ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1986 6

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ММУНИЗМ — ЭТО ЕСТЬ СОВЕТСКАЯ ВЛАСТЬ
ЮС ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ВСЕЙ СТРАНЫ (Ленин)

УРНАЛ
СНОВАН
1880 г.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

6
ИЮНЬ
1986

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

ОСКВА ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

ДК 621.311.15:62—52 9.008.2

Формализация задач оптимального управления внеплановой нагрузкой энергообъединений

ВА[illegible] В. П., КОЗЛОВ В. Н., СТРОГАНОВ Р. П., ЯРМИЙЧУК В. Д., СЕГУРА Х.

Регулирование частоты и активной мощности является одной из основных задач оперативно-диспетчерского управления электроэнергетическими объединениями ЭЭО). В большинстве ЭЭО СССР она решается путем раздельного регулирования плановых и внеплановых активных нагрузок.

Распределение плановых нагрузок производится либо автоматически в системе группового регулирования активной мощности, либо вручную дежурным персоналом с помощью средств дистанционного управления в соответствии с расчетными графиками изменения мощности станций.

Управление внеплановой активной нагрузкой реализуется в централизованных одно- или многоуровневых (иерархических) системах автоматического регулирования частоты и активной мощности (САРЧМ), устанавливаемых на диспетчерских пунктах ЭЭО [1, 2]. Обычно функции современных САРМ ЭЭО расширяются за счет решения также задач автоматического ограничения перетоков активной мощности по отдельным слабым межсистемным или внутрисистемным связям. Согласование работы таких ограничителей локальных перетоков и системы регулирования частоты и активной мощности выполняется с использованием различного рода неформальных процедур и блокировок. Раздельное решение задач регулирования и ограничения, как правило, снижает эффективность системы управления внеплановыми нагрузками ЭЭО. Этот недостаток устраняется при использовании метода совместного управления ЭЭО по частоте, активной мощности и ограничению перетоков [3, 4, 5].

Метод позволяет сформулировать отдельные задачи вычисления управлений для АРЧМ и ограничения перетоков активной мощности по линиям передач в виде единой задачи квазистатического оптимального управления с ограничениями, определяемыми условиями:

а) регулирования ЭЭО по частоте и обменной мощности

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta u_i = -\lambda = -(\gamma \Delta f + \Delta S^0);$$

б) ограничения перетоков активной мощности по контролирующим ЛЭП

$$\underline{S}_j - S_j \leqslant \Delta S_j = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ji} \Delta u_i \leqslant \overline{S}_j - S_j, \; j = \overline{1, m};$$

в) ограничения на величину изменения мощности регулирующих станций (узлов)

$$\underline{P}_i - P_i \leqslant \Delta P_i = \Delta u_i - k_{\omega i} \Delta f \leqslant \overline{P}_i - P_i, \; i = \overline{1, n},$$

где Δu_i — управление на i-ю регулирующую станцию, обеспечивающее решение задачи АРЧМ и ограничения перетоков по контролируемым линиям; λ — системная ошибка; $\Delta S^0 = S^0_з - S^0$ — отклонение текущего значения обменной мощности $S^0 = \sum_{j=1}^{m_c} S_j$ от заданного значения $S^0_з$; Δf — отклонение частоты от заданного значения; γ — коэффициент пропорциональности; $\overline{S}_j$, $\underline{S}_j$, S_j — соответственно верхнее и нижнее предельные и текущее значения перетоков активной мощности по j-й линии; ΔS_j — изменение перетока по j-й линии под действием управлений; α_{ji} — коэффициенты влияния i-й станции (узла) на переток по j-й линии [6]; n, m — соответственно число регулирующих станций и контро-

© Энергоатомиздат, «Электричество», 1986

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

лируемых линий в ЭЭО; m_0 — число внешних межсистемных линий, связывающих данное ЭЭО с другими; $k_{\omega i}$ — коэффициент усиления первичного регулятора i-й станции (узла); $\overline{P}_i$, $\underline{P}_i$, P_i — соответственно верхнее, нижнее и текущее значения мощности i-й станции (узла).

Ограничения $а$ — $в$ являются основными, но не единственно возможными. Они, например, могут быть расширены или модифицированы в случае необходимости учета условий эксплуатации, структуры или специфических режимов конкретных ЭЭО.

Наряду с ограничениями одним из основных вопросов при решении оптимизационных задач является определение и формализация целей управления. Как известно, процесс получения целевой функции не формализуем и должен основываться на априорных сведениях о характере и особенностях решаемых задач. Ниже рассматриваются различные способы формализации задач управления внеплановыми изменениями нагрузки ЭЭО. При этом оптимальные управления определяются в классе решения задач нелинейного программирования, сводящихся к задачам линейного программирования. Целесообразность линеаризации обусловлена конечной сходимостью методов линейного программирования, что весьма существенно для управления в реальном времени, а также тем, что вследствие выпуклости кривых, отображающих ограничения, и линейности целевой функции найденный экстремум будет единственным.

В зависимости от целей управления формулируемые ниже задачи управления внеплановыми нагрузками можно разделить на группы, в которых синтез управления выполняется по следующим группам критериев: минимума отклонений от исходных значений; минимума отклонений управлений от заданных соотношений; комбинированного типа.

Управление по критерию минимума отклонений от исходных значений.

1. Минимизация отклонений мощности регулирующих станций от исходных значений.

Задача управления внеплановыми нагрузками при этом формулируется следующим образом: найти управления Δu_i, минимизирующие целевую функцию

$$J=\sum_{i=1}^{n} c_i\,|\Delta u_i|, \tag{1}$$

где c_i — весовые коэффициенты при ограничениях $а$—$в$.

Используя метод разности переменных [7], задачу нелинейного программирования (1) с ограничениями $а$—$в$ можно свести к задаче линейного программирования вида

$$J=\sum_{i=1}^{n} c_i\left(u_i'+u_i''\right) \longrightarrow \min \tag{2}$$

при ограничениях:

$$\Delta u_i=\sum_{i=1}^{n}\left(u_i'-u_i''\right)=-\left(\gamma\Delta f+\Delta S^0\right)=-\lambda; \tag{3}$$

$$\underline{S}_j-S_j\leqslant\Delta S_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}\left(u_i'-u_i''\right)\leqslant\overline{S}_j-S_j,\ j=\overline{1,\ m}; \tag{4}$$

$$\underline{P}_i-P_i\leqslant\Delta P_i=u_i'-u_i''-k_{\omega i}\Delta f\leqslant\overline{P}_i-P_i,\ \ i=\overline{1,\ n}; \tag{5}$$

$$u_i'\geqslant 0,\ u_i''\geqslant 0, \tag{6}$$

Эта задача решается известными методами [8], а управление на регулирующие станции определяется в виде

$$\Delta u_i=u_i'-u_i''.$$

Вычисленные управления обеспечивают в статике регулирование частоты и обменной мощности [условие (3)], ограничение перетоков по перегруженным линиям и отсутствие перегрузки в результате действия управлений для ранее неперегруженных линий [условие (4)], учет текущего значения регулировочных диапазонов станций [условие (5)]. При этом, согласно критерию (1), управление внеплановыми нагрузками будет выполняться при минимальных изменениях управляющих воздействий. Очевидно, что применение критерия (1) обеспечивает также и минимальное изменение суммарного регулировочного диапазона ЭЭО.

2. Минимизация отклонений перетоков активной мощности линий от исходных значений.

Пусть заданы по каждой из контролируемых линий исходные значения перетока активной мощности $S_{иj}$. Требуется найти управления Δu_j, минимизирующие функцию вида

$$J=\sum_{j=1}^{m} c_j\left|S_j-S_{иj}+\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}\Delta u_i\right|=\sum_{j=1}^{m} c_j\left|\Delta S_{иj}+\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}\Delta u_i\right| \tag{7}$$

при ограничениях $а$—$в$.

В критерии (7) коэффициенты c_j учитывают относительные отклонения перетоков по линиям, что позволяет формировать управления в функции относительных отклонений перетоков по линиям с различными абсолютными значениями пропускных способностей. Как и в (1), коэффициенты c_j обеспечивают «взвешивание» слагаемых целевой функции.

Для перехода к задаче линейного программирования воспользуемся известным методом ограничивающих неравенств [7]. Введем обозначения

$$\left|\Delta S_{иj}-\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}\Delta u_i\right|\leqslant y_j.$$

В этом случае задачу (7) с ограничениями $а$—$в$ можно сформулировать следующим образом: найти управления Δu_i, минимизирующие целевую функцию

$$J=\sum_{j=1}^{m} c_j y_j \tag{8}$$

при ограничениях $а$—$в$ и дополнительных ограничениях вида

$$-y_j\leqslant S_{иj}-\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}\Delta u_i\leqslant y_j,\ j=\overline{1,\ m}. \tag{9}$$

Минимизация критерия (7) позволяет при ликвидации возмущений сохранять максимальные запасы пропускных способностей линий. В случае транзита мощности это свойство может иметь определяющее значение. Кроме того, применение данного критерия позволяет

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

локализовать место возмущения в ЭЭО за счет минимизации обмена возмущенного узла с соседними.

Управление по критерию минимума отклонений переменных от заданных соотношений.

1. Минимизация отклонений распределения внеплановых нагрузок узлов от заданных соотношений.

Пусть по условиям режима работы ЭЭО желаемое распределение внеплановой нагрузки между регулирующими станциями задано в виде следующих соотношений:

$$\Delta P_{10}=\beta_1\Delta P;\ \Delta P_{20}=\beta_2\Delta P;\ \ldots;\ \Delta P_{n0}=\beta_n\Delta P. \quad (10)$$

При этом $\Delta P=\sum_{i=1}^{n}\Delta P_{i0}$ и, следовательно,

$$\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n=1. \quad (11)$$

Так как $\Delta P=-\lambda$, то соотношения (10) можно переписать в виде

$$\Delta P_{10}=-\beta_1\lambda;\ \Delta P_{20}=-\beta_2\lambda;\ \ldots;\ \Delta P_{n0}=-\beta_n\lambda,$$

где $\lambda=(\gamma\Delta f+\Delta S^0)$ — системная ошибка.

Вследствие ограничений *а — в* желаемые соотношения распределения нагрузки на регулирование станции (10) могут не выполняться. В этом случае реальные Δu_i будут отличаться от желаемых на некоторую величину x_i, т. е.

$$\Delta u_i=-(\Delta P_{i0}+x_i). \quad (12)$$

Заметим, что в этом случае

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta u_i=-\left(\sum_{i=1}^{n}\Delta P_{i0}+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=-\left(\lambda\sum_{i=1}^{n}\beta_i+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=-\lambda.$$

Но так как $\sum_{i=1}^{n}\beta_i=1$, то

$$\sum_{i=1}^{n}x_i=0. \quad (13)$$

С учетом (11) и (12) задачу синтеза управлений Δu_i, минимизирующих отклонения распределения внеплановой нагрузки от заданных соотношений (10), можно записать следующим образом: найти управления, минимизирующие целевую функцию вида

$$J=\sum_{i=1}^{n}c_i|x_i| \quad (14)$$

при ограничениях

$$\left.\begin{aligned}&\underline{S}_j-S_j\leqslant\Delta S_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}(-\beta_i\lambda+x_i)\leqslant\bar{S}_j-S_j,\ j=\overline{1,\ m};\\&\sum_{i=1}^{n}x_i=0;\\&\underline{P}_i-P_i\leqslant\Delta P_i=-(\beta_i\lambda+x_i)-k_{\omega i}\Delta f\leqslant\bar{P}_i-P_i,\ i=\overline{1,\ n}.\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Используя метод разности переменных, эту задачу можно свести к задаче линейного программирования вида

$$J=\sum_{i=1}^{n}c_i(x_i'+x_i'') \quad (16)$$

при ограничениях

$$\left.\begin{aligned}&\underline{S}_j-S_j\leqslant\Delta S_j=\sum_{i=1}^{n}\alpha_{ji}(-\beta_i\lambda-(x_i'-x_i''))\leqslant\bar{S}_j-S_j,\\&\qquad j=\overline{1,\ m};\\&\sum_{i=1}^{n}(x_i'-x_i'')=0;\\&\underline{P}_i-P_i\leqslant\Delta P_i=-\beta_i\lambda+(x_i'-x_i'')-k_{\omega i}\Delta f\leqslant\bar{P}_i-P_i,\\&\qquad i=\overline{1,\ n}.\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Применение критерия (14) целесообразно при распределении внеплановой нагрузки между регулирующими станциями в определенных соотношениях, устанавливаемых предварительно исходя из имеющегося состава оборудования, структуры сети, технологических режимов работы ЭЭО и других условий.

2. Минимизация отклонений распределения внеплановых нагрузок от значений, определяемых по экономическим характеристикам.

Условие экономически оптимального распределения нагрузки без учета потерь в сетях, как известно, задается в виде

$$b_1=b_2=\ldots=b_n=b_0=b, \quad (18)$$

где b_i и b_0 — коэффициенты, определяющие относительные приросты расхода соответственно по отдельным узлам и всему ЭЭО. Так как ограничения *а — в* могут исказить это условие, то целесообразно синтезировать управления, минимизирующие эти искажения. Если обозначить

$$\beta_i^э=\Delta P_i^э/\Delta P=\Delta P_i^э/\lambda,$$

[где $\Delta P_i^э$ — значение мощности i-го узла, определенное по экономическим характеристикам из условия (18)] и предварительно определить $\beta_i^э$, то управления $\Delta u_i=\Delta P_i^э+x_i$, обеспечивающие наименьшие отклонения распределения мощностей от экономически оптимальных, можно найти путем минимизации целевой функции вида (14) при ограничениях (15), в которых β_i заменены на $\beta_i^э$. Переход к задаче линейного программирования можно выполнить с использованием описанной ранее методики линеаризации. Здесь критерий (14) целесообразно применять в тех же условиях, что и в предыдущем случае, но при использовании распределений внеплановой нагрузки на регулирующие станции в соотношениях, определяемых с учетом их экономических характеристик.

3. Минимизация из условий согласованного привлечения регулирующих станций каскада ГЭС.

Пусть, как и в задаче (14—15), заданы соотношения распределения внеплановой нагрузки между ГЭС каскада β_i. Из условий водного режима они должны выполняться достаточно строго. Предположим, что можно пренебречь запаздыванием, вносимым конечной скоро-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

стью распространения водного потока. При наличии ограничений *а — в* управления на тепловые и гидравлические станции ТЭС и ГЭС, не работающие в каскаде, должны обеспечивать выполнение этих ограничений и заданных соотношений между изменениями мощностей каскадных ГЭС.

Как и в задачах (14—15), будем искать управления в виде

$$\Delta u_i = \begin{cases} -\beta_i\lambda \text{ для ГЭС каскада;} \\ -\beta_i\lambda + x_i \text{ для остальных регулирующих станций ЭЭО,} \end{cases}$$

обеспечивающие минимизацию критерия

$$J = \sum_{i=1}^{t} c_i |x_i|, \; t < n \qquad (19)$$

при ограничениях

$$\left.\begin{aligned} &\underline{S}_j - S_j \leqslant \Delta S_j = \sum_{i=1}^{t} \alpha_{ji}(-\beta_i\lambda + x_i) + \sum_{i=t+1}^{n} \alpha_{ji}(-\beta_i\lambda) \\ &\leqslant \bar{S}_j - S_j, \; j = \overline{1, m}; \\ &\sum_{i=1}^{t} x_i = 0; \\ &\underline{P}_i - P_i \leqslant \Delta P_i = u_i - k_{\omega i}\Delta f = -\beta_i\lambda + x_i - k_{\omega i}\Delta f \leqslant \\ &\leqslant \bar{P}_i - P_i, \; i = \overline{1, t}; \\ &\underline{P}_i - P_i \leqslant \Delta P_i = -\beta_i\lambda - k_{\omega i}\Delta f \leqslant \bar{P}_i - P_i, \; i = \overline{t+1, n}. \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Управления, определяемые решением задачи (19—20), применяются в тех случаях, когда регулирующие станции каскада ГЭС по условиям водного режима могут участвовать в регулировании внеплановых нагрузок совместно и в определенных заданных соотношениях.

4. Минимизация отклонений от распределения внеплановой нагрузки пропорциональна регулировочным диапазонам станций.

Пусть $\Delta P_i^+ = \bar{P}_i - P_i$ и $\Delta P_i^- = P_i - \underline{P}_i$ — регулировочный диапазон i-й станции соответственно в сторону увеличения и уменьшения мощности, а $\sum_{i=1}^{n} \Delta P_i^+$ и $\sum_{i=1}^{n} \Delta P_i^-$ определяют суммарные регулировочные диапазоны ЭЭО соответственно в сторону увеличения и уменьшения мощности. Введем коэффициенты пропорциональности β_i^+ и β_i^-, характеризующие относительный запас регулировочного диапазона i-го узла (станции) соответственно в сторону увеличения и уменьшения мощности:

$$\beta_i^+ = \Delta P_i^+ \Big/ \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i^+; \quad \beta_i^- = \Delta P_i^- \Big/ \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i^-, \qquad (21)$$

причем

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_i^+ = 1; \quad \sum_{i=1}^{n} \beta_i^- = 1.$$

Изменение нагрузки на величину $\Delta P = \lambda$ будем распределять между регулирующими станциями следующим образом:

$$\Delta P_{i0}^+ = \beta_i^+ \Delta P^+ = \beta_i^+ \lambda^+, \quad \Delta P_{i0}^- = \beta_i^- \Delta P_i^- = \beta_i^- \lambda^-.$$

Здесь знаки «+» или «—» для ΔP и λ означают увеличение или уменьшение нагрузки. В условиях, определяющих ограничения *а — в*, заданное распределение может нарушаться. Поэтому реальные управления, как и в задаче (14—15), будут в общем случае отличаться от желаемых (пропорциональных регулировочным диапазонам) на величину x_i, т. е. $\Delta u_i^+ = -(\Delta P_{i0}^+ + x_i)$, $\Delta u_i^- = -(\Delta P_{i0}^- + x_i)$. Задача минимизации отклонений от желаемого распределения в этом случае может быть сформулирована следующим образом: найти управления, обеспечивающие минимум целевой функции вида (14) при ограничениях

$$\left.\begin{aligned} &S_j - S_j \leqslant \Delta S_j = \sum_{i=1}^{n} \left(-\beta_i^{+(-)}\lambda - x_i\right)\alpha_{ji} \leqslant \bar{S}_j - S_j, \\ &\qquad\qquad j = \overline{1, m}; \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i = 0; \\ &\underline{P}_i - P_i \leqslant \Delta P_i = -x_i - \beta_i^{+(-)}\lambda^{+(-)} - k_{\omega i}\Delta f \leqslant \\ &\leqslant \bar{P}_i - P_i, \; i = \overline{1, n}. \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

Применение критерия вида (14) следует рекомендовать для тех ЭЭО, в которых при распределении внеплановой нагрузки желательно сохранять равными относительные регулировочные диапазоны у всех регулирующих станций.

Кроме рассмотренных выше, возможны и другие формулировки задач квазистатического оптимального управления внеплановыми нагрузками ЭЭО. В частности, возможно использование комбинаций критериев оптимальности (группа комбинированных критериев). Выбор того или иного критерия, так же как и системы ограничений, определяется конкретными технологическими условиями работы ЭЭО и может изменяться диспетчером или автоматически в зависимости от текущего режима работы ЭЭО и особенностей его структуры.

Информационное обеспечение при решении задач оптимального управления внеплановыми нагрузками пол-

Таблица 1

№№ линий	$\Delta\bar{S}_j$, МВт	$\Delta\underline{S}_j$, МВт	№№ узлов	$\Delta\bar{P}_i$, МВт	$\Delta\underline{P}_i$, МВт
1	135	—1401	2	200	—1000
2	127	—337	6	400	—800
3	179	—1315	7	500	—1500
4	565	—1141	9	200	—1800
5	1621	—2175	16	500	—500
6	352	—852	17	200	—500
7	771	—1229			
8	1393	—2607	3	0	0
9	717	—1283	11	0	0
22	50	—50			
23	150	—150			
24	25	—25			
25	50	—50			
26	50	—50			
27	20	—20			

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 2

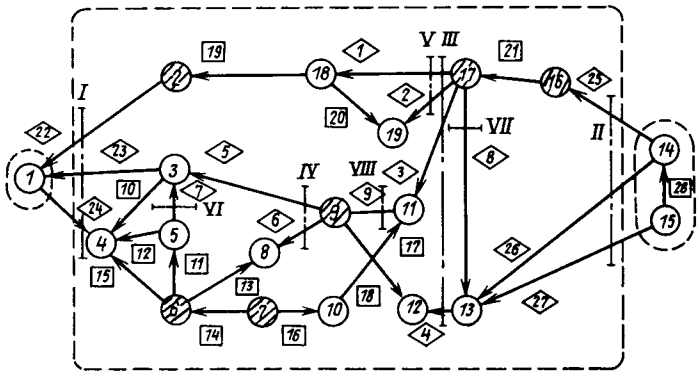
№№ линий (j)	Вариант 1		Вариант 2	
	Возмущение $\Delta P_{н3}=300$ МВт, $\Delta f=0{,}008$ Гц, $\Delta S^0=285$ МВт	Управление $\Delta u_8=86$ МВт, $\Delta f=0$, $\Delta S^0=0$, $\Delta u_{16}=214$ МВт	Возмущение $\Delta P_{н17}=-350$ МВт, $\Delta P_{н11}=350$ МВт, $\Delta f=0$, $\Delta S^0=0$	Управление $\Delta u_7=40$ МВт, $\Delta u_{17}=40$ МВт, $\Delta f=0$, $\Delta S^0=0$
	ΔS_j, МВт	ΔS_i, МВт	ΔS_j, МВт	ΔS_j, МВт
1	—3,4	34,4	31,5	26,4
2	—0,6	5,2	4,7	4,0
3	38,6	88,1	198,2	179
4	50	86	115,5	100,7
5	77,8	204,2	—6,5	—19,6
6	1,0	7,7	2,6	—0,5
7	25,6	36,6	—15,6	—4,5
8	—6,5	39,5		79,4
9	—25,4	—39,7	119,4	120,8
22	—2,1	39,5	36,3	30,4
23	—167,1	—37,1	—26,8	—23,8
24	34,4	1,7	9,5	6,5
25	25,3	—46,3	—24,4	—21,1
26	26,4	26,3	13,8	12,1
27	29,8	20	10,5	9,2

ностью базируется на данных, получаемых с выхода соответствующих подсистем оперативного информационного комплекса (ОИК), устанавливаемого на диспетчерских пунктах ЭЭО.

Программы работы САРЧМ могут быть реализованы либо с использованием отдельного управляющего вычислительного комплекса, связанного каналами передачи данных с ОИК, либо в форме одной из подсистем ОИК.

Работоспособность рассмотренных формализаций задач оптимального управления внеплановыми нагрузками ЭЭО была проверена методом моделирования на ЭВМ. Ниже приведены результаты этих исследований для ЭЭО Средней Волги (рис. 1) при синтезе управлений, минимизирующих отклонения мощностей регулирующих станций от исходных значений [задача (2—6)]. Предельные значения изменений перетоков активной мощности для контролируемых линий ($\Delta\bar{S}_j$ и $\Delta\underline{S}_j$) и мощностей регулирующих станций приведены в табл. 1. Для двух вариантов возмущений получены значения переменных до и после действия управлений.

Вариант 1. Возмущение $\Delta P_н = 300$ МВт в узле № 3 приводит к перегрузке линий с номерами 23, 24 и 27 (в табл. 2 соответствующие переменные заключены в рамки). При этом наблюдается отклонение частоты $\Delta f = -0{,}008$ Гц и изменение перетоков обменной мощности $\Delta S^0 = -285{,}1$ МВт. После действия управлений, полученных в результате решения задачи (2—6), полностью ликвидируется перегрузка линий и отклонения частоты и обменной мощности (табл. 2).



Заштрихованные узлы (станции) — регулируемые; незаштрихованные узлы — нерегулируемые; стрелками указаны положительные направления перетоков активной мощности по ЛЭП; ромбы — контролируемые ЛЭП; прямоугольники — неконтролируемые ЛЭП; римскими цифрами I÷VIII обозначены контролируемые сечения линий

Вариант 2. Возмущения приложены в узлах № 17 и 22. Значения их выбраны так, чтобы не нарушался баланс мощности в ЭЭО, а одна из внутренних линий (№ 3) перегружалась (см. табл. 1 и 2). В результате действия управлений перегрузка полностью ликвидируется (табл. 2).

Вывод. Формализация задач управления внеплановыми нагрузками в энергообъединениях в виде задач математического программирования позволяет синтезировать управления, обеспечивающие выполнение широкого круга требований, как характерных для традиционных (неоптимальных) систем АРЧМ, так и учитывающих специфику структуры и режимов работы конкретных энергообъединений. Учет этих требований производится в форме задания или модификации системы ограничений и выбора соответствующей целевой функции. Изменение системы ограничений и целевых функций может быть выполнено средствами оперативно-диспетчерского управления энергообъединений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Автоматизация** управления энергообъединениями/ Под ред. С. А. Совалова. — М.: Энергия, 1979.

2. **Совалов С. С.** Режимы Единой энергосистемы. — М.: Энергоатомиздат, 1983.

3. **Использование** адаптивного управления в АСУ крупными энергообъединениями/ В. Г. Давыдов, В. Н. Козлов, В. Е. Куприянов и др. — Тр. ЛПИ, 1974, № 337.

4. **Васильев В. П., Козлов В. Н., Ярмийчук В. Д.** Синтез и исследование оптимальной САУ на базе ЭВМ. — Тр. ЛПИ, 1980, № 372.

5. **Буххольц Р., Козлов В. Н., Строганов Р. П.** Моделирование оптимальной системы ограничения перетоков активной мощности на цифроаналоговом комплексе. — Тр./ ЛПИ, 1976, № 355.

6. **Васильев В. П., Козлов В. Н., Строганов Р. П.** Электромеханические процессы при управлении частотой и мощностью энергосистем в установившихся режимах. — Изв. вузов. Электромеханика, 1980, № 12.

7. **Табак Д., Куо Б.** Оптимальное управление и математическое программирование. — М.: Наука, 1975.

8. **Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И.** Линейное и выпуклое программирование. — М.: Наука, 1967.

[31.01.84]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.311.012.8.001.57

Распознавание групп синфазных генераторов электроэнергетической системы

ГУСЕЙНОВ Ф. Г., АБДУЛЛАЕВ Н. Ш., ЭФЕНДИЕВ С. Э.

АзНИИЭ

Современные электроэнергетические системы (ЭЭС) являются большими системами кибернетического типа, имеют сложную структуру, непрерывный режим работы и должны удовлетворять высоким требованиям экономичности и надежности. Выполнение этих требований на всех уровнях развития и функционирования ЭЭС требует проведения многочисленных расчетов проектного, эксплуатационного и исследовательского характера с широким использованием математических моделей и ЭВМ. Исходные модели сложны и неудобны для частого применения. Поэтому предварительное их эквивалентное упрощение является важным и неотъемлемым этапом подготовки математической модели для решения задач управления. Значение и актуальность этой проблемы возрастают по мере роста объема решаемых задач. Поэтому в структуре комплексных программ расчета и управления режимами, создаваемых в настоящее время для вычислительных машин III поколения, предусматривается блок эквивалентирования.

Следует отметить, что возможности эквивалентного упрощения математических моделей заложены в физических основах как структуры больших технических систем, так и происходящих в них процессов (агрегирование, декомпозиция в пространстве и во времени, пренебрежение несущественными составляющими переходных процессов). Однако они должны быть использованы целенаправленно для каждого класса задач (статика, динамика, линейные и нелинейные), для каждого типового случая возмущения на основе соответствующих критериев эквивалентности исходной сложной и искомой упрощенной моделей с допустимой на практике погрешностью.

Важное место в проблеме эквивалентирования занимает метод установления и использования синфазности колебания углов δ синхронных генераторов (СГ) сложной ЭЭС. Синфазными считаются колебания углов δ роторов с совпадающими или почти совпадающими фазами и амплитудами на рассматриваемом участке времени. Разность синфазно колеблющихся углов δ остается малой и приблизительно постоянной. Точная синфазность колебания углов соблюдается для СГ, имеющих симметрию или пропорциональность структурных и режимных параметров. Объединение таких машин позволит существенно упростить расчетную схему ЭЭС.

Анализ режимов сложных ЭЭС показывает, что такое объединение часто можно производить и при отсутствии явновыраженной симметрии параметров машин. Например, в [1] дана стройная методика установления синфазности в таких случаях для линейных колебаний на основе анализа коэффициентов распределения амплитуд.

Значительные трудности представляет установление синфазности в режимах больших колебаний, когда поведение всей системы, в том числе и характер изменения углов роторов СГ $\delta_i(t)$, зависит не только от начальных условий, но и от величины возмущения и точки его приложения. Поэтому оценка синфазности колебания углов некоторых генераторов ЭЭС по показателям системы значительно затруднена.

Наиболее наглядным было бы решение полных уравнений при больших колебаниях системы, получение всех зависимостей $\delta_i(t)$ и анализ их на синфазность с дальнейшим объединением СГ [2]. Однако этот метод трудоемок и неудобен для инженерной практики. Поэтому многие исследователи разрабатывали более эффективные методы на основе качественного анализа статических и динамических показателей нелинейных колебаний системы и рекомендаций для упрощения схемы ЭЭС без решения полных уравнений системы.

На характер протекания электромеханического процесса в режимах больших нелинейных колебаний оказывают влияние целый ряд структурных и режимных параметров:

взаимные проводимости Y_{ij} между СГ и точкой «K» приложения возмущения;

механические постоянные времени T_J СГ;

синхронизирующие мощности $S_{iк}$ СГ относительно точки «К»;

удельные асинхронные мощности D_{ij} для пары сравниваемых СГ;

значения возмущений, полученных СГ из точки «К».

Поэтому ясно, что показателями оценки синфазности колебания СГ должны быть либо эти параметры, либо зависящие от них. К числу таких показателей можно отнести:

взаимные проводимости Y_{ij} системы;

начальные ускорения $\Delta P_i/T_{Ji}$ движения СГ;

парциальные частоты колебаний $\omega_{пi}$ относительно точки «К»;

коэффициенты распределения амплитуд колебания СГ m_{ij};

значения площадей ускорения $Q_у$ и торможения $Q_т$ пары сравниваемых СГ;

значение функции Ляпунова V_{ij} для пары сравниваемых СГ и др.

