.
7. Горев А. А. Переходные процессы синхронной машины. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1950.
8. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. — М.: Наука, 1967.

9. Картвелишвили Н. А., Галактионов Ю. И. Идеализация сложных динамических систем. — М.: Наука, 1976.

10. Веников В. А., Карасев Е. Д., Строев В. А. Об упрощенном анализе переходных процессов в электрических системах при малых возмущениях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 6.

11. Карасев Е. Д. О возможности независимого исследования самовозбуждения и самораскачивания в простейшей электрической системе. — М.: Труды МЭИ, 1979, вып. 402.

12. Влияние изменений частоты на оценку аperiodической статической устойчивости установившегося режима электрической системы/В. А. Веников, В. А. Строев, А. А. Виноградов, В. И. Идельчик — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 2.

13. Карасев Е. Д. Разработка рационального математического описания и алгоритмов анализа статической устойчивости сложных электроэнергетических систем: Автореф. дис. на соиск. учен. степени к-та техн. наук. М., 1981. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.

14. Гуревич Ю. Е., Либова Л. Е., Хачатрян Э. А. Устойчивость нагрузки электрических систем. — М.: Энергоиздат, 1981.

15. Горев А. А. О статической устойчивости системы из двух синхронных машин, питающих общую нагрузку с заданными характеристиками. — В кн.: Избранные труды по вопросам устойчивости электрических систем. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1960.

16. Craven R. M., Stroeve V. A., Outhred H. R. Multi-machine power system stability analysis using the Newton-Raphson load-flow and domain separation method. Pt. I. — Proc. PICA Conference. — New Orleans, La., USA, 1975, pp. 158—170.

17. Строев В. А., Карасев Е. Д. Вопросы построения рационального алгоритма расчета областей статической устойчивости электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 3.

[24.04.84]

УДК 621.311.016.352.001.57

## Эффективность аварийного управления мощностью турбин высоконапорной ГЭС

ИСЕНОВ Э. М., РУБЦОВ Ю. А., ТАМАДАЕВ А. М., ЛУГИНСКИЙ Я. Н., ТИМОФЕЕВА К. М.

В настоящее время для обеспечения устойчивости гидроэлектростанций в энергосистемах СССР и других стран широко используется метод отключения части генераторов (ОГ). Этот метод позволил существенно повысить исходные нагрузки многих ВЛ, в то же время обеспечивая необходимый уровень устойчивости их работы. Управление ОГ производится комплексом устройств противоаварийной автоматики (ПА) энергосистем, получивших в настоящее время большое развитие.

Метод ОГ позволяет решать основные задачи по обеспечению надежности и устойчивости энергосистем. Однако он имеет существенный недостаток, выражающийся в дискретности изменения мощности, особенно ощутимый при крупных агрегатах на электростанции. В некоторых случаях возникает необходимость «переключения» генераторов для гашения избыточной кинетической энергии, накопленной роторами агрегатов при аварии, что при балансирующей автоматике приводит к необходимости отключения дополнительных потребителей.

На ТЭС ОГ сейчас заменяется методом аварийного управления мощностью паровых турбин (АУМПП). Этот метод связан с воздействием на регулирующие и отсекающие клапаны агрегата через систему регулирования и свободен от указанного недостатка.

На ГЭС такой метод неприменим, поскольку закрытие направляющего аппарата (НА) турбины приводит в первый момент из-за положительного гидроудара к обратному результату — увеличению мощности агрегата на довольно значительное время (0,5 с и более).

Кроме того и в связи с этим, регулирующие органы гидравлических турбин работают значительно медленнее, чем регулирующие органы паровых турбин. Таким образом, здесь приходится применять совершенно иные методы регулирования. Перспективным для высоконапорных ГЭС является метод, основанный на быстром отводе в момент времени части потока воды из напорного трубопровода или спиральной камеры турбины, вызывающем отрицательный гидравлический удар в напорной системе с кратковременным понижением напора, расхода и мощности турбины [1]. Работа над этим методом велась в течение ряда лет в гидроэлектросиловой лаборатории КазНИИЭ. Способы применения его в энергосистеме отработывались совместно с лабораторией устойчивости ВНИИЭ. В статье изложены результаты одного из выполненных в этом направлении исследований, где рассматривался способ аварийного управления мощностью гидравлических турбин (АУМГТ) открытием быстродействующего холостого выпуска (БХВ), устанавливаемого в напорной системе вблизи турбины. Им-

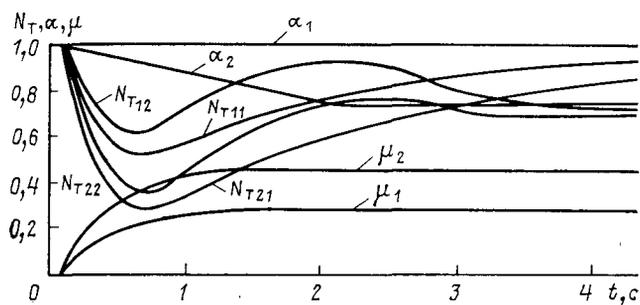


Рис. 1. Изменение мощности турбин ГЭС в процессе АУМГТ:  $\alpha$  — открытие НА;  $\mu$  — открытие органа АУМГТ;  $N_{T1} = f(\mu_1, \alpha_1)$ ;  $N_{T2} = f(\mu_2, \alpha_2)$ ;  $N'_{T1} = f(\mu_1, \alpha_2)$ ;  $N'_{T2} = f(\mu_2, \alpha_1)$ ;

$\mu_{\max} = \frac{\mu_0 \omega_0 \sqrt{2gH_0}}{Q_{T0}}$  — гидравлическое открытие устройства

АУМГТ, равное относительному расходу воды через него;  $\mu_0$  — коэффициент расхода;  $\omega_0$  — площадь сечения;  $H_0$  и  $Q_{T0}$  напор и расход турбины в установившемся режиме.

пульс на открытие БХВ подается от устройств ПА энергосистемы. В настоящее время уже спроектированы БХВ для турбин большой мощности.

Как показали исследования, при таком управлении в зависимости от величины и длительности импульса могут быть получены различные кривые изменения мощности турбины во времени, показанные на рис. 1. Как следует из этого рисунка, такие кривые схожи с кривыми изменения мощности при АУМГТ, что позволяет применять в данном случае те же методы управления. При этом как и при АУМГТ имеется возможность за время кратковременного снижения мощности агрегата перевести НА в новое положение, соответствующее послеаварийному состоянию энергосистем, и тем обеспечить восстановление условий статической устойчивости энергосистемы, если они были нарушены во время аварии.

Параметры БХВ в зависимости от параметров гидротурбинной установки в первом приближении могут быть определены по заданным величинам сброса мощности  $\Delta N_T$  и времени сброса —  $t_{обр}$  по методике, описанной в [2]. Далее эти параметры и законы управления холостым выпуском уточняются в процессе расчетов динамической устойчивости.

**Модель энергосистемы и АУМГТ.** Динамическая устойчивость и эффективность применения АУМ гидротурбин исследовались на модели одной из энергосистем (рис. 2), в состав которой входит мощная высоконапорная ГЭС Г—2. В районе ГЭС отсутствует местная нагрузка, и электроэнергия от станции передается по одноцепным линиям электропередачи 500 кВ на подстанции 3 и 4. Эти линии являются звеньями энергетического кольца 500 кВ ОЭС. Отмеченные обстоятельства делают особенно ответственной задачу обеспечения динамической устойчивости агрегатов ГЭС, так как потеря ими устойчивости приводит к нарушению устойчивости работы всей энергосистемы.

Энергосистема моделировалась на специализированной аналоговой машине «Дельта», в которой линии электропередачи представлены П-образной схемой замещения с учетом емкостной проводимости, а нагрузки — постоянными активными и индуктивными сопротивлениями. Модель генераторной станции отражает движение генератора согласно уравнению

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} = N_T - P_{эл}. \quad (1)$$

В качестве основных аварий принимались двухфазные короткие замыкания на землю на линиях, отходящих от шин ГЭС, с отключением линий через 0,12 с основными защитами. Рассматривались также повреждения, сопровождающиеся успешным АПВ линии (БАПВ, ОАПВ) с длительностью бестоковой паузы  $t_{б.п.} = 0,4$  и 1,5 с. За наиболее тяжелые аварии принимались короткие замыкания на линиях 500 кВ с вводом в действие устройств резервирования отключения выключателей ( $t_k = 0,5$  с).

Короткие замыкания создавались на модели путем подключения в схему шунта и контролировались по величине падения напряжения в точке подключения шунта. Длительность короткого замыкания, действие АПВ различного типа, время запаздывания на срабатывание БХВ имитировались с помощью релейных схем автоматики.

Эффективность АУМ турбин определялась для различных режимов работы ОЭС и гидростанции. Рассматривались два режима выдачи энергии Г—2: в одном направлении (на подстанции Ш—3) и на два направления. Исследования проводились также для условий ремонта одной из линий (Л—1 или Л—2) и возникновения короткого замыкания на другой. Рассматривались и другие состояния схемы энергосистем с точки зрения их устойчивости.

Эквивалентная гидравлическая турбина и процесс аварийного регулирования ее мощности при помощи БХВ и НА моделировались на универсальной аналоговой машине по упрощенным уравнениям [3] с пренебрежением влияния на гидроудар отсасывающей трубы и гидравлических сопротивлений в напорном трубопроводе.

**Законы управления.** При выборе законов управления мощностью гидротурбин можно руководствоваться рекомендациями, выработанными при исследовании АУМГТ. Эти рекомендации в основном сводятся к следующему: при наибольшей скорости снижения мощности турбины должна обеспечиваться строго определенная скорость восстановления ее (в зависимости от схемы подключения станции к энергосистеме, параметров оборудования, исходной нагрузки, степени возмущения режима и других факторов) до значения, определяемого условиями обеспечения устойчивости послеаварийного режима. Применительно к гидротурбинам удовлетворить эти требования можно при одновременном воздействии на БХВ и направляющий аппарат турбины.

Воздействие на НА турбины может быть осуществлено с помощью аварийного золотника. При подаче импульса на аварийный золотник сервомотор НА в диапазоне

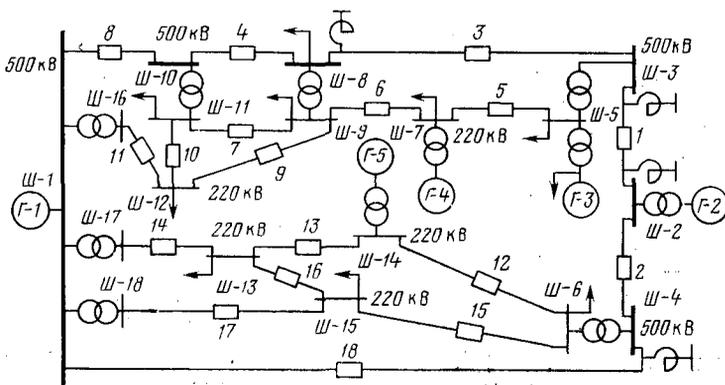


Рис. 2. Расчетная схема энергосистемы

изменения открытия  $0,5 < \alpha < 1$  движется на закрытие практически с постоянной скоростью. Поэтому для моделирования принята зависимость

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \Delta\alpha \frac{t}{t_{\text{зак}}}, & 0 < t < t_{\text{зак}}, \\ 1 - \Delta\alpha, & t > t_{\text{зак}}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $t_{\text{зак}}$  — время движения сервомотора на закрытие;  $\Delta\alpha = \text{const}$  — величина изменения  $\alpha$  в послеаварийном режиме.

При одновременном движении НА на закрытие и БХВ на открытие в кривой изменения мощности турбины рис. 1 возникает характерный заброс мощности над ее значением в послеаварийном режиме.

Как показали исследования [3], при быстром открытии БХВ до максимального значения  $\mu = \mu_{\text{max}}$  по линейному закону ( $t_{\text{отк}} = 0,2 - 0,8$  с) обеспечивается глубокий сброс мощности, но затухание гидравлического удара в этом случае обуславливает большую скорость восстановления мощности турбины, чем требуется по условию обеспечения устойчивости во втором и последующих циклах качаний роторов генераторов.

В качестве одного из возможных мероприятий для улучшения условий устойчивости во втором цикле в [3] предлагалось увеличить время открытия БХВ. Однако при этом из-за уменьшения скорости и величины сброса мощности (рис. 3, а) уменьшается предел динамической устойчивости, определяемый по первому циклу качаний.

При исследовании динамической устойчивости энергосистемы рис. 2 был выявлен следующий эффективный закон управления БХВ. В начале переходного процесса необходимо открывать его с наибольшей скоростью до значения  $\mu_1$  (рис. 3, б), обеспечивающего сохранение устойчивости в первом цикле качаний. После этого скорость нарастания  $\mu$  следует уменьшить в 6—7 раз. Эта мера оказывается достаточной для обеспечения требуемой скорости восстановления  $N_T$  (в 3—4 раза медленнее сброса). После достижения наибольшего открытия  $\mu_{\text{max}}$  БХВ некоторое время, достаточное для затухания переходного процесса в энергосистеме, остается в открытом положении и затем медленно закрывается ( $t_{\text{зак}} = 20 - 30$  с). При этом мощность турбины остается пониженной до уровня, который был обеспечен при частичном закрытии НА турбины. Замедление скорости открытия БХВ устраняет заброс мощности над ее значением в послеаварийном режиме (рис. 3, в).

Возможности изменения режима открытия БХВ зависят от схемы исполнительного механизма. В случае применения гидравлического исполнительного механизма (золотник с программным управлением — сервомотор) с отрицательной жесткой обратной связью при подаче импульса на открытие реализуется управление

$$\mu(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3)$$

Изменение  $\tau$  влияет на процесс регулирования мощности турбины. С уменьшением  $\tau$  ускоряются процессы сброса и восстановления мощности, увеличивается величина сброса. В результате исследований выявлена высокая эффективность применения управления (3) при аварийном регулировании турбин ГЭС, работающих в энергосистемах простой и сложной структуры.

С целью раздельного формирования ветвей сброса и восстановления мощности исполнительный механизм вы-

полняется с изменяющимся коэффициентом обратной связи. Для обеспечения наибольшей скорости сброса мощности постоянную времени  $\tau$  следует принимать минимально возможной. В момент времени  $t_1$ , когда необходимость дальнейшего сброса мощности устраняется, скачком увеличивается коэффициент обратной связи с  $\beta = 1$  до  $\beta = \beta_1$ , что обеспечивает замедление и ограничение  $\mu$  (рис. 3, г) и замедление скорости восстановления  $N_T$ . Закон управления в этом случае

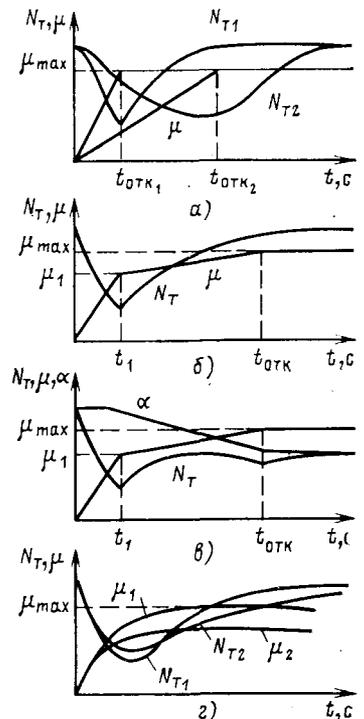
$$\mu = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} & 0 < t < t_1 \\ \frac{1}{\beta_1} - \left(\frac{1}{\beta_1} - \mu_1\right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau} \beta_1} & t > t_1. \end{cases} \quad (4)$$

Другая возможность замедления скорости восстановления мощности состоит в использовании естественной расходной характеристики БХВ или даже специальном профилировании его сечения путем внесения конструктивных изменений в проточную часть.

Предлагаемый закон управления так же, как и при АУМПТ, предотвращает переторможение при наличии местной нагрузки на шинах ГЭС. Важное значение имеет демпфирование колебаний регуляторами возбуждения сильного действия, установленными на электростанциях.

**Результаты исследований.** Без применения АУМ турбин предельная по условию динамической устойчивости выдаваемая мощность ГЭС при двухфазных к. з. с землей длительностью 0,12 с на линии Л—1 с последующим ее отключением составляет  $P_{\text{дин}} = 1,6$  (относительных единиц), а при к. з. на Л—2 — 1,5. Пределы статической устойчивости Л—1 и Л—2 равны  $P_{\text{ст}} = 1,8$ . При этих же возмущениях введение в действие системы АУМГТ с законами управления (2), (4) ( $\Delta\alpha = 0,2$ ;  $t_{\text{зак}} = 2$  с;  $\tau = 1$  с,  $t_1 = 0,55$  с,  $\beta_1 = 1,25$ ) обеспечивает выдачу установленной мощности  $P_2 = 1,8$ . Без АУМГТ выдача  $P_2 = 1,8$  невозможна даже при успешном БАПВ линии ( $t_{\text{бт.п}} = 0,4$  с). Предел динамической устойчивости для этого случая равен 1,7.

Наиболее опасными являются возмущения во время ремонтных отключений линий Л—1 или Л—2. При выводе одной из этих линий в ремонт энергосистема делится на две части, имеющие общую точку — шины бесконечной мощности Г—1. В этом случае возмущения не передаются из одной части энергосистемы в другую. При



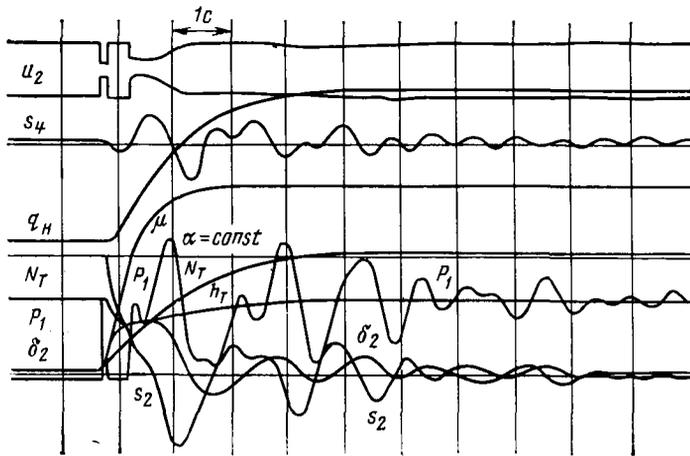


Рис. 4. Осциллограмма электромеханического переходного процесса при АУМГТ

однофазных к. з. в начале Л—1 (Л—2 в ремонте) длительностью 0,12 с с последующим ОАПВ линии ( $t_{от.п} = 1,5$  с) предельная загрузка Г—2 без АУМ турбин составляет  $P_{дин} = 0,7$ , а с АУМ (закон управления (4);  $r = 1$  с;  $t_1 = 0,6$  с;  $\beta_1 = 1,11$ ) — 1,2. При двухфазных к. з. с землей на Л—1 длительностью 0,12 с и последующим БАПВ линии предел динамической устойчивости без АУМ турбин  $P_{дин} = 0,5$ . За этим пределом нарушается устойчивость не только генератора Г—2, но также генераторов Г—3 и Г—4. С АУМ турбин (управление (3);  $r = 0,5$  с) предел выдаваемой мощности увеличивается до 0,7, т. е. на 40 %. На рис. 4 приведена осциллограмма устойчивого переходного процесса при  $P_{дин} = 0,7$ . При указанных выше условиях нецелесообразно увеличивать  $\mu$  сверх значений 0,4—0,5, что соответствует соотношению диаметров БХВ и напорного трубопровода турбины 0,15—0,2, так как при дальнейшем увеличении  $\mu$  до  $\mu_{max} = 1$   $P_{дин}$  возрастает лишь на 6 %. На модели определено предельное время запаздывания на ввод в действие системы АУМГТ  $t_{зmax} = 0,5$  с, при котором величины  $P_{дин}$  с АУМГТ и без него одинаковы. В диапазоне изменения  $0 < t_3 < 0,4$  с на каждые 0,1 с запаздывания величина  $P_{дин}$  снижается на 10—15 %.

Аналогичные результаты получены для режима ОЭС с выведенной в ремонт Л—1 и коротких замыканиях на Л—2.

В режимах выдачи энергии ГЭС на два направления при коротких замыканиях на Л—1 или Л—2 с последующим отключением поврежденной линии происходит наброс мощности на оставшуюся в работе линию. Для сохранения устойчивости энергосистемы при таких возмущениях приходится ограничивать в исходном режиме мощности электростанций в тех случаях, когда пропускная способность связей в энергосистеме понижена. Так,

при  $P_2 = 1,2$  и ремонтах на Л—6 или Л—8 требуется разгрузка Г—4 на 15—20 % для предотвращения системной аварии (теряется устойчивость генераторов Г—2, Г—3 и Г—4) при отключении Л—2. Для этих же условий при ремонтах на Л—3 необходимо разгрузить в исходном режиме генераторы Г—2, Г—3 или Г—4 на  $\Delta P = 0,45$  ( $0,37 P_2$ ). Этой разгрузки можно избежать, если в послеаварийном режиме применить быстродействующее ограничение мощности турбин ГЭС путем воздействия на НА и БХВ или отключить 50 % ее генераторов. Первое мероприятие предпочтительнее, так как при успешном АПВ линии сохраняется в работе генераторная мощность.

**Выводы.** 1. Аварийное управление мощностью гидротурбин с отводом части потока из напорного трубопровода — эффективное средство повышения динамической устойчивости высоконапорных ГЭС в энергосистеме. При оснащении турбин ГЭС устройствами АУМ предельная по условию динамической устойчивости выдаваемая мощность повышается в исследованной схеме на 13—20 %. Особенно эффективно применение АУМ при авариях, сочетающихся с ремонтными отключениями ВЛ. При двухфазных к. з. на землю предел динамической устойчивости ГЭС повышается на 40 %, а при однофазных замыканиях на 70 %. Необходимые для осуществления АУМГТ диаметры быстродействующих холостых выпусков составляют при напорах 150—200 м 15—20 % диаметра турбинного водовода.

2. При одновременном с АУМГТ закрытии направляющего аппарата наряду с импульсной осуществляется послеаварийная разгрузка турбины для обеспечения статической устойчивости. Это позволяет применять систему АУМ в сочетании с закрытием НА вместо отключения гидрогенераторов, сохраняя тем самым в работе генераторную мощность.

3. Для высоконапорных ГЭС — объектов внедрения АУМГТ — необходимо разработать конструкции быстродействующих холостых выпусков с проходными диаметрами 1,5—2 м.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 269045 (СССР). Способ повышения динамической устойчивости энергосистем/Ю. А. Рубцов, А. М. Тамадаев. Оpub. в Б. И., 1970, № 14.
2. Иسنев Е. М., Рубцов Ю. А., Тамадаев А. М. Повышение устойчивости работы гидроагрегатов высоконапорных ГЭС в энергосистеме с помощью программного регулирования мощности турбин. — В кн.: 8 симпозиум МАГИ, секция по гидромашинам, оборудованию и кавитации. — Л., 1976.
3. Иسنев Е. М., Рубцов Ю. А. Оценка эффективности системы программного регулирования мощности гидротурбин с отводом части потока воды по пределу динамической устойчивости ЛЭП. — В кн.: Проблемы общей энергетики и единой энергетической системы. — Алма-Ата: Наука, 1976, вып. 10.

[25.01.84]

# Автоматизированная система решения полевых задач в электрических машинах

ТЕРЗЯН А. А., доктор техн. наук  
Ереван

Магнитное поле, создаваемое совокупностью токов обмоток, определяет важнейшие характеристики электрических машин, как, впрочем, любых других электромагнитных механизмов. Точность определения магнитного поля обуславливает точность расчета машины в целом [1]. Вместе с тем несмотря на значительные усилия в направлении развития методов и средств исследования электромагнитных полей этот класс нелинейных задач остается наиболее сложным и труднорешаемым в электротехнике.

Ниже рассмотрены состав, структура, организация и возможности инструментария вычислительного комплекса по исследованию электромагнитных полей в рамках системы автоматизированного проектирования электрических машин автономной энергетики [2].

**Численные методы.** Среди численных методов решения нелинейных краевых задач наибольшее распространение получил метод конечных разностей (МКР), а за последние годы конкурирующий с ним метод конечных элементов (МКЭ). Относительно ограниченное применение в электротехнической практике находит метод вторичных источников. Удачные примеры реализации этих методов можно найти в [3—7]. Обсуждаемый вычислительный комплекс основан на использовании методов конечных разностей и конечных элементов.

Запишем двумерную краевую задачу Дирихле в виде,

$$\left. \begin{aligned} L\Phi &= f \text{ в области } D; \\ \Phi(x, y) &= \varphi(x, y) \text{ на границе области } D, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\Phi$  — векторный или скалярный потенциал;  $L$  — дифференциальный оператор;  $f$ ,  $\varphi$  — заданные функции.

При решении представленной задачи с помощью МКР в области  $D$  с заданным распределением плотности тока  $\delta$  и магнитной проницаемости среды  $\mu$  выделяется прямоугольная сетка (рис. 1) и в узлах этой сетки дифференциальный оператор  $L$  заменяется разностным.

В случае  $h_1 \neq h_2 \neq h_3 \neq h_4$  (рис. 1) дифференциальное уравнение для векторного магнитного потенциала  $A$  сводится к системе алгебраических уравнений с помощью пятиточечной разностной аппроксимации:

$$A_0(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) = A_1\gamma_1 + A_2\gamma_2 + A_3\gamma_3 + A_4\gamma_4 + \delta, \quad (2)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{1}{2h_1}(h_4 v_{IV} + h_2 v_I);$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2h_2}(h_1 v_I + h_3 v_{II});$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{2h_3}(h_2 v_{II} + h_4 v_{III});$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2h_4}(h_3 v_{III} + h_1 v_{IV});$$

$$\delta = \frac{1}{4}(\delta_I h_1 h_2 + \delta_{II} h_2 h_3 + \delta_{III} h_3 h_4 + \delta_{IV} h_4 h_1);$$

$$v = 1/\mu.$$

В случае  $h_1 = h_2 = h_3 = h_4$  используется более точное девятиточечное разностное уравнение:

$$5A_0(v_I + v_{II} + v_{III} + v_{IV}) = 4(A_1\gamma_1 + A_2\gamma_2 + A_3\gamma_3 + A_4\gamma_4) + A_5 v_I + A_6 v_{II} + A_7 v_{III} + A_8 v_{IV} + 6\delta. \quad (3)$$

Сущность МКЭ заключается в замене краевой задачи вариационной, разбиении области  $D$  на подобласти (элементы) и решении вариационной задачи внутри каждого элемента. Элементы дискретизации могут быть произвольной формы. Для треугольных элементов расчетное уравнение, записанное для узла  $j$  элемента  $e = (i, j, m)$ , имеет вид:

$$\frac{v_e}{4S_e} - \{A_i [(y_j - y_m)(y_m - y_i) + (x_j - x_m)(x_m - x_i)] + A_j [(y_m - y_i)^2 + (x_m - x_i)^2] + A_m [(y_m - y_i)(y_i - y_j) + (x_m - x_i)(x_i - x_j)]\} - \frac{S_e}{3} \delta = 0, \quad (4)$$

где  $S$  — площадь треугольника  $e$ ;  $x_i, y_i; x_j, y_j; x_m, y_m$  — координаты вершин треугольника  $e$ ;  $A_i, A_j, A_m$  — векторные магнитные потенциалы в узлах треугольника  $e$ .

Расчетные уравнения в случае дискретизации среды прямоугольниками, секторами и криволинейными трапециями имеют более сложный вид [8].

**Решение системы уравнений.** Система нелинейных уравнений, образуемая из (2), (3) или (4), может быть решена методами Ньютона либо итераций. Оба метода предполагают решение системы линейных уравнений при заданном начальном приближении. Решение осуществляется методом Гаусса, однако с возрастанием числа узлов процесс последовательных приближений сильно замедляется. В связи с этим в решателе значительное место уделяется различным процедурам, ускоряющим процесс сходимости. Существует ряд формальных и эвристических процедур, отражающих в основном искусство и изобретательность исследователей.

Основной ускоряющей процедурой является релаксационная поправка

$$A^{n+1} = A^n + \omega(A^{n+1/2} - A^n), \quad (5)$$

где  $A^{n+1}$  — результат текущей итерации;  $A^n$  — результат предыдущей итерации;  $A^{n+1/2}$  — результат решения системы уравнений на данном шаге;  $\omega$  — коэффициент релаксации.

Обычно значение коэффициента релаксации  $\omega$  рекомендуется принимать постоянным в интервале  $0 < \omega < 2$ . В решателе же осуществляется автоматическое изменение параметра релаксации на основе использования закона полного тока  $\oint H dl = i$  (в областях с током и решения уравнений для векторного магнитного потен-

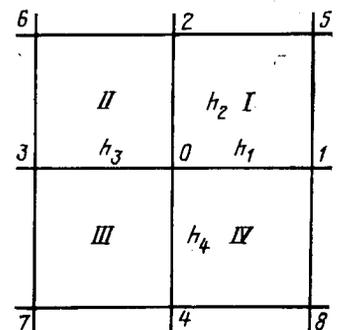


Рис. 1

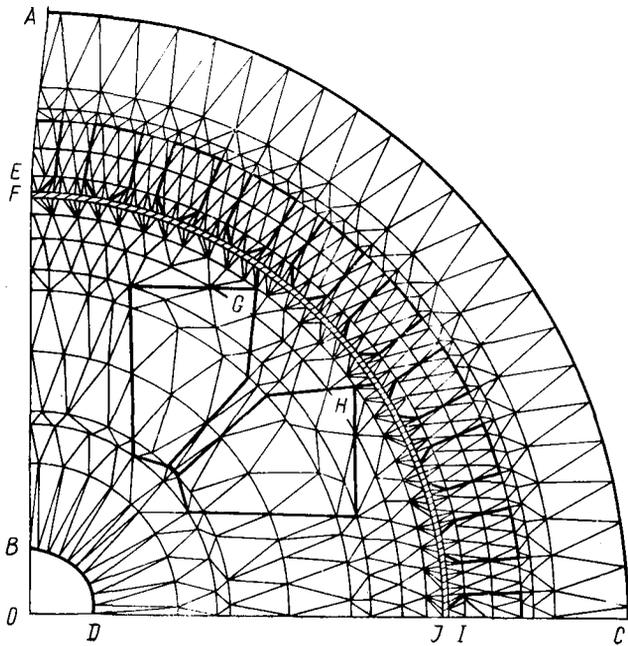


Рис. 2.

ц иала) либо принципа непрерывности магнитного потока  $\oint B ds = 0$  (в областях без тока и решения уравнений для скалярного потенциала). Так, в последнем случае в любой исследуемой области можно выделить два таких сечения  $ab$ ,  $cd$ , потоки через которые  $\Phi_{ab}$  и  $\Phi_{cd}$  на основе принципа непрерывности магнитного потока должны быть равны. При сходящемся итерационном процессе с возрастанием номера итерации  $n$  отношение этих потоков  $s = \Phi_{ab}/\Phi_{cd}$  будет стремиться к единице.

В решателе принято изменение параметра релаксации  $\omega^{n+1}$   $(n+1)$ -й итерации пропорционально изменению  $S^{n+1}$  после достижения  $S$  некоторого наперед заданного значения (в данном случае 1.6).

$$\omega^{n+1} = \begin{cases} 1,6, & S^{n+1} > 1,6; \\ S^{n+1}, & S^{n+1} \leq 1,6. \end{cases}$$

Эффективной является процедура двухшаговой итерации [9], учитывающая результаты двух предыдущих итераций:

$$A^{n+1} = \omega_1 A^{n+1/2} + \omega_2 A^n + \omega_3 A^{n-1}. \quad (6)$$

В итерационном процессе потенциала  $A$  меняется сильнее магнитной проницаемости  $\mu$ , в связи с чем предусмотрена возможность проведения нескольких итераций потенциала  $A$  перед коррекцией значений  $\mu$ .

В решателе имеются процедуры, использующие интегралы  $\oint B ds$  либо  $\oint H dl$  для одновременной коррекции всех потенциалов, охваченных заданным контуром интегрирования, и т. д.

Заметим, что та или иная процедура ускорения сходимости эффективна на определенном отрезке счета; дальнейшее участие данной процедуры в программе бесполезно. В этой связи предусмотрено динамическое исключение тех ускоряющих процедур, действие которых в процессе счета становится неэффективным. Это приводит к дополнительному сокращению времени счета.

В методе Ньютона на каждом итерационном шаге вычисляется матрица Якоби и решается система линейных алгебраических уравнений

$$J(A)\Delta A = -f(A) \quad (7)$$

с неизвестными поправками  $\Delta A^n = A^n - A^{n-1}$ , где  $f(A)$  — вектор невязок;  $J(A)$  — матрица Якоби первоначальной системы.

Если в методе последовательных приближений (итераций) ускорение сходимости достигается за счет различных релаксационных и эвристических процедур, то в методе Ньютона роль ускорителя решения выполняет матрица Якоби.

Метод Ньютона обеспечивает быструю сходимость при подходящем выборе начального приближения. Наиболее эффективным является использование в качестве начального приближения решения линейной задачи поля с постоянными значениями магнитной проницаемости  $\mu$  во всей ферромагнитной среде.

Об оптимальной нумерации сеточных узлов. Методы КР и КЭ, являясь разновидностями процедуры Рунге — Рунге, приводят к системам алгебраических уравнений высокого порядка с положительно определенными матрицами ленточной структуры. Ширина ленты матрицы, определяющая необходимые вычислительные ресурсы, зависит от расположения уравнений в системе, т. е. от способа нумерации сеточных узлов.

В разностных методах используется прямоугольная сетка, для которой нетрудно найти оптимальную (с точки зрения уменьшения ширины ленты) нумерацию узлов. Задача осложняется при использовании МКЭ, допускающего сетки с ячейками практически любой геометрической конфигурации.

Пусть ширина ленты матрицы  $\{\alpha_{ij}\}$  определяется наименьшим числом  $L$  со свойством: если  $|i-j| > L$ , то  $\alpha_{ij} = 0$ . Назовем соседними узлы, принадлежащие одной и той же ячейке сетки; если узлы  $i$  и  $j$  не являются соседними, то  $\alpha_{ij} = 0$ . Пусть  $N$  узлов уже пронумерованы. В качестве  $(N+1)$ -го выбираем узел, имеющий соседа с минимальным номером. Если таких узлов несколько, то выбираем любой из них. Другими словами, в матрице  $\{\alpha_{ij}\}$  все ненулевые элементы первой строки со своими столбцами переставляются влево, затем та же процедура повторяется для второй строки и т. д.

Введем понятие линии обхода. Пусть имеем множество  $M_0$  узлов сетки, называемое началом отсчета. Обозначим через  $M_k$  ( $k=1, 2, \dots$ ) множество узлов, не принадлежащих  $M_l$  ( $l=0, 1, \dots, k-1$ ) и являющихся соседними хотя бы для одного узла из  $M_{k-1}$ . Если нумерация узлов произведена по приведенному алгоритму с началом отсчета  $M_0$ , то легко видеть, что при  $l < k$  любой узел из  $M_l$  имеет меньший номер, чем произвольный узел из  $M_k$ . Линией обхода уровня  $k$  будет линия, последовательно соединяющая точки, принадлежащие  $M_k$ . Если для сетки, представленной на рис. 2, принять в качестве начала отсчета точку  $O$ , то линиями обхода будут концентрические дуги. Такую нумерацию обозначим через  $N_0$ .

Линии обхода дают наглядное представление о способе нумерации и позволяют оценить ширину ленты  $L$ . Обозначим через  $m_k$  количество точек, принадлежащих множеству  $M_k$ , а через  $s_i$  — количество узлов, соседних узлу  $i$ . Пусть

$$m = \max_k m_k; \\ s = \max_i s_i.$$

Разность номеров двух соседних узлов достигает максимума при перескакивании с линии обхода одного уровня на другой. Следовательно, ширина ленты находится в ин-

тервале  $m \leq L \leq m+s$ . Величина  $m$  зависит от способа нумерации, и при подходящем выборе начала отсчета описанный алгоритм приводит к нумерации с минимальным  $L$  для данной сетки. Выбор оптимального начала отсчета обусловлен геометрическими особенностями данной сетки: густота, регулярность, положение границ. Можно предложить следующие рекомендации для нахождения оптимального начала отсчета.

Представим линии обхода как дискретные положения эластичного шнура, движущегося вдоль исследуемой области. Тогда задача об оптимальной нумерации сеточных узлов сводится к следующей: как провести модель сетки через растягивающееся кольцо, чтобы натяжение кольца было минимальным? Для краевой задачи с областью, представленной на рис. 2, одним из граничных условий является совпадение искомой функции (векторного или скалярного магнитного потенциала) на радиусах  $OA$  и  $OC$ , что приводит к необходимости идентификации номеров узлов на этих радиусах. В силу указанного граничного условия модель рассматриваемой сетки является конус с загнутым основанием. Нумерация  $N_0$  соответствует продвижению эластичного кольца от вершины параллельно основанию. Из-за большой густоты сетки в зоре  $FJIE$  основание конуса намного больше его высоты, поэтому лучше всего продвигать кольцо вдоль зазора. Следовательно, оптимальное начало отсчета находится в зазоре  $FJIE$ .

При нумерации  $N_0$  в качестве начала отсчета была взята одна точка. Однако на количество элементов множества  $M_0$  не накладывается никаких ограничений. Использование многоточечного начала на описанной модели можно интерпретировать как предварительное натяжение кольца.

Достигнув границы области, линии обхода терпят разрыв, что сильно уменьшает их периметр. Если наибольший периметр имеет линия обхода уровня  $k$ , то надо стремиться к тому, чтобы она была разрывной. Этого можно достигнуть, выбрав начало отсчета так, чтобы линия обхода уровня  $k-1$  достигла границы области. Применяя это положение к сетке рис. 2, получаем, что оптимальное начало отсчета должно находиться не на дуге  $FJ$ , а на дуге  $IE$ , чтобы раньше достичь границы  $AC$ .

В практике дискретизации исследуемых областей используются как регулярные, так и иррегулярные сетки. Для произвольных регулярных сеток, состоящих из  $n$  угольников, имеет место  $s_i = s_{\text{пер}} = \text{const}$  (для любого узла  $i$ ) и  $s_{\text{пер}} = 2n$ . Регулярные сетки имеют следующее свойство, облегчающее нумерацию их узлов: независимо от положения начала отсчета линии обхода всех уровней являются выпуклыми. Очевидно, при оптимальной нумерации линии обхода должны быть выпуклыми. Выпуклость линий обхода может нарушаться в иррегулярных участках сетки, где  $s_i$  отличается от  $s_{\text{пер}}$ . Однако и в иррегулярных сетках рациональным выбором начала отсчета можно добиться того, чтобы линии обхода сохраняли выпуклость. На рис. 3 показаны примеры неудачного (а) и удачного (б) выбора начала отсчета  $M_0$ . Как видно из рис. 3, а, выделенные линии обхода уровней 2 и 3 не выпуклы и вследствие этого содержат больше узлов, чем выпуклые линии обхода в случае 3б.

Для иллюстрации эффективности предложенного алгоритма приведем пример его реализации применительно к сетке рис. 2 с 589 узлами. Вначале узлы нумеровались произвольным образом. Для создания информационного

массива, описывающего данную сетку, удобнее была нумерация  $N_0$  с началом отсчета в точке  $O$ . Линиями обхода такой нумерации являются концентрические дуги с центром  $O$ . Наиболее густой частью данной сетки является зазор  $FJIE$ . Следовательно, для нумерации  $N_0$  величина  $m$  равна количеству узлов на дуге  $IE$ . Из приведенных соображений оптимальным началом отсчета является множество точек, находящихся на дуге  $GH$ . Работа программы с нетривиальным началом отсчета  $GH$  дала ширину ленты матрицы, равной 61 вместо 92, полученной при предварительной нумерации  $N_0$ . При этом объем памяти и время вычислений, необходимое для решения краевой задачи с помощью новой нумерации, сократилось на 33% по сравнению с нумерацией  $N_0$ .

Заметим, что наряду с реализованным алгоритмом существует ряд других возможностей по минимизации необходимой памяти [10].

**Параллельный счет.** Одним из замечательных достижений вычислительной техники за последнее время является создание параллельных вычислителей. Если производительность вычислителей, построенных по принципу последовательного выполнения операций, ограничивается техническим пределом  $10^7$  операций в секунду при теоретическом пределе  $10^9$ , то параллельные вычислители не имеют теоретического предела повышения производительности. Параллельные вычислители делятся на матричные процессоры, конвеерные процессоры и многопроцессорные машины.

Матричные процессоры обычно состоят из  $n \times n$  процессоров, образующих двумерное поле, с различными способами коммутации между процессорами, каждый из которых имеет свою память. Так, для решения краевых задач построены матричные процессоры с коммутацией, тождественной пятиточечной схеме метода конечных разностей (*ILLIAC—IV*). Наибольшее распространение получили конвеерные процессоры, работающие по принципу разделения вычислительного процесса между одновременно работающими процессорами, каждый из которых выполняет свою функцию и результат передает «по конвееру» соседнему для выполнения последующей функции. В составе ЭВМ ЕС 1045 в настоящее время выпускается конвеерный процессор ЕС 2345. Но, к сожалению, в этом процессоре пока реализовано меньшее число функций, затрудняющее его эффективное использование для решения краевых задач. Многопроцессорные машины (ЭВМ серии Эльбрус) содержат более двух процессоров, каждый из которых может выполнять независимо от других множество команд, обращаясь к общей памяти.

Заметим, что на ЭВМ с параллельной моделью вычислителя ускорение решения задачи достигается в тех случаях, когда численные методы решения задач допу-

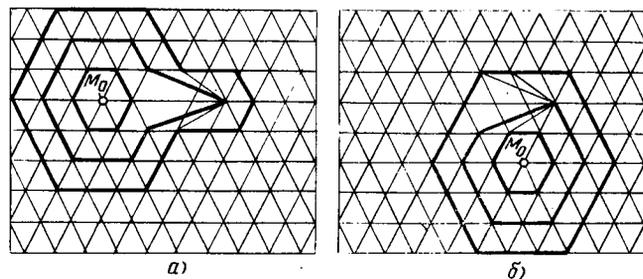


Рис. 3.

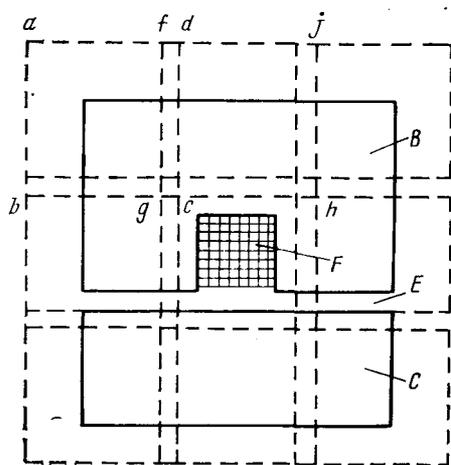


Рис. 4.

скают «распараллеливание» процесса решения. При этом предпочтительнее такие методы, у которых параллельные блоки работают синхронно. Таким свойством обладает следующий алгоритм.

Пусть имеем метод  $M$  решения краевой задачи с граничными условиями первого рода. Исследуемую область  $D$  разобьем на подобласти (блоки)  $D_i$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ . Часть границы подобласти  $D_i$ , не совпадающей с границей области  $D$ , назовем псевдограницей подобласти  $D_i$ . Разбиение на подобласти проведем так, чтобы для любой точки псевдограницы  $D_i$  существовала и при том единственная подобласть  $D_j$  ( $i \neq j$ ), для которой эта точка является внутренней. Построим следующий процесс последовательных приближений. Возьмем произвольное начальное приближение  $A^0$  искомой функции  $A$ . В каждой подобласти  $D_i$ ,  $i=1, 2, \dots, N$  сделаем одно приближение методом  $M$ , взяв в качестве граничных условий на псевдограницах соответствующие значения  $A^0$ . Полученные значения приближения  $A^1$  служат на псевдограницах граничными условиями для второго приближения  $A^2$  и так далее. Таким образом, после каждой итерации на псевдограницах подобластей проводится корректировка граничных условий.

Развитый блочный метод обладает следующими преимуществами по сравнению с исходным методом  $M$ .

Так как в каждой подобласти  $D_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) расчет ведется независимо, то представляется возможным вести расчет параллельно на  $N$  процессорах. При этом, если область  $D$  разделена на конгруэнтные подобласти, то будет достигнута желаемая синхронность работы процессоров. Метод требует значительно меньшего объема памяти. В обычных методах основной объем памяти занимает матрица размерами  $n \times n$ , где  $n$  количество внутренних узлов сетки. В блочно-параллельном методе нужно запомнить  $N$  матриц размером  $\frac{n}{N} \times \frac{n}{N}$ .

Способ разбиения области  $D$  на подобласти влияет на скорость сходимости. Рациональным является разбиение, при котором псевдограницы подобластей проходят по участкам со слабо выраженными нелинейными свойствами. При разбиении на подобласти следует также стремиться к тому, чтобы среда в подобластях имела однородные физические характеристики.

Смоделируем описанный параллелизм на нелинейной задаче расчета электромагнитного поля методом конечных разностей для уравнения векторного магнитного по-

тенциала в области, изображенной на рис. 4. Исследуемое электромагнитное устройство содержит ферромагнитные участки  $B$  и  $C$ , разделенные воздушным зазором  $E$  и обмотку  $F$ , обтекаемую током. На границе области задается равным нулю. Область, содержащая 324 внутренних узла, была разделена на девять подобластей по 36 узлов в каждой. На рис. 4 псевдограницы подобластей отмечены пунктирной линией. Точки, лежащие на отрезке  $fg$ , являются внутренними для подобласти  $abcd$  и граничными — для подобласти  $fgjh$ . Задача считалась решенной, когда максимальная навязка достигала значения  $10^{-6}$ . При этом задача с использованием последовательного счета решалась за 1021 с., блочно-параллельного счета за 96 с. Таким образом, введение параллелизма в алгоритм позволило получить выигрыш во времени более чем в 10 раз.

К оценке точности определения магнитных полей. Оценки погрешности приближенного решения уравнения Лапласа или Пуассона, полученного сеточным либо вариационно-сеточным методами, обычно выражается непосредственно через исходные данные задачи — шаг сетки  $h$ . Погрешность решения задачи образуется из ошибок двух типов: ошибок, обусловленных приближенным решением расчетных уравнений, и ошибок, обусловленных использованием приближенных расчетных уравнений вместо дифференциальных уравнений Лапласа или Пуассона. Оценка погрешности первого типа имеет порядок  $h^{-2}$  [11]. С уменьшением шага сетки, т. е. с увеличением порядка системы уравнений, ошибки возрастают, тогда как точность расчетных уравнений с уменьшением  $h$  увеличивается. В частности, оценка погрешности решения методом сеток задачи Дирихле для уравнения Лапласа при пятиточечной разностной аппроксимации дифференциального оператора составляет  $h^4$ . В случае использования очень сильного девятиточечного разностного оператора Лапласа оценка погрешности достигает порядка  $h^8$  [11]. Погрешность расчетных уравнений МКЭ при линейной аппроксимации магнитного потенциала внутри треугольных элементов совпадает с погрешностью пятиточечного разностного уравнения. Такой же порядок имеет оценка погрешности расчетного уравнения в методе конечных элементов, примененного к четырехугольникам [12].

Таким образом, наибольшую точность имеют расчетные уравнения МКР, основанные на девятиточечной аппроксимации оператора Лапласа. Тем не менее для решения задач поля в областях со сложной геометрией предпочтительным является МКЭ. Привлекательность МКЭ для решения задач с областями сложной геометрии прежде всего обусловлена возможностью произвольного выбора элементов дискретизации с целью лучшего приближения к границам раздела двух сред, а также легкостью концентрации расчетных точек в местах наибольшего изменения электромагнитной энергии за счет их деконцентрации в остальных частях исследуемой области, что весьма существенно при ограниченных вычислительных ресурсах.

Заметим, что прямой оценке погрешности поддаются лишь решения на сетке с равномерным шагом  $h$ . На практике же чаще используется неравномерный шаг дискретизации. В этих условиях представляет интерес исследование влияния числа узлов и их перераспределения в рассматриваемой области на результаты решения нелинейной краевой задачи.

Рассмотрим задачу определения магнитного поля в

поперечном сечении явнополюсной синхронной машины.

Пусть задана область  $ABDCA$  (рис. 2) с граничными условиями:

$$A|_{AB} = -A|_{CD}; A|_{AC} = A|_{BD} = 0.$$

Требуется определить распределение векторного магнитного потенциала  $A$  в исследуемой области, а по нему — поле в зазоре и его гармонический состав.

Для решения поставленной задачи Дирихле для уравнения векторного магнитного потенциала

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -\delta \quad (8)$$

используем систему расчетных уравнений МКЭ (4).

Для определения влияния исходных данных — числа расчетных точек и их перераспределения в исследуемой области на результаты расчета решим задачу для различных распределений треугольных элементов в исследуемой области. Примем 312, 330, 403, 509, 606, 857 и 947 узлов рассматриваемой области, чему соответствуют следующие числа узлов в зазоре (на расточке статора) 29, 47, 47, 57, 91, 135, 181 или 3, 5, 6, 10, 15, 20 узлов на зубцовый шаг. Для определения влияния густоты сетки в спинке листа статора на распределение поля в зазоре рассмотрены два случая — число узлов 330 и 403 при одной и той же густоте сетки в зазоре — 47. На рис. 5, *a, б и в* представлено распределение узлов в активной зоне для случаев 330, 606 и 947 узлов в исследуемой области.

В таблице приведены результаты расчета поля отмеченных случаев дискретизации непрерывной области треугольными элементами.

На рис. 6, *a — e* отражены картины распределения поля в зазоре соответственно для случаев 312, 330, 509, 606, 857 и 947 узлов.

Как видно из приведенных в таблице и на рис. 6 результатов численных экспериментов, значения основной гармоники и высших гармонических составляющих поля в зазоре претерпевают ощутимые изменения в пределах изменения густоты узлов на расточке в отрезке зубцового шага от 3 до 15. Дальнейшее увеличение густоты сетки на расточке практически не влияет на распределение поля в зазоре. Влияние густоты сетки в спинке статора на распределение поля в зазоре выражено слабо. Рациональной с точки зрения получения приемлемой точности определения поля, по-видимому, можно считать густоту, равную 15—16 узлам на расточке в отрезке зубцового шага. Эта густота при числе концентри-

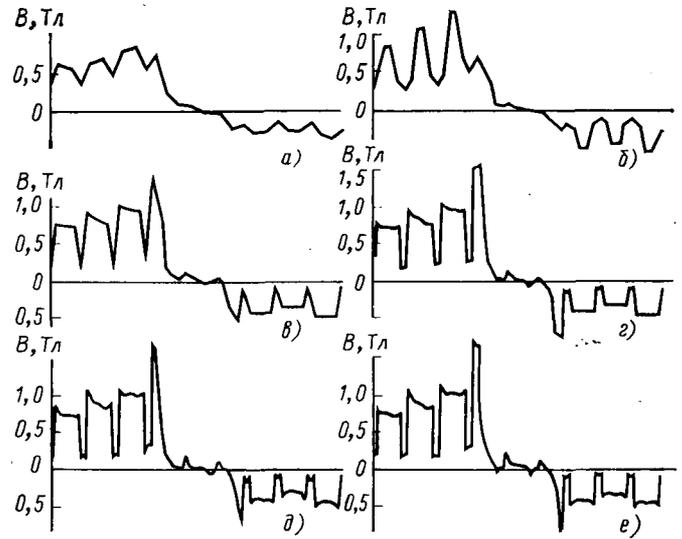


Рис. 6.

ческих дуг (без учета граничных контуров) в спинке, зубцовой зоне, полюсном башмаке и теле полюса соответственно 1; 2; 3; 4 обеспечит достаточную концентрацию узлов в этих подобластях.

**Организация вычислительного процесса.** Наиболее трудоемкий этап при численном решении нелинейных полевых задач — описание и дискретизация исследуемой области. Автоматическая дискретизация произвольной непрерывной области удается лишь для относительно простых областей однотипными элементами. Разработка специальных входных языков высокого уровня также не дает пока желаемых результатов. В реализованном решателе принят подход, при котором система в диалоговом режиме предлагает пользователю через графический и текстовый дисплей ряд типовых областей с различной степенью дискретизации области элементами. Пользователю предоставляются средства синтеза требуемой области из типовых графических фрагментов.

В основе такого подхода лежат предварительный анализ структуры конструкций и выделение типовых элементов в рамках решаемого класса задач. Иницируемый ЭВМ диалог обеспечивает также лицу, принимающему решение, выбор численных методов решения задачи, процедур ускорения и сходимости, программных средств минимизации необходимых вычислительных ресурсов и др. Здесь же пользователь может прибегнуть к услугам «советчика» при выборе альтернативы и задания управляющих параметров.

В основу разработки сценария диалога положена некоторая обобщенная модель решения задач пользователем. В связи с тем, что система ориентируется на высококвалифицированных специалистов в области проектирования электрических машин, не имеющих специальных знаний в области программирования, сценарий составлен в виде подсказывающе-обучающей последовательности.

Начальные страницы сценария диалога информируют пользователя об общих требованиях, соблюдение которых обязательно при работе с системой.

**ПРОШУ ЗАПОМНИТЬ!**

1. ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ НУЖНО ПИСАТЬ В ПОЛЯХ, ЗАКЛЮЧЕННЫХ В ОКНАХ []

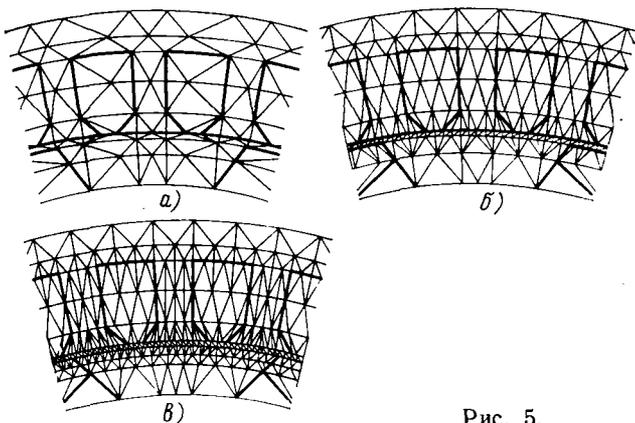


Рис. 5.

Общее число точек	Число трехугольных элементов	Число точек в узоре	Число точек в узоре на отрезке зубцового деления	Основная гармоника индукции, Тл	Высшие гармоники, Тл										
					3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
312	562	29	3	0,533	0,184	0,043	0,085	0,043	0,033	0,038	0,018	0,030	0,018	0,017	0,026
330	598	47	5	0,598	0,194	0,043	0,114	0,034	0,020	0,076	0,082	0,146	0,213	0,058	0,032
403	740	47	5	0,596	0,197	0,045	0,113	0,036	0,022	0,075	0,078	0,139	0,205	0,055	0,032
509	946	57	6	0,662	0,224	0,039	0,111	0,092	0,052	0,029	0,014	0,061	0,162	0,037	0,058
606	1144	91	10	0,653	0,241	0,063	0,099	0,101	0,085	0,037	0,004	0,080	0,190	0,047	0,056
857	1644	135	15	0,643	0,215	0,034	0,111	0,084	0,037	0,033	0,024	0,059	0,149	0,035	0,052
947	1824	181	20	0,650	0,215	0,037	0,113	0,087	0,040	0,037	0,020	0,061	0,150	0,041	0,055

2. ПРИ ВЫБОРЕ АЛЬТЕРНАТИВЫ НЕОБХОДИМО ЗАНЕСТИ (\*) В СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ОКНА.
3. ЕСЛИ ОКНО ПРЕДСТАВЛЕНО В ВИДЕ ПУНКТИРНОГО ОТРЕЗКА [---], АЛФАВИТНО-ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ ВВОДЯТСЯ НАД НИМИ В ФОРМАТЕ, СООТВЕТСТВУЮЩЕМ КОЛИЧЕСТВУ ПУНКТИРНЫХ ЛИНИЙ.
4. ДЛЯ ЭКОНОМИИ ВРЕМЕНИ ВВОДА ДАННЫХ ЧАСТЬ ОКОН СОДЕРЖИТ ЗНАЧЕНИЯ, КОТОРЫЕ МОГУТ БЫТЬ ВВЕДЕНЫ ПО УМОЛЧАНИЮ, ЛИБО ЗАМЕНЕНЫ НОВЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ.

Далее система посредством высвечивания на экране графического дисплея реализованных геометрических областей предписывает пользователю осуществить выбор. После выбора области система через текстовый дисплей требует задать исходные данные. Каждой геометрической области оставлен в соответствие свой сценарий задания исходных данных. Для рис. 2 фрагмент сценария имеет следующий вид:

**ЗАДАЙТЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ  
РАЗМЕРЫ ОБЛАСТИ В ММ (ОБОЗНАЧЕНИЯ СМОТРИ  
НА ЭКРАНЕ ГРАФИЧЕСКОГО ДИСПЛЕЯ)**

[---] H1 [---] H2 [---] H3 [---] H4  
[---] H5 [---] H6 [---] H7 [---] H8  
[---] H9

**МАРКА СТАЛИ**

[\*] 1211 [ ] 1311 [ ] 1411 [ ] 1521

**АМПЛИТУДНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПОЛНЫХ ТОКОВ  
(АМПЕРВИТКОВ) В ПАЗАХ ЯКОРЯ (А)**

[---] IS1 [---] IS2 [---] IS3 [---] IS4  
[---] IS5 [---] IS6 [---] IS7 [---] IS8  
[---] IS9

**ЗНАЧЕНИЯ ПОЛНОГО ТОКА (АМПЕРВИТКОВ)  
ОБОТКИ ВОЗБУЖДЕНИЯ (А)**

[---] I<sub>w</sub>

**ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ**

[0] AAC [0] ABD [+A] AAB [-A] ACD

**НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В ФЕРРОМАГНИТНОЙ СРЕДЕ**

[---] Y.

По заданным исходным данным происходит формирование координат сетки, просчет начальных значений потенциалов внутренних узлов в результате решения линейной задачи при заданном значении магнитной проницаемости, вызов подпрограммы, описывающей соответствующую кривую намагничивания, и т. д. Остальная необходимая информация (номера элементов и их вершин, число узлов, число элементов, максимальное число элементов в узле, коды, указывающие признак среды, и т. д.) вложена в программный модуль.

Последним необходимым условием решения задачи

является задание оценки погрешности решения и значений ряда управляющих параметров.

**ПОЛЕ В ИССЛЕДУЕМОЙ ВАМИ ОБЛАСТИ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, А СИСТЕМА НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МОЖЕТ БЫТЬ РЕШЕНА:**

[ ] МЕТОДОМ НЬЮТОНА (КАСАТЕЛЬНЫХ) С ОБЫЧНОЙ ТОЧНОСТЬЮ

[\*] МЕТОДОМ НЬЮТОНА С УДВОЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

[ ] МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ С ОБЫЧНОЙ ТОЧНОСТЬЮ

[ ] МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ С УДВОЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

**ВЫБЕРИТЕ МЕТОД И ЗАДАЙТЕ ЗНАЧЕНИЯ:**

[---] ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ (МАКСИМАЛЬНОЙ АБСОЛЮТНОЙ НЕВЯЗКИ)

[---] МАКСИМАЛЬНОГО ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ

В случае выбора метода итераций в систему необходимо было бы ввести ряд данных для организации функционирования ускоряющих процедур (значения параметров релаксаций, числа итераций по потенциалу перед коррекцией значения магнитной проницаемости и др.)

**ЗАДАЙТЕ СПОСОБ ВЫДАЧИ РЕЗУЛЬТАТОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ:**

[\*] РАСПЕЧАТКА НА АЦПУ

[ ] ВЫВОД НА МАГНИТНУЮ ЛЕНТУ

[ ] ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ПОЛЯ НА ГРАФОПОСТРОИТЕЛЕ С ОДНОВРЕМЕННОЙ РАСПЕЧАТКОЙ РЕЗУЛЬТАТОВ НА АЦПУ

**ВВОД ДАННЫХ ОКОНЧЕН. ДЛЯ ПЕРЕВОДА СИСТЕМЫ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ НАЖМИТЕ «ВВ».**

*Закключение.* Созданный решатель ориентирован на специалистов в области электрических машин, не имеющих специальной подготовки в области программирования. Математическое обеспечение решателя содержит ряд компонентов, повышающих эффективность решения и экономиящих вычислительные ресурсы ЭВМ. Решатель построен по принципу развития, предусматривающему возможность расширения математического и программного обеспечения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терзян А. А. Метод расчета установившихся режимов явнополюсных синхронных машин. — Изв. вузов. — Электромеханика, 1980, № 8.

2. Терзян А. А. Методы и средства автоматизированного проектирования электрических машин автономной энергетики. — Электричество, 1982, № 4.

3. Erdelyi E. A., Fuchs E. F. Nonlinear magnetic field analysis of DC machines. — IEEE Trans. Power App. and Syst., 1970, v. 89, N 7.

4. Silvester P., Chari M. Finite element solution of saturable magnetic field problems. — IEEE Trans. Power App. and Syst., 1970, v. 89, N 7.
5. Демирчян К. С. и др. Реализация метода конечных элементов на ЭВМ для расчета двумерных электрических и магнитных полей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 1.
6. Новик Я. А. Численный расчет магнитного поля методом конечных элементов в электрических машинах с учетом насыщения стали. — Изв. АН Латв. ССР. Сер. физ. и техн. наук, 1974, № 5.
7. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техника, 1974.

8. Терзян А. А. Автоматизированное проектирование электрических машин. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
9. Кантейне Д. Ф., Кокле Ю. П., Стрикис А. Л. Конечно-разностный метод расчета магнитных полей на ЭЦВМ. — Изв. АН Латв. ССР. Сер. физ. и техн. наук, 1973, № 4.
10. Тьюарсон Р. Разреженные матрицы. — М.: Мир., 1977.
11. Милн В. Э. Численное решение дифференциальных уравнений. — М.: ИЛ, 1955.
12. Терзян А. А., Сукиасян Г. С. К определению магнитных полей численными методами. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 5.