Очевидно, что наиболее точно синфазность колебания СГ была бы определена при использовании всех вышеперечисленных показателей. Однако такой путь не может считаться практически целесообразным, так как он связан с определенными трудностями как расчетного, так и исследовательского характера (не существует строгой методики для совместного учета всех показателей). Кроме того, нельзя считать все показатели однозначно информативными с точки зрения синфазности. Поэтому выделение наиболее информативных и одновременно достаточно простых и доступных показателей синфазности весьма важно при электромеханическом эквивалентировании сложных ЭЭС.

Рассмотрим некоторые методы применения этих показателей.

В [3] дана методика объединения СГ на основе сравнения относительных ускорений роторов, и в одну группу включаются генераторы, имеющие примерно одинаковые начальные ускорения (отличие начальных ускорений не более чем в 5 раз).

В [4] приведена методика выделения синфазных групп, основанная на анализе структуры исходной ЭЭС и величин начальных ускорений. В синфазные группы выделяются СГ, имеющие близкие начальные ускорения и численные значения соответствующих элемен-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

тов матрицы собственных и взаимных проводимостей.

В [5] предлагается критерий синфазности колебаний в виде отношения площади ускорения к площади торможения возмущенного движения попарно рассматриваемых СГ.

В работах [6, 7] определение синфазных СГ производится на основе сравнения функции Ляпунова. При этом эмпирически устанавливается пороговое значение функции Ляпунова, определяющее возможность включения СГ в одну синфазную группу.

Более обстоятельному исследованию подвергался показатель синфазности на основе начального ускорения СГ в [7], где показано, что влияние T_J генераторов на синфазность их движения гораздо слабее, чем влияние их взаимных проводимостей относительно точки «К», определяющее начальное распределение возмущения между СГ. Установлено, что даже когда значения T_J генераторов отличаются в 4 раза, близкие по проводимости СГ втягиваются в синфазное движение за небольшой отрезок времени. Это свойство СГ проявляется сильнее с течением времени от начала возмущения благодаря влиянию обменных синхронных и асинхронных мощностей. Следовательно, заключение о синфазности движения СГ на основе анализа данных в момент $t = 0$ будет верным, даже с определенным запасом.

Исходя из изложенного, можно сделать вывод, что основным показателем синфазности колебаний СГ можно принять начальные значения синхронизирующих мощностей или взаимных проводимостей генераторов системы Y_{ij}. Количество таких проводимостей для многомашинной ЭЭС велико, так как на синфазность колебания i-го и j-го СГ влияют не только взаимные проводимости Y_{ik}, Y_{jk} относительно точки приложения возмущения, но и все остальные взаимные проводимости.

При внутреннем возмущении на одном из СГ изменение угла в переходном режиме приводит к изменению углов всех остальных СГ. Изменяются электромагнитные моменты, появляются обменные мощности, значения которых определяются главным образом взаимными проводимостями. Если учесть прямую зависимость ускорений, обменных мощностей и взаимных проводимостей, а также несущественный диапазон изменения таких показателей, как постоянные инерции, э. д. с. СГ и их фазы (величины одного порядка для пары СГ, проверяемых на синфазность), то становится ясно, что путем ранжирования взаимных проводимостей можно выделить среди множества СГ претендентов на включение в группы синфазно колеблющихся СГ.

При внешнем возмущении на каждый СГ приходится доля, определяемая также степенью электрической связи СГ с точкой приложения возмущения. В результате полученного возмущения начинается колебательное движение роторов СГ, состоящее из общего движения относительно точки приложения возмущения и $(N - 1)$-движения относительно других СГ, где N — общее число СГ. Если взаимные проводимости СГ с точкой приложения возмущения определяют главным образом общее движение системы относительно точки приложения возмущения, то взаимные проводимости между СГ — относительное движение. Поэтому эквивалентирование, сводящееся к сокращению $(N - 1)$-числа относительных движений, может быть построено на анализе взаимных проводимостей между СГ, которые использованы нами в качестве основных показателей для установления синфазности колебания СГ.

Однако следует отметить, что по массиву взаимных проводимостей непосредственное определение синфазности невозможно. В этом массиве информация о степени связанности СГ содержится в скрытом виде, и отдельно взятое значение взаимных проводимостей не позволяет учесть влияние других генераторов на выбранную пару СГ, проверяемую на синфазность.

Процесс выделения групп синфазно колеблющихся СГ может быть осуществлен на основе методов теории распознавания образов и критериев «близости» с помощью определенного решающего правила.

Как известно [8], основой решения задачи распознавания является обнаружение и использование некоторых закономерностей в массиве исходных данных, записанных в виде матрицы размерностью $N \times n$ (N объектов, характеризующихся n признаками), в которой каждый элемент X_{ij} представляет собой величину j признака для i-го объекта:

$$\left\| \begin{matrix} X_{11} & X_{12} & \ldots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \ldots & X_{2n} \\ X_{N1} & X_{N2} & \ldots & X_{Nn} \end{matrix} \right\|.$$

Каждая строка этой матрицы представляет собой характеристику определенного объекта, а каждый столбец — набор значений определенного признака в исследуемой совокупности. При геометрической интерпретации каждый признак представляется в виде координатной оси n-мерного пространства признаков, а объект X — точкой n-мерного пространства признаков.

При решении задачи распознавания групп синфазно колеблющихся СГ используется гипотеза «компактности», которая может быть сформулирована следующим образом: среди множества объектов (СГ ЭЭС) найдутся группы «похожих» объектов (синфазных СГ), расположенные в пространстве признаков (взаимных проводимостей) геометрически близко друг к другу (компактно) и максимально удаленные от объектов из других групп. Сущность этой задачи заключается в сокращении числа векторов-строк матрицы исходных данных путем объединения объектов компактной группы. Таким образом, из первоначального множества векторов-строк N формируется подмножество S, достаточно хорошо представляющее всю первоначальную совокупность. Указанная выше процедура далее реализуется в виде решающего правила, производящего группировку объектов (СГ) по степени их связности.

В качестве меры сходства (т. е. той характеристики, на основании которой группируются сильно связанные объекты) используем коэффициенты корреляции r_{ij}, рассчитанные на основе выбранных признаков — матрицы $N \times N$ взаимных проводимостей между СГ эквивалентируемой ЭЭС, полученной в результате исключения пассивных узлов и приведения схемы замещения к многоугольнику:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{p=1}^{n} (Y_{pi} - \bar{Y}_i)(Y_{pi} - \bar{Y}_j)}{\sqrt{\sum_{p=1}^{n} (Y_{pi} - \bar{Y}_i)^2 \sum_{p=1}^{n} (Y_{pi} - \bar{Y}_j)^2}},$$

$$i,\ j = 1 \div n;\ i \neq j,$$

где Y_{pi}, Y_{pj} — значения признака «p» (модуль взаимных проводимостей) соответственно в объекте i и j; $\bar{Y}_i$, $\bar{Y}_j$ — средние от всех значений признака «p» соответственно в объекте i и j; $n = N$ — общее число признаков.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

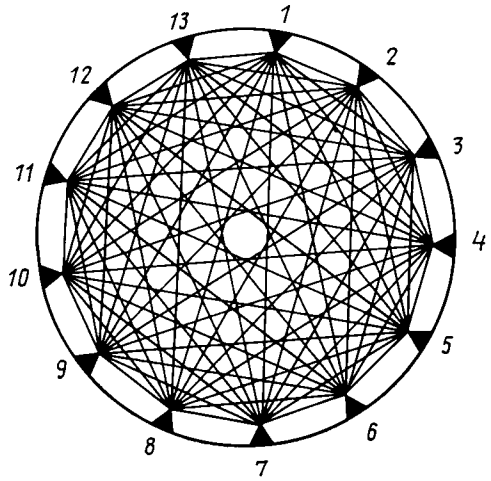


Рис. 1. Группы синфазных СГ при $r \geqslant 0$

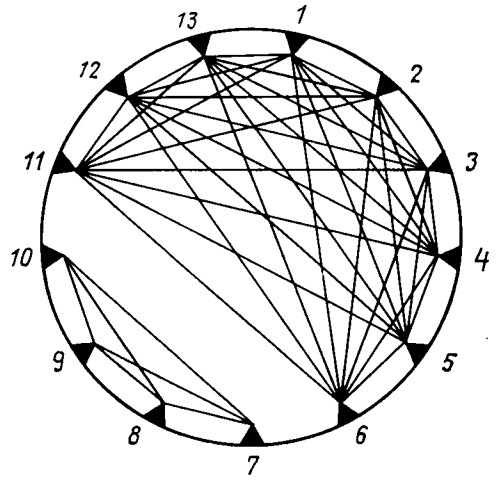


Рис. 2. Группы синфазных СГ при $r \geqslant 0{,}6$

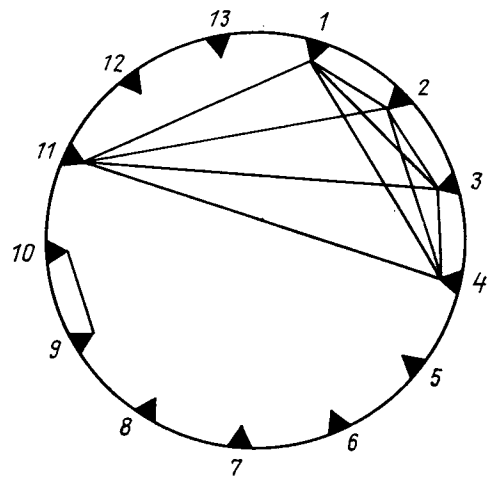


Рис. 3. Группы синфазных СГ при $r \geqslant 0{,}85$

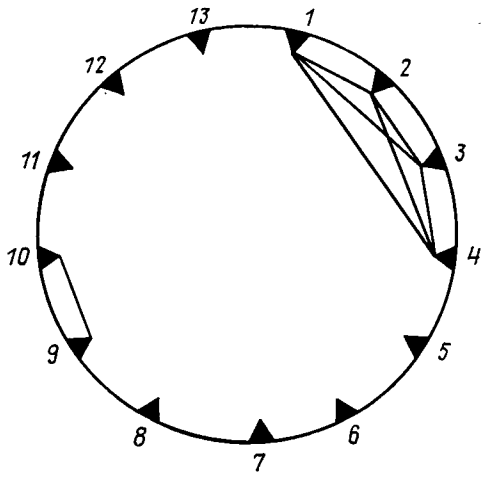


Рис. 4. Группы синфазных СГ при $r \geqslant 0{,}95$

Таким образом, от матрицы проводимостей Y_{ij} переходим к матрице r_{ij}. Очевидно, что элемент матрицы r_{ij}, стоящий на пересечении i-й строки и j-го столбца, является числом, характеризующим связь или влияние i-го СГ на j-й. Если в этой матрице $r_{im} > r_{it}$, то это означает, что генератор i «более похож», «более близок», «более связан» с генератором m, чем с t.

Далее элементы матрицы связи группируются для выделения синфазно колеблющихся СГ методом диагонализации или более простым методом подвижного уровня (по близости значений r_{ij}). Так производится разбиение множества генераторов на группы, в каждой из которых генераторы связаны «сильно», а генераторы из разных групп связаны «слабо».

Дадим следующую геометрическую интерпретацию процедуре выделения СГ в синфазные группы, основанной на использовании метода подвижного уровня. Пусть множество СГ, подлежащих распознаванию на синфазность, есть точки на окружности. И пусть хорды, соединяющие различные точки этой окружности, суть коэффициенты корреляции r, указывающие степень связности СГ. Исходное множество СГ (рис. 1) может быть представлено в виде подмножеств (рис. 2—4) в зависимости от найденных пороговых значений коэффициентов корреляций r-хорд. Очевидно, что на нулевом уровне всегда будут связаны между собой все исследуемые генераторы (рис. 1). По мере повышения уровня корреляции (например, шагом $r = 0{,}1$) все большее число связей будет выпадать, и из изучаемой совокупности генераторов будут вырисовываться группы синфазных СГ (рис. 2—4). Вопрос о том, на каком уровне следует останавливаться, решается в зависимости от особенностей задачи эквивалентирования. Процесс получения групп синфазных СГ запрограммирован. Так определяются внутренняя структура каждой синфазной группы и причины ее возникновения.

Так как коэффициенты корреляции r характеризуют меру сходства между СГ и увеличению значения r соответствует увеличение степени связанности (близости) генераторов, то можно сделать вывод, что полученные на различных уровнях r группы синфазных СГ будут отличаться друг от друга по степени синфазности колебания генераторов. Это последнее представляет собой не что иное, как погрешность ε эквивалентирования ЭЭС на основе синфазности колебания СГ.

На основе такого суждения установлено, что для выбора нужного уровня коэффициента корреляции (порогового значения) необходимо связать его с соответствующей погрешностью ε эквивалентирования ЭЭС. Задавая различные погрешности эквивалентирования, мы фактически задаем некоторую степень связанности (пороговое значение) коэффициента корреляции между СГ.

Если взаимная связь всех СГ больше, чем заданная степень связанности (близости), то они образуют одну синфазную группу.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Распознавание образов (метод подвижного уровня)		Сохранение главного движения	
Коэффициент корреляции	Количество групп синфазных СГ	Погрешность эквивалентирования ε, %	Количество эквивалентных СГ
$0 \leqslant r < 0{,}6$	3	$\varepsilon > 10$	3
$0{,}6 \leqslant r < 0{,}9$	4	$5 < \varepsilon \leqslant 10$	4
$r \geqslant 0{,}9$	5	$\varepsilon \leqslant 5$	5

Если же между некоторыми СГ есть сильные связи (больше пороговой), то эти генераторы образуют отдельные синфазные группы. При этом поведение СГ в одной синфазной группе будет близким, а в различных — значительно отличающимся.

Таким образом, конкретизация пороговых значений коэффициента корреляции r путем оценивания погрешностей эквивалентирования ε дает возможность определить группы синфазно колеблющихся СГ с заранее заданной точностью.

Для наглядности процесса эквивалентирования и выбора порогового значения r рассмотрим применение данной методики к задаче эквивалентного упрощения схемы системы Азглавэнерго, состоящей из 13 генераторных, 35 нагрузочных узлов и 73 соединительных ветвей. В зависимости от вида, величины и места приложения возмущения установлены группы синфазных СГ. Они приведены на рис. 1—4 для разных значений коэффициента корреляции r.

При существенном изменении структуры схемы и места приложения возмущения состав полученных синфазных СГ меняется.

Для эффективного применения приведенной методики производилась конкретизация выбора пороговых значений расчетов с применением хорошо апробированного метода сохранения главного движения системы [9], позволяющего эквивалентировать выделенный участок ЭЭС с заранее заданной погрешностью ε. На основе многократного количественного сопоставления результатов эквивалентирования, полученных по методу распознавания образов и сохранения главного движения на схемах ЭЭС различной сложности (например, в табл. 1 приведены результаты эквивалентирования Апшеронской части системы Азглавэнерго), установлена следующая связь между r и ε:

для эквивалентирования ЭЭС с погрешностью $\varepsilon > 10$ % необходимо задавать $0 \leqslant r < 0{,}6$;

для эквивалентирования ЭЭС с погрешностью $5\ \% < \varepsilon \leqslant 10\ \%$ необходимо задавать $0{,}6 \leqslant r < 0{,}9$;

для эквивалентирования ЭЭС с погрешностью $\varepsilon \leqslant 5$ % необходимо задавать $r \geqslant 0{,}9$.

Как видно, в качестве практической рекомендации для установления групп синфазно колеблющихся СГ можно использовать пороговое значение коэффициента корреляции r, рассчитанного на основе взаимных проводимостей между СГ исследуемой ЭЭС.

Разработанный метод подтвержден также проверкой адекватности воспроизведения переходных процессов в непреобразуемой части системы Азглавэнерго до и после эквивалентирования ее Апшеронской подсистемы, состоящей из 23 узлов (из них 6 — генераторные) и 34 ветвей.

На рис. 5 приведена эквивалентная схема при $r \geqslant 0{,}6$. В табл. 2 приведены параметры эквивалентных СГ на

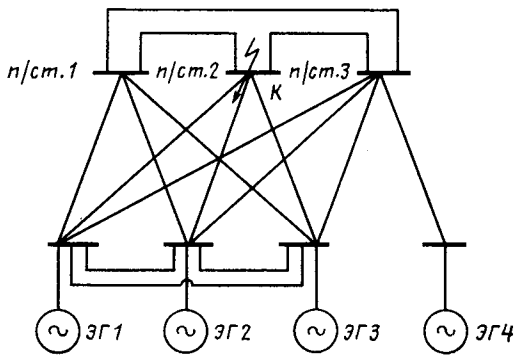


Рис. 5. Эквивалентная схема преобразуемой части ЭЭС

Таблица 2

Генератор на рис. 5	$U_н$, кВ	$P_н$, мВт	$\cos \varphi_н$	T_J, с	X_d, о. е.	X'_d, о. е.	T_{d0}, с
ЭГ 1	115	635	0,85	9,45	1,660	0,440	8,87
ЭГ 2	115	333	0,85	9,75	1,580	0,200	7,71
ЭГ 3	115	130	0,76	13,22	1,465	0,282	9,30
ЭГ 4	115	70	0,80	10,90	1,614	0,290	9,75

*Таблица 3**

	ЭГ 1	ЭГ 2	ЭГ 3	ЭГ 4	П/ст. 1	П/ст. 2	П/ст. 3
ЭГ 1	0,008577— —j0,11313	0,00023— —j0,00487	0,000097— —j0,00192	0	0,000689— —j0,02995	0,004186— —j0,04431	0,004016— —j0,01187
ЭГ 2		0,003431— —j0,6847	0,000674— —j0,00461	0	0,000084— —j0,00778	0,000473— —j0,03176	0,001725— —j0,00572
ЭГ 3			0,001824— —j0,03945	0	0,000283— —j0,00547	0,000682— —j0,02176	0,000965— —j0,00341
ЭГ 4				0,001786— —j0,03692	0	0	0,00133— —j0,02038
П/ст. 1					0,023114— —j0,12611	0,012912— —j0,06951	0,004241— —j0,00826
П/ст. 2						0,073015— —j0,32882	0,030758— —j0,1437
П/ст. 3							0,049648— —j0,19575

* Проводимости даны в $Ом^{-1}$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

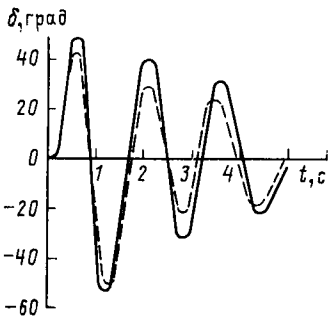


Рис. 6. Зависимости угла ротора СГ от времени (сплошная линия — до эквивалентирования, пунктирная — после эквивалентирования)

схеме рис. 5, а в табл. 3 — собственные и взаимные проводимости эквивалентной схемы.

На рис. 6 приведены кривые изменения во времени угла ротора СГ, наиболее близко расположенного к точке приложения возмущения в непреобразуемой части системы до и после эквивалентирования. Возмущение задано в виде двухфазного к. з. на землю.

Расчет степени адекватности кривых изменения угла ротора СГ непреобразуемой части системы по нижеприведенной формуле подтвердил правильность выбора пороговых значений r для заданной погрешности эквивалентирования:

$$\varepsilon = \max_i \varepsilon_i = \frac{\sqrt{\int_0^\tau [\delta_i(t)^{\text{полн}} - \delta_i(t)^{\text{упрощ}}]^2 dt}}{\sqrt{\int_0^\tau \delta_i^2(t)^{\text{полн}} dt}} 100\ \%,$$

где $\delta_i(t)^{\text{полн}}$, $\delta_i(t)^{\text{упрощ}}$ — кривые изменения углов i-го СГ соответственно до и после эквивалентирования; τ — длительность переходного процесса.

Выводы. 1. Методы распознавания образов перспективны при установлении групп синфазных СГ сложной ЭЭС.

2. Наиболее удобными и достаточно информативными признаками при определении синфазности колебания СГ являются взаимные проводимости между исследуемыми СГ.

3. Разработанный метод позволяет эквивалентировать ЭЭС любой сложности с заранее заданной точностью. При этом важной задачей является определение пороговых значений коэффициента корреляции взаимных проводимостей между СГ. В работе определена количественная связь между пороговым значением коэффициента корреляции и погрешностью эквивалентирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Михневич Г. В.** К анализу собственных колебаний сложных энергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика, 1962, № 6.

2. **Жуков Л. А., Пивоваров В. В.** Оценка правильности выбора генераторных станций для моделирования их одним эквивалентным генератором при анализе динамической устойчивости сложных электрических систем. — В кн.: Доклады V Межвузовской конференции по физическому и математическому моделированию. Секция моделирования при решении электроэнергетических и электромеханических задач. Подсекция электроэнергетическая. М.: Энергия, 1968.

3. **Коваленко В. П.** Анализ методов эквивалентного преобразования сложных энергосистем. — В кн.: Вычислительная техника в проектировании и эксплуатации энергосистем. Киев: Наукова думка, 1964.

4. **Веприк Ю. Н.** Формирование и упрощение уравнений для расчетов устойчивости энергосистем в условиях сложной несимметрии. — Автореф. дис. канд. техн. наук. Новосибирск, НЭТИ, 1976.

5. **Воропай Н. И.** Эквивалентирование электроэнергетических систем при больших возмущениях. — Электричество, 1975, № 9.

6. **Ohsava Y., Hayashi M.** Coherency recognition for transient stability equivalents using Lyapunov function. — Proc. 6-th Power Sist. Comput. Conf., Dormstadt, 1978, vol. 2. Guildford, 1978.

7. **Зохрабов А. Э.** Разработка новых инженерных методов эквивалентирования сложных ЭЭС в режимах больших колебаний: Автореф. дис... канд. техн. наук. Баку, АзИНЕФТЕХИМ, 1983.

8. **Розин Б. Б.** Теория распознавания образов в экономических исследованиях. — М.: Статистика, 1973.

9. **Гусейнов Ф. Г.** Упрощение расчетных схем электрических систем. — М.: Энергия, 1978.

[20.01.86]

УДК 621.315.1:551.594.221

Оценка грозоупорности бестросовых линий ультравысокого напряжения

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., доктор техн. наук,
БОЧКОВСКИЙ Б. Б., инж., **ПОДПОРКИН Г. В.**, канд. техн. наук

Увеличение потоков энергии по линиям электропередачи и дальности ЛЭП определяет необходимость постоянного повышения номинальных напряжений электропередач для уменьшения потерь электроэнергии. Однако в рамках традиционных конструкций линий, связанных с определенными концепциями, выработанными на протяжении десятилетий, повышение номинальных напряжений неизбежно связано с увеличением габаритов линий, размеров, массы и стоимости опор. Использование металлических опор для сооружения воздушных линий (ВЛ) привело к необходимости использования грозозащитных тросов для обеспечения приемлемого уровня грозоупорности линий, поскольку импульсная прочность гирлянд изоляторов значительно меньше, чем воздушных промежутков относительно земли и соседних проводов. Из-за сравнительно небольших длин гирлянд такое решение оказалось экономически приемлемым для линий высокого и сверхвысокого напряжения (СВН). Однако увеличение длины гирлянд практически пропорционально рабочему напряжению привело к значительному увеличению высоты опор на линиях ультравысокого напряжения (УВН) сверх необходимой для обеспечения требуемого габарита до земли. Это превышение уже для ВЛ 1150 кВ составляет примерно 10 м (четвертая часть высоты опор), а для более высоких напряжений увеличивается настолько, что приводит к чрезмерному удорожанию опор и линий в целом.

Особенность развития искрового разряда при ударах молнии состоит в том, что импульсная прочность воз-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

душных промежутков увеличивается практически пропорционально их длине и для ВЛ 1800—2000 кВ достигает такого уровня, при котором обеспечивается достаточная грозоупорность линии без грозозащитных тросов. Это обстоятельство определяет возможность существенного изменения конструкции линии. Может быть упрощена конструкция металлических опор. Металл опор может быть частично или полностью заменен новыми изоляционными материалами: изоляционным бетоном, стеклопластиком. При этом высота опор может быть существенно уменьшена, особенно в последнем случае. Это приведет к значительному улучшение технико-экономических показателей линий высших классов напряжения и позволит создать линии более высоких номинальных напряжений.

В настоящей работе рассматриваются возможности отказа от грозозащитного троса на линиях УВН и проведены оценки необходимых изоляционных расстояний для обеспечения приемлемого уровня грозоупорности линий.

1. *Исходные предпосылки, принятые при расчете грозоупорности.* В настоящее время некоторые данные, необходимые для расчета грозоупорности ВЛ УВН и оказывающие существенное влияние на результаты расчетов, определены недостаточно точно. В их числе находятся:

данные о распределении амплитуд токов молнии при $I_м > 100$ кА;

волновое сопротивление канала молнии;

50 %-ные разрядные напряжения промежутков провод — земля, провод — опора, провод — провод при реальных формах волн грозовых перенапряжений отрицательной и положительной полярности с максимальным значением вплоть до 10 МВ;

вероятность перехода импульсного перекрытия в силовую дугу;

влияние стримерной короны на волновые сопротивления расщепленных проводов при числе составляющих $n = 8$—20 и радиусах расщепления до 2 метров;

влияние стримерной короны и соседних проводов на коэффициенты связи.

Вследствие этого ожидаемое число отключений линий можно оценить лишь ориентировочно. Тем не менее такие оценки полезны, поскольку позволяют наметить направление дальнейших исследований.

Статистическое распределение амплитуд токов молнии расчитывалось по рекомендациям [1]. Последние хорошо согласуются с материалами [2], которые были подготовлены по решению рабочей группы СИГРЭ и включали только измерения токов разрядов отрицательной полярности, опускающихся от облака к земле, в объекты до 60 м. Поскольку надежных данных для токов молнии положительной полярности в настоящее время нет, их распределение принималось таким же, как и для отрицательной полярности. В среднем число разрядов положительной полярности оценивалось равным 10 % от общего числа разрядов [2].

Ток молнии определяется величиной объемного заряда и размерами занятой им области в лидерной стадии разряда. Поэтому при увеличении тока молнии эквивалентное волновое сопротивление канала молнии уменьшается. Так как перекрытия изоляции ВЛ УВН возможны при токах молнии, превышающих 100 кА, волновое сопротивление канала молнии принято равным 200 Ом.

Таблица 1

Объект	Разрядная напряженность E, МВ/м		Источник информации
	положительная полярность	отрицательная полярность	
Провод — земля	0,56 0,56	0,87 0,87	[3] ЛПИ
Провод — провод	0,60 0,60	0,60 0,60	[3] ЛПИ
Гирлянда изоляторов или изоляционная стойка	0,56 0,60	0,6 0,6	[4] ЛПИ

В настоящее время экспериментальные данные об электрической прочности изоляции линий получены при воздействующих напряжениях только до 5 МВ, поэтому для оценки грозоупорности бестросовых ВЛ УВН требуется значительная экстраполяция. В диапазоне до 5 МВ разрядные напряжения увеличиваются пропорционально длине промежутка, и поэтому электрическая прочность может характеризоваться средней величиной 50 %-ной разрядной напряженности электрического поля $E_{50\%} = U_{50\%}/S$ (табл. 1).

В дальнейшем необходимо выполнить экспериментальные исследования электрической прочности промежутков при напряжениях до 10 МВ, а в данной работе для предварительной оценки принята линейная экстраполяция имеющихся экспериментальных данных. В связи с этим выбор необходимого промежутка провод—земля проводился с использованием несколько заниженных по сравнению с данными табл. 1 средних разрядных напряженностей $E^{+}_{50\,\%} = 0{,}5$ МВ/м и $E^{-}_{50\,\%} = 0{,}8$ МВ/м. Для промежутков провод — опора и провод — провод средние разрядные напряженности приняты равными $E^{+}_{50\%} = E^{-}_{50\%} = 0{,}6$ МВ/м независимо от полярности импульса.

При анализе грозозащиты электропередач СВН большое значение имеют волновые характеристики коронирующих расщепленных проводов. Их экспериментальные исследования технически весьма сложны и трудоемки. Вследствие этого выполнено ограниченное число работ [5, 6] для относительно небольшого числа составляющих в фазе $n \leqslant 4$ при небольших кратностях перенапряжений и малых изоляционных промежутках. На линиях СВН и УВН число составляющих в фазе может составить 8—20, радиус расщепления — более метра. При этом для оценки грозоупорности линий УВН необходима весьма значительная экстраполяция экспериментальных данных, что может вызвать большую погрешность. Поэтому для оценки волновых характеристик коронирующих проводов целесообразна разработка расчетной методики. Такая методика была создана, и с ее помощью были рассчитаны волновые сопротивления линий, в том числе в предельных, близких к разрядному, режимах.

2. *Расчет волнового сопротивления коронирующего провода.*

При ударе молнии в провод вокруг него образуется объемный заряд. При расчетах принимается, что области объемных зарядов имеют вид бесконечно длинных треугольных призм с углом θ, расположенных параллельно проводу (рис. 1). Вдоль провода заряд прини-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

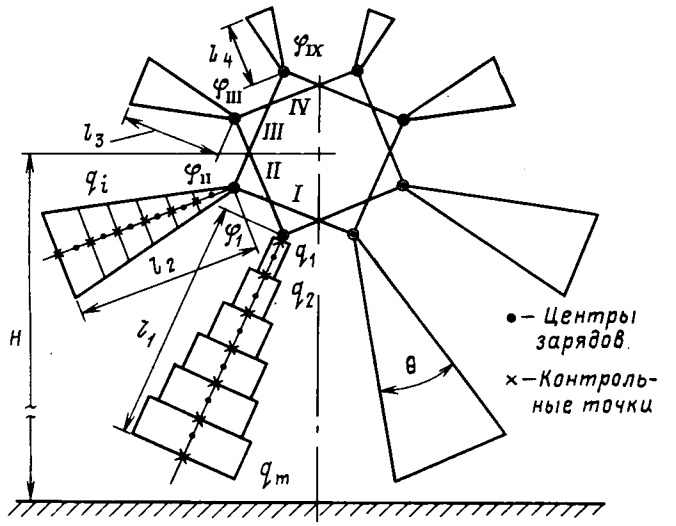


Рис. 1. Эквивалентная схема расчета вольт-кулоновых характеристик расщепленных проводов.

мается распределенным равномерно, что позволяет выполнить анализ плоскопараллельного поля линии для бесконечного провода, расположенного строго параллельно земле.