[26.09.83]



УДК 621.313.018.782.3.001.57

## Математическое моделирование переходных процессов в электрических машинах с массивным ферромагнитным ротором

ВАСЬКОВСКИЙ Ю. Н., ПЕТУХОВ И. С.  
Институт электродинамики АН УССР

Разработка уточненных математических моделей переходных процессов в электрических машинах с массивным ферромагнитным ротором является одной из актуальных задач.

Большинство разработанных методов расчета переходных процессов электрических машин [1—3] основано на решении дифференциальных уравнений, составленных для электрических схем замещения, содержащих сосредоточенные активно-индуктивные параметры. Массивный ферромагнитный ротор (МФР), являющийся одновременно магнитопроводом и средой, где протекают вихревые токи, весьма сложно в переходном процессе представить схемой замещения с постоянными параметрами, поскольку они зависят от глубины проникновения электромагнитного поля в массив ротора. При несимметрии цепей обмоток статора или ротора, например при наличии на роторе одной обмотки или несимметричном коротком замыкании цепи статора, представление электрической машины схемой замещения также усложняется.

В ряде случаев, принимая упрощающие предположения, удается провести анализ переходных процессов в электрических машинах с массивным ротором (ЭММР) на базе схем замещения с постоянными параметрами [4, 5—7]. Однако более точный анализ переходных процессов со строгим учетом вихревых токов в МФР, насыщения магнитопровода ЭММР, несимметрии обмоток машины можно провести путем совместного решения дифференциальных уравнений магнитного поля в областях, отображающих активную зону машины, и уравнений электрических цепей, находящихся в относительном движении обмоток статора и ротора.

Разработке метода совместного решения уравнений магнитного поля и цепей обмоток машины посвящен ряд работ [8—10]. Однако его практическое использование сдерживается двумя причинами: отсутствием достаточно простых и вместе с тем полных математических моделей переходных процессов и эффективных методов их решения; сложностью конфигураций расчетных областей, выбираемых для анализа магнитного поля машины, в результате чего даже при использовании современных ЭВМ не удается достичь необходимой производительности расчетов.

В статье сформулирована линейная математическая модель переходного процесса неявнополюсной ЭММР. Для ее решения разработан один из вариантов частотного метода, основанный на синтезе методов периодизации временной характеристики [11] и симметричных составляющих и позволяющий создать эффективные алгоритмы для ЭВМ. Учет нелинейных факторов (изменения магнитной проницаемости  $\mu_R$  и угловой частоты вращения  $\omega_R$  МФР) осуществляется приближенно путем определения на каждом шаге расчета по времени новых значений  $\mu_R$  и  $\omega_R$ . Значения  $\mu_R$  рассчитываются с помощью кривой намагничивания материала МФР, а значения  $\omega_R$  находятся численным решением уравнения движения ротора.

Рассматриваемая в работе модель ЭММР характеризуется следующими основными допущениями: магнитное поле в активной зоне машины — плоскопараллельное; число фаз обмоток — не более трех, несимметрия обмоток допускается только на статоре либо только на роторе; активная зона ЭММР представлена средой, состоящей из однородных concentрических слоев.

Последнее допущение не является необходимым, но позволяет получить аналитическое решение задачи и построить эффективные вычислительные алгоритмы. При необходимости можно построить математические модели с представлением ЭММР в виде многосвязной области другой конфигурации.

Сформулируем математическую модель переходного процесса трехфазного неявнополюсного массивнороторного генератора с соединенной в звезду обмоткой статора и одной обмоткой возбуждения на роторе. Расчетная область, отображающая поперечное сечение машины, показана на рис. 1. Зубцовые зоны статора и ротора представлены эквивалентными магнитоанизотропными слоями, имеющими различные значения азимутальной  $\mu_\varphi$  и радиальной  $\mu_r$  составляющих магнитной проницаемости [12]. В пределах каждого слоя статора магнитная проницаемость постоянна.

В каждом слое МФР составляющие магнитной проницаемости полагаем зависящими от радиуса по закону [13]:

$$\mu_i = \mu_{ei} (r_e/r)^2, \quad i = r, \varphi,$$

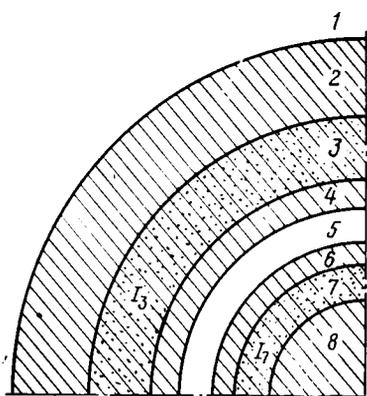


Рис. 1. Расчетная область: 1 — внешнее пространство; 2 — ярмо статора; 3 — обмотанная часть зубцов статора; 4 — клинья и коронки зубцов статора; 5 — воздушный зазор; 6 — клинья и коронки зубцов ротора; 7 — обмотанная часть зубцов ротора; 8 — ярмо ротора.

где  $\mu_{ei}$  — магнитная проницаемость на поверхности данного слоя;  $r_e$  — внешний радиус данного слоя.

Проводящие слои МФР характеризуются эквивалентной электропроводимостью  $\sigma$  [12]. Слои статора считаются непроводящими (железо статора шихтованное). Слои, содержащие обмотки, считаются равномерно заполненными сторонним током с плотностью  $J$ . Представление ЭМФР в виде системы однородных цилиндрических слоев нашло широкое применение при расчете асинхронных режимов турбогенераторов, добавочных потерь на поверхности ротора и др. Математическая модель состоит из дифференциальных уравнений цепей обмоток статора и ротора:

$$\left. \begin{aligned} u_n &= i_n r_s + L_s \frac{di_n}{dt} + \frac{d\Psi_n}{dt}, \quad n = a, b, c; \\ u_R &= i_R r_R + L_R \frac{di_R}{dt} + \frac{d\Psi_R}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $r_s, r_R$  — активные сопротивления обмоток;  $L_s, L_R$  — индуктивные сопротивления лобового рассеяния обмоток; дифференциальных уравнений в частных производных относительно векторного магнитного потенциала  $A = A_z(r, \varphi, t)$  в слоях расчетной области:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{\mu_{ei}}{\mu_{ri} r^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial \varphi^2} &= \begin{cases} -\mu_{\varphi 3} J_3, & i = 3; \\ 0, & i = 1, 2, 4, 5; \end{cases} \\ \frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{\mu_{\varphi ei}}{\mu_{rei} r^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial \varphi^2} + \frac{\mu_{\varphi ei} \sigma_i r_i^2 - 1}{r^2} \times \\ \times \left( \frac{\partial A_i}{\partial t} + \omega_R \frac{\partial A_i}{\partial \varphi} \right) &= \begin{cases} -\mu_{\varphi e7} J_7 r_6^2, & i = 7; \\ 0 & i = 6, 8 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

и граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} A_i|_{r=r_i} &= A_{i+1}|_{r=r_i}; \\ \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial A_i}{\partial r} \Big|_{r=r_i} &= \frac{1}{\mu_{i+1}} \frac{\partial A_{i+1}}{\partial r} \Big|_{r=r_i}; \\ A_1|_{r=\infty} &= 0, \quad A_8|_{r=0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Связь между векторным потенциалом вдоль контуров обмоток  $l_n, l_R$  и потокосцеплениями этих обмоток определяется выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_n(t) &= \oint_{l_n} A_3 \left( \frac{r_2 + r_3}{2}, \varphi, t \right) dl; \\ \Psi_R(t) &= \oint_{l_R} A_7(r_6, \varphi, t) dl. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Начальные условия учитываются далее при применении метода периодизации. Предполагаем, что переходные процессы вызваны резкими изменениями напряжений обмоток. В соответствии с методом периодизации считаем, что эти изменения периодически повторяются с полупериодом  $l$ , достаточным для затухания переходных процессов. Например, при внезапном трехфазном коротком замыкании (при  $t=0$ ) с форсировкой возбуждения (при  $t=t_\phi$ ) периодизированные напряжения статора и ротора изменяются по законам:

$$\left. \begin{aligned} u_n(t) &= \begin{cases} U_{m,n} \sin(\omega_1 t + \psi_n), & -l \leq t < 0; \\ 0 & 0 \leq t < l; \end{cases} \\ u_R(t) &= \begin{cases} U_R, & -l \leq t < t_\phi; \\ k_\phi U_R, & t_\phi \leq t < l. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $k_\phi$  — коэффициент форсировки, а величина  $l$  кратна  $2\pi/\omega_1$  [14].

Функции (5) раскладываем в ряд Фурье. Из-за неравенства начальных фаз  $\psi_n$  напряжений (5) коэффициенты Фурье одной и той же гармоники напряжений  $u_a, u_b, u_c$  не одинаковы, поэтому трехфазная система напряжений каждой гармоники несимметрична и ее целесообразно разложить на симметричные составляющие.

В соответствии с частотным методом искомая функция представляется в виде наложения гармонических функций с различными частотами и амплитудами. Поскольку возмущающие воздействия — напряжения обмоток — представлены рядами Фурье, искомые переходные токи также могут быть разложены в ряды Фурье с тем же полупериодом  $l$ . Возникает задача определения неизвестных симметричных составляющих спектра токов обмоток по симметричным составляющим спектра приложенных напряжений.

Линейность сформулированной математической модели позволяет применять принцип наложения и решать систему (1)–(4) для установившихся гармонических режимов, вызванных в отдельности симметричными составляющими каждой из гармоник периодизированных напряжений статора и ротора (5), а результаты суммировать. Краевую задачу расчетной области относительно комплексной амплитуды (КА) некоторой гармоники векторного потенциала  $A(r) e^{i(\omega t + p\varphi)}$  получили из (2), (3) заменой операций дифференцирования по  $t$  и по  $\varphi$  умножением соответственно на  $j\omega$  и  $\mp j p$ . Решение такой краевой задачи известно [12, 13] и позволяет получить зависимость между КА векторного потенциала в слоях, содержащих обмотки, и симметричных составляющих токов данной гармоники  $i^S, i^R$ :

$$\left. \begin{aligned} A_3(r) &= h_{SS}(r) i^S + h_{SR}(r) i^R; \\ A_7(r) &= h_{RS}(r) i^S + h_{RR}(r) i^R, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $h_{SS}(r), h_{SR}(r), h_{RS}(r), h_{RR}(r)$  — комплексные коэффициенты. Выражения (6) используются для нахождения потокосцепления по (4).

Система уравнений цепей, записанная для симметричного гармонического режима, в случае пространственной или электрической несимметрии обмоток усложняется по сравнению с системой (1). Пусть, например, симметричная обмотка статора питается симметричной системой синусоидальных напряжений прямой или обратной последовательности  $U_{Sn} e^{j\omega t}$  ( $n=1,2$ ). Если на роторе расположена несимметричная обмотка, в элект-

Симметричные составляющие токов в обмотке	Симметричное питание со стороны статора		Симметричное питание со стороны ротора	
	Несимметрия обмотки статора	Несимметрия обмотки ротора	Несимметрия обмотки статора	Несимметрия обмотки ротора
статора	$j_{Sn}^{S1} e^{j\omega t}$ $j_{Sn}^{S2} e^{j\omega t}$	$j_{Sn}^{S1} e^{j\omega t}$ $j_{Sn}^{S2} e^{j(\omega \mp 2p\omega_R) t}$	$j_{Rn}^{S1} e^{j(\omega \mp p\omega_R) t}$ $j_{Rn}^{S2} e^{j(\omega \pm p\omega_R) t}$	$j_{Rn}^{S1} e^{j(\omega + p\omega_R) t}$ $j_{Rn}^{S2} e^{j(\omega - p\omega_R) t}$
ротора	$j_{Sn}^{R1} e^{j(\omega - p\omega_R) t}$ $j_{Sn}^{R2} e^{j(\omega + p\omega_R) t}$	$j_{Sn}^{R1} e^{j(\omega \mp p\omega_R) t}$ $j_{Sn}^{R2} e^{j(\omega \mp p\omega_R) t}$	$j_{Rn}^{R1} e^{j\omega t}$ $j_{Rn}^{R2} e^{j(\omega \pm 2p\omega_R) t}$	$j_{Rn}^{R1} e^{j\omega t}$ $j_{Rn}^{R2} e^{j\omega t}$

рической машине существуют два круговых магнитных поля, вращающихся относительно ротора в разные стороны. Это обусловлено наличием в обмотке ротора двух симметричных систем токов одинаковой частоты  $j_{Sn}^{R1} e^{j(\omega \mp p\omega_R) t}$ ,  $j_{Sn}^{R2} e^{j(\omega \mp p\omega_R) t}$  ( $p$  — число пар полюсов, знак «—» соответствует  $n=1$ , знак «+» —  $n=2$ ), которые взаимодействуют с двумя симметричными системами токов разных частот  $j_{Sn}^{S1} e^{j\omega t}$ ,  $j_{Sn}^{S2} e^{j(\omega \mp 2p\omega_R) t}$  в обмотке статора. Комплексные амплитуды токов  $j_{Sn}^{S1}$ ,  $j_{Sn}^{R1}$ ,  $j_{Sn}^{S2}$ ,  $j_{Sn}^{R2}$  должны быть определены из совместного решения уравнений цепей обмоток статора и ротора при питании статора напряжением  $\dot{U}_{Sn} e^{j\omega t}$  и короткозамкнутой обмотке ротора.

В таблице приведены комплексные изображения симметричных составляющих токов при несимметрии только обмоток статора или только обмоток ротора и при питании одной из обмоток симметричным напряжением.

С помощью таблицы определяются частоты зависимых симметричных составляющих токов в обмотках. В рассматриваемом генераторе с одной обмоткой на роторе для симметричных составляющих тока роторной обмотки (т. е. составляющих, создающих круговые поля) справедливо соотношение

$$j_{Sn}^{R1} = j_{Sn}^{R2} = j_{Sn}^R / 2. \quad (7)$$

Опуская промежуточные результаты, приведем преобразованную систему уравнений цепей обмоток при питании обмотки статора симметричным напряжением  $k$ -й гармоники, в которой КА потокоцеплений выражены с помощью соотношений (4), (6), (7) через КА токов:

$$\begin{bmatrix} r_s + jk\omega(L_s + \alpha_{11}) & jk\omega \frac{\alpha_{12}}{2} & 0 \\ j(k\omega \mp p\omega_R) \alpha_{21} & r_r + j(k\omega \mp p\omega_R) \times (L_r + \alpha_{22}) & j(k\omega \mp p\omega_R) \alpha_{23} \\ 0 & j(k\omega \mp 2p\omega_R) \frac{\alpha_{32}}{2} & r_s + j(k\omega \mp 2p\omega_R) \times (L_s + \alpha_{33}) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} j_{Sn}^{S1} \\ j_{Sn}^{R1} \\ j_{Sn}^{S2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{U}_{Sn} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

где  $\omega = \pi/l$ ;  $\alpha$  — комплексные коэффициенты, выражающиеся через коэффициенты  $h$  в (6).

Частоты токов в (8) определены в соответствии со вторым столбцом таблицы. Аналогичные системы из трех уравнений имеют место при рассмотрении гармоник напряжения обмотки ротора. Отличие состоит в том, что частоты токов определяются в соответствии с четвертым столбцом таблицы, а КА напряжения фигурирует в правой части второго уравнения. После определения всех симметричных составляющих, вызванных как напряжением статора, так и напряжением ротора, можно получить общие выражения переходных токов. Например, для фазы  $a$

$$i_a(t) = \text{Im} \left\{ \sum_{k=1}^{N_1} [(j_{S1}^{S1}(k) + j_{S2}^{S1}(k)) e^{jk\omega t} + j_{S1}^{S2}(k) e^{j(k\omega - 2p\omega_R) t} + j_{S2}^{S2}(k) e^{j(k\omega + 2p\omega_R) t}] + \sum_{k=1}^{N_2} [j_{R}^{S1}(k) e^{j(k\omega + p\omega_R) t} + j_{R}^{S2}(k) e^{j(k\omega - p\omega_R) t}] + j_{R0}^S e^{jp\omega_R t} \right\};$$

для обмотки ротора с учетом (7)

$$i_R(t) = \text{Im} \left\{ \sum_{k=1}^{N_1} [j_{S1}^{R1}(k) e^{j(k\omega - p\omega_R) t} + j_{S2}^{R1}(k) e^{j(k\omega + p\omega_R) t}] + \sum_{k=1}^{N_2} (j_{R}^{R1}(k) e^{jk\omega t}) \right\} + I_{R0},$$

где  $N_1, N_2$  — числа учитываемых гармоник периодизированных напряжений статора и ротора;  $j_{R0}^S$  — комплексная амплитуда тока статора, вызванная постоянной составляющей тока возбуждения.

Укажем, как в рамках рассмотренной линейной математической модели переходного процесса ЭММР можно учесть изменение параметров  $\mu_R$  и  $\omega_R$ . В каждый момент времени  $t_i$ , определяемый выбранным шагом расчета  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ , определяются: действующие значения (на полюсном делении) магнитной индукции на поверхностях всех ферромагнитных слоев; электромагнитный момент  $M_{ЭМ}$ .

Значения магнитных индукций и момента находятся по известным формулам после расчета векторного магнитного потенциала и токов. По кривым намагничивания ферромагнитных слоев определяются эквивалентные значения магнитных проницаемостей слоев  $\mu_i^{(1)}$  ( $i$  — номер слоя), которые сравниваются со значениями, первоначально использованными в расчете  $\mu_i^{(0)}$ . Затем

проверяется выполнение условия

$$|\mu_i^{(j)} - \mu_i^{(j-1)}| < \varepsilon, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где  $\varepsilon$  — заданная погрешность.

Если условие (9) не выполняется, то значения магнитных проницаемостей корректируются, а расчет повторяется. Методом последовательных приближений добиваемся выполнения условия (9), в результате чего достигается соответствие между значениями магнитных проницаемостей слоев и индукций в них.

Найденное значение электромагнитного момента используется для численного интегрирования уравнения движения, из которого находится приращение частоты вращения  $\Delta\omega_{Ri}$  на данном промежутке времени  $\Delta t$ . В следующий расчетный момент времени при решении уравнений используется новое значение угловой частоты вращения ротора  $\omega_{R, i+1} = \omega_{R, i} + \Delta\omega_{R, i}$ .

Приведем несколько примеров расчета переходных процессов в различных ЭММР. На рис. 2 приведены результаты расчета процесса включения в сеть асинхронного турбогенератора (АТГ) мощностью 200 МВт с гладким ротором [5] при частоте вращения  $\omega_R =$

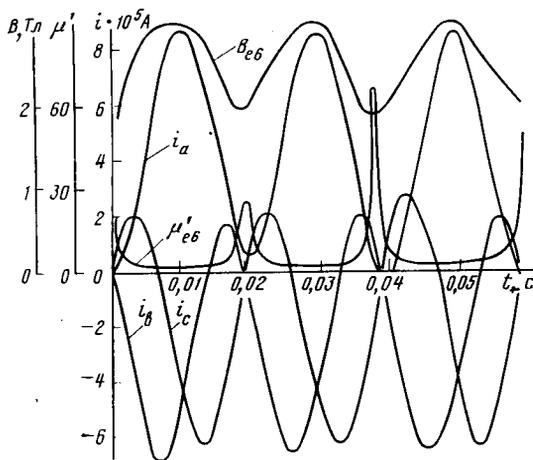


Рис. 2. Включение АТГ в сеть ( $i_a, i_b, i_c$  — тока фаз;  $B_{e6}, \mu'_e$  — соответственно действующее на полюсном делении значение индукции и относительная магнитная проницаемость на поверхности МФР)

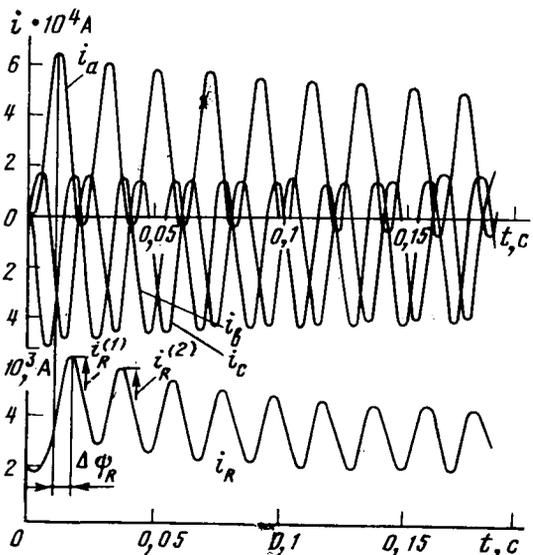


Рис. 3. Трехфазное короткое замыкание ТГВ-200 М

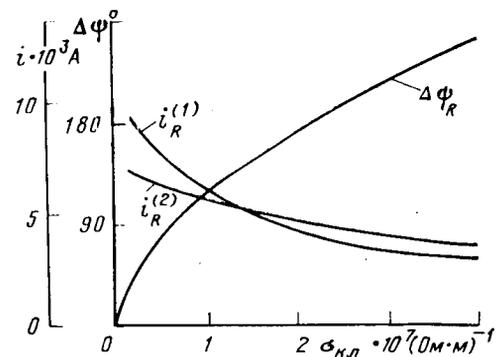


Рис. 4. Влияние электропроводности клиньев ротора на ударный ток в обмотке ротора при трехфазном к.з. ТГВ-200 М

$= 220 \text{ с}^{-1}$  и начальной фазе напряжения  $\psi_a$ , равной нулю. Статор АТГ аналогичен статору серийного турбогенератора ТГВ-200 М, а воздушный зазор уменьшен до 50 мм. Из рис. 2 видно, что в первые периоды переходного процесса индукция в поверхностном слое МФР достигает значения  $3T$ . При этом поверхностный слой ротора сильно насыщен ( $\mu_{e6} = 2,5$ ). В моменты минимума индукции значение  $\mu_{e6}$  кратковременно возрастает в десятки раз.

На рис. 3 показаны кривые токов статора и ротора при внезапном трехфазном к.з. ( $\psi_a = 0, \omega_R = 314 \text{ с}^{-1}$ ) турбогенератора ТГВ-220 М. Видно, что фаза периодической составляющей тока обмотки ротора отстает приблизительно на угол  $\Delta\psi_R = 110^\circ$  от периодической составляющей тока фазы  $a$  обмотки статора, что вызвано экранирующим действием вихревых токов клиньев и коронок зубцов ротора. Эти же вихревые токи препятствуют возникновению тока частоты 100 Гц в обмотках статора.

На рис. 4 показана зависимость экранирующего воздействия слоя клиньев и коронок зубцов ротора турбогенератора типа ТГВ-200 М от эквивалентной электропроводности материала клиньев  $\sigma_{кл}$ . При возрастании  $\sigma_{кл}$  уменьшаются амплитуды колебаний и увеличивается фазовый сдвиг  $\Delta\psi_R$  переменной составляющей тока обмотки ротора относительно переменной составляющей тока статора. При значениях  $\sigma_{кл} \geq 1,5 \cdot 10^7 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  амплитуда второго колебания тока обмотки ротора  $i_R^{(2)}$  больше амплитуды первого  $i_R^{(1)}$ , что свидетельствует о нарастающем характере этих колебаний в начале процесса. Указанные особенности переходного процесса наиболее выражены в турбогенераторах, у которых под клиньями расположена короткозамкнутая медная обмотка для защиты обмотки возбуждения от несимметричных режимов.

На рис. 5 приведены кривые изменения тока фазы  $a$  обмотки статора, магнитной проницаемости поверхности МФР электромагнитного момента и частоты вращения  $\omega_R$  при пуске ( $\psi_a = 0$ ) асинхронного двигателя с гладким массивным ротором ( $U_\phi = 220 \text{ В}, r_s = 0,2 \text{ Ом}, L_s = 0,175 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$ , число витков фазы  $\omega_\phi = 88, k_{o6} = 0,925, p = 2, q = 4, r_R = 92 \text{ мм}, \delta = 0,5 \text{ мм}, l_1 = 180 \text{ мм}$ , материал ротора — сталь 3). Видно, что магнитная проницаемость и ток, определяющий значение ударного электромагнитного момента, изменяются в начале процесса сложным образом, причем характер изменения магнитной проницаемости МФР отличен от такового в примере с АТГ.

Результаты приведенного расчета пуска двигателя сравнивались с экспериментальными данными. Расхож-

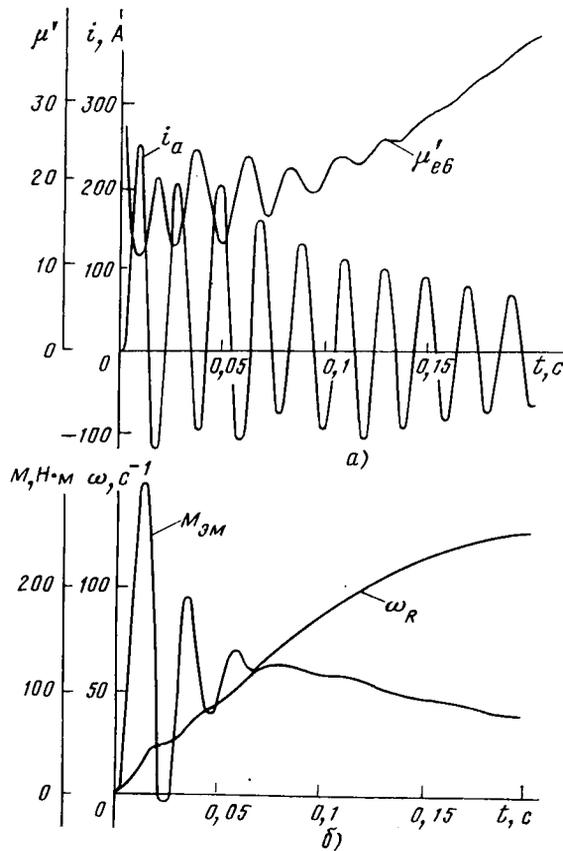


Рис. 5. Пуск АД с гладким массивным ротором

ление расчетных и экспериментальных значений ударных токов в обмотке статора не превышало 15 %.

Расчеты показали, что характеристики переходного процесса ЭММР в значительной степени определяются электропроводностью элементов конструкции МФР и характером кривой намагничивания стали ротора.

Предлагаемая математическая модель переходных процессов ЭММР, основанная на совместном решении уравнений магнитного поля и уравнений цепей обмоток электрической машины, наглядна и эффективна при ре-

лизации на ЭВМ и позволяет с достаточной полнотой исследовать взаимное влияние различных факторов, в том числе нелинейных, на переходные характеристики машины.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Важнов А. И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.: Энергия, 1980.
2. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.: Госэнергоиздат, 1963.
3. Трещев И. И. Методы исследования электромагнитных процессов в машинах переменного тока. — Л.: Энергия, 1969.
4. Кашарский Э. Г. К расчету переходных процессов в машинах переменного тока с цилиндрическим массивным ротором. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1965, № 5.
5. Прокофьев Ю. А., Цвилий С. Л. Влияние массива ротора на динамические процессы управляемого асинхронного турбогенератора. — В кн.: Расчет электромагнитных процессов в роторе асинхронного турбогенератора. — Киев: Наукова думка, 1981.
6. Сивокобыленко В. Ф., Гармаш В. С. Исследование переходных процессов в асинхронных машинах с вытеснением токов в роторе методами математического моделирования. — Изв. вузов. Электромеханика, 1981, № 6.
7. Сидельников А. В. Влияние выбора параметров массивного ротора на переходные процессы машин переменного тока. — В кн.: Исследование электромагнитных полей, параметров и потерь в мощных электрических машинах. — М.: Наука, 1966.
8. Васильковский Ю. Н. Постановка задачи расчета электромагнитного переходного процесса в электрической машине с массивным ротором. — В кн.: Расчет электромагнитных процессов в роторе асинхронного турбогенератора. — Киев: Наукова думка, 1981.
9. Титко А. И. Определение характеристик переходного процесса в турбогенераторах на основе решения задач квазистационарного поля. — Техническая электродинамика, 1980, № 2.
10. Чабан В. И. Расчет переходных режимов глубокопазных индуктивных двигателей. — Электричество, 1981, № 7.
11. Бессонов Л. А. Линейные электрические цепи. — М.: Высшая школа, 1974.
12. Постников И. М., Васильковский Ю. Н. Уточненная методика расчета добавочных потерь на поверхности ротора турбогенератора. — Электричество, 1979, № 5.
13. Теория и методы расчета асинхронных турбогенераторов/Под ред. И. М. Постникова. — Киев: Наукова думка, 1977.
14. Васильковский Ю. Н., Петухов И. С. Применение метода периодизации временной характеристики к расчету переходных процессов в электрических машинах переменного тока. — Техническая электродинамика, 1983, № 5.

[15.02.84]

УДК 621.331

## Перспективы применения тягового асинхронного электропривода на городском транспорте

ЕФРЕМОВ И. С., доктор техн. наук, КАЛОШКИНА Л. С., КАРАСЕВ С. И., инженеры  
Московский энергетический институт

Тяговый асинхронный электропривод уже получил существенное развитие на магистральном и пригородном электрическом транспорте и в ряде случаев на городском транспорте (метрополитен, трамвай и троллейбус). Многие электровозы и моторвагонные секции с ТАП эксплуатируются на железных дорогах Швейцарии, ФРГ, Норвегии, Дании, Италии, Финляндии, Японии и других стран. В СССР также ведутся исследования и изготовлены опытные образцы электровозов и моторвагонной секции с ТАД.

Проблема перехода от привода постоянного тока к асинхронному является актуальной как на магистральном, так и на городском электрическом транспорте по следующим причинам.

1. Существенно повышается надежность электродвигателя, так как отсутствует щеточно-коллекторный узел — самое слабое звено электродвигателей постоянного тока. Тяговый асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором более надежен в эксплуатации и практически не требует ухода.

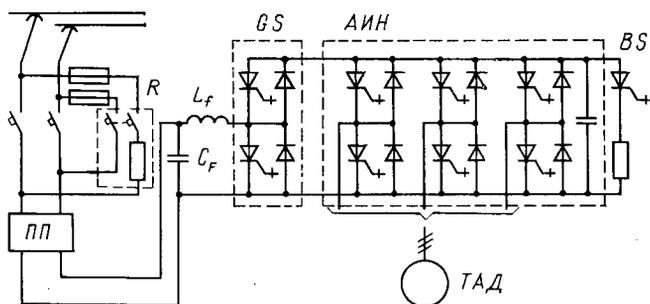


Рис. 1. Принципиальная схема ТАП троллейбуса фирмы

2. Электронная система автоматического регулирования на городском электрическом транспорте обеспечивает снижение расхода электроэнергии на тягу в ряде случаев до 30 % по сравнению с резисторно-контакторной. При полном переводе всего электрического подвижного состава городского транспорта с резисторно-контакторного управления на электронное в целом по СССР была бы достигнута ежегодная экономия электроэнергии свыше 3 млрд. кВт·ч.

3. Значительно уменьшается трудоемкость и требуемая квалификация рабочей силы при изготовлении короткозамкнутого ТАД по сравнению с двигателем постоянного тока.

4. Улучшаются до 30 % массо-габаритные показатели короткозамкнутого асинхронного двигателя, что позволяет: получить существенную экономию черных и цветных металлов (особенно меди); уменьшить коэффициент инерции ротора.

В качестве иллюстрации отметим, что масса электродвигателя ТАД 622-4 (150 кВт при часовом режиме), установленного на первом опытном советском троллейбусе системы МЭИ, составляет 700 кг, а масса ТЭД постоянного тока ДК-211 той же мощности, установленного на аналогичных серийных троллейбусах ЗИУ-9, — 900 кг.

Повышенный коэффициент инерции вращения ротора электродвигателя ДК-211 вызывает увеличение расхода электроэнергии при пусковых режимах в среднем на 5 % по сравнению с ТАД 622-4. Маховый момент ротора ТАД примерно в 4 раза меньше, чем у ТЭД постоянного тока.

Наряду с положительными сторонами тяговый асинхронный электропривод имеет и свои недостатки по сравнению с электроприводом постоянного тока. К ним в первую очередь относятся: необходимость в трехфазном инверторе (напряжения или тока): несколько худшие массо-габаритные показатели пуско-регулирующего устройства ТАП; сложность частотного регулирования скорости вращения ТАД; необходимость повышать ток асинхронного электродвигателя на 20—30 % для реализации равного с ТЭД постоянного тока пускового момента. Таким образом, система ТАП все еще нуждается в дальнейшем исследовании и совершенствовании, а выбор оптимальных законов управления и параметров ТАД приобретает важнейшее значение.

Тем не менее, отмеченные трудности в мировой практике постепенно решаются. На электрическом подвижном составе (ЭПС) городского транспорта так же, как и на магистральном электротранспорте, ТАП получают постепенное развитие. Обзор зарубежного опыта освоения и развития ТАП на вагонах метрополитена, трамвая и троллейбуса не нуждается в повторении, так как он в достаточной степени освещен в литературе.

Выше указывалось, что в СССР, как и в зарубежных странах, ведутся исследования и опытно-конструкторские разработки ТАП для вагонов метрополитена (ЛИИЖТ и МИИТ) троллейбусов (МЭИ и ВНИПТИ ПО «Динамо»). К настоящему времени завершен первый этап исследования и создания первых образцов троллейбусов и вагонов метрополитена. В начале 1983 г. МЭИ изготовил опытно-макетный образец троллейбуса (на базе троллейбуса ЗИУ-9) и в настоящее время осуществляет обкатку, проверку и совершенствование системы автоматического регулирования ТАП в реальных условиях. Данные предварительных испытаний показали удовлетворительные результаты, однако система управления нуждается в дальнейшем исследовании и совершенствовании.

Следует отметить, что ТАП в городском электрическом транспорте развивается в двух направлениях: с инверторами напряжения и инверторами тока (несколько реже). Каждая из этих систем имеет свои преимущества и недостатки, поэтому представляется необходимым на примере однодвигательного ТАП троллейбуса хотя бы кратко рассмотреть их особенности.

Известные схемы инвертирования не позволяют сделать однозначный выбор преобразователя частоты для электроподвижного состава. Конкурентоспособность приводов с преобразователями на базе инверторов тока и напряжения подтверждается многолетним опытом создания и эксплуатации промышленных и тяговых электроприводов, а выбор типа инвертора зависит от технико-экономического сравнения вариантов. В настоящее время выделились два основных производителя электрооборудования для ЭПС городского электрического транспорта с ТАП — фирма Siemens (ФРГ), выпускающая приводы с инвертором тока, и фирма Strömberg (Финляндия), выпускающая приводы с инвертором напряжения.

Необходимо отметить, что большинство исследований асинхронного привода для городского транспорта проводилось на рельсовом подвижном составе метрополитена и трамвая. Известно лишь несколько троллейбусов, на которых установлено электрооборудование с тяговым асинхронным электроприводом. В 1977 г. для г. Винтертур (Швейцария) фирмой Strömberg разработан сочлененный троллейбус с ТАД длительной мощностью 120 кВт. В 1979 г. этой же фирмой разработан новый вариант троллейбуса для г. Хельсинки, отличающийся наличием электрического рекуперативно-реостатного торможения и имеющий ТАД с длительной мощностью 110 кВт. По этой схеме для г. Винтертур впоследствии была заказана партия из 10 троллейбусов. Один троллейбус находится в опытной эксплуатации в г. Зальцбург (Австрия) с ноября 1980 г. Этот троллейбус оснащен ТАП на базе инвертора тока с ТАД длительной мощностью 140 кВт. Система автоматического регулирования этого троллейбуса отличается простотой структуры силовой части привода и системы управления тиристорами. Электрооборудование обеспечивает безреостатный пуск, динамическое резисторное торможение и движение от аккумуляторной батареи напряжением 48 В. Рекуперация электроэнергии в сеть не предусмотрена (очевидно из-за специфических особенностей контактной сети), что существенно снижает эффективность электропривода в целом.

В начале 80-х годов наметилась тенденция к расширению географии асинхронного привода. Фирма Toshiba (Япония) разработала электропривод на базе инвертора напряжения с широтно-импульсной модуляцией,

в котором впервые на подвижном составе были применены тиристоры, выключающиеся по управляющему электроду.

Фирмой Strömberg поставлено два комплекта электрооборудования для установки на советских троллейбусах ЗИУ-682Б. В связи с тем, что наиболее распространенной в троллейбусах является система ТАП с инвертором напряжения фирмы Strömberg и предстоит ее испытания в СССР, рассмотрим такую систему.

Упрощенная схема тягового асинхронного электропривода троллейбуса фирмы Strömberg приведена на рис. 1. Узлы коммутации автономного инвертора напряжения (АИН) (на схеме не показаны) содержат конденсатор, индуктивность и два коммутирующих тиристора на каждую фазу инвертора; АИН выполнен по широко известному мостовому принципу. Особенностью схемы является применение сдвоенного тиристорно-импульсного регулятора (или, как его часто называют, «сетевого преобразователя») GS. В режиме тяги сетевой преобразователь повышает напряжение на АИН выше сетевого для того, чтобы можно было реализовать полную силу тяги при пониженном напряжении сети. В режиме торможения сетевой преобразователь позволяет осуществлять электрическое торможение при напряжении в контактной сети. С целью уменьшения потерь GS — регулятор работает только в случае, когда тяговое и тормозное усилия не могут быть обеспечены при напряжении сети. Сетевой преобразователь имеет еще одно очень важное назначение. В случае аварийного режима АИН или при исчезновении напряжения на входе преобразовательной установки, GS — регулятор разрывает связь

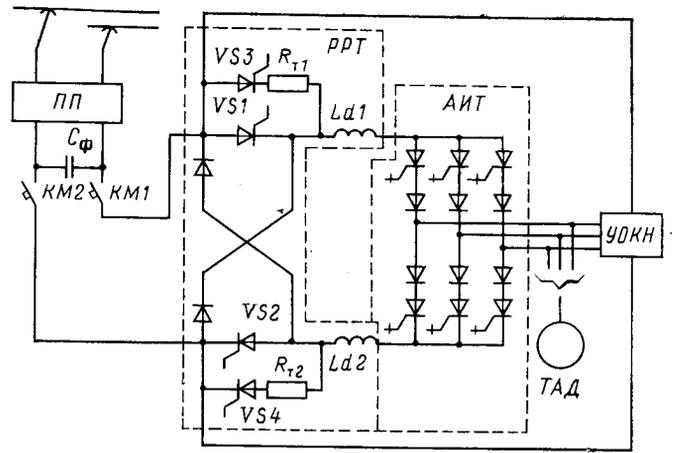


Рис. 2. Принципиальная схема ТАП троллейбуса МЭИ

между АИН и контактной сетью, выполняя роль быстродействующего выключателя.

В режиме торможения при отсутствии потребителя рекуперированной электрической энергии с помощью тормозного регулятора обеспечивается автоматическое замещение рекуперативного тормоза резисторным.

Зарядный резистор и выключатель R предназначены для плавного запуска АИН при включении в сеть. Заряд фильтрового конденсатора  $C_F$  происходит через резистор, который отключается, когда напряжение на фильтре достигает достаточно высокого значения.

Для обеспечения автономного движения при парковании троллейбуса на задней части рамы кузова подвешена дизель-генераторная установка. Приводом вспомогательных механизмов являются короткозамкнутые асинхронные электродвигатели, питаемые от вспомогательного инвертора. Другие данные ТАП троллейбуса фирмы Strömberg приведены в таблице. По опубликованным сведениям опытная эксплуатация двух троллейбусов в Швейцарии и Финляндии показала высокую эффективность тягового привода с ТАД. Экономия электроэнергии по сравнению с приводом постоянного тока при резисторно-контакторном регулировании составила около 30 %, а эксплуатационные расходы уменьшились на 10 %.

Один из вариантов схемы тиристорно-импульсного асинхронного электропривода троллейбуса, разработанный на кафедре электрического транспорта МЭИ, показан на рис. 2. Особенностью этой схемы является применение реверсивного регулятора напряжения, который совместно со сглаживающими реакторами  $L_{d1}$ ,  $L_{d2}$  является источником тока и выполняет функции реверсивного регулятора тока (АИТ) с помощью автономного регулятора тока (PPT) и, следовательно, с помощью ТАД. Применение PPT позволяет избавиться практически от всех контактных элементов, существующих в приводах троллейбусов с ТЭД постоянного тока и в подобных электроприводах с ТАД. Остаются только переключатель полярности и линейные контакторы, которые в процессе эксплуатации необходимы по требованиям техники безопасности и в данном ТАП не разрывают силовую цепь. Реверсивный регулятор тока работоспособен при коротких замыканиях в цепи нагрузки, что позволяет существенно упростить работу инвертора в переходных режимах (запуск и выключение).

Переход PPT из режима потребления в режим рекуперации и наоборот осуществляется бесконтактным спо-

Параметры	Троллейбус фирмы Strömberg	Троллейбус МЭИ	
троллейбуса	Максимальная скорость, км/ч	60	70
	Максимальное ускорение, м/с <sup>2</sup>	1,3	1,5
	Максимальное замедление, м/с <sup>2</sup>	1,4	1,5
	Масса троллейбуса, т	12	10,5
двигателя	Тип ТАД	E562—2	ТАД 622—4
	Длительная мощность, кВт	110	120
	Номинальное линейное напряжение, В	460	300
	Номинальная частота вращения, об/мин	1474	1465
	Масса, кг	640	660
	Удельная мощность, кВт/кн	0,172	0,182
	Исполнение двигателя	Закрытое с внешним обдувом	С самовентилиацией
	тиристорного импульсного преобразователя	Номинальная мощность, кВт·А	190
Номинальное напряжение, В		460	550
Размеры, мм		2350×430×660	2350×430×660
Масса, кг		500	450
Количество силовых тиристоров		18	14
Мощность преобразователя для питания СУ, В·А		170	не более 60

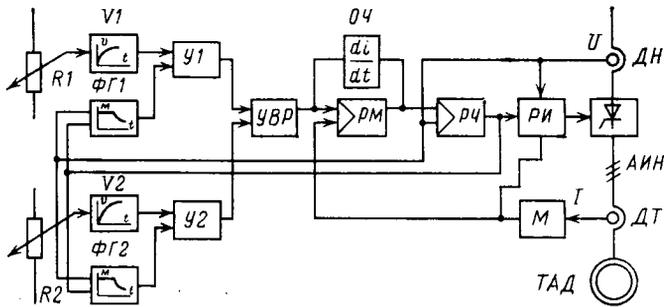


Рис. 3. Структурная схема САУ троллейбуса фирмы Strömberg

сособом за счет изменения фазового сдвига между моментами включения главных и коммутирующих тиристоров (коммутирующие тиристоры на схеме не показаны). Если в процессе рекуперативного торможения напряжение в контактной сети превысит 750 В, то следящая система автоматического регулирования обеспечивает переход привода в режим резисторного торможения путем подачи управляющих импульсов на тормозные тиристоры преобразователя VS3, VS4.

В отличие от используемых в настоящее время ТАП с инвертором тока использование в схеме МЭИ регулятора, симметричного относительно контактной сети, позволяет применить простейшее устройство ограничения коммутационных напряжений (УОКН) на тиристорах инвертора.

Для удобства сравнения приведенных вариантов ТАП троллейбусов технико-экономические показатели частотного преобразователя с реверсивным регулятором тока также приведены в таблице.

Эффективность применения того или иного ТАП на городском электрическом транспорте зависит от совершенства применяемых систем управления (СУ), которые должны выполняться как единое целое с системами автоматики и цепями управления подвижного состава. Это позволит учесть специфические ограничения по предельным режимам использования ТАД и другого электрооборудования, а также осуществлять оптимальное регулирование по критериям достижения наилучших электроэнергетических и тягово-эксплуатационных показателей.

В самом общем случае назначение системы управления ТАП сводится к следующему: сбор информации о ходе управляющих процессов и явлений, влияющих на этот ход; анализ полученной информации, ее обработка и определение алгоритма управления, отвечающего текущим значениям входных параметров; осуществление установленного алгоритма изменения управляющего процесса.

В процессе автоматического регулирования режим работы ТАД характеризуется развиваемым тяговым усилием (моментом) при некоторой частоте вращения. Система управления, сравнивая заданные значения момента и частоты вращения с действительными, вырабатывает управляющие воздействия на соответствующие параметры для реализации заданного закона регулирования ТАД. Системы управления, применяемые в настоящее время на городском электрическом транспорте, отличаются в основном выбором величин, используемых для вычисления момента, так как измерить момент непосредственно не представляется возможным. Для выполнения перечисленных функций СУ в зависимости

от степени автоматизации должна включать следующие составляющие:

входную часть с датчиками регулируемых параметров; измерители регулируемых величин; устройства предварительной обработки информации;

логическую часть (решающие устройства), которая осуществляет обработку информации, поступающей из входной части, и вырабатывает сигналы управления в соответствии с заложенными в ней алгоритмами управления, распределяя импульсы управления во времени и по соответствующим выходным каналам;

выходную часть, являющуюся усилительно-преобразовательным устройством, которая обычно состоит из выходных усилителей — формирователей импульсов управления — и включает в себя гальванические развязки с силовым блоком ТАП.

Необходимыми требованиями к системам автоматического регулирования являются:

1. Обеспечение пуска и разгона ТАД с заданным ускорением, регулирование скорости в заданных пределах и стабилизация скорости на уровне установленного ограничения.

2. Если подвижной состав имеет несколько ТАД, то система управления должна обеспечивать их равномерную нагрузку и пофазовое регулирование.

3. Система управления должна обеспечивать ограничение большого количества параметров (значительно больше, чем на общепромышленных приводах): по мощности преобразователя и ТАД, по сцеплению, по динамическим факторам, по напряжению ТАД, по скорости и т. п. Многие из этих ограничений подвержены влиянию случайных факторов.

4. Системы управления должны обеспечивать защиту электрооборудования и преобразователей от коротких замыканий, перегрузок, перенапряжений, юза, боксования, срывов инвертора и т. д.

На рис. 3 показана структурная схема системы управления троллейбуса фирмы Strömberg. Тяговая педаль связана с потенциометром  $R_1$ , с которого снимается напряжение, пропорциональное требуемой силе тяги. Возможные резкие колебания уставки сглаживаются интегратором  $I_1$ . Ограничение предельного вращающего момента обеспечивается функциональным генератором  $\PhiГ$  через умножитель  $У_1$ . Аналогично построен канал задания тормозного усилия от потенциометра  $R_2$ . Устройство выбора режима  $УВР$  определяет, в каком режиме функционирует ТАП (тяга или торможение). Сигнал заданного момента подается на регулятор момента  $РМ$ , где он сравнивается с сигналом, пропорциональным действительному вращающему моменту ТАД, поступающему по цепи обратной связи, и выдается соответствующая команда регулирования частоты. Ограничитель частоты  $ОЧ$  служит для ограничения скорости, изменения частоты в целях предотвращения юза и боксования. Полученный сигнал поступает в регулятор частоты  $РЧ$ , который переводит ТАД в режим торможения при значительном снижении напряжения в звене постоянного тока, например, при исчезновении питающего напряжения. Выходное напряжение  $РЧ$  является окончательным эталонным значением, которое преобразуется в управляющие импульсы регулятором инвертора  $РИ$ . Несмотря на кажущуюся простоту структурной схемы, техническая реализация этой системы управления оказывается довольно сложной, так как вычисление сигнала, пропорционального реальному моменту ТАД, вызывает определенные трудности.



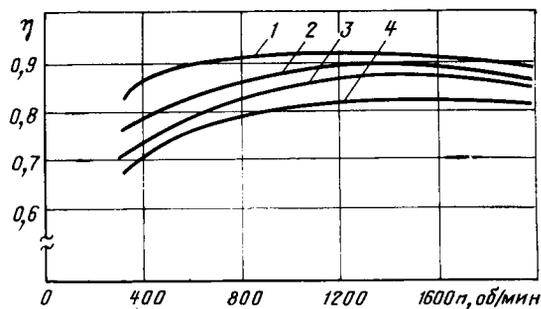


Рис. 5. Зависимости к. п. д. тягового двигателя и привода троллейбуса от частоты вращения ротора:

1 — асинхронного двигателя при питании от инвертора тока; 2 — двигателя постоянного тока; 3 — тиристорно-импульсной системы управления с двигателем постоянного тока; 4 — тягового асинхронного привода

исследования САР на базе закона регулирования по минимуму тока статора показали его существенные недостатки в переходных режимах работы (повторные пуски, резкие изменения уставки и т. п.).

Во второй стадии исследования были получены более приемлемые динамические характеристики. В этом случае САР, разработанная на кафедре электрического транспорта МЭИ, была выполнена при законе регулирования с постоянством потокосцепления ротора. Проводимые ходовые испытания троллейбуса покажут ее преимущества и недостатки. В целом же следует сказать, что в тяжелых динамических режимах, имеющих место в электрической тяге, возникают сложные неустановившиеся процессы и выявление оптимального закона регулирования САР потребует дальнейших значительных теоретических и экспериментальных исследований.

По важнейшему из параметров принципиально нового ТАП — энергетическому показателю — завершены стендовые исследования в лабораторных условиях кафедры электрического транспорта МЭИ. По итогам проведенных стендовых испытаний построены кривые к.п.д. (рис. 5), которые позволяют сделать следующие выводы.

Максимальный (или номинальный) к.п.д. ТАД типа МАП-622-4 (кривая 1) в условиях регулируемой частоты (при заданном законе регулирования) находится в пределах от 0,92 до 0,93, что практически идентично к.п.д. в режиме синусоидального тока при  $f=50$ . Приведенный для сравнения к.п.д. двигателя постоянного тока типа ДК-211Б, применяемого на серийных троллейбусах (кривая 2), несколько ниже значений кривой 1 и составляет около 0,9. Коэффициент полезного действия системы ТАП (тяговый асинхронный короткозамкнутый двигатель, регулятор напряжения и инвертор тока) находится (кривая 4) в пределах от 0,82 до 0,83. Суммарный к.п.д. системы ТАП ниже на 3—4 % к.п.д. привода ТЭД постоянного тока с тиристорно-импульсным регулятором напряжения (кривая 3), однако при обеих системах электронного управления достигается снижение расхода электроэнергии на движение троллейбуса по сравнению с существующей резисторно-контактной системой, на 25—30 %.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефремов И. С., Косарев Г. В. Теория и расчет троллейбусов. (Электрическое оборудование). — М.: Высшая школа, 1981.
2. Тиристорные преобразователи частоты в электроприводе/А. Я. Бернштейн, Ю. М. Гусяцкий, А. В. Кудрявцев, Р. С. Сарбатов. — М.: Энергия, 1980.

[06.03.84]

УДК 621.331:621.314.26

## Стабильность частоты выходного напряжения автономных транспортных систем электроснабжения

ИНЬКОВ Ю. М., доктор техн. наук

В автономных транспортных системах электроснабжения, в том числе и на автономном подвижном составе с электрической передачей переменного тока в качестве первичных источников электроэнергии широко применяются синхронные генераторы, напряжение которых имеет частоту от 100 до 400 Гц. В таких системах потребители переменного тока, как правило, меньшей частоты подключают к генератору через статические преобразователи частоты. В том случае, если частота переменного тока потребителей примерно на порядок ниже, чем частота напряжения генератора, наиболее высокими технико-экономическими показателями обладают непосредственные преобразователи частоты (НПЧ) с естественной коммутацией тока [1], особенностью которых является дискретность изменения частоты выходного напряжения.

Особенно выигрышно по сравнению с другими типами преобразователей применение НПЧ в бортовых системах электроснабжения, в которых частота напряжения генератора изменяется в широких пределах, а напряжение ряда потребителей (например, гироскопов, летательных аппаратов, люминесцентных ламп и т. п.) должно иметь стабильную частоту. Достаточно

жесткие требования предъявляют и к преобразователям частоты для централизованного электроснабжения пассажирских поездов от автономных локомотивов [2], где по условиям ограничения мешающего воздействия преобразователя на рельсовые цепи СЦБ частота выходного напряжения НПЧ должна быть на любой позиции контроллера машиниста стабилизирована с точностью  $\pm 5\%$ , причем постоянная составляющая в кривой выходного напряжения преобразователя должна быть минимальной.

Наряду с внешней и регулировочной характеристиками — одним из важнейших показателей НПЧ, во многом определяющим энергетику и производительность питающихся через него механизмов и машин, является стабильность выходного напряжения преобразователя. При этом для преобразователей частоты стабильность выходного напряжения должна быть определена как по уровню, так и по частоте.

Выходное напряжение НПЧ является функцией напряжения на входе преобразователя, способа регулирования и точности системы управления преобразователя, фазового угла нагрузки и зависит также от струк-

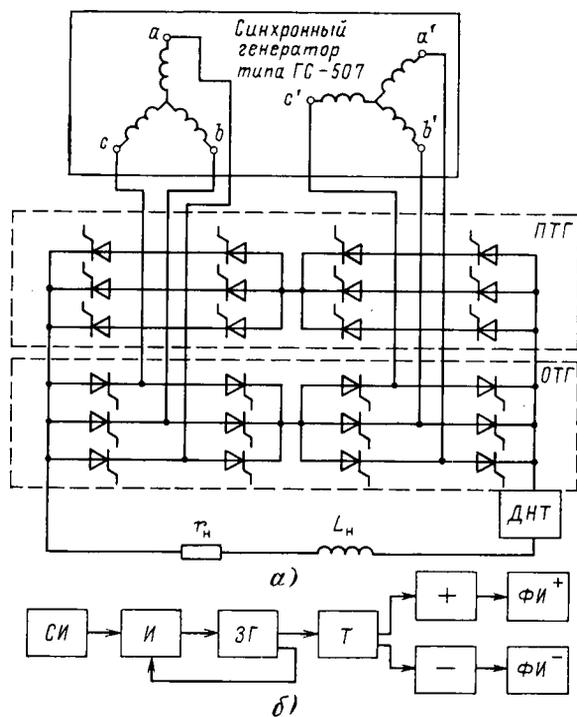


Рис. 1. Принципиальная схема силовых цепей (а) и структурная схема цепей управления (б) преобразователя частоты типа ПЧТ-IV2 для централизованного электроснабжения пассажирских поездов:

ПТГ — положительная токосборная группа; ОТГ — отрицательная токосборная группа; ДНТ — датчик нулевого значения тока

туры силовых цепей преобразователя. Так как частота и уровень входного напряжения и фазовый угол нагрузки есть величины случайные, то и выходное напряжение НПЧ также будет случайной величиной и для его анализа необходимо использовать методы теории вероятностей.

Применительно к НПЧ, установленному в системе централизованного электроснабжения пассажирских поездов, вероятностный анализ стабильности уровня этого выходного напряжения выполнен в [3].

Данная статья посвящена анализу стабильности частоты выходного напряжения такого преобразователя, схема силовых цепей которого приведена на рис. 1, а.

В НПЧ с естественной коммутацией тока [2, 4] применяются асинхронные и синхронные системы управления. В первом случае кривая выходного напряжения преобразователя не синхронизирована с кривой его входного напряжения, и поэтому вследствие дискретности формирования выходного напряжения при любой степени стабилизации задающего устройства в системе управления возможны колебания выходной частоты, которые будут увеличиваться с уменьшением частоты входного напряжения.

В синхронных системах управления имеется четкая фиксация между определенными точками кривых входного и выходного напряжения НПЧ, что позволяет обеспечить идентичность полуволн выходного напряжения при высокой степени стабилизации его частоты.

Один из возможных путей реализации алгоритма управления, при котором система управления фиксирует моменты пересечения кривых фазных напряжений генератора (точек начала естественной коммутации вен-

тилей НПЧ), пояснен на примере структурной схемы, изображенной на рис. 1, б и примененной в установке для централизованного электроснабжения поезда от автономного локомотива. Однако методика анализа стабильности частоты выходного напряжения и результаты этого анализа справедливы для любой автономной энергетической системы с синхронным генератором и НПЧ с естественной коммутацией тока.

В такой системе фиксация точек начала естественной коммутации вентиля и выработка начинающихся в этих точках синхронизирующих импульсов осуществляется синхронизатором импульсов СИ, подключенным к выходным зажимам генератора типа ГС-507. Первый из этих импульсов запускает выполненный на базе одновибратора задающий генератор ЗГ, который, отработав определенное время, возвращается в исходное состояние. Обратная связь с выхода ЗГ на вход логической схемы «И» разрешает новое включение ЗГ в следующий момент появления импульса на выходе СИ. В течение интервала включенного состояния ЗГ выходные импульсы СИ не оказывают влияния на работу ЗГ, поскольку его вход заблокирован запрещающим сигналом «И». После пересчета триггером Т импульсы, разрешающие формирование полуволн выходного тока положительной «+» и отрицательной «-» полярности, поступают на входы соответствующих формирователей импульсов ФИ<sup>+</sup> и ФИ<sup>-</sup> для токосборных групп силовых цепей НПЧ.

Диаграмма изменения выходной частоты преобразователя типа ПЧТ-IV2 с данным алгоритмом управления при плавном изменении частоты генератора типа ГС-507 представлена на рис. 2. Как видно из диаграммы, при условии формирования полупериода выходного напряжения преобразователя из конкретного числа пульсаций эквивалентного выпрямителя между частотами входного и выходного напряжения существует прямая пропорциональная зависимость, а переход на каждую очередную ступень соотношения частот происходит в момент достижения выходной частоты своего значения «уставки», т. е. частота выходного напряжения преобразователя представляет собой разрывную кусочно-линейную функцию от частоты входного напряжения.

Частота вращения вала дизеля и соответственно частота напряжения связанного с ним поездного генератора (частота напряжения на входе НПЧ), как известно, на любой фиксированной позиции контроллера машиниста могут случайным образом отклоняться от номинального для данной позиции значения.

Например, на 10-й позиции (рис. 2) частота входного напряжения НПЧ может принимать любое значение из диапазона  $77 \pm 2$  Гц.

Частота выходного напряжения преобразователя в заданном диапазоне изменения частоты входного напряжения может быть задана как:

$$y = \varphi(x) = \begin{cases} \frac{2}{9} x & \text{при } x_m < x < x_n; \\ \frac{3}{14} x & \text{при } x_n < x < x_m, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_m$  и  $x_n$  — соответственно минимальная и максимальная частота входного напряжения на 10-й позиции контроллера;  $x_m = 75$  Гц;  $x_n = 79$  Гц;  $x_n$  — частота «переключения», соответствующая переходу на смежную (следующую по пульсации) полуволну выходного на-

пряжения, в данном случае от полуволны с 27 пульсациями к полуволне с 28 пульсациями; тогда  $x_{\text{п}} = 76,5$  Гц.

В связи с тем, что частота входного напряжения преобразователя есть случайная величина, характеризующая плотностью распределения  $f_x(t)$ , то случайной будет и частота выходного напряжения как функция случайного аргумента. Определим закон и числовые характеристики распределения величины  $y$ , для чего представим частоту  $x$  входного напряжения как результат смешивания двух составляющих  $x' < x_{\text{п}}$  и  $x'' > x_{\text{п}}$  соответственно с вероятностями  $p'$  и  $p'' = 1 - p'$ , т. е.

$$x = \begin{cases} x' & \text{с вероятностью } p'; \\ x'' & \text{с вероятностью } p'' = 1 - p', \end{cases} \quad (2)$$

где  $x' < x_{\text{п}} < x''$ ;

$$p' = P \{x < x_{\text{п}}\} = \int_{-\infty}^{x_{\text{п}}} f_x(t) dt. \quad (3)$$

Распределение отдельных составляющих частоты  $x$  является в этом случае усечением полного распределения этой частоты. Плотности  $f_{x'}(t)$  и  $f_{x''}(t)$  найдем на основании известных соотношений [5]:

$$f_{x'}(t) = \begin{cases} \frac{1}{p'} f_x(t) & \text{при } t < x_{\text{п}}; \\ 0 & \text{при } t > x_{\text{п}}; \end{cases} \quad (4)$$

$$f_{x''}(t) = \begin{cases} \frac{1}{p''} f_x(t) & \text{при } t > x_{\text{п}}; \\ 0 & \text{при } t < x_{\text{п}}. \end{cases} \quad (5)$$

Частота  $y$  выходного напряжения преобразователя также является результатом смешивания двух составляющих  $y'$  и  $y''$ , т. е.

$$y = \begin{cases} y' & \text{с вероятностью } p'; \\ y'' & \text{с вероятностью } p'' = 1 - p', \end{cases} \quad (6)$$

где  $y' = \varphi(x')$ , а  $y'' = \varphi(x'')$ .

С учетом соотношений (1) и (2)

$$y = \begin{cases} \frac{2}{9} x & \text{с вероятностью } p'; \\ \frac{3}{14} x & \text{с вероятностью } p''. \end{cases} \quad (7)$$

Таким образом мы представили каждую из составляющих  $y$  в виде линейной функции соответствующей составляющей  $x$ . Законы распределения составляющих  $y$  можно определить как распределение линейной функции случайного аргумента [6]:

$$f_{y'}(t) = \frac{9}{2} f_{x'}\left(\frac{9}{2}t\right) = \begin{cases} \frac{9}{2p'} f_x\left(\frac{9}{2}t\right) & \text{при } t < \frac{2}{9} x_{\text{п}}; \\ 0 & \text{при } t > \frac{2}{9} x_{\text{п}}; \end{cases} \quad (8)$$

$$f_{y''}(t) = \frac{14}{3} f_{x''}\left(\frac{14}{3}t\right) = \begin{cases} \frac{14}{3p''} f_x\left(\frac{14}{3}t\right) & \text{при } t > \frac{3}{14} x_{\text{п}}; \\ 0 & \text{при } t < \frac{3}{14} x_{\text{п}}. \end{cases} \quad (9)$$

Результирующий закон распределения частоты выходного напряжения в соответствии с (6) можно пред-

ставить в виде [7]:

$$f_y(t) = p' f_{y'}(t) + p'' f_{y''}(t). \quad (10)$$

Дисперсию  $D_y$  определим по известному соотношению:

$$D_y = M_y - m_y^2, \quad (11)$$

где  $M_y$  — математическое ожидание квадрата частоты выходного напряжения или, иначе, ее второй начальный момент;  $m_y$  — математическое ожидание частоты выходного напряжения.