Указанная форма области объемного заряда соответствует электронно-оптическим фотографиям стримерных зон, развивающихся с тороидов большого диаметра [7] и между параллельными проводами [8]. Приведенные в [7] результаты измерений показывают, что θ изменяется в пределах 25—40°. Однако, как показали расчеты, изменение θ в этом диапазоне слабо влияет на результаты вычисления объемных зарядов. Поэтому все расчеты выполнены при одном значении θ = 30°.

Расчеты выполнены для момента максимума напряжения на линии исходя из допущения о постоянстве средней напряженности электрического поля вдоль стримерных зон. Основанием для такого допущения служат следующие соображения. Во многих высоковольтных лабораториях [9—13] проводились оценки средней напряженности электрического поля для начала финальной стадии разряда, т. е. для момента касания стримерной зоной противоположного электрода. При этом практически независимо от длины стримерной зоны средняя напряженность составляет примерно 5 кВ/см при положительной полярности импульса [12] и 8 кВ/см — при отрицательной [13]. Электронно-оптические исследования [12] показали, что в пределах стримерной зоны стримеры развиваются примерно с одинаковой скоростью. Известно также, что скорость продвижения стримеров сильно зависит от напряженности поля. Следовательно, можно полагать, что напряженность электрического поля вдоль стримерных зон остается неизменной.

Зона, занятая объемным зарядом, разбивается на m бесконечно длинных параллелепипедов, параллельных составляющим расщепленного провода. Считается, что заряд распределен равномерно по объему каждого параллелепипеда. Заряды на поверхности составляющих замещаются нитями зарядов, расположенными по осям составляющих. На поверхности каждой составляющей и на границе каждого параллелепипеда объемного заряда задаются контрольные точки. Число контрольных точек равно числу неизвестных элементарных зарядов $N = n(m + 1)$. При четном числе составляющих вследствие симметрии относительно вертикальной оси число неизвестных зарядов сокращается вдвое (рис. 1). Исходными данными являются: число n, радиус r_0 и расположение составляющих, а также напряженность электрического поля в стримерных зонах $E^{+}_{стр} = 5$ кВ/см и $E^{-}_{стр} = 8$ кВ/см. Считается, что средняя напряженность электрического поля вдоль стримерных зон сохраняется неизменной, т. е. во всех контрольных точках она одинакова и равна заданной. Первоначально произвольно задается нулевое приближение длин стримерных зон всех составляющих. Составляется система из N уравнений для напряженности электрического поля в N контрольных точках, после решения которой определяются элементарные заряды q_i, $i = 1,2..., N$. Далее вычисляются потенциалы на поверхности составляющих расщепленных проводов. Поскольку длины стримерных зон были выбраны произвольно, потенциалы различных составляющих оказываются неодинаковыми. Целесообразно зафиксировать длину стримерной зоны какой либо одной составляющей, например, первой — $l_1 = \text{const}$, и, варьируя длины стримерных зон остальных составляющих, добиться условия равенства потенциалов на поверхности каждой составляющей расщепленного провода. Алгоритм расчета приведен в [14], а необходимые формулы — в приложении.

В результате расчета вычисляются: длины всех остальных зон $l_2,..., l_n$; элементарные заряды q_i, $i = 1,2,..., N$; далее — полные заряды составляющих $Q_j = \sum_{k=1}^{m} q_k$, $j = 1,2,..., n$; суммарный заряд коронирующего провода в момент максимума напряжения $Q = \sum_{j=1}^{n} Q_j$, а также напряжение на промежутке, равное среднему значению потенциалов составляющих $U = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \varphi_j$.

По описанной выше методике были рассчитаны вольт-кулоновые характеристики трех конструкций расщепленных проводов с составляющими АС 300/39 ($r_0 = 1{,}2$ см): 1) $n = 8$, $r_р = 0{,}6$ м; 2) $n = 12$, $r_р = 1{,}2$ м, 3) $n = 16$, $r_р = 1{,}6$ м, где $r_р$ — радиус расщепления. Расчеты выполнены для расстояний между осью провода и землей $H_0 = 10$, 15, 20, 30 м.

Поскольку при прямом ударе молнии в провод возможен пробой воздушного промежутка провод — земля, необходимо оценить величину волнового сопротивления линии вплоть до момента пробоя промежутка. Поэтому для заданной конструкции провода и при фиксированной высоте провода над землей расчет произведен для трех значений длины стримерной зоны первой составляющей l_1 (рис. 1): 1 м, 0,5 ($H_0 - r_р$) и $H_0 - r_р - 0{,}5$ (м). Основные результаты расчетов приведены в табл. 2, где в числителе указаны данные, соответствующие положительной полярности молнии, а в знаменателе — отрицательной.

В табл. 2 использованы следующие варианты конструкции проводов: вариант 1 — $n = 8$, $r_р = 0{,}6$ м, $r_э = 0{,}48$ м, $Q_н = 14$ мкКл/м; вариант 2 — $n = 12$, $r_р = 1{,}2$ м, $r_э = 1$ м, $Q_н = 21{,}6$ мкКл/м; вариант 3 — $n = 16$, $r_р = 1{,}6$ м, $r_э = 1{,}4$ м, $Q_н = 28{,}8$ мкКл/м.

На рис. 2 результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными зависимостями для одиночных проводов и проводов, расщепленных на 4 составляющих [5,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

6]. Зависимости $\frac{Q}{Q_н}=f\left(\frac{U}{U_н}\right)$ для проводов с большим числом составляющих $n = 8$, 12, 16 для промежутков провод — земля расположены несколько ниже, чем зависимости для $n \leqslant 4$ [5], полученные в цилиндре, что объясняется существенным различием зарядов вблизи различных составляющих для промежутка провод — земля при больших кратностях перенапряжений (рис. 1). Например, при $n = 8$, $H_0 = 20$ м, $U/U_н = 8{,}9$ (табл. 2) при положительной полярности импульса длины стримерных зон различных составляющих оказываются равными: $l_1 = H_0 - r_р - 0{,}5 = 18{,}9$ м; $l_2 = 8{,}8$ м; $l_3 = 5{,}8$ м; $l_4 = 5{,}2$ м, т. е. длина стримерной зоны верхней составляющей l_4 примерно в 3,5 раза меньше, чем нижней — l_1.

С другой стороны, экспериментальные зависимости для опытного пролета [6] располагаются еще выше расчетных. Такое расхождение обусловлено, по-видимому, чрезмерно коротким макетом провода (15 м) при большой высоте его подвески (13 м) и недостаточном экранировании концов проводов. При этом с концов макета развивалась интенсивная стримерная корона, что приводило к образованию значительного дополнительного объемного заряда. Ограниченность экспериментальных данных о вольткулоновых характеристиках короны определяет необходимость организации соответствующих исследований в перспективе. В настоящее время наиболее целесообразно воспользоваться результатами расчетной оценки вольткулоновых характеристик.

При небольших кратностях перенапряжений ($U/U_м \leqslant 4$) зависимости максимума заряда от максимума напряжения для трех рассмотренных конструкций проводов практически совпадают, а при напряжениях, приближающихся к 50 %-ным разрядным напряжениям, зависимости $Q/Q_н = f(U/U_н)$ с ростом числа составляющих начинают отклоняться вверх (рис. 2). Для объяснения этого рассмотрим рис. 3, на котором приведены зависимости длин стримерной зоны нижней составляющей l_1 от кратности перенапряжения $U/U_н$.

Как видно, с увеличением числа составляющих зависимости $Q/Q_н = f(U/U_н)$ располагаются выше, и с увеличением $U/U_н$ длина стримерной зоны нижней составляющей l_1 возрастает сначала плавно, а по мере приближения к 50 %-ному разрядному напряжению — все более резко. При заданной кратности перенапряжения $U/U_н$ для провода с большим числом составляющих абсолютное значение напряжения больше и ближе к 50 %-ному разрядному напряжению промежутка провод — земля, поэтому больше и l_1 (рис. 3). Например, при высоте провода над землей $H^* = 20$ м и положительной полярности импульса для кратности перенапряжения $U/U_н = 5$ длина стримерности зоны составит (рис. 3):

для провода $n = 16$: $U = 5\ U_н = 5 \cdot 1{,}73 = 8{,}65$ МВ, $l_1 = 18$ м;

для провода $n = 12$: $U = 5 \cdot 1{,}43 = 7{,}15$ МВ, $l_1 = 7{,}2$ м;

для провода $n = 8$: $U = 5 \cdot 1{,}11 = 5{,}55$ МВ, $l_1 = 4{,}4$ м.

В соответствии с длинами зон l_1 изменяются и полные заряды Q, чем и объясняется ход зависимостей $Q/Q_н = f(U/U_н)$ на рис. 2.

На рис. 3 видно также, что при положительной полярности напряжения длины стримерных зон значительно больше, чем при отрицательной и соответственно зависимости $Q/Q_н = f(U/U_н)$ на рис. 2 при положительной полярности расположены выше, чем при отрицательной, что согласуется с данными измерений [5, 6].

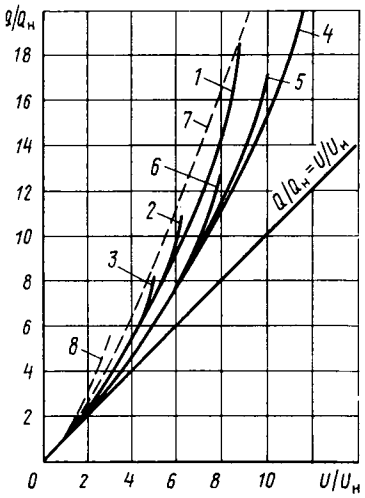


Рис. 2. Вольт-кулоновые зависимости: ——— — расчетные зависимости — — — — экспериментальные; *1* — $n = 8$; *2* — $n = 12$; *3* — $n = 16$, положительная полярность; *4* — $n = 8$; *5* — $n = 12$; *6* — $n = 16$, отрицательная полярность; *7* — эмпирическая зависимость [5], положительная полярность; *8* — то же [6]

Таблица 2

Вариант конструкции провода	H_0, м	l_1, м	1		$0.5(H_0 - r_р)$		$H_0 - r_р - 0.5$	
		$U_н$, МВ	$U/U_н$	$Q/Q_н$	$U/U_н$	$Q/Q_н$	$U/U_н$	$Q/Q_н$
1	10	0,94	2,0 / 3,2	2,3 / 2,7	4,3 / 6,8	6,5 / 10,4	5,0 / 8,2	9,2 / 14,8
	15	1,04	2,1 / 3,4	2,4 / 3,9	5,9 / 9,3	9,6 / 15,3	7,0 / 11,3	13,9 / 22,3
	20	1,11	2,2 / 3,5	2,5 / 3,9	7,4 / 11,7	12,5 / 20,1	8,9 / 14,2	18,6 / 29,7
	30	1,22	2,2 / 3,5	2,5 / 4,0	10,1 / 16,1	18,8 / 30,1	12,4 / 19,8	28,3 / 45,3
2	10	1,16	1,7 / 2,8	1,9 / 3,1	3,2 / 5,1	4,1 / 6,6	3,6 / 5,8	5,4 / 8,4
	15	1,32	1,9 / 3,0	2,0 / 3,7	4,3 / 6,9	6,0 / 9,7	5,0 / 8,0	8,1 / 12,9
	20	1,43	1,9 / 3,1	2,0 / 3,3	5,4 / 8,6	8,0 / 12,7	6,3 / 10,1	10,7 / 17,1
	30	1,59	2,0 / 3,1	2,1 / 3,3	7,4 / 11,8	11,8 / 18,8	8,7 / 13,8	16,0 / 25,4
3	10	1,38	1,5 / 2,5	1,6 / 2,6	2,5 / 4,1	3,2 / 5,0	2,9 / 4,6	4,0 / 6,4
	15	1,58	1,6 / 2,6	1,7 / 2,7	3,5 / 5,6	4,6 / 7,3	4,0 / 6,5	5,9 / 9,5
	20	1,73	1,6 / 2,7	1,7 / 2,8	4,3 / 6,9	5,9 / 9,5	5,0 / 8,0	7,9 / 12,6
	30	1,95	1,7 / 2,7	1,8 / 2,8	5,9 / 9,4	8,8 / 14,0	6,9 / 11,0	11,8 / 19,0

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

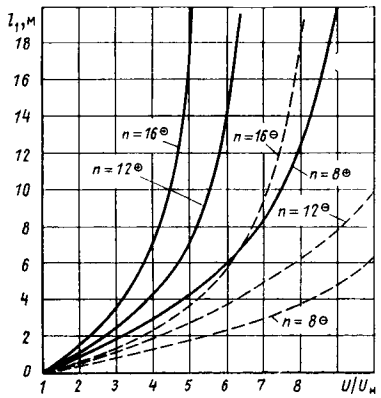


Рис. 3. Зависимости длин стримерных зон нижних составляющих от кратности перенапряжения при различном числе составляющих в фазе: ——— — положительная полярность, — — — — отрицательная полярность

При приближении к максимуму напряжения развитие стримеров и увеличение размеров стримерных зон прекращается. Об этом свидетельствует резкое прекращение роста объемного заряда вблизи максимума напряжения [5]. Поэтому электромагнитные процессы на линии при напряжении, близком к максимальному, определяются слабо изменяющейся конфигурацией электрического поля с обширной областью объемного заряда и магнитным полем тока, протекающего по проводам. Соответственно волновое сопротивление линии в момент максимума напряжения может быть оценено по формуле:

$$z_в = \sqrt{\frac{L_0}{C}}, \qquad (1)$$

где L_0 — индуктивность некоронирующей линии; $C = Q/U$ — статическая емкость коронирующей линии; Q — заряд коронирующего провода в момент максимума напряжения; U — максимум напряжения на промежутке провод — земля.

Выражая L_0 через емкость провода в докоронном режиме C_0 и скорость света $v_э$

$$L_0 = \frac{1}{v_c^2 C_0}, \qquad (2)$$

после элементарных преобразований получим

$$z_в = \frac{1}{v_c \sqrt{CC_0}} = \frac{z_0}{\xi}, \qquad (3)$$

где $z_0 = \frac{1}{v_c C_0}$ — волновое сопротивление некоронирующей линии;

$$\xi = \sqrt{\frac{Q}{Q_н} \Big/ \frac{U}{U_н}} > 1 \qquad (4)$$

— поправка, учитывающая стримерную корону.

Напряжение на промежутке провод—земля U связано с током молнии I соотношением

$$I = \frac{U}{z_э} = U\frac{z_в + 2z_м}{z_м z_в}, \qquad (5)$$

где $z_э$ — эквивалентное сопротивление линии с учетом сопротивления канала молнии.

На рис. 4 приведены расчетные зависимости длины стримерной зоны нижней составляющей l_1, волнового сопротивления $z_в$ и напряжения на промежутке U от тока молнии для провода, расщепленного на 8 составляющих, при $H^* = 20$ м и $z_м = 200$ Ом для положительной полярности молнии [15, 16]. Как видно, $z_в$ уменьшается от 265 Ом в докоронном режиме до 190 Ом в предельном режиме, близком к пробою промежутка ($l_1 = 19$ м). Для проводов с $n = 12$, $r_р = 1{,}2$ м и $n = 16$, $r_р = 1{,}6$ м при $H_0 = 20$ м волновое сопротивление снижается до 170 и 160 Ом соответственно.

3. *Расчет грозоупорности ВЛ УВН.* Целью расчетов грозоупорности являлось построение зависимостей необходимых уровней изоляции и соответствующих им изоляционных расстояний от числа отключений линии. Число грозовых отключений равно

$$n_{откл} = N_у P_д (1 - P_{АПВ})(0{,}9P_{I_} + 0{,}1P_{I+}), \qquad (6)$$

где $N_у$ — число прямых ударов молнии в линию; $P_{I_}$ P_{I+} — вероятности возникновения токов молнии, соответствующих уровням грозоупорности при отрицательной и положительной полярностях; $P_д$ — вероятность перехода импульсного перекрытия в силовую дугу; $P_{АПВ}$ — вероятность успешного АПВ.

Расчеты выполнялись для 100 км линии и 30 грозовых часов в год. Суммарное число ударов молнии в ЛЭП при отрицательной и положительной полярности равно [1]:

$$N_у = 1{,}8H_э, \qquad (7)$$

где

$$H_э = H_{0\,min} + \frac{1}{3}f, \qquad (8)$$

$H_э$ — эквивалентная высота подвеса провода; H_{0min} — минимальная высота провода над землей в центре пролета; f — стрела провеса; расстояния отсчитываются от оси провода.

Величина $P_д$ вычислялась по формуле [1]

$$P_д = \left(0{,}92\frac{U_л}{l} - 6\right)10^{-2}, \qquad (9)$$

где $U_д$ — наибольшее линейное действующее напряжение, кВ; l — длина воздушного промежутка (или гирлянды, изолирующей стойки), по которому произошло импульсное перекрытие, м.

Значение $P_{АПВ}$ принималось таким же, как для электропередач 500 кВ, для которых накоплен опыт эксплуатации: $P_{АПВ} = 0{,}65$ [17]. $P_{I_}$ и P_{I+} определялись по формуле [1]

$$\lg P_I = 0{,}666 - \sqrt{\frac{I}{I_0}}, \qquad (10)$$

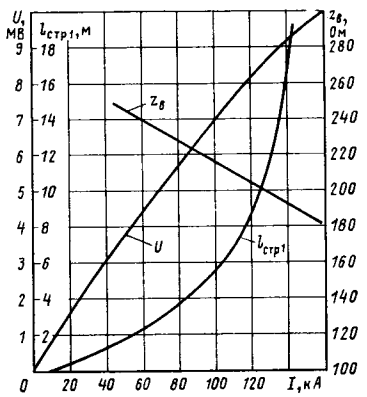


Рис. 4. Зависимости для промежутка провод — земля

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $I_0 = 25$ кА, что соответствует высоте трассы линии на уровне моря:

Уровень грозоупорности I_- и I_+ соответственно для отрицательной и положительной полярности вычислялся по формуле (5), в которую вместо напряжения на проводе подставлялось 50 %-ное разрядное напряжение изоляции. 50 %-ное разрядное напряжение какого-либо заданного промежутка определялось как произведение длины изоляционного промежутка на среднюю разрядную напряженность, соответствующую данному промежутку и полярности тока молнии (см. раздел 2). Например, для промежутка провод — опора и при положительной полярности молнии

$$U^{+}_{50\,\%} = SE^{+}_{50\,\%} = (S_0 - r_p)\, E^{+}_{50\,\%}, \qquad (11)$$

где S — изоляционный промежуток между крайней составляющей провода и металлоконструкцией опоры (рис. 5); S_0 — расстояние между осью провода и опорой; $E^{+}_{50\,\%} = 0{,}6$ МВ/м — средняя разрядная напряженность.

Коэффициент связи между проводами с учетом стримерной короны определялся по формуле:

$$k = k_0 \xi, \qquad (12)$$

где $k_0 = \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}}$ — геометрический коэффициент связи в докоронном режиме;

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2H_э}{r_э}; \quad \alpha'_{12} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \sqrt{\left(\frac{2H_э}{D_0}\right)^2 + 1}$$

— собственный и взаимный потенциальные коэффициенты; ξ — поправка на стримерную корону, определяемая по (4).

Порядок расчета грозоупорности и основные результаты отражены в табл. 3. Расчеты выполнены для тех же трех конструкций проводов, что и в разделе 2, причем для каждой конструкции провода расчеты проведены для четырех минимальных значений высоты провода над землей в центре пролета H_0=5, 10, 16, 25 м. Стрела провеса принималась равной 15 м, что соответствует длине пролета примерно 400 м. В табл. 3 в числителе указаны данные, соответствующие положительной полярности молнии, а в знаменателе — отрицательной.

В качестве исходного промежутка при построении зависимостей на рис. 5 принят изоляционный промежуток провод — земля: $H = H_0 - r_p$; 50 %-ное разрядное напряжение определяется путем умножения длины промежутка на среднюю разрядную напряженность $E^{+}_{50\,\%} = 0{,}5$ МВ/м; $E^{-}_{50\,\%} = 0{,}8$ МВ/м. Далее из формулы (11) определяется длина изоляционного промежутка провод — опора S, который будет обладать такой же прочностью, т. е. будет иметь то же самое 50 %-ное разрядное напряжение, что и промежуток провод — земля, и соответствующее изоляционное расстояние S_0, отсчитываемое от оси провода. Далее определяется кратность

Таблица 3

Вариант конструкции провода (см. табл. 2)	H_0, м	$H_э$, м	H, м	$U_{50\%}$, МВ	S, м	S_0, м	$\frac{U_{50\%}}{U_н}$	$\frac{Q_{50\%}}{Q_н}$	ξ	D_0, м	k_0	k	z_0, Ом	$z_в$, Ом	I, кА	P_I, %	N	$P_д$	n_+/n_-	$n_{откл}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	5	10	4,4	2,2 / 3,5	3,7 / 5,8	4,3 / 6,4	2,3 / 3,7	2,5 / 3,9	1,03	4,5	0,41	0,42	224	217	31 / 50	36,0 / 18,0	18	1,0	0,23 / 1,02	1,25
	10	15	9,4	4,7 / 7,5	7,8 / 12,5	8,4 / 13,1	3,9 / 7,2	4,9 / 9,0	1,12	9,5	0,29	0,32	247	220	66 / 106	11,0 / 4,0	27	1,0	0,10 / 0,34	0,44
	15	20	14,4	7,2 / 11,5	12,0 / 9,2	12,6 / 19,8	6,5 / 10,4	10,0 / 16,0	1,24	14,5	0,24	0,30	264	213	104 / 165	4,2 / 1,2	36	0,71	0,04 / 0,10	0,14
	25	30	24,4	12,2 / 19,5	20,0 / 32,5	20,6 / 33,1	10,0 / 16,0	18,4 / 36,1	1,36	27,0	0,18	0,24	290	213	176 / 281	1,0 / 0,2	54	0,39	0,01 / 0,01	0,02
2	5	10	3,8	1,9 / 3,0	3,2 / 5,0	4,4 / 6,2	1,6 / 2,6	1,8 / 2,7	1,03	4,8	0,49	0,50	179	174	31 / 49	36,0 / 18,0	18	1,0	0,23 / 1,02	1,25
	10	15	8,8	4,4 / 7,0	7,3 / 11,7	8,5 / 12,9	3,3 / 5,3	4,0 / 6,7	1,11	9,6	0,35	0,39	203	183	70 / 112	10,0 / 3,5	27	1,0	0,09 / 0,30	0,39
	15	20	13,8	6,9 / 11,0	11,5 / 18,3	12,7 / 19,5	4,8 / 7,7	6,5 / 10,4	1,16	14,6	0,29	0,34	221	191	107 / 170	3,9 / 1,1	36	0,74	0,04 / 0,09	0,13
	25	30	23,8	11,9 / 19,0	19,8 / 31,7	21,0 / 32,9	7,5 / 11,9	12,0 / 19,0	1,27	24,8	0,24	0,30	245	193	183 / 292	0,9 / 0,1	54	0,46	0,01 / 0,01	0,02
3	5	10	3,4	1,7 / 2,7	2,8 / 4,5	4,4 / 6,1	1,2 / 2,0	1,3 / 2,0	1,02	5,4	0,50	0,51	159	156	30 / 48	40,0 / 19,0	18	1,0	0,25 / 1,10	1,35
	10	15	8,4	4,2 / 6,7	7,0 / 11,2	8,6 / 12,8	2,7 / 4,2	3,2 / 4,8	1,08	9,8	0,38	0,41	183	169	71 / 113	9,8 / 3,4	27	1,0	0,09 / 0,29	0,38
	15	20	13,4	6,7 / 10,7	11,2 / 17,8	12,8 / 19,4	3,9 / 6,2	5,2 / 8,1	1,15	14,5	0,32	0,37	201	175	110 / 176	3,7 / 1,0	36	0,76	0,04 / 0,09	0,13
	25	30	23,4	11,7 / 18,7	19,5 / 31,2	21,1 / 32,8	6,0 / 9,6	9,0 / 14,5	1,23	24,6	0,26	0,32	225	183	186 / 298	0,8 / 0,1	54	0,41	0,01 / 0,01	0,02

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

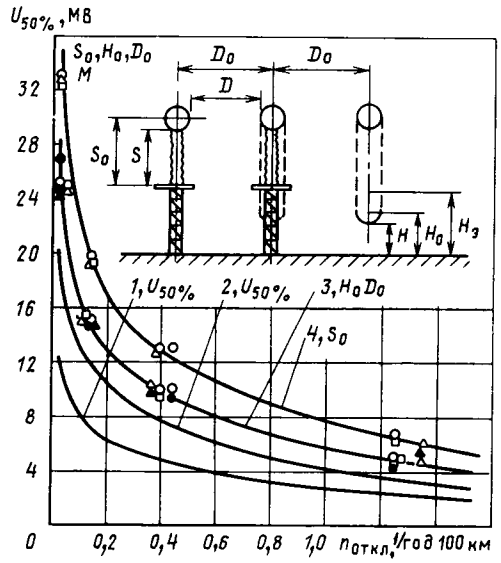


Рис. 5. Эскиз воздушной линии УВН на изоляционных опорах и зависимости 50%-ных разрядных напряжений линии и изоляционных расстояний (отсчитываемых от осей расщепленных проводов) от числа отключений линии на 100 км длины линии при 30 грозовых часах в год: 1 — 50%-ное разрядное напряжение изоляции линии с проводом $n=8$, $r_р=0{,}6$ м при положительной полярности тока молнии; 2 — то же, при отрицательной полярности; 3 — расстояния между осью провода и поверхностью земли H_0, а также между осями проводов D_0; 4 — расстояние между осью провода и металлической стойкой опоры S_0 (○ — H_0S_0, $n=8$; □ — H_0S_0, $n=12$; △ — H_0S_0, $n=16$; ● — D_0, $n=8$; ■ — D_0, $n=12$, ▲ — D_0, $n=16$)

50 %-ного разрядного напряжения относительно начального напряжения короны $U_{50\%}/U_н$ и с использованием зависимостей $Q/Q_н=f(U/U_н)$, построенных по данным табл. 2, определяется отношение $Q_{50\%}/Q_н$, а затем по формуле (4) — поправка на стримерную корону ξ.

Изоляционное расстояние между осями соседних проводов D_0, обеспечивающее электрическую прочность, соответствующую прочности промежутка провод — земля, определялось следующим образом. При напряжении $U_{50\%}$ на промежутке провод — земля, напряжение между соседними проводами равно

$$U_{50\,\%,\,1-2}=U_{50\,\%}(1-k). \qquad (13)$$

Отсюда изоляционный промежуток между проводами равен

$$D=\frac{U_{50\,\%,\,1-2}}{E_{50\,\%}}, \qquad (14)$$

а изоляционное расстояние между осями проводов —

$$D_0=D+2r_i=\frac{U_{50\,\%,\,1-2}}{E_{50\,\%}}+2r_р. \qquad (15)$$

Подставляя (12)—(14) в (15), получим нелинейное уравнение относительно D_0:

$$D_0=\frac{U_{50\,\%}}{E_{50\,\%}}\left[1-\xi\frac{\ln\sqrt{\left(\frac{2H_э}{D_0}\right)^2+1}}{\ln\frac{2H_э}{r_э}}\right]+2r_р. \qquad (16)$$

Таким образом, определены все основные изоляционные расстояния H_0, S_0 и D_0, обеспечивающие одинаковую электрическую прочность.

Волновое сопротивление линии с учетом стримерной короны $z_п$ рассчитывается по (3), уровень грозоупорности I — по (5), вероятность тока молнии P_1 — по (10), число прямых ударов молнии в линию — по (7), вероятность перехода импульсного перекрытия в силовую дугу — по (9) и число отключений линии — по (6).

Основные результаты расчетов приведены на рис. 5, из которого видно, что для уменьшения числа отключений линии необходимо увеличивать изоляционные расстояния: сначала медленно, а затем, при $n_{откл}\leqslant 0{,}4$ — все быстрее.

Необходимый уровень изоляции при положительной полярности тока молнии ниже, чем при отрицательной (рис. 5, кривые *1* и *2*), поскольку отрицательные молнии образуются значительно чаще, чем положительные, и соответственно число отключений при положительной полярности значительно меньше, чем при отрицательной (табл. 3, столбец 20).

Зависимости необходимых изоляционных расстояний, отсчитываемых от осей проводов, от числа отключений линии совпадают для различных конструкций проводов. Это объясняется влиянием двух противодействующих факторов. С одной стороны, для заданного расстояния между осями проводов при увеличении радиуса расщепления сокращаются изоляционные промежутки (например, H в табл. 3), что приводит к снижению $U_{50\%}$. С другой стороны, при увеличении числа составляющих и радиуса расщепления снижается волновое сопротивление линии $z_в$. В итоге уровень грозоупорности I оказывается одинаковым при изменении конструкции расщепленных проводов (табл. 3).

Как видно из рис. 5, зависимости для H_0 и D_0 практически совпадают друг с другом, а зависимости для S_0 располагаются выше, т. е. для обеспечения заданного уровня изоляции наибольшее изоляционное расстояние должно быть между проводом и опорой. Это следует из того, что при отрицательной полярности прочность промежутка провод — земля $E_{50\,\%}=0{,}8$ МВ/м существенно выше, чем промежутка провод — опора $E_{50\,\%}=0{,}6$ МВ/м.

С другой стороны, необходимые по условию надежной работы при воздействии коммутационных перенапряжений промежутки между проводом и опорой имеют наименьшую длину (рис. 6).