На основании теоремы о полном математическом ожидании запишем:

$$m_y = p' m_y' + p'' m_y''; \quad (12)$$

$$M_y = p' M_y' + p'' M_y'', \quad (13)$$

где  $m_y'$ ,  $m_y''$ ,  $M_y'$ ,  $M_y''$  — соответственно математические ожидания и вторые начальные моменты составляющих  $y$ .

Поскольку составляющие  $y$  являются линейными функциями соответствующих составляющих  $x$ , то названные числовые характеристики составляющих  $y$  можно выразить через соответствующие числовые характеристики составляющих  $x$ :

$$m_y' = \frac{2}{9} m_x'; \quad (14)$$

$$m_y'' = \frac{3}{14} m_x''; \quad (15)$$

$$M_y' = \left(\frac{2}{9}\right)^2 M_x'; \quad (16)$$

$$M_y'' = \left(\frac{3}{14}\right)^2 M_x''. \quad (17)$$

Числовые характеристики составляющих  $x$  выразим с помощью соотношений (4) и (5) через плотность распределения  $x$ :

$$m_x' = \int_{-\infty}^{\infty} t f_{x'}(t) dt = \frac{1}{p'} \int_{-\infty}^{x_{\text{п}}} t f_x(t) dt; \quad (18)$$

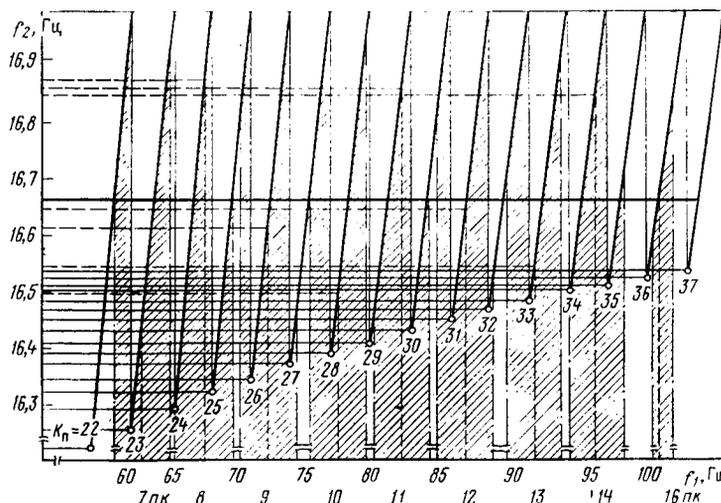


Рис. 2. Диаграмма изменения частоты  $f_2$  выходного напряжения преобразователя;  $f_1$  — частота входного напряжения преобразователя; ПК — позиция контроллера машиниста тепловоза

$$M'_x = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f_x(t) dt = \frac{1}{p'} \int_{-\infty}^{x_{п}} t^2 f_x(t) dt; \quad (19)$$

$$m''_x = \frac{1}{p''} \int_{x_{п}}^{\infty} t f_x(t) dt; \quad (20)$$

$$M''_x = \frac{1}{p''} \int_{x_{п}}^{\infty} t^2 f_x(t) dt. \quad (21)$$

Таким образом, для определения закона и числовых характеристик распределения частоты выходного напряжения преобразователя на любой позиции контроллера машиниста необходимо знать плотность распределения частоты входного напряжения на этой позиции контроллера.

Для того, чтобы оценить степень влияния вида закона распределения величины  $x$  на законы и числовые характеристики распределения величины  $y$ , рассмотрим на примере работы преобразователя на 10-й позиции контроллера машиниста два закона распределения величины  $x$  — нормальный и равномерный.

► Пусть в первом случае величина  $x$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $m_{1x}$ , равным номинальному значению частоты на 10-й позиции, и средним квадратическим отклонением  $\sigma_{1x}$ , определяемым по правилу «3σ», считая область допуска этой частоты интервалом ее практически возможных значений, т. е.

$$f_{1x}(t) = \frac{1}{\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right], \quad (22)$$

где  $m_{1x} = 77$  Гц;  $\sigma_{1x} \approx 0,667$  Гц.

В соответствии с выражением (3) имеем

$$p'_1 = \frac{1}{\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_{п}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}}} \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt = \Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right), \quad (23)$$

где  $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt$  — табулированная нормальная функция распределения с  $m_x = 0$  и  $\sigma_x = 1$ .

На основании соотношений (8) и (9) для плотности распределения составляющих  $y$  запишем:

$$f_{1y}(t) = \begin{cases} \frac{4,5 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{4,5t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right]}{\sigma_{1x} \Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \sqrt{2\pi}} & \text{при } t < \frac{2}{9} x_{п}; \\ 0 & \text{при } t > \frac{R}{9} x_{п}; \\ \frac{14 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{14/3t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right]}{3\sigma_{1x} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \right] \sqrt{2\pi}} & \text{при } t > \frac{3}{14} x_{п}; \\ 0 & \text{при } t < \frac{3}{14} x_{п} \end{cases}$$

В соответствии с выражением (10) для результирующего закона распределения имеем:

$$f_{1y}(t) = \begin{cases} \frac{4,5}{\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{4,5t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] & \text{при } t < \frac{3}{14} x_{п}; \\ \frac{1}{\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \left\{ 4,5 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{4,5t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] + \frac{14}{3} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{14/3t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] \right\} & \text{при } \frac{3}{14} x_{п} < t < \frac{2}{9} x_{п}; \\ \frac{14}{3\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{14/3t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] & \text{при } t > \frac{2}{9} x_{п}. \end{cases} \quad (24)$$

По формулам (18) и (19) найдем:

$$m'_{1x} = \frac{1}{\Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)} \int_{-\infty}^{x_{п}} \frac{t}{\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] dt = \frac{m_{1x}}{\Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{\frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}}} \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt + \frac{\sigma_{1x}}{\Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{\frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}}} t \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt = m_{1x} - \frac{\sigma_{1x} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right]}{\Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \sqrt{2\pi}};$$

$$M'_{1x} = \frac{1}{\Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)} \int_{-\infty}^{x_{п}} \frac{t^2}{\sigma_{1x} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right] dt \times \int_{-\infty}^{\frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}}} (m_{1x} + t\sigma_{1x})^2 \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) dt = m_{1x}^2 + \sigma_{1x}^2 - \frac{\sigma_{1x} (m_{1x} + x_{п})}{\Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right].$$

Аналогично по формулам (20) и (21) получим:

$$m''_{1x} = m_{1x} + \frac{\sigma_{1x} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right)^2 \right]}{\left[ 1 - \Phi \left( \frac{x_{п} - m_{1x}}{\sigma_{1x}} \right) \right] \sqrt{2\pi}};$$

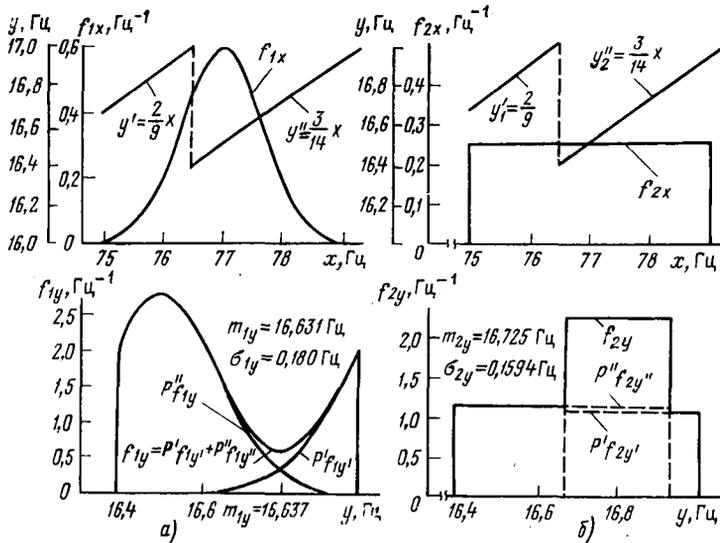


Рис. 3. Плотности распределения частоты выходного напряжения преобразователя при нормальном (а) и равномерном (б) распределении частоты входного напряжения преобразователя (на 10-й позиции)

$$M''_{1x} = m_{1x}^2 + \sigma_{1x}^2 + \frac{\sigma_{1x}(m_{1x} + x_{\Pi})}{\left[1 - \Phi\left(\frac{x_{\Pi} - m_{1x}}{\sigma_{1x}}\right)\right] \sqrt{2\pi}} \times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{\Pi} - m_{1x}}{\sigma_{1x}}\right)^2\right].$$

Подставляя в полученные для  $m'$ ,  $m''$ ,  $M'$ ,  $M''$  выражения численные значения входящих в них параметров, получим:  $m'_{1x} \approx 76,114$  Гц;  $m''_{1x} \approx 77,260$  Гц;  $M'_{1x} \approx 5793,421$  Гц<sup>2</sup>;  $M''_{1x} \approx 5969,298$  Гц<sup>2</sup>.

На основании соотношений (14) — (17) запишем для числовых характеристик составляющих частоты выходного напряжения:  $m'_{1y} = 16,914$  Гц;  $m''_{1y} = 16,556$  Гц;  $M'_{1y} = 286,095$  Гц<sup>2</sup>;  $M''_{1y} = 274,100$  Гц<sup>2</sup>.

И, наконец, в соответствии с выражениями (11) — (13) найдем для случая нормального распределения частоты входного напряжения НПЧ:  $m_{1y} = 16,637$  Гц;  $D_{1y} = 0,0324$  Гц;  $M_{1y} = 276,818$  Гц<sup>2</sup>;  $\sigma_{1y} = \sqrt{D_{1y}} = 0,180$  Гц.

В случае равномерного распределения частоты входного напряжения преобразователя в поле ее допуска, т. е. в интервале от  $x_m = 75$  Гц до  $x_M = 79$  Гц, имеем:

$$x_{2x}(t) = \begin{cases} \frac{1}{x_M - x_m} & \text{при } x_m < t < x_M; \\ 0 & \text{при } t < x_m \text{ и } t > x_M \end{cases} \quad (25)$$

Для рассматриваемой позиции контроллера:

$$\left. \begin{aligned} m_{2x} &= \frac{x_M + x_m}{2} = 77 \text{ Гц;} \\ \sigma_{2x} &\approx \frac{x_M - x_m}{2\sqrt{3}} = 1,155 \text{ Гц.} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

В соответствии с выражением (3) запишем:

$$P'_2 = \int_{-\infty}^{x_{\Pi}} f_{2x}(t) dt = \frac{1}{x_M - x_m} \int_{x_m}^{x_{\Pi}} dt = \frac{x_{\Pi} - x_m}{x_M - x_m}.$$

В этом случае выражения (8) и (9) примут вид:

$$f_{2y'}(t) = \begin{cases} \frac{9(x_M - x_m)}{2(x_{\Pi} - x_m)(x_M - x_m)} = \frac{4,5}{x_{\Pi} - x_m} & \text{при } \frac{2}{9}x_m < t < \frac{9}{2}x_{\Pi}; \\ 0 & \text{при } t < \frac{2}{9}x_m \text{ и } t > \frac{9}{2}x_{\Pi} \end{cases}$$

$$f_{2y''}(t) = \begin{cases} \frac{14}{3(x_M - x_{\Pi})} & \text{при } \frac{3}{14}x_{\Pi} < t < \frac{3}{14}x_M; \\ 0 & \text{при } t < \frac{3}{14}x_{\Pi} \text{ и } t > \frac{3}{14}x_M. \end{cases}$$

Плотность распределения частоты выходного напряжения преобразователя в соответствии с соотношением (10) при равномерном распределении частоты входного напряжения может быть представлена в виде:

$$f_{2y}(t) = \begin{cases} \frac{14}{3(x_M - x_m)} & \text{при } \frac{3}{14}x_{\Pi} < t < \frac{2}{9}x_m; \\ \frac{55}{6(x_M - x_m)} & \text{при } \frac{2}{9}x_m < t < \frac{3}{14}x_M; \\ \frac{9}{2(x_M - x_m)} & \text{при } \frac{3}{14}x_M < t < \frac{2}{9}x_{\Pi}; \\ 0 & \text{при } t < \frac{3}{14}x_{\Pi} \text{ и } t > \frac{2}{9}x_{\Pi}. \end{cases} \quad (27)$$

При численных значениях  $x_m = 75$  Гц,  $x_{\Pi} = 76,5$  Гц и  $x_M = 79$  Гц имеет место следующее соотношение

$$\frac{3}{14}x_{\Pi} < \frac{2}{9}x_m < \frac{3}{14}x_M < \frac{2}{9}x_{\Pi}.$$

Математическое ожидание  $m_{2x}$  и второй начальный момент  $M_{2x}$  в соответствии с формулами (18) и (19)

$$m'_{2x} = \frac{x_M - x_m}{(x_{\Pi} - x_m)(x_M - x_m)} \int_{x_m}^{x_{\Pi}} t dt = \frac{x_{\Pi} + x_m}{2} = 75,75 \text{ Гц;}$$

$$M'_{2x} = \frac{x_M - x_m}{(x_{\Pi} - x_m)(x_M - x_m)} \int_{x_m}^{x_{\Pi}} t^2 dt = \frac{x_{\Pi}^3 - x_m^3}{3(x_{\Pi} - x_m)} = 5738,25 \text{ Гц}^2.$$

Аналогично в соответствии с формулами (20) и (21) имеем:

$$m''_{2x} = \frac{x_M + x_{\Pi}}{2} = 77,75 \text{ Гц;}$$

$$M''_{2x} = \frac{x_M^2 + x_M x_{\Pi} + x_{\Pi}^2}{3} = 6045,583 \text{ Гц}^2.$$

Числовые характеристики составляющих частоты выходного напряжения в соответствии с соотношениями (14) — (17) будут равны:  $m_{2y} \approx 16,833$  Гц;  $m''_{2y} \approx 16,661$  Гц;  $M_{2y} \approx 283,370$  Гц<sup>2</sup>;  $M''_{2y} \approx 277,603$  Гц<sup>2</sup>.

Окончательно при равномерном распределении частоты входного напряжения на основании выражений (11) — (13) определим числовые характеристики частоты выходного напряжения:  $m_{2y} \approx 16,725$  Гц;  $M_{2y} \approx 279,766$  Гц<sup>2</sup>;  $D_{2y} \approx 0,0254$  Гц<sup>2</sup>;  $\sigma_{2y} \approx 0,1594$  Гц.

На рис. 3 приведены плотности распределения частот выходного напряжения преобразователя, полученные при нормальном ( $f_{1y}$ ) и равномерном ( $f_{2y}$ ) распределении частоты входного напряжения.

Сравнивая кривые  $f_{1y}$  и  $f_{2y}$ , а также приведенные числовые характеристики для нормального и равно-

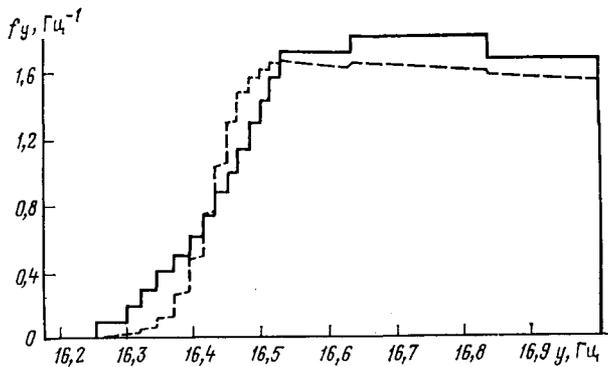


Рис. 4. Плотности распределения частоты выходного напряжения преобразователя при возможном диапазоне изменения частоты входного напряжения:

----- нормальное распределение частоты входного напряжения;  $m_{1x} = 81,5$  Гц;  $\sigma_{1x} = 6,667$  Гц;  $m_{1y} = 16,7076$  Гц;  $\sigma_{1y} = 0,1694$  Гц; ——— равномерное распределение частоты входного напряжения;  $m_{2x} = 81,5$  Гц;  $\sigma_{2x} = 11,547$  Гц;  $m_{2y} = 16,707$  Гц;  $\sigma_{2y} = 0,2052$  Гц.

мерного распределения частоты выходного напряжения преобразователя, можно отметить существенное влияние вида закона распределения частоты входного напряжения на закон и числовые характеристики распределения частоты выходного напряжения. Выбирая в качестве меры расхождения результатов полусумму средних квадратических отклонений, т. е.  $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{1y} + \sigma_{2y}}{2}$ ,

получим, что расхождение между математическими ожиданиями составляет 51,9 %  $\bar{\sigma}$ , а расхождение между средними квадратическими отклонениями — 12,4 %  $\bar{\sigma}$ .

Интересно отметить при этом, что если при обоих законах распределения частоты входного напряжения математические ожидания были одинаковыми, то математические ожидания частоты выходного напряжения оказались различными. Кроме того, среднее квадратическое отклонение частоты входного напряжения при нормальном законе ее распределения было значительно меньше среднего квадратического отклонения ее при равномерном законе распределения (0,667 Гц и 1,155 Гц соответственно), а среднее квадратическое отклонение частоты выходного напряжения при нормальном распределении частоты входного напряжения оказалось больше на 6 %  $\bar{\sigma}$ , чем при равномерном распределении.

Однако в любом случае применительно к преобразователю частоты типа ПЧТ-IV2 можно утверждать, что если область разброса частоты входного напряжения лежит выше 59,9 Гц, то значения выходной частоты

будут заключены в диапазоне от 16,23 до 17 Гц, что допустимо в соответствии с техническими условиями на данный преобразователь [8].

Аналогично были получены приведенные на рис. 4 плотности распределения частоты выходного напряжения преобразователя для всего диапазона изменения частоты входного напряжения. При этом оказалось, что при одном и том же математическом ожидании частоты входного напряжения квадратическое отклонение ее в случае нормального распределения почти вдвое меньше, чем при равномерном распределении (6,667 Гц и 11,547 Гц соответственно). В то же время при практически одинаковых математических ожиданиях частоты выходного напряжения величина среднего квадратического отклонения ее при нормальном распределении оказалась на 9 % меньше, чем при равномерном. Однако и в этом случае возможные значения частоты выходного напряжения будут заключены в диапазоне от 16,25 до 17,0 Гц.

Таким образом, анализ стабильности частоты выходного напряжения в автономной энергетической системе, в том числе и транспортной, содержащей многофазный синхронный генератор и непосредственный преобразователь частоты с естественной коммутацией тока и синхронной системой управления, показал, что при значительном разбросе входной частоты синхронная система управления оказывает стабилизирующее воздействие на частоту выходного напряжения НПЧ. С уменьшением разброса входной частоты это воздействие уменьшается и даже может переходить в дестабилизирующее.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ровинский П. А., Тикан В. А. Вентильные преобразователи частоты без звена постоянного тока. — Л.: Наука, 1965.
2. Проблема централизованного электроснабжения пассажирских поездов при электрической и тепловозной тяге/Ю. П. Григорьев, Ю. М. Иньков, З. С. Иоспа, В. П. Феоктистов. Электричество, № 6, 1971.
3. Вотчицев Г. М., Иньков Ю. М., Исаев И. П. Оценка стабильности выходного напряжения автономных транспортных систем энергоснабжения с вентильными преобразователями частоты. — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 5.
4. Иньков Ю. М. Вентильные преобразователи частоты с непосредственной связью. — М.: Информэлектро, 1974.
5. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и контроля надежности. — М.: Советское радио, 1968.
6. Хан Г., Шапиро С. Статистические методы в инженерных задачах. — М.: Мир, 1969.
7. Виноградов Ю. С. Математическая статистика и ее применение в текстильном производстве. М.: Легкая индустрия, 1970.
8. Köhler K. Die Einrichtungen zur zentralen Energieversorgung des Zuges auf den Diesellokomotiven der Baureihe 132. Teil I—II. — Bestell, Nr. 4—1.75, 275.

[29.08.83]

УДК 621.335.2.001.57

## Особенности моделирования работы электровоза ВЛ80Р при амплитудно-фазовом регулировании

АСАНОВ Т. К., канд. техн. наук, ФРОЛОВ А. В., канд. техн. наук  
Москва

Тиристорная преобразовательная установка электроваза ВЛ80Р обеспечивает плавное межступенчатое (амплитудно-фазовое) регулирование выпрямленного напряжения. Это позволяет реализовать необходимую

скорость движения, улучшить тяговые характеристики и выбрать наиболее оптимальный режим ведения поезда [1, 2]. Поддержание необходимой скорости в соответствии с графиком движения и повышение силы тяги,

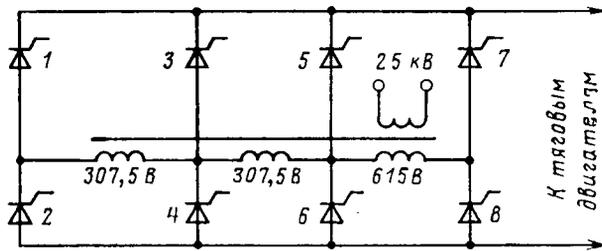


Рис. 1. Структурная схема преобразовательной установки электровоза с амплитудно-фазовым регулированием

вследствие применения амплитудно-фазового регулирования, а также возможность применения рекуперативного торможения являются существенными преимуществами электровоза ВЛ80Р.

Однако, наряду с этими важными преимуществами, он имеет и некоторые отрицательные особенности при работе в неполной зоне регулирования. Ухудшается спектральный состав тока и напряжения на токоприемнике локомотива, понижается коэффициент мощности электровоза  $\lambda_3$ , возрастает уровень мешающих влияний на смежные линии связи и СЦБ [1, 2].

Существующие методики расчета не дают возможность проводить достаточно полный анализ электромагнитных процессов в системе электрической тяги при плавном межступенчатом регулировании. В связи с этим необходимо разработать математическую модель электровоза ВЛ80Р, позволяющую исследовать особенности процессов в неполной зоне регулирования, т. е. при амплитудно-фазовом регулировании.

Принцип работы восьмиплечевой схемы преобразователя (рис. 1) электровоза ВЛ80Р изложен в [1, 2]. Как следует из [1, 2], в процессе пуска и в целом при эксплуатации электровоз ВЛ80Р работает в режимах с неполной зоной регулирования, когда одновременно действуют шесть групп тиристорной преобразовательной установки в восьмиплечевой мостовой схеме. В этих режимах в моменты подачи импульсов управления, приводящих к одновременной работе шести групп тиристорной преобразовательной установки, происходит автоматическое и практически мгновенное изменение числа витков вторичной обмотки тягового трансформатора. Соответственно происходит изменение ее индуктивности  $L_2$  и активного сопротивления  $R_2$ .

Математическая модель электровоза должна учитывать отмеченные особенности работы преобразовательной установки и изменения индуктивности  $L_2$  и сопротивления  $R_2$  трансформатора. При этом, во-первых, отметим, что основную сложность представляет моделирование характера изменения числа витков вторичной обмотки. Возможность воспроизведения резкого изменения величин  $L_2$  и  $R_2$  позволяет представить преобразовательную установку в виде обычной четырехплечевой мостовой схемы (рис. 2), так как на неполной зоне регулирования в одной части полупериода работают четыре группы тиристорной преобразовательной установки, определяющие одну (предыдущую) полную зону, а в другой части полупериода работают другие четыре группы тиристорной преобразовательной установки, определяющие другую (последующую) полную зону. В каждом случае структурная схема одна и та же. В связи с тем, что модель электровоза служит для исследования электромагнитных процессов в системе электрической тяги и не воспроизводит процессы в самих тиристорах, представление преобразователя в виде обычной мостовой схемы не влияет на результаты расчета.

Во-вторых, расчет цепей с преобразовательными устройствами выполняется в основном с помощью ЭВМ. Поэтому более эффективным является представление характера изменения индуктивности  $L_2$  и сопротивления  $R_2$  в виде непрерывных функций, автоматически воспроизводящих характер их изменения.

В процессе исследований рассматривалось несколько видов аналитических функций для воспроизведения свойства тягового трансформатора, обуславливаемого работой тиристорной преобразовательной установки при плавном межступенчатом регулировании. Анализ показал, что отмеченным условиям наиболее полно удовлетворяют выражения:

$$R_2 = R_2' \mp \Delta R_2 (1 + A + B); \quad (1)$$

$$L_2 = L_2' \mp \Delta L_2 (1 + A + B), \quad (2)$$

где

$$A = \frac{1}{\pi} \arctg \left\{ N \left[ \cos \left( \omega t - \frac{\alpha}{2} \right) - \cos \frac{\alpha}{2} \right] \right\}; \quad (3)$$

$$B = \frac{1}{\pi} \arctg \left\{ N \left[ \cos \left( \omega t - \pi - \frac{\alpha}{2} \right) - \cos \frac{\alpha}{2} \right] \right\}; \quad (4)$$

$R_2' \mp \Delta R_2$  и  $L_2' \mp \Delta L_2$  — сопротивление и индуктивность вторичной обмотки в первой части полупериода;  $R_2$ ,  $L_2$  — сопротивление и индуктивность вторичной обмотки во второй части полупериода;  $\Delta R_2$ ,  $\Delta L_2$  в режиме тяги берутся со знаком минус, а в режиме рекуперации со знаком плюс;  $\alpha$  — угол регулирования тиристорной преобразовательной установки с запаздыванием  $\alpha_B$ ;  $t$  — текущее время с началом отсчета в точке перехода вторичного напряжения трансформатора из отрицательного в положительное значение;  $\omega$  — угловая частота источника;  $N = 10^8 - 10^{10}$  — расчетный коэффициент.

Выражение  $(1 + A + B)$  обеспечивает ступенчатое изменение  $R_2$  и  $L_2$ . В первой части полупериода, т. е. при  $2\pi m \leq \omega t \leq \alpha + 2\pi m$ , где  $m$  — номер периода, выражение  $\cos(\omega t - \alpha/2) - \cos \alpha/2$  имеет положительное значение, и после умножения на весьма большое число  $N$  с помощью обратной тригонометрической функции позволяет получить практически положительные прямоугольные импульсы с амплитудой, близкой к  $0,5\pi$ . Выражение  $\cos(\omega t - \pi - \alpha/2) - \cos \alpha/2$  образует аналогичные импульсы в интервале  $\pi + 2\pi m \leq \omega t \leq \alpha + \pi + 2\pi m$ . В результате выражение  $(1 + A + B)$  принимает значение, близкое к единице, в двух интервалах, соответствующих первым частям полупериодов. При этом параметры вторичной обмотки трансформатора принимают значения  $(R_2' - \Delta R_2)$  и  $(L_2' - \Delta L_2)$ . В остальное время выражение  $(1 + A + B)$  стремится к нулю, что соответствует скачкообразному изменению до величин  $R_2'$  и  $L_2'$ . Длительность

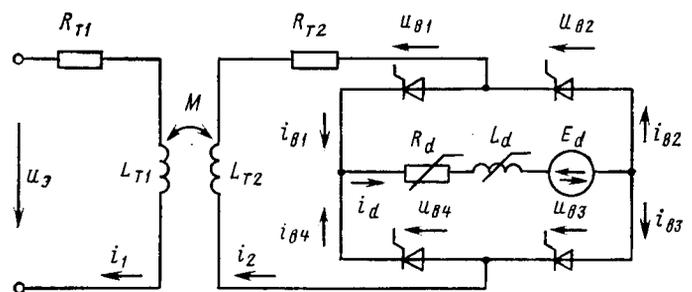


Рис. 2. Расчетная схема замещения электровоза ВЛ80Р

интервалов различной работы вторичной обмотки тягового трансформатора полностью определяется углом регулирования тиристорov  $\alpha_\beta$ .

Правомочность представления работы шести плеч тиристорov восьмиплечевой схемы преобразователя (рис. 1) в неполной зоне регулирования с помощью обычной четырехплечевой схемы рассмотрим на примере режима электровоза в неполной четвертой зоне с углом регулирования тиристорov  $\alpha_{\beta 1}$ . В интервалах полупериодов от 0 до  $\alpha_{\beta 1}$  и от  $\pi$  до  $\pi + \alpha_{\beta 1}$  действуют плечи соответственно 3, 8 и 4, 7. При этом работают четыре плеча, и уравнения электрического равновесия цепи полностью соответствуют уравнениям четырехплечевой схемы (рис. 2). В моменты  $\alpha_{\beta 1}$  и  $\pi + \alpha_{\beta 1}$  подаются импульсы управления, приводящие к отпиранию тиристорov плеч 1 и 2 и запиранию тиристорov плеч 3 и 4 (рис. 1). Процессы в тиристорах происходят настолько быстро, что при исследовании электромагнитных процессов в цепи электровоза, как правило, тиристоры представляются ключами [1, 2]. Поэтому в момент подачи управляющих импульсов в восьмиплечевом преобразователе происходит мгновенное переключение от одной четырехплечевой схемы (группа тиристорov 3, 4, 7, 8) к другой четырехплечевой схеме (группа тиристорov 1, 2, 7, 8). В интервалах от  $\alpha_{\beta 1}$  до  $\pi$  и  $\pi + \alpha_{\beta 1}$  до  $2\pi$  работают соответственно плечи 1, 8 и 2, 7. В этих интервалах уравнения электрического равновесия цепи с восьмиплечевой преобразовательной установкой (рис. 1) также соответствуют уравнениям цепи с четырехплечевой установкой (рис. 2).

Аналогичные доказательства можно было бы привести по правомочности замены восьмиплечевой схемы преобразователя четырехплечевой схемой при работе в любой другой неполной зоне регулирования.

Таким образом, в течение периода работы и при любом угле регулирования восьмиплечевая схема на неполной зоне регулирования может быть представлена в виде четырехплечевой схемы (рис. 2). Преобразование восьмиплечевой мостовой преобразовательной схемы в обычную схему при помощи аппроксимации характера изменения сопротивления и индуктивности вторичной обмотки тягового трансформатора значительно упрощает исследование электромагнитных процессов в тяговой сети при работе электровозов ВЛ80Р в неполной зоне регулирования. При этом в качестве расчетной модели принимается известная математическая модель электровоза (рис. 2), разработанная для анализа тяговых и рекуперативных режимов при работе в полной зоне регулирования [3].

Расчеты исследуемой схемы выполняются методом переменных состояния с помощью ЭВМ. В расчетах могут быть использованы любые имеющиеся стандартные подпрограммы библиотеки ЭВМ. Для этой цели составляется система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитный процесс в цепи (рис. 2):

$$R_{T1}i_1 + L_{T1}i_1' + Mi_2' = u_\beta; \quad (5)$$

$$R_{T2}i_2 + L_{T2}i_2' + Mi_1' + u_{B1} - u_{B2} = 0; \quad (6)$$

$$R_d i_d + L_d i_d' + u_{B1} + u_{B2} \pm E_d = 0, \quad (7)$$

где учтена идентичность работы тиристорov плеч 1 и 3, 2 и 4. Поэтому приняты равными их напряжения  $u_{B1} = u_{B3}$ ,  $u_{B2} = u_{B4}$  и токи  $i_{B1} = i_{B3} = 0,5(i_d + i_2)$ ;  $i_{B2} = i_{B4} = 0,5(i_d - i_2)$ .

Знак перед значением э. д. с. тяговых двигателей  $E_d$  зависит от режима: плюс — при тяге, минус — при рекуперации.

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) тиристорov аппроксимируются выражениями [3]:

$$u_{B1} = i_{B1} \left[ R_{T1} + R_0 \left( 0,5 - \frac{1}{\pi} \arctg N i_{B1} \right) \right] + i_{B1} R_0 \left\{ 0,5 + \frac{1}{\pi} \arctg N \left[ \cos \left( \omega t' - \frac{\alpha}{2} \right) - \cos \frac{\alpha}{2} \right] \right\}; \quad (8)$$

$$u_{B2} = i_{B2} \left[ R_{T1} + R_0 \left( 0,5 - \frac{1}{\pi} \arctg N i_{B2} \right) \right] + i_{B2} R_0 \left\{ 0,5 + \frac{1}{\pi} \arctg N \left[ \cos \left( \omega t'' - \frac{\alpha}{2} \right) - \cos \frac{\alpha}{2} \right] \right\}, \quad (9)$$

где  $R_{T1}$  и  $R_0$  — прямое и обратное сопротивления тиристорov;  $\alpha$  — угол регулирования тиристорov;  $N$  — расчетный коэффициент;  $\omega$  — угловая частота источника питания с периодом  $T$ ;  $t$  — текущее время.

В выражении (8)  $t'$  представляет текущее время, определяющее момент открытия тиристорov плеч 1 и 3. Оно отсчитывается с момента перехода вторичного напряжения трансформатора через нуль из отрицательного в положительное значение. Время в (9)  $t'' = t' - 0,5 T$  определяет момент открытия тиристорov другой пары плеч 2 и 4 (рис. 2).

В аппроксимациях (8) и (9) ВАХ тиристорov первые слагаемые передают ключевые свойства с учетом перелома характеристики в связи с переходом из непроводящего состояния в проводящее и наоборот. Этим состояниям соответствуют сопротивления  $R_{T1}$  и  $R_0$ . Вторые слагаемые воспроизводят регулируемые свойства вентили в зависимости от угла регулирования  $\alpha$ . Аппроксимации (8) и (9), воспроизводящие основные свойства тиристорov, непрерывны по характеру и дают возможность вести расчет без контроля за состоянием тиристорov. Активное сопротивление первичной обмотки  $R_{T1}$  тягового трансформатора (рис. 2) определяется по его конструктивным данным. Индуктивность этой обмотки  $L_{T1}$  находим из режима холостого хода.

Активное сопротивление  $R_{T2}$  и индуктивность  $L_{T2}$  вторичной обмотки трансформатора рассчитываются для полных зон регулирования по режиму короткого замыкания [3].

Взаимная индуктивность  $M = K_{св} \sqrt{L_{T1} L_{T2}}$ , где  $K_{св}$  — коэффициент связи.

Характер изменения сопротивления  $R_{T2}$  и индуктивности  $L_{T2}$  при неполной зоне регулирования в уравнениях (5), (6) определяются выражениями (1)–(4). При расчетах электромагнитных процессов в цепи электровоза (рис. 2) значения  $R_{T2}$  и  $L_{T2}$  соответствуют полной зоне, к которой приближается режим работы электровоза, а  $\Delta R_{T2}$  и  $\Delta L_{T2}$  — разнице в значениях  $R_{T2}$  и  $L_{T2}$  между этой полной зоной и предыдущей полной зоной регулирования.

Нелинейные характеристики эквивалентных активного сопротивления  $R_d$  и индуктивности  $L_d$  цепи выпрямленного тока аппроксимируются выражениями

$$R_d = a \sqrt{(A i_d)^2 + 1}, \quad L_d = b \sqrt{(B i_d)^2 + 1}. \quad (10)$$

где коэффициенты  $a$ ,  $A$ ,  $b$ ,  $B$  определяются из экспериментальных и конструктивных данных элементов цепи выпрямленного тока [3].

Решение системы нелинейных дифференциальных

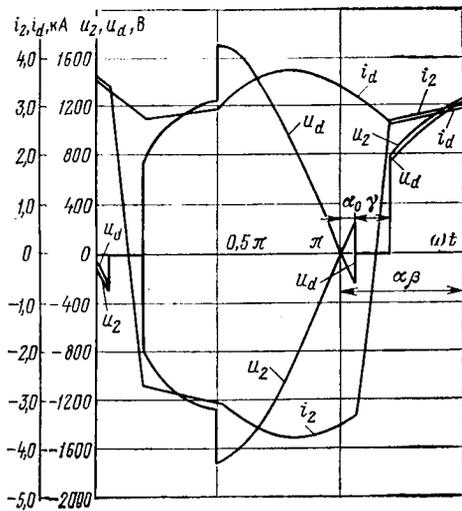


Рис. 3. Кривые мгновенных значений вторичного и выпрямленного токов и напряжений электровоза

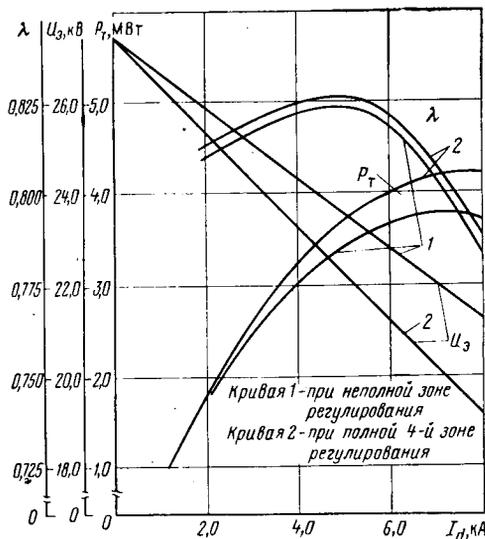


Рис. 4. Зависимости коэффициента мощности электровоза, напряжения на токоприемнике и реализуемой мощности от выпрямленного тока

уравнений (5)–(7) на ЭВМ можно выполнить с помощью приведения их к виду, удобному для интегрирования, т. е. разрешения относительно первых производных токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_d$  или используя матричное исчисление и оперируя матричными уравнениями. В первом случае для расчета на ЭВМ уравнения записываются следующим образом:

$$i_1' = [L_{T2}(u_3 - R_{T1}i_1) + M(R_{T2}i_2 + u_{B1} - u_{B2})] / (L_{T1}L_{T2} - M^2); \quad (11)$$

$$i_2' = [L_{T1}(R_{T2}i_2 + u_{B1} - u_{B2}) + M(u_3 - R_{T1}i_1)] / (M^2 - L_{T1}L_{T2}); \quad (12)$$

$$i_d' = -[u_{B1} + u_{B2} + R_d i_d \pm E_d] / L_d. \quad (13)$$

Во втором случае для расчетной схемы записывается матричное уравнение состояния:

$$\|R\| \cdot \|i\| + \|L\| \cdot \|i'\| + \|u_B\| = \|e\|, \quad (14)$$

где  $\|i\|$ ,  $\|i'\|$ ,  $\|u_B\|$ ,  $\|e\|$  — матрицы-столбцы токов, их производных, напряжений на тиристорах и э. д. с., действующих в схеме;  $\|R\|$ ,  $\|L\|$  — квадратные матрицы сопротивлений и индуктивностей расчетной схемы.

Уравнение (14) приводится к стандартному виду для интегрирования на ЭВМ:

$$\|i'\| = \|L\|^{-1} \cdot (\|e\| - \|R\| \cdot \|i\| - \|u_B\|). \quad (15)$$

Операции обращения, умножения и сложения с матрицами выполняются с использованием программ математического обеспечения ЭВМ.

Отметим, что аппроксимация ВАХ тиристорov (8), (9) применяется для расчета квазиустановившихся процессов в системе электрической тяги. В случае нестационарных (непериодических) режимов применяются другие аппроксимации ВАХ тиристорov в соответствии с [4].

В качестве примера рассмотрим результаты исследований квазиустановившихся электромагнитных процессов в системе электрической тяги. Количественные данные на рис. 3 и 4 приведены при работе одиночного электровоза ВЛ80Р в тяговом режиме в половине четвертой зоны и нахождении его на конце консольного участка длиной  $l_{T.c} = 50$  км ( $\alpha_0 = 10^\circ$ ,  $\alpha_\beta = 90^\circ$ ). В расчетах значение эквивалентной э.д.с. тяговых двигателей принималось постоянным. Сопротивление  $R_{T2}$  и индуктивность  $L_{T2}$  определены для полной четвертой зоны, а значения  $(R_{T2} - \Delta R_{T2})$  и  $(L_{T2} - \Delta L_{T2})$  соответствуют полной третьей зоне регулирования. Расчетные кривые мгновенных значений вторичного и выпрямленного токов  $i_2$ ,  $i_d$  и напряжений  $u_2$ ,  $u_d$  электровоза приведены на рис. 3. При этом в расчетах  $E_d = 800$  В. До момента времени  $t = \alpha_\beta / \omega$  процессы в цепи протекают аналогично процессам при работе электровоза в полной третьей зоне регулирования.

В интервале времени, соответствующем углу запаздывания  $\alpha_0$ , выпрямленное напряжение, как и в реальном устройстве [2, 3], имеет отрицательное значение. При  $t = \alpha_0 / \omega$  аппроксимации ВАХ тиристорov (8), (9) имитируют момент подачи импульсов управления, и в цепи наступает период коммутации с продолжительностью  $\gamma$ . В этом интервале напряжения  $u_2$  и  $u_d$  практически равны нулю, ток  $i_2$  изменяет знак. Процесс коммутации заканчивается при  $i_2 \approx i_d$ , когда одна пара тиристорov мостовой схемы полностью закрывается, а другая пара — полностью открывается. Последние пропускают ток нагрузки  $i_d$  до времени  $t = \alpha_\beta / \omega$ . В реальном устройстве (рис. 1) в это время подаются импульсы управления на тиристоры плеч 1 и 2, что приводит к началу формирования четвертой зоны регулирования. В этот момент включается еще одна малая секция силового трансформатора и начинают работать все витки вторичной обмотки. На математической модели, т. е. в расчетной схеме рис. 2, функции изменения плеч преобразовательной установки и включения дополнительной секции трансформатора выполняют аналитические выражения (1)–(4). При  $t = \alpha_\beta / \omega$  значения  $\Delta R_{T2}(1+A+B)$  и  $\Delta L_{T2}(1+A+B)$  практически становятся равными нулю, а это приводит к увеличению индуктивности  $L_{T2}$  до  $L_{T2}'$  и сопротивления  $R_{T2}$  до  $R_{T2}'$ . Последнее условие равноценно уменьшению коэффициента трансформации трансформатора до значения, соответствующего полной четвертой зоне регулирования. Тиристоры четырехплечевой мостовой схемы из режима третьей зоны автомати-

чески переходят в режим четвертой зоны регулирования. Переход из одной зоны в другую происходит практически мгновенно, поэтому вторичное напряжение  $u_2$  изменяется скачкообразно. Резко изменяется также и выпрямленное напряжение  $u_d$ . Эти условия искажают плавности кривых токов, что приводит к весьма значительным мгновенным значениям напряжений в индуктивностях и вызывают увеличение потерь напряжений.

Достоверность математической модели ВЛ80Р и методики расчета электромагнитных процессов в силовой цепи электровоза проверялись путем сопоставления и сравнительного анализа с имеющимися результатами в [1, 2]. Качественно сравнивались и количественно оценивались полученные с помощью математической модели кривые токов и напряжений с аналогичными экспериментальными кривыми. Результаты исследований показали достаточно высокую точность математической модели электровоза ВЛ80Р и методики расчета электромагнитных процессов.

Зависимость коэффициента мощности электровоза от выпрямленного тока  $\lambda_0 = f(I_d)$  представлена на рис. 4. Коэффициент мощности рассчитан по формуле:

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{k=1}^n U_k I_k \cos \varphi_k}{\sqrt{\sum_{k=1}^n U_k^2 I_k^2}}, \quad (16)$$

где  $U_k, I_k$  — действующие значения напряжения и тока  $k$ -й гармоники.

Для оценки влияния на характер формирования коэффициента мощности при работе электровоза в неполной зоне регулирования на этом же рисунке приведена кривая зависимости  $\lambda_0(I_d)$  для полной четвертой зоны регулирования. Как видно, режим неполной зоны ухудшает  $\lambda_0$ , и уменьшение его в данном случае составляет 1—2 %.

Особо важным показателем для электровоза является реализуемая полезная электромагнитная мощность на ободе колеса

$$P_T = E_d I_d. \quad (17)$$

Поэтому был выполнен сравнительный анализ для отмеченных двух режимов (рис. 4). При работе в неполной зоне регулирования ухудшается степень использования электровозом установленной мощности. Для максимальных значений  $P_T(I_d)$  уменьшение составляет 10,5 %. Качественным отличием является то, что при неполной зоне максимальное значение  $P_T$ , т. е. точка перегиба, наступает при меньших токах  $I_d$ . Для рассматриваемого случая  $P_{Tmax}$  находится в окрестности тока часового

режима  $I_{dч} = 7050$  А. Это приводит к ограничению режимов работы электровоза.

Выполнено также сравнение напряжения на токоприемнике электровоза  $U_0$  (рис. 4). При одинаковых выпрямленных токах  $I_d$  напряжение для неполной зоны регулирования будет больше напряжения для полной зоны. Отличие достигает до 1,75 кВ при токе  $I_{dч}$  и составляет 6,37 % номинального напряжения  $U_0 = 27,5$  кВ. Это определяется тем, что первичный ток электровоза  $I_1$ , в случае неполной четвертой зоны оказывается меньше тока  $I_2$  полной четвертой зоны, так как коэффициент трансформации силового трансформатора в одной части полупериода обуславливается третьей зоной, а в другой части — четвертой зоной регулирования. Однако, как уже было отмечено, при одинаковых токах  $I_d$  полезная мощность электровоза с неполной зоной регулирования значительно меньше в связи с увеличением его реактивной мощности. Поэтому следует сопоставить напряжения при одинаковых реализуемых мощностях  $P_T$ . Так, при  $P_T = 3,8$  МВт, что является в рассматриваемом случае максимально возможной мощностью электровоза с неполной зоной регулирования, напряжения  $U_0$  для обоих режимов практически одинаковы: отличие составляет 0,1—0,15 кВ. Вместе с тем для неполной зоны регулирования ток  $I_d$  больше почти на 2 кА, а коэффициент мощности  $\lambda$  меньше на 0,025. При  $P_T$ , меньших 3,8 МВт, коэффициенты мощности для обоих режимов достаточно близки, а напряжение  $U_0$  для неполной зоны регулирования становится больше, чем для полной зоны; отличие в токах  $I_d$  уменьшается, но продолжает оставаться заметным.

Более полная оценка режимов работы электровоза ВЛ80Р может быть выполнена на основе подробных технико-экономических исследований. При этом для расчета электромагнитных процессов в системе электрической тяги и энергетических показателей следует использовать разработанную математическую модель электровоза. Отметим, что предлагаемая модель и методика расчета позволяют исследовать формирование энергетических показателей при одновременной работе нескольких преобразовательных электровозов ВЛ80Р.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихменев Б. Н., Трахман Л. М. Подвижной состав электрифицированных железных дорог. — М.: Транспорт, 1980.
2. Капустин Л. Д., Копанев А. С., Лозановский А. Л. Особенности устройства и эксплуатации электровоза ВЛ80Р. — М.: Транспорт, 1979.
3. Элементы математической модели электровоза с тиристорным преобразователем / Т. К. Асанов, Р. И. Караев, А. В. Фролов, А. И. Щуров. — Вестник ВНИИЖТ, 1981, № 3.
4. Фролов А. В. Аналитическое моделирование ключевого эффекта тиристора при его работе в нестационарных режимах. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1981, № 5.

[22.11.83]

УДК 621.313.333-83

## Реверсивный электропривод по схеме асинхронного вентильного каскада

ХВАТОВ С. В., доктор техн. наук, ТИТОВ В. Г., канд. техн. наук, СТЕПАХИН Ю. П., канд. техн. наук  
Горький

Необходимость автоматизации большого ряда современных механизмов и повышение их производительности требует внедрения реверсивного электропривода. Широ-

кое распространение в настоящее время получил реверсивный электропривод переменного тока на базе асинхронных двигателей (АД) с фазным ротором. Серийно

выпускается электропривод с релейно-контакторным управлением АД и резисторами в цепи ротора, отличающийся малой стоимостью и простотой обслуживания, но имеющий ступенчатое регулирование угловой скорости  $\omega$ . Известны схемы асинхронного электропривода с выпрямителем в цепи ротора и импульсным регулированием сопротивления. Однако оба варианта отличаются низким к.п.д. из-за потерь энергии скольжения.

В связи с актуальностью вопросов рационального использования топливно-энергетических ресурсов перспективными представляются системы реверсивного электропривода с полезным использованием энергии скольжения, а в частности, асинхронный вентильный каскад (АВК).

Для электроприводов мощностью до 200 кВт экономически оправдан бестрансформаторный вариант каскада, в котором установленная мощность преобразователя практически не зависит от диапазона регулирования [1]. Такой АВК может применяться для систем с полным диапазоном регулирования  $\omega$ , что необходимо в реверсивных механизмах. По своим динамическим показателям, как показывают исследования, АВК не уступают выпускаемым серийно системам электропривода на основе асинхронной машины с фазным ротором.

В схеме АВК возможны два принципиально различных способа реверса. Во-первых, реверс обеспечивается изменением направления вращения поля статора (потока  $\Phi$ ) за счет изменения чередования фаз напряжения на обмотках статора («реверс поля»). Во-вторых, изме-

нением знака активной составляющей тока ротора  $J_2 \cos \varphi_2$ ; здесь  $J_2$  — ток ротора;  $\varphi_2$  — фазовый угол между э.д.с. и током ротора. В первом варианте в цепь статора АД включается реверсивный тиристорный коммутатор. Роторная группа вентилей (РГВ) преобразователя работает выпрямителем и может быть выполнена на неуправляемых вентилеях (НРГВ). Поэтому величина  $\cos \varphi_2 > 0$ , так как  $\varphi_2$  определяется углом коммутации  $\gamma$ , и всегда меньше  $\pi/2$ . Такой электропривод обеспечивает регулирование частоты вращения в обоих направлениях в пределах от 0 до  $\omega_n$ . Этот принцип использован при создании серии реверсивных электроприводов типа ТДПР [2].

Во втором варианте используется возможность получения значения  $\varphi_2 > \pi/2$  за счет управляемой роторной группы вентилей (УРГВ) и работы ее в инверторном режиме. При этом  $\cos \varphi_2$  становится меньше нуля, знак момента изменяется ( $M < 0$ ) и АД может развивать тормозной момент при  $\omega < \omega_0$  или работать в двигательном режиме, вращаясь в другую (по отношению к полю статора) сторону. Причем, когда  $\omega = \omega_0$ , скольжение  $s=2$ , а э.д.с. на кольцах  $E=2E_{2к}$ , и переход через частоту вращения  $\omega = \omega_0$  не вызывает никаких затруднений. Для получения  $\omega > \omega_0$  при вращении по полю статора управление вентилями роторной группы необходимо осуществлять в функции положения ротора или в функции его э.д.с. Векторные диаграммы токов и напряжений различных режимов работы АВК с УРГВ для каждого квадранта осей  $\omega-M$  представлены на рис. 1. Там же показано направление потоков активной мощности.

По физике работы вариант реверсивного АВК с НРГВ не отличается от классической системы АВК, так как роторная группа вентилей неуправляема и работает всегда в выпрямительном режиме, а сетевая — в инверторном. Во втором варианте с УРГВ управляемая роторная группа может работать как в выпрямительном режиме (ВРРГ), так и в инверторном (ИРРГ). При этом сетевая группа работает соответственно инвертором или выпрямителем. Следует заметить, что в ВРРГ при угле управления роторной группы вентилей, равном нулю ( $\alpha_p = 0$ ), данный режим немного отличается от классической системы АВК, поэтому большинство результатов, полученных для ВРРГ при  $\alpha_p = 0$ , соответствует первому варианту схемы реверсивного АВК с НРГВ.

Проектирование регулируемого реверсивного электропривода на основе вентильного каскада должно выполняться с учетом особенностей, свойственных реверсивным механизмам. К таким особенностям в первую очередь следует отнести широкое изменение  $\omega$  и момента нагрузки в зависимости от режима, а также работу привода в динамике при максимальных электромагнитных моментах. Поэтому первостепенными вопросами теории работы такого электропривода становятся вопросы определения и анализа основных электромеханических соотношений, максимальных электромагнитных моментов, зоны прерывистого и уравнивающих токов и, наконец, использование основных элементов электропривода. Решение поставленных задач позволит не только правильно провести проектирование электропривода, но и сделать сравнительную оценку рассматриваемых здесь вариантов.

Одним из основных параметров АВК, определяющим большинство его эксплуатационных показателей, является выпрямленный ток, возникающий под действием

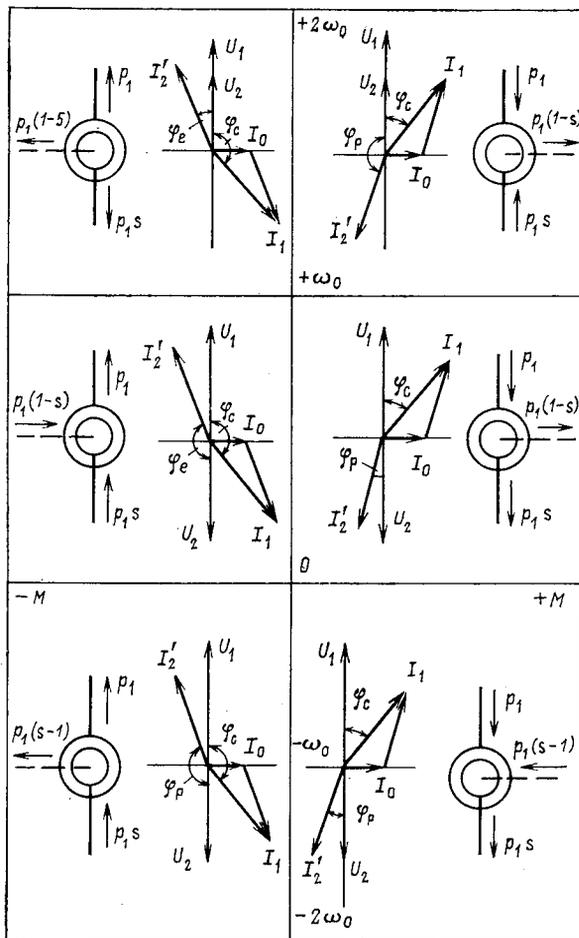


Рис. 1. Векторные и энергетические диаграммы реверсивного электропривода по схеме АВК

двух э.д.с. — роторной и сетевой. Специфика электромагнитных процессов в контуре выпрямленного тока заключается в том, что выпрямленные э.д.с. ротора  $e_p(t)$  и сети  $e_c(t)$  имеют различную частоту пульсаций, которые и определяют форму выпрямленного тока  $i_d(t)$ .

Исходя из общепринятых допущений [3] систему АВК можно считать линейной. Тогда на основании метода наложения получим в относительных единицах следующие уравнения, описывающие электромагнитные процессы в цепи выпрямленного тока:

$$\left. \begin{aligned} \tau \frac{dj_{dp}(\rho)}{d\rho} + j_{dp}(\rho) &= \frac{s}{k_e} \sin(\psi_p + \rho); \\ \tau \frac{dj_{dc}(\rho)}{d\rho} + j_{dc}(\rho) &= \sin(\psi_c + \rho) - \Delta\varepsilon; \\ j_{dp}(\rho) + j_{dc}(\rho) &= j_d(\rho). \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь  $j_d(\rho)$  — мгновенное относительное значение выпрямленного тока,

$$j_d(\rho) = \frac{i_d(\rho) R_a}{E_{mc}};$$

$j_{dp}(\rho)$  и  $j_{dc}(\rho)$  — мгновенные относительные значения составляющих тока ротора соответственно от роторной и сетевой э.д.с.;  $\tau = X_s/R_a$  — постоянная контура выпрямленного тока;  $X_s, R_a$  — эквивалентные индуктивное и активное сопротивления контура выпрямленного тока каскада;

$$\begin{aligned} X_s &= 2x_p + x_{др} + 2x_c; \\ R_a &= 2r_p + r_{др} + 2r_c; \end{aligned}$$

$x_p(r_p)$  — приведенное к ротору индуктивное (активное) сопротивление фазы АД;  $x_c(r_c)$  — приведенное индуктивное (активное) сопротивление фазы токоограничивающего реактора;  $x_{др}(r_{др})$  — индуктивное (активное) сопротивление сглаживающего дросселя;  $\rho$  — текущая угловая координата;  $\omega_0$  — частота напряжения сети;  $E_{mc}$  — амплитудное значение э.д.с. сетевой группы вентиляей;  $s$  — скольжение;  $k_e$  — коэффициент трансформации АД;  $\psi_p(\psi_c)$  — угол управления роторной (сетевой) группой вентиляей, отсчитываемой от точки перехода фазного напряжения через нуль (для выпрямительного режима  $\psi = \pi/3 + \alpha$ ; для инверторного  $\psi = 4\pi/3 - \beta$ );  $\alpha, \beta$  — углы управления соответственно в выпрямительном и инверторном режимах;  $\Delta\varepsilon$  — относительное падение напряжения от коммутации;

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta U}{E_{mc}} = \frac{j_{dcp}}{R_a} \left( \frac{mx_{ps} + x_c}{2\pi} \right);$$

$j_{dcp}$  — среднее значение выпрямленного тока;  $m$  — коэффициент, зависящий от схемы соединения вентиляей (для мостовой схемы  $m = 6$ ).

Очевидно, что из-за дискретности работы вентиляльного преобразователя решение дифференциальных уравнений системы (1) справедливо лишь в интервале работы вентиля соответствующей группы  $T_{и.р}$ , который для сетевой группы равен  $\pi/3$ , для роторной  $\pi/3$ . Решая каждое уравнение с учетом начальных условий, находим

$$\begin{aligned} j_{dp}(\rho) &= \frac{s}{k_e} \cos \varphi_p \left[ \sin(\psi_p - \varphi_p + \rho) - \frac{e^{-\rho/\tau}}{1 - e^{-\pi/3 \tau}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin\left(\psi_p - \varphi_p - \frac{\pi}{3}\right) \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} j_{dc}(\rho) &= \cos \varphi_c \left[ \sin(\psi_c - \varphi_c + \rho) - \frac{e^{-\rho/\tau}}{1 - e^{-\pi/3 \tau}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin\left(\psi_c - \varphi_c - \frac{\pi}{3}\right) \right] - \Delta\varepsilon, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\varphi_p = \text{arctg } s\tau$ ;  $\varphi_c = \text{arctg } \tau$ .

Среднее значение тока

$$j_{dcp} = \frac{3s}{\pi k_e} \sin\left(\psi_p + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{3}{\pi} \left(\psi_c + \frac{\pi}{6}\right) - \Delta\varepsilon. \quad (4)$$

Падение напряжения от коммутации

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon &= \frac{3m(x_{ps} + x_c)}{2\pi^2 R_a + \pi m(x_{ps} + x_c)} \left[ \frac{s}{k_e} \sin\left(\psi_p + \frac{\pi}{6}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\psi_c + \frac{\pi}{6}\right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражения (2)–(5) показывают, что форма кривой выпрямленного тока зависит от углов управления вентиляльным преобразователем, индуктивности сглаживающего реактора, скольжения (соотношения частоты э.д.с. ротора и сети). Наименьшее мгновенное значение выпрямленного тока имеет место на концах интервалов повторяемости, которые возникают в кривой выпрямленного тока при соизмеримости частот роторной и сетевой э.д.с. Данные уравнения позволяют произвести анализ работы каскада в режиме прерывистых токов [4]. Граничным условием зоны РПТ является равенство нулю мгновенного значения выпрямленного тока на концах интервалов повторяемости:

$$\begin{aligned} j_d(0) &= j_{dp}(0) + j_{dc}(0) = \frac{s \cos \varphi_p}{k_e} \left[ \sin(\psi_p - \varphi_p) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{1 - e^{-\frac{\pi}{3} \tau}} \sin\left(\psi_p - \varphi_p - \frac{\pi}{3}\right) \right] + \cos \varphi_c \left[ \sin(\psi_c - \varphi_c) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{1 - e^{-\frac{\pi}{3} \tau}} \sin\left(\psi_c - \varphi_c - \frac{\pi}{3}\right) \right] - \Delta\varepsilon. \end{aligned} \quad (6)$$

Полученные на основании расчетов по выражению (6) граничные кривые РПТ показывают [4], что ширина зоны РПТ увеличивается с увеличением углов управления преобразователем  $\alpha$  и  $\beta$ , скольжения  $s$  и уменьшением индуктивности сглаживающего реактора  $\tau$ . В области малых скольжений зона РПТ для АВК с УРГВ монотонно увеличивается, а не уменьшается, как это имеет место в варианте АВК с НРГВ. Это связано с отсутствием в АВК с УРГВ уравнивающего тока.

Большое значение для электропривода имеет электромагнитный момент машины, который определяет электромеханические процессы системы,

$$M = \frac{P_{эм}}{\omega_0} = \frac{3}{\omega_0 T_{и.р}} \int_0^{\pi, p} P_{2\phi}(\rho_2) d\rho_2, \quad (7)$$

где  $P_{эм}$  — электромагнитная мощность машины;  $\omega_0$  — синхронная частота вращения;  $T_{и.р}$  — интервал работы вентиля роторной группы;  $P_{2\phi}(\rho_2)$  — мгновенная мощность одной фазы ротора АД;  $\rho_2$  — текущая координата роторного напряжения.

Решая (7) с учетом соотношений (2)–(5), получим среднее значение момента в относительных единицах

$$\mu_{cp} = \frac{6\sqrt{2}}{\pi k_d} j_{dcp} \sin\left(\psi_p + \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\gamma}{2}, \quad (8)$$

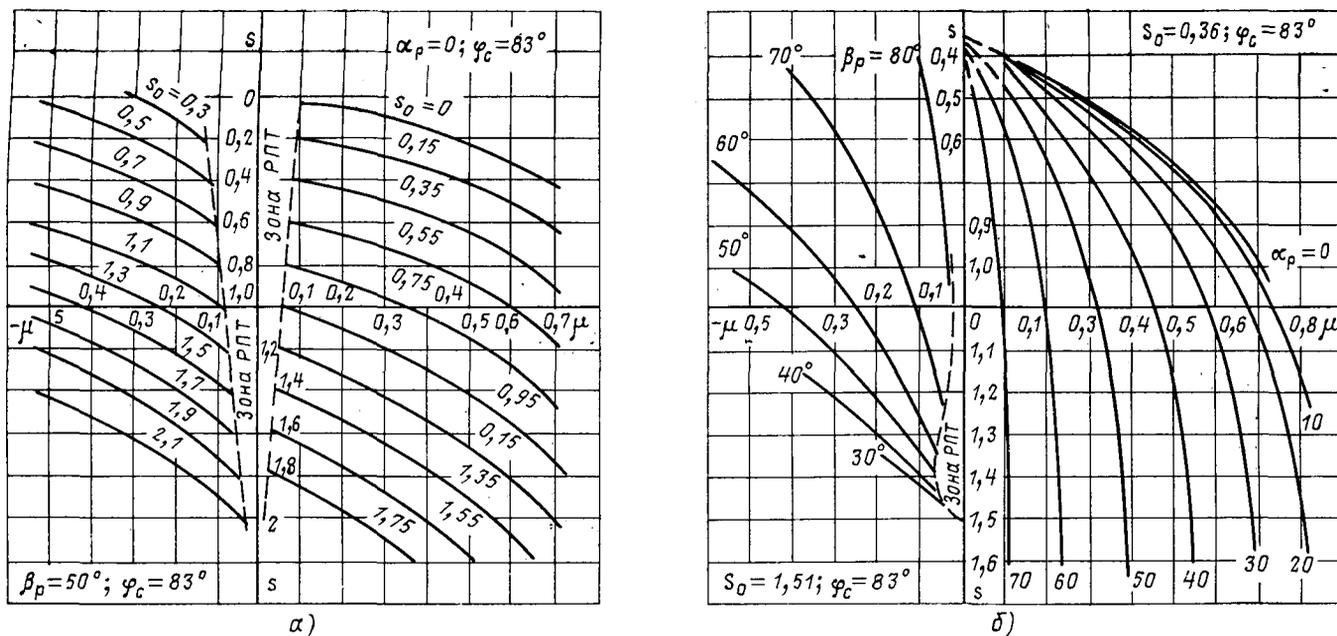


Рис. 2. Механические характеристики каскада при изменении э. д. с. сетевой группы вентилях (а) и при изменении угла управления роторной группы вентилях (б); двигатель АК2-102-4,  $P_H = 160$  кВт

где  $\mu_{cp}$  — относительное значение среднего момента,

$$\mu_{cp} = \frac{2M_{cp}\omega_0 x_p}{E_{2k}^2};$$

$E_{2k}$  — э. д. с. ротора (при  $s = 1$ );  $k_d$  — коэффициент для момента,

$$k_d = \frac{R_0}{\sqrt{2}x_p k_e};$$

$\gamma$  — угол коммутации тока роторной группы вентилях.