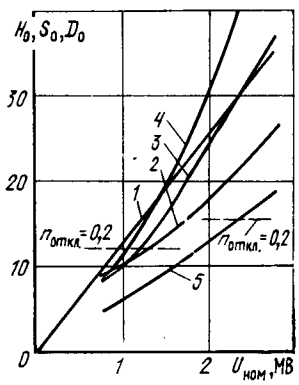


Рис. 6. Зависимости необходимых изоляционных расстояний между осью провода и вторым электродом (H_0—провод—земля; S_0 — провод—опора; D_0 — провод—провод), определенных из условия обеспечения заданной величины напряженности электрического поля на высоте 1,8 м над поверхностью земли $E=20$ кВ/см (*1*—H_0) и обеспечивающих необходимую электрическую прочность при воздействии коммутационных перенапряжений (*2*—H_0) при наличии зеленых насаждений высотой 3 м; *3* — D_0 при H_0, определенной по кривой *1*; *4* — D_0 при H_0, определенной по кривой *2*; *5* — S_0)

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Этот результат определяет целесообразность применения на бестросовых линиях несущих конструкций из изоляционного бетона или стеклопластика, продолжающих нижние их элементы из металла или железобетона и разгружаемых от горизонтальных нагрузок с помощью изоляционных оттяжек из стержневого стеклопластика. При этом длина изоляционной части стоек и оттяжек не оказывает существенного влияния на технико-экономические показатели линии. Допустимое междуфазное расстояние согласно рис. 6 значительно меньше применяемых в настоящее время на линиях 750 и 1150 кВ. Для ВЛ с номинальным напряжением выше 1—1,2 МВ допустимое междуфазовое расстояние по условию надежной работы при коммутационных перенапряжениях оказывается также больше, чем по условию необходимой грозоупорности линий (рис. 6). Поэтому определяющим оказывается габарит до земли в пролете. На рис. 6 приведены зависимости допустимого габарита между проводом и землей исходя из двух различных критериев:

1. Обеспечения экологической безопасности путем ограничения напряженности поля под проводами линий до 20 кВ/м.

2. Обеспечения экологической безопасности путем использования защитных свойств растительного полога на трассе линии [18] и практического исключения возможности возникновения искрового разряда между проводом и растениями.

Как видно, при наличии под линией растительности габарит оказывается значительно меньше, чем без нее, особенно для ВЛ напряжением 1800 кВ и выше. Сравнение данных на рис. 5 и 6 позволяет сделать вывод о совпадении требований к габаритам бестросовых линий по условию надежной работы при грозовых поражениях и при воздействии рабочего напряжения и перенапряжений для классов напряжения 750—1150 кВ. Габарит до земли 12—15 м обеспечивает приемлемое число грозовых отключений в год (0,1—0,2) на 100 км. Для ВЛ 1800—2000 кВ, где габарит до земли по условию безопасности в рабочем режиме составляет 16—23 м, число грозовых отключений в год при отсутствии тросов не превосходит 0,05—0,1 на 100 км.

Ввиду больших расстояний между проводом и опорой, необходимых для обеспечения высокого уровня грозоупорности в случае использования металлических или железобетонных опор, целесообразно пересмотреть традиционные конструкции линий. Эта проблема, по-видимому, разрешается проще всего при использовании вантовой подвески проводов.

Целесообразны также поиски повышения электрической прочности промежутков на опоре при грозовых импульсах, в частности, путем придания опорам конструктивных форм, облегчающих выравнивание электрического поля вдоль пути развития разряда.

Выводы. 1. Воздушные линии ультравысокого напряжения могут быть созданы без грозозащитных тросов; при этом обеспечивается приемлемый уровень грозоупорности линий.

2. На бестросовых ВЛ класса 750—1800 кВ на металлических опорах необходимо увеличение изоляционных расстояний на опоре по сравнению с линиями с грозозащитными тросами. Наиболее просто эта проблема решается при использовании изоляционных опор или при вантовой подвеске проводов.

3. Для создания бестросовых линий УВН необходимо проведение комплекса исследований, конструкторских и проектных проработок изоляционных элементов опор.

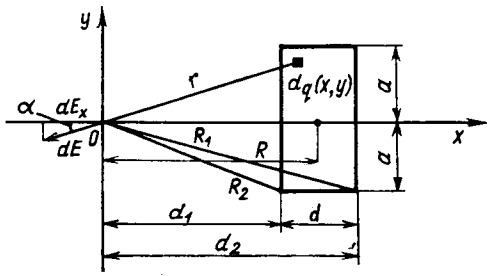


Рис. 7. Расчетная схема для определения напряженности поля и потенциала

Приложение. Рассмотрим равномерно заряженный бесконечно длинный параллелепипед с сечением $2a \times d$ и плотностью объемного заряда $q/2ad$, где q — погонная плотность заряда, Кл/м (рис. 7). Тогда составляющая вектора напряженности электрического поля по оси абсцисс и потенциал в точке 0 определяются формулами:

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 2ad}\int_{-a}^{a}\int_{d_2}^{d_1}\frac{x}{x^2+y^2}dxdy = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 d}\times$$

$$\times\left(\ln\frac{R_1}{R_2} + \frac{d_1}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{d_1} - \frac{d_2}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{d_2}\right); \qquad (П\text{-}1)$$

$$\varphi = \frac{d}{2\pi\varepsilon_0 2ad}\int_{-a}^{a}\int_{d_2}^{d_1}\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{d_2}{d}\ln R_2 - \right.$$

$$-\frac{d_1}{d}\ln R_1 + \frac{d_2^2}{2ad}\operatorname{arctg}\frac{a}{d_2} - \frac{d_1^2}{2ad}\operatorname{arctg}\frac{a}{d_1} +$$

$$\left. + \frac{a}{2d}\operatorname{arctg}\frac{d_2}{a} - \frac{a}{2d}\operatorname{arctg}\frac{d_1}{a} + 1{,}5\right). \qquad (П\text{-}2)$$

Интересно сопоставить формулы (П-1) и (П-2) с формулами для напряженности и потенциала электрического поля для нити заряда, помещенной в центре параллелепипеда (рис. 7):

$$E' = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}; \qquad (П\text{-}3)$$

$$\varphi' = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{R}. \qquad (П\text{-}4)$$

При $R/d \geqslant 4$ разница между значениями, вычисленными по формулам (П-1), (П-2) и (П-3), (П-4) соответственно не превышает 1 %. Поэтому при расчетах формулы (П-1) и (П-2) использовались только в тех случаях, когда элементарный заряд и контрольная точка лежат на одной оси, в остальных случаях использовались формулы (П-3) и (П-4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Корсунцев А. В.** Руководящие указания по защите от внутренних и грозовых перенапряжений сетей 3—750 кВ. Проект. Раздел 1. Грозовые перенапряжения и грозозащита. — Тр. НИИПТ, 1975, вып. 21—22.

2. **Anderson R. B., Eriksson A. J.** Lightning parameters for engineering application. — Electra, March, N 69, 1980.

3. **Udo T.** Switching surge and impulse sparkover characteristics of large gap spacing and long insulator strings. — IEEE Trans. on PAS, 1965, N 4.

4. **Fonseca J. R.** Lightning Impulse tests on tower models.— IEEE Trans. on PAS, 1984, N 4.

5. **Бочковский Б. Б.** Импульсная корона на одиночных и расщепленных проводах. — Электричество, 1966, № 7.

6. **Вольт-кулоновые** характеристики короны на расщепленных проводах при импульсном напряжении/ И. М. Богатен-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ков, Н. Н. Гумерова, М. В. Костенко, А. В. Созинов — Тр. ЛПИ, 1974, № 340 «Электроэнергетика».

7. **Предразрядные** процессы в длинном воздушном промежутке при пологих импульсах напряжения/ Г. Н. Александров, В. Л. Иванов, А. М. Соколов и др. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1981, № 1.

8. **Los. E. J.** New studies of the transient glow discharge in parallel electrode gaps. — IEEE Trans. on PAS, 1980, N 2.

9. **Research** on long air gap discharges at Les Renardiers. — Electra, 1972, N 23.

10. **Long** air gaps discharges at Les Renardiers. — Electra, 1974, N 35.

11. **Исследование** развития искрового разряда в длинных воздушных промежутках/ Г. Н. Александров, Э. М. Базелян, Б. Н. Горин и др. Электричество, 1971, № 3.

12. **Горин Б. Н., Шкилев А. В.** Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности. — Электричество, 1974, № 2.

13. **Картина** электрического поля длинных промежутков при отрицательной полярности напряжения/ Г. Н. Александров, Б. Н. Горин, В. П. Редков и др. — Изв. вузов. Энергетика, 1970, № 10.

14. **Александров Г. Н., Менеменлис Е. К., Подпоркин Г. В.** О механизме пробоя длинных воздушных промежутков электропередач. — Электричество, 1979, № 7.

15. **Майкопар А. С.** Эквивалентное «волновое» сопротивление молнии и грозоупорность линий сверхвысокого напряжения без тросов. — Электричество, 1977, № 2.

16. **Александров Г. Н., Сорокин А. Ф.** Оценка параметров разряда молнии при прямом поражении проводов (тросов). — Изв. вузов Энергетика, 1985, № 10.

17. **Борзам А. Б.** Системная автоматика. — М.: Энергия, 1973.

18. **Проектирование** линий электропередачи сверхвысокого напряжения/ Под ред. Г. Н. Александрова и Л. Л. Петерсона. — Л.: Энергоатомиздат, 1983.

[10.12.85]

УДК 621.316.993.053.2.088.001.24

Анализ ошибок при расчете электрических характеристик заземляющих устройств

ЯКОБС А. И., доктор техн. наук, **ГРИДНЕВА Т. Т.,** инж.

ВИЭСХ

В настоящее время расчет сложных заземлителей выполняют на ЭВМ. Разработанные для ЭВМ программы основаны на различных алгоритмах, наиболее точный из которых основан на методе наведенного потенциала. Указанный метод, алгоритм и разработанные на его основе программы расчета электрических характеристик заземлителей достаточно подробно изложены в ряде работ [1—4], где были также рассмотрены некоторые возможные ошибки при расчете электрических характеристик заземлителей, вызванные принятыми при разработке алгоритма допущениями. Применительно к расчету сопротивления сложного заземлителя и потенциала в заданной точке на поверхности земли были проанализированы возможные ошибки, связанные с допущением двухслойности электрической структуры земли [5, 6]. В [6] рассмотрено влияние допущений о законах изменения линейной плотности тока элементов сложных заземлителей на ошибки при расчете сопротивления заземлителя и потенциала в произвольной точке поверхности двухслойной земли в зоне растекания тока.

Было установлено, что ошибка при расчете сопротивления одиночного горизонтального заземлителя, вызванная допущением постоянства линейной плотности тока вдоль элемента заземлителя, не превышает 1 %, однако это же допущение обусловило значительно большие (в десятки раз) ошибки расчета взаимных сопротивлений между горизонтальными электродами (элементами) и точкой на поверхности земли, что в конечном счете приводит к большим ошибкам при расчете напряжения прикосновения. С переходом к расчету заземляющих устройств по нормам напряжения прикосновения оценка этой и других как частных, так и общих ошибок представляет не только теоретический, но и практический интерес. Однако ни в одной из опубликованных работ, посвященных методу наведенного потенциала, не были достаточно полно проанализированы факторы, влияющие на значения ошибок при расчете основных электрических характеристик сложных заземлителей.

Целью статьи является анализ основных причин общих и частных ошибок при расчете электрических характеристик заземлителей, определение их числовых характеристик и разработка практических рекомендаций по устранению или ослаблению действия факторов, влияющих на значения ошибок в конкретных расчетах.

Параметры физических процессов при растекании электрического тока из заземлителя в землю, определяемые с помощью ЭВМ, всегда содержат некоторую ошибку. Так, при расчете сопротивления заземлителя $R_з$ появляется ошибка $\delta(R_р)$:

$$\delta(R_р) = R_{з.р} - R_з, \qquad (1)$$

где $R_{з.р}$ — значение сопротивления заземлителя, найденное расчетом на ЭВМ.

Необходимо также иметь в виду, что при определении ошибок в расчетных значениях электрических характеристик заземлителей в качестве действительных значений характеристик принимают их измеренные значения (конечно, для уже сооруженных заземлителей). Однако измеренные значения тоже содержат некоторые ошибки, значения которых зависят от применяемых методов измерения и измерительной схемы. Например, при измерении сопротивления заземлителя измеренное значение $R_{з.и}$ и истинное значение $R_з$ связаны соотношением

$$R_{з.и} = R_з \pm |\delta(R_{з.и})|, \qquad (2)$$

где $|\delta(R_{з.и})|$ — абсолютное значение ошибки измерения. Следовательно,

$$R_з = R_{з.и} \mp |\delta(R_{з.и})|. \qquad (3)$$

Подставляя $R_з$ из равенства (3) в равенство (1), находим

$$\delta(R_р) = R_{з.р} - R_{з.и} \pm |\delta(R_{з.и})|. \qquad (4)$$

Таким образом, ошибка при расчете сопротивления заземлителя может быть как больше, так и меньше расхождения между расчетным и измеренным значениями сопротивления. Но так как обычно стремятся оце-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

нить возможную наибольшую ошибку, то принимают

$$\delta(R_{\text{р max}}) = |R_{\text{з. р}} - R_{\text{з. и}}| + |\delta(R_{\text{з. и}})|. \quad (5)$$

Определение общих ошибок расчета электрических характеристик реальных сложных заземлителей невозможно без измерения этих характеристик. Методы измерения разработаны сравнительно полно. Однако относительные ошибки при измерении электрических характеристик заземлителей (сопротивления, напряжений до прикосновения и прикосновения) лишь при выполнении всех необходимых требований могут быть снижены до 5 % и менее.

Для анализа общих ошибок, обусловленных применением аналитического метода расчета [4], были отобраны объекты, электрическая структура земли в месте расположения которых по данным вертикального электрического зондирования приближается к двухслойной [5, 7].

Основные конструктивные параметры сложных заземлителей подстанций и параметры электрической структуры земли даны в табл. 1; расчетные и экспериментальные значения и общие ошибки расчета сопротивления заземлителей и наибольшего напряжения до прикосновения приведены соответственно в табл. 2 и 3.

Оценки математического ожидания $\tilde{m}$ и среднего квадратичного отклонения $\tilde{\sigma}$ относительного значения (в процентах) возможной наибольшей общей ошибки расчета сопротивления заземлителя равны соответственно 16,5% и 9,4 %, их доверительные интервалы при доверительной вероятности, равной 0,9, соответственно составляют (9,4; 23,6) % и (2,6; 16,0) %. Теперь по правилу «трех сигм» при доверительной вероятности, равной 0,99, может быть определен и доверительный интервал для $\Delta(R_{\text{р}})_{\max}$ — максимального значения наибольшей общей относительной ошибки (в процентах) при расчете сопротивления сложного заземлителя аналитическим методом. Находим левую и правую границы доверительного интервала для $\Delta(R_{\text{р}})_{\max}$: соответственно 17,3 % и 71,6 %. Таким образом, этот интервал с доверительной вероятностью 0,99 содержит на числовой оси значение $\Delta(R_{\text{р}})_{\max}$.

Малое число измерений значений напряжения до прикосновения не позволило применить вероятностно-статистический аппарат для определения числовых характеристик наибольшей возможной ошибки расчета этой величины.

Рассмотрим и оценим влияние основных групп факторов на наибольшие общие ошибки (в процентах) при расчете аналитическим методом сопротивления искусственных сложных заземлителей, потенциала в заданной точке M на поверхности земли и напряжений до прикосновения.

Первую группу факторов (источников ошибок) составляют отличия реальной (действительной) электрической структуры земли, электрических свойств и геометрии заземлителей от их исходных моделей, принятых в аналитическом методе.

Доля в общих ошибках расчета электрических характеристик сложных заземлителей, обусловленная отличием действительной электрической структуры земли от ее двухслойной модели, могла бы быть легко найдена приближенно при известных числовых характеристиках общих ошибок для случаев, когда действительная электрическая структура земли и ее модель совершенно одинаковы. Понятно, что найти в природе идеальные однородную или двухслойную электрические структуры земли практически невозможно. Поэтому остается лишь одна возможность использовать метод физического моделирования, основанный на формальной одинаковости исследуемого физического процесса в натуре и на модели. Общие ошибки метода не превышают 1,5 %.

В табл. 4 приведены результаты определения общих ошибок расчета электрических характеристик сложных

Таблица 1

Наименование трансформаторной подстанции	Параметры						
	S, м²	L, м	$l_{\text{в}}$, м	$n_{\text{в}}$, шт.	ρ_1, Ом·м	ρ_2, Ом·м	h, м
Горький — Сортировочная	4624	1015	2,5	24	150	30	1,8
Сейма	3270	930	2,5	25	1500	15	5,0
Тарасиха	3080	820	2,5	21	500	130	3,7
Георгиу-Деж	11 449	1950	2,5	50	4200	240	2,9
Заостровичи (до реконструкции)	2840	610	5,0	44	2100	60	18,0
Заостровичи (после реконструкции)	2840	610	5,0 20,0	44 8	2100	60	18,0
Раков	1760	715	5,0	22	100	64	1,5

Примечания: S — площадь территории, на которой размещен заземлитель; L — общая длина горизонтальных электродов; $l_{\text{в}}$, $n_{\text{в}}$ — длина и общее число вертикальных электродов; h — толщина верхнего слоя земли.

Таблица 2

Наименование трансформаторной подстанции	Значения сопротивлений и ошибок расчета					
	$R_{\text{з.р}}$, Ом	$R_{\text{з.и}}$, Ом	$R_{\text{з.р}} - R_{\text{з.и}}$, Ом	$\delta(R_{\text{з.и}})$*, Ом	$\delta(R_{\text{р}})_{\max}$, Ом	$\Delta(R_{\text{р}})_{\max}$**, %
Горький — Сортировочная	0,30	0,298	0,002	0,015	0,017	5,7
Сейма	1,05	0,80	0,25	0,04	0,29	36,3
Тарасиха	1,70	1,40	0,30	0,07	0,37	26,4
Георгиу — Деж	1,80	1,74	0,06	0,0875	0,1375	7,9
Заостровичи (до реконструкции)	8,0	7,0	1,0	0,55	1,35	19,3
Заостровичи (после реконструкции)	2,5	2,4	0,1	0,12	0,22	9,2
Раков	0,45	0,48	—0,03	0,024	0,054	11,3

* $\delta(R_{\text{з.и}}) = R_{\text{з.и}} \Delta(R_{\text{з.и}})/100$, где $\Delta(R_{\text{з.и}})$ — относительное значение (в процентах) ошибки измерений $R_{\text{з}}$, принимаемое равным 5 %

** $\Delta(R_{\text{р}})_{\max} = 100\,\delta(R_{\text{р}})_{\max}/R_{\text{з.и}}$

Таблица 3

Наименование трансформаторной подстанции	Значения напряжений до прикосновения и ошибок расчета			
	$U_{\text{д.пр}}$, В	$U_{\text{д.п.и}}$, В	$\delta(U_{\text{д.п}})$*, В	$\Delta(U_{\text{д.п}})$**, %
Горький — Сортировочная	69	63,5	5,5	8,7
Сейма	220,5	166,4	54,1	32,5
Тарасиха	365,5	294	71,5	24,3

* $\delta(U_{\text{д.п}}) = U_{\text{д.п.р}} - U_{\text{д.п.и}}$

** $\Delta(U_{\text{д.п}}) = 100\,\delta(U_{\text{д.п}})/U_{\text{д.п.и}}$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

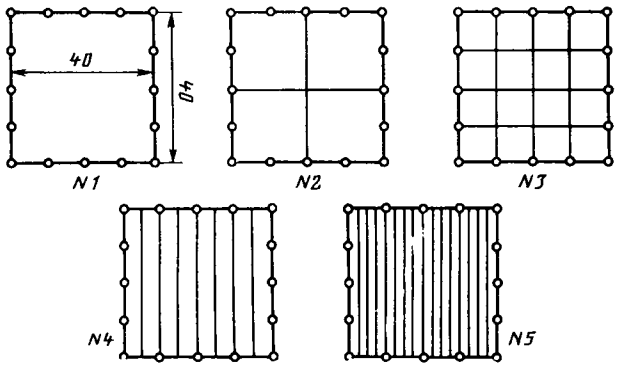


Рис. 1. Схемы сложных заземлителей, электрические характеристики которых определялись с помощью ЭВМ и путем физического моделирования в электролитической ванне

заземлителей в однородной земле, показанных на рис. 1. Диаметр и длина вертикальных электродов этих заземлителей были приняты равными соответственно 0,02 и 5,0 м, диаметр горизонтальных электродов — 0,02 м. Заземлители были расположены на глубине 0,5 м от поверхности земли.

Оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения относительных значений возможных наибольших общий ошибок расчета сопротивления заземлителя в однородной земле и потенциала $\varphi_м$ в точке M на поверхности земли, а также наибольшего напряжения до прикосновения $U_{д.п max}$ найдены по данным табл. 4 и соответственно равны: $\tilde{m}_{\Delta(R)} = 2{,}46$ %; $\tilde{\sigma}_{\Delta(R)} = 0{,}32$ %; $\tilde{m}_{\Delta(\varphi)} = 5{,}2$ %; $\tilde{\sigma}_{\Delta(\varphi)} = 2{,}75$ %; $\tilde{m}_{\Delta(U)} = 10{,}0$ %; $\tilde{\sigma}_{\Delta U} = 7{,}13$ %

Доверительные интервалы для $m_{\Delta(R)}$, $\sigma_{\Delta(R)}$, $m_{\Delta\varphi}$, $\sigma_{\Delta(\varphi)}$, $m_{\Delta(U)}$, $\sigma_{\Delta(U)}$ найдены при доверительной вероятности 0,9 и составляют соответственно (2,2; 2,7) %, (0; 0,5) %, (3,4; 7,4) %, (0; 4,0)%, (4,8; 15,2) %, (0; 10,5) %. По этим значениям были определены доверительные интервалы для $\Delta(R_р)_{max}$, $\Delta(\varphi_{м.р})_{max}$ и $\Delta(U_{д.п.р})_{max}$ при доверительной вероятности 0,99 (по правилу «трех сигм»). Интервалы — (2,2; 4,2) %, (3,4; 19,4)% и (4,8; 46,7)% с доверительной вероятностью 0,99 содержат на числовой оси значения соответственно $\Delta(R_р)_{max}$; $\Delta(\varphi_{м.р})_{max}$ и $\Delta(U_{д.п.р})_{max}$.

Сопоставим доверительные интервалы для $m_{\Delta(R)}$ и $\sigma_{\Delta(R)}$, найденные при расчетах заземлителей, расположенных в электролитической ванне (модель однородной земли) и в реальной земле, модель электрической структуры которой была определена как двухслойная. Для $m_{\Delta(R)}$ имеем соответственно (2,2; 2,7) % и (9,4; 23,6) %, а для $\sigma_{\Delta(R)}$ —(0; 0,5) % и (—2,6; 16,0) %. Овевидно, что основная доля общих ошибок (порядка 85 %) при расчете $R_з$ заземлителей в реальной земле обусловлена отличием реальной электрической структуры земли от ее двухслойной модели.

Отсутствие достаточного объема экспериментальных данных об общих ошибках при расчете наибольшего напряжения до прикосновения в пределах территорий, на которых расположены сложные заземлители, не позволяет точно оценить количественно долю ошибок, вносимых отличием реальной электрической структуры земли от ее двухслойной модели. Вместе с тем имеющиеся значения $\Delta(U_{д.п})$, приведенные в табл. 3 (заземлители в реальной земле) и в табл. 4 (заземлители в электролитической ванне), указывают на несомненно меньшую долю этих ошибок, чем в случае расчета $R_з$. Ориентировочно эта доля может быть оценена в 40—50 %.

Оценим долю ошибок при расчете электрических характеристик сложных заземлителей (собственных и взаимных сопротивлений), обусловленную допущением постоянства линейной плотности тока вдоль элементов заземлителя.

Истинный закон изменения вдоль горизонтального прямолинейного электрода линейной плотности стекающего в землю тока, соответствующие значения собственного сопротивления горизонтального прямолинейного электрода и взаимного сопротивления между электродом и точками M на поверхности земли найдем с помощью известного приема, заключающегося в последовательном разбиении одиночного горизонтального прямолинейного электрода на ряд равных участков, каждый из которых рассматривают как самостоятельный элемент. При этом одиночный электрод становится как бы сложным (многоэлементным). В пределах каждого из его участков (элементов) линейная плотность стекающего в землю тока постоянна, однако при переходе от данного участка электрода к соседнему участку она изменяется скачком. Последовательное увеличение числа разбиений одиночного электрода на элементы одинаковой длины приближает к асимптотическому значению, во-первых, линейную плотность стекающего в землю тока электрода, во-вторых, собственное сопротивление электрода α_{ii} и, в-третьих, взаимное сопротивление $\alpha_{мi}$ между электродом и точкой M на поверхности земли:

$$\alpha^*_{ii} = \varphi_i \Big/ \sum_{k=1}^{n} I_k; \qquad (6)$$

$$\alpha^*_{м\,i} = \varphi_{м\,i} \Big/ \sum_{k=1}^{n} I_k, \qquad (7$$

Таблица 4

Номер схемы по рис. 1	1	2	3	4	5
$R_{з.р}$, Ом	1,270	1,203	1,122	1,096	1,058
$R^*_{з.э}$, Ом	1,260	1,185	1,130	1,085	1,050
$\delta(R_{з.э}) = R_{з.э}\,\Delta(R_{з.э})/100$, Ом	0,019	0,018	0,017	0,016	0,016
$\delta(R_р)_{max} = \lvert R_{з.р} - R_{з.э}\rvert + \lvert\delta(R_{з.э})\rvert$, Ом	0,029	0,036	0,025	0,027	0,024
$\Delta(R_р)_{max} = 100\,\delta(R_р)_{max}/R_{з.э}$, %	2,3	3,0	2,2	2,5	2,3
$\varphi_{м.р}$, В	697	825	888	964	978
$\varphi^*_{м.э}$, В	649	869	933	960	970
$\delta(\varphi_{м.э}) = \varphi_{м.э}\,\Delta(\varphi_{м.э})/100$, В	9,7	13	14	14	14,6
$\delta(\varphi_{м.р})_{max} = \lvert\varphi_{м.р} - \varphi_{м.э}\rvert + \lvert\delta\varphi_{м.э}\rvert$, В	57,7	57	59	18	22,6
$\Delta(\varphi_{м.р})_{max} = 100\,\delta(\varphi_{м.р})_{max}/\varphi_{м.э}$, %	8,9	6,6	6,3	1,8	2,3
$U_{д.п.р}$, В	573	378	234	132	80
$U_{д.п.э}$, В	611	316	197	125	80
$U_{д.п.р} - U_{д.п.э} = \delta(U_{д.п})$, В	—38	62	37	7	0,0
$\Delta(U_{д.п}) = 100\,\lvert\delta(U_{д.п})\rvert/U_{д.п.э}$, %	6,2	19,6	18,8	5,6	0,0

* Индекс «э» означает, что данная величина была определена путем физического моделирования в электролитической ванне[1].

[1] Работы проведены Е. Я. Рябковой и А. А. Ворониной в МЭИ

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где i — номер электрода; I_k — ток, стекающий в землю с k-го участка электрода, разбитого на n равных участков; $*$ — значок, показывающий, что соответствующие величины относятся к случаю, когда горизонтальный электрод разбит на множество участков (элементов).

Принимая α^*_{ii} и α^*_{Mi} в качестве истинных значений собственного сопротивления электрода и взаимного сопротивления между электродом и точкой M, находим относительные значения ошибок (в процентах), обусловленных допущением постоянства линейной плотности стекающего в землю тока горизонтального прямолинейного электрода (электрод не разбит на множество элементов):

$$\left.\begin{aligned}\Delta(\alpha_{ii}) &= \frac{\alpha_{ii}-\alpha^*_{ii}}{\alpha^*_{ii}}100;\\ \Delta(\alpha_{Mi}) &= \frac{\alpha_{Mi}-\alpha^*_{Mi}}{\alpha^*_{Mi}}100,\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

где α_{ii} и α_{Mi} — соответственно значения собственного сопротивления электрода и взаимного сопротивления между электродом и точкой M при принятом допущении постоянства линейной плотности стекающего в землю тока.

Значения взаимных сопротивлений между горизонтальными электродами, между горизонтальными и вертикальными электродами, асимптотически приближающиеся к истинным, находим, используя общий алгоритм метода наведенного потенциала [3], изложенный выше прием последовательного разбиения горизонтальных электродов на множество участков и аналитический метод расчета сложных заземлителей [4].

Разобьем два горизонтальных электрода с номерами i и j (рис. 2) на достаточно большое число (m и n) участков одинаковой длины для каждого из них (в общем случае разной длины для i-го и j-го электродов) и будем каждый электрод рассматривать как сложный многоэлементный заземлитель.

Находим для каждого k-го участка j-го электрода f_{0kj} — функцию непостоянства линейной плотности тока, стекающего в землю с j-го электрода при равенстве нулю тока i-го электрода. Для этого аналитическим методом с помощью ЭВМ рассчитываем токораспределение в пределах j-го многоэлементного электрода (i-й электрод в расчете не участвует) для любого произвольного значения потенциала φ_j.

$$f_{0kj} = \frac{\tau^*_{kj}}{\tau^*_{j\,ср}} = \frac{I^*_{kj}/l_{kj}}{I^*_j/l_j} = nI^*_{kj}/I^*_j, \qquad (9)$$

где τ^*_{kj}, $\tau^*_{j\,ср}$ — линейная плотность тока соответственно k-го участка j-го электрода и средняя плотность тока j-го электрода; I^*_{kj}, I^*_j — ток, стекающий в землю с k-го участка и всего j-го электрода; l_j, l_{kj} — длина соответственно j-го электрода и его k-го участка (последняя равна l_j/n, где n — общее число участков, на которое разбит j-й электрод).

Затем с помощью ЭВМ также для любого произвольного значения потенциала φ_i рассчитываем потенциалы $\varphi^*(A_{kj})_i$, наводимые посередине каждого k-го участка j-го электрода (в точках A_{kj}) током I^*_i, стекающим в землю с i-го электрода (ток j-го электрода равен нулю) и находим взаимное сопротивление α^*_{ji}:

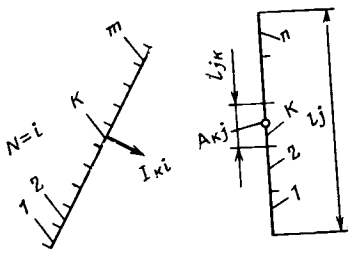


Рис. 2. К расчету взаимного сопротивления между горизонтальными прямолинейными электродами с учетом непостоянной линейной плотности тока вдоль каждого из электродов.