Угол  $\gamma$  определяется дифференциальным уравнением контура коммутации тока ротора. Решение этого уравнения:

$$\begin{aligned} \sin(\gamma + \psi_p - \varphi_k) - \sin\left(\psi_p - \varphi_k - \frac{\pi}{3}\right) e^{-\gamma/\tau_k} - \\ - \frac{j_{dcp}}{\sqrt{2}k_d \sin \varphi_k} (1 - e^{-\gamma/\tau_k}) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\tau_k$  — постоянная контура коммутации,  $\tau_k = \frac{x_p}{r_p}$ .

По выражениям (4), (5), (8), (9) строятся механические характеристики каскада.

Механические характеристики  $s = f(M)$  реверсивного АВК с УРГВ показаны на рис. 2. Здесь рис. 2, а соответствует регулированию углом управления сетевой  $\psi_c$ , а рис. 2, б — роторной  $\psi_p$  группами вентилях. Анализ показывает, что для получения более жестких характеристик в I и IV квадрантах целесообразно работать с  $\alpha_p = 0$ , а частоту вращения регулировать изменением  $\beta_c$ . Во II и III квадрантах жесткость характеристик ниже, так как  $\beta_p > 0$ . Для реверсивного АВК с НРГВ механические характеристики во II и III квадрантах аналогичны характеристикам в I и IV квадрантах, а также соответствуют варианту с УРГВ при работе с  $\alpha_p = 0$ .

Большое значение для реверсивного электропривода имеет критический момент  $M_{кр}$ . Величина его в систе-

ме АВК определяется не только перегрузочной способностью АД, но и коммутационными процессами вентиляного преобразователя. Поэтому  $M_{кр}$  существенно зависит от режима работы преобразователя. При выпрямительном режиме роторной группы вентилях критический момент двигателя определяется углом коммутации  $\gamma = \pi/3$ . Анализ показывает, что его значение при  $\alpha_p = 0$  достигает 0,74—0,75 величины критического момента в резисторном варианте. Максимальное значение критического момента приходится на  $\alpha_p = 15^\circ$  и составляет 0,83—0,85. На том же уровне находится критический момент и в АВК с НРГВ.

В случае инверторного режима роторной группы максимальный момент определяется условием  $\gamma = \beta_p$ , выпрямление которого необходимо для нормальной работы инвертора. Подставляя это условие в (8), получим:

$$\mu_{кр} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi k_d} j_{dкр} (1 + \cos \beta_p); \quad (11)$$

$$j_{dкр} = \frac{\sqrt{2}k_d \sin \varphi_k}{1 + e^{-\beta_p/\tau_k}} [\sin \varphi_k - \sin(\beta_p - \varphi_k) e^{-\beta_p/\tau_k}]. \quad (12)$$

Построенные по представленным выражениям (11) и (12) кривые (рис. 3) показывают, что максимум критического момента приходится на  $\beta_p = 70^\circ$ — $80^\circ$  и величина его в данном режиме не может достигать около 0,83 критического момента в резисторном варианте. С увеличением  $\varphi_k$  критический момент несколько увеличивается.

Одним из критериев при выборе варианта электропривода является коэффициент использования электродвигателя по моменту  $k_{и.м}$ . В системе АВК под  $k_{и.м}$  понимается степень использования машины по моменту по сравнению с резисторным вариантом при равенстве действующих значений тока ротора:

$$k_{и.м} = \frac{M_{ABK}}{M_{рез}}. \quad (13)$$

Момент в резисторном варианте привода

$$M_{рез} = \frac{\sqrt{3}E_{2к} \cos \varphi_2}{\omega_0} J_2,$$

$J_2$  — действующее значение тока ротора.

В применяемых здесь относительных единицах

$$\mu_{рез} = \frac{2\sqrt{3} \cos \varphi_2}{k_d} j_2. \quad (14)$$

Подставляя в (13) значение моментов из (14) и (8), получим

$$k_{и.м} = \frac{\sqrt{6}j_{dср}}{\pi \cos \varphi_{2j_2}} \sin\left(\psi_p + \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{2}\right) \cos \frac{\gamma}{2}. \quad (15)$$

В выражении (15) полагаем, что действующее значение тока ротора в резисторном варианте равно действующему значению роторного тока АВК, т. е.  $j_2 = j_p^A$ . Отсюда

$$k_{и.м} = \frac{\sqrt{6}j_{dср}}{\pi \cos \varphi_{2j_p^A}} \sin\left(\psi_p + \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\gamma}{2}. \quad (16)$$

Действующее значение тока ротора

$$j_p^A = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[ \int_0^\gamma j_p^2(\rho_2) d\rho_2 + \int_0^{2\pi/3-\gamma} j_d^2(\rho_2) d\rho_2 + \int_0^\gamma [j_d(\rho_2) - j_p(\rho_2)]^2 d\rho_2 \right]}. \quad (17)$$

Аналитически выражение (17) решить нельзя, так как в выпрямленном токе на участке интегрирования наблюдаются разрывы. Поэтому здесь применимы лишь численные методы решения с помощью ЭВМ. В результате совместного решения (16) и (17) были построены кривые зависимости  $k_{и.м}$  при изменении различных параметров системы.

На рис. 4 представлены кривые изменения коэффициента использования от величины среднего выпрямленного тока  $k_{и.м} = f(j_{dср})$ . Полученные зависимости показывают, что преобладающее влияние на  $k_{и.м}$  оказывают пульсации выпрямленного тока. Поэтому с уве-

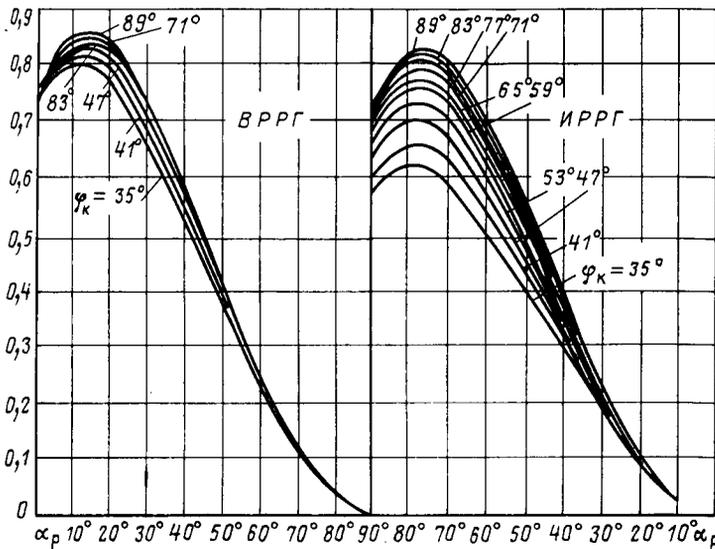


Рис. 3. Зависимость критического момента от углов управления роторной группой вентиляй

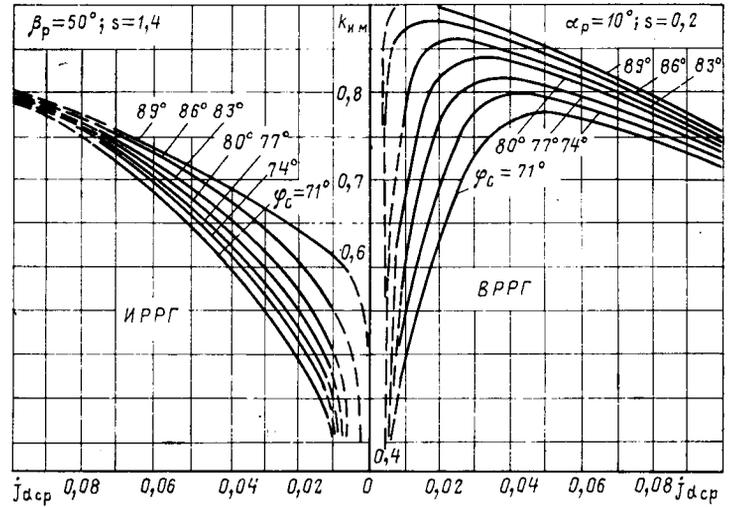


Рис. 4. Зависимость коэффициента использования двигателя от нагрузки

личением параметра  $\varphi$  и уменьшением углов управления данный коэффициент всегда увеличивается.

Характер зависимости  $k_{и.м}$  от выпрямленного тока (рис. 4) определяется режимом роторной группы вентиляй. Для ВРРГ характеристики имеют заметный экстремум, а в ИРРГ с увеличением тока  $k_{и.м}$  непрерывно увеличивается.

Сравнение двух вариантов реверсивного АВК с неуправляемой НРГВ и управляемой УРГВ роторными группами вентиляй показывает, что  $k_{и.м}$  при равных условиях ( $L_p = \text{const}$ ) во втором варианте при ИРРГ ниже 15—25 %, так как в данном случае угол управления в инверторном режиме всегда больше, чем в выпрямительном.

Значение индуктивности реактора в цепи выпрямленного тока АВК определяется по различным критериям (ограничение зоны РПТ и уравнильных токов, использование АД по моменту, динамические показатели). Анализ показывает, что для варианта с НРГВ определяющим является требование по ограничению уравнильных токов, а в схеме с УРГВ ограничение зоны РПТ. В результате требуемая индуктивность во втором случае меньше на 10—15 %.

Таким образом, полученные в статье соотношения позволяют проводить комплексную оценку рассмотренных вариантов регулируемого реверсивного электропривода, их проектирование, расчет параметров исходя из заданных величин использования асинхронной машины, величины зоны прерывистого тока, оценку максимальных моментов, развиваемых электроприводом и т.д.

При этом следует иметь в виду, что вариант с НРГВ имеет в ряде случаев несколько лучшие основные показатели, но его возможности ниже. Так, вариант с УРГВ позволяет получать повышенные значения скоростей вращения в одном из направлений вращения, что особенно важно для целого ряда механизмов (судовые лебедки, башенные и порталные краны, механизмы установки валков прокатных станков и др.). Индуктивность сглаживающего реактора в данном варианте несколько меньшая. Целесообразность применения того или иного варианта определяется целыми рядами факторов и, в частности, величиной  $E_{2к}$  асинхронной машины. При  $E_{2к}$ , в 2—3 раза меньшем напряжения сети, что имеет

место для машин небольшой мощности, целесообразность применения варианта с УРГВ увеличивается. В то же время применение АД с  $E_{2н} \approx U_c$  требует согласующего трансформатора в преобразователе, что снижает технико-экономические показатели привода в целом.

1. Хватов С. В., Сушенцов А. А. Свойства асинхронного вентиляного каскада с типовым преобразователем. — Электричество, 1977, № 12.

2. Горчаков В. В., Невский В. В., Сушенцов А. А. Бесконтактное устройство ПРБУ-380-100 для управления асинхрон-

ными двигателями с фазным ротором. — ЭП. Электропривод, 1970, № 4.

3. Онищенко Г. Б., Локтева И. Л. Асинхронные вентиляные каскады и двигатели вдвойного питания. — М.: Энергия, 1979.

4. Режим прерывистых токов асинхронно-вентильного каскада с управляемой роторной группой вентиля/С. В. Хватов, В. Г. Титов, Ю. П. Степакин, С. А. Заливалов. — В кн.: Электрооборудование промышленных предприятий. — Чебоксары: Изд. Чувашского ун-та, 1980.

[02.03.84]

УДК 621.314.214.332

## Преобразователь с распределенными параметрами для стабилизации тока в переменной нагрузке

ВОЛКОВ И. В., ЗАКРЕВСКИЙ С. И.  
Институт электродинамики АН УССР

Системы неизменного (стабилизированного) тока широко используются в современной электротехнической практике для питания таких нагрузок как плазменно-дуговые установки, газоразрядные лазеры, двигатели постоянного тока со свойствами источника момента, устройства для зарядки батарей накопительных конденсаторов и др. [1—5]. В большинстве случаев они основаны на применении индуктивно-емкостных преобразователей (ИЕП) с сосредоточенными параметрами. В [1], однако, была показана возможность использования однородных изотропных сред, обладающих одновременно диэлектрическими и магнитными свойствами, а также цепей с распределенными параметрами для создания преобразователей источников напряжения в источники тока. В частности, было показано, что если на внешнюю поверхность некоторого объема (рис. 1), заполненного непроводящей однородной изотропной средой с магнитной проницаемостью  $\mu$  и диэлектрической постоянной  $\epsilon$ , наложить две проводящие пластины  $S_1$  и  $S_2$ , подвести к ним синусоидальное напряжение частоты  $\omega$  (комплекс  $\dot{U}_1$ ), а внутри объема разместить проводящий контур  $l$ , выводы которого замкнуть вне объема на переменное комплексное сопротивление нагрузки  $Z_n$ , то при определенном соотношении между  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\omega$  и геометрическими параметрами, характеризующими рассматриваемый объем  $V$ , пластины  $S_1$ ,  $S_2$  и проводящий контур  $l$ , ток  $I_2$  в нагрузке не зависит от ее сопротивления  $Z_n$ , а целиком определяется питающим напряжением  $\dot{U}_1$  и указанными выше параметрами (источник тока).

В последние годы появился ряд публикаций, в которых предлагаются различные способы конструктивной и технической реализации такой идеи создания работоспособных ИЕП с полностью или частично распределенными параметрами. Один из них описан в [1] и заключается в выполнении объема  $V$  в виде кольцевого сердечника с торцевыми проводящими пластинами  $S_1$ ,  $S_2$ , а контура  $l$  — в виде равномерно намотанной обмотки  $w$  (рис. 2). Другой разновидностью ИЕП с частично распределенными параметрами является преобразователь [6]. Он состоит из ленточного пермаллового сердечника особой конструкции и охватывающей его катушки индуктивности (рис. 3). Специфичность

конструкции сердечника заключается в том, что две пермаллоевые ленты 1, 2 наматываются вместе с изоляционными прокладками 3, 4, благодаря чему сердечник представляет собой одновременно и магнитопровод, и конденсатор (обкладками служат пермаллоевые ленты, а диэлектриком — прокладки); конденсатор настроен на частоте  $\omega$  питающего напряжения  $\dot{U}_1$  в резонанс с индуктивностью катушки  $w$ .

Возможны и другие варианты конструкций. Одной из наиболее перспективных представляется описанная в [7—9] конструкция ИЕП с распределенными индуктивностью и емкостью, в которой используются две фольговые обмотки, разделенные диэлектрической пленкой и намотанные на магнитопровод с зазором. Обмотки в этом случае выступают и в роли катушек индуктивности, и обкладок конденсатора. Их схематическое изображение и порядок соединения с источником питания и нагрузкой показаны на рис. 4. Такой гибридный элемент («индукон» — совмещенные катушка индуктивности и конденсатор) позволяет почти вдвое уменьшить габариты устройства, снизить расход электропроводящего материала, изоляционных и конструктивных материалов, трудоемкость и себестоимость изготовления. Анализ свойства «индукона», оценка его технико-экономических показателей и возможностей использования приводятся в данной статье.

Для описания поведения индукона представим последний в виде системы с распределенными

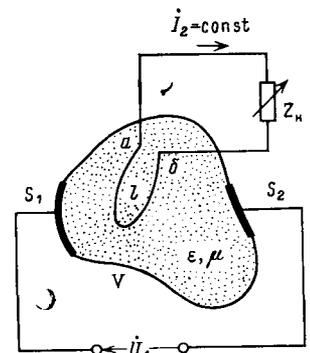


Рис. 1

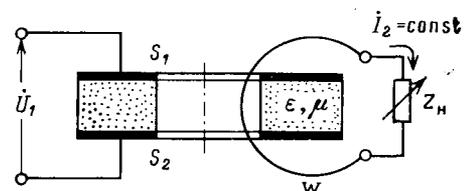


Рис. 2

ми параметрами, тождественной двухпроводной одно-  
родной линии. Существенное отличие от обычной двух-  
проводной линии заключается в том, что токи в обоих  
проводах линии совпадают по направлению, а между  
проводами существует тесная магнитная связь (благодаря  
наличию магнитопровода).

Обозначим:  $r, L$  — сопротивление и индуктивность  
провода (фольговой обмотки) на единицу длины линии;  
 $g, C, M$  — проводимость утечки, емкость и взаимная  
индуктивность между проводами на единицу длины ли-  
нии.

Уравнения в частных производных для такой линии,  
составленные, например, по методике [10], имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial i_A}{\partial x} &= gu + C \frac{\partial u}{\partial t}; \\ -\frac{\partial u}{\partial x} &= r(2i_A - I_0), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $i_A, i_B, u$  — мгновенные значения токов в проводах  
 $A, B$  и напряжение между ними;  $x$  — линейная коор-  
дината, отсчитываемая от начала линии;  $I_0 = i_A + i_B =$   
 $= \text{const}$  — суммарный ток проводов, сохраняющийся в  
силу принципа непрерывности тока постоянные значе-  
ние для любой координаты  $x$ . При составлении этих  
уравнений принято, что магнитная связь между фоль-  
говыми обмотками — идеальная ( $M=L, k_{св}=1$ ).

Если все параметры линии и нагрузки линейны, и  
на вход подключен источник синусоидального (с угло-  
вой частотой  $\omega$ ) напряжения, то в соответствии с ком-  
плексным методом уравнения в частных производных  
(1) трансформируются в следующие уравнения в обыч-  
ных производных для комплексных действующих значе-  
ний напряжения и тока:

$$-\frac{di_A}{dx} = gU + j\omega CU; \quad (2)$$

$$\frac{dU}{dx} = r(I_0 - 2i_A). \quad (3)$$

Дифференцируя уравнение (3) по  $x$  и подставляя  
 $\frac{di_A}{dx}$  из уравнения (2), получаем:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = 2r(g + j\omega C)U = \gamma^2 U,$$

где коэффициент распространения  $\gamma = \sqrt{2r(g + j\omega C)}$   
в отличие от обычной линии не зависит от индуктив-  
ности.

Решение последнего уравнения, как известно, име-  
ет вид

$$U = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}.$$

Дифференцируя это уравнение по  $x$  и подставляя в (3),  
получаем:

$$i_A = \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{Z} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}),$$

где  $Z = \frac{2r}{\gamma} = \sqrt{\frac{2r}{g + j\omega C}}$  — волновое сопротивление ли-  
нии.

Определим постоянные интегрирования  $A_1, A_2$  и  
неизвестную величину суммарного тока  $I_0$ , входящие в  
эти уравнения. Напряжения и токи в начале ( $x=0$ ) и  
конце ( $x=l$ ) линии длиной  $l$ , а также напряжения пи-  
тания  $\dot{U}_n$ , на нагрузке  $\dot{U}_H$  и на фольговой обмотке  $\dot{U}_{12}$

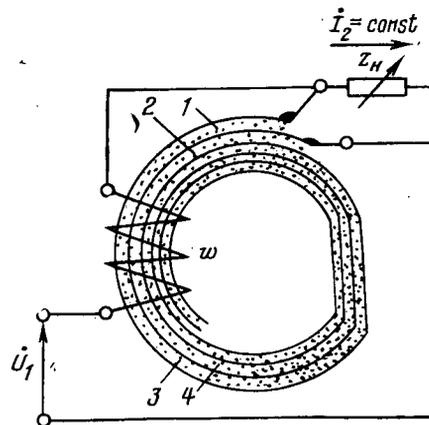


Рис. 3

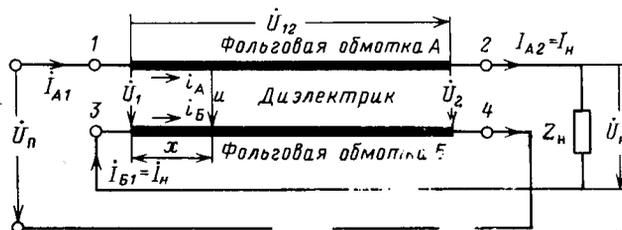


Рис. 4

связаны следующими соотношениями (рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_1 + A_2; \quad \dot{U}_2 = A_1 e^{-\gamma l} + A_2 e^{\gamma l}; \\ i_{A1} = i_{B2} = i_{вх} &= \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{Z} (A_1 - A_2); \\ i_{A2} = i_{B1} = i_{н} &= \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{Z} (A_1 e^{-\gamma l} - A_2 e^{\gamma l}); \\ \dot{U}_n - \dot{U}_2 + \dot{U}_H - \dot{U}_1 &= 0; \\ \dot{U}_n - \dot{U}_2 - \dot{U}_{12} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

причем напряжение  $\dot{U}_{12}$  определяется интегрированием:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12} &= \int_0^l d\dot{U}_A = \int_0^l [(r + j\omega L) i_A + j\omega L (I_0 - i_A)] dx = \\ &= \frac{1}{2} (r + 2j\omega L) I_0 l + \frac{1}{2} A_1 (1 - e^{-\gamma l}) + \frac{1}{2} A_2 (1 - e^{\gamma l}). \end{aligned}$$

Совместное решение алгебраических уравнений (4)  
позволяет определить постоянные интегрирования и  
суммарный ток:

$$A_1 = \frac{\dot{U}_n + \dot{U}_H}{2(1 + e^{-\gamma l})}; \quad A_2 = \frac{\dot{U}_n + \dot{U}_H}{2(1 + e^{\gamma l})}; \quad I_0 = \frac{\dot{U}_n - \dot{U}_H}{Z_{пр}},$$

где  $Z_{пр} = (r + 2j\omega L)l$  — полное продольное сопротивле-  
ние одного провода линии с учетом взаимоиндуктивного  
влияния второго.

Подставляя эти постоянные в выражения (4) и ис-  
пользуя формулы Эйлера для гиперболических функций,  
окончательно получаем выражения для входных и вы-  
ходных токов фольговых обмоток:

$$\begin{aligned} i_{A1} &= \frac{\dot{U}_n - \dot{U}_H}{2Z_{пр}} + \frac{\dot{U}_n + \dot{U}_H}{2Z} \frac{\text{sh } \gamma l}{1 + \text{ch } \gamma l}; \\ i_{A2} &= \frac{\dot{U}_n - \dot{U}_H}{2Z_{пр}} - \frac{\dot{U}_n + \dot{U}_H}{2Z} \frac{\text{sh } \gamma l}{1 + \text{ch } \gamma l}. \end{aligned}$$

Если преобразовать эти уравнения к виду, используемому при описании четырехполюсника в  $A$ -параметрах, то получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{\text{н}} &= \dot{U}_{\text{н}} \frac{Z + \alpha Z_{\text{нр}}}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}} + \dot{I}_{\text{н}} \frac{2ZZ_{\text{нр}}}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}}; \\ \dot{I}_{\text{вх}} &= \dot{U}_{\text{н}} \frac{2\alpha}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}} + \dot{I}_{\text{н}} \frac{Z + \alpha Z_{\text{нр}}}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\alpha = \frac{\text{sh } \gamma l}{1 + \text{ch } \gamma l}$ , а коэффициенты эквивалентного четырехполюсника

$$\begin{aligned} A_{11} &= A_{12} = \frac{Z + \alpha Z_{\text{нр}}}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}}; & A_{12} &= \frac{2ZZ_{\text{нр}}}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}}; \\ A_{21} &= \frac{2\alpha}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}}. \end{aligned}$$

Итак, изучаемое устройство можно представить в виде эквивалентного симметричного четырехполюсника с сосредоточенными параметрами.

Рассмотрим подробнее его свойства в предположении малости потерь энергии, рассеиваемых в сопротивлении  $r$  и проводимости  $g$ . При этом условии  $\alpha = \frac{\text{sh } \gamma l}{1 + \text{ch } \gamma l} \approx \frac{\gamma l}{2}$ ,  $r \ll \omega L$ ,  $g \ll \omega C$ , и тогда параметр  $A_{11}$  можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{Z + \alpha Z_{\text{нр}}}{Z - \alpha Z_{\text{нр}}} = \frac{1 + \frac{1}{2}(g + j\omega C)(r + 2j\omega L)l^2}{1 - \frac{1}{2}(g + j\omega C)(r + 2j\omega L)l^2} \approx \\ &\approx \frac{1 - \omega^2 L C l^2}{1 + \omega^2 L C l^2}. \end{aligned}$$

Из последнего выражения следует, что при резонансной настройке, т. е. при выполнении условия

$$\omega^2 L C l^2 = \omega^2 L_{\Sigma} C_{\Sigma} = 1, \quad (6)$$

где  $L_{\Sigma} = lL$  — суммарная индуктивность одной фольговой обмотки;  $C_{\Sigma} = lC$  — суммарная емкость между обмотками, — параметр четырехполюсника  $A_{11} = 0$ .

Это означает, что при выполнении условия (6) рассматриваемое устройство работает в режиме преобразователя источника напряжения в источник тока [1], т. е. ток в нагрузке, определяемый из выражения (5), не зависит от сопротивления нагрузки. Параметры такого идеального (без потерь) четырехполюсника и его входные и выходные токи и напряжения:

$$A_{11} = A_{22} = 0; \quad A_{12} = 2j\omega L_{\Sigma}; \quad A_{21} = \frac{j}{2\omega L_{\Sigma}};$$

$$\dot{I}_{\text{н}} = \dot{U}_{\text{н}} A_{12}^{-1} = \frac{\dot{U}_{\text{н}}}{2j\omega L_{\Sigma}}; \quad \dot{I}_{\text{вх}} = \dot{U}_{\text{н}} A_{21} =$$

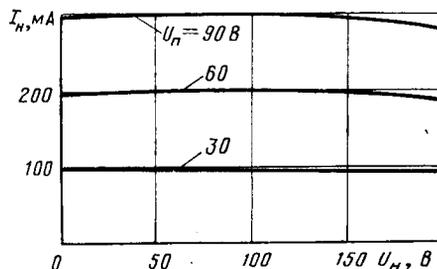


Рис. 5

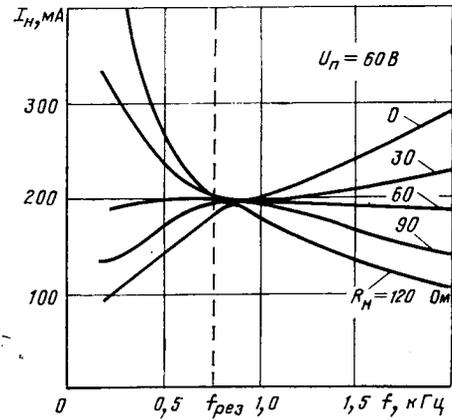


Рис. 6

$$= \dot{I}_{\text{н}} Z_{\text{н}} A_{21} = \dot{U}_{\text{н}} \frac{Z_{\text{н}}}{4\omega^2 L_{\Sigma}^2}, \quad (7)$$

т. е. полностью совпадают с аналогичными величинами для симметричной Т-образной схемы ИЕП с взаимной индуктивной связью между обмотками дросселя [1, 2]. Поэтому его стабилизирующие свойства, энергетические, частотные и другие характеристики (в частности, фазо- и амплитудно-частотные, приведенные в [7, 9]), идентичны соответствующим характеристикам указанной схемы ИЕП.

Для иллюстрации свойств «индуккона» на рис. 5 и 6 приведены внешние (при различных питающих напряжениях) и амплитудно-частотные характеристики одного из экспериментальных образцов. Образец имел следующие параметры: ширина алюминиевой фольги и полипропиленовой пленки 45 мм; толщина фольги 0,01 мм; толщина пленки 0,04 мм; число витков — 170; сердечник магнитопровода — ферритовый (марка 3000 НМ), П-образный, величина воздушного зазора — 0,5 мм, сечение — 360 мм<sup>2</sup>.

Для ориентировочной оценки возможностей применения «индуккона» с точки зрения рабочего диапазона мощностей, токов, частот и массо-габаритных показателей в приложении к настоящей статье рассчитаны по приближенным формулам несколько их вариантов. Следует отметить, что варьируя толщиной фольговой обмотки и изоляции (или количеством их слоев), можно существенно изменять результирующую индуктивность, емкость, резонансную частоту и мощность «индуккона» даже в пределах одного типоразмера магнитопровода. Разработка уточненной методики расчета устройств такого типа и обоснование выбора ряда их типоразмеров для освоения промышленного выпуска представляют большой практический интерес.

Проведенные в Институте электродинамики АН УССР исследования, частично отраженные в настоящей статье, позволяют заключить, что преобразователи с распределенными параметрами типа «индуккон» перспективны для применения во вторичных источниках электропитания, требующих стабилизации тока в переменной нагрузке, на мощности от сотен ватт до единиц-десятков кВт и частоты от 50 Гц до 10—20 кГц. Их использование позволит существенно улучшить массо-габаритные показатели таких устройств, снизить материалоемкость и себестоимость изготовления, расширить функциональные возможности применения.

№ варианта	$a, м$	$\omega$	$L_{\Sigma}, Гн$	$C_{\Sigma}, мкФ$	$f, Гц$	$\omega L_{\Sigma}, Ом$	$U_{П}, В$	$U_{Н}, В$	$\delta, А/мм^2$	$I_{Н}, А$	$I_{ВХ}, А$	$P_{Н}, Вт$
1	$10^{-2}$	89	$1,6 \cdot 10^{-3}$	0,26	8000	81	50 100	124 89	1,34 1,46	0,31 0,62	0,77 0,55	38,4 55,2
2	$2 \cdot 10^{-2}$	178	$1,3 \cdot 10^{-2}$	2,07	1000	81,1	50 100 300	940 940 890	3,8 4,0 4,6	0,31 0,62 1,84	5,8 5,8 5,5	290 580 1640
3	$5 \cdot 10^{-2}$	446	$2 \cdot 10^{-1}$	32,4	62,7	78,4	100 300 800	926 882 478	1,63 1,88 2,03	0,64 1,92 5,1	5,9 5,62 3,04	590 1690 2440

Приложение. При расчете вариантов выполнения «индуктонов» будем ориентироваться на использование следующих материалов и конструкций:

фольговая обмотка выполняется из используемого силового конденсаторостроении рулонного алюминия толщиной  $\Delta_{\phi} = 16 \cdot 10^{-6}$  м;

в качестве изоляции между витками используется этилопропиленовая пленка толщиной  $\Delta_{и} = 12 \cdot 10^{-6}$  м; магнитопровод — броневой конструкции, набранный из Ш-образных пластин, толщина среднего стержня —  $a$ , м; толщина крайних стержней  $a/2$ ; ширина окна  $c = a$ ; высота окна  $h = 2,5 a$ ; толщина пакета  $b = 1,5 a$ ; длина средней силовой линии  $l_{ср} = 9 a$ ; толщина немагнитного зазора  $l_0 = 10^{-2} l_{ср}$ ;

ферромагнетик магнитопровода соответствует рабочей частоте (электротехническая сталь соответствующей толщины, пермаллой или феррит).

В этом случае интересующие нас параметры можно вычислить по следующим приближенным формулам.

Число витков каждой из двух фольговых обмоток

$$\omega = \frac{1}{2} \frac{ck_3}{\Delta_{\phi} + \Delta_{и}} = \frac{1}{4} \frac{a}{\Delta_{\phi} + \Delta_{и}},$$

где  $k_3$  — коэффициент заполнения окна фольгой и изоляцией; принимаем  $k_3 = 0,5$  (с заводским запасом).

Индуктивность фольговой обмотки

$$L_{\Sigma} = \frac{\omega^2 S_M}{\frac{l_{ср}}{\mu} + \frac{l_0}{\mu_0}} = \frac{\omega^2 ab}{l_{ср} \left( \frac{1}{\mu} + \frac{l_0}{l_{ср} \mu_0} \right)} = \frac{1,5 a^2 \omega^2}{9a \left( 0,5 \cdot 10^3 + 10^{-2} \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} \right)} \approx 2 a \omega^2 \cdot 10^{-5}, Гн.$$

Средняя длина витка обмотки  $l_{в} = 2(a + b + c) = 7a$ , м. Суммарная площадь фольговой обмотки  $S_{\phi} = l_{в} \omega h = 17,5 a^2 \omega$ , м<sup>2</sup>.

Суммарная емкость между фольговыми обмотками  $C_{\Sigma} = \epsilon_0 \epsilon \frac{S_{\phi}}{\Delta_{и}} = 1,66 \cdot 10^{-6} S_{\phi}$ , Ф.

Резонансная частота

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_{\Sigma} C_{\Sigma}}}; f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{\Sigma} C_{\Sigma}}}, Гц.$$

Площадь сечения фольговой обмотки

$$q = \Delta_{\phi} h = 2,5 a \Delta_{\phi}, м^2.$$

Питающее напряжение и напряжение на нагрузке могут быть найдены следующим образом. Напряжение на одной фольговой обмотке  $\dot{U}_{12} = \frac{U_{П} - U_{Н}}{2}$  связано с индукцией в сердечнике соотношением  $\sqrt{2} |\dot{U}_{12}| = \omega B_M S_M$ .

Учитывая, что напряжения  $\dot{U}_{П}$  и  $\dot{U}_{Н}$  находятся при активной нагрузке в квадратуре (что следует из формул (7)), имеем:

$$|\dot{U}_{12}| = \frac{\sqrt{|\dot{U}_{П}|^2 + |\dot{U}_{Н}|^2}}{2} = \frac{\omega B_M S_M}{\sqrt{2}},$$

или

$$\sqrt{|\dot{U}_{П}|^2 + |\dot{U}_{Н}|^2} = \sqrt{2} \omega B_M S_M.$$

Поэтому при заданном питающем напряжении на напряжение на нагрузке определяется соотношением:

$$|\dot{U}_{Н}| = \sqrt{2 (\omega B_M S_M)^2 - |\dot{U}_{П}|^2}.$$

С другой стороны, средний (по результирующему нагреву), ток в фольговой обмотке связан с плотностью тока соотношением

$$I_{ср} = \frac{|\dot{I}_{Н}| + |\dot{I}_{ВХ}|}{2} = q \delta.$$

Поэтому с учетом формул (7) плотность тока в фольговых обмотках

$$\delta = \frac{|\dot{U}_{П}| + |\dot{U}_{Н}|}{4q\omega L_{\Sigma}}.$$

Ток нагрузки и выделяемая в активном сопротивлении нагрузки мощность:

$$|\dot{I}_{Н}| = \frac{|\dot{U}_{П}|}{2\omega L_{\Sigma}}; P_{Н} = |\dot{I}_{Н}| |\dot{U}_{Н}|.$$

В таблице приведены рассчитанные по вышеприведенным формулам параметры нескольких вариантов «индуктонов», позволяющие ориентировочно оценить возможные области их применения (за базовый размер взята толщина среднего стержня  $a$ ; рабочая индукция для 2-го и 3-го вариантов  $B_M = 1$  Тл, для 1-го, в связи с повышенной частотой —  $B_M = 0,2$  Тл; магнитная проницаемость ферромагнетика для всех вариантов  $\mu = 2 \times 10^{-2}$  Гн/м).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миях А. Н., Волков И. В. Системы неизменного тока на основе индуктивно-емкостных преобразователей. — Киев: Наукова думка, 1974.
2. Принципы построения и оптимизация схем индуктивно-емкостных преобразователей/И. В. Волков, В. Н. Губаревич, В. Н. Исаков, В. П. Кабан. — Киев: Наукова думка, 1981.
3. Волков И. В., Вакулenco В. М. Источники электропитания лазеров. — Киев: Техника, 1976.
4. Гуттерман К. Д., Прозорова И. Д., Свенчанский А. Д. Автоматическое регулирование электрических печей. — М.: Изд. МЭИ, 1972.

## Перегрузка межсистемной связи

КОЛОНСКИЙ Т. В., канд. техн. наук  
Киев

Нарушение устойчивости межсистемных связей, основная часть которых в СССР является слабыми, возможно в результате их сравнительно медленной перегрузки под действием регуляторов скорости турбин и реакции котлов тепловых электростанций при возникновении аварийного небаланса активной мощности [1], например дефицита в приемной части энергосистемы, недостаточного для быстрого нарушения динамической устойчивости (без учета реакции котлов). Опасная медленная перегрузка линий связи может иметь место также при возникновении результирующего аварийного небаланса как разности аварийного дефицита в приемной части энергосистемы и управляющего воздействия, обеспечивающего путем ограничения мощности нагрузки в приемной части энергосистемы сохранение динамической устойчивости. Опасный для медленной перегрузки результирующий аварийный дефицит в приемной части энергосистемы может возникнуть в результате деления энергосистемы или в виде разности управляющих воздействий на ограничение мощности генераторов и нагрузки для сохранения устойчивости при отключении линии в пределах приемной части энергосистемы.

Различие между результирующим дефицитом в приемной части энергосистемы по условию обеспечения заданного коэффициента запаса по статической устойчивости в послеаварийном режиме  $\Delta P_c$  и обеспечения динамической устойчивости  $\Delta P_d$  может быть оценено исходя из следующего. Применительно для двухмашинной схемы сети дефицит  $\Delta P_c$ , соответствующий установившемуся перетоку  $P_a$  с заданным коэффициентом запаса по статической устойчивости в послеаварийном установившемся режиме  $K_{a.п}$ , определяется по выражению [2, 3]:

$$\Delta P_c = (P_a - P_n) \frac{P_{н. пр} K_{f пр} + P_{н. от} K_{f от}}{P_{н. от} K_{f от}}, \quad (1)$$

а предельный дефицит  $\Delta P_d$ , соответствующий предельному набору  $P_{д. наб}$ , при котором динамическая устойчивость еще сохраняется, определяется по выражению [2, 4]:

$$P_{д. наб} = 0,75 (P_{пред} - P_n) \frac{P_{н. пр} + P_{н. от}}{P_{н. от}}, \quad (2)$$

где

$$P_a = \frac{1}{1 + K_{a.п}} P_{пред}; \quad (3)$$

$$P_{д. наб} = 0,75 P_{пред} + 0,25 P_n; \quad (4)$$

$P_{пред}$  — переток активной мощности, предельный по статической устойчивости и принятый за единицу;  
 $P_n$  — переток активной мощности в исходном нагрузочном режиме в относительных единицах  $P_{пр}$ ;  
 $K_{f пр}$ ,  $K_{f от}$  — результирующие коэффициенты крутизны статических характеристик по частоте (обратные коэффициентам статизма) приемной и отправной части энергосистемы с суммарной мощностью нагрузки  $P_{н. пр}$  и  $P_{н. от}$  [1, 2].

Даже при

$$K_{f от} = K_{f пр} \quad (5)$$

и нормированном значении  $K_{a.п} = 8\%$  в послеаварийном режиме в условиях

$$P_n > 0,7 \quad (6)$$

имеет место

$$\Delta P_c < \Delta P_d. \quad (7)$$

В частности, в исходном доаварийном режиме с нормированным коэффициентом запаса  $K_{a.д} = 20\%$  ( $P_n = 0,83$ )

$$\Delta P_c = 0,76 \Delta P_d, \quad (8)$$

а в более напряженных режимах, допускаемых на линиях связи, отходящих от гидростанций, например, с  $K_{a.д} = 10\%$  ( $P_n = 0,91$ ),

$$\Delta P_c = 0,227 \Delta P_d. \quad (9)$$

Различие между  $\Delta P_d$  и  $\Delta P_c$  увеличивается в условиях, когда практически весь резерв сосредоточен в отправной части энергосистемы и при этом мощность отправной части энергосистемы выше, чем приемной.

Например, для  $K_{a.д} = 20\%$ ;  $K_{a.п} = 8\%$ ;  $K_{f от} = 18$ ;  $K_{f пр} = 2$ ;  $P_{н. пр} = 0,5 P_{н. от}$  по (1) и (2) можно получить:

$$\Delta P_c = 0,537 \Delta P_d. \quad (10)$$

С учетом изложенного обеспечение устойчивости с помощью средств противоаварийного управления может требоваться при результирующих дефицитах  $\Delta P_c$ , существенно меньших, чем предельные дефициты  $\Delta P_d$  по условию сохранения динамической устойчивости. Так как для противоаварийного управления при аварийных дефицитах, приводящих к нарушению динамической устойчивости, используется информация о взаимном угле  $\delta$  и скольжении  $s$  [2—4], в частности, зависимость  $s = f(\delta)$ ,  $\delta = f(t)$ ,  $s = f(t)$ , то при аварийных дефицитах  $\Delta P \leq \Delta P_c$  целесообразно получить зависимости  $\delta = f(t)$  и  $s = f(t)$  в общем виде.

Как известно, получить такие зависимости не представляется возможным ввиду необходимости численного интегрирования уравнений движения генераторов. Упрощенные зависимости  $\delta = f(t)$  и  $s = f(t)$ , иллюстрирующие характер переходного процесса при дефицитах  $\Delta P \leq \Delta P_c$  в приемной части энергосистемы, а также дающие представление о порядке электрических величин во время переходного процесса и о возможностях управления им, можно получить применительно для двухмашинной схемы сети, исходя из следующего.

Условно принимается рассмотрение переходного процесса без учета его первой стадии в виде синхронных качаний, вызванных аварийным дефицитом  $\Delta P \leq \Delta P_c$ , т. е. принимается, что вся энергосистема имеет единую частоту [1]. В результате рассматриваемого дефицита  $\Delta P$  ( $\Delta P \leq \Delta P_c$ ) в приемной и отправной частях энергосистемы, т. е. во всей энергосистеме (энергосоединении), частота снизится на установившуюся величину [2] с учетом [1]:

$$\Delta f_y = \frac{\Delta P}{P_{н. от} K_{f от} + P_{н. пр} K_{f пр}} = \frac{\Delta P}{P_{н\Sigma} K_{f\Sigma}}, \quad (11)$$

где  $P_{н\Sigma}$  — суммарная мощность нагрузки всей энергосистемы

$$P_{н\Sigma} = P_{н. от} + P_{н. пр}, \quad (12)$$

$K_{f\Sigma}$  — результирующий коэффициент крутизны статической характеристики всей энергосистемы по частоте

$$K_{f\Sigma} = \frac{P_{н. от} K_{f от} + P_{н. пр} K_{f пр}}{P_{н\Sigma}}. \quad (13)$$

Изменение (приращение) текущей частоты во времени [5]

$$\Delta f_t = \frac{\Delta P}{P_{н\Sigma} K_{f\Sigma}} (1 - e^{-t/\tau}) = \Delta f_y (1 - e^{-t/\tau}), \quad (14)$$

где

$\Delta f_y$  — соответствует (11);

$T_j$  — механическая постоянная инерции всей энергосистемы;

5. Ильинский Н. Ф. Электропривод постоянного тока с управляемым моментом. — М.: Энергоиздат, 1981.

6. А. с. № 849392 (СССР). Индуктивно-емкостный преобразователь/Ю. А. Кашин. Оpubл. в Б. И., 1981, № 27.

7. Reeves R. Inductor—capacitor hybrid. — Proc. IEE, 1975, vol. 122, N11.

8. Reeves R. Choke—capacitor hybrid as a fluorescent-lamp ballast. — Proc. IEE, 1975, vol. 122, N10.

9. Задерей Г. П. Многофункциональные магнитные радиокомпоненты. — М.: Советское радио, 1980.

10. Нейман Л. П., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 1. — Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние, 1967. [23.11.83]

τ — постоянная времени изменения частоты всей энергосистемы [5],

$$\tau \approx \frac{T_J}{K_{f\Sigma}} \quad (15)$$

• При рассматриваемом дефиците  $\Delta P \leq \Delta P_c$  в приемной энергосистеме, переток активной мощности по линиям связи в приемную часть энергосистемы в установившемся режиме в соответствии с (11) и (1) увеличится на величину

$$\Delta P_y = \Delta f_y P_{н.от} K_{fот} = \Delta P - \Delta f_y P_{н.пр} K_{fпр} = \Delta P \frac{P_{н.от} K_{fот}}{P_{н\Sigma} K_{f\Sigma}} \quad (16)$$

Для энергосистемы, состоящей из агрегатов без промпрегрева пара, τ находится в пределах от 2 до 5с в зависимости от величин  $T_J$  и  $K_{f\Sigma}$  [5]. (Как известно, значение  $K_{f\Sigma}$  при наличии резерва активной мощности существенно выше и τ существенно ниже, чем при отсутствии резерва). В виде допущения не учитывается колебательный характер изменения частоты при наличии резерва для энергосистемы, состоящей из агрегатов промпрегревом пара, особенно при наличии в электроприставках турбин канала начальной коррекции неравномерности НКН), исключающего колебательный характер процесса изменения частоты [5]. Процесс изменения частоты при небалансе  $P \leq \Delta P_c$  в реальной энергосистеме при принятых допущениях может быть описан передаточной функцией аperiodического звена для двух режимов [1, 6] — на интервале до 30—50 с (после действия автоматических регуляторов скорости турбин) на интервале до нескольких минут (после реакции котлов тепловых электростанций). Каждый из этих режимов характеризуется различным значением постоянной времени τ. Для первого звена τ приближенно характеризуется значением 6—15 с, для второго режима существенно выше и ориентировочно составляет 130—240 с [6]. С учетом (14), (15), (16) зависимости  $f(t)$  и  $s=f(t)$  в условиях аварийного дефицита ΔP в приемной части энергосистемы могут быть получены на основании решения уравнений движения эквивалентных генераторов отравной и приемной частей энергосистемы:

$$\frac{T_{Jот}}{\omega_0} \frac{d^2 \delta_{от}}{dt^2} = P_{т.от} - P_{г.от}; \quad (17)$$

$$\frac{T_{Jпр}}{\omega_0} \frac{d^2 \delta_{пр}}{dt^2} = P_{т.пр} - P_{г.пр}. \quad (18)$$

Учитывая только индуктивное сопротивление слабой связи, благодаря чему:

$$P_{г.от} = P_{н.от} + P_{пред} \sin \delta; \quad (19)$$

$$P_{г.пр} = P_{н.пр} - P_{пред} \sin \delta \quad (20)$$

Учитывая (18) из (17), можно в соответствии с [4, 7] получить

$$\frac{T_{Jэ}}{\omega_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{т.э} - P_{г.э}, \quad (21)$$

$$T_{Jэ} = \frac{T_{Jот} T_{Jпр}}{T_{Jот} + T_{Jпр}}; \quad K_J = \frac{T_{Jот}}{T_{Jпр}}; \quad (22)$$

$$P_{т.э} = \frac{P_{т.от} - P_{н.от}}{1 + K_J} - K_J \frac{P_{т.пр} - P_{н.пр}}{1 + K_J} = \Delta P_T; \quad (23)$$

$$P_{г.э} = P_{пред} \left[ \frac{\sin \delta}{1 + K_J} + K_J \frac{\sin \delta}{1 + K_J} \right] = P_{пред} \sin \delta; \quad (24)$$

$\delta_{от} - \delta_{пр}$  — взаимный угол между векторами эквивалентных с. генераторов (или напряжений при учете АРВ сильного твизия генераторов) отравной и приемной частей энергосистемы;  $P_{пред}$  — соответствует (3); — передаваемая мощность, так как  $P_{т.пр} < P_{н.пр}$  и

$$P_{от} - P_{н.от} = -(P_{т.пр} - P_{н.пр}) = P_{н.пр} - P_{т.пр} = \Delta P_T.$$

Учитывая, что в распространенных энергосистемах, состоящих из агрегатов с промпрегревом пара, часть мощности, извлекаемая в цилиндрах высокого давления, изменяется сравнительно быстро с низкими постоянными времени в начальной или переходного процесса, а остальная часть мощности извлекается существенно медленнее [5], можно (при принятом допущении о неучете начальной стадии) упрощенно учесть пром-

перегрев аperiodическим звеном первого порядка с постоянной времени  $T_{пп}$ . При этом изменение  $\Delta P_T$  в (23) можно определить на основании (16) и (14) путем решения дифференциального уравнения

$$T_{пп} \frac{d\Delta P_T}{dt} + \Delta P_T = \Delta f_T P_{н.от} K_{fот} = \Delta P - \Delta f_T P_{н.пр} K_{fпр} = \Delta P \frac{P_{н.от} K_{fот}}{P_{н\Sigma} K_{f\Sigma}} (1 - e^{-t/\tau}) = \Delta P_y (1 - e^{-t/\tau}). \quad (25)$$

Решение уравнения (25):

$$\Delta P_T = \Delta P_y \left( 1 + \frac{T_{пп}}{\tau - T_{пп}} e^{-t/T_{пп}} - \frac{\tau}{\tau - T_{пп}} e^{-t/\tau} \right). \quad (26)$$

Зависимость (26) в первом приближении справедлива не только для энергосистем, состоящих из агрегатов с промпрегревом пара при  $T_{пп} = 4-6$  с [5], но и для энергосистем с агрегатами без промпрегрева пара при подстановке вместо  $T_{пп}$  обобщенной постоянной времени парового объема турбины и сервомотора  $T_{п.с}$  существенно меньшей величины, чем  $T_{пп}$ . По указанной причине при рассмотрении распространенных энергосистем, состоящих преимущественно из агрегатов с промпрегревом пара, значением  $T_{п.с}$  в первом приближении можно пренебречь, учитывая в (26) только  $T_{пп}$ .

Текущее приращение  $\Delta P_T$  в соответствии с (26) рассматривается на участке характеристики мощности  $P=f(\delta)$  линий связи от мощности  $P_n$  в исходном режиме с углом  $\delta_n$  до максимальной допустимой загрузки связи  $P_{п}$  с углом  $\delta_{п}$  при заданном коэффициенте запаса  $K_{з.п}$  (например,  $K_{з.п} = 8\%$ ) по статической устойчивости в длительном послеаварийном режиме. Принимается, что превышение перетоком значения  $P_{п}$  и соответственно углом  $\delta$  значения  $\delta_{п}$  свидетельствует о перегрузке связи.

С целью интегрирования в общем виде уравнения (21) участок синусоиды характеристики мощности между  $P_n$  и  $P_{п}$  заменяется отрезком прямой, проходящей через точки  $P_n$  и  $P_{п}$  [7]. Тангенс угла наклона этого отрезка прямой равен

$$\operatorname{tg} \varepsilon = C = \frac{P_{п} - P_n}{\delta_{п} - \delta_n}. \quad (27)$$

Уравнение указанной прямой в координатах мощность — угол

$$P = C\delta + a, \quad (28)$$

где

$$a = \frac{P_n \delta_{п} - P_{п} \delta_n}{\delta_{п} - \delta_n}; \quad (29)$$

$P_n, P_{п}$  — в относительных единицах по отношению к  $P_{пред} = 1$ ,  $\delta_n$  и  $\delta_{п}$  — в радианах.

С учетом (26), (28) и [7] уравнение движения (21)

$$\frac{T_{Jэ}}{\omega_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + K_d \frac{d\delta}{dt} + C\delta = M + \Delta P_y \frac{T_{пп}}{\tau - T_{пп}} e^{-t/T_{пп}} - \Delta P_y \frac{\tau}{\tau - T_{пп}} e^{-t/\tau}, \quad (30)$$

где

$$M = P_n + \Delta P_y - a; \quad (31)$$

$P_n$  и  $\Delta P_y$  — в относительных единицах по отношению к  $P_{пред} = 1$ ,  $K_d$  — коэффициент демпфирования [5, 7].

При заданных значениях  $T_{Jэ}, K_d, C, M, \tau, \delta_n, \delta_{п}$  решение уравнения (30) при

$$K_d^2 < \frac{4T_{Jэ}C}{\omega_0} \quad (32)$$

имеет вид:

$$\delta = A_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + A_2 e^{\alpha t} \sin \beta t + \frac{M}{C} + B_1 e^{-t/T_{пп}} - B_2 e^{-t/\tau}; \quad (33)$$

$$\alpha = -\frac{K_d \omega_0}{2T_{Jэ}}; \quad \beta = \frac{\omega_0}{2T_{Jэ}} \sqrt{\frac{4T_{Jэ}C}{\omega_0} - K_d^2}; \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{\Delta P_y \omega_0 T_{пп}^3}{(\tau - T_{пп})(T_{Jэ} - K_d \omega_0 T_{пп} + T_{пп}^2 \omega_0 C)}; \\ B_2 &= \frac{\Delta P_y \omega_0 \tau^3}{(\tau - T_{пп})(T_{Jэ} - K_d \omega_0 \tau + \tau^2 \omega_0 C)}; \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

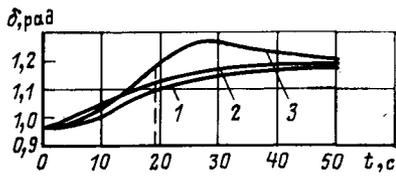


Рис. 1. Зависимости  $\delta=f(t)$ : 1 — аварийный дефицит  $\Delta P=0,48$  млн. кВт,  $K_D=2,85$ ; 2 —  $\Delta P=0,48$  млн. кВт,  $K_D=1$ ; 3 —  $\Delta P=0,8$  млн. кВт с управляющим воздействием  $\Delta P_{0,н}=0,3$  млн. кВт через 19,5 с при  $K_D=2,85$

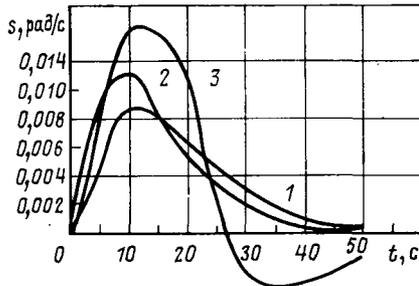


Рис. 2. Зависимости  $s=f(t)$ : 1, 2, 3 — по условиям рис. 1

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \delta_{нач} - \frac{M}{C} - B_1 + B_2; \\ A_2 &= \frac{s_{нач}}{\beta} - \delta_{нач} \frac{\alpha}{\beta} + B_1 \frac{1 + \alpha T_{пп}}{\beta T_{пп}} - B_2 \frac{1 + \alpha \tau}{\beta \tau}; \end{aligned} \right\} (36)$$

$\delta_{нач}$ ,  $s_{нач} = \frac{d\delta}{dt}$  — соответствуют начальным условиям, и для рассматриваемого случая  $\delta_{нач} = \delta_n$ ,  $s_{нач} = 0$ .

При

$$K_D^2 > \frac{4T_{J\theta}C}{\omega_0} \quad (37)$$

$$\delta = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t} + \frac{M}{C} + B_1 e^{-t/T_{пп}} - B_2 e^{-t/\tau}, \quad (38)$$

где

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= -\frac{K_D \omega_0}{2T_{J\theta}} + \frac{\omega_0}{2T_{J\theta}} \sqrt{K_D^2 - \frac{4T_{J\theta}C}{\omega_0}}, \\ r_2 &= -\frac{K_D \omega_0}{2T_{J\theta}} - \frac{\omega_0}{2T_{J\theta}} \sqrt{K_D^2 - \frac{4T_{J\theta}C}{\omega_0}}; \end{aligned} \right\} (39)$$

$B_1$ ,  $B_2$  — соответствуют (35);

$$\begin{aligned} A_1 &= \delta_{нач} \frac{r_2}{r_2 - r_1} - \frac{M}{C} \frac{r_2}{r_2 - r_1} - B_1 \frac{r_2 T_{пп} + 1}{T_{пп}(r_2 - r_1)} + \\ &+ B_2 \frac{r_2 \tau + 1}{\tau(r_2 - r_1)}; \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{s_{нач}}{r_2 - r_1} - \delta_{нач} \frac{r_1}{r_2 - r_1} + \frac{M}{C} \frac{r_1}{r_2 - r_1} + \\ &+ B_1 \frac{r_1 T_{пп} + 1}{T_{пп}(r_2 - r_1)} - B_2 \frac{r_1 \tau + 1}{\tau(r_2 - r_1)}. \end{aligned} \quad (41)$$

Переток по линии связи с учетом (24) характеризуется теми же составляющими как и угол  $\delta$  по (33) и (38), но под знаком синуса:

$$P = P_{пред} \sin \delta. \quad (42)$$

Учитывая, что первая производная (скольжение  $s$ ) функций (33) и (38)

$$\begin{aligned} s &= A_1 \alpha e^{\alpha t} \cos \beta t - A_1 e^{\alpha t} \sin \beta t + A_2 \alpha e^{\alpha t} \sin \beta t + A_2 e^{\alpha t} \cos \beta t - \\ &- \frac{1}{T_{пп}} B_1 e^{-t/T_{пп}} + \frac{1}{\tau} B_2 e^{-t/\tau}; \end{aligned} \quad (43)$$

$$s = A_1 r_1 e^{r_1 t} + A_2 r_2 e^{r_2 t} - \frac{1}{T_{пп}} B_1 e^{-t/T_{пп}} + \frac{1}{\tau} B_2 e^{-t/\tau} \quad (44)$$

является суммой экспоненциальных функций, коэффициенты при которых имеют различные знаки, то не исключаются случаи, когда при некоторых значениях входящих в (43), (44) постоянных скольжение  $s$  обратится в нуль при промежуточном значении  $t$ . Указанное свидетельствует о том, что зависимости  $\delta=f(t)$  по (33) и (38) могут иметь экстремумы. Следовательно, не исключаются случаи, когда при установившихся значениях угла и перетока

$$\delta_y = \frac{M}{C} \leq \delta_n, \quad P_y = P_n + \Delta P_y \leq P_n \quad (45)$$

в переходном процессе возможно превышение углом  $\delta$  и перетоком  $P$  опасных значений  $\delta_n$  и  $P_n$ , требующих выполнения управляющих воздействий от средств противоаварийного управления для предотвращения нарушения устойчивости в послеаварийном режиме. Указанные средства в виде устройств фиксации статической перегрузки [2, 4] могут также использоваться в случае, если реальные текущие или установившиеся значения  $P$  и  $\delta$  превышают расчетные установившиеся значения и являются опасными по условию статической устойчивости. Такие устройства, разгружающие линии связи (например, действующие на ограничение части нагрузки в приемной части энергосистемы при опасном в ней аварийном дефиците активной мощности) при превышении перетоком  $P$  или углом  $\delta$  допустимых значений  $P_n$  или  $\delta_n$ , должны отстраиваться от скорости изменения перетока  $dP/dt$  или скольжения  $s$  при сравнительно быстрых динамических переходах и надежно действовать при скорости изменения  $dP/dt$  или  $s$  в рассматриваемых послеаварийных режимах [8]. При этом по (42):

$$\frac{dP}{dt} = P_{пп} \cos \delta \frac{d\delta}{dt} = s P_{пп} \cos \delta. \quad (46)$$

Зависимость  $s(t)$  как для устройств, реагирующих на  $dP/dt$  по (46), так и для устройств, реагирующих на угол  $\delta$  и его скольжение  $s$ , определяется по (43), (44). Зависимость  $s=f(t)$

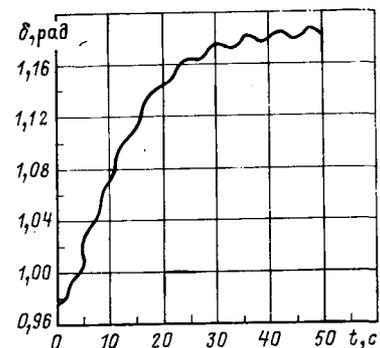


Рис. 3. Зависимости  $\delta(t)$  в условиях аварийного дефицита  $\Delta P=0,48$  млн. кВт при  $K_D=0$

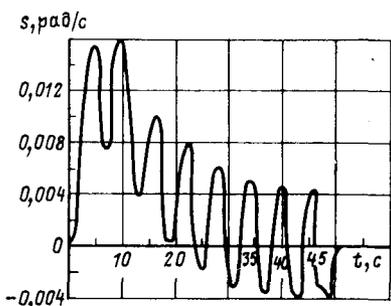


Рис. 4. Зависимости  $s=f(t)$  при  $\Delta P=0,48$  млн. кВт,  $K_D=0$

необходима также для определения  $\delta=f(t)$  по (33) и (38) после выполнения управляющего воздействия от указанных устройств, например, на ограничение мощности нагрузки в приемной части энергосистемы в момент времени  $t_{\text{д}}$  достижения углом  $\delta$  значения  $\delta_{\text{д}}$  при аварийном дефиците  $\Delta P$  для начальных условий  $\delta=\delta_{\text{д}}$   $db/dt=s_{\text{д}}$  (см. приложение).

При этом в (16) для получения  $\Delta P_{\text{у.о.н}}$  вместо  $\Delta P$  подставляется величина  $\Delta P-\Delta P_{\text{о.н}}$ .

**Приложение.** На основании полученных основных расчетных выражений приведем численные зависимости  $\delta=f(t)$  и  $s=f(t)$  в двухмашинной схеме сети при аварийных дефицитах в приемной части энергосистемы для следующих исходных данных:

$P_{\text{в.от}}=190$  млн. кВт;  $P_{\text{н.пр}}=100$  млн. кВт;  $P_{\text{пр}}=P_{\text{баз}}=5$  млн. кВт;  $T_{\text{лот}}=T_{\text{лпр}}=10$  с;  $\tau=8$  с;  $K_{f\text{от}}=6,7$ ;  $K_{f\text{пр}}=0,83$ ;  $\delta_{\text{н}}=0,979$  рад.;  $P_{\text{н}}=0,926$ ;  $\delta_{\text{д}}=1,185$  рад.;  $T_{\text{пп}}=5$  с.

В соответствии с (22), (27), (29), (31)  $T_{\text{лэ}}=131$  с;  $C=0,466$ ;  $i=0,377$ ;  $M=0,552$ .

При аварийном дефиците  $P=0,48$  млн. кВт  $=0,096$  для условий (37) при  $K_{\text{д}}=2,85$  [5] и  $K_{\text{д}}=1$ , а также для условий (32) при  $\delta_{\text{д}}=0$  зависимости  $\delta=f(t)$  соответственно по (38), (33) и  $s=f(t)$  по (44), (43) приведены на рис. 1, 2, 3, 4. Зависимости  $\delta=f(t)$  и  $s=f(t)$  при  $K_{\text{д}}=2,85$  имеют следующие числовые выражения:

$$\delta = 3,82e^{-0,168t} + 0,0006e^{-6,66t} + 1,185 - 1,83e^{-t/5} - 2,202e^{-t/8};$$

$$s = -3,82 \cdot 0,168e^{-0,168t} - 0,0006 \cdot 6,66e^{-6,66t} + \frac{1}{5} 1,83e^{-t/5} + \frac{2,202}{8} e^{-t/8}.$$

На рис. 1 и 2 приведены также зависимости  $\delta=f(t)$ ,  $s=f(t)$  для  $K_{\text{д}}=2,85$  при аварийном дефиците  $\Delta P=0,8$  млн. кВт в при-

емной части энергосистемы и управляющем воздействии от средств противоаварийного управления на ограничение мощности нагрузки в приемной части энергосистемы  $\Delta P_{\text{о.н}}=0,3$  млн. кВт в момент времени 19,5 с достижения углом максимально допустимого значения  $\delta_{\text{д}}=1,185$  рад ( $68^\circ$ ).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анализ переходных процессов изменения частоты и перетоков мощности по межсистемным связям сложного энергообъединения с учетом влияния тепловых электростанций/С. В. Алексеев, А. М. Машанский, Р. С. Рабинович и др. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 5.
2. Портной М. Г., Рабинович Р. С. Управление энергосистемами для обеспечения устойчивости. — М.: Энергия, 1978.
3. Режимные принципы противоаварийной автоматики для повышения устойчивости энергообъединений/Л. М. Невницкая, М. Г. Портной, С. А. Совалов и др. — Электричество, 1977, № 9.
4. Иофьев Б. И. Автоматическое аварийное управление мощностью энергосистем. — М.: Энергия, 1974.
5. Стернинсон Л. Д. Переходные процессы при регулировании частоты и мощности в энергосистемах. — М.: Энергия, 1975.
6. Влияние вида регулирования тепловых электростанций на переходный процесс изменения частоты в энергосистеме/М. Я. Вонсович, Е. П. Петряев, М. А. Родиньш, Л. М. Левит — В кн.: «Доклады на II Всес. научно-техн. совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. — М.: Энергия, 1969.
7. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1978.
8. Гровер Б. А., Колонский Т. В. Сохранение устойчивости при аварийных дефицитах активной мощности в энергосистемах с линиями межсистемной слабой связи. — Электрические станции, 1981, № 8.

[24.04.84]

УДК 621.311.012.8.001.24

## Коррекция матрицы узловых сопротивлений при изменениях схемы замещения электрической сети

АМИРИКЯН Р. А., ШАРАБХАНЫ И. И.

Ереван

В задачах управления нормальными и аварийными режимами электроэнергетических систем приходится решать нелинейные уравнения установившегося режима. При этом применение обращенной формы уравнений узловых напряжений требует предварительного определения матрицы узловых сопротивлений  $Z_{\text{у}}$ , что является достаточно трудоемкой операцией, и потому разработка методов пересчета  $Z_{\text{у}}$  при частичных и частых изменениях параметров в схеме замещения электрической сети (для которой  $Z_{\text{у}}$  рассчитана) представляет практический интерес. Необходимость в пересчете  $Z_{\text{у}}$  возникает при управлении режимами электрической сети изменением коэффициентов трансформации трансформаторов, аварийных и режимных переключениях элементов системы.

Вопросу коррекции  $Z_{\text{у}}$  посвящен ряд статей [1—5]. В [1] описан метод расчета  $Z_{\text{у}}$  при изменении первоначальной схемы энергосистемы переключением линий электропередач. Выведена формула при подключении или отключении одной линии.

В [2] показана целесообразность пересчета элементов  $Z_{\text{у}}$  при изменениях сопротивлений в  $m$  ветвях (не параллельных) за  $m$  шагов, учитывая в каждом шаге одно из  $m$  изменений. Практика пересчета  $Z_{\text{у}}$  по [1, 2] связана с приведением параметров системы к одной ступени напряжения. Однако в задачах оперативного управления режимами современных сложных электроэнергетических систем целесообразно расчеты выполнять в натуральных параметрах. Кроме того, известно [6], что режим, рассчитанный с приведением параметров к одной ступени напряжения, не может считаться правильным при наличии в замкнутом контуре системы трансформатора с неуравновешенным коэффициентом трансформации.

$Z_{\text{у}}$  [3] разработан алгоритм определения  $Z_{\text{у}}$  при небольших изменениях схемы. По этому методу нумерация узлов схемы производится таким образом, чтобы номера узлов ветвей, параметры (сопротивления, коэффициенты трансформации) которых изменяются, были бы последними. Это обстоятельство создает некоторые неудобства, так как при изменениях параметров ветвей приходится соответственно представлять строки и столбцы матрицы узловых проводимостей исходной схемы.

Обычно в основе методов коррекции  $Z_{\text{у}}$  лежит определение корректирующих токов, соответствующих изменению параметров ветви, выраженных через узловые параметры некоммутированной системы, воздействием которых на узлы связи этой ветви совместно с задающими узловыми токами определяется режим коммутированной системы.

Коррекция  $Z_{\text{у}}$  по [3] основана на матричном способе описания изменений в системе (изменение матрицы узловых проводимостей), в связи с чем приходится обрабатывать матрицу порядка, равного количеству узлов, связанных ветвями, параметры которых изменяются, если все изменения схемы учитываются сразу, и матрицу второго порядка, если учитывается по одному изменению. А это приводит к тому, что коррекция  $Z_{\text{у}}$  по [3], например, при отключении или включении одной ветви связана с матричными преобразованиями, соответствующими определению двух корректирующих токов и как бы двух коррекций (т. е. от каждого тока определяется корректирующая слагающая  $Z_{\text{у}}$ ).

В [4] выведена формула пересчета  $Z_{\text{у}}$  при изменении коэффициента трансформации ветви. Применение этой формулы при других изменениях, например, отключение или включение ветви с элементом трансформации или при переключениях группы параллельных ветвей связано с дополнительными вычислитель-

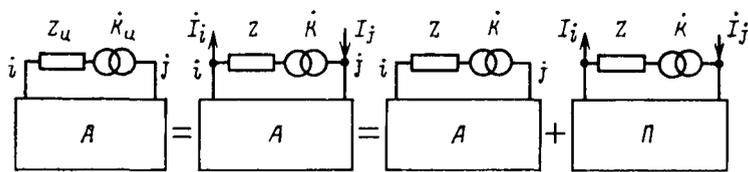


Рис. 1.

ными операциями. Указанное относится также и к способу, предложенному авторами [4], который сводится к коррекции  $Z_y$  последовательно включением ветви с измененными параметрами и отключением ветви с параметрами до изменения.

В [5] описан поэлементный метод коррекции  $Z_y$  единичными коммутациями для схемы электрической сети без приведения ее параметров к одной ступени напряжения, уступающий по своей трудоемкости методам [3, 4]. Однако формула коррекции в [5] может быть записана также в матричной форме. Тогда для одной коммутации трудоемкость коррекции  $Z_y$  будет такой же, как и в предлагаемом методе. При одновременных коммутациях в нескольких ветвях электрической сети по [5] приходится последовательно имитировать единичные коммутации.

В развитие перечисленных и других существующих методов разработанный нами алгоритм основан на принципе наложения [7], в котором используется топологический способ описания изменений в системе. Предлагаемый метод является наиболее универсальным, так как допускает задание исходной информации как с приведением так и без приведения к одной ступени напряжения, любые изменения пассивных параметров и коэффициента трансформации трансформатора ветви, учет изменений по одному или всех вместе и имеет лучшие вычислительные свойства. Последнее обусловлено тем, что в предлагаемом алгоритме действие токов в ветвях (входящих в уравнение узловых напряжений в неявном виде), параметры которых изменяются, используется в явном виде, что при переключении, например, одной ветви приводит к определению одного тока и осуществлению одной коррекции.

**Постановка задачи.** Даны схема замещения электрической сети (в которой могут быть произведены изменения сопротивлений элементов и коэффициентов трансформации трансформаторов) и матрица узловых сопротивлений. Требуется пересчитать матрицу узловых сопротивлений сети в процессе внесения изменений в ее схему замещения.

Всякое изменение в схеме замещения сети (имеются в виду изменения сопротивлений и коэффициентов трансформаций элементов сети и появление новых элементов между существующими узлами) можно имитировать подключением соответствующих токов в узлах соединения ветви (рис. 1). Полученный при этом режим работы электрической сети в предположении ее линейности можно представить как результат наложения режима первоначальной сети на режим сети, получающийся при удалении всех источников тока и напряжения с сохранением пассивных элементов и приложений в узлах ветвей, параметры которых изменяются, токов  $I_i, I_j$ , имитирующих эти изменения (рис. 1).

На рис. 1:  $A$  — активный двухполюсник относительно зажимов  $i, j$  ветви, параметры которой изменяются;  $P$  — пассивный двухполюсник;  $Z, K$  и  $Z_u, K_u$  — сопротивления и коэффициенты трансформации трансформатора до и после изменения параметров ветви. Знаки сложения и равенства на рис. 1 относятся к токам и напряжениям в элементах сети.

Согласно вышеизложенному, узловые напряжения коммутированной сети

$$\begin{aligned} \dot{U}_m &= \dot{U}_{my} + \dot{U}_{mv}; \\ \dot{U}_{my} &= Z'_{mm} (I_m + Y_{m\delta} U_\delta); \quad \dot{U}_{mv} = Z_{mc} I_c. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\dot{U}_{my}$  — узловые напряжения от узловых токов ( $I_m$ ) в схеме сети до ее изменения;  $Y_{m\delta}$  — столбцевая матрица проводимостей ветвей, соединяющих узлы системы с базисным, определенных с учетом коэффициентов трансформации трансформаторов в этих ветвях;  $U_\delta$  — напряжение базисного узла;  $\dot{U}_{mv}$  — узловые напряжения в схеме сети до ее изменения от токов  $I_c$ , имитирующих изменения в ветвях, при  $\dot{U}_\delta = 0$ ;  $Z'_{mm}$  — матрица узловых сопротивлений сети до изменений;  $Z_{mc}$  — столбцы  $Z'_{mm}$ , соответствующие номерам узлов «с» ветвей, параметры которых изменяются.

Изменение параметров ветви  $Z, K$  на  $Z_u, K_u$  можно осуществить включением в узлах связи этой ветви в схеме сети до изме-

нений токов  $I_c$ . Эти токи имитируют одновременное включение ветвей с параметрами  $Z_u, K_u$  и  $Z, K$  параллельно ветви с параметрами  $Z, K$ . Очевидно, что задача будет определенной, если токи  $I_c$  будут выражены через узловые параметры некоммутированной системы. Дальнейшие аналитические выводы преследуют эту цель.

**Определение  $I_c$ .** Уравнение падения напряжения в ветви включение которой имитирует соответствующее изменение (назовем ее ветвью  $ij$ ) в общем виде согласно (1),

$$\dot{U}_{iy} + \dot{U}_{iv} - \frac{1}{K_{ji}} (\dot{U}_{jy} + \dot{U}_{jv}) = Z_{ij} I_{ij}, \quad (2)$$

где  $K_{ji}$  — комплексный коэффициент трансформации трансформатора ветви  $ij$ , задается как отношение напряжения стороны трансформатора идеального, противоположной той, к напряжению которой приведено  $Z_{ij}$ , к напряжению этой стороны;  $Z_{ij}$  — сопротивление ветви  $ij$ ;  $I_{ij}$  — ток через  $Z_{ij}$ .

Уравнение падений напряжений в ветвях  $ij$  в обобщенном виде

$$-\dot{C}_{v,c} (\dot{U}_{c,y} + \dot{U}_{c,v}) = Z_{v,d} I_v, \quad (3)$$

где  $Z_{v,d}$  — диагональная матрица сопротивлений ветвей  $ij$ . Заметим, что отключение ветви с параметрами  $Z_{ij}, K_{ji}$  имитируется подключением параллельно к ней ветви с параметрами  $Z_{ij}, K_{ji}$ .  $\dot{C}_{v,c}$  — матрица соединений, с помощью которой определяются падения напряжений на  $Z_{ij}$ . Строки ее «в» соответствуют ветвям  $ij$ , а столбцы «с» — номерам их узлов связей.

Для ветви  $ij$  (рис. 1) на пересечении строки и столбца, соответствующего номеру узла типа  $i$ , ставится  $\pm 1$  (в зависимости от предполагаемого направления тока) и  $\pm 1/K_{ji}$  — на пересечении строки и столбца, соответствующего номеру узла типа  $j$ .

В (3) напряжения  $\dot{U}_{c,y}$  в узлах соединения ветвей  $ij$  от задающих узловых токов

$$\dot{U}_{c,y} = Z_{cm} (I_m + Y_{m\delta} U_\delta); \quad (4)$$

$Z_{cm}$  — строки  $Z'_{mm}$ , соответствующие номерам узлов «с» ветвей  $ij$ .

Напряжения  $\dot{U}_{c,v}$  от токов  $I_c$  при  $\dot{U}_\delta = 0$

$$\dot{U}_{c,v} = Z_{c,c} I_c, \quad I_c = \hat{C}_{c,v} I_v; \quad (5)$$

$Z_{c,c}$  — матрица собственных и взаимных узловых сопротивлений относительно узлов связей ветвей  $ij$  в схеме сети до изменений;  $\hat{C}_{c,v}$  — матрица соединений токов  $I_v$  в узлах связей ветвей  $ij$ , имеет такую же структуру в транспонированном виде, что и  $\dot{C}_{v,c}$ , только вместо элементов  $1/K_{ji}$  записываются соответствующие  $1/\hat{K}_{ji}$ , где  $\hat{K}_{ji}$  — комплексно-сопряженный коэффициент трансформации трансформаторов ветвей  $ij$ ;  $I_v$  — токи на стороне трансформатора, к напряжению которой отнесено  $Z_{ij}$ .

Подставив (4) и (5) в (3), решим его относительно  $I_v$

$$I_v = Y_{v,v} \Delta \dot{U}_v; \quad (6)$$

$$Y_{v,v} = Z_{v,v}^{-1};$$

$$Z_{v,v} = \dot{C}_{v,c} Z_{c,c} \hat{C}_{c,v} + Z_{v,d}; \quad (7)$$

$\Delta \dot{U}_v$  — падения напряжений на сопротивлениях ветвей  $ij$  от задающих узловых токов,

$$\Delta \dot{U}_v = -\dot{C}_{v,c} \dot{U}_{c,y}. \quad (8)$$

С учетом (4), (6) и (8)

$$I_c = -\hat{C}_{c,v} Y_{v,v} \dot{C}_{v,c} Z_{cm} (I_m + Y_{m\delta} U_\delta). \quad (9)$$

Узловые напряжения системы после изменения ее параметров

$$\dot{U}_m = (Z'_{mm} - Z_{mc} \hat{C}_{c,v} Y_{v,v} \dot{C}_{v,c} Z_{cm}) (I_m + Y_{m\delta} U_\delta). \quad (10)$$

Матрица узловых сопротивлений системы после изменения ее параметров

$$Z_{mm} = Z'_{mm} - Z_{mc} \hat{C}_{c,v} Y_{v,v} \dot{C}_{v,c} Z_{cm}. \quad (11)$$

Коррекция матрицы узловых сопротивлений от изменения в схеме сети

$$\Delta Z_{mm} = Z_{mc} \hat{C}_{c,v} Y_{v,v} \dot{C}_{v,c} Z_{cm}. \quad (12)$$

При коммутациях ветвей с поперечной проводимостью (ветви между соответствующими узлами сети и условной землей) формула (12) запишется в следующем виде:

$$\Delta Z_{mm} = Z_{mp} Y_B Z_{pm},$$

$Z_{mp}$ ,  $Z_{pm}$  — соответственно столбцы и строки матрицы узловых сопротивлений схемы электрической сети до коммутации, соответствующих номерам узлов  $p$  поперечных элементов;

$$Y_B = (Z_{pp} + Z_{в.д})^{-1},$$

$Z_{pp}$  — матрица собственных узловых сопротивлений узлов схемы электрической сети до коммутации.

Если параметры системы приведены к одной ступени напряжения, то

$$\Delta Z_{mm} = Z_{m(n-k)} Y'_{в.в} Z_{(n-k)m}; \quad Z_{(n-k)m} = C_{в.с} Z_{cm} = Z_{nm} - Z_{km};$$

$$Z_{m(n-k)} = Z_{mc} C_{с.в} = Z_{mn} - Z_{mk},$$

$Z_{nm} Z_{km}$  — матрицы, получаемые из  $Z'_{mm}$ . Строки «н» и «к» отвечают номерам узлов начала и конца ветви  $ij$ . Началом принимается узел ветви  $ij$ , где ток задается входящим, а концом — где он задается выходящим.

Очевидно, что  $Z_{m(n-k)} = (Z_{(n-k)m})_t$  ( $t$  — транспонирование матрицы); тогда при определении  $Z_{mm}$  необходимо учесть ее симметричность.

$$Y'_{в.в} = (C_{в.с} Z_{с.с} C_{с.в} + Z_{ф.д})^{-1}.$$

Ветвь, первоначальное сопротивление  $Z$  которой изменяется становится  $Z_u$ , представляется  $\downarrow$  расцепленной на две параллельные, одна из которых имеет сопротивление  $Z$ , а другая  $Z_\phi$  активное, потому что оно может быть физически нереализуемо).

При этом очевидно, что

$$Z_\phi = \frac{ZZ_u}{Z - Z_u}.$$

При подключении ветви  $Z = \infty$  и  $Z_\phi = Z_u$ . При разрыве ветви  $Z_u = \infty$  и  $Z_\phi = -Z$ .

Для сравнения эффективности алгоритмов приведем количество вычислительных операций, необходимых для определения  $Z_{mm}$  по [3, 4] и по предлагаемому алгоритму. Для простоты рассмотрим действия с комплексными числами без учета симметричности матриц.

Количество вычислительных операций при изменении коэффициента трансформации: по [3] —  $4n^2 + 6n + B_M$ , не считая операций на перестановку строк и столбцов; по [4] —  $4n^2 + 6n + B_\Gamma$ , по предлагаемой формуле (11) —  $4n^2 + 6n + B_{III}$ , где  $n$  — количество независимых узлов системы;  $B_M, B_\Gamma, B_{III}$  — количество вычислительных операций (порядка нескольких десятков).

Преимущество коррекции  $Z_y$  по (11) по сравнению с [3, 4] в том, что при изменениях в схеме сети, кроме изменения коэффициента трансформации трансформатора, например, при подключении или отключении ветви с элементом трансформации (или вообще любой ветви), что часто встречается в практике оперативного управления режимами современных сложных электроэнергетических систем, количество вычислительных операций по сравнению с коррекцией при изменении коэффициента трансформации сокращается почти вдвое, в то время как по [3, 4], оно практически неизменно. При этом количество вычислительных операций составляет соответственно  $4n^2 + 6n + B'_M, 4n^2 + 6n + B'_\Gamma, 2n^2 + 5n + B'_{III}$ , а  $B'_M, B'_\Gamma, B'_{III}$  несколько меньше, чем  $B_M, B_\Gamma, B_{III}$ .

Известно, что в период снижения нагрузок, например, в течение суток, на подстанциях электроэнергетических систем часть параллельно работающих трансформаторов отключается, и таких и при других переключениях параллельных ветвей электрической сети целесообразно скорректировать  $Z_y$  по (11) один прием для каждой группы параллельных ветвей (формулы [4, 5] не приспособлены к такой коррекции). Тогда число вычислительных операций  $(4n^2 + 6n + b[b(b+5)+9]) - 4$  значительно уменьшается по сравнению с коррекцией учетом изменений по одной из параллельных ветвей —  $(2n^2 + 5n + B_{III}) b$ ,  $b$  — количество параллельно включенных в одной паре зажимов ветвей, параметры которых изменяются. Здесь принято, что обраще-

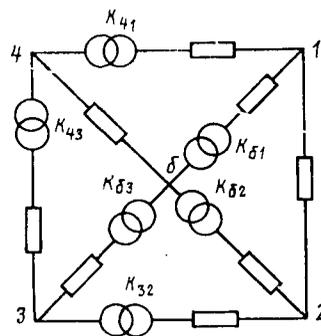


Рис. 2

ние матрицы порядка  $b \times b$  связано с количеством вычислительных операций  $b^3$ .

В количестве иллюстрации рассмотрим пример рис. 2. Здесь для упрощения расчетов принято: проводимости всех ветвей 1 Сим;  $K_{51} = K_{52} = K_{41} = 1/4$ ;  $K_{32} = K_{53} = K_{43} = 1/2$ . Рассматриваются изменение коэффициента трансформации трансформатора  $K_{32} = 1/3$ ; отключение ветви 1—4 при исходных значениях параметров сети.

Матрица узловых проводимостей до изменений в схеме

$$Y_y = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -4 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & -2 \\ -4 & 0 & -2 & 21 \end{bmatrix}.$$

Матрица узловых сопротивлений до изменений в схеме

$$Z_y = \frac{1}{78} \begin{bmatrix} 47 & 23 & 11 & 10 \\ 23 & 45 & 17 & 6 \\ 11 & 17 & 20 & 4 \\ 10 & 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

При  $K_{32} = \frac{1}{3}$

$$Z_{mc} = \frac{1}{78} \begin{bmatrix} 23 & 11 \\ 45 & 17 \\ 17 & 20 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}; \quad C_{с.в} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix};$$

$$Z_{с.с} = \frac{1}{78} \begin{bmatrix} 45 & 17 \\ 17 & 20 \end{bmatrix}; \quad Z_{в.д} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$\Delta Z_{mm} = \frac{1}{13 \cdot 78 \cdot 817} \begin{bmatrix} 299 & -10231 & 28613 & 2782 \\ -10231 & -34125 & 29471 & 858 \\ 28613 & 29471 & 90740 & 14092 \\ 2782 & 858 & 14092 & 1872 \end{bmatrix};$$

$$Z_{mm} = \frac{1}{817} \begin{bmatrix} 492 & 251 & 87 & 102 \\ 251 & 505 & 149 & 62 \\ 87 & 149 & 120 & 28 \\ 102 & 62 & 28 & 61 \end{bmatrix}.$$

При отключении ветви 1—4:

$$Z_{mc} = \frac{1}{78} \begin{bmatrix} 47 & 10 \\ 23 & 6 \\ 11 & 4 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}; \quad C_{с.в} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}; \quad Z_{с.с} = \frac{1}{78} \begin{bmatrix} 47 & 10 \\ 10 & 6 \end{bmatrix};$$

$$Z_{в.д} = -1;$$

$$\Delta Z_{mm} = -\frac{1}{15.78} \begin{bmatrix} 49 & -7 & -35 & -98 \\ -7 & 1 & 5 & 14 \\ -35 & 5 & 25 & 70 \\ -98 & 14 & 70 & 196 \end{bmatrix};$$

$$Z_{mm} = \frac{1}{90} \begin{bmatrix} 58 & 26 & 10 & 4 \\ 26 & 52 & 20 & 8 \\ 10 & 20 & 25 & 10 \\ 4 & 8 & 10 & 22 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, матричный метод коррекции  $Z_y$ , использующий топологические свойства электрической сети, позволяет осуществить коррекцию нескольких одновременных изменений за один прием при задании исходной информации о пассивных параметрах системы как с приведением, так и без приведения к одной ступени напряжения с учетом комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хачатрян В. С. К вопросу об определении собственных и взаимных сопротивлений энергосистемы относительно базисного узла при изменении конфигурации сети. — Электричество, 1964, № 4.
2. Гераскин О. Т. Выбор оптимальной формулы пересчета матрицы узловых сопротивлений при изменении схемы электрической сети. Изв. вузов СССР. Энергетика, 1971, № 9.
3. Мельников Н. А. Электрические сети и системы. — М.: Энергия, 1975.
4. Гурский С. К., Новицкий Б. Б., Уласевич А. Ф. Формирование обобщенных параметров и уравнений режима электроэнергетических систем с учетом комплексных коэффициентов трансформации. Изв. вузов СССР Энергетика, 1972, № 2.
5. Фазылов Х. Ф., Насыров Т. Х. Линейные расчетные модели сетей электрических систем. — Ташкент, 1982.
6. Фазылов Х. Ф. Методы режимных расчетов электрических систем. — Ташкент, 1964.
7. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. — М.: Энергия, 1969.

[16.02.84]

УДК 621.332.014.001.24

## Расчет уравнильных токов в тяговой сети

МАРКВАРДТ Г. Г., доктор техн. наук, ГРИГОРЬЕВ Н. П., инж., ДЕМИН М. Г., инж.

Тяговая сеть переменного тока, как правило, имеет двустороннее питание. Шунтирование воздушной линии (ВЛ) однофазной тяговой сетью приводит к несимметрии и неоднородности параметров ВЛ.

Вследствие транзита мощности по ВЛ, питающей тяговые подстанции, и падения напряжения на самих подстанциях, векторы напряжения тяговых шин, питающих одну зону, не равны. В результате этого возникает уравнильный ток, вызывающий дополнительные потери энергии в тяговой сети, а в ряде случаев приводящий к недопустимым перегрузкам ее. На многих электрифицированных участках вызываемые этим последствия очень серьезны. В связи с этим разработка методики расчета уравнильных токов в различных режимах весьма актуальна. Этому вопросу посвящены статьи [1—5] и др. Однако в них рассмотрены частные случаи присоединения тяговых подстанций к ВЛ числа питающих центров, учета нетяговых нагрузок, значений коэффициентов трансформации, использования компенсирующих устройств.

В данной статье излагается общий метод расчета уравнильных токов в тяговой сети, который может быть использован при любых схемах энергосистемы и произвольном подключении к ней тяговой сети.

Рассмотрим электрифицированный участок железной дороги, тяговая сеть которого питается от  $m$  тяговых подстанций (рис. 1). Пусть к рассматриваемой части электрической системы подключено также  $n-m$  районных подстанций. Для большей общности будем считать, что на каждой тяговой подстанции установлены трехобмоточные трансформаторы. На тяговых подстанциях с двухобмоточными трансформаторами следует положить токи районных нагрузок равными нулю.

Пусть тяговые подстанции и присоединенные к ним справа зоны имеют номера от 1 до  $m$ , а районные подстанции — номера от  $m+1$  до  $n$ .

Обозначим сопротивление фазы первичной обмотки трансформатора  $i$ -й тяговой подстанции через  $Z_{i1}$ , сопротивление «плеча» подстанции, питающего зону справа, через  $Z_{pi}$ , а слева — через  $Z_{li}$ , сопротивление вывода, соединенного с рельсами, через  $Z_{ci}$ . В величины  $Z_{pi}$ ,  $Z_{li}$  и  $Z_{ci}$  включены сопротивления фаз тяговых обмоток трансформаторов, установок продольной компенсации и питающих (или отсасывающих) линий.

Если эти сопротивления приведены к некоторому, принятому за базисное напряжение ВЛ, то

$$\begin{aligned} Z_{pi} &= Z_{Ti} + \eta Z_{opi}; \\ Z_{li} &= Z_{Ti} + \eta Z_{oli}; \\ Z_{ci} &= Z_{Ti} + \eta Z_{oci}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $Z_{opi}$ ,  $Z_{oli}$ ,  $Z_{oci}$  — сопротивления установок продольной

компенсации и питающих (для  $Z_{oci}$  — отсасывающих) линий;  $\eta = \left(\frac{U_{л}}{U_{т.ном}}\right)^2$  — квадрат отношения напряжения ВЛ к номинальному напряжению на тяговых шинах подстанций;  $Z_{Ti}$  — приведенное к  $U_{л}$  сопротивление фазы тяговой обмотки трансформатора.

Введем, кроме рассмотренных, следующие обозначения:  $Z_{ki}$  — сопротивление тяговой сети зоны  $i$ , приведенное к напряжению  $U_{л}$ ;  $U_0$  — модуль напряжения фазы ВЛ при ненагруженной системе;  $\dot{U}_{pi}$ ,  $\dot{U}_{li+1}$  — напряжения фазы ВЛ, питающей зоны  $i$ , соответственно справа и слева в местах присоединения подстанций  $i$  и  $i+1$ ;  $\dot{I}_{опj}$ ,  $\dot{I}_{олj}$  — токи правого и левого плеча подстанции  $j$  при равных напряжениях на их шинах, приведенные к напряжению  $U_{л}$ ;  $\dot{I}_{pj}$  — ток районной нагрузки подстанции  $j$ ;  $\dot{I}_{yj}$  — уравнильный ток зоны тяговой сети, приведенный к напряжению  $U_{л}$ ;  $Z_{ij}$  — взаимное сопротивление узлов  $i$ ,  $j$  внешней системы без учета тяговой сети;  $Z_{ii}$  — входное сопротивление узла  $i$  внешней системы;  $n_0$  — модуль номинального коэффициента трансформации между первичной обмоткой и тяговой нагрузкой;  $n_j$  — модуль действительного коэффициента трансформации.

Совместим фазу  $A$  ВЛ с действительной осью. Ток плеча распределится между обмотками фаз в отношении 2/3; 1/3; 1/3 (2/3 относится к обмотке, напряжение которой совпадает с напряжением рассматриваемой зоны тяговой сети). Далее это учитывается введением коэффициента  $\alpha_j$ . Для ориентирования векторов напряжения ВЛ относительно вектора напряжения фазы  $A$  введем оператор  $D_j$ . Он может быть равен 1,  $a = e^{j120^\circ}$  или  $a^2 = e^{j240^\circ}$ . Нагрузку какой-либо фазы ВЛ в общем случае можно найти, умножая ток плеча на произведение  $\alpha_j D_j$ ; при этом

$$\left. \begin{aligned} \alpha_j &= 2/3, \text{ если } D_j = D_i; \\ \alpha_j &= -1/3, \text{ если } D_j \neq D_i. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

При одном и том же напряжении, подводимом к первичным обмоткам тяговых трансформаторов, э. д. с. вторичных обмоток могут отличаться вследствие различных коэффициентов трансформации при использовании устройств регулирования напряжения. Пусть при среднем положении регулятора модуль коэффициента трансформации  $n_0$ , а его фактическое значение на подстанции  $j$  равно  $n_j$ .

Обозначим  $n_0/n_j = \beta_j$ . Тогда можно считать, что за счет регулирования приведенное напряжение на тяговых шинах будет прямо пропорционально  $\beta_j$ .

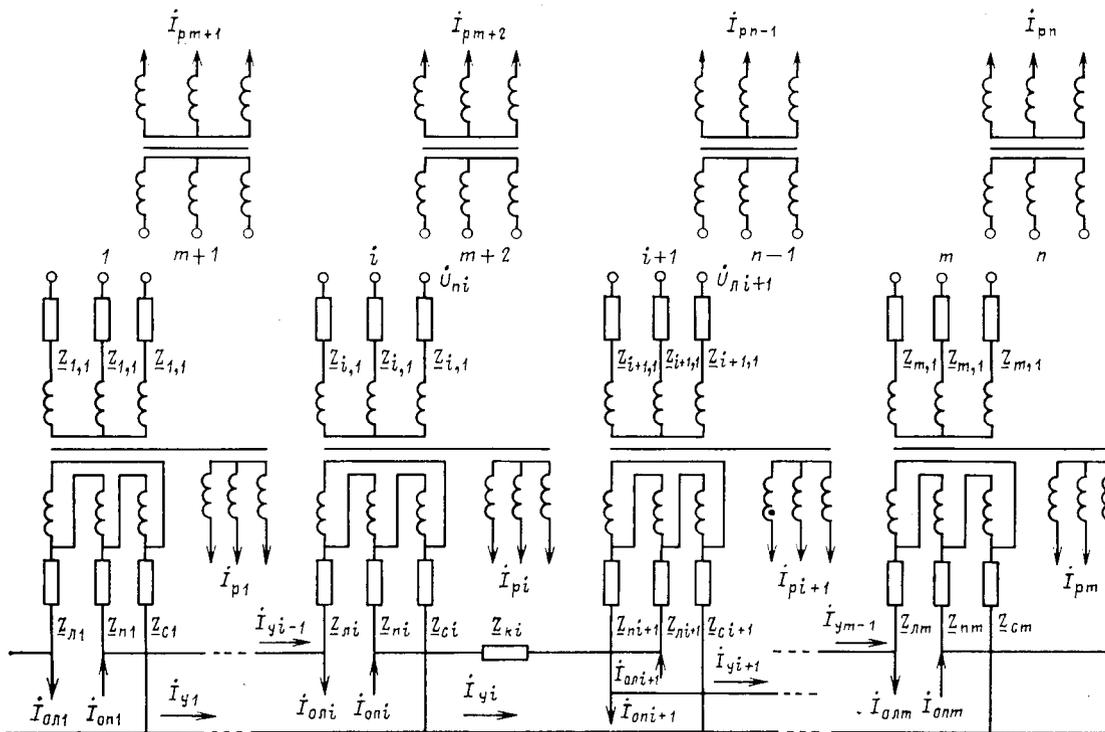


Рис. 1

Решение поставленной задачи начнем с определения напряжений фазы ВЛ на подстанциях  $i$  и  $i+1$ , питающих зону  $i$  тяговой сети.

Очевидно (см. рис. 1),

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{ni} &= \underline{D}_i U_0 - \sum_{j=1}^m \alpha_j \underline{D}_j \beta_j \underline{Z}_{ji} (I_{olj} - I_{yj-1}) - \\ &- \sum_{j=1}^m \alpha_j \underline{D}_j \beta_j \underline{Z}_{ji} (I_{onj} + I_{yj}) - \underline{D}_i \sum_{j=1}^n \underline{Z}_{ij} I_{pj}; \\ \dot{U}_{li+1} &= \underline{D}_i U_0 - \sum_{j=1}^m \alpha_j \underline{D}_j \beta_j \underline{Z}_{ji+1} (I_{olj} - I_{yj-1}) - \\ &- \sum_{j=1}^m \alpha_j \underline{D}_j \beta_j \underline{Z}_{ji+1} (I_{onj} + I_{yj}) - \underline{D}_i \sum_{j=1}^n \underline{Z}_{ji+1} I_{pj}, \end{aligned} \right\} (3)$$

здесь  $\underline{D}_i U_0$  — напряжение фазы, питающей зону  $i$  при ненагруженной системе. Значения  $\alpha_j$  определяются в соответствии с выражением (2).

В тяговой обмотке трансформатора подстанции  $i$  э. д. с. фазы, питающей зону  $i$  тяговой сети,

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ni} &= \dot{U}_{ni} \beta_i - \underline{Z}_{i,1} \beta_i \left\{ \beta_i \left[ \frac{2}{3} \underline{D}_i (I_{oni} + I_{yi}) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{3} \underline{D}_{i-1} (I_{oli} - I_{yi-1}) \right] + \underline{D}_i I_{pi} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для фазы, питающей ту же зону от подстанции  $i+1$ , получим

$$\begin{aligned} \dot{E}_{li+1} &= \dot{U}_{li+1} \beta_{i+1} - \underline{Z}_{i+1,1} \beta_{i+1} \left\{ \beta_{i+1} \left[ \frac{2}{3} \underline{D}_i (I_{oli+1} - I_{yi}) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{3} \underline{D}_{i+1} (I_{oni+1} + I_{yi+1}) \right] + \underline{D}_i I_{pi+1} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Однако разность этих величин равна падению напряжения на участках тяговой сети с сопротивлениями  $\underline{Z}_{ni}$ ,  $\underline{Z}_{ci}$ ,  $\underline{Z}_{ki}$ ,  $\underline{Z}_{li+1}$ ,  $\underline{Z}_{ci+1}$ :

$$\dot{E}_{ni} - \dot{E}_{li+1} = \underline{D}_i [(Z_{ni} + Z_{ci}) (I_{oni} + I_{yi}) + Z_{ki} I_{yi} -$$

$$\begin{aligned} &- (Z_{li+1} + Z_{ci+1}) (I_{oli+1} - I_{yi})] - \underline{D}_{i-1} Z_{ci} (I_{oli} - I_{yi-1}) + \\ &+ \underline{D}_{i+1} Z_{ci+1} (I_{oni+1} + I_{yi+1}). \end{aligned} \quad (6)$$

Из выражений (3), (4), (5) после преобразований получим

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ni} - \dot{E}_{li+1} &= \underline{D}_i (\beta_i - \beta_{i+1}) U_0 + \sum_{j=1}^n \underline{D}_i I_{pj} (\beta_{i+1} Z_{ji+1} - \beta_i Z_{ji}) + \\ &+ \sum_{j=1}^m (\alpha_j \underline{D}_j I_{olj} + \alpha_{j-1} I_{olj}) \beta_j (\beta_{j+1} Z_{ji+1} - \beta_i Z_{ji}) - \beta_i^2 Z_{i,1} \times \\ &\times \left( \frac{2}{3} \underline{D}_i I_{oni} - \frac{1}{3} \underline{D}_{i-1} I_{oli} \right) + \beta_{i+1}^2 Z_{i+1,1} \left( \frac{2}{3} \underline{D}_i I_{oli+1} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{3} \underline{D}_{i+1} I_{oni+1} \right) - \underline{D}_i (\beta_i Z_{i,1} I_{pi} - \beta_{i+1} Z_{i+1,1} I_{pi+1}) - \\ &- \sum_{j=1}^{m-1} \alpha_j \underline{D}_j I_{yj} [\beta_i (\beta_j Z_{ji} - \beta_{j+1} Z_{j+1,i}) + \beta_{i+1} (\beta_{j+1} Z_{j+1,i+1} - \\ &- \beta_j Z_{ji+1})] - \beta_i^2 Z_{i,1} \left( \frac{2}{3} \underline{D}_i I_{yi} + \frac{1}{3} \underline{D}_{i-1} I_{yi-1} \right) - \\ &- \beta_{i+1}^2 Z_{i+1,1} \left( \frac{2}{3} \underline{D}_i I_{yi} + \frac{1}{3} \underline{D}_{i+1} I_{yi+1} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Приравняв правые части выражений (6) и (7), после преобразований получим общее уравнение вида

$$\sum_{j=1}^{m-1} a_{ij} I_{yj} = b_i. \quad (8)$$

Коэффициенты при неизвестных:

при  $j \neq i-1, i, i+1$

$$a_{ij} = \alpha_j \underline{D}_j \beta_j (\beta_i \beta_j Z_{ji} - \beta_{j+1} Z_{j+1,i}) + \beta_{i+1} (\beta_{j+1} Z_{j+1,i+1} - \beta_j Z_{ji+1});$$

при  $j = i-1$

$$\begin{aligned} a_{ii-1} &= \alpha_{i-1} \underline{D}_{i-1} \beta_{i-1} \{ \beta_i [\beta_{i-1} Z_{i-1,i} - \beta_i (Z_{ii} + Z_{i,1})] + \\ &+ \beta_{i+1} (\beta_i Z_{i,1} - \beta_{i-1} Z_{i-1,i+1}) \} + \underline{D}_{i-1} Z_{ci}; \end{aligned}$$

при  $j = i$

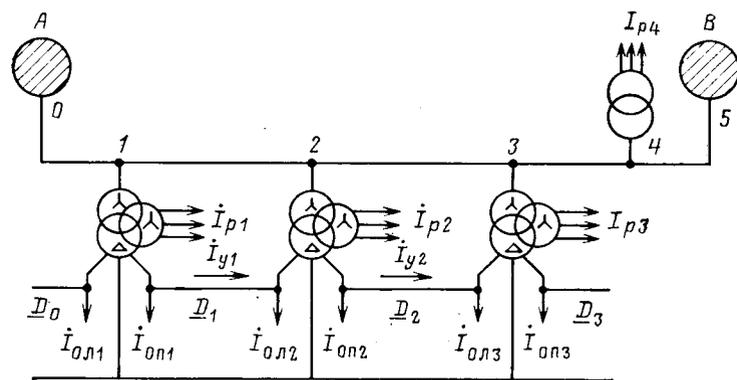


Рис. 2

Из матричного уравнения (9) находим:

$$I_y = A^{-1} \cdot B. \quad (10)$$

Выражение (10) дает решение задачи по определению уравнительного тока в любой фидерной зоне без итераций. Наличие поперечно-емкостной компенсации может быть учтено токами соответствующих нагрузок, а продольная компенсация, как было показано ранее, — через  $Z_{\pi i}$ ,  $Z_{\lambda i}$ ,  $Z_{\sigma i}$ .

В качестве примера приведем расчет уравнительных токов для двухпутного участка, представленного на рис. 2.

Положим, что  $A$  и  $B$  — источники бесконечной мощности. Напряжение ВЛ 110 кВ. Провода ВЛ—АС=120. Тяговая сеть состоит из троса ПБСМ-95, контактного провода МФ-100, рельс Р-65. Трансформаторы подстанций типа ТДТНЭ 40000/110;  $\beta_1=1,05$ ;  $\beta_2=1$ ;  $\beta_3=0,95$ . Расстояние между узлами 0—1, 1—2, 2—3 равны 50 км.; 3—4—100 км.; 4—5—250 км.;  $D_0=e^{j120^\circ}$ ,  $D_1=1$ ,  $D_2=e^{j240^\circ}$ ,  $D_3=e^{j120^\circ}$ .

Токи нагрузок (в амперах):  $I_{p1}=10$ ;  $I_{p2}=20$ ;  $I_{p3}=30$ ;  $I_{p4}=200$ ;  $I_{ол1}=I_{он1}=I_{ол2}=I_{он2}=I_{ол3}=I_{он3}=150$ ; для районных нагрузок  $\cos \varphi=0,98$ ; для тяговых токов  $\cos \varphi=0,8$ .

В этом случае сопротивления, входящие в формулу (8);  $Z_{11}=12,2+j18$ ;  $Z_{12}=Z_{21}=10,8+j16$ ;  $Z_{24}=Z_{42}=13,5+j20$ ;  $Z_{22}=21,6+j32$ ;  $Z_{13}=Z_{31}=9,5+j14$ ;  $Z_{34}=Z_{43}=20,3+j30$ ;  $Z_{33}=28,4+j42$ ;  $Z_{14}=Z_{41}=6,8+j10$ ;  $Z_{1,1}=Z_{2,1}=Z_{3,1}=j31$ ;  $Z_{44}=33,8+j50$ ;  $Z_{23}=Z_{32}=18,9+j28$ ;  $Z_{\kappa 1}=Z_{\kappa 2}=99+j240$ .

Значения  $Z_{\lambda 1}$ ,  $Z_{\pi 1}$ ,  $Z_{\sigma 1}$ ,  $Z_{\lambda 2}$ ,  $Z_{\pi 2}$ ,  $Z_{\sigma 2}$ ,  $Z_{\lambda 3}$ ,  $Z_{\pi 3}$ ,  $Z_{\sigma 3}$  примем равными нулю ввиду малости сопротивлений тяговых обмоток и отсутствия компенсирующих устройств. Выражение (8) для рассматриваемого случая:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}i_{y1} + a_{12}i_{y2} &= b_1; \\ a_{21}i_{y1} + a_{22}i_{y2} &= b_2. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставив соответствующие значения в выражения для коэффициентов, получим:  $a_{11}=274e^{j67^\circ}$ ,  $a_{12}=1,2e^{j55^\circ}$ ;  $b_1=1083e^{j28^\circ}$ ;  $a_{21}=1,2e^{-j65^\circ}$ ;  $a_{22}=272e^{-j53^\circ}$ ;  $b_2=-9288e^{j79^\circ}$ .

Решив (11), получим значения уравнительных токов:  $i_{y1}=39e^{-j38^\circ}$ ,  $i_{y2}=35e^{-j49^\circ}$ . Эти токи являются приведенными к напряжению ВЛ; они ориентированы в фазных координатах ВЛ относительно фазы, питающей зону, для которой определяется уравнительный ток.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. — М.: Транспорт, 1982.
2. Бородулин Б. М. Уравнительный ток тяговой сети с установками продольной емкостной компенсации. — Вестник ВНИИЖТ, 1972, № 8.
3. Тамазов А. И. Несимметрия токов и напряжений, вызываемая однофазными нагрузками. — М.: Транспорт, 1965.
4. Чернов Ю. А., Горелов Н. И. Методика расчета на ЭВМ режимов работы системы энергоснабжения дорог переменного тока при наличии установок поперечной емкостной компенсации. — Труды МИИТ, 1976, вып. 497.
5. Уренев А. А. Расчет уравнительных токов на ЭВМ. — Труды МИИТ, 1973, вып. 424.

[19.04.84]



УДК 621.313:013.001.24

## Граничные условия векторного потенциала магнитного поля

ДАНИЛЕВИЧ Я. Б., доктор техн. наук, ЯКОВЛЕВ В. И., канд. техн. наук  
Ленинград

При переходе от расчета двумерных полей к расчету трехмерных возникает необходимость значительного повышения точности расчетов электромагнитного поля в высокоиспользуемых электрических машинах. Такие расчеты, особенно при сложной конфигурации областей, в которых определяется

поле, наиболее целесообразно проводить численными методами. Однако точность численных методов в большой мере зависит от точности определения граничных условий.

В статье рассматривается подход к выбору граничных условий векторного потенциала магнитного поля при расчете

электромагнитного поля в зоне крайних пакетов — сердечника гатора. Как известно [1], поле в зоне крайних пакетов является принципиально трехмерным, особенностью этой зоны является также то обстоятельство, что стержни обмотки статора пересекают поверхность раздела сред, кроме того, сама поверхность раздела не является непрерывной.

Задача выбора граничных условий векторного потенциала при определении электромагнитного поля в зоне лобовых частей обмоток рассматривалась рядом авторов [2, 4, 6, 7, 8].

В [2] для получения граничных условий используется метод зеркальных изображений. Сначала, исходя из общих соображений, поверхность раздела приводится к непрерывной замыкается воздушный зазор), на месте зазора прокладывается проводник АВ с током (рис. 1). Затем для сохранения реальных условий насыщения стали в сердечнике прокладываются дополнительные проводники АС и ВД. Для крайних пакетов сердечника статора простой формы в виде прямого угла замена воздушного зазора проводником с поверхностным током  $I_{\text{дупов}}$ , равным н. с. воздушного зазора, дает небольшую погрешность при отсутствии бегущего поля ( $I_{\text{дупов}}$  не зависит от тангенциальной координаты  $x$ ) [9]. Погрешность в определении аксиальной составляющей магнитной индукции на поверхности крайнего пакета увеличивается в случае бегущего поля, т. е. при  $I_{\text{дупов}} = f(x)$ , за счет появления радиальной составляющей поверхностного тока  $I_{\text{дупов}}$ . Если же конфигурация сердечника статора отличается от простой формы (рис. 2), то силовые магнитные линии в зазоре не будут симметричными кружками. Тогда недостаточно только общих соображений о введении проводника с током, исходя из неизменности характера магнитного поля в зазоре без проведения соответствующих расчетов.

На основании системы токов с учетом проводника с током в воздушном зазоре выведены так называемые «раздельные» граничные условия и поверхностные токи, которые в прямоугольной системе координат не имеют связи отдельных составляющих векторного потенциала.

Принципиально, что для катушек, пересекающих поверхность раздела, раздельные граничные условия становятся возможными только за счет введения поверхностных токов. В противном случае система катушек, полученная методом изображений, оказывается несимметричной даже при  $\mu = \infty$  из-за проводника с током  $i'' = 2i$  (рис. 1).

В [4] в расчетную схему был введен реальный воздушный зазор, в результате чего граничные условия стали не выполняться и потребовалось ввести связанные граничные условия. Поэтому в [2] отмечалось, что взятые сами по себе раздельные граничные условия справедливы лишь в случае, если заданная система токов расположена целиком в среде с некоторой магнитной проницаемостью, т. е. не пересекает поверхности раздела сред. Поверхностные токи были получены в [2] при условии, что  $\mu = \infty$  и действует одна составляющая тока  $I_{\text{дупов}}$ . Выполненный анализ показывает, что и для системы катушек, которая не пересекает поверхность раздела сред с  $\mu = \text{const}$  ( $\mu = \infty$ ) и имеет две составляющие тока, причем одна из них является нормальной к границе, развязка составляющих  $\vec{A}$  в граничных условиях нарушает условие  $\text{div } \vec{A} = 0$  на границе.

Раздельные граничные условия без использования поверхностных токов переносят связь составляющих вектора  $\vec{A}$  из граничных условий в исходные уравнения.

Поверхностные токи для пограничных поверхностей как с  $\mu = \text{const}$ , так и с  $\mu = \infty$  позволяют разделить связь составляющих векторного потенциала и в граничных условиях и в исходных уравнениях, однако для определения самих поверхностных токов требуется использование связанных граничных условий.

В [3] дано развитие идеи [2] о раздельных граничных условиях на случай, когда форма граничной поверхности произвольна, но удовлетворяет условиям Ляпунова. Однако при этом принято допущение, что при введении раздельных граничных условий разрывность нормальной составляющей вектора  $\vec{A}$  ( $A_{\text{ст}}/\mu = A_{\text{в}}$ ) не приводит к нарушению непрерывности  $\text{div } \vec{A}$  на границе. Для этого в [3] в точках разрыва вводится другая дифференциальная характеристика вектора  $\vec{A}$ . Под производными по нормали в этом случае понимаются односторонние производные.

Граничные условия вектора  $\vec{A}$  на ферромагнитной границе. На границе ферромагнитная среда — воздух имеет место равенство касательных составляющих напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  (в дальнейшем всюду принимается, что  $x$  и  $y$  — ка-

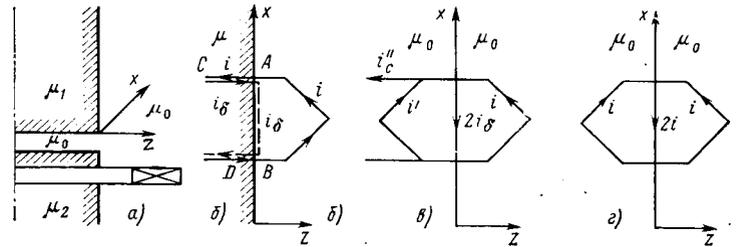


Рис. 1. Поле катушки, проходящей через ферромагнитную поверхность: а — расчетная схема; б — замена зазора поверхностным током; в — замена ферромагнитной среды немагнитной; г — эквивалентная катушка при  $\mu_1 = \mu_2 = \infty$

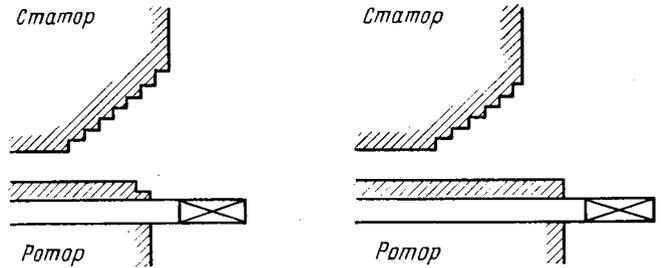


Рис. 2. Поле при ступенчатой конфигурации крайних пакетов: а — длина ротора меньше активной длины статора; б — то же при большей длине ротора

сательные, а  $z$  — нормальная оси к поверхности раздела):

$$H_{x1} = H_{x2}; H_{y1} = H_{y2}, \quad (1)$$

где индекс «1» соответствует ферромагнитной среде, а «2» — воздуху.

Используя определение  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ , из (1) получим:

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_{z1}}{\partial y} - \frac{\partial A_{y1}}{\partial z} \right) = \frac{\partial A_{z2}}{\partial y} - \frac{\partial A_{y2}}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z1}}{\partial x} \right) = \frac{\partial A_{x2}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z2}}{\partial x}. \quad (3)$$

Продифференцируем (2) по  $y$ , а (3) по  $x$ . Это возможно, так как  $\mu$  в этом направлении непрерывно. Далее вычтем из второго первое и, воспользовавшись для каждой среды условием  $\text{div } \vec{A} = 0$ , пока не оговоривая  $\text{div } \vec{A}$  на границе, получим следующее уравнение:

$$\frac{1}{\mu_1} \left( \frac{\partial^2 A_{z1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z1}}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 A_{z2}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_{z2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{z2}}{\partial z^2}. \quad (4)$$

Рассмотрим два произвольных способа выбора  $\text{div } \vec{A}$  на границе.

1. Пусть на границе имеется равенство нормальных составляющих вектора  $\vec{A}$ :  $A_{z1} = A_{z2}$ , что соответствует условию  $\text{div } \vec{A} = 0$ .

При таком выборе из (2) следует, что

$$\frac{\partial A_{y2}}{\partial z} = \left( 1 - \frac{1}{\mu_1} \right) \frac{\partial A_{z1}}{\partial y} + \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{y1}}{\partial z} \quad (5)$$

или

$$\frac{\partial A_{\tau 2}}{\partial n} = \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{\tau 1}}{\partial n} + \left( 1 - \frac{1}{\mu_1} \right) \frac{\partial A_n}{\partial \tau}, \quad (6)$$

где индекс  $\tau$  относится к касательным, а индекс  $n$  — к нормальным составляющим  $\vec{A}$ .

Из (6) следует, что на ферромагнитной поверхности имеются составляющие  $A_{\tau}$ . Эти составляющие можно рассматривать как созданные эквивалентным токовым слоем  $I_{\tau}$  на поверхности.

При  $\mu = \infty$  из (6) имеем:

$$\frac{\partial A_{x2}}{\partial z} = \frac{\partial A_x}{\partial x}; \quad \frac{\partial A_{y2}}{\partial z} = \frac{\partial A_y}{\partial y}. \quad (7)$$

В (7) составляющая  $A_z$  определяет составляющие  $A_x$  и  $A_y$ . На границе сред

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} = 0. \quad (8)$$

С помощью преобразований (1)–(4) и (8) граничные условия (1) оказались фактически приведенными к уравнениям поля, т. е. была выполнена операция

$$\text{rot}_z \text{rot } \bar{A} = \text{grad}_z \text{div } \bar{A} - \nabla^2 \bar{A}, \quad (9)$$

и откуда при  $\text{div } \bar{A} = 0$  оператор  $\text{rot}_z \text{rot } \bar{A}$  оказывается эквивалентным оператору  $\nabla^2 \bar{A}$ .

2. При другом способе примем, что на границе сред

$$\frac{A_{z1}}{\mu_1} = A_{z2}, \quad (10)$$

что соответствует условию  $\text{div } \frac{\bar{A}}{\mu} = 0$ .

Тогда вместо связанных граничных условий (6) получим условия

$$\frac{\partial A_{\tau 2}}{\partial n} = \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_{\tau 1}}{\partial n}. \quad (11)$$

При использовании условий (10) и (11) на границе сред будут иметь место уравнения поля:

$$\frac{1}{\mu} \text{rot rot } \bar{A} = 0; \quad \text{div } \frac{\bar{A}}{\mu} = 0$$

или

$$\frac{1}{\mu} \text{grad} \left( -\bar{A}_n \text{grad } \frac{1}{\mu} \right) - \frac{1}{\mu} \nabla^2 \bar{A} = 0. \quad (12)$$

В (12) использовано равенство

$$\text{div } \frac{\bar{A}}{\mu} = \frac{1}{\mu} \text{div } \bar{A} + \bar{A} \text{grad } \frac{1}{\mu} = 0. \quad (13)$$

Таким образом при учете конечного  $\mu$  развязка составляющих  $\bar{A}$  в граничных условиях приводит к связанным составляющим  $\bar{A}$  в уравнении поля на границе.

При  $\mu = \infty$

$$\frac{\partial A_{\tau 2}}{\partial n} = 0, \quad (14)$$

и из (12) получим

$$\frac{1}{\Delta} \frac{\partial A_{n2}}{\partial \tau} - \nabla^2 \bar{A}_2 = 0. \quad (15)$$

Так как при условии (10) на границе сред  $\text{div } \bar{A} \neq 0$ , то это соответствует случаю, когда на границе имеются источники.

*Граничные условия вектора  $\bar{A}$  на проводящей границе.* В не-однородной области с проводящим телом уравнения поля имеют вид

$$\text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \bar{A} = \mu_0 \bar{J}_{\text{стор}} - \mu_0 \gamma (j\omega \bar{A} + \text{grad } \Phi); \quad \text{div } \bar{J} = 0, \quad (16)$$

где  $\bar{J}_{\text{стор}}$  — сторонняя плотность тока;  $\gamma$  — удельная проводимость материала.

Если принять, что  $\text{div } \gamma \bar{A} = 0$ , то на границе сред

$$\gamma_1 A_{n1} = \gamma_2 A_{n2}. \quad (17)$$

(Здесь, как и выше, индекс «1» соответствует проводящей среде, индекс «2» — воздуху).

Из (17) следует, что на границе проводящая среда — воздух пропадает граничное условие для  $A_{n2}$ , так как для воздуха  $\gamma_2 = 0$ . В этом случае при численных расчетах можно руководствоваться одной из двух схем.

*Первая расчетная схема.* Решение находится в виде  $A$  и  $\Phi$ . В этом случае  $\text{div } \bar{A} = 0$  и граничные условия на границе проводящая среда — воздух имеют вид:

$$[\bar{A}] = 0; \quad \left[ \frac{1}{\mu} \text{rot}_\tau \bar{A} \right] = 0, \quad (18)$$

$$\text{grad}_n \Phi = -j\omega A_n. \quad (19)$$

Уравнение для  $\bar{A}$  решается во всей расчетной области, а для  $\Phi$  — только в области проводящего тела. Второе уравнение системы (16) для граничных условий (18) может быть представлено в виде

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (20)$$

Граничные условия (19) можно сохранить и в правой части второго уравнения системы (16), которое тогда будет равно

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\text{grad } \gamma}{\gamma} (j\omega \bar{A} + \text{grad } \Phi). \quad (21)$$

Решение уравнений (16) с граничными условиями (18) и (19) производится итеративным способом.

*Вторая расчетная схема.* В этом случае определяется только вектор  $\bar{A}$  при условии  $\text{div } \gamma \bar{A} = 0$ . Тогда скалярный потенциал  $\Phi$  может быть заменен скачком нормальной составляющей вектора  $\bar{A}$  на границе сред. Тогда система (16) приобретает вид

$$\text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \bar{A} = \mu_0 \bar{J}_{\text{стор}} - j\omega \mu_0 \gamma \bar{A}; \quad \text{div } \gamma \bar{A} = 0 \quad (22)$$

с граничными условиями

$$[A_\tau] = 0; \quad \left[ \frac{1}{\mu} \text{rot}_\tau \bar{A} \right] = 0. \quad (23)$$

Кроме того, на поверхности проводника также

$$A_{n1} = 0. \quad (24)$$

Для численных расчетов использование уравнений (22)–(24) не дает преимуществ по сравнению с первой схемой.

В заключение следует указать, что использование векторного потенциала  $\bar{A}$  обеспечивает преимущества при определении двумерных полей, когда можно ограничиться рассмотрением лишь одной составляющей векторного потенциала  $\bar{A}$ . При решении трехмерных задач векторный потенциал теряет наглядность, причем число уравнений при решении не уменьшается по сравнению с расчетами через напряженность магнитного поля  $H$ .

Таким образом, использование отдельных граничных условий, в которых составляющие векторного потенциала на поверхности раздела сред с конечными значениями магнитной проницаемости не связаны между собой, приводит к изменению вида решаемого уравнения. В этом случае оператор  $\text{rot rot } \bar{A}$  не эквивалентен оператору  $\nabla^2 \bar{A}$ , так как  $\text{div } \bar{A} \neq 0$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилевич Я. Б. Добавочные потери в турбо- и гидрогенераторах. — Л.: Наука, 1973.

2. Вольдек А. И. Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. — Электричество, 1963, № 1.

3. Алехин В. М., Мушенко С. В. Граничные условия и интегральное уравнение для трехмерного векторного потенциала. — Изв. вузов. Электромеханика, 1966, № 4.

4. Важнов А. И., Гордон И. А., Гофман Г. Б. Расчет трехмерного электромагнитного поля в мощных турбогенераторах. — Электричество, 1976, № 4.

5. Мушенко С. В. Постановка краевой задачи для электродинамических потенциалов в кусочно-однородной среде. — Изв. вузов. Электромеханика, 1977, № 5.

6. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей. — Л.: Энергия, 1974.

7. Демирчян К. С., Попов В. В. Практическая реализация метода раздельного моделирования трехмерных составляющих векторного потенциала на примере моделирования магнитного поля в торцевой зоне электрической машины. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 4.

8. Попов В. В., Суханов В. В. К вопросу о формулировке трехмерных граничных задач по расчету электромагнитного поля турбогенераторов. — В кн.: Электрические машины. Исследования электромагнитных, тепловых и механических процессов. — Л.: ВНИИЭлектромаш, 1980.

9. Данилевич Я. Б., Пипко Р. М., Яковлев В. И. Магнитное поле в торцевой зоне турбогенератора. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 1.