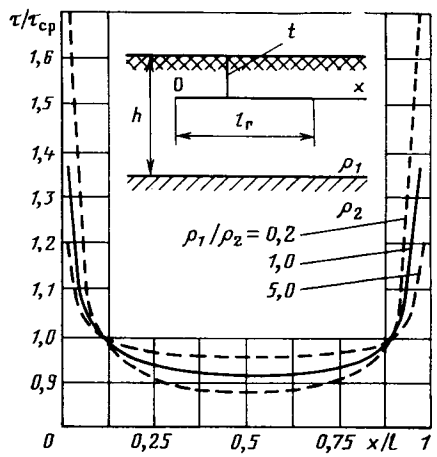


Рис. 3. Распределение линейной плотности τ стекающего в землю тока в относительных единицах (за базовое принято среднее значение $\tau_{ср}$) вдоль горизонтального электрода: $l_г$=10 м; $h/l_г$=0,2; $t/l_г$=0,05; 0 — начало оси координат

$$\alpha_{ji} = \frac{\varphi^*_{ji}}{I^*_i} = \frac{1}{I^*_i}\left(\frac{1}{l_j}\int\limits_{(l_j)} f_{0j}\varphi^*_{ji}dl_j\right) \approx$$

$$\approx \frac{n}{I^*_i I^*_j l_j}\sum_{k=1}^{n} I^*_{kj}\varphi^*(A_{kj})_i\frac{l_j}{n} =$$

$$= \frac{1}{I^*_i I^*_j}\sum_{k=1}^{n} I^*_{kj}\varphi^*(A_{kj})_i. \qquad (10)$$

Расчет линейной плотности тока, стекающего в землю с одиночного прямолинейного электрода, был выполнен применительно к круглому электроду диаметром 0,02 м и длиной $l_г$, равной 10 м, расположенному на глубине t 0,05, 0,5 и 1,0 м от поверхности двухслойной земли. Толщина верхнего слоя земли принята равной 2,0 м. Удельные сопротивления приняты равными: верхнего слоя ρ_1 — 20, 100 и 500 Ом·м, нижнего слоя ρ_2 — 100 Ом·м. Исходный электрод последовательно разбивали на 10, 20, 40 и 100 равных по длине элементов. С помощью ЭВМ рассчитывали: распределение стекающего в землю тока между всеми элементами (а следовательно, и закон изменения линейной плотности тока по длине электрода); собственное сопротивление электрода $\alpha^*_{соб}$, равное $R^*_з$; потенциал φ^* (M) в заданных точках на поверхности земли. Затем те же электрические характеристики рассчитывали при указанных выше параметрах электрической структуры земли для исходного (не разбитого на элементы) электрода и проводили сопоставление результатов.

Расчеты показали, что закон изменения линейной плотности стекающего в землю тока вдоль горизонтального электрода, найденный при его разбиении на 40 равных участков, при последующих дроблениях практически не изменяется (за исключением участков по кон-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

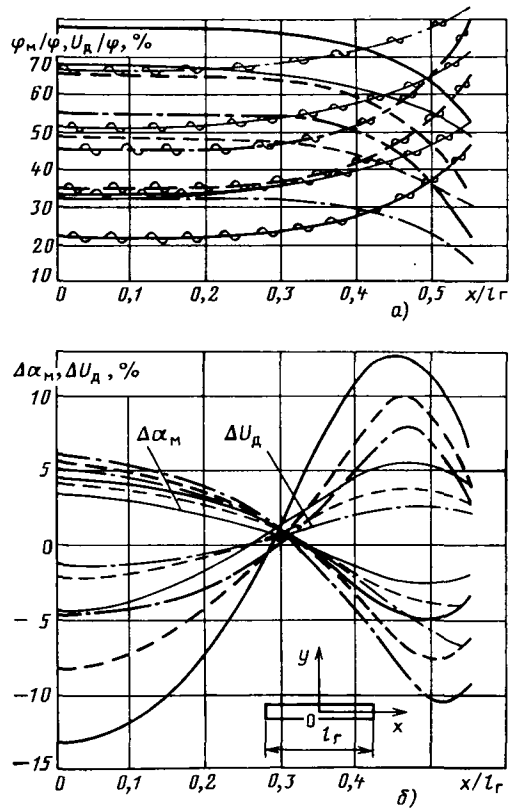


Рис. 4. Зависимости $\varphi_м/\varphi_з$, $U_{д.п}/\varphi_з$, $\Delta(\alpha_м)$ и $U_{д.п}$ от положения точки М относительно прямого горизонтального электрода длиной $l_г$ при $t/l_г=0{,}05$; $h/l_г=0{,}2$, (жирные линии — при $y/l_г=0$, тонкие — при $y/l_г=0{,}1$):
——— $\rho_1/\rho_2=0{,}2$; ——— — $\rho_1/\rho_2=1$; —·—·— — $\rho_1/\rho_2=5{,}0$; ~~~~~ — $U_{д.п}/\varphi_з$.

цам электрода, составляющих в сумме менее 5 % его длины). В пределах примерно 85 % длины электрода отклонения линейной плотности тока от среднего значения не превосходят 10 % и лишь на концевых участках, составляющих в сумме около 10 % длины электрода, линейная плотность тока на 30 ÷ 80 % превышает среднее значение (рис. 3). По мере уменьшения отношения t к $l_г$ отличие линейной плотности стекающего в землю тока от постоянной растет. Так, при $t/l_г$, равном 0,005, наибольшие значения отношения линейной плотности тока τ к ее серднему значению $\tau_{ср}$ при ρ_1/ρ_2, равном 0,2, 1,0 и 5,0 составляют 2,14, 2,03 и 1,95, а при $t/l_г$, равном 0,05, соответствующие значения $\tau/\tau_{ср}$ равны 1,7, 1,37 и 1,19. Ошибки при расчете собственного сопротивления горизонтальных прямых электродов, обусловленные допущением постоянства по всей их длине линейной плотности стекающего в землю тока, в среднем равняются 0,5 % и не превышают 1,0 %.

Как было установлено, наибольшие отклонения от среднего значения линейная плотность стекающего в землю тока имеет непосредственно под серединой электрода и на его концевых участках. Поэтому и наибольшие относительные значения ошибок $\Delta(\alpha_{мi})$ и $\Delta(U_{д.п})$ должны приходиться на точки M, расположенные вблизи этих участков. Действительно, как показывают графики на рис. 4, максимумы $\Delta(\alpha_{мi})$ и $\Delta(U_{д.п})$ находятся в точках M, расположенных непосредственно над серединой электрода ($x=0$, $y=0$) и вблизи его концов ($x\approx 0{,}45l_г$; $y=0$). В точках M вблизи середины электрода $\Delta(\alpha_{мi})$ положительна, а $\Delta(U_{д.п})$ отрицательна (это связано с

Таблица 5

Номер схемы на рис. 5	ρ_1/ρ_2	0,2	1,0	5,0
1	$\alpha_{1,2}$, Ом	3,736	11,359	41,762
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	3,704	11,313	41,102
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	0,86	0,41	1,60
2	$\alpha_{1,2}$, Ом	3,081	8,114	25,667
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	3,033	7,991	25,352
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	1,61	1,54	1,24
3	$\alpha_{1,2}$, Ом	2,772	6,633	18,512
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	2,727	6,521	18,227
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	1,66	1,72	1,56
4	$\alpha_{1,2}$, Ом	1,640	2,801	5,087
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	1,681	2,906	5,790
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	—2,44	—3,64	—12,13
5	$\alpha_{1,2}$, Ом	1,389	2,202	3,666
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	1,413	2,358	4,245
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	—1,74	—6,62	—13,6
6	$\alpha_{1,2}$, Ом	1,245	1,779	2,302
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	1,264	1,808	2,447
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	—1,50	—1,56	—5,92
7	$\alpha_{1,2}$, Ом	2,225	3,790	4,567
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	2,284	3,911	4,733
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	—2,56	—3,11	—3,49
8	$\alpha_{1,2}$, Ом	1,858	2,917	3,335
	$\alpha^*_{1,2}$, Ом	1,883	2,967	3,413
	$\Delta(\alpha_{1,2})$, %	—1,33	—1,70	—2,27

тем, что допущение постоянства линейной плотности тока приводит к ее завышению вблизи середины электрода), а вблизи концов электрода $\Delta(\alpha_{мi})$ отрицательна, а $\Delta(U_{д.п})$ положительна. По мере удаления точки M от проекции оси электрода (координата y увеличивается) при прочих равных условиях $\Delta(\alpha_{мi})$ и $\Delta(U_{д.п})$ быстро уменьшаются.

Ошибки расчета взаимных сопротивлений электродов при допущении постоянства линейной плотности стекающего в землю тока были определены для всех основных взаимных положений между горизонтальными и вертикальными электродами (табл. 5). Были использованы следующие значения параметров: длина горизонтальных электродов — 10 м, вертикальных — 5 м; глубина заложения электродов в землю — 0,02 м; диаметр электродов — 0,02 м; электрическая структура земли — двухслойная; мощность верхнего слоя — 2,0 м. Полученные данные (табл. 5) показывают, что ошибки имеют наименьшие значения при расчете α_{ji} для электродов одинаковой длины, расположенных параллельно друг другу

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

(схемы 1—3 на рис. 5), а наибольшие значения — при электродах расположенных относительно друг друга под углом от $\pi/2$ до π (схемы 4—6). По мере удаления электродов друг от друга при прочих равных условиях ошибки, как правило, быстро уменьшаются (схемы 5 и 6 или 7 и 8 на рис. 5), за исключением электродов одинаковой длины, расположенных параллельно.

Ошибки при расчете собственных сопротивлений элементов и взаимных сопротивлений между элементами и точками M на поверхности земли, естественно, приводят к ошибкам в расчете всех электрических характеристик сложных заземлителей. Рассмотрим ошибки $\Delta(R_з)$, $\Delta(\varphi_м)$ и $\Delta(U_{д.п})$ при расчете сложных заземлителей и оценим долю в общих ошибках указанных характеристик, обусловленную допущением постоянства линейной плотности стекающего в землю тока элементов.

Значение $\Delta(R_з)$ зависит от α^*_{ji} — истинных значений собственных и взаимных сопротивлений элементов — и от ошибок $\Delta(\alpha_{ji})$, причем основную роль в формировании $\Delta(R_з)$ играют ошибки в определении значений собственных сопротивлений элементов. Многочисленные расчеты для различных типов сложных заземлителей показали, что ошибки при определении сопротивления сложных заземлителей, обусловленные допущением постоянства линейной плотности стекающего в землю тока в пределах каждого их элемента, в среднем близки к 0,5 % и не превышают 2,0 %, что в среднем составляет долю около 3 % и не превышает 12 % от общих ошибок.

В формировании $\Delta(\varphi_м)$ и $\Delta(U_{д.п})$ участвуют $\Delta(\alpha_{мj})$ и $\Delta(I_j)$, а также I^*_j и $\alpha^*_{м\,j}$ — истинные значения тока элементов и взаимных сопротивлений между элементами и точкой M на поверхности земли. Действительно, пусть сложный заземлитель состоит из n элементов (в том числе горизонтальных и вертикальных). Обозначим символом $\varphi^*_м$ истинное значение потенциалов в точке M, наводимого током $I^*_з$, стекающим из заземлителя в землю:

$$\varphi^*_м = \sum_j^n \alpha^*_{м\,j} I^*_j; \quad I^*_з = \sum_1^n I^*_j. \tag{11}$$

Значения взаимных сопротивлений между каждым из элементов и точкой M, а также токов, стекающих из элементов в землю, в действительности рассчитаны с некоторыми ошибками $\delta(\alpha_{м\,j})$ и $\delta(I_j)$. Поэтому $\varphi_м$, т. е. значение потенциала в точке M, рассчитанное при указанном выше допущении, будет содержать некоторую ошибку $\delta(\varphi_м)$:

$$\varphi_м = \varphi^*_м + \delta(\varphi_м) = \sum_j^n [\alpha^*_{м\,j} + \delta(\alpha_{м\,j})]\,[I^*_j + \delta(I_j)] =$$

$$= \sum_j^n \alpha^*_{м\,j} I^*_j + \sum_1^n [\alpha^*_{м\,j}\delta(I_j) + I^*_j\,\delta(\alpha_{м\,j})] +$$

$$+ \sum_1^n \delta(\alpha_{м\,j})\,\delta(I_j). \tag{12}$$

Перенесем $\varphi^*_м$ в правую часть равенства (12), отбросим член $\delta(\alpha_{м\,j})\,\delta(I_j)$, имеющий высший порядок малости, выполним элементарное преобразование и получим

$$\delta(\varphi_м) = \sum_1^n \alpha^*_{м\,j} I^*_j\,[\delta(\alpha_{м\,j})/\alpha^*_{м\,j} + \delta(I_j)/I^*_j]. \tag{13}$$

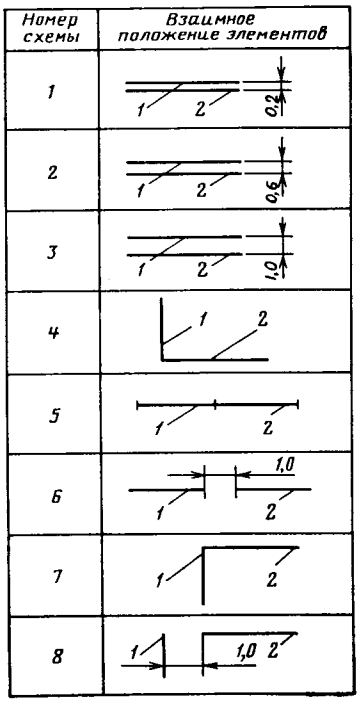


Рис. 5. Схемы расположения электродов

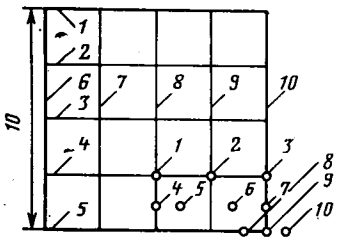


Рис. 6. Сложный заземлитель в виде сетки с регулярным размещением горизонтальных элементов и без вертикальных элементов (кружками показано расположение точек M на поверхности земли, применительно к которым определялись значения электрических характеристик, цифрами обозначены элементы j)

Теперь найдем $\Delta(\varphi_м)$ — относительное значение ошибки (в процентах):

$$\Delta(\varphi_м) = 100\delta(\varphi_м)/\varphi^*_м = \left\{\sum_1^n \alpha^*_{м\,j} I^*_j\,[\Delta(\alpha_{м\,j}) + \right.$$

$$\left. + \Delta(I_j)]\right\} \Big/ \sum_1^n \alpha^*_{м\,j} I^*_j. \tag{14}$$

Обозначим символом $U^*_{д.\,п}$ истинное значение напряжения до прикосновения. Рассчитанное с учетом указанного выше допущения напряжение до прикосновения $U_{д.\,п}$ содержит ошибку $\delta(U_{д.п})$:

$$U_{д.\,п} = U^*_{д.\,п} + \delta(U_{д.\,п}) = [\varphi^*_з + \delta(\varphi_з)] - [\varphi^*_м + \delta(\varphi_м)] =$$

$$= (\varphi^*_з - \varphi^*_м) + [\delta(\varphi_з) - \delta(\varphi_м)]. \tag{15}$$

Так как $\varphi^*_з - \varphi^*_м = U^*_{д.\,п}$,

получаем

$$\delta(U_{д.\,п}) = \delta(\varphi_з) - \delta(\varphi_м).$$

Представим (15) в относительных единицах (в процентах) следующим образом;

$$\Delta(U_{д.\,п}) = 100\delta(U_{д.\,п})/U^*_{д.\,п} = 100\,[\delta(\varphi_з) - \delta(\varphi_м)]/(\varphi^*_з - $$

$$- \varphi^*_м) = [\varphi^*_з\,\Delta(\varphi_з) - \varphi^*_м\,\Delta(\varphi_м)]/(\varphi^*_з - \varphi^*_м) =$$

$$= \frac{\Delta(\varphi_з) - (\varphi^*_м/\varphi^*_з)\,\Delta(\varphi_м)}{1 - (\varphi^*_м/\varphi^*_з)}. \tag{16}$$

Проанализируем равенства (14) и (16). Структура формулы (14) показывает, что значения $\Delta(\varphi_м)$ зависят от алгебраических сумм $\Delta(\alpha_{мj})$ и $\Delta(I_j)$ каждого из элементов сложного заземлителя, умноженных на произведение соответствующих $\alpha^*_{м\,j}$ и I^*_j. Результаты расчетов показывают, что относительные ошибки $\Delta(\alpha_{мj})$ определения значений взаимных сопротивлений между горизонтальными электродами и точками M, расположенными непосредственно на проекциях горизонтальных элект-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 6

№ точки на рис. 6	$\rho_1/\rho_2=0,2$				$\rho_1/\rho_2=1,0$				$\rho_1/\rho_2=5,0$			
	$\varphi_м^*/\varphi_з^*$	$\Delta(\varphi_м)$, %	$U_{д.п}^*/\varphi_з^*$	$\Delta(U_{д.п})$, %	$\varphi_м^*/\varphi_з^*$	$\Delta(\varphi_м)$, %	$U_{д.п}^*/\varphi_з^*$	$\Delta(U_{д.п})$, %	$\varphi_м^*/\varphi_з^*$	$\Delta(\varphi_м)$, %	$U_{д.п}^*/\varphi_з^*$	$\Delta(U_{д.п})$, %
1	0,981	1,45	0,019	—50,0	0,937	2,10	0,062	—24,6	0,850	3,02	0,150	—14,0
2	0,976	0,95	0,023	—20,5	0,931	1,50	0,069	—14,0	0,845	2,39	0,156	—10,7
3	0,930	0,33	0,070	2,8	0,855	0,40	0,145	0,8	0,742	0,70	0,258	—0,9
4	0,962	0,15	0,039	8,3	0,897	—0,40	0,102	7,9	0,782	—1,33	0,218	6,5
5	0,947	0,67	0,053	—2,7	0,859	0,50	0,140	0,3	0,704	0,00	0,296	1,2
6	0,922	—0,74	0,078	14,9	0,826	—1,40	0,173	9,1	0,672	—2,11	0,328	5,5
7	0,904	—1,41	0,096	18,5	0,814	—2,40	0,186	12,9	0,685	—3,28	0,315	8,4
8	0,893	—2,08	0,103	21,6	0,799	—3,30	0,201	15,2	0,669	—4,48	0,331	10,2
9	0,865	—2,20	0,135	17,8	0,755	—3,60	0,244	12,8	0,612	—4,87	0,388	8,6
10	0,811	—1,63	0,189	9,4	0,667	—2,70	0,333	6,8	0,481	—4,00	0,516	4,5
	$R_з^*=2,03$ Ом; $\Delta(R_з)=\Delta\varphi_з=0,5\%$				$R_з^*=4,30$ Ом; $\Delta(R_з)=\Delta(\varphi_з)=0,4\%$				$R_з^*=10,84$ Ом; $\Delta(R_з)=\Delta(\varphi_з)=0,4\%$			

родов на поверхности земли, могут достигать 10 %. Однако по мере увеличения расстояния от точки M до горизонтального электрода ошибки быстро уменьшаются. Значения $\Delta(\alpha_{мj})$ при расчете $\alpha_{мj}$ в случае вертикальных электродов на порядок ниже. Значительное влияние на формирование $\Delta(\varphi_м)$ могут оказывать $\Delta(I_j)$ в случае горизонтальных электродов. В зависимости от конструктивных особенностей сложных заземлителей и параметров электрической структуры земли $\Delta(I_j)$ для горизонтальных электродов могут достигать 30—50 %. (Наибольшие значения $\Delta(I_j)$ при вертикальных электродах обычно на порядок меньше.)

Значения $\Delta(\varphi_м)$ формируются совокупностью $\Delta(\alpha_{мj})$ и $\Delta(I_j)$ всех электродов (элементов) сложного заземлителя. С увеличением расстояния от данной точки M до элементов при прочих равных условиях значения $\Delta(\alpha_{мj})$ уменьшаются. Следовательно, результирующая ошибка $\Delta(\varphi_м)$ обычна должна быть во много раз меньше, чем наибольшие значения $\Delta(\alpha_{мj})$ и $\Delta(I_j)$.

Относительная ошибка расчета величины $U_{д.п}$ в соответствии с равенством (16) зависит от $\Delta(\varphi_з)$, $\Delta(\varphi_м)$ и $\varphi_м^*/\varphi_з^*$. Выше было указано, что $\Delta(R_з)$, а следовательно, и $\Delta(\varphi_з)$ в среднем близки к 0,5 % и не превышают 2 %. Относительная же ошибка $\Delta(\varphi_м)$ в среднем больше (это будет показано на примерах ниже). Значение $\varphi_м^*$ всегда меньше $\varphi_з^*$, однако во многих случаях может приближаться к нему. Следовательно, числитель равенства (16) в зависимости от абсолютных значений и знаков $\Delta(\varphi_м)$ и $\Delta(\varphi_з)$ может быть положителен и отрицателен, а по абсолютному значению в ряде случаев даже превосходить $\Delta(\varphi_м)$ и $\Delta(\varphi_з)$. Знаменатель равенства (16) всегда меньше единицы. Поэтому $\Delta(U_{д.п})$ может принимать значение, по абсолютной величине во много раз превышающее как $\Delta(\varphi_з)$, так и $\Delta(\varphi_м)$.

Пример 1. Заземлитель (рис. 6) в виде квадратной сетки (без вертикальных электродов) с регулярным размещением одинаковых элементов диаметром 0,02 м содержал четыре ячейки с каждой стороны и был расположен на глубине t, равной 0,5 м, в земле с двухслойной электрической структурой (мощность h верхнего слоя равнялась 2 м). Отношение t к длине горизонтального элемента составляло 0,05. Координаты точек M выбирались с целью определения наибольших ошибок при расчете электрических характеристик этого сложного заземлителя и оценки их влияния на последние. Известно, что при регулярном размещении элементов заземлителя наибольшие значения напряжения до прикосновения находятся в пределах крайних (угловых) ячеек заземляющей

Таблица 7

ρ_1/ρ_2	$\Delta(I_j)$, % (для элементов с номерами j на рис. 6)		
	$j=1, 5, 6, 10$	$j=2, 4, 7, 9$	$j=3, 8$
0,2	4,87	—4,0	—23,5
1,0	3,0	—2,17	—10,5
5,0	1,7	—1,3	—4,8

Таблица 8

№ точки на рис. 7	Ошибка расчета потенциала и напряжения до прикосновения				№ точки на рис. 7	Ошибка расчета потенциала и напряжения до прикосновения			
	$\varphi_м^*/\varphi_з^*$	$\Delta(\varphi_м)$, %	$U_{д.п}^*/\varphi_з^*$	$\Delta(U_{д.п})$, %		$\varphi_м^*/\varphi_з^*$	$\Delta(\varphi_м)$, %	$U_{д.п}^*/\varphi_з^*$	$\Delta(U_{д.п})$, %
1	0,961	0,88	0,039	—18,2	6	0,890	—0,98	0,110	9,3
2	0,956	0,85	0,044	—14,7	7	0,878	—1,13	0,122	9,4
3	0,902	—0,84	0,098	9,3	8	0,876	—1,03	0,124	8,7
4	0,938	0,67	0,062	—7,8	9	0,853	—0,78	0,146	5,5
5	0,913	0,36	0,087	—1,8	10	0,784	0,62	0,216	3,0

$\Delta(R_з)=\Delta(\varphi_з)=0,15\%$

сетки. Поэтому девять точек M были размещены в двух крайних ячейках, а одна — вне угловой ячейки. Расчет электрических характеристик заземлителя был проведен дважды: первый раз — при десяти элементах длиной 10 м, второй — при ста элементах (каждый десятиметровый электрод был разбит на ряд участков-элементов). Результаты расчетов $\varphi_м^*/\varphi_з^*$, $U_{дп.}^*/\varphi_з^*$, $\Delta(\varphi_м)$, $\Delta(U_{д.п})$ и $\Delta(I_j)$ приведены в табл. 6 и 7.

Пример 2. Заземлитель (рис. 7) отличался от рассмотренного выше (рис. 6) наличием восьми вертикальных электродов длиной 5 м каждый. Значения $\Delta(I_j)$, $\Delta(\varphi_м)$, $\Delta(U_{д.п})$, $\varphi_м^*/\varphi_з^*$, определенные только для случая однородной земли ($\rho_1/\rho_2=1,0$) по изложенной ранее методике, приведены ниже и в табл. 8.

№№ элементов (j) на рис. 7	1, 5, 6, 10	2, 4, 7, 9	3, 8	11, 13, 15, 17	12, 14, 16, 18
$\Delta(I_j)$, %	2,7	—0,1	—9,8	0,9	—1,5

Пример 3. Заземлитель имел вид сетки (рис. 8) с переменным шагом поперечных элементов, принятым в

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

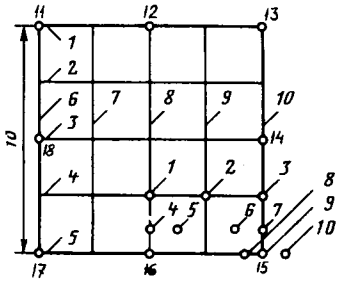


Рис. 7. Сложный заземлитель в виде сетки с регулярным размещением горизонтальных и вертикальных элементов: $t = 0{,}5$ м; ○ (*11—18*) — вертикальные электроды; остальные ⊙ — точки M.

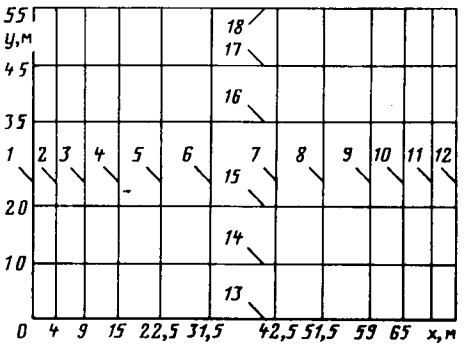


Рис. 8. Сложный заземлитель в виде сетки с переменным шагом поперечных элементов

соответствии с требованиями ПУЭ. Глубина заложения заземлителя t была выбрана равной 0,5 м от поверхности однородной земли. Расположение точек M принято в пределах шести крайних ячеек заземляющей сетки. Шестьдесят четыре точки располагались равномерно вдоль оси x через один метр, начиная от нуля четырьмя группами (y=0; 5; 10; 15 м) по шестнадцать точек в группе. Расчет электрических характеристик заземлителя был также выполнен дважды: с восемнадцатью и со ста сорока восемью элементами. Результаты расчета $\Delta(I_j)$ при $\rho_1/\rho_2=1$ приведены ниже:

№№ элементов на рис. 7	1,12	2,11	3,10	4,9	5,8	6,7	13,8	14,17	15,16
$\Delta(I_j)$, %	0,7	0,4	−2,6	−3,2	−1,8	1,6	2,9	0,5	−7,3

$$R_з^*=0{,}728 \text{ Ом};\ \Delta\left(R_з\right)=\Delta\left(\varphi_з\right)=-0{,}34\ \%.$$

Характер изменения $\Delta(\varphi_м)$, $\Delta(U_{д.п})$, $U^*_{д.\,п}/\varphi^*_з$ показан на рис. 9. Максимальные значения $U^*_{д.\,п}/\varphi^*_з$ получены для точек, находящихся вблизи начала координат и в центре угловой ячейки. Для всех четырех групп точек характер изменения отношения $U^*_{д.\,п}/\varphi^*_з$ одинаков. Минимумы наблюдаются в точках, расположенных на пересечениях элементов, максимумы — строго посередине между ними. Характер изменения $\Delta(U_{д.п})$ для групп точек с координатами y=0 и y=5 м противоположен характеру изменения $\Delta(U_{д.п})$ для точек с y=10; 15 м. Для первых групп точек максимумы (а для вторых групп—минимумы) находятся на пересечении элементов. Минимумы для точек с y=0; 5 м и максимумы для точек с y=10; 15 м находятся строго посередине. Характер изменения $\Delta(\varphi_м)$ для всех четырех групп точек различен. Для точек с y=0 ошибка $\Delta(\varphi_м)$ носит убывающий характер по мере увеличения x. Для y=15 м величина $\Delta(\varphi_м)$ постоянна. Характер изменения величин $\Delta(\varphi_м)$ при y=5 м и y=10 м противоположен. Минимумы для y=5 м совпадают с максимумами для y=10 м и находятся на пересечении элементов. Максимумы для y=5 м и минимумы для y=10 м находятся между ними.

В строгом соответствии с приведенным выше аналитическим рассмотрением формирования относительных ошибок расчета $U_{д.п}$ наибольшие значения $\Delta(U_{д.п})$ оказываются в точках, где $U^*_{д.\,п}/\varphi^*_з$ имеют наименьшие значения. Так, при расчете электрических характеристик заземлителя, показанного на рис. 6, наибольшие $\Delta(U_{д.п})$, равные 42 и −64 %, зафиксированы соответственно в точках, в которых значения $U^*_{д.\,п}/\varphi^*_з$ минимальны и составляют всего 0,073 и 0,025. В центре ячеек, образованных горизонтальными электродами, $U^*_{д.\,п}/\varphi^*_з$ и $\Delta(U_{д.п})$ имеют соответственно наибольшее и наименьшее значения (для данной ячейки). Сильное влияние на $\Delta(I_j)$ и $\Delta(U_{д.п})$ оказывает характер неоднородности удельного сопротивления земли. При уменьшении отношения ρ_1/ρ_2 при прочих равных условиях значения $\Delta(I_j)$ и $\Delta(U_{д.п})$ возрастают. Последнее связано с уменьшением градиента потенциала на поверхности земли вблизи горизонтальных электродов заземлителя при уменьшении ρ_1/ρ_2.