# Исследование процесса отключения нагрузки автономного синхронного генератора с учетом дуговых явлений

ЗАГОРСКИЙ А. Е., доктор техн. наук, ЗАХАРОВА З. А., канд. техн. наук  
СКТБ МПО «Завод имени Владимира Ильича»

Все большее распространение получают автономные источники электропитания (АИЭП), состоящие из приводного двигателя и синхронного генератора (СГ) с системой регулирования тодного напряжения. К генераторам предъявляется комплекс противоречивых требований, обусловленных особенностями их эксплуатации и применения, в том числе требования к динамическим показателям, и в первую очередь, к отклонению напряжения при коммутации. Это вынуждает детально исследовать ряд явлений, оказывающих существенное воздействие на характер переходного процесса. К их числу относятся и процессы, связанные с возникновением дуги при коммутации нагрузки.

До настоящего времени, несмотря на большое число исследований в этой области [1, 2], в технической литературе отсутствует достаточно достоверные результаты исследования указанных режимов для СГ АИЭП. При решении поставленной задачи была использована уточненная программа расчета переходных процессов, исходные уравнения которой записаны в следующих координатах [3]:

$$\left. \begin{aligned} \vec{U} &= \check{L} \frac{d\vec{i}}{dt} + \check{r} \vec{i} + \vec{\Psi}^v \omega; \\ U_f &= \check{L}_f \frac{d\vec{i}}{dt} + r_f i_f + \Psi_f^v \omega; \\ 0 &= \check{L}_h \frac{d\vec{i}}{dt} + \check{r}_h \vec{i}_h + \vec{\Psi}_h^v \omega; \end{aligned} \right\} (1)$$

$$U_f(t) = U_f \pm k' H \alpha; \quad (2)$$

$$M + \frac{p}{2} i^e \frac{\partial \check{L}(\gamma)}{\partial \gamma} \vec{i} = J \frac{d\omega}{dt}; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_h &= \check{R}_h \vec{i} + \check{L}_h \frac{d\vec{i}}{dt}; \\ \vec{U}_d &= \check{r}_d \vec{i}_d + \check{L}_d \frac{d\vec{i}}{dt} + \vec{\Psi}_d^v \omega; \\ 0 &= \check{r}_{df} \vec{i}_{df} + \check{L}_{df} \frac{d\vec{i}}{dt} + \vec{\Psi}_{df}^v \omega; \\ M_d &= -\frac{p}{2} i^e \frac{\partial \check{L}_d(\gamma)}{\partial \gamma} \vec{i}_d - J_d \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned} \right\} (4)$$

где  $\vec{U}, \vec{i}$  — векторы-матрицы напряжений и токов фаз генератора;  $\check{r}, \check{L}$  — матрицы активных сопротивлений и индуктивностей машины и нагрузки;  $\vec{\Psi}^v \omega$  — вектор э. д. с. вращения;  $M$  — момент, приложенный к валу;  $J$  — момент инерции ротора;  $-\frac{p}{2} i^e \frac{\partial \check{L}(\gamma)}{\partial \gamma} \vec{i}$  — электромагнитный момент, развиваемый машиной;  $\omega$  — частота вращения ротора;  $p$  — число пар полюсов;  $k', H$  — коэффициент регулирования и функция, определяющая величину приращения напряжения возбуждения в зависимости от параметра регулирования  $\alpha$ ;  $e$  — символ транспонирования.

Система (1) описывает полные потокосцепления контуров, включающих обмотку статора, обмотку возбуждения и демпферные контура на роторе; уравнение (2) определяет тип используемого в системе регулятора; уравнение (3) характеризует движение ротора СГ; уравнение (4) является уравнением нагрузки, подключенной к генератору.

Статорные величины в приведенных уравнениях даны без специального индекса, роторные — с индексом «r», демпферные контура — с индексом «k», параметры активно-индуктивной нагрузки — с индексом «н», параметры асинхронного двигателя с индексом «д».

Выбор фазной системы координат позволяет достаточно просто и без громоздких преобразований рассчитывать несим-

метричные режимы. Высокая точность расчетов достигается за счет уточненного определения индуктивностей и э. д. с. вращения в представленных уравнениях. При изменении насыщения они являются величинами переменными, нелинейно зависящими от токов в контурах и угла поворота ротора и определяются через внутренние и внешние дифференциальные магнитные сопротивления [4]. Ошибка, найденная в результате сравнения рассчитанных по данной программе значений параметра с максимальными значениями кривых распределения этого параметра, полученными после обработки значительного количества экспериментов, не превысила 3 %.

Обычно расчет переходных процессов проводят без учета дуговых явлений. В этом случае момент отключения нагрузки моделируют подключением большого активного сопротивления, имитируя разрыв цепи фазы генератора (рис. 1 — контакт B2 замкнут). В этом случае ток за короткий промежуток времени спадает практически до нуля, и на зажимах генератора имеет место значительное перенапряжение.

При учете дуговых явлений необходимо различать три основных режима:

ток в фазе возрастает после прохождения через нуль (дуга зажигается);

ток в фазе стремится к нулю (дуга гаснет);

ток в фазе значительно отличается от нуля (дуга горит).

Указанные режимы, отражающие динамику дуги, описываются дифференциальным уравнением Бернулли [2], полученным из условия, что при синусоидальной форме кривой тока его прохождение через нуль происходит по линейному закону:

$$\frac{1}{U_d^2} \frac{d}{dt} U_d - \left(1 + \frac{\tau}{t}\right) \frac{1}{U_d} = \frac{\tau}{p_0} \left(\frac{di}{dt}\right)_0 \frac{t}{\tau}, \quad (5)$$

где  $U_d$  — напряжение дуги;  $p_0$  — подводимая к дуге электрическая мощность;  $\tau$  — постоянная времени дуги;  $(di/dt)_0$  — тангенс угла наклона кривой тока к оси времени в момент его прохождения через нуль.

График уравнения (5) в [2] показывает, что пик зажигания дуги попадает на отрезок кривой изменения напряжения после перехода ее через нуль, а пик гашения располагается до этого перехода. Интервал времени между данными пиками и моментом перехода тока через нуль составляет [2]:

$$t = \pm \sqrt{2\tau}. \quad (6)$$

Исходя из сказанного, ясно, что лишь при попадании тока в интервал (6) допустимо при проведении расчетов считать, что дуга не возникает и контакт размыкается мгновенно. Во всех остальных случаях необходимо учитывать дуговые явления.

Рассматривая схему замещения фазы генератора с учетом дуговых явлений со стороны источника питания (рис. 1 — контакт B1 замкнут), можно записать

$$U^* = E - L \frac{d\vec{i}}{dt} - U_d, \quad (7)$$

где  $U^*$  — напряжение на нагрузке;  $E$  — э. д. с. фазы;  $\vec{i}$  — ток фазы генератора.

Характеристику дуги можно с достаточной степенью точности аппроксимировать гиперболой [5]:

$$U_d = K_1 + K_2 / i.$$

Коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  легко определяются методом выравнивания [5] для конкретного типа машины. Подставив уравнения (7) и (8) в исходную систему уравнений для каждой фазы, получим полную систему уравнений, позволяющую рассчитывать переходные процессы в СГ с учетом дуговых явлений.

Было принято, что при отключении тока в момент време-

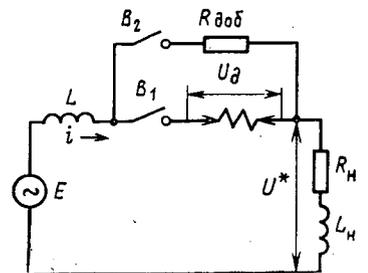


Рис. 1. Схема замещения фазы генератора

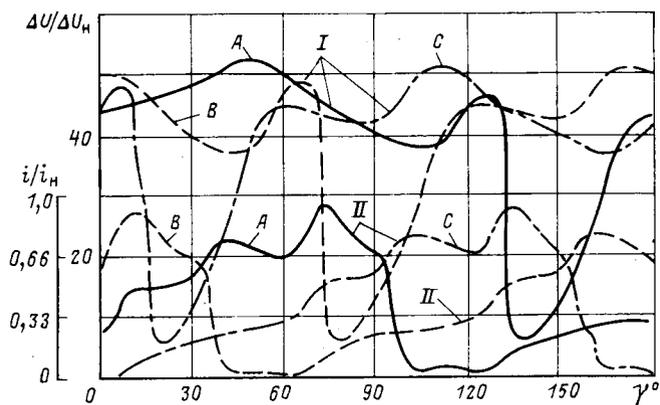


Рис. 2. Зависимость максимального отклонения напряжения фаз генератора от угла коммутации нагрузки в фазе А и токов в фазах, соответствующих этим напряжениям: I — напряжения; II — токи

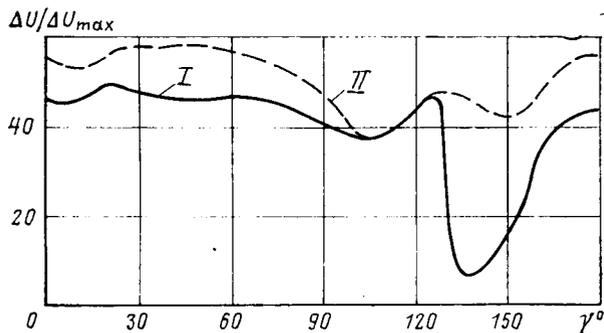


Рис. 3. Зависимость максимального отклонения напряжения в фазе А от угла коммутации нагрузки при учете (I) и без учета (II) дуговых явлений

ни, попадающий в интервал (6), дуга не возникает и контакты рассматриваются как размыкающиеся мгновенно. Мгновенное бездуговое размыкание контактов в данном рассмотрении, как было указано выше, имитируется мгновенным подключением активного сопротивления нагрузочного характера. Во всех остальных случаях расчет отключения нагрузки рассматривается как проходящий две стадии: первая — дуга горит, при расчете используются уравнения (7) и (8) (контакт В1 замкнут, контакт В2 разомкнут); вторая — ток падает в интервал (6). В последнем случае, как и при бездуговом размыкании, добавляется активное нагрузочное сопротивление  $R_{доб}$  (контакт В2 замкнут, контакт В1 разомкнут), и процесс рассчитывается до установления на зажимах генератора значения э. д. с. холостого хода.

По данной программе был рассчитан ряд автономных СТ типа ГАБ и ГОМ. Генераторы серии ГАБ являются синхронными явнополюсными генераторами с частотой тока 50 Гц, частотой вращения — 3000 об/мин. Поддержание номинального напряжения на выходе осуществляется при помощи схемы ком-

паундирования. Генераторы серии ГОМ в отличие от генераторов серии ГАБ имеют на роторе успокоительную обмотку, а для поддержания номинального напряжения используется пропорциональный регулятор.

Показательными являются результаты, полученные при исследовании генератора ГАБ-4-Т/230-М1 ( $U_n=230$  В;  $I_n=12,6$  А;  $\cos \varphi=0,8$ ;  $I_f=4 \div 8$  А;  $f=50$  Гц;  $m=3$ ). Для исследования наиболее тяжелого режима и облегчения проверки правильности проведенных расчетов генератор нагружался чисто активной нагрузкой ( $\cos \varphi=1$ ). Угол коммутации нагрузки  $\gamma$  для фаз В и С варьировался в пределах от 0 до  $180^\circ$ , угол коммутации для фаз В и С составил соответственно  $\gamma \pm 120^\circ$ .

При отключении нагрузки всплеск напряжения в фазе происходит не мгновенно, а с определенной выдержкой по времени. Причем эта выдержка различна для каждой фазы генератора и определяется энергетическим состоянием фазы в момент коммутации. При расчете отключения нагрузки рассматривались максимальные всплески напряжения в фазе после момента коммутации и соответствующие этим всплескам токи.

Для выявления характера процессов по результатам расчетов были построены кривые, на которых приведены значения расчетного максимального отклонения напряжения без учета дуговых явлений, значения тока в фазе и значение максимального отклонения напряжения, определенное по уравнению (7) для различных углов коммутации нагрузки (рис. 2 и 3).

Кривые дали возможность детально исследовать три характерные зоны изменения напряжения на зажимах генератора — дуга горит, дуга гаснет и дуга зажигается. При нормальном горении дуги значение максимального отклонения напряжения  $\Delta U^*$  относительно расчетного  $\Delta U$  снижается на 12—15%. При приближении к зоне, определяемой уравнением (6), значение максимального отклонения выходного напряжения относительно расчетного  $\Delta U$  снижается лишь на 2,5—6%. При попадании в зону, где дуга гаснет, значение максимального отклонения напряжения равно расчетному  $\Delta U$  до момента, когда дуга начинает зажигаться. При этом напряжение  $U^*$  резко падает, так как необходимо большое напряжение для зажигания дуги и проведения малого тока через воздушное пространство. Снижение максимального отклонения на протяжении на этом интервале достигает 45%. При нормальном горении дуги картина повторяется.

Результаты расчетов сравнивались с экспериментом, для чего было проведено осциллографирование процесса отключения активной нагрузки. По осциллограммам определялся угол коммутации нагрузки, после чего для этого угла рассчитывались значения напряжения, которые затем сравнивались с экспериментальными. Эксперименты подтвердили справедливость вышеуказанных положений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буткевич Г. В. Дуговые процессы при коммутации электрических цепей. — М.: Энергия, 1973.
2. Рюденберг Р. Эксплуатационные режимы электроэнергетических систем и установок. — Л.: Энергия, 1981.
3. Загорский А. Е., Захарова З. А. Зависимость динамических показателей синхронных генераторов от технологических отклонений их размеров. — Электротехника, 1982, № 10.
4. Фильц Р. В., Глухиский Л. И. Основные положения магнитонелинейной теории явнополюсной синхронной машины. — Электричество, 1970, № 6.
5. Филлипов Е. Нелинейная электротехника/Пер. с нем. — М.: Энергия, 1968.

[23.04.84]

УДК 621.313.323.001.24

## Применение метода фазовой поверхности для определения момента входа в синхронизм синхронного реактивного двигателя

МОЩИНСКИЙ Ю. А., канд. техн. наук, ПОГОСЯН А. С., инж.

Одним из основных критериев оценки синхронных двигателей, и в частности, синхронных реактивных двигателей (СРД) является момент входа в синхронизм. Определение момента входа в синхронизм синхронного двигателя является одной из основных задач, решаемых при его проектировании.

Переходные процессы в синхронных реактивных двигателях описываются полной системой дифференциальных уравнений, состоящей из уравнений равновесия напряжений, описывающих электромагнитные переходные процессы и уравнения движения ротора [1].

При проведении качественного анализа переходных процессов с целью упрощения будем считать, что переходные электромагнитные процессы протекают значительно быстрее механических, и в первом приближении можно рассматривать уравнение движения ротора [1, 2], которое в относительных единицах в общем виде описывается системой уравнений [3]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{d\tau} &= \bar{s}; \\ \frac{d\bar{s}}{d\tau} + k_a \bar{s} + f(\theta) &= k_b, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\tau = \omega_0 t$  — безразмерное время;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{pM_1}{J}}$  — угловая частота собственных колебаний;  $M_1$  — амплитуда основной гармоники реактивного момента;  $J$  — момент инерции ротора и связанных с ним вращающихся частей;  $p$  — число пар полюсов;  $k_a = \frac{\omega_0}{\omega_1} \frac{M_a}{M_1}$  — коэффициент демпфирования;  $\omega_1$  — синхронная угловая частота вращения магнитного поля статора;  $M_a$  — крутизна пусковой механической характеристики в зоне малых скольжений;  $k_b = \frac{M_H - M_T}{M_1}$  — коэффициент нагрузки;  $M_H$  — момент нагрузки;  $M_T$  — тормозной момент от токов обратной последовательности;  $\bar{s}$  — относительное скольжение;  $\theta$  — угол между пространственным вектором напряжения сети и поперечной осью ротора,  $f(\theta) = \frac{M(\theta)}{M_1}$  — относительный синхронный момент. В общем случае  $f(\theta)$  — ограниченная на отрезке  $T/2$  периодическая функция, допускающая разложение в ряд Фурье:

$$f(\theta) = \frac{M_1 \sin(2\theta + \alpha_1) + \sum_{n=3}^k M_n \sin(n\theta + \alpha_n)}{M_1}.$$

Здесь  $M_n$  — гармонические составляющие синхронного электромагнитного момента;  $\alpha_n$  — соответствующие фазовые углы.

Система (1) содержит нелинейные дифференциальные уравнения, не имеющие точного аналитического решения, а существующие методы приближенного решения [1, 4] вследствие тех или иных допущений не дают достаточно точных результатов. Учитывая это, применим для решения системы уравнений (1) метод фазовой поверхности, свободный от недостатков [1, 2, 4].

Фазовая поверхность системы (1) — есть поверхность кругового цилиндра с осью, параллельной оси  $\bar{s}$  [5]. Фазовые траектории системы уравнений (1) с учетом того, что  $\frac{d\bar{s}}{d\tau} = \bar{s} \frac{d\bar{s}}{d\theta}$ , определяются уравнением

$$\frac{d\bar{s}}{d\theta} = -\frac{k_a \bar{s} - f(\theta) + k_b}{\bar{s}}. \quad (2)$$

Решениями данного уравнения являются семейства кривых на фазовой поверхности.

Из теории нелинейных колебаний [5] известно, что состояниям равновесия системы соответствуют особые точки уравнения (2) на фазовой поверхности, которые могут быть найдены из уравнения

$$f(\theta_i) = k_b. \quad (3)$$

Графическое определение особых точек приведено на рис. 1. Как видно из этого рисунка, при  $k_b < f(\theta)_{\max}$  имеются две точки равновесия  $\theta_\alpha$  и  $\theta_\beta$ , при этом особая точка  $(\theta_\alpha, 0)$  является устойчивой особой точкой и может быть фокусом, узлом или центром. Особая точка  $(\theta_\beta, 0)$  является неустойчивой особой точкой типа седло. При  $k_b = f(\theta)_{\max}$  имеется одна сложная точка равновесия  $\theta_m$  типа седло — узел. При  $k_b > f(\theta)_{\max}$  точек равновесия нет.

Известно [5, 6], что уравнение (2) имеет один предельный цикл, соответствующий периодическому движению с периодом  $T$ , которому при заданных параметрах соответствует одно критическое значение  $k_b = k_{bкр}$ . Вблизи положения устойчивого равновесия периодические движения невозможны, поэтому будем искать предельный цикл вблизи точки неустойчивого равновесия  $\theta_\beta$ .

Рис. 1. Графическое определение особых точек уравнения движения ротора синхронного двигателя на фазовой плоскости.

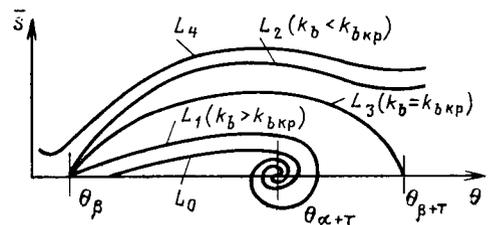
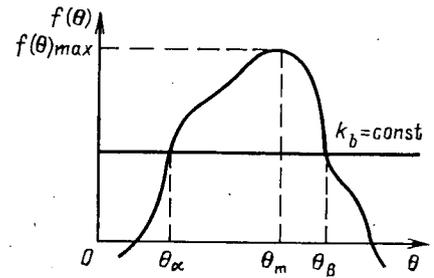


Рис. 2. Траектории интегральных кривых уравнения движения ротора на фазовой плоскости при различных значениях нагрузки.

Рассмотрим возможные траектории интегральных кривых уравнения (2) на фазовой поверхности. При  $k_b < k_{bкр}$  система из начальной точки  $(\theta_\beta, 0)$  должна прийти в состояние устойчивого равновесия в точке  $(\theta_{\alpha+\tau}, 0)$ . Траектория интегральной кривой для данного случая приведена на рис. 2. При  $k_b > k_{bкр}$  система выпадает из синхронизма. (Интегральная кривая —  $L_2$  на рис. 2) При  $k_b = k_{bкр}$  система совершает колебательные движения вокруг точки неустойчивого равновесия с периодом  $T$ . Траектория интегральной кривой —  $L_3$  при  $k_b = k_{bкр}$ , называемая предельным циклом, представлена на рис. 2. Предельный цикл (кривая  $L_3$ ) делит всю фазовую поверхность на две части. В области, охватываемой предельным циклом, интегральные кривые —  $L_0, L_2$  свертываются вокруг точки устойчивого равновесия. Двигатель при этом надежно втягивается в синхронизм. Кривые  $L_2, L_4$  вне предельного цикла соответствуют режиму работы двигателя, при котором синхронизация не происходит, и двигатель работает в синхронном режиме.

Очевидно, что траекторию предельного цикла системы (1) ( $k_b = k_{bкр}$ ) на фазовой плоскости можно получить, проинтегрировав уравнение (2) на отрезке  $(\theta_\beta, \theta_{\beta+\tau})$ .

Также очевидно, что в силу непрерывности траектории предельного цикла при интегрировании уравнения (2) на отрезках от  $\theta_\beta$  до  $\theta_{\alpha+\tau}$  (в прямом направлении с положительным шагом) и от  $\theta_{\beta+\tau}$  до  $\theta_{\alpha+\tau}$  (в обратном направлении с отрицательным шагом), полученные в точке  $\theta_{\alpha+\tau}$  два значения функции  $\bar{s}(\theta)$  равны.

При всех других значениях  $k_b \neq k_{bкр}$  прямое и обратное интегрирование уравнения (2) на указанных отрезках даст в точке  $\theta_{\alpha+\tau}$  два различных значения функции  $\bar{s}(\theta)$ , отличающихся на некоторую величину  $\Delta \bar{s}(\theta)$ .

Возможные характерные траектории интегральных кривых уравнения (2) на фазовой поверхности при прямом и обратном интегрировании для различных  $k_b$  приведены на рис. 3.

Таким образом, если нам удастся определить траекторию предельного цикла системы (1), то мы найдем  $k_b = k_{bкр}$  и соответствующий данному  $k_{bкр}$  момент входа СРД в синхронизм.

Одно из основных преимуществ предлагаемой методики заключается в том, что она позволяет определить  $m_{вх}$  независимо от длительности процесса вхождения в синхронизм, что дает значительную экономию машинного времени при расчетах на ЭВМ и обеспечивает получение более точных результатов.

Определение предельного цикла можно представить в виде следующих этапов:

- 1) нахождение особых точек  $\theta_\alpha$  и  $\theta_\beta$  системы (1) для данного значения  $k_b$ ;
- 2) интегрирование уравнения (2) в прямом и обратном направлениях на отрезках  $(\theta_\beta, \theta_{\alpha+\tau})$  и  $(\theta_{\beta+\tau}, \theta_{\alpha+\tau})$  и определение величины  $\Delta \bar{s}(\theta)$ ;
- 3) сравнение  $\Delta \bar{s}(\theta)$  с некоторой заданной малой величиной  $\epsilon$ , при этом:
  - а) если  $|\Delta \bar{s}(\theta)| \leq \epsilon$ ,  $k_b$ , принятое в начале, является  $k_{bкр}$ ;

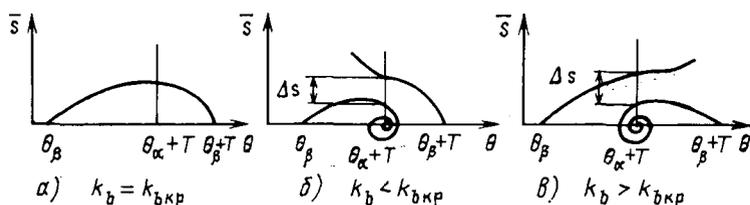


Рис. 3. Возможные траектории интегральных кривых при определении траектории предельного цикла

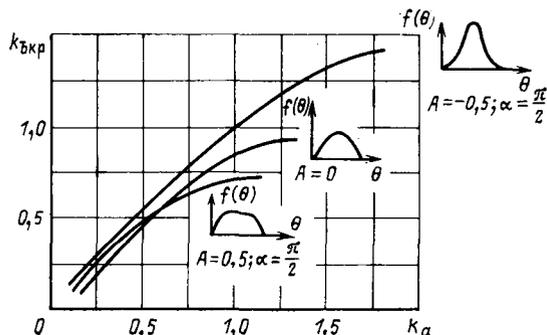


Рис. 4. Зависимости момента входа от демпфирующего асинхронного момента при различных формах кривой синхронизирующего момента синхронного двигателя

б) если  $|\Delta \bar{s}(\theta)| > \varepsilon$ , принимается новое значение  $k_b$  и весь цикл повторяется до удовлетворения условия  $|\Delta \bar{s}(\theta)| \leq \varepsilon$ . Выполнение этапов 1) и 3) не вызывает трудностей. Подробнее остановимся на этапе 2).

Как уже отмечалось, уравнение (2) не имеет аналитического решения, поэтому интегрирование необходимо производить одним из численных методов. Сложность состоит в задании начальных условий интегрирования. В точках  $(\theta_\beta, 0)$  и  $(\theta_{\beta+T}, 0)$  значение  $\bar{s}(\theta) = 0$  и решение уравнения (2) не определено, следовательно, эти значения  $\theta_i$  и  $\bar{s}(\theta)$  нельзя принимать за начальные значения уравнения (2). Для определения начальных значений необходимо найти углы наклона касательных к кривой предельного цикла в точках  $(\theta_\beta, 0)$  и  $(\theta_{\beta+T}, 0)$ , которые определяются по формулам [3]:

$$N_{\theta_\beta} = \left[ \frac{d\bar{s}}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_\beta} = -\frac{k_a}{2} + \lambda;$$

$$N_{\theta_{\beta+T}} = \left[ \frac{d\bar{s}}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_{\beta+T}} = -\frac{k_a}{2} - \lambda,$$

где

$$\lambda = \sqrt{\left(\frac{k_a}{2}\right)^2 - f'(\theta_\beta)};$$

$f'(\theta_\beta)$  — производная в точке  $\theta_\beta$ .

Начальные значения уравнения (2) будут определяться в точках  $\theta_\beta + \Delta\theta$  и  $(\theta_{\beta+T}) - \Delta\theta$ , где  $\Delta\theta$  — малое приращение угла  $\theta$ .

Значение  $\bar{s}(\theta)$  вблизи особых точек

$$s(\theta)_{нач} = N_{\theta_\beta} \Delta\theta.$$

При помощи описанного метода было решено уравнение движения ротора СРД при различной форме кривой синхронизирующего момента, которая задавалась в виде равенства

$$f(\theta) = \sin 2\theta + A \sin(4\theta + \alpha), \quad (4)$$

где  $\alpha/4$  — угол сдвига гармоники реактивного момента относительно основной гармоники;  $A$  — амплитуда гармоники.

Подставив значение  $f(\theta)$  из (4) в уравнение (2), получим

$$\frac{d\bar{s}}{d\theta} = \frac{k_b - k_a \bar{s} - [\sin 2\theta + A \sin(4\theta + \alpha)]}{\bar{s}}. \quad (5)$$

Особые точки уравнения (5), согласно (3), определяются из условия

$$k_b = \sin 2\theta + A \sin(4\theta + \alpha). \quad (6)$$

Интегрирование уравнения (5) осуществлялось методом Рунге — Кутты 4-го порядка. Задаваясь дискретными значениями  $k_a$ , определяли соответствующие значения  $k_b = k_{bкр}$ . При этом на определение одного значения  $k_{bкр}$  при данном  $k_a$  затрачивается 1—1,5 мин машинного времени при расчете на ЭВМ ЕС—1020. На рис. 4 приведены кривые зависимости  $k_{bкр} = f(k_a)$  при различных формах кривой синхронизирующего момента ( $\alpha=0, A=0, \alpha=\pi/2, A=0,5, \alpha=\pi/2, A=-0,5$ ). Из кривых видно, что на  $k_{bкр}$  влияет как форма кривой синхронизирующего момента, так и его максимальное значение.

Для подтверждения правильности этого метода были проведены исследования СРД с параметрами:  $P_H = 80$  Вт,  $U_H = 220$  В,  $f = 50$  Гц, выполненного на базе асинхронного двигателя 4АА56А4УЗ. Момент входа, определенный экспериментально, составил 0,36 Нм, а рассчитанный — 0,368 Нм.

Таким образом, данный метод позволяет сравнительно легко и с достаточно большой точностью рассчитать момент входа СРД в синхронизм и может быть рекомендован для инженерной практики. Метод применим и для расчета  $m_{вх}$  других типов синхронных двигателей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кононенко Е. В. Синхронные реактивные машины. — М.: Энергия, 1970.
2. Юферов Ф. М. Электрические машины автоматических устройств. — М.: Высшая школа, 1976.
3. Безрученко В. А., Мощинский Ю. А. Определение момента входа в синхронизм синхронных двигателей с постоянными магнитами. — Труды МЭИ, 1974, вып. 189.
4. Михов В. М., Шахорина И. В., Шахтарин Б. И. Применение приближенного метода для исследования движения синхронных машин. — Изв. вузов. Энергетика, 1980, № 5.
5. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959.
6. Барабашин Е. А., Табуева В. А. Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. — М.: Наука, 1969. [01.04.83]

УДК 621.313.2.013.1.001.24

## Влияние тока возбуждения главных полюсов на инерцию магнитного потока добавочных полюсов в машинах постоянного тока

ГЛИНКА Т.

Силезский политехнический институт, ПНР

При исследовании переходных процессов в машинах постоянного тока было обнаружено, что скорость изменения потока добавочных полюсов зависит не только от скорости изменения намагничивающей силы, действующей в поперечной магнитной цепи, но и от тока возбуждения главных полюсов.

Это влияние возникает потому, что поток главных полюсов

подмагничивает ярма статора и ротора, через которые проходит также поток добавочных полюсов.

Опыты показали, что чем больше ток возбуждения главных полюсов, тем сильнее отстает поток добавочных полюсов от тока якоря. Это означает, что увеличивается действие вихревых токов, возбуждаемых в поперечной магнитной цепи или, иначе

говоря, увеличивается инерция магнитной цепи. Испытания, проведенные на большом количестве машин, дали схожие результаты.

Анализ этого явления представляет как практический, так и теоретический интерес, так как если в электрических цепях типа  $R, L$  при насыщении магнитопровода уменьшается индуктивность  $L$ , и в такой же степени уменьшается инерция электрической цепи, то здесь происходит наоборот возрастание инерции с ростом насыщения.

Для подробного исследования этого явления рассмотрим схему электромагнитной цепи машины постоянного тока (рис. 1). Такая цепь имеет обмотки: возбуждения и поперечную, состоящую из последовательно соединенных обмоток добавочных полюсов и якоря. Магнитная цепь добавочных полюсов состоит из массивного яра статора, воздушного зазора и шихтованного яра ротора. При отсутствии тока в обмотке возбуждения  $I_B=0$  и подаче постоянного напряжения к поперечной обмотке ток якоря  $i_Y(t)$  и магнитный поток добавочных полюсов  $\Phi(t)$  изменяются так, как показано на рис. 2.

В кривых тока и потока можно выделить два параметра: их установившиеся значения

$$i_Y^I(t=\infty) = I_{Y0}^I; \Phi(t=\infty) = \Phi_0^I$$

и начальные производные

$$\frac{di_Y(t=0)}{dt} = sI; \frac{d\Phi(t=0)}{dt} = s\Pi$$

Между кривыми  $i_Y^I(t)$  и  $\Phi^I(t)$  находится площадка  $F^I$ .

Эксперименты повторялись при подмагничивании магнитной цепи ( $I_B > 0$ ), но при следующих условиях:

$$i_Y^{II}(t=\infty) = I_{Y0}^{II} = I_{Y0}^I; \frac{di_Y(t=0)}{dt} = s\Pi = sI,$$

которые были осуществлены изменением напряжения  $U_{Y0}$  и добавочного сопротивления  $R$  (рис. 1). В этом случае  $i_Y^{II}(t) \approx i_Y^I(t)$ ;  $\Phi^{II}(t) \neq \Phi^I(t)$ , а особенно,

$$\Phi_0^{II}(t=\infty) = \Phi_0^{II} < \Phi_0^I \text{ и } \frac{d\Phi_0^{II}(t=0)}{dt} \frac{1}{\Phi_0^{II}} < \frac{d\Phi_0^I(t=0)}{dt} \frac{1}{\Phi_0^I},$$

а также  $F^{II} > F^I$ .

Причина уменьшения магнитного потока  $\Phi_0^{II} < \Phi_0^I$  ясна, а уменьшение производной в относительных единицах и увеличение площадки  $F$  требуют разъяснения. Площадь  $F$  характеризует инерцию магнитной цепи и зависит от реакции вихревых токов. Из этого следует, что подмагничивание массивной магнитной цепи увеличивает действие вихревых токов.

Увеличение инерции влияет на коммутацию двигателей постоянного тока, питаемых пульсирующим током от тиристорных выпрямителей, а также при питании постоянным током и быстроизменяющимся токе нагрузки.

Аналитическое исследование этого явления проводится на основании уравнения магнитной проводимости магнитопровода с массивным участком и относительно большим воздушным зазором [1]

$$\Lambda(p) = \frac{\Lambda_0}{1 + \sqrt{pT}} \quad (1)$$

где  $\Lambda_0$  — магнитная проводимость магнитопровода добавочных полюсов в установившемся режиме.

Электромагнитная постоянная времени цепи вихревых токов  $T$ , это параметр, который зависит от линейных размеров массивного участка и воздушного зазора  $a, b, l_Y, \delta$ , а также от магнитной проницаемости  $\mu_Y$  и электрической проводимости  $\gamma_Y$  массивного участка [1]

$$\sqrt{T} = \frac{abl_Y}{2\delta(a+b)} \sqrt{\frac{\gamma_Y}{\mu_0\mu_Y}} \quad (2)$$

Формула (2) справедлива для линейного магнитопровода, т. е. при  $\mu_Y = \text{const}$ . В этой связи следовало проверить, остается ли поперечная магнитная цепь линейной при наличии подмагничивания током возбуждения. Для этого были сняты характеристики намагничивания  $\Phi_0 = f(I_{Y0})$  при  $I_B = 0$  и  $I_B = I_{B.H.}$ , приведенные на рис. 3. Как видно из рис. 3, магнитная цепь остается линейной.

Рис. 1. Схема электромагнитной цепи машины постоянного тока

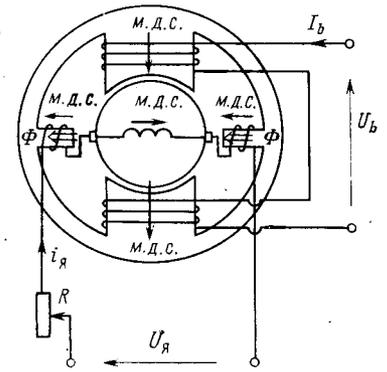


Рис. 2. Временные характеристики тока якоря  $i_Y$ , результирующего магнитного потока  $\Phi$  добавочных полюсов  $\Phi$  и составляющего потока  $\Delta\Phi$  добавочных полюсов, вызываемой силой вихревых токов, снятые при включении на поперечную обмотку постоянного напряжения

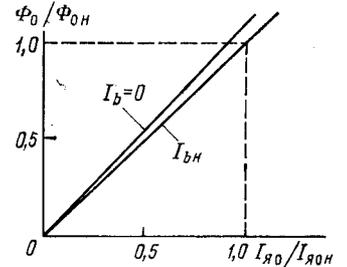
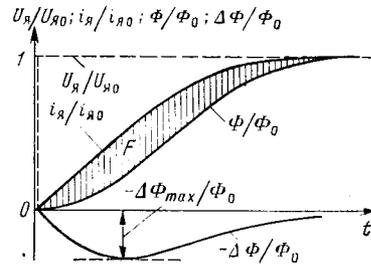


Рис. 3. Характеристики намагничивания магнитной цепи добавочных полюсов машины постоянного тока (5,5 кВт; 220 В; 28,6 А; 1500 об/мин;  $I_{B.H.} = 0,665$  А) при токах возбуждения  $I_B = 0$  и  $I_B = I_{B.H.} = 0,665$  А

Снижение характеристики  $\Phi_0 = f(I_{Y0})$  при  $I_B > 0$  объясняется уменьшением магнитной проницаемости массивного яра

$$\mu_Y^{II} < \mu_Y^I \quad (3)$$

Из уравнения (2) и неравенства (3) следует вывод, что с увеличением насыщения возрастает параметр  $T$ , поэтому  $T^{II} > T^I$ . Так как площадь  $F$  и параметр  $T$  пропорциональны [1],

$$T = \frac{F}{27,916} \quad (4)$$

то

$$F^{II} > F^I \quad (5)$$

Физически это явление объясняется изменением глубины проникновения вихревых токов в массивном участке магнитопровода [2]. При переменной намагничивающей силе, изменяющейся с частотой  $f$ , глубина проникновения вихревых токов

$$d = \frac{1}{\sqrt{\gamma_Y \mu_Y \mu_0 f}} \quad (6)$$

При уменьшении  $\mu_Y$  увеличивается глубина проникновения, что приводит к изменению параметров эквивалентного короткозамкнутого витка этих токов, и увеличивается его электромагнитная постоянная времени.

Такая зависимость инерции магнитопровода добавочных полюсов от тока возбуждения проявляется как при массивном, так и при шихтованном яре статора, однако при шихтованном яре параметр  $T$  получается значительно меньше, чем при массивном. Это показывают и результаты опытов, проведенных на магнитопроводе машины постоянного тока 7,5 кВт; 220 В, 39,2 А; 1450 об/мин;  $I_{B.H.} = 0,739$  А, при трех разных решениях статора (рис. 4).

При испытаниях параметр  $T$  можно рассчитывать не только по площади  $F$  [1], но и с использованием осциллограммы составляющего потока  $\Delta\Phi$ , вызываемого вихревыми токами (см. приложение).

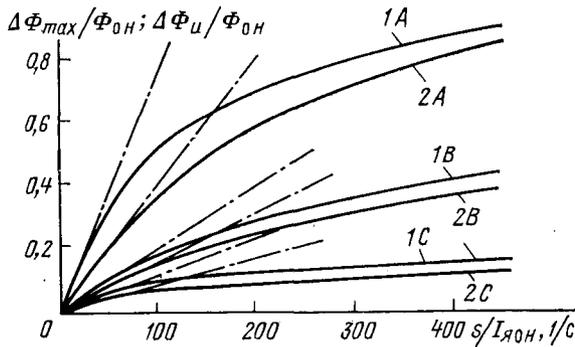


Рис. 4. Характеристики  $\frac{\Delta\Phi_{\max}}{\Phi_{0H}} = f(s)$  и касательные к ним в точке  $[0, 0]$ , а также  $\Delta\Phi_u = f(s)$  (пунктирные линии), снятые на машинах постоянного тока (7,5 кВт; 39,2 А; 220 В; 1450 об/мин) с разным исполнением магнитопровода: А — ярмо статора и добавочные полюсы массивные из стали СТ5; В — ярмо статора и добавочные полюсы, шихтованные из листов толщиной 1 мм; С — ярмо статора, шихтованное из листов толщиной 1 мм, добавочные полюсы, шихтованные из листов 0,5 мм; условия измерения: 1 —  $I_B = I_{B.H} = 0,739$  А;  $\omega = \omega_H = \frac{\pi 1450}{30}$  1/с;  $I_{Я0} = I_{Я0H} = 39,2$  А; 2 —  $I_B = 0$ ;  $\omega = \omega_H$ ;  $I_{Я0} = I_{Я0H}$

Составляющий поток  $\Delta\Phi$  можно регистрировать непосредственным путем с помощью специальной измерительной схемы [3]. Полученные кривые  $\Delta\Phi$  имеют экстремум  $\Delta\Phi_{\max}$  (рис. 2). Из записи тока  $i_{Я}$  и потоков  $\Phi$ ,  $\Delta\Phi$ , полученных при разных значениях  $U_{Я0}$  и  $R$  (рис. 1) и подобранных так, чтобы всегда  $I_{Я0} = I_{Я0H}$  были рассчитаны характеристики  $\Delta\Phi_{\max} = F(s)$ , приведенные на рис. 4.

В приложении приведено доказательство того, что характеристики  $\Delta\Phi_{\max} = F(s)$  при  $s \rightarrow 0$  касаются прямой  $\Delta\Phi_u = F(s)$ ,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi_{\max}}{\Phi_0} = \frac{\Delta\Phi_u}{\Phi_0} = 27,916sT. \quad (7)$$

По уравнению (7), используя данные измерений, приведенные на рис. 4, рассчитывался параметр  $T$ . Данные расчета приведены в таблице. Этот метод определения параметра  $T$  представляется более удобным чем по расчету площади  $F$  [1].

**Приложение.** Магнитный поток  $\Phi(t)$  можно разложить на две составляющие

$$\Phi(t) = \Phi_{Я}(t) - \Delta\Phi(t). \quad (П-1)$$

Составляющая  $\Phi_{Я}(t)$  обозначает поток, который был бы в аналогичных условиях в безынерционном контуре, т. е. при отсутствии вихревых токов, а составляющая  $\Delta\Phi(t)$  поток, образованный вихревыми токами

$$\frac{\Phi_{Я}(t)}{\Phi_0} = \frac{i_{Я}(t)}{I_{Я0}}. \quad (П-2)$$

Принимая, что ток якоря растет линейно с крутизной  $s$ ,

$$\frac{i_{Я}(t)}{I_{Я0}} = sdt, \quad (П-3)$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \Phi(p) &= \Lambda(p) I_{Я}(p); \\ \Phi_0 &= \Lambda_0 I_{Я0}, \end{aligned} \right\} \quad (П-4)$$

где магнитная проводимость [1]

$$\frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} = \frac{1}{1 + \sqrt{pT}} \approx \frac{0,32}{1 + 0,05pT} + \frac{0,4}{1 + 1,25pT} + \frac{0,2}{1 + 17pT} + \frac{0,08}{1 + 300pT}. \quad (П-5)$$

Из уравнений (П-1), (П-2) и (П-3) получаем

$$\frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi_0} = sdt - \frac{\Phi(t)}{\Phi_0} \quad (П-6)$$

Ярмо статора (ЯС) Дополнительные полюсы (ДП)	Значения постоянной времени $T$ , мс	
	при $I_B = I_{B.H}$	при $I_B = 0$
ЯС — массивное ДП — массивные	0,21	0,14
ЯС — шихтованное из листов толщиной 1 мм ДП — шихтованные из листов толщиной 1 мм	0,07	0,05
ЯС — шихтованное из листов толщиной 1 мм ДП — шихтованные из листов толщиной 0,5 мм	0,03	0,02

или в операторной форме

$$\frac{\Delta\Phi(p)}{\Phi_0} = s \frac{1}{p} - \frac{\Phi(p)}{\Phi_0} = s \frac{1}{p} - \frac{\Lambda(p)}{\Lambda_0} \frac{I_{Я}(p)}{I_{Я0}}. \quad (П-7)$$

Из уравнений (П-7), (П-3) и (П-5) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi_0} &= \left[ 0,32 \cdot 0,05 \left( 1 - e^{-\frac{t}{0,05T}} \right) + 0,4 \cdot 1,25 \left( 1 - e^{-\frac{t}{1,25T}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 0,2 \cdot 17 \left( 1 - e^{-\frac{t}{17T}} \right) + 0,08 \cdot 300 \left( 1 - e^{-\frac{t}{300T}} \right) \right] sT. \quad (П-8) \end{aligned}$$

В случае линейно изменяющегося тока якоря во времени  $t \rightarrow \infty$  магнитный поток  $\Delta\Phi$  получает предельное значение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi_0} = \frac{\Delta\Phi_u}{\Phi_0} = 27,916sT. \quad (П-9)$$

При подключении обмотки к постоянному напряжению (рис. 1) начальный участок кривой тока представляет собой прямую с крутизной  $s$  (рис. 2). В этом случае составляющий поток  $\Delta\Phi(t)$  имеет точку экстремума  $\Delta\Phi_{\max}$  (рис. 2). При малой начальной крутизне изменения тока  $s \rightarrow 0$  экстремум  $\Delta\Phi_{\max}$  приближается к  $\Delta\Phi_u$ . Чем больше начальная крутизна кривой изменения тока якоря, тем больше отличается  $\Delta\Phi_{\max}$  от  $\Delta\Phi_u$ , полученной при линейном изменении тока. Величину  $\Delta\Phi_u$  можно определить проводя касательную в точке  $[0, 0]$  кривой  $\Delta\Phi_{\max} = f(s)$ , как показано на рис. 4 пунктиром.

**Выводы.** 1. Из сравнения потоков в коммутационной зоне машины постоянного тока с разным исполнением ярма статора и добавочных полюсов (варианты А, В, С на рис. 4) при быстро изменяющемся токе якоря следует, что при изменении тока со скоростью около 100  $I_{Я0}/с$  вихревые токи уменьшают поток в варианте А на 45 %, в варианте В на 15 %, а в варианте С — только на 5 %.

2. Вихревые токи, возбуждаемые в магнитной цепи добавочных полюсов машин постоянного тока при быстро изменяющемся токе якоря, зависят от подмагничивания ярма потоком возбуждения главных полюсов. В испытанных вариантах машин составляющий поток в коммутационной зоне вызываемый вихревыми токами  $\Delta\Phi$  получается больше при номинальном потоке возбуждения главных полюсов, чем при отсутствии потока возбуждения. Как видно из рис. 4, при крутизне изменения тока якоря  $s = 100 I_{Я0}/с$ , составляющий поток  $\Delta\Phi$  увеличивается приблизительно на 30 %. В такой же пропорции увеличивается параметр  $T$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глинка Т. Магнитная проводимость магнитопровода электрических машин в переходных режимах. — Электричество, 1984, № 4.
2. Нейман Л. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. — М.: Госэнергоиздат, 1949.
3. Пашек В., Глинка Т. Модельные исследования влияния поперечной магнитной цепи машин постоянного тока на их коммутационные свойства при изменяющемся токе якоря. — Электротехника, 1974, № 15.

# Получение трехфазного тока стабильной частоты 10 Гц с помощью одномашинного синхронного делителя частоты

АНИЩЕНКО Е. И., канд. техн. наук  
Винницкий политехнический институт

В одной магнитной системе одномашинного синхронного делителя частоты (ОСДЧ) при явнополюсном роторе, вращающемся с частотой 600 об/мин, объединены десятиполюсный синхронный двигатель (СД) частоты 50 Гц и двухполюсный синхронный генератор (СГ) частоты 10 Гц. По сравнению с электромашинами агрегатами частоты 10 Гц, состоящими из двадцатиполюсного СД и четырехполюсного СГ, вращающихся с частотой 300 об/мин [1], применение ОСДЧ позволяет получить лучшие массо-габаритные характеристики, упростить конструкцию агрегата, достигнуть существенного сокращения конструктивных материалов, сократить монтажные и эксплуатационные расходы, так как вместо двухмашинного агрегата используется одна машина более быстроходная. При обратном включении машина может работать как умножитель частоты 15 раз.

**Характеристики поля ротора.** Уравнение кривой поля ротора при наличии только первой и пятой гармонических с амплитудными значениями  $B_{m1}$  и  $B_{m5} = kB_{m1}$  имеет вид (рис. 1)

$$B_x = B_{m1} \sin \beta_x - kB_{m1} \sin 5\beta_x, \quad \beta_x = \frac{\pi}{\tau_1} x. \quad (1)$$

Функция  $B_x$  имеет экстремальные значения в точках, для которых

$$\cos \beta_{m3} = 0; \quad (2a)$$

$$\sin \beta_{m1,2} = \pm \sqrt{\left(\frac{3}{8} \mp \frac{1}{8} \sqrt{5 + \frac{4}{5k}}\right)}. \quad (2b)$$

Экстремальные значения функции  $B_x$ :

$$B_{\delta \text{ min}} = \pm B_{m1} (1 - k); \quad (3)$$

$$B_{\delta 1,2} = \pm B_{m1} \left[ \frac{4}{5} \mp k \left( \sqrt{5 + \frac{4}{5k}} \pm 1 \right) \right] \times \\ \times \sqrt{\frac{3}{8} \mp \frac{1}{8} \sqrt{5 + \frac{4}{5k}}}. \quad (4)$$

Кривую поля, согласно уравнению (1), на длине  $x = \tau_1$  при  $k < 0,9$  можно создать с помощью магнитной системы, показанной на рис. 2. При этом индукция под добавочными полюсами  $B_{\delta 1} = B_{\delta 2}$  (верхние знаки «-» или «+» в (2 б) и (4)), а под главными полюсами  $B_{\delta 3} = B_{\delta 4}$  (нижние знаки в (2 б) и (4)).

При  $k \leq 1$  кривая  $B_x$  пересекает ось абсцисс в точках, для которых

$$\sin \beta_0 = 0; \quad (5)$$

$$\sin \beta_0 = \pm \sqrt{\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{8} \sqrt{5 + \frac{4}{k}}\right)}.$$

Площади, охватываемые кривой  $B_x$ , на участках  $[0, \beta_{01}]$  и  $[\beta_{01}, \beta_{02}]$  представляют поток добавочного и главного полюсов на единицу длины машины  $l$ :

$$\Phi_r = k_{\Phi r} \Phi_1 = \frac{\tau_1 l}{\pi} 2 \int_0^{\beta_{01}} B_x dx; \quad \Phi_d = k_{\Phi d} \Phi_1 = \frac{\tau_1 l}{\pi} \int_0^{\beta_{01}} B_x dx, \quad (6)$$

где коэффициенты потоков полюсов

$$k_{\Phi r} = \left( \cos \beta_{01} - \frac{k}{5} \cos 5\beta_{01} \right); \quad k_{\Phi d} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{k}{5} - \cos \beta_{01} + \right. \\ \left. + \frac{k}{5} \cos 5\beta_{01} \right). \quad (7)$$

Для расчета машины также необходимо знать отношения  $B_{\delta d}/B_{m1}$  и  $B_{\delta r}/B_{m1}$ , определяемые из формулы (4), и отношения потоков  $\Phi_r/2 \Phi_d$ .

Из расчета характеристик по (1)–(7) для  $k = 0,7$ – $1$  получим: координаты  $\beta_{m1} \approx 15$ – $16^\circ$ ;  $\beta_{m2} \approx 56$ – $55^\circ$ ;  $\beta_{01} \approx 28$ – $30^\circ$ ;  $\beta_{02} \approx 152$ – $150^\circ$ ; отношение  $B_{\delta d}/B_{m1} = 0,42$ – $0,71$ ; отношение  $B_{\delta r}/B_{m1} = 1,52$ – $1,82$ ; коэффициенты потоков  $k_{\Phi d} = 0,065$ – $0,120$ ;  $k_{\Phi r} = 0,99$ – $1,04$ ; отношение  $\Phi_r/2\Phi_d = 7,6$ – $4,4$ .

**Параметры статорных обмоток и синусоидальность кривых напряжения и тока.** С целью исключения модулированных колебаний в кривых напряжения и тока числа пазов на полюсе фазы  $q_1$  обмотки  $2p = 10$  следует выбрать равным целому числу ( $q_1 \geq 2$ ) [2, 3]. Для обмотки  $2p = 2$  получим  $q_2 = 5q_1$ . Тогда возможное число пазов статора  $z = 60, 90, 120 \dots$ . В случае необходимости можно рассмотреть применение дробного  $q$  со знаменателем дробности  $d = 2$ . Для обмоток  $2p = 10$  и  $2p = 2$  при целом  $q$  возможное число параллельных ветвей  $a = 1$  и  $a = 2$ , а при дробном  $q$  только  $a = 1$ . В опытном образце при  $z = 48, q_1 = 1\frac{3}{5}$ , что обусловило модулированные колебания в кривых напряжения и тока обмотки  $2p = 10$  и ухудшило другие показатели ОСДЧ.

Для обмотки  $2p = 2$  первая гармоническая ( $v' = 1$ ) является основной. Для исключения 3-й и кратных ей гармоник в кривых тока обмотку следует соединить по схеме звезды. Для устранения э. д. с. 5-й гармоники необходимо принять шаг обмотки  $y_2 = 0,8 \tau_1$ . Тогда при минимальном  $q_2 = 10$  коэффициент искажения синусоидальности кривой линейной э. д. с.  $k_{иск} = 3$ – $4\%$ . При шагах  $y_2 = 0,833 \tau_1, y_2 = 0,767 \tau_1$  и  $y_2 = 0,4 \tau_1$  коэффициент  $k_{иск} = 6,0$ – $7,5\%$ . В опытном образце  $k_{иск} \approx 5\%$ .

Для обмотки  $2p = 10$  гармоническая с  $v' = 5$  является основной. При применении обмотки с целым  $q$  и фазной зоне  $60^\circ$  э. д. с. в обмотке  $2p = 10$  от дробных гармонических ( $v' = 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17 \dots$ ) равны нулю, что может быть определено, например, по методике [2, 3].

**Результаты испытаний опытного образца и эффективность ОСДЧ.** Образец изготовлен в корпусе АД типа АМ 71-4 ( $D_a = 295, l_1 = 105$  мм). Обе трехфазные обмотки двухслойные, с фазной зоной  $60^\circ$ , схемой соединений в звезду и  $a = 1$ . Двухполюсная обмотка находится на дне пазов. Шаг обмотки  $2p = 10$  равен  $y_1 = 1 - 5$ , а  $2p = 2 - y_2 = 1 - 20$  ( $y_2 = 0,79 \tau_1$ ). Остов, сердечники и полюсные наконечники ротора (рис. 2) массивные. Полюсы расположены с использованием предложения [4]. Отношение  $h_{\delta n}/R_2$ , измеренное по радиусу, равно 0,22; 0,12 и 0,05 соответственно на оси полюса и на расстояниях 5 и  $10^\circ$  от оси полюса. Коэффициенты полюсных перекрытий главных и добавочных полюсов  $\alpha_{рг} = 0,48$  и  $\alpha_{рд} = 0,11$ .

В режиме холостого хода с  $U_{1н} = 1,03 U_{1н}$  при токе  $I_2 = 0$  напряжение генераторной обмотки  $U_2$  изменяется следующим образом:

$i_B/i_{B0}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$U_{20}/U_{2н}$	0,28	0,72	1,00	1,15	1,25	1,32	1,36	1,41	1,46

Кривая поля при  $i_B \approx i_{Bн}$  ( $I_2 = 0$ ) имеет следующий состав гармоник:  $B_{m1} = 100\%$ ;  $B_{m3} = 11,1\%$ ;  $B_{m5} = 91,0\%$ ;  $B_{m7} = 14,3\%$ ;  $B_{m9} = 6,7\%$ ;  $B_{m11} = 5,3\%$ .

Делитель частоты предназначался для питания асинхронных двигателей (АД), работающих при  $f = 10$  Гц, с полной нагрузкой; в этом случае  $\cos \varphi$  АД имеет высокие значения, а потому основным режимом работы ОСДЧ был принят режим с  $P_2 = 800$  Вт и  $\cos \varphi = 0,9$ . Работа ОСДЧ опробована также при  $\cos \varphi = 1; 0,8; 0,4$  (см. таблицу).

Максимальная активная мощность  $P_{2max}$ , при которой образец еще синхронно, устойчиво работал с сетью 50 Гц, опре-

\* В изготовлении и первоначальных испытаниях образца принимал участие инж. В. К. Пивень.

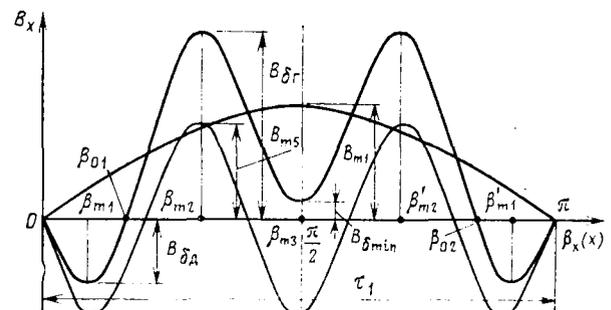


Рис. 1. Составляющие и результирующие кривые магнитной индукции в воздушном зазоре ОСДЧ при  $k = B_{m5}/B_{m1} = 0,85$

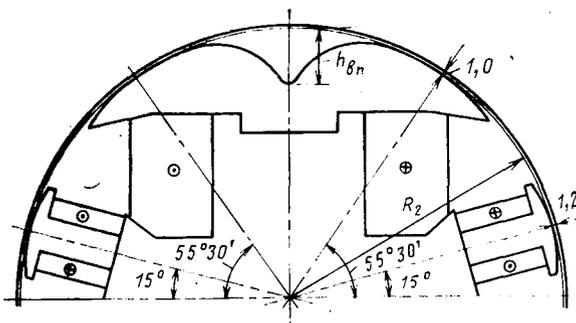


Рис. 2. Поперечное сечение ротора опытного образца

делена при  $U_{1H}=210$  В и  $U_2 \leq U_{2H}$ :  $P_{2max}=1650$  Вт при  $\cos \varphi_2=1$  и  $P_{2max}=1450$  Вт при  $\cos \varphi_2=0,9$  ( $k_n=1,8$ ). Данные таблицы приведены для одного и того же тока возбуждения  $i_{в.н.} = 23,5$  А. При этом плотность тока в обмотке  $j_{в.н.} = 5,15$  А/мм<sup>2</sup>. Такую плотность можно допустить при изоляции обмотки по классу Н, эффективной вентиляции машины и сравнительно невысоких факторах нагрева статорных обмоток (для основного режима образца  $j_1 A_1 + j_2 A_2 = 890$  А<sup>2</sup>/(мм<sup>2</sup>·см)).

В большинстве режимов ОСДЧ работал с отстающим  $\cos \varphi_1$ , так как питался от сети 220 В. Работа с  $\cos \varphi_1=1$  и опережающим  $\cos \varphi_1$  возможна, так как ОСДЧ имеет значительный запас устойчивой работы по напряжению  $U_1$ . При работе с  $P_2=800$  Вт и  $\cos \varphi_2=0,9$  машина выходила из синхронной работы с сетью при  $U_1=132$  В (0,63  $U_{1H}$ ). Состав гармоник в кривой поля в режиме, близком к номинальному:  $B_{m1}=100\%$ ;  $B_{m3}=21,6\%$ ;  $B_{m5}=90\%$ ;  $B_{m7}=26,5\%$ ;  $B_{m9}=14,1\%$ ;  $B_{m11}=17,4\%$ . Для основного режима при  $U_{20}/U_{2H}=1,42$  падения  $I_{2r2}=22\%$  и  $I_{2x02}=13\%$ , а составляющая, соответствующая размагничивающему действию реакции статора,  $\Delta U_a=18\%$ . Коэффициент полезного действия, определенный с учетом потерь на возбуждение,  $\eta=52\%$  при  $P_2=1000$  Вт и  $\cos \varphi_2=1$  и  $\eta=48\%$  при  $P_2=800$  Вт и  $\cos \varphi_2=0,9$ . Пуск ОСДЧ в работу асинхронный. Делитель частоты работал синхронно, устойчиво с сетью 50 Гц при: холостом ходе ( $I_2=0$ ) и токе  $i_{в.н.} \leq 1,1$   $i_{в.н.}$ ; при статических нагрузках с  $P_2 \leq P_{2max}$ ; в режиме установившегося трехфазного короткого замыкания при токе  $i_{в.н.} \leq 0,6$   $i_{в.н.}$ . Делитель оставался в синхронной работе с сетью при пусках от него вхолостую агрегата, состоящего из АД типа А 51/4, 4,5 кВт, 220 В и машины постоянного тока ПН-68, 4,8 кВт. При частоте  $f=10$  Гц двигатель А 51/4 имеет мощность  $S_1 \approx 800$  В·А и  $U_{дл}=44$  В. В первые моменты пуска вторичное напряжение снижалось до 0,8  $U_{л.}$ , а кратности токов по отношению к номинальным равнялись 1,8—2,0.

Система возбуждения ОСДЧ может получать питание от сети 50 Гц аналогично обычному СД, но при этом должна иметь регулирование тока возбуждения в зависимости от пара-

$U_{л.}$ , В	$I_1$ , А	$\cos \varphi$	$U_{л.}$ , В	$S_2$ , В·А	$P_2$ , Вт	$\cos \varphi_2$	$P_2/P_1$	$U_{20}/U_2$
210	3,85	0,94	41,7	890	800	0,9	0,61	1,42
185	4,15	1,0	42,5	900	810	0,9	0,61	1,41
212	5,10	0,90	47,0	1050	1050	1,00	0,62	1,28
208	3,31	0,93	41,5	875	700	0,80	0,63	1,45
208	2,44	0,90	38,2	875	350	0,40	0,46	1,57

метров генераторного напряжения; в некоторых случаях это регулирование может быть выполнено по упрощенной схеме, и даже можно обойтись без него.

Удельный объем сердечника статора образца ОСДЧ  $v = D_a^2 l_1 / S$  при  $S=875$  В·А  $\cos \varphi_2=0,8$  равен 10,4 см<sup>3</sup>/(В·А), а при  $S=675$  В·А,  $\Delta U_2=20\%$  и  $K_n=2,5$  составил 13,5 см<sup>3</sup>/(В·А). Для двухполюсного трехфазного СГ серии ГАБ, имеющего  $D_a=28$  см,  $l_1=8$  и 15,2 см и мощности  $S=5$  и 10 кВт при  $f=50$  Гц удельный объем 1,22 см<sup>3</sup>/(В·А), а при переходе на частоту 10 Гц увеличивается до 10 см<sup>3</sup> (В·А), если использовать коэффициент уменьшения мощности  $S$ , полученный из сравнения мощностей СГ типов СГЧЗ 13-46-4 и СГЧЗ 13-55-4 при  $f=50$  и  $f=10$  Гц [1]. С учетом проводного двигателя удельный объем агрегата 10 Гц с СГ типа ГАБ был бы не менее 13,5 см<sup>3</sup>/(В·А) при мощности  $S=675$  В·А, т. е. не меньше, чем объем ОСДЧ. Общая конструктивная длина ОСДЧ уменьшается на 70—80% по сравнению с агрегатом с четырехполюсным СГ.

При проектировании ОСДЧ целесообразно выбирать индукции  $B_{z1max}=1,80-1,95$  Тл;  $B_{\delta r}=0,80-0,85$  Тл;  $B_{m1}=0,47-0,50$  Тл (при  $k=0,85-0,90$ ), отношение  $t_1/b_z=2,1-2,3$  и использовать постоянные магниты вместо сердечников добавочных полюсов, что совместно с целым  $q$  заметно улучшит технико-экономические показатели ОСДЧ по сравнению с рассмотренным опытным образцом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Преобразовательные агрегаты частоты. Каталог 01.21.06—69.—М.: Изд. Информэлектро, 1969.
2. Анищенко Е. И., Сиунов Н. С. Анализ кривых поля, напряжения и тока синхронной явнополюсной машины с дробным отношением эффективных и реальных полюсов. — Электричество, 1966, № 9.
3. Анищенко Е. И. Применение обмоточного коэффициента распределения катушечных групп для анализа гармонических э.д.с. в обмотке. — Электричество, 1972, № 4.
4. А.с. 385377 (СССР). Синхронная машина/Е. И. Анищенко. Оpubл. Б.И., 1973, № 25.