Проведенный выше анализ показывает, что доля в ошибках расчета $U_{д.п}$, обусловленная допущением по-

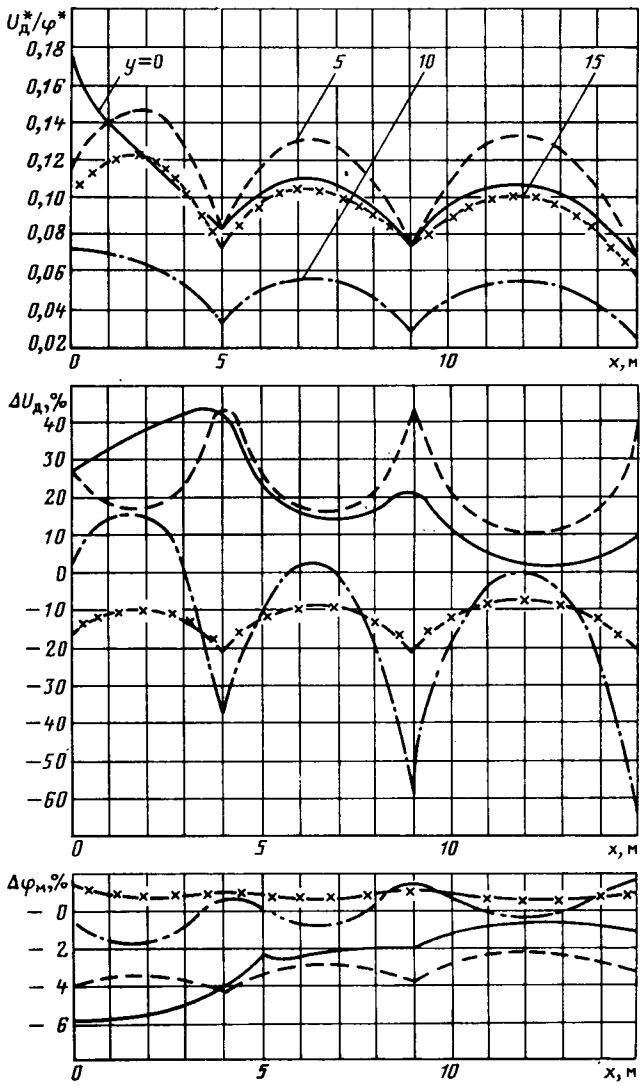


Рис. 9. Зависимость $\Delta(\varphi_м)$, $\Delta(U_{д.п})$, $U^*_{д.п}/\varphi^*_з$ от положения точки M в координатах x и y применительно к заземляющей сетке с нерегулярным расположением поперечных элементов (рис. 8)

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

стоянства линейной плотности тока при определении собственных и взаимных сопротивлений элементов сложных заземлителей, составляет в среднем около 50 %.

Выводы. 1. Основная доля в общих ошибках (порядка 85 %) при расчете сопротивления заземлителей и несколько меньшая доля (порядка 40—50 %) при расчете напряжения до прикосновения обусловлена отличием реальной электрической структуры земли от ее двухслойной модели.

2. Ошибки при определении сопротивления сложных заземлителей, обусловленные допущением постоянства линейной плотности стекающего в землю тока в пределах каждого элемента, в среднем близки к 0,5 % и не превышают 2,0 %, что в среднем составляет долю около 3 % и не превышает 12 % общих ошибок. Доля в ошибках расчета напряжения до прикосновения, обусловленная тем же допущением, составляет в среднем около 50 %.

3. Особое внимание следует обратить на расчет заземлителей по напряжению прикосновения. С увеличением площади заземлителя, при соотношении длин сторон заземлителя более чем 1 к 3, а также при ρ_1/ρ_2 менее единицы ошибки расчета напряжения до прикосновения растут. Наибольшие относительные значения ошибок оказываются в точках, где отношение $U_{д.п}/\varphi_з$ имеет наименьшие значения.

4. Уменьшение ошибок при расчете напряжения до прикосновения в точке M может быть достигнуто разбиением горизонтальных электродов, расположенных вблизи этой точки, на возможно большее число элементов.

5. Имеется два основных пути повышения точности расчета электрических характеристик заземляющих устройств: использование — многослойной модели электрической структуры земли и учет фактической непостоянной линейной плотности тока в пределах горизонтальных элементов при расчете взаимных сопротивлений между ними и точками M на поверхности земли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Эбин Л. Е., Якобс А. И.** Применение метода наведенных потенциалов при расчете сложных заземлителей в неоднородных грунтах. — Электричество, 1964, № 9.

2 **Якобс А. И.** О методах расчета сложных заземляющих систем, расположенных в неоднородных средах. — Электричество, 1967, № 5.

3. **Якобс А. И.** Теоретическое обоснование метода наведенного потенциала и его частных случаев. — Изв. АН СССР. Энерг. и трансп., 1967, № 4.

4. **Якобс А. И., Коструба С. И., Живаго В. Т.** Расчет сложных заземляющих устройств с помощью ЭЦВМ. — Электричество, 1967, № 8.

5. **Якобс А. И.** Приведение многослойной электрической структуры земли к эквивалентной двухслойной при расчете сложных заземлителей. — Электричество, 1970, № 8.

6. **Якобс А. И.** К расчету электрических характеристик сложных заземлителей. — Электричество, 1973, № 6.

7. **Карякин Р. Н., Власов С. П., Шевейко И. А.** Распределение потенциала на поверхности земли по территории тяговой подстанции переменного тока. — Электричество, 1968, № 3.

[10.12.85]

УДК 621.333.4.072.2

Энергетические характеристики преобразовательного электровоза ВЛ80Р в режиме рекуперации

МАМОШИН Р. Р., доктор техн. наук, **ПОПОВ П. К.**, инж.

Москва

На электровозах переменного тока типа ВЛ80Р, обладающих возможностью осуществлять рекуперативное торможение, проводится плавное бесконтактное, так называемое зонно-фазовое регулирование напряжения, подаваемого на тяговые двигатели. Хотя применение такого вида регулирования, по мнению разработчиков, позволяет повысить тяговые и эксплуатационные характеристики этого электровоза [1] и осуществить надежный возврат электроэнергии в тяговую сеть при рекуперации, оно усложняет режимы работы системы электроснабжения, так как при этом существенно искажается кривая первичного тока, что оказывает неблагоприятное воздействие на все элементы устройств электроснабжения, а также на линии связи.

Это подтверждают результаты экспериментальных исследований, проведенных МИИТ на магистральном участке Восточно-Сибирской железной дороги. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены осциллограммы напряжения на шинах тяговой подстанции и тока в тяговой сети при нахождении на фидерной зоне одного электровоза ВЛ80Р, работающего в режиме рекуперации. Осциллограммы иллюстрируют характерную форму кривой первичного тока при зонно-фазовом регулировании и существенную несинусоидальность кривой питающего напряжения.

В статье приняты следующие обозначения: $i_1(0)$, $i'_1(0)$, $i_2(0)$, $i'_2(0)$ — начальные значения соответствующих токов; $i_1(\theta)$, $i'_1(\theta)$, $i_2(\theta)$, $i'_2(\theta)$ — мгновенные значения тока в тяговой сети в режиме проводимости и коммутации; $u_1(\theta)$ — мгновенное значение питающего напряжения; α — угол проводимости; γ — угол коммутации; $\alpha_{рег}$ — угол регулирования; β — угол запаса.

Упомянутое повышение уровня гармоник в кривых тока и напряжения первичной сети вызвано кусочно-синусоидальной формой напряжения, подаваемого на тяговые двигатели из питающей сети через преобразователь электровоза. Представляет интерес такой важный показатель работы электрифицированного участка железной дороги, как уровень напряжения на токоприемнике электровоза.

На рис. 2 представлены полученные в том же эксперименте результаты трех поездок по одной фидерной зоне электровоза ВЛ80Р с составом одинаковой массы. Заметно некоторое снижение уровня напряжения в режиме рекуперации, что может быть объяснено уменьшением коэффициента мощности и увеличением потерь в питающей сети. Может оказаться выгодным применение в таком режиме устройств продольной компенсации, однако этот вопрос требует отдельного изучения.

Применение методов расчета гармонического спектра токов и напряжений, правомерно используемых для электровозов с трансформаторным регулированием напряжения [2, 3], в случае зонно-фазового регулирования не дает достаточно точных результатов. Необходима раз-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

работка новой математической модели преобразовательного электровоза с учетом зонно-фазового регулирования напряжения.

Модель в операторной форме такого электровоза, находящегося в установившемся режиме рекуперации, без источников реактивной мощности показана на рис. 3,*а* — для режима проводимости, а на рис. 3, *б* — для режима коммутации. В этой схеме все параметры первичной сети приведены к вторичной обмотке главного трансформатора электровоза. В периоде проводимости в момент $\alpha_{рег}$ увеличивается коэффициент трансформации трансформатора электровоза [1], напряжение на вторичной обмотке резко снижается. В предположении мгновенного изменения напряжения можно считать, что в схемах рис. 3 кривая напряжения $u(t)$ имеет несинусоидальную форму.

Согласно схеме рис. 3, *а* для режима проводимости можно записать:

$$I_1(p)\,[R_п + R_в + p\,(L_п + L_в)] = U(p) + \\ + i_1(0)\,(L_п + L_в) + \frac{E_д}{p}.$$

Отсюда после несложных преобразований получим выражение для тока

$$I_1(p) = \frac{i_1(0)}{p + R_\Sigma/L_\Sigma} + \frac{E_д}{L_\Sigma\left(p^2 + p\frac{R_\Sigma}{L_\Sigma}\right)} + \\ + \frac{U(p)}{L_\Sigma\left(p + \frac{R_\Sigma}{L_\Sigma}\right)}, \qquad (1)$$

где $R_\Sigma = R_п + R_в$ — суммарное активное сопротивление цепи в режиме проводимости; $L_\Sigma = L_п + L_в$ — суммарная индуктивность цепи в режиме проводимости; $R_п$, $R_в$ — активные сопротивления цепи первичного и выпрямленного токов; $L_п$, $L_в$ — индуктивность тех же цепей; $E_д$ — суммарная э. д. с. тяговых двигателей электровоза.

Согласно схеме рис. 3. *б* для режима коммутации можно записать:

$$I_2(p)\,(R_п + pL_п) = U(p) + i_2(0)\,L_п,$$

откуда

$$I_2(p) = \frac{i_2(0)}{p + R_п/L_п} + \frac{U(p)}{L_п\,(p + R_п/L_п)}. \qquad (2)$$

В цепи тяговых двигателей для режима коммутации

$$I_3(p)\,(R_в + pL_в) = \frac{E_д}{p} + i_3(0)\,L_в,$$

откуда

$$I_3(p) = \frac{i_3(0)}{p + \frac{R_в}{L_в}} + \frac{E_д}{L_в\left(p^2 + p\frac{R_в}{L_в}\right)}. \qquad (3)$$

Оригиналы первого и второго членов правой части уравнения (1) табулированы. Остановимся на определении оригинала третьего члена.

В соответствии с [4] разобьем кривую питающего напряжения в интервале проводимости и коммутации на 180 частей, т. е. через 1°. Условимся, что электровоз работает на 4-й зоне. В соответствии с [4] оригинал третьего члена можно записать

$$\frac{U(p)}{L_\Sigma\left(p + \frac{R_\Sigma}{L_\Sigma}\right)} \rightleftarrows$$

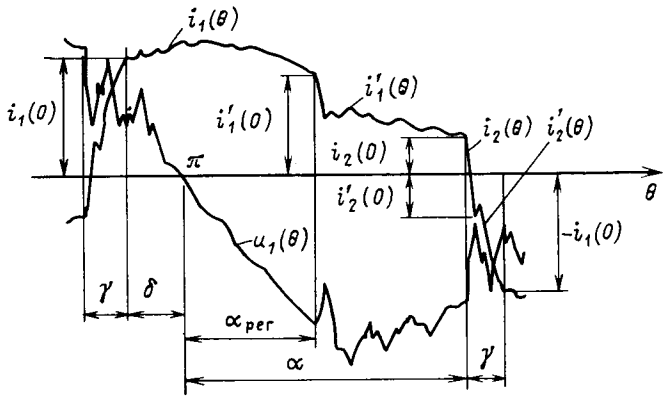


Рис. 1

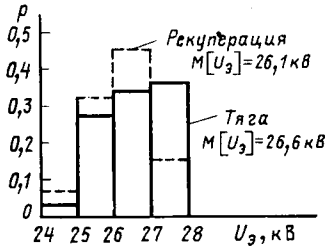


Рис. 2

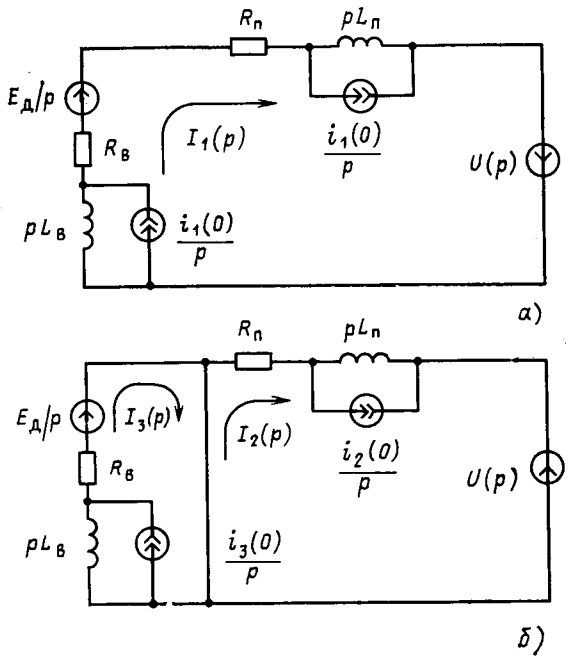


Рис. 3

$$\rightleftarrows \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-\frac{R_\Sigma}{L_\Sigma}(\theta-\theta_1-\Delta\theta i)} - e^{-\frac{R_\Sigma}{L_\Sigma}[\theta-\theta_1-\Delta\theta(i-1)]}}{R_\Sigma}\,u_i \qquad (4)$$

Оригинал выражения (1)

$$u_1(\theta) = i_1(0)\,e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}(\theta-\theta_1)} + \frac{E_д}{R_\Sigma}\left[1 - e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}(\theta-\theta_1)}\right] + \\ + \frac{1}{R_\Sigma}\sum_{i=1}^{n}\left\{e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}(\theta-\theta_1-\Delta\theta i)} - \right. \\ \left. - e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}[\theta-\theta_1-\Delta\theta(i-1)]}\right\}u_i. \qquad (5)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Это выражение является общим для всего периода проводимости, но в момент времени $\alpha_{\text{рег}}$ происходит изменение коэффициента трансформации, что должно быть учтено при пересчете параметров цепи к вторичной обмотке. Для этого разобьем полученное уравнение на два:

$$i_1(\theta) = i_1(0)\, e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}\theta_1} + \frac{E_д}{R_\Sigma^{(4)}}\left(1 - e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}\theta_1}\right) + \frac{1}{R_\Sigma^{(4)}} \sum_{i=1}^{n_1} \left\{ e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}(\theta_1 - \Delta\theta i)} - e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}[\theta_1 - \Delta\theta (i-1)]} \right\} u_i; \quad (6)$$

$$i_1'(\theta) = i_1'(0)\, e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}\theta_2} + \frac{E_д}{R_\Sigma^{(3)}}\left(1 - e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}\theta_2}\right) + \frac{1}{R_\Sigma^{(3)}} \sum_{i=n_1}^{n_2} \left\{ e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}(\theta_2 - \Delta\theta i)} - e^{-\frac{R_\Sigma}{x_\Sigma}[\theta_2 - \Delta\theta (i-1)]} \right\} u_i \quad (7)$$

В (6) и (7)

$$\theta_1 = \theta - \alpha - \gamma;\ \theta_2 = \theta - \pi - \alpha_{\text{рег}};\ n_1 = \frac{\theta_1}{\Delta\theta};\quad n_2 = \frac{\theta_2}{\Delta\theta};$$

$R_\Sigma^{(3)}$ и $R_\Sigma^{(4)}$ — суммарные активные сопротивления на соответствующих 3- и 4-й зонах работы трансформатора электровоза.

Выражения для токов в режиме коммутации получаются аналогично.

Запишем их без вывода:

$$i_2(\theta) = i_2(0)\, e^{-\frac{R_п}{x_п}\theta_3} + \frac{1}{R_п^{(3)}} \sum_{i=n_2}^{n_3} \left\{ e^{-\frac{R_п}{x_п}(\theta_3 - \Delta\theta i)} - e^{-\frac{R_п}{x_п}[\theta_3 - \Delta\theta (i-1)]} \right\} u_i; \quad (8)$$

$$i_2'(\theta) = i_2'(0)\, e^{-\frac{R_п}{x_п}\theta_4} + \frac{1}{R_п^{(4)}} \sum_{i=n_3}^{n_4} \left\{ e^{-\frac{R_п}{x_п}(\theta_4 - \Delta\theta i)} - e^{-\frac{R_п}{x_п}[\theta_3 - \Delta\theta (i-1)]} \right\} u_i; \quad (9)$$

$$i_3(\theta) = i_3(0)\, e^{-\frac{R_в}{x_в}\theta_3} + \frac{E_д}{R_в}\left(1 - e^{-\frac{R_в}{x_в}\theta_3}\right). \quad (10)$$

В этих уравнениях

$$\theta_3 = \theta - \pi - \alpha;\ \theta_4 = \theta - \pi - \alpha - \gamma/4;\ n_3 = \frac{\theta_3}{\Delta\theta};$$

$$n_4 = \frac{\theta_4}{\Delta\theta}.$$

В соответствии с [4] во всех уравнениях u_i — мгновенное значение напряжения источника питания в середине i-го интервала $\Delta\theta$.

В соответствии с законами коммутации для установившегося режима работы инвертора можно записать следующие граничные условия:

$$\left.\begin{aligned} &i_1[(\pi + \alpha_{\text{рег}})_-] = i_1'(0);\\ &i_1'[(\pi + \alpha)_-] = i_3(0);\\ &i_2[(\pi + \alpha + \gamma/4)_-] = i_2'(0);\\ &i_3[(\pi + \alpha + \gamma)_-] = i_1(0);\\ &i_2'[(\pi + \alpha + \gamma)_-] = -i_1(0). \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Подставив в систему (11) соответствующие уравнения (6) — (10), получим систему из пяти уравнений, в которую входят семь неизвестных величин: $i_1(0)$, $i_1'(0)$, $i_2(0)$, $i_2'(0)$, $i_3(0)$, $E_д$ и γ. Чтобы система уравнений стала определенной, необходимо свести число неизвестных к пяти. Воспользовавшись уравнением размагничивающих сил, получаем для момента начала коммутации:

$$i_2(0) = \frac{i_3(0)\, k_{тр}^{(4)}}{k_{тр}^{(3)}} = \frac{i_3(0)}{1{,}334}, \quad (12)$$

где $k_{тр}^{(3)}$, $k_{тр}^{(4)}$ — коэффициенты трансформации электровоза на соответствующих зонах работы.

При исследовании работы электровоза в режиме тяги [2] одно неизвестное $E_д$ задавалось в определенном диапазоне при определенных значениях параметра k, но в этом случае система уравнений оставалась трансцендентной.

Чтобы система уравнений оказалась линейной, следует при фиксированных значениях $x_п$ и $I_р$ задавать значение угла коммутации γ, тогда из системы определяются начальные значения токов, а по уравнениям (6) — (10) — среднее значение тока рекуперации:

$$I_р = \frac{1}{180} \sum_{i=1}^{180} i_{в\,i}(\theta), \quad (13)$$

где $i_{в\,i}(\theta) = i_{1i}(\theta)$ при $\alpha + \gamma \leqslant \theta < \pi + \alpha$;

$i_{в\,i}(\theta) = i_{3i}(\theta)$ при $\pi + \alpha \leqslant \theta < \pi + \alpha + \gamma$.

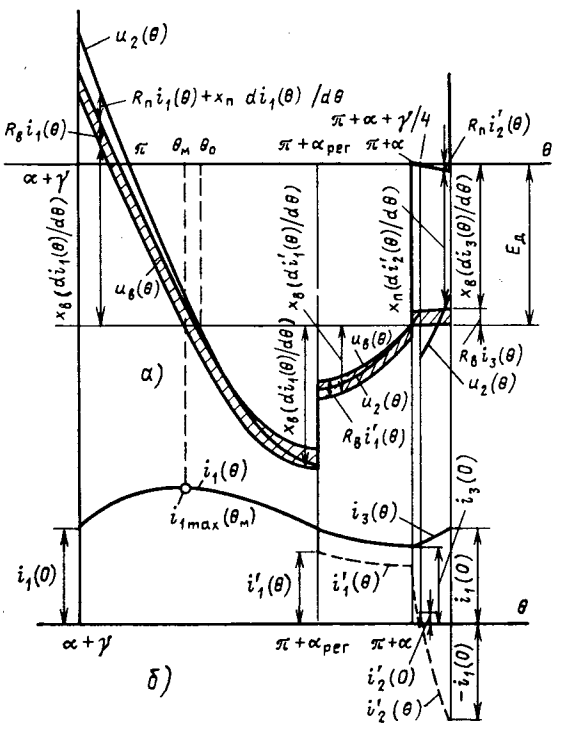


Рис. 4

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Полученное значение $I_р$ сравнивалось с заданным, и если расхождение превышало 5 %, то корректировался соответствующим образом угол γ, а расчет повторялся, причем на каждом шаге соблюдалось соотношение $\alpha+\gamma=\pi-\delta$. Таким образом устанавливалось необходимое соответствие между $x_п$, $I_р$ и γ. Число шагов итерации при расчете зависит от начального значения угла γ и обычно не превышает 5.

Как известно, соотношение R/x для различных участков цепи меняется в широких пределах: от 0,06 для трансформатора электровоза до 0,5 для тяговой сети. Введем в уравнения цепей первичного и выпрямленного токов для работы на любой зоне электровоза следующие соотношения: $R_П/x_П=0{,}18$; $R_В/x_В=0{,}07$, отсюда $R_Σ/x_Σ=0{,}084$.

Запишем систему линейных уравнений в форме, удобной для решения, подставив в (11) уравнения (6) — (7) и для удобства обозначив неизвестные величины $i_1(0)=x_1$; $i_1'(0)=x_2$; $i_3(0)=x_3$; $i_2'(0)=x_4$; $E_д=x_5$:

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\theta_1'} - x_2 + \frac{x_5}{R_Σ^{(4)}}\left(1-e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\theta_1'}\right) + \\
&+\frac{1}{R_Σ^{(4)}}\sum_{i=1}^{n_1}\left\{e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\left(\theta_1'-\Delta\theta i\right)} - e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\left[\theta_1'-\Delta\theta\,(i-1)\right]}\right\}u_i=0;\\
&x_2 e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\theta_2'} - x_3 + \frac{x_5}{R_Σ^{(3)}}\left(1-e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\theta_2'}\right) + \\
&+\frac{1}{R_Σ^{(3)}}\sum_{i=n_1}^{n_2}\left\{e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\left(\theta_2'-\Delta\theta i\right)} - e^{-\frac{R_Σ}{x_Σ}\left[\theta_2'-\Delta\theta\,(i-)\right]}\right\}u_i=0;\\
&\frac{x_3}{1{,}334}e^{-\frac{R_П}{x_П}\theta_3'} - x_4 + \frac{1}{R_П^{(3)}}\sum_{i=n_2}^{n_3}\left\{e^{-\frac{R_П}{x_П}\left(\theta_3'-\Delta\theta i\right)} - e^{-\frac{R_П}{x_П}\left[\theta_3'-\Delta\theta\,(i-1)\right]}\right\}u_i=0;\\
&x_4 e^{-\frac{R_П}{x_П}\theta_4'} + x_1 + \frac{1}{R_П^{(4)}}\sum_{i=n_3}^{n_4}\left\{e^{-\frac{R_П}{x_П}\left(\theta_4'-\Delta\theta i\right)} - e^{-\frac{R_П}{x_П}\left[\theta_4'-\Delta\theta\,(i-1)\right]}\right\}u_i=0;\\
&-x_1 + x_3 e^{-\frac{R_В}{x_В}\theta_3'} + \frac{x_5}{R_В}\left(1-e^{-\frac{R_В}{x_В}\theta_3'}\right)=0,
\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

где $\theta_1'=\pi+\alpha_{рег}-\alpha-\gamma$; $n_1=\dfrac{\theta_1'}{\Delta\theta}$; $\theta_2'=\alpha-\alpha_{рег}$;

$$n_2=\frac{\theta_2'}{\Delta\theta}.$$

Эта система решалась изложенным способом при изменении $x_п$ в диапазоне от 10 Ом (короткая ЛЭП — трансформатор подстанции 40 МВ·А — трансформатор электровоза) до 26 Ом (250 км ЛЭП 110 кВ — трансформатор подстанции 32 МВ·А — 25 км тяговой сети однопутного участка— трансформатор электровоза) с интервалом 4 Ом. Для каждого фиксированного значения $x_п$ угол регулирования менялся дискретно с шагом 20° в диапазоне от 10° до максимально возможного значения, которое определялось из условия

$$\pi+\alpha_{рег}<\pi+\alpha,$$

что соответствует системе автоматики электровоза ВЛ80Р, где осуществляется запрет на совпадение углов регулирования и коммутации.

Полученные начальные значения токов и $E_д$ позволяют рассчитать по уравнениям (6) — (10) мгновенные значения токов в течение всего периода с интервалом в 1°. Эти массивы сохраняются в памяти ЭВМ для дальнейших расчетов.

Проверкой правильности решения составленных уравнений являлась оценка баланса напряжений в цепях первичного и выпрямленного токов, которая основана на анализе падения напряжения на соответствующих элементах цепи (рис. 3) в режимах проводимости и коммутации.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа баланс напряжений определяется:

для режима проводимости (интервал $\alpha+\gamma<\theta<\pi+\alpha_{рег}$)

$$u_i(\theta)-x_Σ\frac{di_1(\theta)}{d\theta}-R_Σ i_1(\theta)=-E_д; \quad (15)$$

(интервал $\pi+\alpha_{рег}\leqslant\theta<\pi+\alpha$)

$$u_i(\theta)-x_Σ\frac{di_1'(\theta)}{d\theta}-R_Σ i_1'(\theta)=-E_д; \quad (16)$$

для режима коммутации (цепь первичного тока, интервал $\pi+\alpha\leqslant\theta<\pi+\alpha+\gamma/4$):

$$u_i(\theta)-x_п\frac{di_2(\theta)}{d\theta}-R_п i_2(\theta)=0; \quad (17)$$

(интервал $\pi+\alpha+\gamma/4\leqslant\theta<\pi+\alpha+\gamma$)

$$u_i(\theta)-x_п\frac{di_2'(\theta)}{d\theta}-R_п i_2'(\theta)=0; \quad (18)$$

(цепь выпрямленного тока, интервал $\pi+\alpha\leqslant\theta<\pi+\alpha+\gamma$)

$$E_д-x_в\frac{di_3(\theta)}{d\theta}-R_в i_3(\theta)=0. \quad (19)$$

Для расчета производных первичного и выпрямленного токов использована стандартная программа ДЕТ3, основанная на построении интерполяционного многочлена Лагранжа 2-й степени по трем точкам и позволяющая проводить дифференцирование функций, заданных таблицей значений в равноотстоящих точках.

Неизвестный параметр $x_в$ может быть получен из зависимости $x_в=f(I_р)$ для электровоза ВЛ80Р. Эта зависимость была аппроксимирована по методу наименьших квадратов полиномом 3-й степени:

$$x_в=-0{,}002003(I_р\cdot10^{-3})^3+0{,}017236(I_р\cdot10^{-3})^2-0{,}050019(I_р\cdot10^{-3})+0{,}539367.$$

Значения углов α, γ и $\alpha_{рег}$, а также соотношений R/x приведены ранее.

На рис. 4 показаны кривые напряжений (*а*) и то-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ков (*б*), построенные по результатам расчета для $U_п$= =27500 В, $x_п$=20,5 Ом, $R_в$=0,0238 Ом.

На участке от $\alpha+\gamma$ до $\pi+\alpha_{рег}$ выпрямитель электровоза работает в режиме проводимости на 4-й зоне, и напряжение источника питания уравновешивается в соответствии с формулой (15). На этом участке можно выделить несколько характерных точек.

На участке от $\alpha+\gamma$ до π (рис. 4, *а*) направления $E_д$ и $u_2(\theta)$ совпадают, и под действием суммы этих напряжений ток в цепи с начального значения $i_1(0)$ начинает расти. Производная по току $\frac{di_1(\theta)}{d\theta}$ положительна, а э. д. с. самоиндукции, обусловленная наличием индуктивности в цепи, отрицательна и в сумме с падением напряжения на активных сопротивлениях $R_в$ и $R_п$ уравновешивает $E_д$ и $u_2(\theta)$. Напряжение $u_2(\theta)$ с увеличением θ уменьшается, сумма $E_д$ и $u_2(\theta)$ также уменьшается, скорость нарастания тока и зависящие от нее значения падения напряжения в индуктивностях падают. В момент π напряжение $u_2(\theta)$ становится равным нулю. В этот момент падение напряжения в $R_в$ и $R_п$ и э. д. с. самоиндукции уравновешивают только значение $E_д$, действующее в контуре.

При $\theta>\pi$ напряжение источника питания $u_2(\theta)$ меняет свою полярность, и в контуре действует напряжение, равное разности $E_д$ и $u_2(\theta)$, но направление его не меняется, а так как (пока $E_д>u_2(\theta)$) характер изменения тока остается тем же, то скорость его нарастания еще больше уменьшается и соответственно уменьшается э. д. с. самоиндукции.

В момент $\theta_м$ разности $E_д$ и $u_2(\theta)$ достаточно только на покрытие падений напряжений в активных сопротивлениях; значение тока достигает максимума, и производная $\frac{di_1(\theta_м)}{d\theta}=0$. После момента $\theta_м$ значение тока начинает уменьшаться, так как действующего в контуре напряжения уже недостаточно для покрытия падений напряжения на $R_в$ и $R_п$, этот недостаток восполняет запасенная в индуктивностях энергия; э. д. с. самоиндукции в них становится положительной, так как производная $\frac{di_1(\theta)}{d\theta}<0$.

В момент θ_0 разность между $E_д$ и $u_2(\theta_0)$ равна нулю, и баланс напряжений в контуре поддерживается только за счет энергии, запасенной в индуктивностях. После момента θ_0 в контуре начинает действовать разность напряжений $u_2(\theta)$ и $E_д$; эта разность направлена в сторону, противоположную направлению тока, значение которого продолжает снижаться, причем с большей скоростью $\left(\frac{di_1(\theta)}{d\theta}\right.$ увеличивается); э. д. с. самоиндукции компенсирует падение напряжения на $R_в$ и $R_п$ и разность между $u_2(\theta)$ и $E_д$. Этот процесс продолжается до момента $\pi+\alpha_{рег}$.

В этот момент происходит переключение вторичной обмотки трансформатора электровоза с 4-й зоны на 3-ю. При этом изменяется м. д. с. первичной обмотки трансформатора электровоза, а так как число витков этой обмотки остается неизменным, то меняется значение первичного тока.

Строго говоря, по условиям коммутации изменение этого тока не может происходить мгновенно. Однако анализ осциллограмм показывает, что так называемая фазовая коммутация совершается за 2—3° и в математической модели без большого ущерба для точности результатов расчета действующего значения тока и его гармонического анализа можно допустить, что значение первичного тока в момент $\pi+\alpha_{рег}$ меняется мгновенно.

На участке от $\pi+\alpha_{рег}$ до $\pi+\alpha$ характер процесса сохраняется тем же, что и до $\pi+\alpha_{рег}$, однако разность между $u_2(\theta)$ и $E_д$ уменьшается и соответственно снижается $\frac{di_1(\theta)}{d\theta}$. Падение напряжения в индуктивностях цепи компенсирует падение напряжения на $R_в$ и $R_п$ и уравновешивает разность $u_2(\theta)$ и $E_д$.

В момент $\pi+\alpha$ начинается режим коммутации, который охватывает участок от $\pi+\alpha$ до $\pi+\alpha+\gamma$, причем внутри него существует еще одна характерная точка $\pi+\alpha+\gamma/4$. В этот момент происходит обратное переключение обмоток трансформатора с 3-й на 4-ю зону в режиме короткого замыкания цепи переменного и выпрямленного токов.

В первичном контуре баланс напряжений определяется формулой (17), и напряжение источника питания уравновешивается падением напряжения в индуктивностях и активных сопротивлениях первичного контура.

В короткозамкнутом контуре цепи рекуперирующих двигателей баланс напряжений определяется уравнением (19), и э. д. с. двигателей электровоза расходуется на падение напряжений в активном сопротивлении и на индуктивностях цепи выпрямленного тока.

Таким образом, баланс напряжений и характер формирования токов выдержаны для любого момента времени, что является подтверждением правильности полученных результатов.

В [4] в качестве примера даны результаты сравнения теоретических расчетов с экспериментальными данными. Здесь приведены осциллограммы тока фидера и напряжения на шинах тяговой подстанции при работе на зоне одиночного электровоза ВЛ80Р в режиме рекуперации.

Основные результаты обработки данных эксперимента (числитель) в сравнении с расчетными величинами (знаменатель) следующие:

$$I_п=\frac{245\text{ А}}{249\text{ А}};\quad U_п=\frac{26{,}5\text{ кВ}}{26{,}5\text{ кВ}};\quad k=\frac{x_п}{x_в}=\frac{0{,}132}{0{,}132};$$

$$E_д=\frac{825\text{ В}}{870\text{ В}};\quad \alpha=\frac{133°}{131°};\quad \gamma=\frac{17°}{19°};\quad \alpha_{рег}=\frac{34°}{34°};$$

$$\delta=\frac{30°}{30°};\quad \lambda=\frac{0{,}55}{0{,}57};\quad q_3=\frac{0{,}288}{0{,}29};\quad q_5=\frac{0{,}097}{0{,}097};$$

$$q_7=\frac{0{,}09}{0{,}097};\quad q_9=\frac{0{,}04}{0{,}03};\quad q_{11}=\frac{0{,}028}{0{,}03}.$$

В целом полученные расчетные значения достаточно точно отражают фактический процесс рекуперации. Некоторое расхождение в значениях гармоник объясняется неучетом в модели поперечной емкости ЛЭП и тяговой сети, некоторым расхождением исходных данных.

Приведенные уравнения (6) — (10) и полученный массив начальных значений токов и $E_д$ позволяют перейти к оценке энергетических характеристик электровоза ВЛ80Р в режиме рекуперации.

Среднее значение тока рекуперации $I_р$ рассчитывается по формуле (13). Действующее значение первичного тока рекуперации

$$I_п=\left\{\frac{1}{180}\sum_{i=1}^{180°}[i_{п\,i}(\theta)]^2\right\}^{1/2},$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где

$$i_{\text{п}\,i}(\theta) = i_{1i}(\theta) \text{ при } \alpha + \gamma \leqslant \theta < \pi + \alpha_{\text{рег}};$$

$$i_{\text{п}\,i}(\theta) = i'_{1i}(\theta) \text{ при } \pi + \alpha_{\text{рег}} \leqslant \theta < \pi + \alpha;$$

$$i_{\text{п}\,i}(\theta) = i_{2i}(\theta) \text{ при } \pi + \alpha \leqslant \theta < \pi + \alpha + \gamma/4;$$

$$i_{\text{п}\,i}(\theta) = i'_{2i}(\theta) \text{ при } \pi + \alpha + \gamma/4 \leqslant \theta < \pi + \alpha + \gamma.$$

Мощность на стороне тяговых двигателей

$$P_{\text{р}} = \frac{E_{\text{д}} I_{\text{р}}}{1000}.$$

Мощность, передаваемая во внешнюю сеть

$$P_{\text{р. п}} = \frac{10^{-3}}{180} \sum_{i=1}^{180^\circ - \gamma} u_{1i}(\theta)\, i_{\text{п}\,i}(\theta).$$

Коэффициент мощности рекуперирующего электровоза

$$\lambda = \frac{P_{\text{р. п}}}{I_{\text{п}} U_{1\text{д}}}.$$

Действующее значение напряжения на первичной стороне

$$U_{1\text{д}} = \left\{ \frac{1}{180} \sum_{i=1}^{180} [u_{1i}(\theta)]^2 \right\}^{1/2}.$$

Действующее значение напряжения на вторичной стороне

$$U_{2\text{д}} = \left\{ \frac{1}{180} \sum_{i=1}^{180} [u_{2i}(\theta)]^2 \right\}^{1/2}.$$

Гармонический состав первичного тока рекуперации

$$I_{\text{п}\,n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a_{\text{т}\,n}^2 + b_{\text{т}\,n}^2}; \quad n = 1, 3, 5, \ldots, 13;$$

$$a_{\text{т}\,n} = \frac{2}{180} \sum_{i=1}^{180} i_{\text{п}\,i}(\theta) \cos n\theta;$$

$$b_{\text{т}\,n} = \frac{2}{180} \sum_{i=1}^{180} i_{\text{п}\,i}(\theta) \sin n\theta.$$

Относительное значение n-й гармоники

$$q_n = \frac{I_{\text{п}\,n}}{I_{\text{п1}}}.$$

Фаза n-й гармоники

$$\psi_n = \operatorname{arctg} \frac{a_{\text{т}\,n}}{b_{\text{т}\,n}}.$$

Коэффициент гармоник

$$k_{\text{г}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=3}^{13} I_{\text{п}\,n}^2}}{I_{\text{п1}}}.$$

Расчет проводился на ЭВМ ЕС-1033 с программированием на языке FORTRAN-IV. Результаты расчета приведены на рис. 5—7.

Как видно из рис. 5, коэффициент мощности значительно ухудшается при значениях угла регулирования в пределах 15—75°. В этом же диапазоне — наивысшее гармоническое содержание в кривой первичного тока, поэтому все дальнейшие характеристики для сравнения построены для углов регулирования 30 и 110°.

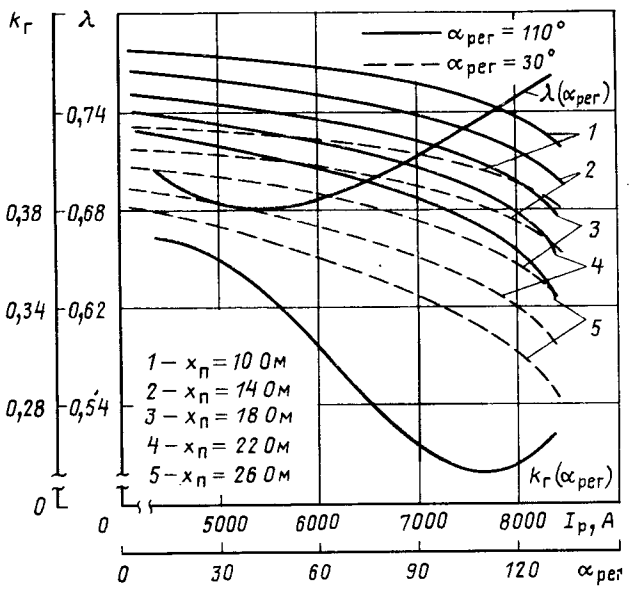


Рис. 5

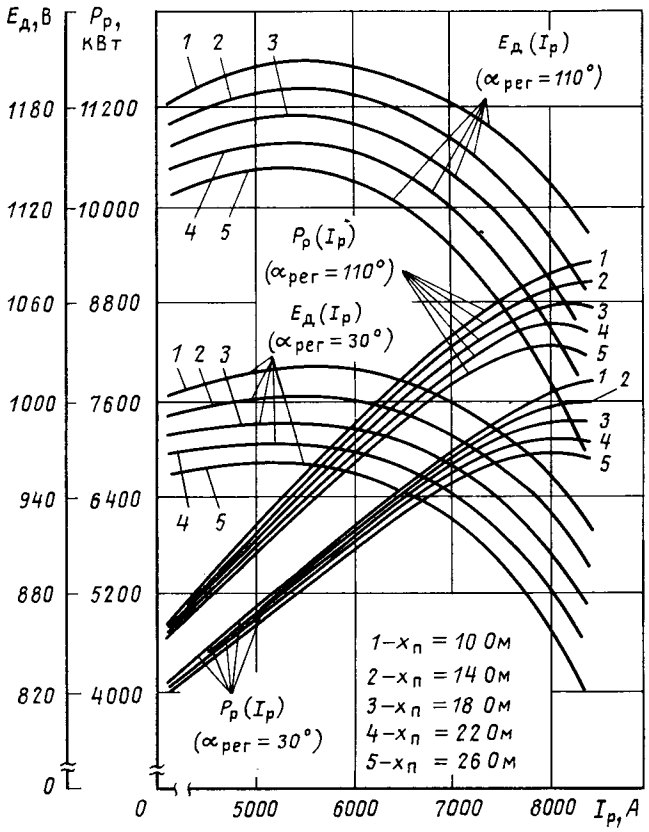


Рис. 6

Анализ зависимости коэффициента мощности от среднего значения тока рекуперации $x_п$ и $\alpha_{рег}$ (рис. 5) показывает существенную зависимость этого параметра от значения угла регулирования. Даже при наличии на фидерной зоне одного электровоза значение коэффициента мощности может оказаться ниже 0,6 при соответствующем значении угла регулирования и больших значениях тока рекуперации. При этом и гармонический состав кривой первичного тока ухудшается, несмотря на то,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

что с увеличением $I_р$ коэффициент гармоник снижается, так как форма кривой тока приближается к синусоидальной. При больших токах рекуперации наблюдается ограничение максимальной мощности рекуперации, и дальнейшее увеличение тока не приводит к увеличению этой мощности (рис. 6). Следует отметить, что реализуемая мощность при $\alpha_{рег}=110°$ существенно выше, чем при $\alpha_{рег}=30°$.

Значение необходимой э. д. с. также существенно зависит от угла регулирования (рис. 6). Это объясняется тем, что угол регулирования определяет действующее значение питающего напряжения, которое уравновешивается $E_д$ совместно с падениями напряжения в пассивных элементах цепи. Так как с ростом тока рекуперации потери увеличиваются, значение $E_д$ уменьшается, но в связи с нелинейным характером зависимости $x_в=f(I_в)$ изменение значений $E_д$ носит также нелинейный характер. При независимом возбуждении тяговых двигателей в режиме рекуперации реализация необходимой э. д. с. не вызывает затруднений.

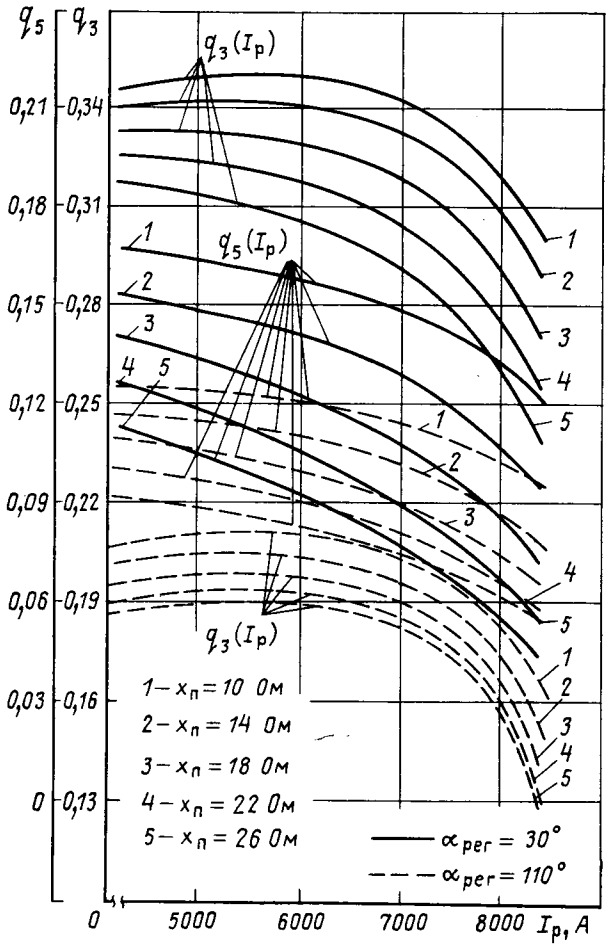


Рис. 7

Значение угла регулирования в большой мере влияет на значение 3-й гармоники первичного тока и оказывает меньшее влияние на значение 5-й гармоники (рис. 7). Эти характеристики необходимо учитывать при использовании на зоне с рекуперативным торможением устройств компенсации реактивной мощности.

Режим рекуперации определяется необходимым тормозным усилием на данном участке, но в любом случае, как показывают характеристики, необходимо стремиться к поддержанию максимально возможного угла регулирования, а значения тока и э. д. с. устанавливать в необходимых пределах за счет тока возбуждения. Рекуперация при $\alpha_{рег}=20\div 60°$ вообще допустима только в переходном режиме в связи с низким качеством рекуперируемой электроэнергии.

Следовательно, рекуперативное торможение с малыми углами регулирования нерационально. Наилучшие энергетические показатели соответствуют значениям $\alpha_{рег}$ выше 100°, поэтому в режиме рекуперации целесообразно устанавливать такие значения $E_д$ и $I_р$, чтобы поддерживалось максимально возможное значение угла регулирования.

Следует отметить, что все приведенные характеристики получены для угла запаса $\delta=20°$, что соответствует техническим условиям на электровоз ВЛ80Р. Однако, как показала практика, для обеспечения достаточно устойчивого режима рекуперации в эксплуатации приходиться устанавливать углы запаса примерно 30° и больше, поэтому для сравнения были рассчитаны характеристики при $\delta=30°$.

В таблице приведены для некоторых средних значений $x_п$ основные величины при изменении угла запаса от 20 до 30° и одинаковом для каждого варианта значении выпрямленного тока.

Увеличение сдвига кривой первичного тока по отношению к питающему напряжению снижает коэффициент мощности электровоза, который и так не слишком высок при рекуперации, на 9—12 % и уменьшает мощность, передаваемую во внешнюю сеть, на 5—12 % при практически одинаковом значении первичного тока. При этом растут и потери мощности в питающей сети. Этот рост заметен в относительных единицах и колеблется в пре-

Среднее значение $x_п$, Ом	Угол $\alpha_{рег}$	Угол запаса δ	Параметры									
			$E_д$, В	$I_п$, А	$P_{р.п}$, кВт	λ	$k_г$	q_3	q_5	q_7	ΔP, кВт	$\Delta P/P_{р.п}\cdot 100$
14	30°	20°	987,2	298,1	5663	0,6908	0,3808	0,3334	0,1325	0,0865	224	3,90
		30°	917,7	300,2	5049	0,6116	0,3652	0,3165	0,1137	0,1057	227	4,50
	110°	20°	1171,0	347,3	7054	0,7386	0,2497	0,1986	0,1038	0,0786	303	4,30
		30°	1103,0	350,7	6473	0,6711	0,2447	0,1940	0,0980	0,0890	310	4,80
18	30°	20°	987,2	231,7	4405	0,6908	0,3808	0,3334	0,1325	0,0865	174	3,95
		30°	922,7	246,1	4115	0,6080	0,3653	0,3170	0,1130	0,1060	196	4,80
	110°	20°	1171,0	270,1	5486	0,7386	0,2497	0,1986	0,1038	0,0786	236	4,30
		30°	1108,3	287,2	5281	0,6687	0,2457	0,1980	0,0990	0,0680	267	5,05

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

делах от 0,5 до 0,85 %, а по отношению к часовой мощности означает рост потерь на 30—50 кВт/ч.

Несомненно для повышения энергетических показателей электровоза ВЛ80Р следует искать возможность установки углов запаса в режиме рекуперации в соответствии с техническими условиями.

Выводы 1. Расчет гармонического спектра первичного тока преобразовательного электровоза с зонно-фазовым регулированием необходимо проводить с учетом существенной несинусоидальности питающего напряжения, вызванной переключением обмоток главного трансформатора в момент $\alpha_{рег}$ с одной зоны на другую.

2. Хорошая сходимость результатов, полученных по разработанной методике, с экспериментальными данными позволяет считать, что данная методика может быть использована при расчете электрических характеристик и гармонического спектра первичного тока преобразовательного электровоза с зонно-фазовым регулированием.

3. Полученные характеристики электровоза ВЛ80Р позволяют рекомендовать режимы рекуперации с углами регулирования от 100° и выше, поддерживая при этом необходимое тормозное усилие током возбуждения в соответствии со значениями $E_д$ и $I_р$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Капустин Л. Д., Копанев А. С., Лозановский А. Л.** Особенности устройства и эксплуатации электровоза ВЛ80Р. — М.: Транспорт, 1979.

2. **Мамошин Р. Р.** Повышение качества энергии на тяговых подстанциях дорог переменного тока. — М.: Транспорт, 1973.

3. **Мамошин Р. Р.** Исследование режимов работы преобразователя электровоза при рекуперации. — Электричество, 1979, № 10.

4. **Мамошин Р. Р., Попов П. К.** Применение преобразования Лапласа для расчета режимов работы приемников электроэнергии при несинусоидальном питающем напряжении. — Электричество, 1986, № 5.

[29.10.85]

УДК 621.314.6

Способ коррекции динамических характеристик широтно-импульсных преобразователей

ВОЛОВИЧ Г. И., канд. техн. наук

Миасс

Введение. Стремление улучшить воспроизведение управляющего сигнала либо снизить влияние возмущений, действующих на широтно-импульсный преобразователь (ШИП), в возможно большей полосе частот приводит к увеличению полосы пропускания, а следовательно, и частоты среза системы с ШИП до значений, соизмеримых с частотой коммутации его силового ключа. В таком случае приходится корректировать динамику преобразователя на высоких частотах, где в полной мере проявляются его дискретные свойства.

Использование для высокочастотной коррекции системы с ШИП непрерывных фильтров [1 и 2] недостаточно эффективно и связано со значительными расчетными трудностями, так как параметры таких фильтров весьма сложным образом входят в аналитическое выражение для дискретной операторной передаточной функции (ОПФ) системы [3].

При оптимизации ШИП, динамика которых описывается разностными уравнениями низкого порядка, путем выбора параметров регулятора без введения дополнительных связей можно добиться конечной длительности переходных процессов при малых возмущениях системы с ШИП [4 и 5]. При высоком (выше второго) порядке уравнений ШИП, выполнение условий конечной длительности путем введения дополнительных непрерывных связей может привести к потере устойчивости [4]. Лучшие результаты с точки зрения простоты расчета и качества динамики ШИП получаются при применении дискретных корректирующих звеньев, однако практическая их реализация обычно сложна технически [6]. Ниже предлагаются способ построения и методика расчета простого последовательного дискретного корректирующего звена.

Описание способа. Обязательным элементом системы управления ШИП является компаратор, преобразующий непрерывный входной сигнал $x(t)$ (представляет собой линейную комбинацию управляющего и опорного сигналов) в момент начала формирования регулируемого фронта импульса. Для коррекции динамики системы с ШИП компаратор K (рис. 1, *а*) предлагается охватывать отрицательной обратной связью, включающей фильтр с ОПФ $W_к(s)$.

Пусть по результатам алгебраического или частотного синтеза системы с ШИП определена необходимая дискретная ОПФ последовательного дискретного корректирующего звена $H^*(z)$. Необходимо определить ОПФ корректирующего фильтра $W_к(s)$, при которой

$$\frac{\Delta\gamma^*(z)}{\Delta u_y^*(z)} = H^*(z).$$

Сигнал на выходе компаратора

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n[(t-nT),\ \Delta\gamma_n],$$

где γ — относительная длительность импульса ШИП; T — период импульсов;

$$y_n(t,\ \Delta\gamma_n) = \begin{cases} U_к, & t \in [0,\ (\gamma_0+\Delta\gamma_n)T]; \\ 0, & t \notin [0,\ (\gamma_0+\Delta\gamma_n)T], \end{cases}$$

причем $U_к$ — амплитуда выходных импульсов компаратора; γ_0 — установившееся значение γ; n — натуральное число.

Реакция фильтра на этот сигнал

$$u_к(t) = \sum_{i=0}^{m} \int_0^t y_i\{[\tau-(i+\gamma_0)T],\ \Delta\gamma_i\}\, w_к(t-\tau)\, d\tau, \quad (1)$$

где $w_к(t)$ — импульсная переходная функция фильтра; m — целая часть (t/T), нелинейно зависит от управляющего параметра γ.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

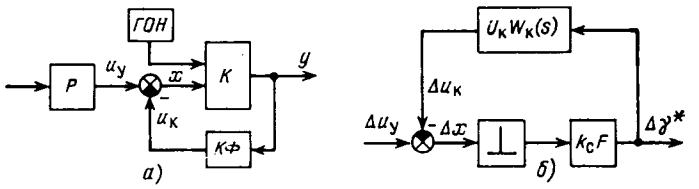


Рис. 1. Структурная схема системы управления ШИП (*а*) и импульсная динамическая модель широтно-импульсного модулятора с обратной связью (*б*):
Р — регулятор; *ГОН* — генератор опорного напряжения; *К* — компаратор; *КФ* — корректирующий фильтр

Линеаризуя уравнение (1), для малых приращений переменных в окрестности $\gamma = \gamma_0$ находим, что в дискретные моменты времени $(m + \gamma_0)\,T$

$$\Delta u_к^*[(m+\gamma_0)\,T] = U_к \sum_{i=0}^{m} \Delta\gamma_i^*\, w_к^*[(m-i+\gamma_0)\,T].$$

Произведя z-преобразование обеих частей последнего уравнения, получим:

$$\Delta u_к^*(z) = U_к W_к^*(z)\,\Delta\gamma^*(z).$$

Структурная схема дискретного корректирующего звена приведена на рис. 1, *б*. Здесь $k_c = 1/U_{оп}$ — статический коэффициент передачи системы управления ШИП; F — фактор пульсаций [7]; $U_{оп}$ — амплитуда пилообразного опорного напряжения.

В общем случае [4]

$$H^*(z) = \frac{k_c F}{1 + z^{-1} k_c F U_к W_к^*(z,\ 1)},$$

откуда

$$U_к W_к^*(z,\ 1) = \frac{z\,[k_c F - H^*(z)]}{k_c F H^*(z)}. \qquad (2)$$

Используя таблицы z-преобразования, можно найти непрерывную ОПФ фильтра, и по ней синтезировать фильтр.

Как видно, коррекция динамики ШИП здесь достигается включением местной непрерывной обратной связи без применения дополнительных импульсных элементов. Тем не менее, компаратор, охваченный непрерывной инерционной обратной связью, имеет признаки дискретного звена, к числу которых относятся следующие: а) сигналы на входе и выходе корректирующего звена — дискретные (импульсный элемент на рис. 1, *б* может быть эквивалентно вынесен в обе связи перед суммирующим элементом); б) параметры корректирующего звена не входят в параметры непрерывной линейной части ШИП, что характерно для дискретных корректирующих фильтров [3].

Следует заметить, что в принципе на вход корректирующего фильтра может подаваться не выходное напряжение компаратора, а какое-либо иное, например, напряжение с выхода силового ключа ШИП, э. д. с. дополнительной обмотки силового дросселя (как это предложено в [8]) и т. д. При этом необходимо, чтобы в момент формирования регулируемого фронта импульса ШИП это напряжение имело скачок в том же направлении, что и напряжение компаратора (чтобы сохранился знак обратной связи), причем численно этот скачок должен быть равен требуемому значению $U_к$.

Пример 1. Для увеличения запасов устойчивости дискретных систем по фазе часто применяют корректирующее звено с ОПФ вида [8]:

$$H^*(z) = k_c F T \frac{z - c_1}{z - c_2} \qquad (3)$$

Это звено при $c_2 < c_1 < 1$ представляет собой дискретный аналог непрерывного интегродифференцирующего фазоопережающего звена. Подставив [3] в [2], получим:

$$U_к W_к^*(z,\ 1) = \frac{c_1 - c_2}{T k_c F} \frac{z}{z - c_1}.$$

Умножим числитель и знаменатель этого выражения на $c_1 T_к$, где

$$T_к = -\frac{T}{\ln c_1}, \qquad (4)$$

тогда

$$U_к W_к^*(z,\ 1) = \frac{(c_1 - c_2)\,T_к}{c_1 k_c F T} \frac{c_1 z}{T_к (z - c_1)}$$

и соответствующая ОПФ корректирующего фильтра

$$W_к(s) = \frac{1}{1 + s T_к}, \quad \text{а} \quad U_к = \frac{(c_1 - c_2)\,T_к}{c_1 T k_c F}, \qquad (5)$$

т. е. корректирующий фильтр представляет собой интегрирующую RC-цепочку.

Поскольку при использовании такой коррекции напряжение на выходе корректирующего фильтра заметно пульсирует, оно существенно сказывается на значении фактора пульсаций F. Найдем это значение. Общее выражение для фактора пульсаций в ШИП [7]:

$$F = \left[1 - \frac{T}{U_{оп}} \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=(m+\gamma_0)\,T-0}\right]^{-1}, \qquad (6)$$

Поскольку

$$x(t) = u_у(t) - u_к(t), \qquad (7)$$

а $u_к$ на интервале, соответствующем открытому состоянию ключа (рис. 1, *в*) определяется выражением

$$u_к(t) = U_к\left[1 - e^{a_к (mT - t)}\right] + u_к(mT)\, e^{a_к (mT - t)}, \qquad (8)$$

где

$$a_к = 1/T_к;\ u_к(mT) = U_к \frac{c_1^{(1-\gamma_0)}\left(1 - c_1^{\gamma_0}\right)}{1 - c_1},$$

то из (6) с учетом (7) и (8) следует, что

$$F = \left\{1 + \frac{T}{U_{оп}}\left[U_к \frac{c_1^{(1-\gamma_0)}\left(1 - c_1^{\gamma_0}\right)}{1 - c_1} - \left(\frac{du_у}{dt}\right)_{t=(m+\gamma_0)\,T-0}\right]\right\}^{-1}. \qquad (9)$$

Обычно абсолютное значение второго слагаемого в квадратных скобках выражения (9) существенно меньше первого и им можно пренебречь. Тогда, решая (9) совместно со вторым из уравнений (5), найдем необходимое значение амплитуды импульсов на входе корректирующего фильтра:

$$U_к = \frac{U_{оп} T_к}{T} \frac{c_1 - c_2}{c_1 - (c_1 - c_2)\dfrac{c_1^{\gamma_0}\left[1 - c_1^{(1-\gamma_0)}\right]}{1 - c_1}}. \qquad (10)$$

Если форма импульсов, подаваемых на корректирующий фильтр будет непрямоугольной, фактор пульсаций будет определяться иным выражением.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Пример 2. Для обеспечения необходимых запасов устойчивости ШИП с интегральным регулятором, работающего на нагрузку второго порядка, можно использовать последовательное корректирующее звено с ОПФ

$$H^*(z)=\frac{k_cFT(z-c_1)(z-c_2)}{(z+1)(z-c_3)}. \qquad (11)$$

Это звено представляет собой дискретный аналог непрерывного фазоопережающего звена с ОПФ

$$W(s)=\frac{(1+sT_1)(1+sT_2)}{1+sT_3}, \quad T_2>T_3.$$

Подставив (11) в (2), получим:

$$U_кW_к^*(z,1)=\frac{(1-c_3+c_2+c_1)}{k_cFT}\,\frac{z(z-c_4)}{(z-c_1)(z-c_2)},$$

где $c_4=(c_3-c_1c_2)/(1-c_3+c_2+c_1)$.

Если положить

$$W_к^*(z,1)=\frac{z(b_1z-b_2)}{(a_1-a_2)(z-c_1)(z-c_2)},$$

где $b_1=a_1c_2-a_2c_1+a_3(c_1-c_2)$;

$$b_2=c_1c_2(a_1-a_2); \quad a_1=-\frac{1}{T}\ln c_1;$$

$$a_2=-\frac{1}{T}\ln c_2,$$

а a_3 определяется из условия $c_4=b_2/b_1$, то ОПФ корректирующего фильтра

$$W_к(s)=\frac{1+sT_{к3}}{(1+sT_{к1})(1+sT_{к2})},$$

$$U_к=\frac{a_3(a_1-a_2)(1-c_3+c_2+c_1)}{a_1a_2k_cFT[a_1c_2-a_2c_1+a_3(c_1-c_2)]},$$

причем $T_{ki}=1/a_i$, $i=1, 2, 3$.

Рассмотренные примеры показывают, что простые непрерывные цепи при предлагаемом способе включения дают эффект, достигаемый в известных системах более сложными импульсными цепями. Помимо рассмотренных в примере в качестве корректирующего фильтра могут использоваться и иные цепи (см. например, [9]). Следует только иметь в виду, что формирование динамических характеристик ШИП в области низких частот может быть с равным эффектом обеспечено и непрерывными корректирующими звеньями.

Расчет системы управления ШИП с выходным LC-фильтром. Практически важным является случай проектирования регулятора ШИП, работающего через однозвенный *Г*-образный *LC*-фильтр на активную нагрузку. Такие преобразователи часто применяются в качестве стабилизированных источников питания постоянного тока. Для повышения стабильности выходного напряжения ШИП его система управления может быть снабжена пропорционально-интегральным (ПИ) регулятором.