[20.01.84]

УДК 621.3.011.4.001.24:517.512.3

## Расчет емкости двух тонких сферических оболочек

ШУШКЕВИЧ Г. Ч.

Белорусский государственный университет

В статье решена осесимметричная электростатическая задача для системы проводников, образованной двумя тонкими сферическими сегментами, заряженными до известных постоянных потенциалов. С помощью теорем сложения [1 и 2], связывающих однородные решения уравнения Лапласа в различных системах координат, краевая задача сведена к парным суммарным уравнениям с ядром в виде полиномов Лежандра [3 и 4], которые преобразуются в бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода.

Предлагаемый метод решения легко распространить на любое число сферических сегментов. Отметим, что сходная задача ранее рассматривалась в [5], где решение сведено к нахождению двух специальным образом введенных функций из системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода и численные расчеты не приведены.

1. Рассмотрим систему проводников, показанную на рис. 1. Для решения задачи в точке  $O_j$  ( $j=1,2$ ) введем сферическую

систему координат  $\{r_j, \theta_j, \varphi\}$ , тогда сегмент  $S_j$  будет описываться следующим образом:  $S_j = \{r_j = a_j, 0 \leq \theta_j < \theta_j^0, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ . Из геометрии задачи следуют условия:  $\mu_1 + \mu_2 < 1$ ,  $\mu_j = a_j/d$ , где  $d$  — расстояние между точками  $O_1$  и  $O_2$ . Далее условно разбиваем все пространство сферами с радиусами  $a_j$  ( $j=1,2$ ) на подобласти  $D_1$  ( $r_1 < a_1$ ),  $D_2$  ( $r_2 < a_2$ ),  $D$  ( $r_1 > a_1, r_2 > a_2$ ).

Решение электростатической задачи сводится к нахождению потенциала  $U(M)$ , удовлетворяющего уравнению Лапласа  $\Delta U(M) = 0$ , граничным условиям

$$U(M)|_{S_j} = V_j \quad (j=1,2), \quad V_j = \text{const} \quad (1)$$

и условию на бесконечности

$$U(M) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad M \rightarrow \infty, \quad (2)$$

где  $V_j$  — потенциал сегмента  $S_j$ ;  $M$  — произвольная точка

пространства.

Решение поставленной задачи представим в виде суперпозиции сферических гармонических функций [1] так, чтобы условие на бесконечности (2) выполнялось автоматически:

$$U(M) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(1)} \left(\frac{r_1}{a_1}\right)^n P_n(\cos \theta_1) & \text{в } D_1; \\ \sum_{n=0}^{\infty} y_n^{(1)} \left(\frac{r_2}{a_2}\right)^n P_n(\cos \theta_2) & \text{в } D_2; \\ U_1(M) + U_2(M) & \text{в } D, \end{cases}$$

где

$$U_1 = \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(2)} \left(\frac{a_1}{r_1}\right)^{n+1} P_n(\cos \theta_1); U_2 = \sum_{n=0}^{\infty} y_n^{(2)} \left(\frac{a_2}{r_2}\right)^{n+1} P_n(\cos \theta_2);$$

$P_n(x)$  — полиномы Лежандра.

Удовлетворим граничному условию на поверхности сегмента  $S_1$ . Для этого сначала разложим  $U_2$  по сферическим гармоническим функциям, отнесенным к системе координат с началом в точке  $O_1$ , воспользовавшись формулой [2]

$$r_2^{-n-1} P_n(\cos \theta_2) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (n+p)!}{n! p! d^{n+p+1}} r_1^p P_p(\cos \theta_1), r_1 < d.$$

Тогда

$$U_2 = \sum_{p=0}^{\infty} d_p r_1^p P_p(\cos \theta_1); d_p = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (k+p)!}{k! p! d^p} \mu_2^{k+1} y_k^{(2)}. \quad (3)$$

После выполнения граничного условия (1), а также условия непрерывности потенциала  $U(M)$  на сфере радиуса  $a_1$  и поля на дополнении сферической поверхности  $S_1$  до полной сферы ( $\theta_1^0 < \theta_1 \leq \pi$ ) получим парные суммарные уравнения с ядром в виде полиномов Лежандра:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(2)} P_n(\cos \theta_1) &= V_1 - \sum_{n=0}^{\infty} d_n a_1^n P_n(\cos \theta_1), \quad 0 \leq \theta_1 < \theta_1^0; \\ \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) x_n^{(2)} P_n(\cos \theta_1) &= 0, \quad \theta_1^0 < \theta_1 \leq \pi, \end{aligned}$$

которые согласно [3 и 4] преобразуются к уравнению

$$x_n^{(2)} + \sum_{s=0}^{\infty} d_s a_1^s Q_{sn}(\theta_1^0) = V_1 Q_{0n}(\theta_1^0), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где

$$Q_{sn}(\varphi) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\sin(s-n)\varphi}{s-n} + \frac{\sin(s+n+1)\varphi}{s+n+1} \right]; \left. \frac{\sin(s-n)\varphi}{s-n} \right|_{s=n} = \varphi.$$

Из условия непрерывности потенциала на поверхности сферы  $S_1$  определяется связь между коэффициентами  $x_n^{(1)}$  и  $x_n^{(2)}$ :

$$x_n^{(1)} = x_n^{(2)} + d_n a_1^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Теперь разложим  $U_1$  по сферическим гармоническим функциям, отнесенным к системе координат с началом в точке  $O_2$ . Используя формулу [2]

$$r_1^{-n-1} P_n(\cos \theta_1) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+p)!}{n! p! d^{n+p+1}} r_2^p P_p(\cos \theta_2), \quad r_2 < d,$$

имеем

$$U_1 = \sum_{n=0}^{\infty} e_n r_2^n P_n(\cos \theta_2); e_n = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (n+p)!}{n! p! d^n} \mu_1^{p+1} x_p^{(2)}. \quad (5)$$

Удовлетворив граничному условию (1) ( $j=2$ ), условиям непрерывности потенциала  $U(M)$  на сфере радиусам  $a_2$  и поля на до-

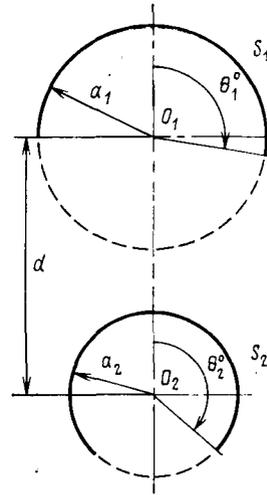


Рис. 1

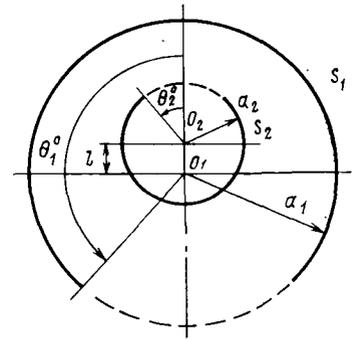


Рис. 2

полнении поверхности  $S_2$  до полной сферы, окончательно получим уравнение

$$y_n^{(2)} + \sum_{s=0}^{\infty} e_s a_2^s Q_{sn}(\theta_2^0) = V_2 Q_{0n}(\theta_2^0), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Коэффициенты  $y_n^{(j)}$  ( $j=1,2$ ) связаны соотношением

$$y_n^{(1)} = y_n^{(2)} + e_n a_2^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Приняв во внимание (3), (5) и объединив уравнения (4), (6), получим, что решение поставленной задачи сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$\left. \begin{aligned} x_n^{(2)} + \sum_{s=0}^{\infty} \alpha_{Sn} y_s^{(2)} &= V_1 Q_{0n}(\theta_1^0), \\ y_n^{(2)} + \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{Sn} x_s^{(2)} &= V_2 Q_{0n}(\theta_2^0), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{Sn} &= \mu_2^{s+1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (k+s)!}{k! s!} \mu_1^k Q_{kn}(\theta_1^0); \\ \beta_{Sn} &= (-1)^s \mu_1^{s+1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+s)!}{k! s!} \mu_2^k Q_{kn}(\theta_2^0). \end{aligned}$$

Оценивая норму матричного оператора, правую часть системы (7) и применяя альтернативу Гильберта [6], устанавливаем, что решение бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (7) может быть найдено методом усечения для произвольных параметров задачи.

Заряд сегмента  $S_j$  ( $j=1,2$ ) вычисляется по формуле

$$Q_j = 2\pi \epsilon a_j \left\{ (1 - \cos \theta_j^0) \delta_0^{(j)} + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n^{(j)} [P_{n-1}(\cos \theta_j^0) - P_{n+1}(\cos \theta_j^0)] \right\}, \quad (8)$$

где  $\delta_n^{(1)} = x_n^{(2)}$ ,  $\delta_n^{(2)} = y_n^{(2)}$  и  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды.

Конденсаторная емкость  $C$  системы проводников (рис. 1) вычисляется по формуле (B-12) [7] при

$$\begin{aligned} C_{11} &= Q_1|_{V_1=V_2=1}, \quad C_{22} = Q_2|_{V_1=V_2=1}; \\ C_{12} &= Q_1|_{V_1=0, V_2=-1} = C_{21} = Q_2|_{V_1=-1, V_2=0}. \end{aligned}$$

Результаты расчета емкости  $\frac{C}{4\pi \epsilon a_1}$  при некоторых пара-

Таблица 1

$\theta_1^0$	Значения $C/4\pi\epsilon a_1$ при $\theta_2^0$			
	45°	90°	135°	175°
45°	0,2539	0,3369	0,3602	0,3639
	0,2347	0,3029	0,3239	0,3274
90°	0,3506	0,5229	0,5781	0,5851
	0,3054	0,4314	0,4749	0,4827
135°	0,4145	0,6468	0,7219	0,7375
	0,3292	0,4793	0,5334	0,5433
175°	0,4521	0,7071	0,7854	0,7978
	0,3341	0,4889	0,5452	0,5553

Примечание. В числителе приведены данные при  $\mu_1=0,4$  и  $\mu_2=0,36$ , а в знаменателе — при  $\mu_1=\mu_2=0,1$ .

метрах задачи представлены в табл. 1. При численном решении системы (7) порядок усечения  $N$  брался равным 100. Ряды  $\alpha_{sn}$ ,  $\beta_{sn}$  вычислялись с точностью  $10^{-6}$ .

2. Применим данную методику для расчета емкости двух тонких сферических сегментов, изображенных на рис. 2. Решение задачи ищем в виде

$$U(M) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(1)} \left(\frac{a_1}{r_1}\right)^{n+1} P_n(\cos \theta_1) (r_1 > a_1); \\ \sum_{n=0}^{\infty} y_n^{(1)} \left(\frac{r_2}{a_2}\right)^n P_n(\cos \theta_2) (r_2 < a_2); \\ \sum_{n=0}^{\infty} \left[ X_n^{(2)} \left(\frac{r_1}{a_1}\right)^n P_n(\cos \theta_1) + y_n^{(2)} \left(\frac{a_2}{r_2}\right)^{n+1} P_n(\cos \theta_2) \right] \\ (r_1 < a_1, r_2 > a_2). \end{cases}$$

С помощью формул [1 и 2]

$$r_s^{-n-1} P_n(\cos \theta_s) = \sum_{t=n}^{\infty} C_t^n(l, \theta_{sj}) r_j^{-t-1} P_t(\cos \theta_j), \quad r_j > l;$$

$$r_s^n P_n(\cos \theta_s) = \sum_{k=0}^n B_k^n(l, \theta_{sj}) r_j^k P_k(\cos \theta_j),$$

где

$$C_t^n(l, \theta_{sj}) = \frac{(-1)^{t-n} l^n}{n! (t-n)!} l^{t-n} P_{t-n}(\cos \theta_{sj});$$

$$B_k^n(l, \theta_{sj}) = \frac{n! l^{n-k}}{k! (n-k)!} P_{n-k}(\cos \theta_{sj}),$$

$(l, \theta_{sj})$  — сферические координаты начала  $O_j$  в сферической системе координат с началом в точке  $O_s$  ( $s, j = 1, 2; s \neq j$ ),  $l$  — расстояние между точками  $P_1$  и  $O_2$ ; решение краевой задачи удается свести к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (7). Только правая часть второго уравнения (7) равна  $(-1)^n V_2 Q_{0n}(\pi - \theta_2^0)$  и коэффициенты  $\alpha_{sn}$ ,  $\beta_{sn}$  вычисляются по формулам

$$\alpha_{sn} = \lambda_1^{s+1} \sum_{k=s}^{\infty} \frac{k!}{s!(k-s)!} \lambda_2^{k-s} Q_{kn}(\theta_1^0);$$

Таблица 2

$\theta_1^0$	Значения $C/4\pi\epsilon a_2$ при $\theta_2^0$			
	5°	45°	90°	135°
5°	0,3334	0,3293	0,3062	0,2353
	0,1112	0,1105	0,1064	0,0957
45°	0,9731	0,9439	0,7816	0,4461
	0,9394	0,9065	0,7043	0,4074
90°	1,0686	1,0377	0,8533	0,4767
	1,4404	1,3816	1,0291	0,5076
135°	1,1004	1,0696	0,8809	0,4921
	1,6282	1,5595	1,1873	0,5718
175°	1,1119	1,0811	0,8912	0,4985
	1,6676	1,5983	1,2245	0,5976

Примечание. В числителе приведены данные при  $\lambda_1=\lambda_2=0,1$ , а в знаменателе при  $\lambda_1=0,4$  и  $\lambda_2=0,04$ .

$$\beta_{sn} = \sum_{k=0}^s (-1)^{k+n} \frac{s!}{k!(s-k)!} \lambda_1^k \lambda_2^{s-k} Q_{kn}(\pi - \theta_2^0),$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 < 1, \quad \lambda_1 = \frac{a_2}{a_1}, \quad \lambda_2 = \frac{l}{a_1}.$$

Заряды сегментов  $S_2$ ,  $S_1$  вычисляются соответственно по формулам

$$Q_2 = 2\pi\epsilon a_2 \left[ (1 + \cos \theta_2^0) y_0^{(2)} - \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(2)} (P_{n-1}(\cos \theta_2^0) - P_{n+1}(\cos \theta_2^0)) \right]$$

и (8) при  $j=1$ .

Результаты расчетов конденсаторной емкости  $\frac{C}{4\pi\epsilon a_2}$  представлены в табл. 2

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Родов А. М. Диэлектрический шар с шаровой полостью в электрическом поле точечного заряда. Ученые записки БГУ им. В. И. Ленина, сер. физ.-мат., 1957, вып. 32.
2. Белицкий Д. Б., Кобрин А. И. Преобразование сферических функций при трансляции системы координат. Тр. МЭИ, 1977, вып. 331.
3. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. — Л.: Наука, 1977.
4. Виноградов С. С., Тучкин Ю. А., Шестопалов В. П. Эффективное решение парных сумматорных уравнений с ядром в виде присоединенных функций Лежандра. — ДАН СССР, 1978, т. 242, № 1.
5. Руховец А. Н. Некоторые задачи электростатики, разрешимые с помощью систем парных уравнений. — ЖТФ, 1967, т. 37, вып. 10.
6. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. — М.—Л.: Физматгиз, 1962.
7. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. — Л.: Энергоиздат, 1981.

[25.01.84]

# Потери энергии в пьезокерамике при электрическом возбуждении

МЕЖЕРИЦКИЙ А. В., инж.  
Москва

При электромеханических колебаниях пьезоэлектрической среды потери энергии феноменологически делятся на три вида: механические, диэлектрические и пьезоэлектрические, характеризующиеся мнимыми частями соответствующих констант упругости  $S_{ij}$ , диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{lm}$  и пьезомодуля  $d_{kl}$  [1]. Однако при расчете характеристик пьезопреобразователей последние, как правило, не учитываются.

В [2 и 3] исследован пьезоэлектрический вклад в суммарные потери энергии при квазистатическом механическом возбуждении однородно нагруженной свободной от электрической нагрузки пьезокерамической пластины и показано, что в этом случае пьезоэлектрическая составляющая потерь может быть существенной. Так, учет положительной фазы пьезомодуля приводит к уменьшению более чем в 2 раза предсказанных обычным способом [4] потерь. Этот факт подтверждается экспериментально.

Однако наибольший практический интерес представляет исследование максимально распространенного режима эксплуатации пьезопреобразователей с электрическим возбуждением как на резонансной частоте, так и в окрестностях резонанса.

В настоящей статье анализируется резонатор в виде длинного стержня с колебаниями вдоль длины  $l$  (расстояние между электродами и их площадь соответственно  $h$  и  $A$ ). При приложении электрического поля  $E = E_0 e^{i\omega t}$  на частоте  $\omega = 2\pi f$  в резонаторе возникают механические напряжения

$$\sigma(x) = \sigma_0(x) e^{i\omega t} = \frac{d_{31} E}{S_{11}} \left( \frac{\cos kx}{\cos kl/2} - 1 \right),$$

где  $x$  — координата в интервале  $(-l/2, +l/2)$ ;  $k^2 = \omega^2 \rho S_{11}$ .

Согласно [1] потери энергии учитываются путем представления констант пьезокерамики в комплексном виде:

$$S_{11} = S' - iS'' = S' \left( 1 - i \frac{1}{Q} \right); \quad \epsilon_{33} = \epsilon' - i\epsilon'' = \epsilon' (1 - i\delta);$$

$$d_{31} = d'_{31} - id''_{31} = d' (1 - i\gamma),$$

где  $Q$  — механическая добротность;  $\delta$  и  $\gamma$  — соответственно тангенсы углов диэлектрических и пьезоэлектрических потерь.

Тогда в общем случае усредненная за период локальная мощность потерь [1]

$$p(x) = \frac{1}{2} \omega (\epsilon'' E_0^2 + S'' |\sigma_0(x)|^2 + 2d''_{31} E_0 |\sigma_0(x)| \cos \hat{E}\hat{\sigma}(x)),$$

где  $\hat{E}\hat{\sigma}(x)$  — угол сдвига фазы между электрическим полем и механическим напряжением.

Суммарная по объему  $V = Ah$  мощность потерь энергии составит

$$P = \frac{1}{2} \omega V \epsilon'' E_0^2 \left( \delta + \frac{k_{31}^2}{Q} \int_{-0,5}^{0,5} \tilde{N}^2 \frac{dx}{l} + 2\gamma k_{31}^2 \int_{-0,5}^{0,5} \tilde{N} \cos \hat{E}\hat{\sigma}(x) \frac{dx}{l} \right), \quad (1)$$

где  $k_{31}^2 = (d'_{31})^2 / \epsilon' S'$  — коэффициент связи;  $\tilde{N} = \sqrt{\frac{1 + \gamma^2}{1 + 1/Q^2}} \times$

$$\times \left| \frac{\cos kx}{\cos kl/2} - 1 \right|.$$

Используя выражение для плотности усредненной за период колебания энергии [1]

$$\omega(x) = \frac{1}{4} (\epsilon' E_0^2 + S' |\sigma_0(x)|^2 + 2d'_{31} E_0 |\sigma_0(x)| \cos \hat{E}\hat{\sigma}(x)),$$

определим суммарную внутреннюю энергию, запасенную в резонаторе:

$$W = \frac{1}{4} V \epsilon' E_0^2 \left( 1 + k_{31}^2 \int_{-0,5}^{0,5} \tilde{N}^2 \frac{dx}{l} + 2k_{31}^2 \int_{-0,5}^{0,5} \tilde{N} \cos \hat{E}\hat{\sigma}(x) \frac{dx}{l} \right). \quad (2)$$

Следует отметить, что соотношение (2) не учитывает кинетическую энергию макроскопического движения колеблющегося тела резонатора. В (1) и (2) сумма членов представляет собой соответственно относительный вклад диэлектрических ( $P_d, W_d$ ), механических ( $P_m, W_m$ ) и пьезоэлектрических ( $P_{пэ}, W_{пэ}$ ) потерь (1) и запасенной энергии (2). Анализ соотношений (1) и (2) затруднен ввиду сложности непосредственных расчетов. Вычисления можно существенно упростить следующим образом.

По отношению к источнику возбуждающего электрического напряжения  $U = U_0 e^{i\omega t}$  резонатор рассеивает мощность

$$P = \frac{1}{2} U_0 |I| \cos \varphi = \frac{1}{2} U_0^2 \operatorname{Re} \frac{1}{z},$$

где  $I$  — ток через резонатор;  $U_0 = E_0 h$ ;  $\varphi$  — угол сдвига фазы между током и напряжением;  $\operatorname{Re} \frac{1}{z}$  — действительная часть комплексной проводимости резонатора  $\frac{1}{z} = \operatorname{Re} \frac{1}{z} + i \operatorname{Im} \frac{1}{z}$ .

Согласно [4]

$$\frac{1}{z} = i\omega \frac{A}{h} \left[ \epsilon_{33} + \frac{d_{31}^2}{S_{11}} \left( \operatorname{tg} \frac{kl}{2} - 1 \right) \right]. \quad (3)$$

Из (3) была выделена  $\operatorname{Re} \frac{1}{z}$  и после разложения входящих функций в окрестности резонансной частоты  $f_0 = 1/2l \sqrt{\rho S'}$  по малым параметрам частотной расстройки  $\chi = (f - f_0)/f_0$  и обратных добротностей  $\alpha = \left\{ \frac{1}{Q}, \gamma \right\}$  с точностью до  $\chi^3$  и  $\alpha^2$  получено [5]:

$$\operatorname{Re} \frac{1}{\omega C_0 z} = \delta - k_{31}^2 \left( 2\gamma - \frac{1}{Q} \right) + \frac{2k_{31}^2}{\pi^2 Q} \frac{1 - \tilde{M}\chi + \tilde{M}\chi^2 + \dots}{\chi^2 + \frac{1}{4Q^2} + \frac{3\gamma}{4Q^2} + \dots}, \quad (4)$$

где  $C_0 = \epsilon' A/h$  — емкость механически свободной резонатора.

Параметр  $\tilde{M} = 2Q \left( 2\gamma - \frac{3}{2Q} \right)$  составляет приблизительно единицу.

Выражение для мощности потерь  $P = \frac{1}{2} U_0^2 \operatorname{Re} \frac{1}{z}$  с учетом (4)

эквивалентно (1). В общем случае [1 и 5] величина  $\gamma$  может принимать значения  $|\gamma| \leq \gamma_0$ , где  $\gamma_0 = \sqrt{\delta/k_{31}^2 Q}$ . Характерно, что согласно литературным данным для обычной пьезокерамики  $\gamma > 0$ , а для композитов на основе пьезокерамики при определенных температурных условиях возможно  $\gamma < 0$ . Далее анализируется удельная мощность потерь  $\bar{P} = 2P/U_0^2 \omega C_0 = \operatorname{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}$ , определяемая

только внутренними диссипативными параметрами пьезокерамики и не зависящая от внешних факторов (приложенного напряжения  $U_0$  и емкости  $C_0$  резонатора).

На рис. 1 показана качественная зависимость  $\bar{P}(\chi)$  для каждой составляющей потерь по соотношению (4). Диэлектрические потери  $\bar{P}_d = \operatorname{const}(\chi)$ , механические потери  $\bar{P}_m(\chi)$  имеют типичную колоколообразную форму с максимумом на частоте резонанса  $f_0$  ( $\chi = 0$ ). Частотная зависимость пьезоэлектрических потерь  $\bar{P}_{пэ}(\chi)$  имеет два экстремума при  $\chi_{1,2} = \pm 1/2Q$ , на которых  $\bar{P}_{пэ}(\chi_{1,2}) = \bar{P}_{пэ}(\chi = 0)/2$ . Отличительной особенностью частотного поведения  $\bar{P}_{пэ}(\chi)$  является то, что при фиксированном знаке  $\gamma$  в зависимости от знака расстройки  $\chi$  пьезоэлектрические потери будут как положительные, так и отрицательны (на частоте резонанса  $f_0$  пьезоэлектрические потери всегда равны нулю, так как  $\hat{E}\hat{\sigma} = 90^\circ$ , а при  $f \rightarrow 0$  суммарные потери чисто диэлектрические, так как  $\sigma \rightarrow 0$ ). В этом нет противоречия, если учесть, что при  $\gamma > 0$  («положительные» потери в обычном смысле, что эквивалентно уменьшению запасенной пьезоэлектрической энергии по абсолютной величине)  $\operatorname{sign} P_{пэ} = \operatorname{sign} W_{пэ}$ , а при  $\gamma < 0$  («отрицательные» потери, что экви-

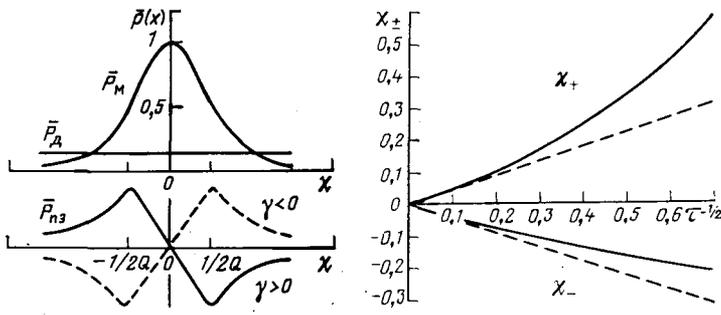


Рис. 1. Качественная зависимость механических, диэлектрических и пьезоэлектрических потерь энергии от расстройки  $\chi$

Рис. 2. Зависимость  $\chi_{\pm}(\tau)$ , построенная по соотношению (5), пунктирная кривая — в линейном приближении по (6)

валентно увеличению запасенной пьезоэлектрической энергии по абсолютной величине)  $\text{sign } P_{\text{пэ}} = -\text{sign } W_{\text{пэ}}$ .

Используя (4), было получено, что величина  $m(\chi, \gamma) = \frac{P}{P}(\gamma = 0)$ , характеризующая вклад пьезоэлектрической составляющей потерь, при фиксированном  $\gamma$  имеет экстремумы при расстройках  $\chi_+ > 0$  и  $\chi_- < 0$ , не зависящих от  $\gamma$  и определяемых только параметром  $\tau = Q\delta/k_{31}^2$  (рис. 2):

$$\chi_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + a(\tau - 0,5)}}{b(\tau - 0,5)}, \quad (5)$$

где  $b = \pi^2/2 \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 \right) \approx 3,4$ ;  $a = b / \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 \right) \approx 2,3$ .

Диапазон встречающихся на практике значений  $\tau$  для пьезокерамики лежит в пределах  $2-2 \cdot 10^8$ . При  $\tau \gg 1$

$$\chi_{\pm} \approx \pm \frac{\sqrt{2}}{\pi \sqrt{\tau}} \approx \pm \frac{k_{31}}{2,2 \sqrt{Q\delta}}. \quad (6)$$

Используя соотношения (1), (2) и (4), можно показать, что частоты, на которых наблюдается максимальный вклад запасенной пьезоэлектрической энергии в суммарную энергию, определяются также соотношением (5) при условии  $\tau = 1/k_{31}^2$ . Это согласуется с аналогичным результатом, полученным в [6] для резонатора в виде тонкого кольца.

Экстремальные значения  $m = M(\chi_{\pm}, \gamma)$  с точностью до  $\left( \frac{\pi^2}{4} - \frac{5}{2} \right) \chi_{\pm} \approx 0,03 \chi_{\pm}$  равны (рис. 3):

$$M(\chi_{\pm}, \gamma) = 1 \mp \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\gamma}{\gamma_0}, \quad (7)$$

откуда  $M(\chi_{\pm}, |\gamma| = \gamma_0)$  равно 1, 9 и 0, 1.

Таким образом, в общем случае при электрическом возбуждении резонатора пьезоэлектрическая составляющая потерь может увеличить суммарные потери не более чем в 2 раза или уменьшить их не более чем в 10 раз. Соотношения (5) — (7) описывают вклад пьезоэлектрических потерь на гармониках с условием замены в указанных выражениях  $\pi$  на  $n\pi$  [5], где  $n = 1, 3, 5 \dots$  — номера гармоник по длине стержневого резонатора. С увеличением номера гармоники величина вклада в потери пьезоэлектрической составляющей резко уменьшается. Так, в окрестности гармоники  $n = 3$  пьезоэлектрические потери могут изменить суммарные потери уже не более чем на 45 %, а при  $n = 5$  — не более чем на 23 %.

Основные результаты, полученные выше на основе (4), были проверены на ЭВМ с использованием точного соотношения (3).

На рис. 4 показана типичная зависимость  $\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}(\chi, \gamma)$  в окрестности резонансной частоты, рассчитанная на ЭВМ по (3). Результаты аналитического и численного методов расчета совпадают.

Следует отметить причину различия результатов настоящей статьи и [3]. При квазистатическом (на низкой частоте) механическом возбуждении свободной от электрической нагрузки

пьезокерамической пластины силой  $\sigma$  [3] возникающая напряженность поля  $E = -\frac{d_{31}}{\epsilon_{33}} \sigma$ , откуда  $\cos \hat{E}\sigma \approx +1$  ( $d'_{31} < 0$ ) и

$P = \frac{1}{2} \omega \sigma^2 S' \left( \frac{1}{Q} + \delta k_{31}^2 - 2\gamma k_{31}^2 \right)$ , в то время как при электрическом возбуждении на частоте, значительно меньше резонансной,  $\cos \hat{E}\sigma = -1$ : Поэтому, в частности при  $\gamma > 0$ , на низких частотах в первом случае пьезоэлектрическая составляющая [1] приводит к уменьшению суммарных потерь, а во втором — к их увеличению (рис. 4), причем в обоих случаях характерно изменение суммарных потерь в 2 раза [3].

Экспериментально выделить пьезоэлектрические потери в явном виде не представляется возможным. Однако имеется ряд эффектов, непосредственно связанных с наличием у пьезомодуля мнимой части [7]. В настоящей работе проводились измерения частотной и амплитудной асимметрии резонансной линии потерь.

Сигнал, пропорциональный  $\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}$  выражения (4), выделялся методом синхронного детектирования [8] напряжения  $U_C$ , снимаемого с большой емкости  $C$  ( $1 - i\delta_C$ ), соединенной последовательно с резонатором. Мнимая часть  $U_C$  относительно напряжения  $U' = U + U_C$ , приложенного к последовательной zC-цепочке, равна:

$$\text{Im } U_C = -|U'| \frac{C_0}{C} \times \frac{\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z} + \delta_C \text{Im} \frac{1}{\omega C_0 z}}{\left( 1 - \frac{C_0}{C} \text{Im} \frac{1}{\omega C_0 z} \right)^2 + \left( \delta_C + \frac{C_0}{C} \text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z} \right)^2}$$

При соответствующим образом выбранных  $C/C_0 \gg 1$  и  $\delta_C \ll 1$  измеряемый сигнал  $\text{Im } U_C$  описывал  $\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}(\chi)$  с погрешностью не более 3 %.

На рис. 5 показана полученная экспериментально зависимость разности  $\Delta(\Delta f) = |\Delta f_{(-)}| - |\Delta f_{(+)}|$  частотных расстройк  $\Delta f_{(-)} = f - f_0 < 0$  и  $\Delta f_{(+)} = f - f_0 > 0$ , соответствующих одинаковой нормированной амплитуде  $T = \bar{P}(f_0)/\bar{P}(\Delta f_{\pm})$ .

Используя (4), получено выражение для параметра  $\Delta(\Delta f)$  частотной асимметрии:

$$\Delta(\Delta f) = -\frac{f_0}{2Q} \left( 2\gamma - \frac{3}{2Q} \right) \left( \frac{T}{1 - \beta T} - 1 \right),$$

где  $\beta \approx \delta/k_{31}^2 Q$ .

При значительно больших частотных расстройках (вплоть

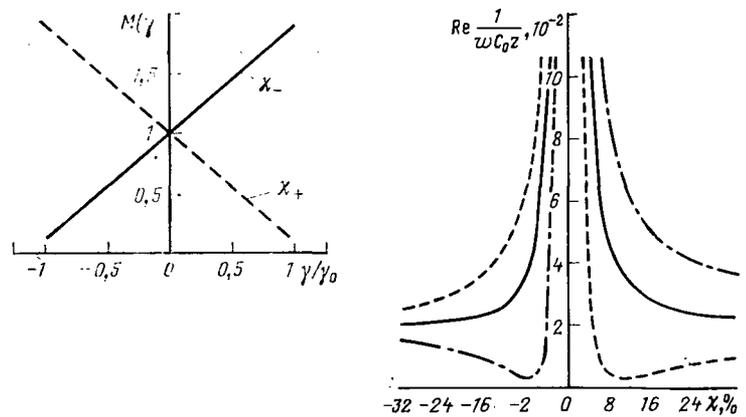


Рис. 3. Зависимость  $M(\gamma)$  при расстройках  $\chi_{\pm}$

Рис. 4. Зависимость  $\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}$  от частотной расстройки  $\chi$  при  $Q=100$ ;  $k_{31}=0,25$ ;  $\delta=0,02$ : —  $\gamma=0$ ; - - -  $\gamma=\gamma_0$ ; - · - · -  $\gamma=-\gamma_0$ ;  $\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}(\chi=0)=5,1$

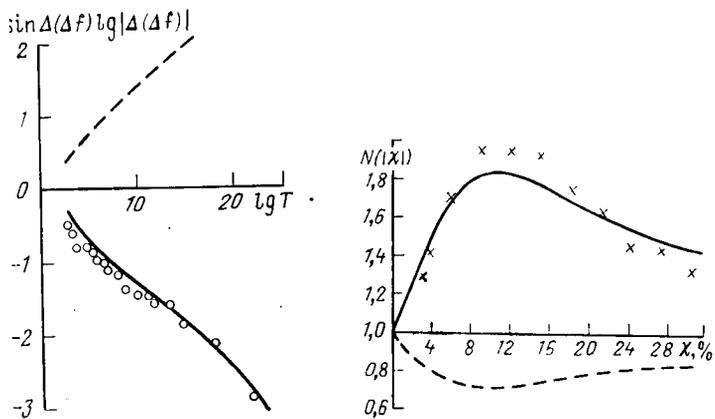


Рис. 5. Экспериментальная и теоретическая (—  $\gamma=0,028$ ; ---  $\gamma=0$ ) зависимости параметра  $\Delta(\Delta f)$  от  $T$  для резонатора с  $Q=70$ ;  $k_{31}=0,31$ ;  $\delta=0,019$ ;  $f_0=15781$  Гц (ЦТСНВ-1)

Рис. 6. Экспериментальная и теоретическая (—  $\gamma=0,0175$ ; ---  $\gamma=0$ ) зависимости параметра  $N(|\chi|)$  для резонатора с  $Q=122$ ;  $k_{31}=0,258$ ;  $\delta=0,011$  (ЦТС-19)

до  $|\chi| = 0,3$ ) получена экспериментальная зависимость (рис. 6) параметра амплитудной асимметрии  $N(|\chi|) = \bar{P}(\chi < 0) / \bar{P}(\chi > 0) \times \chi(\chi > 0)$ , где  $\bar{P}(\chi < 0)$  и  $\bar{P}(\chi > 0)$  есть  $\text{Re} \frac{1}{\omega C_0 z}$ , соответствующая одинаковым по величине, но разным по знаку расстройкам. Значение тангенса угла пьезоэлектрических потерь  $\gamma$  из-

мерялось по полному сопротивлению резонатора на частоте антирезонанса методом, описанным, например, в [5].

Из анализа экспериментальных данных следует, что пренебрежение мнимой частью пьезомодуля не позволяет удовлетворительно объяснить полученные результаты. Таким образом, в результате исследований вклада пьезоэлектрических потерь в суммарные потери энергии при электрическом возбуждении пьезоэлектрического резонатора определены максимальные пределы изменения мощности потерь за счет пьезоэлектрической составляющей и найдены частоты, соответствующие этим экстремальным значениям. Пьезоэлектрическая составляющая потерь позволила объяснить обнаруженную экспериментально асимметрию резонансной линии потерь энергии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Holland R., Eer Nisse E. P. Design of resonant piezoelectric devices. — Cambridge: The M. I. T. Press, 1969.
- Lakes R. S. Prediction of anelastic loss in piezoelectric solids: effect of geometry. — Appl. Phys. Lett, 1979, vol. 34.
- Lakes R. S. Shape-dependent damping in piezoelectric solids. — IEEE Trans. on Sonics and Ultrason., 1980, vol. 27, № 4.
- Физическая акустика. Методы и приборы ультразвуковых исследований, т. 1, ч. А/Под ред. У. Мэсона. — М.: Мир, 1966.
- Зинченко В. Н., Кандыба П. Е., Межеричкий А. В. Измерение тангенса угла пьезоэлектрических потерь в пьезо-керамике. — Электронная техника, 1981, сер. 3, № 4 (94).
- Smits J. G. Eigenstates of coupling factor and loss factor of piezoelectric ceramics. — Enschede: Twente University, 1978.
- Toki M., Tsuzuki Y., Kawano O. A new equivalent circuit for piezoelectric ceramic disk resonators. — Proc. IEEE, 1980, vol. 68, № 8.
- Межеричкий А. В. Простой метод измерения механической добротности пьезокерамики. — Электронная техника, 1982, сер. 6, № 5 (166).

[06.05.83]

УДК 621.317.727.1.024—758.001.24

## Расчет экранов делителя напряжения постоянного тока на 1000 кВ

КОЖОКАРУ Д. И., ШМЕЛЕВ Г. М.

Кишинев

В связи с повышением требований к точности, надежности и качеству, предъявляемым к высоковольтным средствам измерения напряжения, большое значение приобретает подавление токов утечки в аппаратуре, а также формирование равномерного поля. Для решения этих задач используются различного рода электростатические экраны, размеры и форма которых в каждом конкретном случае должны теоретически обосновываться. Параметры экранов определяются прежде всего с учетом условия: максимальная рабочая напряженность на поверхности экрана должна быть меньше начальной напряженности поля коронного разряда

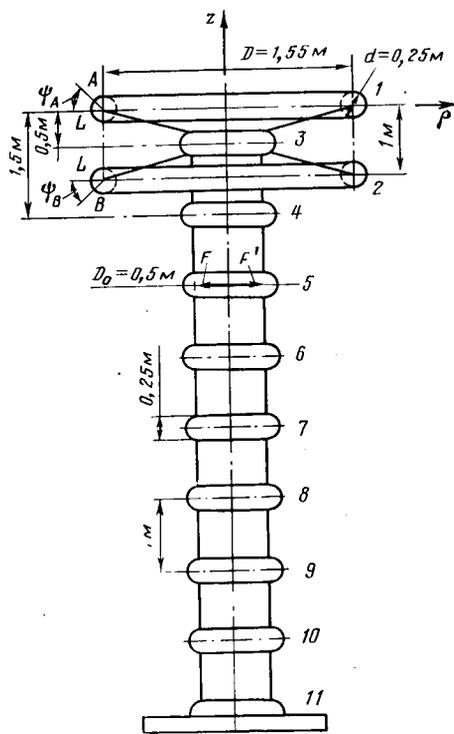
$$E_{\max} < E_0. \quad (1)$$

В настоящей статье приведен расчет оптимальных параметров экрана для делителя напряжения постоянного тока, предназначенного для работы при напряжении до 1000 кВ. Отметим, что эта и аналогичные установки, разрабатываемые Кишиневским НИИ электроприборостроения, изготавливаются на основе элементов из марганцевого микропривода в стеклянной изоляции. На рисунке изображено плечо делителя напряжения, выполненное в виде колонны, состоящей из восьми последовательно соединенных самостоятельных блоков. Места их соединения также подлежат тщательному экранированию, что должно обеспечить стабильность показаний делителя в целом (эти экраны в дальнейшем именуется собственными). Экран для верхнего узла всей конструкции выполнен в виде двойного тороида — такие экраны имеют широкое распространение в высоковольтной технике [1—4]. Выбор двойного тороида (а не одиночного) в качестве основного экрана в нашем случае продиктован следующими соображениями. Величину  $E_0$  в кВ/см можно оценить по эмпирической формуле Залесского [5]

$$E_0 = 24,5\delta_B \left( 1 + \frac{0,613}{(\delta_B d/2)^{0,4}} \right), \quad (2)$$

где  $\delta_B$  — относительная плотность воздуха, равная 1 при давлении 760 мм рт. ст. и температуре 25 °С. Подчеркнем, что использование формулы (2), относящейся к гладким круглым проводам (с диаметром поперечного сечения  $d < 40$  см), для расчета  $E_0$  тороидального экрана оправдано выводами [1], где показано, что при отношении  $D/d \geq 7$  ( $D$  — диаметр осевой линии тора) ошибка, допускаемая при использовании (2), не превышает 1 % ( $d \geq 2$  см). Оценив с помощью формулы (2) выражения для напряженности поля уединенного тороида [6, 7] и условия (1) оптимальные размеры одиночного тороидального экрана для напряжения 1000 кВ, мы пришли к заключению о сложности их изготовления. Двойные же тороидальные экраны, как показывают аналогичные оценки, требуют для своего изготовления труб меньшего диаметра.

Общая схема расчета параметров основного экрана. Методика аналитического вычисления напряженности поля на поверхности уединенного двойного тороида предложена в [1], а численного — в [3]. Здесь мы рассчитываем (с использованием метода и результатов [1])  $E_{\max}$  на каждом из тороидов двойного экрана с учетом влияния земли, а также с учетом поля собственных экранов делителя. Размеры этих экранов таковы, что пренебрегать их влиянием на поле основного экрана нельзя. Влияние это двойко. Так, собственные экраны (и один из двойного экрана) изменяют  $E_{\max}$  на каждом из тороидов основного экрана вследствие эффекта близости. Кроме того,  $E_{\max}$  уменьшается за счет уменьшения емкости экранов (эффект емкости). Суммарное действие этих эффектов для уединенного двойного тороидального экрана приводит к существенному снижению  $E_{\max}$  на каждом торе, что и определяет большую, чем для одиночного тока, эффективность применения двойного экрана [1]. Заметим, что эффекты близости и емкости за счет влияния земли «противоположны по знаку» указанным эффектам, но действие их слабее.



Задача оптимизации размеров двойного торoidalного экрана ( $D$ ,  $d$ ,  $h$ ) становится однозначной при: учете требования обеспечения необходимого значения  $E_{\max}$  при минимальной поверхности экрана [4]; учете рекомендаций, касающихся расстояния между осевыми линиями основного экрана [1, 8]; выполнении требования (1). Расчет различных вариантов параметров основного экрана в пределах всех вышеуказанных условий, требований и рекомендаций привел к следующим значениям:  $D_{\text{опт}}=1,55$  м;  $d=0,25$  м;  $h=1$  м. При этом было учтено еще и требование «запаса прочности» — около 25%. Здесь мы приведем расчет  $E_{\max}$  на верхнем (точка  $A$ ) и на нижнем (точка  $B$ ) тороидах в основном (окончательном) варианте выбора оптимальных значений  $D$ ,  $d$  и  $h$ .

Нормальная составляющая напряженности поля в точке  $M$  поверхности  $S$  одного из системы проводников может быть представлена в виде [1, 10]:

$$E_{nM} = 2E_{nM}^{(0)} + \frac{1}{2\pi} \iint_S \frac{E_{nN} \cos(\vec{NM}, \vec{n}) dS_N}{R_{NM}^2}, \quad (3)$$

где  $E^{(0)}$  — суммарное поле всех проводников, за исключением данного (т. е. внешнее по отношению к данному),  $R_{NM}$  — расстояние между точкой наблюдения  $M$  и текущей точкой  $N$  поверхности  $S$ . Интегрирование в выражении (3) проводится по всей поверхности  $S$ , за исключением бесконечно малой области вблизи точки  $M$ . Приближенное решение (3), как и в [1], ищем путем представления неизвестной функции  $E_n$  рядом Фурье и последующим сведением (3) к системе алгебраических уравнений для определения коэффициентов Фурье. При этом необходимо предварительно рассчитать полные заряды всех проводников рассматриваемой системы.

Заряды экранов. Потенциал  $i$ -го экрана [9, 10]

$$U_i = \sum_{k=1}^{10} \alpha_{ik} q_k, \quad (i = 1, 2, \dots, 10), \quad (4)$$

где  $\alpha_{ik} = d_{ki}$  — потенциальные коэффициенты;  $q_k$  — заряд  $k$ -го проводника. При конкретизации  $\alpha_{ik}$  учитываем, что для выбираемых  $D$ ,  $d$ ,  $h$  влияние одного из тороидов основного экрана на другие экраны можно аппроксимировать заменой поля этого тороида полем его заряженной осевой линии с зарядом, равным заряду тороида [1]. Потенциал поля тонкого заряженного кольца диаметром  $D$  в точке  $(\rho, z)$  [2, 4, 6]

$$U^{(0)}(\rho, z) = \frac{qkK(k)}{2\pi^2 \epsilon_0 \sqrt{2D\rho}}; \quad (5)$$

$$k = \sqrt{\frac{2D\rho}{z^2 + \left(\rho + \frac{D}{2}\right)^2}}, \quad (5)$$

где  $q$  — заряд кольца,  $K(k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода. Приведем также расчетную формулу для поля сплюснутого сфероида [9] (именно такую форму имеют собственные экраны):

$$U^{(s)}(\rho, z) = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 D_0} \operatorname{arctg} \frac{D_0}{\sqrt{(r_+ - r_-)^2 - D_0^2}}; \quad (6)$$

$$r_{\pm}^2 = (\rho \pm D/2)^2 + z^2,$$

где  $D_0$  — диаметр фокальной окружности (на рисунке  $D_0 = FF'$ ). Соответствующие потенциалам (5) и (6) напряженности поля определяются обычным образом:

$$E_z^{(0, s)}(\rho, z) = -\frac{\partial U^{(0, s)}}{\partial z};$$

$$E_{\rho}^{(0, s)}(\rho, z) = -\frac{\partial U^{(0, s)}}{\partial \rho}.$$

Величина  $\alpha_{ik}$  при  $i \neq k$  находится приближенно как потенциал поля, создаваемого  $k$ -м экраном на осевой или фокальной линии  $i$ -го экрана, при условии, что  $q_k=1$ . При этом, как показывает численный анализ на ЭВМ, максимальная ошибка допускается при вычислении  $\alpha_{ik}$  для соседних экранов ( $i=k+1$ ) и не превышает 3%. Диагональные же коэффициенты  $\alpha_{ii}$  рассчитываются с помощью формул для потенциала поля на поверхности тороида (см., например, [2]) ( $i=1, 2$ ) и поверхности сфероида. Последняя вытекает непосредственно из (6):

$$\alpha_{33} = \alpha_{44} = \dots = \alpha_{10, 10} = \frac{\arccos(c/a)}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{a^2 - c^2}}, \quad (7)$$

где  $a$  и  $c$  — полуоси сфероида; в нашем случае  $a=0,375$  м,  $c=0,125$  м.

Итак, подставляя в правую часть системы (3) значения  $\alpha_{ik}$ , а в левую — заданные потенциалы  $U_1=U_2=U_3=1000$  кВ,  $U_4=875$  кВ,  $U_5=750$  кВ, ...,  $U_{10}=125$  кВ, находим в результате решения системы (3) величины зарядов всех экранов:

№ экрана	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_i \cdot 10^8$ , Кл	4,94	4,32	0,28	0,43	0,97	0,89	0,73	0,55	0,37	0,18
$q_i^{(0)} \cdot 10^8$ , Кл	6,93	6,93	3,20	2,80	2,40	2,00	1,60	1,20	0,80	0,40

Здесь для сравнения приведены значения зарядов  $q_i^{(0)}$  для таких же, но единичных экранов при указанных выше значениях потенциалов  $U_i$ . Отметим малую величину  $q_3$  по сравнению, например, с  $q_5$ ,  $q_6$ ,  $q_7$ . Этот факт понятен, так как он отражает результат экранирования всей установки двойным тороидом, которое наиболее существенно должно сказываться именно на величине заряда третьего экрана.

Максимальная напряженность поля на поверхности основного экрана. Напряженность поля на поверхности первого (второго) тороида как решение уравнения (3) ищем в виде:

$$E_{1(2)n} = \frac{q_1(2)}{\pi^2 D d \epsilon_0} f_1(2)(\psi), \quad (8)$$

$$f(\psi) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\psi + b_n \sin n\psi).$$

Здесь функция  $f(\psi)$  характеризует неравномерность распределения напряженности поля на поверхности тороида (угол  $\psi$  указан на рисунке). Величину  $E_n^{(0)}$  для уравнения (3) находим, оставаясь в рамках допустимых приближений, причем учитываем как поля самих экранов, так и их зеркальных отображений, тем самым принимая во внимание влияние земли. Тогда на поверхности первого (второго) тороида

$$E_{1(2)n}^{(0)} = E_{1(2)\rho}^{(0)} \cos \psi + E_{1(2)z}^{(0)} \sin \psi, \quad (9)$$

где, например, для первого экрана

$$E_{1\rho}^{(0)} = E_{2\rho}^{(c)}(D, \delta_1, 2) - E_{1\rho}^{(c)}(D, 2h) - E_{2\rho}^{(c)}(D, 2h - \delta_1, 2) +$$

Рассчитываемые величины	Значения в точке А	Значения в точке В	Значения величин без учета влияния собственных экранов и земли
$a_1$	0,56	0,54	0,50
$a_0/2$	0,95	0,95	0,95
$b_1$	0,29	0,22	0,26
$\psi$ , рад	0,48	0,39	0,48
$f(\psi)$	1,58	1,535	1,51
$E_n^{(max)}$	—	—	—
$E_0^{(max)}$	0,835	0,72	0,78
$E_n^{(max)}$ , кВ/см	23,4	19,9	21,60

$$+ \sum_{i=3}^{10} \{E_{ip}^{(s)}(D, \delta_{1,i}) - E_{ip}^{(s)}(D, 2h - \delta_{1,i})\}. \quad (10)$$

Здесь в правой части  $E_i$  — напряженность поля, создаваемого экраном (в том числе зеркально отображенным), заряд которого равен  $|q_i|$ ;  $h$  — расстояние от осевой линии верхнего тороида до земли,  $\delta_{1,i}$  — расстояние между осевой линией верхнего тороида и осевой (фокальной) линией  $i$ -го экрана. Аналогично (10) определяются выражения для  $E_{2p}^{(0)}$  и  $E_{1(2)z}$ .

Второе слагаемое в правой части уравнения (3) (обозначим его через  $R(\psi)$ ) аналитически рассчитано в [1] (при подстановке в интеграл функции (8)):

$$R_1(2)(\psi) = \frac{q_1(2)}{\pi^2 \epsilon_0 D d} (p_1 + g_1 \cos \psi_1(2)), \quad (11)$$

где величины  $p$  и  $g_1$  (обозначения [1]) для наших значений  $D$ ,  $d$  и  $h$  приняты следующими:  $p_1=0,97-0,04 a_1$ ;  $g_1=0,39$ . Подстановка (8), (9) и (11) в уравнение (3) приводит к тому, что в сумме (8) все  $a_n=b_n=0$  при  $n \geq 2$ ; при этом

$$f(\psi) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \psi + b_1 \sin \psi, \quad (12)$$

а коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$  и  $b_1$  для верхнего тороида:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 2p_1; \\ a_1 &= g_1 + \frac{2\pi^2 \epsilon_0 D d}{q_1} E_{1p}^{(0)}; \\ b_1 &= \frac{2\pi^2 \epsilon_0 D d}{q_1} E_{1z}^{(0)}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(аналогично находятся  $a_0$ ,  $a_1$  и  $b_1$  для второго тороида). Максимум функции  $f(\psi)$  имеет место при

$$\psi_A = \text{arctg}(b_1/a_1). \quad (14)$$

Окончательный результат можно представить в виде:

$$\frac{E_{1n}^{(max)}}{E_0^{(max)}} = \frac{q_1}{q_1^{(0)}} \frac{f_1(\psi_A)}{f_0(0)}, \quad (15)$$

где  $f_0(\psi)$  — функция, которая получается из  $f_1(\psi)$  при  $h/d \rightarrow \infty$  (в нашем случае  $f_0(0)=1,34$ );  $E_0^{(max)}$  — максимальная напряженность поля на поверхности уединенного одиночного тороида (в нашем случае  $E_0^{(max)}=27,8$  кВ/см). Отношение  $q_1/q_1^{(0)}$  характеризует эффект емкости, а  $f_1/f_0$  — эффект близости. (Для второго тороида  $E_{2n}^{(max)}$  находится аналогично). Результаты указанных выше расчетов представлены в таблице.

Отметим, что вышеупомянутые эффекты при учете собственных экранов и земли приводят к увеличению максимальной напряженности на верхнем тороиде и к уменьшению на нижнем. Этот результат объясняется отсутствием «равноправия» обоих тороидов по отношению к собственным экранам и земле. Например, составляющие напряженности поля третьего и четвертого экранов вдоль  $Oz$  на поверхности второго тороида имеют разные знаки, а на поверхности первого эти знаки одинаковы. Кроме того, поскольку экраны №№ 4—10 расположены ближе ко второму тороиду, чем к первому, то это приводит для второго тороида к более существенному эффекту емкости, чем для первого. И, наконец, влияние земли значительнее для второго тороида.

Максимальное значение напряженности поля составляет 23,2 кВ/см, в то время как начальная напряженность зажигания короны, рассчитанная с помощью формулы (2)  $E_0 \approx 30$  кВ/см. Таким образом, можно утверждать (с учетом погрешностей сделанных приближений), что выбранные размеры двойного тороидального экрана гарантируют запас прочности порядка 22%. Отметим, что здесь мы не учитывали влияние поля подводящей ошиновки на  $E_n^{(max)}$ . При аналитическом решении задачи такой учет привел бы к значительным математическим трудностям, преодоление которых вряд ли оправдано.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кайданов Ф. Г. Расчет напряженности начальной короны и оптимальных размеров для одиночных и двойных тороидальных экранов высоковольтных аппаратов. — Изв. НИИПТ, 1969, № 15.
2. Jacottet P. Das elektrische Feld der Ringelektrode. — ETZ — A, 1966, Bd 87.
3. Кайданов Ф. Г. Электростатическое поле двойных тороидальных экранов высоковольтных аппаратов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 6.
4. Александров Г. Н. Сверхвысокие напряжения. — М.: Энергия, 1973.
5. Капцов Н. А. Коронный разряд. — М. Л.: Гостехиздат, 1944.
6. Кайданов Ф. Г. Расчет электростатического поля одиночных тороидальных экранов высоковольтных аппаратов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1968, № 6.
7. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей: — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961.
8. Simon M., Laurent O. Reseaux electriques, materiels electriques. — E.D.F. — Serie B, 1970, N 2.
9. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
10. Методы расчета электростатических полей/Н. Н. Миролубов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев. — М.: Высшая школа, 1963.
11. Коленицкий Е. С. Численный метод расчета осесимметричных электростатических полей. — Электричество, 1972, № 7.

[20.07.83]



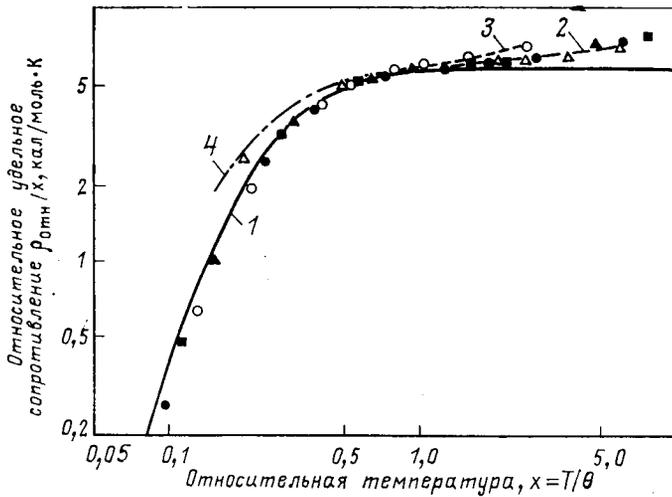
УДК 537.312.6.001.24

## Аппроксимация температурных зависимостей электрического сопротивления проводников

ЛЕОНТЬЕВ К. Л.  
Москва

Для оценки предельных возможностей импульсных электродинамических систем необходимо учитывать температурные зависимости электрических и тепловых параметров электропроводящих материалов в широком диапазоне температур [1]. В теории высоконагруженных импульсных систем известны ре-

комендации по расчету температурных зависимостей удельного электрического сопротивления  $\rho(T)$  с использованием зависимости энергии решетки от температуры [2], а также по использованию интерполяционной формулы для теплоемкости с применением характеристической температуры  $\Theta$ , которая propor-



Расчетные данные отношения удельного электрического сопротивления металлов с гранцентрированной кубической решеткой к координате  $x$ : ● — Ag; ▲ — Cu; ■ — Au; △ — Pb; ○ — Al; 1 — расчетная кривая  $c_V$ , полученная с применением интерполяционной формулы Дебая; кривые, полученные путем измерений теплоемкости  $c_P$ : 2 — Ag (до температуры плавления); 3 — Al (до температуры плавления); 4 — Pb (индивидуальное отклонение в низкотемпературной области)

циональна отношению среднеквадратичной скорости волн колебаний решетки  $\bar{v}$  к удвоенному расстоянию между соседями  $2r_0$ . При этом величина  $\Theta$  пропорциональна отношению указанной скорости к постоянной решетки  $a$  [3]

$$\rho(T) \sim T c_V(T/\Theta), \quad (1)$$

где  $T$  — абсолютная температура;  $c_V$  — теплоемкость при постоянном объеме. Эта формула известна как эмпирическая [4], и отсутствуют экспериментальные подтверждения возможности применения интерполяционной формулы  $c_V(T/\Theta)$  для расчета  $\rho(T)$ . Целью настоящего сообщения является вывод соотношения (1) и апробация полученного результата с применением табличных значений  $\rho$  в широком диапазоне температур. Для этого применим указанное выше представление о пропорциональности между  $\rho(T)$  и тепловой энергией решетки металлов. Общее термодинамическое соотношение для приращения энергии решетки вследствие нагрева и связанного с ним изменения объема можно представить как

$$\rho(T) \sim P \Delta V, \quad (2)$$

где  $P$  — внутреннее давление;  $\Delta V$  — изменение объема  $V$ , вызванное тепловым расширением.

Затем применим следующее соотношение термодинамики для внутреннего давления [5]:

$$P = c_P / \beta V, \quad (3)$$

где  $c_P$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $\beta$  — коэффициент объемного теплового расширения.

Принимая во внимание известную зависимость  $V_2 = V_1(1 + \beta T)$  и определение  $\beta = (\partial V / \partial T) / V$ , из формул (2) и (3) с точностью перехода от предела к конечным приращениям получим

$$\rho(T) \sim c_P T. \quad (4)$$

Таким образом, применением нового соотношения (3) оказалось возможным получить зависимость, которая ранее была найдена эмпирическим путем. Однако при  $T < 30-40$  К на температурную зависимость электропроводности металлов оказывают влияние явления переброса, энергия активации электронов, связанных с примесями и т. д. При качественном рассмотрении вопроса эти явления не учтены, и потому пропорциональность (4) следует рекомендовать при температурах выше указанного предела. Кроме того, формула (4) отличается от формулы (1) на величину, пропорциональную разности  $c_P - c_V$ , что требует дополнительного рассмотрения. Поскольку при данном способе получения формулы коэффициент пропорциональности не известен, то экспериментальную ее апробацию и сравнение с формулой (1) по данным фактических измерений  $\rho(T)$  целесообразно осуществить с использованием принципов соответственных состояний (подобия) физических

Металл	$\bar{v}$ , см/с · 10 <sup>8</sup>	$\Theta$ , К	$\rho$ , мкОм·см	$c_P$ , кал/моль·К	$A$ , мкОм·см·моль·К/кал
Cu	3,40	319,6	1,70	5,86	0,3143
Ag	2,50	207,0	1,61	6,09	0,1855
Au	2,15	178,8	2,20	6,08	0,2193
Al	4,42	370,4	2,74	5,83	0,5901
Pb	1,49	102,1	21,0	6,38	1,1390

свойств веществ в координате относительных температур  $x = T/\Theta$ :

$$\rho_{отн} = \rho/A = x c_P(x), \quad (5)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности.

В статье [3, 6] показано, что имеет место подобие температурных зависимостей  $c_P(T)$  при построении их в шкале относительных температур с использованием формулы

$$\Theta = \frac{h}{k} \nu_{\Theta}, \quad (6)$$

где  $h$  — постоянная Планка;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\nu_{\Theta}$  — характеристическая частота, которая для ионных кристаллов равна  $\bar{v}/a$ , для объемноцентрированных кубических решеток —  $\bar{v}/\sqrt{3}a$  и для гранцентрированных кубических решеток —  $\bar{v}/\sqrt{2}a$ . Общность и достоверность пропорциональности  $\Theta \sim \bar{v}/a$  подтверждена также в теории упругости [5] и в теории оптических и диэлектрических свойств кристаллов [7]. Поэтому формула (6) используется здесь для расчета относительной температуры  $x$  и для вычисления коэффициента  $A$  по более доступным и более надежным значениям параметров, измеренных при комнатной температуре ( $T=295$  К)  $A = \rho\Theta/295 c_P$ . В таблице представлены величины  $\Theta$  и  $A$  для ряда металлов с гранцентрированными кубическими решетками. Необходимые для расчета этих величин значения  $\rho$  заимствованы из [8],  $c_P$  — из [9], а  $\bar{v}$  — из [6]. Поскольку существует подобие кривых  $c_P(x)$ , то в случае достоверности результата (5) это подобие должно иметь место для кривых  $\rho_{отн}(x)$  в широком диапазоне температур. На рисунке приведены кривые  $c_P$ , которые рассчитаны по данным измерений  $\rho$ . Данные низкотемпературных измерений  $\rho$  взяты из [8], высокотемпературных — из [10], а в точке плавления металлов (твердая фаза) из [11]. Из рисунка можно установить, что термические значения  $c_P$ , найденные путем электрических измерений, находятся в согласии с полученными путем тепловых измерений в диапазоне от нескольких десятков градусов Кельвина вплоть до температуры плавления. Имеется подобие кривых, которые могут быть аппроксимированы, например, известной формулой Дебая для  $c_V$  (кривая 1) с использованием эмпирического коэффициента 1,13, т. е.  $\Theta_D = 1,13 \Theta$ :

$$c_V = 9kN \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_0^{\infty} \frac{z^4 e^z dz}{(e^z - 1)^2}, \quad (7)$$

где  $N$  — число Авогадро;  $z = \Theta_D/T = 1,13/x$ . Численные значения интеграла (7) содержатся, например, в [12]. Отклонение от закона Дюлонга — Пти ( $c_V = 3kN$ ) в области высоких температур соответствует реально существующему превышению  $c_P - c_V$  (кривые 2 и 3). Поэтому для расчета  $\rho(T)$  в сочетании с формулой (7) необходимо применять известные формулы для разности  $c_P - c_V$ . Наконец, следует отметить, что данными рисунка подтверждается индивидуальное отклонение от подобия кривых, которое имеет место, например, для свинца (результат расчета  $\rho_{отн}/x$  при температуре 20 К), что также свидетельствует о достоверности полученной формулы, так как такое же отклонение наблюдается при совмещении кривых теплоемкости (кривая 4).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тезисы докладов III международной конференции по генерации мегагауссовых магнитных полей и родственными экспериментами. — Новосибирск: Изд. СО АН СССР, 1983.
2. Кноффель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.

## Оценка эффективности устройств защитного отключения

(статья Яковса А. И., Шаматавы В. Д. «Электричество», 1983, № 6, с. 6—12)

Защитное отключение электроустановок при возникновении опасных ситуаций (случайных прикосновений человека к токоведущим частям под напряжением, замыканий на корпус вследствие повреждений изоляции) является одним из наиболее действенных способов защиты людей от поражений электрическим током. В условиях расширяющегося применения устройств защитного отключения (УЗО) как на производстве, так и в быту важное значение приобретает вопрос о выборе параметров срабатывания защитно-отключающей аппаратуры на основе количественной оценки эффективности УЗО. В связи с этим статья А. И. Яковса, В. Д. Шаматавы, посвященная вероятностной оценке электрозащитной эффективности УЗО с использованием методов математического моделирования электропоражений, представляет несомненный интерес для специалистов в области защитного отключения. Вместе с тем представляется необходимым высказать ряд замечаний и уточнить отдельные положения статьи.

Прежде всего следует указать, что, говоря об отсутствии метода количественной оценки электрозащитной эффективности УЗО при различных уставках по току утечки и развернувшейся в этой связи дискуссии на страницах зарубежных электротехнических журналов, авторы забыли о несомненно известных им отечественных публикациях [1—3] и ряде других работ в этой области.

В [1], в частности, рассмотрены вопросы общего подхода к оценке эффективности средств защиты от поражений электрическим током, в том числе и УЗО. Методы оценки эффективности УЗО с различными уставками срабатывания изложены: применительно к сетям с глухим заземлением нейтрали — в [2]; применительно к сетям с заземленной и изолированной нейтралью и с учетом действительных (а не расчетных) значений сопротивления цепи через тело человека — в [3]. Отсутствие критического анализа известных методов оценки эффективности УЗО не позволило авторам статьи показать отличие и преимущества предлагаемого ими метода.

В статье имеется ряд терминологических неточностей, затрудняющих в ряде случаев понимание сути излагаемых вопросов. Так, при рассмотрении показателя эффективности  $\mathcal{E}_{УЗО}$  говорится, что вероятности  $P(\mathcal{EП})$  и  $P(\mathcal{EП})_{УЗО}$  в формуле (1) — это вероятности электропоражения человека, выбранного случайным образом из данного множества людей, при отсутствии и при наличии УЗО. В соответствии с данным определением можно понять, что это безусловные вероятности. Однако в формуле (2) и далее авторами дается определение вероятностей  $P(\mathcal{EП})$  и  $P(\mathcal{EП})_{УЗО}$  уже как условных вероятностей электропоражения человека при условии, что человек попал («включился») под напряжение в той или иной модельной ситуации. Восприятие этой части осложняется еще тем, что в работах по вероятностной оценке уровня электробезопасности (кстати, по предложению [4] одного из авторов — А. И. Яковса) вероятностью  $P(\mathcal{EП})$  принято обозначать безусловную вероятность электропоражения человека, принадлежащего данному множеству людей, за время  $t$ , обычно равное году.

Еще большие сложности в понимании вызывает определение вероятности  $P_{отк}$ , входящей в формулу (3), как «вероят-

ности того, что УЗО отказало». Надежность УЗО как всякого восстанавливаемого технического изделия наряду с другими показателями характеризуется вероятностью возникновения отказа УЗО за какой-либо промежуток времени  $t$  (обозначим ее  $Q(t)$ ) и вероятностью нахождения УЗО в отказовом состоянии в произвольно выбранный момент времени  $t$  (обозначим ее  $q(t)$ ) [5]. Для упрощения изложения нами под отказами УЗО здесь (хотя это и не совсем точно) понимаются лишь те отказы, которые приводят к нарушению готовности УЗО к выполнению своей основной функции — отключению электроустановки при возникновении опасности поражения электрическим током. Для выяснения того, что же все-таки авторы понимают под вероятностью, нам пришлось обратиться к [2] из списка цитируемой в статье литературы. В этой работе вместо  $P_{отк}$  используется показатель  $(1 - P_{б.р})$ , где  $P_{б.р}$  — вероятность безотказной работы УЗО (без отнесения ее к какому-либо периоду времени). В результате вопрос о вероятности  $P_{отк}$  так и остался открытым. Поэтому рассмотрим два возможных случая.

Если авторы под  $P_{отк}$  понимают вероятность возникновения отказа УЗО за какой-то промежуток времени (судя по близости определения, данному в статье, к определению  $Q(t)$ ), то они совершают ошибку в применении теории вероятностей при моделировании электропоражений. Опасность электропоражения при прикосновении человека к токоведущим частям под напряжением зависит прежде всего от того, находится ли УЗО в данный момент времени в неработоспособном (отказовом) состоянии или нет, что характеризуется вероятностью нахождения  $q(t)$  УЗО в отказовом состоянии, но не вероятностью возникновения отказа УЗО  $Q(t)$ .

Если же авторы под  $P_{отк}$  понимают все-таки вероятность нахождения УЗО в отказовом состоянии  $q(t)$ , то слишком уж далеко от правильного их определение вероятности  $P_{отк}$  и чрезмерно завышенным и нереальным является принимаемое ими значение  $P_{отк} = 0,04$  при расчете данных табл. 2 и 3.

Вероятность нахождения УЗО в неработоспособном отказовом состоянии в данный момент времени при условии полной достоверности контроля работоспособности в соответствии с результатами исследования функциональной надежности УЗО [6] может быть найдена из выражения

$$q(t) = \frac{t_{пр} - \int_0^{t_{пр}} P_6(t, t + \tau) d\tau}{t_{пр} - \int_0^{t_{пр}} P_6(t, t + \tau) d\tau + \int_0^{\infty} P_6(t) dt}, \quad (1)$$

где  $t_{пр}$  — период времени (в часах) между очередными проверками работоспособности УЗО кнопкой «Контроль»;  $P_6(t) = 1 - Q(t)$  — вероятность безотказной работы УЗО за время  $t$ ;  $P_6(t, t + \tau)$  — вероятность безотказной работы УЗО на участке времени  $(t, t + \tau)$ .

При показательном законе распределения времени безот-

3. Леонтьев К. Л. Температурные зависимости физических параметров электроматериалов, необходимые при расчете высоконагруженных импульсных электродинамических систем. — Техническая электродинамика, 1983, № 2.

4. Карасик В. Р. Физика и техника сильных магнитных полей. — М.: Наука, 1964.

5. Леонтьев К. Л. О связи коэффициента Пуассона с постоянной Грюнайзена для металлов с ГЦК и ОЦК решетками. — Металлофизика, 1983, т. 5, № 1.

6. Леонтьев К. Л. О связи упругостных и тепловых свойств веществ. — Акустический журнал, 1981, т. 27, № 4.

7. Леонтьев К. Л. Взаимосвязь между физическими пара-

метрами щелочно-галлоидных кристаллов. — ДАН СССР, 1983, т. 272, № 3.

8. Meaden G. T. Electrical Resistance of Metals. — New-Jork, 1965.

9. Touloukian J. S. Thermophysical Properties of Matter. — IPI Plenum, New-Jork, 1970.

10. Кэй Д., Лэби Т. Справочник физика экспериментатора. — М.: Изд. иностр. л-ры, 1966.

11. Регель А. Р., Глазов В. М. Физические свойства электронных расправов. — М.: Наука, 1980.

12. Ашкрофт Н. В., Мерлин Н. Д. Физика твердого тела. — М.: Мир, 1979.

казной работы УЗО, наиболее распространенном в практических расчетах надежности аппаратуры, вероятность  $q(t)$  не зависит от времени и определяется из формулы

$$q = 1 - [t_{\text{пр}}/T_6 + \exp(-t_{\text{пр}}/T_6)]^{-1}, \quad (2)$$

где  $T_6$  — среднее время безотказной работы УЗО, ч.

При принятой в сельском хозяйстве периодичности проверки работоспособности 1 раз в неделю [7] ( $t_{\text{пр}}=168$  ч) и изменении среднего времени безотказной работы УЗО в пределах от 4000 до 20000 ч вероятность нахождения УЗО в неработоспособном отказовом состоянии  $q$  составляет  $(87 \div 3,5) \cdot 10^{-5}$ . Даже в случае крайне низкой надежности УЗО при  $T_6=1000$  ч вероятность  $q=0,013$ , что значительно ниже используемого авторами значения 0,04.

При расчете показателей эффективности (табл. 2—5) авторы допускают ошибку, полагая, что продолжительность воздействия электрического тока на организм человека равна времени срабатывания УЗО. Если при времени срабатывания УЗО  $t_{\text{узо}}=1$  с разница между  $t_{\text{узо}}$  и  $t_{\text{в}}$  невелика, то для быстродействующих УЗО с временем срабатывания  $t_{\text{узо}}=0,02$  с необходимо учитывать то обстоятельство, что даже после отключения электроустановки от источника питания за счет разряда емкости сети относительно земли и э. д. с. выбега электродвигателей через тело человека, касающегося токоведущей части, продолжает проходить электрический ток. Поэтому для быстродействующих УЗО  $t_{\text{в}} \neq t_{\text{узо}}$ .

Кроме того, авторы здесь отказались от последовательного применения вероятностного подхода к моделированию электропоражений, забывая, что время срабатывания УЗО и время воздействия  $t_{\text{в}}$  электрического тока также, как и сам ток через тело человека  $i_{\text{т}}$ , являются случайными величинами.

При определении общей электробезопасности УЗО в формулах (15) и (19) имеются разночтения. Так, в (15) показатель  $n_{\text{ЭП, УЗО}}$  — это математическое ожидание числа электропоражений, вызванных прикосновением к токоведущим частям электроустановок 0,38 кВ с глухозаземленной нейтралью, при применении УЗО. В (19) в соответствии с (17) и (18) в  $n_{\text{ЭП, УЗО}}$  уже входят электропоражения и в электроустановках, не имеющих УЗО. Очевидно, что раз в электроустановках нет УЗО, то и говорить об эффективности УЗО в этих электроустановках не имеет смысла.

Вызывает сомнение необходимость введения новых терминов, таких как вероятность прикосновения человека  $P(ПР)$  в течение секунды к токоведущей части электроустановки, заведомо находящейся под напряжением, и математическое ожидание числа электропоражений  $n_{\text{ЭП}}$  для данной группы людей  $N_{\text{л}}$  за 1 с при отсутствии УЗО. По сути дела, показатели  $P(ПР)$  и  $n_{\text{ЭП}}$ , отнесенные к весьма малому промежутку времени (1 с), — это параметры соответственно потока прикосновений человека к токоведущим частям под напряжением и суммарного потока электропоражений для группы людей. Такое определение показателей  $P(ПР)$  и  $n_{\text{ЭП}}$ , во-первых, в большей степени соответствует терминологии теории восстановления, а во-вторых, показывает, что значения этих показателей, как и параметра любого потока, определяются как единица, деленная на соответствующее среднее время между событиями — прикосновениями человека к токоведущим частям, электропоражениями в группе людей. Используя эти параметры потоков и умножая их на время  $t$ , легко найти математическое ожидание числа прикосновений человека к токоведущим частям под

напряжением  $n_{\text{пр}}$  и числа электропоражений в данной группе людей  $n_{\text{ЭП}}$  за время  $t$ , например, за год. По математическим ожиданиям числа электропоражений в группе людей за год при отсутствии УЗО  $N_{\text{ЭП}}$  и при применении УЗО  $N_{\text{ЭП, УЗО}}$  можно найти математическое ожидание числа предотвращенных электропоражений за год:

$$N_{\text{ЭП пред}} = N_{\text{ЭП}} - N_{\text{ЭП, УЗО}}. \quad (3)$$

В отличие от относительных показателей эффективности  $\text{Э}_{\text{УЗО}}$  и  $\text{Э}_{\text{УЗО, ОБ}}$  показатель  $N_{\text{ЭП пред}}$  является абсолютным показателем электробезопасности УЗО. Он может использоваться для характеристики как социального, так и экономического эффекта от применения УЗО с различными уставками срабатывания. Поэтому именно  $N_{\text{ЭП пред}}$ , по нашему мнению, следует использовать как основной показатель эффективности УЗО.

И, наконец, наиболее существенным недостатком предлагаемой методики оценки эффективности УЗО является отсутствие учета снижения числа электропоражений за счет применения УЗО при прикосновении людей к корпусам электроустановок, оказавшимся под напряжением вследствие повреждений изоляции и отказа защитных устройств. Доля электропоражений по этой причине в электроустановках напряжением до 1000 В с глухозаземленной нейтралью достаточно велика, поэтому отказ от их учета приводит к значительному занижению показателей общей электробезопасности УЗО. Для устранения этого недостатка потребуется коренная переработка методики авторов статьи, так как моделирование электропоражений при прикосновении человека к корпусу электроустановки невозможно без привлечения теории восстановления, а это в предлагаемой методике не предусмотрено.

Надеемся, что высказанные нами замечания послужат, в конечном счете, дальнейшему развитию и становлению вероятностной концепции в теории электробезопасности, определенный вклад в формирование которой в своих работах внесли и авторы рассматриваемой статьи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев П. Ф., Коптиков В. П., Ковалев А. П. О критериях оценки эффективности мер и средств обеспечения безопасности применения электрооборудования в угольных шахтах. — Безопасность труда в промышленности, 1972, № 8.
  2. Слободкин А. Х. Математическое моделирование электротравматизма в сетях напряжением 380/220 В с учетом характеристик защитного отключения. — Труды ВНИИРелестроения, 1976, № 5.
  3. Шуцкий В. И., Буралков А. А. Вероятностная оценка эффективности устройств защиты от поражений электрическим током. — Промышленная энергетика, 1982, № 2.
  4. Яковс А. И., Коструба С. И. О нормировании уровня электробезопасности и допустимого напряжения прикосновения. — Электричество, 1978, № 1.
  5. Шуцкий В. И., Буралков А. А. О вероятностной оценке уровня электробезопасности. — Электричество, 1982, № 2.
  6. Буралков А. А. Влияние периодичности контроля работоспособности на эффективность устройств защитного отключения. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1983, № 3.
  7. Яковс А. И., Луковников А. В. Электробезопасность в сельском хозяйстве. — М.: Колос, 1981.
- ШУЦКИЙ В. И.**, доктор техн. наук, **БУРАЛКОВ А. А.** канд. техн. наук

## Шакарян Ю. Г. Асинхронизированные синхронные машины. — М.: Энергоатомиздат. 1984.

В последние годы в Советском Союзе и за рубежом проводятся интенсивные научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по асинхронизированным синхронным машинам-генераторам, двигателям, электромеханическим преобразователям. Начато внедрение их в энергетику.

Асинхронизированная машина, благодаря регулированию возбуждения не только по продольной, но и по поперечной осям ротора, имеет большие пределы устойчивости, чем синхронная, позволяет работать устойчиво с сетью как при синхронной, так и при несинхронной частотах вращения ротора, что делает ее весьма перспективной для работы в качестве генератора постоянной частоты при переменной частоте вращения ротора и в качестве двигателя с регулируемой частотой вращения ротора.

Теория асинхронизированных синхронных машин (машина двойного питания) начала разрабатываться в СССР в 1931 г., тогда на страницах журнала «Электричество» (№ 31 и 32) была опубликована статья В. Т. Касьянова, посвященная этому вопросу.

С 1955 г. вопросы теории и практики асинхронизированных синхронных машин начали разрабатываться во ВНИИЭ, сначала под руководством проф. М. М. Ботвинника, а затем проф. Ю. Г. Шакаряна, являющегося с 1974 г. руководителем лаборатории асинхронизированных машин ВНИИЭ. Результаты этих исследований были опубликованы в книгах М. М. Ботвинника «Асинхронизированная синхронная машина» (1960 г.); М. М. Ботвинника и Ю. Г. Шакаряна «Управляемая машина переменного «тока» (1969 г.).

В настоящее время ВНИИЭ играет ведущую роль в теоретических исследованиях и создании асинхронизированных синхронных машин, что нашли отражение в рецензируемой книге.

Книга включает предисловие, введение, семь глав, заключение и список литературы. В первой главе приведены основные свойства и уравнения асинхронизированной синхронной машины, вторая глава посвящена установившемуся режиму ее работы. Третья и четвертая главы содержат материал, связанный с управлением и построением структурных схем регулирования асинхронизированной машины. В пятой и шестой главах рассматривается работа асинхронизированных машин в качестве генераторов в электрических системах и в качестве двигателей для механизмов собственных нужд тепловых электростанций. Последняя седьмая глава содержит сведения, касающиеся промышленной эксплуатации асинхронизированных генераторов и двигателей, а также вопросы их проектирования и конструирования.

Особое внимание в книге уделено разработке теории управления асинхронизированных машин, разработан метод синтеза структур их регулирования, доведенный до практического приложения и конкретных систем. Показано, что в основе управления асинхронизированных машин в установившихся переходных режимах лежит принцип раздельного и независимого регулирования параметров этих режимов. Такое управление позволяет обеспечить устойчивую работу машины в любом установившемся режиме, высокое качество переходных процессов.

В книге описан метод синтеза функций регулирования асинхронизированных машин, позволяющий с большой точностью обеспечить заданное управление обобщенной переменной режима машины. Следует отметить, что предложенный метод синтеза функций регулирования может быть применен как для обычных синхронных машин, так и для частотно-управляемых (со стороны статора) синхронных и асинхронных машин. В книге даны соответствующие рекомендации по выбору требуемых (в зависимости от условий и режимов работы машины) функций регулирования, приведены конкретные примеры синтеза структур регулирования асинхронизированных генераторов и двигателей. При этом уделено внимание созданию перспективных структур регулирования без использования датчика углового положения ротора — структур, которые могут быть реализованы с использованием микропроцессоров.

Описаны режимы работы асинхронизированных машин в энергосистемах, сопоставлены пределы устойчивости синхронных и асинхронизированных машин и выявлены наиболее целесообразные области применения — режимы потребления реактивной мощности, длинные линии электропередач. Показаны достоинства таких генераторов и компенсаторов в отношении подавления емкостного самовозбуждения.

Автор уделяет большое внимание сравнению асинхронизированных машин, работающих со скольжением, равным нулю, и со скольжением, отличным от нуля. Результаты этих исследований имеют большое значение для разработки асинхронизированных турбо- и гидрогенераторов.

Асинхронизированные синхронные двигатели перспективны для электроприводов, работающих в диапазоне регулирования угловой скорости вращения до  $\pm 50\%$ . Правильное использование двигателя определяется при прочих равных условиях выбором соответствующей структуры регулирования. В книге в зависимости от конкретных условий работы привода и схемы его присоединения к энергосистеме разработаны рекомендации по выбору тех или иных структур регулирования. Важное значение имеет также оценка и расчет режимов компенсации реактивной мощности этими двигателями.

Приводится исключительно интересный материал по разработанным и внедренным асинхронизированным машинам — гидрогенератору 50 МВ·А, приливному генератору-двигателю, регулируемым электроприводам с использованием двигателей двойного питания.

Подробно рассмотрены некоторые результаты опытно-промышленной и промышленной эксплуатации двух асинхронизированных гидрогенераторов на Иовской ГЭС, полученные в процессе непрерывных наблюдений и исследований с 1972 г. Показано, как впервые в практике была осуществлена параллельная работа этих гидрогенераторов — качественно новый этап в развитии теории и практики асинхронизированных генераторов и электроэнергетики в целом.

В книге отражена также достаточно подробно опытно-промышленная эксплуатация генератор-двигателя Кислолужской приливной электростанции, которая выявила преимущественно использования для таких электростанций асинхронизированных генераторов. В краткой форме приводятся некоторые сведения о разработанных в настоящее время турбогенераторе и электромеханическом преобразователе для гибкой связи энергосистем. По-видимому, ограниченный объем книги не позволил в полной мере отразить эти очень важные материалы, как и вопросы режимов работы собственно тиристорных преобразователей частоты, используемых для возбуждения этих машин.

К сожалению, ряд других вопросов теории и практики асинхронизированных машин в книге либо вообще не рассмотрен, либо рассмотрен в недостаточном объеме.

Так, отсутствуют исследования динамической устойчивости этих машин, имеющие важное значение, особенно для крупных генераторов и двигателей. Следовало бы рассмотреть электромагнитные переходные процессы, возникающие в этих машинах при коротких замыканиях, отключении генератора от сети и др. Не рассмотрены имеющие большое практическое значение процессы самозапуска асинхронизированных двигателей. Желательно было бы привести результаты влияния насыщения магнитной цепи на стационарные и переходные режимы асинхронизированных машин.

Несмотря на сделанные замечания, рецензируемая книга выполняет свою основную функцию — знакомит читателя с современным состоянием теории и практики асинхронизированных машин, указывает направления дальнейшего развития исследований и разработок. Она представляет собой значительный вклад в научную литературу и, несомненно, будет полезна широкому кругу специалистов, а также студентам и аспирантам.

Рецензия обсуждена и утверждена на заседании кафедры электрических машин Московского энергетического института 27 июня 1984 г.

КОПЫЛОВ И. П., проф., ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., проф., ШАПИРО Л. Я., доц.

УДК 621.311(049.3)

## Веников В. А., Веников Г. В. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики).

*Учебник для вузов по специальности «Кибернетика электрических систем», 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 1984*

По мере усложнения технических систем актуальность проблем их моделирования постоянно возрастает: в условиях стремительных темпов научно-технического прогресса моделирование становится единственным возможным средством исследования и своевременной оценки свойств сложных систем и подсистем, их образующих, а также прогнозирования эксплуатационных характеристик на ранних — предпроектных и предэксплуатационных — стадиях цикла жизни объектов новой техники.

На наш взгляд, книга вышла далеко за рамки учебника только для специальности «Кибернетика электрических систем» и будет весьма полезной для студентов, преподавателей, инженеров и научных работников других электроэнергетических и электротехнических специальностей.

Содержание нового (третьего) издания весьма существенно, а в ряде мест коренным образом отличается от двух предыдущих. Сокращение и даже исключение части материала и замена его другим придали книге несколько иное назначение. С одной стороны, она стала проще для понимания студентами и лицами, приступающими к изучению теории подобия и основ моделирования, с другой стороны, ее направленность стала шире: она предназначена для более широкого круга специалистов, включая инженеров и научных работников различных отраслей техники.

Первые четыре главы содержат полный курс основ теории подобия и моделирования с элементами теории планирования эксперимента.

Первая и вторая главы посвящены изложению общих положений теории подобия — трех основных теорем и пяти дополнительных положений, а также общетеоретическому подходу к их применению для установления условий подобия явлений и сложных процессов.

Применение основных теорем подобия, сформулированных применительно к отдельным явлениям и процессам, встречает определенные трудности при исследовании сложных динамических систем, в которых переплетаются существенно разные явления и процессы. Однако эти трудности заметно уменьшаются с помощью упомянутых выше пяти дополнительных положений теории подобия, впервые четко и совместно сформулированных В. А. Вениковым.

Третья и четвертая главы, написанные заново, вошли органически в содержание книги и расширили понимание связи между общими положениями теории моделирования и математическим аппаратом, используемым при постановке экспериментов и обработке полученных результатов. Введение этих глав обогатило содержание книги, причем речь идет не только о теоретической стороне материала. В частности, обсуждение в четвертой главе роли и значения эксперимента опирается на ленинское положение о диалектическом познании истины и представляет собой пример органического слияния чисто тех-

нической и философской сторон роли теории и эксперимента в познании. Это особенно важно на современном этапе развития науки и техники, когда стремительное и глубокое проникновение математики и абстрактного мышления во все сферы материальной деятельности человека порождает у части исследователей искаженное и приниженное представление о роли эксперимента в познании.

Среди различных учебников для электроэнергетиков не так уж много таких, в которых изложение технических теорий имеет мировоззренческую окраску, органически сочетается с философским пониманием данной области знаний. Правильное в философском смысле изложение технических дисциплин очень важно, особенно если учесть, что в учебных планах технических вузов для дисциплин философского и социально-политического цикла отводится менее 10 % обязательных часов занятий. Если с этих позиций обратиться к рецензируемой книге, то легко заметить, что в ней последовательно проводится идея о единстве технического и идеологического воспитания студентов.

Пятая, шестая и седьмая главы дают обширное представление о применении теоретических основ к практическим задачам подобия и моделирования электротехнических, электроэнергетических, электромеханических, механических, тепловых и ряда других процессов.

Конкретности изложения материала сопутствует достаточно высокий уровень методологической общности, что обусловлено явно выраженным комплексным характером проблематики электроэнергетических систем — необходимостью рассмотрения задач электроэнергетики с учетом механических, тепловых, геофизических и других процессов, а также с исследованием процессов управления агрегатами и комплексами электроэнергетического оборудования с помощью управляющих ЭВМ в автоматических либо автоматизированных режимах.

В заключение отметим, что за рубежом, несмотря на ряд прикладных публикаций по проблемам моделирования, отсутствуют, насколько нам известно, аналоги рецензируемого учебника (за исключением выполненного около 20 лет тому назад перевода на ряд языков первого издания книги В. А. Веникова), т. е. отсутствуют книги, содержащие систематизированное изложение теоретических основ и практических положений методов подобия в задачах построения различного рода моделей, планирования экспериментов, обработки и обобщения данных, полученных при физических исследованиях и многовариантных расчетах на современных вычислительных средствах.

Указанное обстоятельство следует особо иметь в виду, давая положительную оценку рецензируемого учебника.

**АРЗАМАСЦЕВ Д. А., доктор техн. наук, проф.**



## Энергетическому институту имени Г. М. Кржижановского — 50 лет

Государственный научно-исследовательский энергетический институт (ЭНИН) создан в 1934 г. по инициативе академика Г. М. Кржижановского как комплексный научно-исследовательский центр для разработки и осуществления крупномасштабных мероприятий в области энергетики страны. Эти задачи нашли отражение в тематике проводимых исследований и сохранились до настоящего времени.

Научными подразделениями института в разное время руководили и руководят выдающиеся ученые: академики АН СССР Г. М. Кржижановский, В. Ф. Миткевич, А. В. Винтер, М. В. Кирпичев, К. И. Шенфер, М. А. Михеев, М. А. Стырикович, Л. Р. Нейман, В. И. Попков, Л. А. Мелентьев; члены-корреспонденты АН СССР В. И. Вейц, К. А. Круг, М. А. Шателен, Л. Н. Хитрин, А. С. Предводителев и многие другие.

В ЭНИН выполнен ряд фундаментальных работ, базирующихся на основополагающих идеях, выдвинутых его учеными, которые оказали существенное влияние на направленность успешного развития советской энергетики: развитие энергосистем страны и объединение их в единую энергетическую систему (ЕЭС) Советского Союза; прогноз развития энергетики страны на ближайшую и дальнюю перспективу; развитие электроэнергетики за счет преимущественного строительства тепловых электростанций; централизованное теплоснабжение крупных и средних городов; приближенное моделирование процессов, протекающих в различных промышленных аппаратах; комплексное энерготехнологическое использование органического топлива; использование на тепловых электростанциях пара высоких параметров и агрегатов большой единичной мощности; использование возобновляемых источников энергии для выработки электроэнергии; применение жидких металлов в качестве теплоносителей.

Осуществляя координационную деятельность по объединению усилий научно-исследовательских институтов и проектных организаций страны, ЭНИН возглавлял работу комиссий по передаче энергии на дальние расстояния и пара высоких параметров, во многом способствовавшую реализации идей создания ЕЭС СССР и внедрению на тепловых электростанциях мощных котлоагрегатов с высокими, в том числе сверхкритическими, параметрами пара.

В настоящее время ЭНИН им. Г. М. Кржижановского с его филиалами и опытно-конструкторским бюро является комплексным научно-исследовательским институтом, проводящим поисковые, фундаментальные и прикладные исследования по энергетике и электрификации. В своей деятельности институт специализируется на исследованиях и разработке таких основных научно-технических направлений, как перспективное оптимальное развитие электрификации и электроэнергетики СССР и ее топливно-энергетической базы; нетрадиционные способы производства, аккумулирования и передачи электроэнергии; способы комплексной энерготехнологической и безотходной переработки твердых топлив; автоматизированные системы управления отраслью.

Институт осуществляет свою деятельность по планам и программам, утвержденным постановлениями партии и правительства, Академией наук СССР, участвуя в решении 20 важнейших научно-исследовательских проблем. ЭНИН является головным институтом по проблемам электрификации, дальнему прогнозу развития электроэнергетики, нетрадиционным ресурсам для производства тепла и электроэнергии, а также комплексной безотходной технологии переработки твердых топлив и отраслевой автоматизированной системы управления (верхний уровень).

В области общей энергетики проведено исследование современного состояния и разработана концепция развития электрификации народного хозяйства, определена перспективная структура развития атомной энергетики, созданы системы моделей, позволяющие обосновать уровень электрификации, исследовать перспективу развития электроэнергетики на период до двадцати лет; исследовать вопросы надежности и режимов работы электросистем, определить оптимальную структуру атомного теплоснабжения, исследовать вопросы рационального топливоснабжения электростанций.

В области электроэнергетики и электрификации разработаны научные основы создания мощных полупроводниковых преобразователей. Созданы высоковольтные тиристорные блоки с лавинным ограничением, а также масляным охлаждением открытой установки, предназначенные для линий электропередачи постоянного и переменного тока. Разработаны статические преобразователи регулируемой частоты асинхронных и синхронных двигателей, которые по своим параметрам не имеют равных в мировой практике. Доказана возможность создания управляемых ферромагнитных реакторов для регулирования потоков электроэнергии в энергетических системах и разработаны основы их построения. Разработаны и реализованы рекомендации по молниезащите различных объектов. Предложен и проходит апробацию в энергосистемах метод регулирования напряжения линий 750 кВ по минимуму потерь энергии в электропередаче. Обоснована целесообразность использования линий распределительной сети 0,4–35 кВ в качестве каналов связи для передачи информации разного рода, в том числе срочных и ответственных команд противоаварийной автоматики.

В области теплоэнергетики проводятся исследования по повышению эффективности и надежности тепловых и атомных станций, освоению нетрадиционных источников энергии, созданию перспективных комплексных безотходных технологий при переработке твердых топлив, использованию вторичных энергоресурсов и защите окружающей среды.

Под научным руководством ЭНИН начато сооружение одной из крупнейших в мире Мутновской ГеоТЭС, ведутся работы по созданию опытных ГеоТЭС нового типа в Дагестане и Ставропольском крае. Разработаны материалы по сооружению крупнейшей в мире комбинированной солнечно-топливной электростанции.

Ведутся работы по созданию МГД-генераторов на твердом топливе. На ТЭС и АЭС широко используется разработанный в ЭНИН нейтрально-кислородный водный режим. Проходят испытания на электростанциях крупные промышленные установки по переработке сланцев и канско-ачинских углей, спроектированные по разработкам ЭНИН. Предложена малоотходная технология использования углей с утилизацией золы и шлаков, которая внедряется на ТЭЦ-20 Ленэнерго. Выполнены фундаментальные исследования по физико-химическим внутрикотловым процессам, гидродинамике и теплопередаче, результаты которых вошли важной составной частью в нормативные методы, руководящие материалы и справочники, используемые при создании и эксплуатации ТЭС и АЭС.

Сотрудниками ЭНИН написано большое число монографий и учебников, которые сыграли важную роль в подготовке научных кадров высшей квалификации и инженеров-энергетиков. Институтом подготовлено большое количество ученых-энергетиков для союзных республик, многие из которых стали членами республиканских академий.

При активном содействии ЭНИН им. Г. М. Кржижановского созданы научные организации энергетического профиля в Азербайджане, Армении, Грузии, Казахстане, Киргизии, Таджикистане, Туркмении, Узбекистане, Латвии, Эстонии и Западной Сибири.

Работы, выполненные институтом, отмечены одиннадцатью Государственными премиями СССР, многими именными премиями АН СССР.

ЭНИН им. Г. М. Кржижановского и в настоящее время обладает высоким научным потенциалом: в нем работают 3 члена-корреспондента АН СССР, 32 доктора и 253 кандидата наук. Академики АН СССР В. И. Попков, М. А. Стырикович и член-корр. АН СССР П. С. Непорожний осуществляют научное руководство крупными научными проблемами, разрабатываемыми институтом.

Фундаментальные и поисковые исследования ЭНИН проводятся под научно-методическим руководством Академии наук СССР.

Свой профессиональный и патриотический долг коллектив ЭНИН им. Г. М. Кржижановского видит в решении грандиозных задач, сформулированных партией и правительством в энергетической программе СССР.

# Вячеслав Семенович Тулин

(К 80-летию со дня рождения)

Заслуженному деятелю науки и техники РСФСР, доктору технических наук, профессору Московского горного института Вячеславу Семеновичу Тулину исполнилось 80 лет.

В. С. Тулин начал свою трудовую деятельность в 1925 г. рабочим на Харьковском электромеханическом заводе, а после окончания в 1929 г. Харьковского технологического института возглавил бюро горного электропривода. Под техническим руководством В. С. Тулина проходило освоение электрооборудования для нефтяной, горнорудной и угольной промышленности.

В годы Великой Отечественной войны В. С. Тулин работал главным инженером восстановительно-монтажного треста, созданного постановлением Государственного Комитета Обороны. Деятельность треста дала возможность восстановить сотни подъемных машин, вентиляторов главного проветривания и всего за два года довести уровень добычи угля в Донбассе до 50 % довоенного. За успешное выполнение этой работы, не имеющей аналогов в мировой практике, В. С. Тулину в 1948 г. была присуждена Государственная премия первой степени.

В послевоенные годы крупные научно-технические работы выполнены В. С. Тулиным в ЦКБ «Электропри-



вод», где он работал в должности главного инженера. За одну из них — создание мощного шагающего экскаватора — Вячеслав Семенович в 1954 г. был вторично удостоен Государственной премии первой степени, а в 1956 г. награжден орденом Трудового Красного Знамени. К этому периоду относится участие В. С. Тулина в работе Международной электротехнической

комиссии. В 1957—1960 гг. он работал главным специалистом Госплана СССР по аппаратуре управления и автоматизированному электроприводу.

В 1960 г. В. С. Тулин начал педагогическую деятельность в должности заведующего кафедрой автоматики и телемеханики Московского горного института, где в 1962 г. защитил докторскую диссертацию.

В настоящее время Вячеслав Семенович ведет большую научную работу по созданию средств автоматизации горных машин, обеспечивающих добычу угля без постоянного присутствия людей в забое и роботизированных комплексов угольных шахт. Он руководил работами десятков аспирантов и соискателей, был научным консультантом ряда докторских работ, является автором более 70 научных трудов, широко известных среди специалистов по горному электроприводу.

Член КПСС с 1948 г., В. С. Тулин принимает активное участие в общественной жизни института, неоднократно избирался членом партийного бюро факультета, был членом партийного бюро МГИ.

Огромное трудолюбие, широта кругозора, внимательное отношение к людям снискали Вячеславу Семеновичу глубокое уважение, признание и большой авторитет.

Группа товарищей и учеников

# Григорий Нариманович Тер-Газарян

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет видному исследователю в области электрических машин, заслуженному деятелю науки и техники СССР, доктору технических наук, профессору Григорию Наримановичу Тер-Газаряну.

Г. Н. Тер-Газарян в 1938 г. окончил энергетический факультет Грузинского индустриального института им. С. М. Кирова и был направлен на работу в НИИ Гидроэнергетики (ныне ГрузНИИЭС), где и работает в настоящее время. Последние 30 лет он заведует отделом электроэнергетики и электрических машин.

Многочисленные исследования, выполненные под руководством и при участии Г. Н. Тер-Газаряна отличаются двумя неизменными качествами: они основываются на надежных фактических данных и независимо от сложности решаемых задач завершаются конкретными результатами, способствующими повышению надежности и эффективности производства и передачи электроэнергии. Недаром его имя хорошо известно на гидроэлектростанциях и электромашиностроительных заводах Советского Союза.

Именно на фактических данных были основаны теоретические решения задачи о влиянии поля токов обратной последовательности на работу гидрогенератора, полученные Г. Н. Тер-Газаряном и позволившие записать в ГОСТ на гидрогенераторы длительно допустимую несимметрию токов стато-



ра, более чем в два раза превышающую прежние многолетние нормы.

Натурные исследования несимметричных режимов головных мощных гидрогенераторов позволили Г. Н. Тер-Газаряну выдвинуть ряд новых задач, решение которых было необходимо для дальнейшего прогресса в области эксплуатации и создания мощных гидрогенераторов. К их числу относится исследование механизма выделения добавочных потерь в полюсах гид-

рогенераторов. Исследование велось под руководством Г. Н. Тер-Газаряна в течение ряда лет и потребовало создания специальной установки для учета всех тонкостей процесса проникновения электромагнитной волны в сталь. В результате разработаны методика расчета и мероприятия по уменьшению этих потерь.

Испытания генераторов Красноярской ГЭС стимулировали продолжение исследований механических напряжений в активной стали и в демпферных стержнях при несимметричных коротких замыканиях, исследования Г. Н. Тер-Газаряна и его сотрудников позволили установить уровни механических напряжений в эксплуатационных режимах, разработать средства измерения напряжений и меры повышения механической устойчивости активной стали и демпферной клетки.

В числе последних работ Г. Н. Тер-Газаряна такие, как создание методики расчета процесса частотного пуска синхронных машин, разработка новых способов расчета токов демпферной клетки и выявления резервов мощности гидрогенераторов.

Основные результаты многолетних исследований Г. Н. Тер-Газаряна опубликовал в 80 статьях и трех монографиях. Под его руководством подготовлено и защищено 15 кандидатских диссертаций.

Группа товарищей

# Николай Михайлович Зуль

(К 60-летию со дня рождения)

В июне с. г. исполнилось 60 лет со дня рождения профессора кафедры электроснабжения сельскохозяйственного производства Московского ордена Трудового Красного Знамени института инженеров сельскохозяйственного производства им. В. П. Горячкина, доктора технических наук Николая Михайловича Зуля.

В 1947 г. Н. М. Зуль окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института. С 1947 по 1949 г. работал инженером лаборатории телемеханики ЦНИЭЛ Министерства электростанций СССР. С 1949 по 1977 г. — аспирант, старший научный сотрудник, заведующий лабораторией Всесоюзного научно-исследовательского института электрификации сельского хозяйства.

В 1952 г. Николай Михайлович защитил кандидатскую диссертацию по вопросам автоматического повторного включения в сельских электрических сетях, а в 1970 г. — докторскую диссертацию, посвященную повышению надежности электроснабжения сельскохозяйственных потребителей средствами автоматизации сетей. В 1973 г. Н. М. Зулю присвоено ученое звание профессора, в 1977 г. он был избран на должность профессора кафедры электроснабжения сельскохозяйственного производства МИИСП.

Проф. Н. М. Зуль — один из ведущих специалистов в области сельского электроснабжения. Он автор



и соавтор более 200 опубликованных работ, в том числе монографий: «Автоматизация сельского электроснабжения», «Расчет сельских электрических сетей с регулированием напряжения» и др., имеет ряд авторских свидетельств на изобретения.

Под руководством и при участии Н. М. Зуля выполнен ряд важных исследований по автоматизации сель-

ских электрических сетей, повышению надежности электроснабжения сельскохозяйственных потребителей, автоматизации и повышению надежности электрооборудования в сельском хозяйстве. Им, в частности, предложены новые методы оценки надежности и эффективности сельских автоматизированных сетей, систем и устройств автоматики, обоснования оптимальной автоматизации сельских электрических сетей, обеспечивающей получение максимального экономического эффекта, оптимального сочетания средств повышения надежности электроснабжения, обоснован и создан комплекс аппаратуры автоматизации сельских электрических сетей.

Под руководством Н. М. Зуля подготовлено и защищено 13 кандидатских диссертаций.

Н. М. Зуль — член КПСС, успешно совмещает педагогическую и научную деятельность с общественной. Он является членом специализированных советов МИИСП и ВИЭСХ, научно-технических советов Минэнерго СССР и Сельэнергопроекта, членом бюро секции электрификации сельского хозяйства Центрального правления НТОЭ и ЭП.

Награжден юбилейной медалью «За доблестный труд в ознаменование 100-летия со дня рождения Владимира Ильича Ленина», тремя медалями ВДНХ СССР.

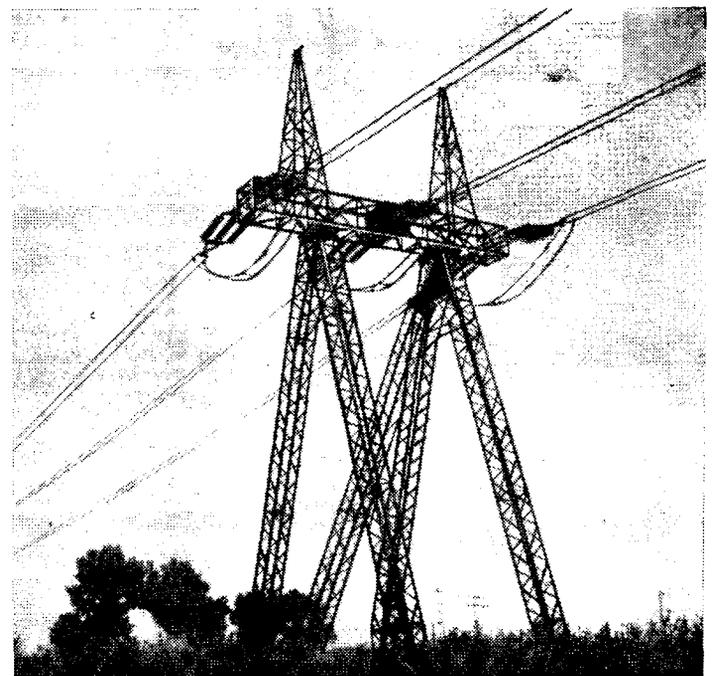
Группа товарищей



## ENERGOIMPEX

ВНЕШНЕТОРГОВАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ «ЭНЕРГОИМПЕКС»  
БОЛГАРИЯ, СОФИЯ 1000  
ПОЧТ. ЯЩИК 801  
ТЕЛЕКС: 22669  
ТЕЛЕФОН: 518876  
ТЕЛЕГРАММЫ: ЭНЕРГОИМПЕКС

ИМПОРТ/ЭКСПОРТ УГЛЯ, ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ И ДРУГИХ НОСИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ  
ПОСТАВКА МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ЭНЕРГЕТИКИ НРБ, СЭВ И ДРУГИХ СТРАН  
ПРОМЫШЛЕННОЕ И ТОРГОВОЕ  
КООПЕРИРОВАНИЕ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГЕТИКИ  
ИЗЫСКАНИЕ  
ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
СТРОИТЕЛЬСТВО  
МОНТАЖ  
ЭКСПЛУАТАЦИЯ  
РЕМОНТ В ГАРАНТИЙНЫЙ  
И НЕГАРАНТИЙНЫЙ СРОКИ  
ЭЛЕКТРОПРОВОДЫ ДО 750 кВ И СЕТИ В НАСЕЛЕННЫХ МЕСТАХ  
ПОДСТАНЦИИ ВЫСОКОГО, СРЕДНЕГО И НИЗКОГО НАПРЯЖЕНИЯ  
КОНСУЛЬТАЦИИ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГЕТИКИ



## Марк Самуилович Либкинд

1 июля 1984 г. после тяжелой болезни скончался заведующий лабораторией электрических систем Государственного энергетического института им. Г. М. Кржижановского, доктор технических наук, профессор Марк Самуилович Либкинд.

Ушел из жизни крупный ученый-энергетик, создатель научной школы непрерывного управления потоками электрической энергии в сетях с помощью ферромагнитных устройств энергетического назначения.

М. С. Либкинд начал свою трудовую деятельность в 1929 г. на Московском трансформаторном заводе. В 1938 г. перешел на работу в ЭНИН, где трудился вплоть до своей кончины, пройдя путь от инженера до заведующего лабораторией. За время работы в институте со всей полнотой раскрылся талант М. С. Либкинда как ученого-исследователя. В 1958 г. им был предложен управляемый реактор с вращающимся магнитным полем, разработана теория и всесторонне обоснованы его возможные применения в электроэнергетике.

Дальнейшие исследования позволили М. С. Либкинду и его ученикам разработать целый ряд ферромагнитных устройств, которые составили новый класс энергетического оборудования для распределительных сетей и линий электропередач. Эти устройства позволяют не только эффективно управлять режимами работы электрических сетей, но и существенно повышать качество электрической энергии.

Как ученый М. С. Либкинд отличался пытливым и критическим умом, глубокой эрудицией, прекрасно понимал основные задачи энергетики и тенденции ее развития. Его творческая мысль была всегда устремлена в будущее. Результаты исследований



М. С. Либкинда нашли отражение в шести монографиях, более чем в ста статьях, авторских свидетельствах на изобретения.

Исключительно большое значение М. С. Либкинд придавал связи науки с производством. Под его руководством впервые в мировой практике были изготовлены шунтирующий реактор с вращающимся полем мощностью 25 МВ·А, фильтровые реакторы с ортогональными полями мощностью 80 МВ·А и ряд других устройств энергетического назначения. В лаборатории, руководимой М. С. Либкиндом, были разработаны и внедрены в энергосистемы новые виды релейной защиты, устройства циркулярного телеуправления, новые методы расчета устойчивости.

Плодотворную научную работу М. С. Либкинд сочетал с большой научно-организаторской, педагогической и научно-просветительской деятельностью. Он активно участвовал в организации и проведении всесоюзных совещаний и симпозиумов по проблемам качества электрической энергии, конструкции и применения корректирующих устройств в электроэнергетике. Хорошо известна его деятельность в Научном Совете АН СССР, где он долгие годы был председателем одной из секций и членом бюро, в НТС Минэнерго СССР, в Советских национальных комитетах МЭК и СИГРЭ, в редакции Большой Советской Энциклопедии.

Марк Самуилович щедро делился своими богатыми знаниями со всеми, кто к нему обращался. Много сил и энергии он отдавал подготовке научных кадров. Среди его многочисленных учеников — доктора и кандидаты наук, руководители предприятий. М. С. Либкинд был прекрасным популяризатором новых направлений в энергетике, автором научно-популярной брошюры, часто выступал с лекциями в вузах и на предприятиях.

Заслуги М. С. Либкинда отмечены пятью медалями СССР, почетным знаком «Отличник энергетики и электрификации СССР», почетными грамотами Президиума АН СССР, Минэнерго СССР, МГСПС.

Огромное трудолюбие, высокая научная добросовестность, доброжелательность к людям снискали Марку Самуиловичу глубокое и искреннее уважение его сотрудников, учеников, коллег. Светлая память о Марке Самуиловиче Либкинде навсегда сохранится в сердцах людей, знавших его.

Группа товарищей и учеников

## Уважаемый читатель!

Журнал «Светотехника» систематически публикует материалы по развитию отечественной и зарубежной светотехнической науки, техники и промышленности; проектированию, монтажу и эксплуатации осветительных и облучательных установок различного назначения;

разработке и производству новых светотехнических изделий (ламп, светильников, пускорегулирующих устройств, электроустановочных изделий и т. п.), а также средствам для обслуживания осветительных установок;

повышению производительности труда в результате улучшения искусственного и естественного освещения, эффективному использованию электрической энергии в светотехнических установках.

На страницах журнала регулярно помещаются необходимые для практической работы справочные материалы по расчету и устройству различных светотехнических установок; консультации по вопросам их проектирования, устройства и эксплуатации; сведения о новых книгах и нормативных документах; хроникальные и информационные материалы, в том числе реклама новых светотехнических изделий.

Журнал систематически проводит обсуждение важнейших вопросов развития светотехнической науки, практики и производства.

Благодаря тесной связи со светотехническими организациями и предприятиями, широкому авторскому активу и наличию сети групп содействия и общественных корреспондентов журнал осуществляет полную и оперативную информацию своих читателей обо всем новом в светотехнике.

Журнал «Светотехника» необходим для успешной работы каждому инженеру и технику, работающему в области проектирования и эксплуатации электрического освещения, разработки и производства светотехнических изделий.

Подписывайтесь на журнал «Светотехника»!

Журнал распространяется только по подписке Союзпечати, которая принимается без ограничений. Подписная цена на год — 4 руб. 80 коп.

Строев В. А. Математические описания электроэнергетических систем в исследованиях статической устойчивости	1
Исенов Е. М., Рубцов Ю. А., Тамадаев А. М., Лугинский Я. Н., Тимофеева К. М. Эффективность аварийного управления мощностью турбин высоконапорной ГЭС	7
Герзян А. А. Автоматизированная система решения полевых задач в электрических машинах	11
Васьковский Ю. Н., Петухов И. С. Математическое моделирование переходных процессов в электрических машинах с массивным ферромагнитным ротором	17
Ефремов И. С., Калошкина Л. С., Карасев С. И. Перспективы применения тягового асинхронного электропривода на городском транспорте	21
Иньков Ю. М. Стабильность частоты выходного напряжения автономных транспортных систем электроснабжения	26
Асанов Т. К., Фролов А. В. Особенности моделирования работы электровоза ВЛ80Р при амплитудно-фазовом регулировании	31
Хватов С. В., Титов В. Г., Степахин Ю. П. Реверсивный электропривод по схеме асинхронного вентильного каскада	35
Волков И. В., Закревский С. И. Преобразователь с распределенными параметрами для стабилизации тока в переменной нагрузке	40
<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Колонский Т. В. Перегрузка межсистемной связи	44

Амирикян Р. А., Шарабханян И. И. Коррекция матрицы узловых сопротивлений при изменениях схемы замещения электрической сети	47
Марквардт Г. Г., Григорьев Н. П., Демин М. Г. Расчет уравнивающих токов в тяговой сети	50
Данилевич Я. Б., Яковлев В. И. Граничные условия векторного потенциала магнитного поля	52
Загорский А. Е., Захарова З. А. Исследование процесса отключения нагрузки автономного синхронного генератора с учетом дуговых явлений	55
Мощинский Ю. А., Погосян А. С. Применение метода фазовой поверхности для определения момента входа в синхронизм синхронного реактивного двигателя	56
Глинка Т. Влияние тока возбуждения главных полюсов на инерцию магнитного потока добавочных полюсов в машинах постоянного тока	58
Анищенко Е. И. Получение трехфазного тока стабильной частоты 10 Гц с помощью одномашинного синхронного делителя частоты	61
Шушкевич Г. Ч. Расчет емкости двух тонких сферических оболочек	62
Межеричкий А. В. Потери энергии в пьезокерамике при электрическом возбуждении	65
Кожокару Д. И., Шмелев Г. М. Расчет экранов делителя напряжения постоянного тока на 1000 кВ	67
Леонтьев К. Л. Аппроксимация температурных зависимостей электрического сопротивления проводников	69
<b>ДИСКУССИИ</b>	71
<b>БИБЛИОГРАФИЯ</b>	73
<b>ХРОНИКА</b>	75

CONTENTS

Stroyev V. A. — Mathematical Description of Power Systems in Steady-State Stability Studies	1
Isenov E. M. — Effectiveness of Turbine Power Control for Emergency Conditions at High-Head Hydro-Electric Stations	7
Terzian A. A. — An Automated System for Solving Electrical Machine Field Problems	11
Vaskovski U. N., Petukhov I. S. — Mathematical Simulation of Transients in Electrical Machines With Solid Ferromagnetic Rotors	17
Yefremov I. S., Kaloshkina L. S., Karasev S. I. — Prospects for Application of Asynchronous Traction Drives in Urban Transport	21
Inkov U. M. — Stability of the Output Voltage Frequency in Independent Transport Systems for Power Supply	26
Asanov T. K., Frolov A. V. — Special Features in Simulation of the Performance of Type VL 80 R Electric Locomotives With Amplitude-Phase Control	31
Khvatov S. V., Titov V. G., Stepakhin U. P. — A Reversible Electric Drive Employing an Asynchronous Electronic Circuit	35
Volkov I. V., Zakrevski S. I. — A Converter With Distributed Constants for Stabilizing the Current With a Variable Load	40
<b>REPORTS</b>	
Kolonski T. V. — Overloading an Intersystem Tie	44

Markvardt G. G., Grigoriev N. P., Demin M. G. — Calculation of Balancing Currents in a Traction Circuit	50
Danilevitch J. B., Yakovlev V. I. — Boundary Conditions for the Vector Potential of a Magnetic Field	52
Zagorski A. E., Zakharova Z. A. — A Study of Load Disconnection Processes in an Independent Synchronous Generator With Account Taken of Arcing	55
Moschinski U. A., Pogosian A. S. — Application of a Phase-Plane Method for Finding the Instant a Synchronous Reactive Motor Falls Into Synchronism	56
Glinka T. — How the Main-Pole Excitation Current Influences the Inertia of the Commutating-Pole Magnetic Flux in D. C. Machines	58
Anischenko E. I. — Obtaining Three-Phase Current Having a Stable Frequency of 10 Hz By Means of a Single-Machine Synchronous Frequency Divider	61
Shushkevitch G. C. — Calculation of the Capacitance of Two Thin-Walled Spherical Sheaths	62
Mezheritski A. V. — Energy Losses in Piezoelectric Ceramics for Electrical Perturbations	65
Kozhokaru D. I., Shmelev G. M. — Design of the Screens for a 1000 kV D. C. Voltage Divider	67
Leontiev K. L. — Approximation of the Temperature Dependencies of the Electrical Resistance of Conductors	69
<b>DISCUSSION</b>	71
<b>BIBLIOGRAPHY</b>	73
<b>CHRONICLE</b>	75

- УДК 621.311.016.351.001.24  
Математические описания электроэнергетических систем в исследованиях статической устойчивости. Строев В. А. — «Электричество», 1984, № 10.  
Приведено математическое описание переходных процессов в сложной регулируемой электроэнергетической системе (ЭЭС) при малых колебаниях, построенное с учетом электромагнитных переходных процессов в статических элементах. Рассмотрены структурные особенности этого описания и выполнено преобразование к виду, допускающему простой учет в схеме замещения ЭЭС шин бесконечной мощности. Библ. 17.
- УДК 621.311.016.352.001.57  
Эффективность аварийного управления мощностью турбин высоконапорной ГЭС. Исенов Е. М., Рубцов Ю. А., Тамадаев А. М., Лугинский Я. Н., Тимофеева К. М. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрен один из возможных способов управления мощностью гидротурбины на ГЭС при больших возмущениях в энергосистеме: путем быстрого отвода части потока воды из напорного трубопровода или спиральной камеры гидротурбины. Библ. 3.
- УДК 621.313.013.001.24  
Автоматизированная система решения полевых задач в электрических машинах. Терзьяр А. А. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрены состав, структура, организация и возможности инструментария вычислительного комплекса по исследованию электромагнитных полей в рамках системы автоматизированного проектирования электрических машин автономной энергетики. Обсуждаемый вычислительный комплекс основан на использовании методов конечных разностей и конечных элементов.  
Показан подход к организации вычислительного процесса на основе иницируемого ЭВМ диалога, ориентированного на специалистов в области электрических машин, не имеющих специальной подготовки в области программирования. Библ. 12.
- УДК 621.313.018.782.3.001.57  
Математическое моделирование переходных процессов в электрических машинах с массивным ферромагнитным ротором. Васильков Ю. Н., Петухов И. С. — «Электричество», 1984, № 10.  
Предложена математическая модель переходного процесса, состоящая из уравнений цепей обмоток и уравнений электромагнитного поля в цилиндрической слоистой модели электрической машины. Для совместного решения уравнений применен метод периодизации временной характеристики совместно с методом симметричных составляющих. При этом учитывается несимметрия обмотки статора или ротора, изменения магнитной проницаемости и частоты вращения массивного ротора.  
Эффективность метода проиллюстрирована примерами расчетов для турбогенераторов и асинхронного двигателя. Библ. 14.
- УДК 621.331  
Перспективы применения тягового асинхронного электропривода на городском транспорте. Ефремов И. С., Калашкина Л. С., Карасев С. И. — «Электричество», 1984, № 10.  
Приведены технико-экономические показатели асинхронного электропривода троллейбуса. Рассмотрены структурная и функциональная схемы силовых цепей и цепей управления приводом. Библ. 2.
- УДК 621.331:621.314.26  
Стабильность частоты выходного напряжения автономных транспортных систем электроснабжения. Ильяков Ю. М. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрен теоретико-вероятностный метод определения временной стабильности выходного напряжения системы электроснабжения, состоящей из синхронного генератора с переменной частотой вращения и непосредственного преобразователя частоты. Получены законы распределения частоты выходного напряжения системы в зависимости от законов распределения частоты вращения генератора. Библ. 8.
- УДК 621.335.2.001.57  
Особенности моделирования работы электровоза ВЛ80Р при амплитудно-фазовом регулировании. Асанов Т. К., Фролов А. В. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрена методика анализа электромагнитных процессов в схеме плавного зонно-фазового регулирования напряжения электровозов переменного тока типа ВЛ80Р. Библ. 4.
- УДК 621.313.333-83  
Реверсивный электропривод по схеме асинхронного вентильного каскада. Хватов С. В., Титов В. Г., Степакин Ю. П. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрены реверсивные схемы асинхронного вентильного каскада (АВК) с неуправляемой и управляемой роторной группой вентилей. Показана принципиальная возможность реверса двигателя в схеме АВК. Дано сравнение рассматриваемых схем по важнейшим эксплуатационным характеристикам. Приведены зависимости главных показателей каскада от различных его параметров. Библ. 4.
- УДК 621.311.016.001.24  
Перегрузки межсистемной связи. Колонский Т. В. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрены зависимости взаимного угла и скольжения от времени, позволяющие анализировать переходные процессы в послеаварийном режиме при аварийных небалансах активной мощности, приводящих к статической перегрузке линий межсистемной связи. Библ. 8.
- УДК 621.311.012.8.001.24  
Коррекция матрицы узловых сопротивлений при изменениях схемы замещения электрической сети. Амирикян Р. А., Шарабханян Н. И. — «Электричество», 1984, № 10.  
С использованием топологических свойств электрической сети выведена формула, позволяющая осуществить коррекцию матрицы узловых сопротивлений при всевозможных изменениях пассивных параметров электроэнергетической системы без приведения ее параметров к одной ступени напряжения. Библ. 7.
- УДК 621.332.014.001.24  
Расчет уравнивающих токов в тяговой сети. Марквардт Г. Г., Григорьев Н. П., Демин М. Г. — «Электричество», 1984, № 10.  
Приведен пример расчета уравнивающих токов в тяговой сети переменного тока при различных схемах соединения подстанции с электрической системой и тяговой сетью. Библ. 5.
- УДК 621.3.013.001.24  
Граничные условия векторного потенциала магнитного поля. Данилевич Я. Б., Яковлев Б. И. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрены принципиальные погрешности, возникающие при формулировке задач расчета электромагнитного поля, имеющие практическое значение для проектирования крупных генераторов. Библ. 9.
- УДК 621.313.323.001.24  
Применение метода фазовой поверхности для определения момента входа в синхронизм синхронного реактивного двигателя. Мошинский Ю. А., Погосян А. С. — «Электричество», 1984, № 10.  
Рассмотрена методика определения момента входа в синхронизм синхронного реактивного двигателя на основе решения уравнения движения на фазовой поверхности. Выявлено влияние формы кривой синхронного момента на синхронизирующий момент. Библ. 6.
- УДК 621.313.2.013.1.001.24  
Влияние тока возбуждения главных полюсов на инерцию магнитного потока добавочных полюсов в машинах постоянного тока. Глинка Т. — «Электричество», 1984, № 10.  
Дан анализ влияния основного магнитного поля на уменьшение коммутирующего потока дополнительных полюсов в машинах постоянного тока при переходных режимах вследствие действия вихревых токов в массивных частях магнитопровода. Библ. 3.
- УДК 621.313.32:621.314.26  
Получение трехфазного тока стабильной частоты 10 Гц с помощью одномашинного синхронного делителя частоты. Анищенко Е. И. — «Электричество», 1984, № 10.  
Показана целесообразность получения трехфазного переменного тока стабильной частоты 10 Гц с помощью одномашинного синхронного делителя частоты, в одной магнитной системе которого при явнотолусном роторе, вращающемся с частотой 600 об/мин, объединены десятиполюсный синхронный двигатель частоты Гц и двухполюсный синхронный генератор 10 Гц. Библ. 4.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Маммиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совапов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: А. Б. Желдыбин, Б. Д. Макарушин

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80.

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 16.08.84 Подписано в печать 22.10.84 Т-21305 Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>8</sub> Печать высокая Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт. 10,5 Уч.-изд. л. 13,06  
Тираж 5626 экз. Заказ 2282

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Ордена Трудового Знамени Чеховский полиграфический комбинат БО «Союзполиграфпром»  
Государственного комитета СССР по делам издательств полиграфии и книжной торговли, г. Чехов Московской области