Обычно частота свободных колебаний выходного фильтра такого ШИП во много раз (в 20 и более) ниже частоты коммутации его силового ключа. В этом случае расчет параметров системы управления может быть существенно упрощен. Для расчета используем частотный метод в том же виде, что и в [8]. В области высоких частот логарифмическая амплитудно-частотная характеристика фильтра в окрестности частоты среза системы имеет наклон —40 дБ на декаду, а его аргумент приближается к —180°. Поэтому в указанной области колебательное звено, каким является фильтр с нагрузкой, можно условно заменить интегрирующим звеном второго порядка, ОПФ которого с точностью до постоянного сомножителя имеет вид

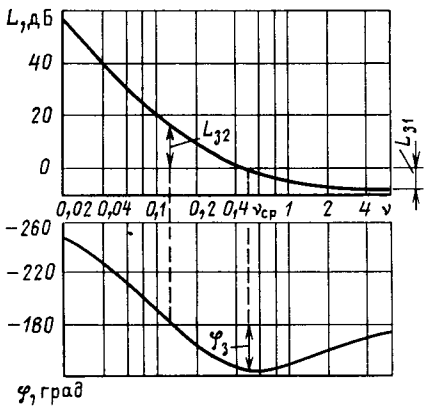


Рис. 2. Логарифмические частотные характеристики

$$W_1(s)=1/s^2,$$

а ОПФ непрерывной части контура регулирования ШИП с учетом ПИ-регулирования с точностью до постоянного сомножителя равна

$$W(s)=\frac{1+shT_и}{s^3T_и}, \qquad (12)$$

где $T_и$ — постоянная интегрирования; h — коэффициент пропорциональной связи.

Подвергнем обе части (12) w-преобразованию [3]. В результате получим

$$W^*(w)=\frac{T^2(1-w^2)\left(1+\frac{2hT_и}{T}w\right)}{8w^3T_и}. \qquad (13)$$

Дискретная ОПФ корректирующего звена относительно оператора w с точностью до постоянного сомножителя определяется из (3) подстановкой $z=(1+w)/(1-w)$ [3]:

$$H^*(w)=\frac{1+\mu w}{1+\beta w},$$

где

$$\mu=\frac{1+c_1}{1-c_1}; \quad \beta=\frac{1+c_2}{1-c_2}.$$

Ориентируясь на реально достижимое значение псевдочастоты среза системы с ШИП $\nu=0{,}5$, что соответствует 0,15 ω_0, где $\omega_0=2\pi/T$ — круговая частота коммутации ключа ШИП, выбираем $\beta=1$, а $\mu=6$. Это обеспечит дискретному корректирующему звену опережение по фазе при $\nu=0{,}5$, равное 45°. Для того, чтобы запас устойчивости по фазе был бы около 40°, требуется, чтобы запаздывание по фазе, вносимое ПИ-регулятором на этой частоте не превышало 10°, т. е. чтобы выполнялось условие, вытекающее из структуры выражения (13):

$$\operatorname{arctg}\nu_c\frac{2hT_и}{T}=80\div85°,$$

откуда

$$hT_и=(6\div11)T. \qquad (14)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

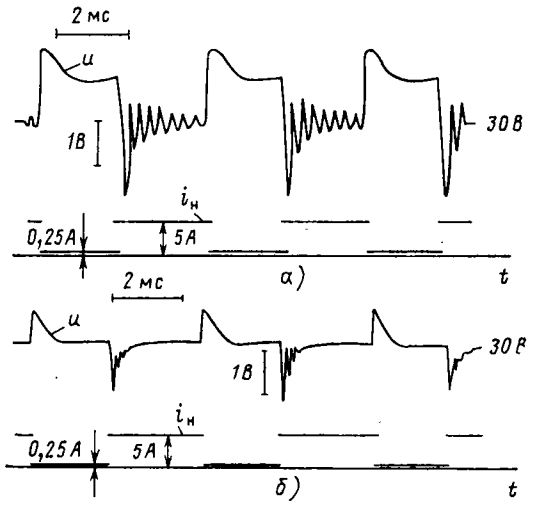


Рис. 3. Осциллограммы переходных процессов в импульсных стабилизаторах напряжения при глубокой коммутации нагрузки

Параметры корректирующей цепи находим из выражений (4) и (10), причем

$$c_1 = \frac{\mu - 1}{\mu + 1} = 0{,}71; \quad c_2 = \frac{\beta - 1}{\beta + 1} = 0.$$

Например, что $\gamma_0 = 0{,}5$

$$T_к = 2{,}9T; \quad U_к = 5{,}3U_{оп}. \qquad (15)$$

Необходимое значение коэффициента усиления контура регулирования системы с ШИП можно легко подобрать опытным путем, увеличивая его до тех пор, пока в системе не возникнут автоколебания на основной субгармонике, а затем уменьшив в 2—2,5 раза, что обеспечит запас устойчивости по модулю 6—8 дБ.

Пример 3. На рис. 2 приведены логарифмические частотные характеристики, соответствующие, с точностью до постоянного сомножителя, ОПФ $W^*(\omega)$ (13) при $hT_и = 8T$, умноженной на ОПФ корректирующего звена $(1+6\omega)/(1+\omega)$. В этом случае результирующая ОПФ системы с ШИП

$$W^*_р(\omega) = \frac{k(1+16\omega)(1+6\omega)(1-\omega)}{\omega^3},$$

где k — постоянный коэффициент.

Из характеристик видно, что система относится к так называемым условно устойчивым. Здесь не только увеличение, но и уменьшение коэффициента усиления может привести к потере устойчивости. Запас устойчивости по модулю $L_{з1} = 16$ дБ и $L_{з2} = 8$ дБ. Запас по фазе $\varphi_з = 38°$ обеспечивает системе колебательность около 1,5.

На рис. 3 приведены осциллограммы переходных процессов, возникающих при коммутации нагрузки от 5 до 100 % номинального значения в стабилизированном ШИП с выходным LC-фильтром и следующими параметрами: индуктивность дросселя фильтра 0,135 мГн; емкость конденсатора фильтра 300 мкФ; частота коммутации ключа 25 кГц; напряжение питания 45 В; выходное напряжение 30 В; активное сопротивление цепи дросселя 0,4 Ом; номинальный ток нагрузки 5 А. Осциллограмма 3, *а* соответствует ШИП с системой управления, скорректированной по схеме из [2]. Осциллограмма 3, *б* соответствует ШИП с ПИ-регулятором и дискретным корректирующим звеном (см. рис. 1, *а*), рассчитанными по формулам (14) и (15).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Capel A., Ferrante J. G., Prajoux R.** Stability analysis of a P. W. M. controlled DC/DC regulator with DC and AC feed back loops. — IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1974.

2. **Источники** вторичного электропитания. Справочное пособие/ Под ред. Ю. И. Конева. — М.: Радио и связь, 1983. — 280 с.

3. **Кузин Л. Т.** Расчет и конструирование дискретных систем управления. — М.: Машгиз, 1962. — 684 с.

4. **Шипилло В. П., Чикотило И. И.** Оптимальное быстродействие замкнутых систем авторегулирования с широтно-импульсными преобразователями. — Вестник Харьковского политехнического института, 1979, № 151, с. 69—71.

5. **Шипилло В. П., Зинин Ю. С.** Процессы конечной длительности в замкнутых системах с тиристорными преобразователями. — ЭП Преобразовательная техника, 1977, вып. 7, с. 5—8.

6. **Шипилло В. П., Дрейслер С. И.** Применение дискретных фильтров в замкнутых системах с тиристорными преобразователями. — В кн.: Применение в технологических процессах полупроводниковых преобразователей частоты. — Изд. Уфимского авиационного ин-та, Уфа, 1980, с. 108—109.

7. **Шипилло В. П., Чикотило И. И.** Устойчивость замкнутой системы с широтно-импульсным преобразователем. — Электричество, 1978, № 1, с. 50—53.

8. **Волович Г. И.** Коррекция динамических характеристик вентильных преобразователей. — Электричество, 1984, № 7, с. 50—54.

9. **Проектирование** и расчет следящих систем/Д. В. Васильев, Б. А. Митрофанов, Г. Л. Рабкин, Г. Н. Самохвалов и др. — Л.: Судостроение, 1964. — 608 с.

[07.02.85]

УДК 621.314.5.001.57

Математическое моделирование квазистационарных процессов в электрических системах с вентильными преобразователями

ГЛИНТЕРНИК С. Р., доктор техн. наук

Ленинград

При работе вентильных преобразователей в электрической системе со сложной частотной характеристикой необходимо учитывать взаимное влияние преобразователей, фильтрокомпенсирующих устройств (*ФКУ*) и параметров самой системы переменного тока. Учет последней только индуктивным сопротивлением короткого замыкания недостаточен. Из-за возможностей возникновения и нежелательного развития резонансных явлений в такой сложной нелинейной системе необходимо проводить тщательный анализ квазистационарных процессов в вентильных преобразователях [1—3].

Для выяснения принципиальных особенностей, вносимых компенсирующими устройствами и эквивалентными параметрами системы переменного тока в узле примыкания к ним мощных преобразовательных установок, целесообразно рассматривать упрощенную схему, по-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

казанную в однолинейном изображении на рис. 1. В этой схеме реальное ФКУ замещено двумя однозвенными *LC*-цепочками, присоединенными в двух узлах главной трехфазной цепи одно-или двухмостового преобразователя, разделенных продольным индуктивным сопротивлением. Активные сопротивления в трехфазных цепях и в самом преобразователе не учитываются. Такая схема охватывает ряд практически распространенных вариантов схем примыкания преобразователей к системе переменного тока. В частности, эта схема моделирует П-образную структуру *ФКУ* со специально установленным продольным реактором или с индуктивностью, учитывающей эквивалентные параметры сетевой обмотки многообмоточного преобразовательного трансформатора. В указанных условиях возможно выполнение в замкнутой форме полного математического описания стационарных электромагнитных процессов в преобразователе при сохранении еще достаточно сложной структуры трехфазной цепи.

На рис. 1 приняты следующие обозначения параметров цепи переменного тока преобразователя: x_s — эквивалентное индуктивное сопротивление короткого замыкания системы; x_L — продольное индуктивное сопротивление реактора (или эквивалентное сопротивление рассеяния сетевой обмотки трансформатора); x_l — индуктивное сопротивление рассеяния преобразовательного трансформатора (или его вентильной обмотки); x_{p1} и x_{p2} — индуктивные сопротивления реакторов *ФКУ*; x_{c1} и x_{c2} — емкостные сопротивления конденсаторов; e_s — эквивалентная система э. д. с. сети. Все реактивные сопротивления определены при основной частоте сети f=50 Гц. Коэффициент трансформации преобразовательного трансформатора примем равным единице; время выразим в безразмерных величинах $\vartheta=\omega t$, где $\omega=2\pi f$.

Ограничимся рассмотрением основных симметричных рабочих режимов одно- и двухмостового преобразователей. В первом случае это будет режим «2—3», а во втором случае — режим «4—5». В одномостовом преобразователе протяженность интервала повторяемости составляет в угловых величинах $\pi/3$, а в двухмостовом она равна $\pi/6$. Примем в качестве коммутирующей э. д. с. e_s линейную э. д. с. $e_B-e_C=\sqrt{3}E_m\sin\vartheta$ и начало отсчета угла управления α очередного вентиля, вступающего в работу на интервале повторяемости, совместим с моментом перехода через нуль этой э. д. с. Этим моментом весь интервал повторяемости структуры схемы делится на две части: некоммутационный (*а*) и коммутационный (*в*).

В результате преобразования исходных уравнений токов и напряжений и исключения промежуточных неизвестных система уравнений приводится в каждом интервале неизменной структуры схемы к четырем дифференциальным уравнениям четвертого порядка с постоянными коэффициентами, зависящими только от относительных собственных частот, выраженных в долях основной угловой частоты. Эти уравнения определяют напряжения на конденсаторах соответственно на некоммутационном и на коммутационном интервалах всего интервала повторяемости квазистационарных электромагнитных процессов.

Окончательная система дифференциальных уравнений определяет напряжения на конденсаторах в некоммутационном (*а*) и в коммутационном (*b*) интервалах, записанные для напряжений u_{A1}, и u_{A2} фазы A и линейных напряжений u_{BC1}, u_{BC2}, являющихся разностями напряжений на конденсаторах в фазах B и C. Эта система имеет следующий вид:

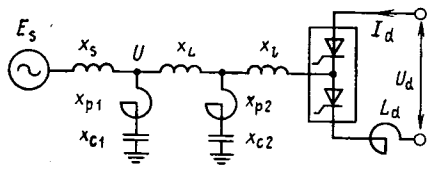


Рис. 1. Однолинейная схема замещения системы с вентильным преобразователем и двумя фильтрокомпенсирующими устройствами

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^4u_{A1,2}}{d\vartheta^4}+g_a\frac{d^2u_{A1,2}}{d\vartheta^2}+h_au_{A1,2}=f_{a1,2}e_A;\\ \frac{d^4u_{BC1,2}}{d\vartheta^4}+g_{a,b}\frac{d^2u_{BC1,2}}{d\vartheta^2}+h_{a,b}u_{BC1,2}=f_{ab(1,2)}(e_B-e_C).\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

Двойная цифровая индексация напряжений конденсаторов в системе (1) обозначает запись двух уравнений вместо одного (первого с индексом 1, а второго с индексом 2). Аналогичная буквенная индексация коэффициентов $g_{a,b}$ и $h_{a,b}$ в последних уравнениях системы (1) означает, что индексом a обозначены коэффициенты уравнений для некоммутационного и индексом b — для коммутационного интервала. Такая же форма записи распространена на амплитудные коэффициенты $f_{a,b}$ функций в правых частях уравнений (1). Она указывает, что гармонические функции основной частоты сети имеют различные амплитуды для каждой искомой неизвестной $u_{A1,2}$ и $u_{BC1,2}$.

Коэффициенты $g_{a,b}$, $h_{a,b}$ и $f_{a,b}$ выражаются через относительные собственные частоты $\mu_{1,2}$ и $\mu_{3,4}$ контуров, относительные частоты ξ_1, ε_2 и $\bar{\varepsilon}_2$ ветвей с конденсаторами и реакторами и другие параметры цепей переменного тока.

В некоммутационных интервалах

$$g_a=\frac{\mu_1^2+\mu_2^2}{1-\sigma};\quad h_a=\frac{\mu_1^2\mu_2^2}{1-\sigma};$$

$$f_{a1}=\frac{\mu_1^2\mu_2^2}{1-\sigma}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_2^2}\right);\quad f_{a2}=\frac{\mu_1^2\mu_2^2}{1-\sigma}\left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right).$$

В коммутационных интервалах

$$g_b=\frac{\mu_3^2+\mu_4^2}{1-\bar{\sigma}};\quad h_b=\frac{\mu_3^2\mu_4^2}{1-\bar{\sigma}};$$

$$f_{b1}=\frac{\mu_3^2\mu_4^2}{1-\bar{\sigma}}\left(1-\frac{1}{\bar{\varepsilon}_2^2}\right)\frac{x_\tau}{x_R};\quad f_{b2}=\frac{\mu_3^2\mu_4^2}{1-\bar{\sigma}}\left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right)\frac{x_l}{x_R}.$$

Здесь приняты следующие обозначения квадратов относительных частот и других параметров:

$$\mu_{1,2}^2=\frac{x_{c1,2}}{x_{p1,2}+x_{s1,2}};\quad \mu_{3,4}^2=\frac{x_{c1,2}}{x_{p1,2}+\bar{x}_{s1,2}};$$

$$\xi_{1,2}^2=\frac{x_{c1,2}}{x_{p1,2}};\quad \varepsilon_2^2=\frac{x_{c2}}{x_{p2}+x_L};\quad \bar{\varepsilon}_2^2=\frac{x_{c2}}{x_{p2}+\bar{x}_\tau};$$

$$\sigma=\frac{x_s^2}{(x_{p1}+x_{s1})(x_{p2}+x_{s2})};\quad \bar{\sigma}=\frac{\bar{x}_s^2}{(x_{p1}+\bar{x}_{s1})(x_{p2}+\bar{x}_{s2})},$$

где $x_{s1}=x_s$; $x_{s2}=x_{s1}+x_L$; $x_\tau=x_L+x_l$;

$$x_R=x_{s1}+x_\tau;\quad \bar{x}_s=\frac{x_{s1}x_l}{x_R};\quad \bar{x}_{s1}=\frac{x_{s1}x_\tau}{x_R};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\bar{x}_{s2}=\frac{x_{s2}x_l}{x_R};\quad \bar{x}_{\tau}=\frac{x_L x_l}{x_{\tau}}.$$

Дифференциальными уравнениями (1) определяются следующие характеристические биквадратные уравнения четвертого порядка для некоммутационных и коммутационных интервалов соответственно:

$$\zeta^4+g_{a,b}\zeta^2+h_{a,b}=0. \qquad (2)$$

Уравнения (2) позволяют найти их корни в конечной форме и через них определить относительные величины τ_i^2 квадратов относительных собственных углов частот, которые численно равны квадратам корней ζ_i^2, отличаясь от них только знаками, и могут быть представлены в виде

для некоммутационных интервалов

$$\tau^2_{1,2}=\frac{\mu_1^2+\mu_2^2}{2(1-\sigma)}\mp\frac{\sqrt{(\mu_1^2-\mu_2^2)^2+4\sigma\mu_1^2\mu_2^2}}{2(1-\sigma)}; \qquad (3)$$

для коммутационных интервалов

$$\tau^2_{3,4}=\frac{\mu_3^2+\mu_4^2}{2(1-\bar{\sigma})}\mp\frac{\sqrt{(\mu_3^2-\mu_4^2)^2+4\bar{\sigma}\mu_3^2\mu_4^2}}{2(1-\bar{\sigma})}. \qquad (4)$$

Связь выражений для квадратов относительных собственных частот τ_i^2 с параметрами трехфазной цепи устанавливается следующими соотношениями:

$$\tau_1^2+\tau_2^2=\frac{\mu_1^2+\mu_2^2}{1-\sigma};\quad \tau_1^2\tau_2^2=\frac{\mu_1^2\mu_2^2}{1-\sigma};$$

$$\tau_3^2+\tau_4^2=\frac{\mu_3^2+\mu_4^2}{1-\bar{\sigma}};\quad \tau_3^2\tau_4^2=\frac{\mu_3^2\mu_4^2}{1-\bar{\sigma}}.$$

Полные решения дифференциальных уравнений (1) представляют суммы общих решений однородных уравнений, определяющих свободные составляющие напряжений на конденсаторах, и частных решений неоднородных уравнений, определяющих их вынужденные составляющие. Относительные амплитуды последних имеют следующие выражения:

$$p_1=\frac{f_{a1}}{1-(\tau_1^2+\tau_2^2)+\tau_1^2\tau_2^2};$$

$$p_2=\frac{f_{a2}}{1-(\tau_1^2+\tau_2^2)+\tau_1^2\tau_2^2};$$

$$q_1=\frac{f_{b1}}{1-(\tau_3^2+\tau_4^2)+\tau_3^2\tau_4^2};$$

$$q_2=\frac{f_{b2}}{1-(\tau_3^2+\tau_4^2)+\tau_3^2\tau_4^2}.$$

Таким образом, решение дифференциальных уравнений (1) для напряжений на конденсаторах u_{A1} и u_{BC1} представляется в виде:

на некоммутационных интервалах

$$\left.\begin{aligned}u'_{A1}&=\Sigma A_{1,3}\sin\tau_{1,2}(\vartheta-\psi)+\Sigma A_{2,4}\cos\tau_{1,2}(\vartheta-\psi)+\\&\quad+p_1E_m\cos\vartheta;\\u'_{BC1}&=\Sigma C_{1,3}\sin\tau_{1,2}(\vartheta-\psi)+\Sigma C_{2,4}\cos\tau_{1,2}(\vartheta-\psi)+\\&\quad+p_1\sqrt{3}E_m\sin\vartheta,\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

на коммутационных интервалах

$$\left.\begin{aligned}u''_{A1}&=u'_{A1};\\u''_{BC1}&=\Sigma B_{1,3}\sin\tau_{3,4}(\vartheta-\psi)+\Sigma B_{2,4}\cos\tau_{3,4}(\vartheta-\psi)+\\&\quad+q_1\sqrt{3}E_m\sin\vartheta,\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

здесь $\psi=\alpha+\frac{\gamma}{2}$, где γ — угол коммутации.

Решение дифференциальных уравнений (1) для напряжений на конденсаторах u_{A2} и u_{BC_2} отличается от вышеприведенного только значениями амплитуд их свободных составляющих, которые связаны между собою простыми соотношениями:

$$\bar{A}_{1,2}=k_1A_{1,2};\quad \bar{C}_{1,2}=k_1C_{1,2};\quad \bar{B}_{1,2}=k_3B_{1,2};$$

$$\bar{A}_{3,4}=k_2A_{3,4};\quad C_{3,4}=k_2C_{3,4};\quad \bar{B}_{3,4}=k_4B_{3,4}.$$

Коэффициенты $k_{1,2}$ и $k_{3,4}$ определяются через параметры и относительные частоты:

$$k_{1,2}=a_{2,1}\frac{x_{c2}}{x_s};\qquad a_{1,2}=\frac{\tau^2_{1,2}-\mu_2^2}{\tau^2_{1,2}\mu_2^2};$$

$$k_{3,4}=b_{2,1}\frac{x_{c2}}{\bar{x}_s};\quad b_{1,2}=\frac{\tau^2_{3,4}-\mu_4^2}{\tau^2_{3,4}-\mu_4^2}.$$

Напряжения конденсаторов в фазах B и C находятся из уравнений

$$u_{B1,2}+u_{C1,2}=-u_{A1,2};\quad u_{B1,2}-u_{C1,2}=u_{BC1,2}. \qquad (7)$$

Токи в ветвях с конденсаторами выражаются через производные напряжений на конденсаторах:

$$i_{A1,2}=\frac{1}{x_{C1,2}}\frac{du_{A1,2}}{d\vartheta};\quad i_{B1,2}=\frac{1}{x_{C1,2}}\frac{du_{B1,2}}{d\vartheta};$$

$$i_{C1,2}=\frac{1}{x_{C1,2}}\frac{du_{C1,2}}{d\vartheta}. \qquad (8)$$

Напряжения на конденсаторах будут полностью определены после нахождения 12 постоянных A_i, B_i и C_i — амплитуд свободных составляющих этих напряжений в результате решения систем алгебраических уравнений, составляемых на основе граничных условий. Эти условия различны для схем с одно- и двухмостовым преобразователями.

Граничные условия в системе с одномостовым преобразователем:

$$\left.\begin{aligned}u''_{A1,2}(\alpha+\gamma)&=-u'_{B1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{3}\right);\\i''_{A1,2}(\alpha+\gamma)&=-i'_{B1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{3}\right);\\u''_{C1,2}(\alpha+\gamma)&=-u'_{A1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{3}\right);\\i''_{C1,2}(\alpha-\gamma)&=-i'_{A1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{3}\right);\\u'_{BC1,2}(\alpha)&=u''_{BC1,2}(\alpha);\quad i'_{BC1,2}(\alpha)=i''_{BC1,2}(\alpha);\\u'_{A1,2}(\alpha)&=u''_{A1,2}(\alpha);\quad i'_{A1,2}(\alpha)=i''_{A1,2}(\alpha).\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Граничные условия в системе с двухмостовым преобразователем;

$$\left.\begin{aligned}
&\sqrt{3}\,u''_{A1,2}(\alpha+\gamma)=u'_{AB1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{6}\right);\\
&\sqrt{3}\,i''_{A1,2}(\alpha+\gamma)=i'_{AB1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{6}\right);\\
&u''_{AC1,2}(\alpha+\gamma)=\sqrt{3}\,u'_{A1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{6}\right);\\
&i''_{AC1,2}(\alpha+\gamma)=\sqrt{3}\,i'_{A1,2}\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{6}\right);\\
&u'_{BC1,2}(\alpha)=u''_{BC1,2}(\alpha);\quad i'_{BC1,2}(\alpha)=i''_{BC1,2}(\alpha);\\
&u'_{A1,2}(\alpha)=u''_{A1,2}(\alpha);\quad i'_{A1,2}(\alpha)=i''_{A1,2}(\alpha).
\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

В обоих случаях последние четыре условия очевидны, поскольку выражения напряжений и токов конденсаторов фазы A остаются неизменными на всем интервале повторяемости.

После определения напряжений и токов конденсаторов легко находятся все токи и напряжения в цепях преобразователей и системы переменного тока.

Коммутирующий ток $i_к$ находится из уравнения

$$2x_R\frac{di_к}{d\vartheta}=e_B-e_C-\sum\frac{x_{s1,2}}{x_{c1,2}}\frac{d^2u''_{BC1,2}}{d\vartheta^2}$$

и с использованием начального условия $i_к(\alpha)=0$ выражается следующим образом:

$$i_к=\frac{\sqrt{3}E_m}{2x_R}k_\nu(\cos\alpha-\cos\vartheta)+\frac{1}{2x_R}\sum b_{3,4}\tau_{3,4}\times$$
$$\times\left\{B_{1,3}\left[\cos\tau_{3,4}\frac{\gamma}{2}-\cos\tau_{3,4}(\vartheta-\psi)\right]+\right.$$
$$\left.B_{2,4}+\left[\sin\tau_{3,4}\frac{\gamma}{2}+\sin\tau_{3,4}(\vartheta-\psi)\right]\right\}.\quad(11)$$

Начальное условие $i_к(\alpha+\gamma)=I_d$ определяет следующую зависимость между выпрямленным током I_d и углами управления α и коммутации γ:

$$I_d=\frac{\sqrt{3}E_m}{x_R}k_\nu\sin\frac{\gamma}{2}\sin\left(\alpha+\frac{\gamma}{2}\right)+\frac{1}{x_R}\sum b_{3,4}\tau_{3,4}\times$$
$$\times B_{2,4}\sin\tau_{3,4}\frac{\gamma}{2},\quad(12)$$

где $b_{3,4}=\frac{x_{s1}}{x_{c1}}+k_{3,4}\frac{x_{s2}}{x_{c2}}$; $k_\nu=\frac{\tau_3^2}{\tau_3^2-1}\frac{\tau_4^2}{\tau_4^2-1}\left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right)\times$
$\times\left(\frac{1}{\xi_2^2}\right)$.

Выпрямление напряжения и напряжения на неработающих вентилях также выражаются через э. д. с. сети и напряжения на конденсаторах. В частности, напряжение на очередном вентиле, вступающем в работу на коммутационном интервале

$$u_к=e_B-e_C-\sum\frac{x_{s1,2}}{x_{c1,2}}\frac{d^2u'_{BC1,2}}{d\vartheta}$$

и к моменту $\vartheta=\alpha$ начала процесса коммутации

$$u'_к(\alpha)=\sqrt{3}\,E_mk_\mu\sin\alpha-\Sigma a_{3,4}\tau_{1,2}^2(m_{1,2}A_{1,3}-$$
$$-n_{1,2}A_{2,4}),\quad(13)$$

где $a_{3,4}=\frac{x_{s1}}{x_c}+k_{1,2}\frac{x_{s2}}{x_{c2}}$; $k_\mu=\frac{\tau_1^2}{\tau_1^2-1}\frac{\tau_2^2}{\tau_2^2-1}\times$
$\times\left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right)\left(1-\frac{1}{\xi_2^2}\right)$.

Условие $u_к(\alpha)=0$ определяет угол α_0 естественного отпирания очередного вентиля без угла задержки. Этот угол ограничивает рабочую область неуправляемого выпрямителя, а вследствие взаимной симметрии выпрямительных и инверторных режимов относительно их общей границы, также и область работы идеального инвертора без угла запаса ($\delta_0=0$).

Мощность компенсированного преобразователя определяется выражением

$$P=U_dI_d=\frac{p}{2\pi}\left[\sqrt{3}\,E_mk_\mu\cos\frac{\gamma}{2}\cos\left(\alpha+\frac{\gamma}{2}\right)+\right.$$
$$\left.+\Sigma a_{3,4}m_{1,2}\tau_{1,2}A_{2,4}\right]I_d,\quad(14)$$

где $p=6$ для одномостового и $p=12$ для двухмостового преобразователей.

Функции $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, входящие в (13) и (14), имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
m_{1,2}&=m_{01,2}\cos\tau_{1,2}\frac{\gamma}{2}+n_{01,2}\sin\tau_{1,2}\frac{\gamma}{2};\\
n_{1,2}&=n_{01,2}\cos\tau_{1,2}\frac{\gamma}{2}-m_{01,2}\sin\tau_{1,2}\frac{\gamma}{2},
\end{aligned}\right\}\quad(15)$$

причем для одномостового преобразователя

$$m_{01,2}=2\sin\tau_{1,2}\frac{\pi}{3};\quad n_{01,2}=1-2\cos\tau_{1,2}\frac{\pi}{3}$$

и для двухмостового преобразователя

$$m_{01,2}=2\sin\tau_{1,2}\frac{\pi}{6};\quad n_{01,2}=\sqrt{3}-2\cos\tau_{1,2}\frac{\pi}{6}.$$

Таким образом, числа $m_{01,2}$ и $n_{01,2}$ идентифицируют одномостовой и двухмостовой преобразователи в их основных режимах (соответственно «2—3» и «4—5»). При этом n_0, рассматриваемая как функция относительной частоты τ, имеет корни, численно совпадающие с номерами $n=kp\mp1$ канонических высших гармоник переменного тока, генерируемых вентильными преобразователями в процессе выпрямления или инвертирования тока (k — любое натуральное число).

Коэффициенты k_μ и k_ν, входящие в (11)—(14) составляющих основной частоты напряжений и токов преобразователя, инвариантны к конкретным модификациям параметров схемы замещения представленной на рис. 1 структуры. Они имеют аналогичный структурный вид и в более простых схемах компенсированных вентильных преобразователей [2, 3], в которых продольное индуктивное сопротивление x_L отсутствует. Для преобразователей с совмещенным в общем узле присоединением обеих ветвей компенсирующего устройства эти коэффициенты имеют простую физическую интерпретацию, а именно

$$k_\mu=\frac{x_ф}{x_ф+x_s};\quad k_\nu=\frac{x_ф}{x_ф+\bar{x}_s},$$

откуда имеем

$$x_ф=-\frac{k_\mu x_s-k_\nu\bar{x}_s}{k_\mu-k_\nu}.\quad(16)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

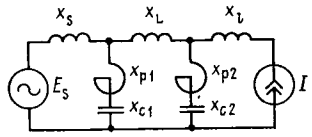


Рис. 2. Однолинейная схема замещения цепи с источником I, модулирующим спектральный состав тока вентильных преобразователей

Величина x_Φ моделирует емкостное сопротивление эквивалентного двухзвенного компенсирующего устройства на основной частоте сети, к которой примыкает преобразователь, а сами коэффициенты k_μ и k_ν характеризуют степень увеличения эквивалентных э. д. с. сети, обусловленную наличием емкостей компенсирующих устройств и системы.

Для более простой Т-схемы с однозвенным компенсирующим устройством оказывается возможным полнее учесть входные параметры системы переменного тока, в частности, их собственные емкости, восстановив при этом П-схему замещения трехфазных цепей.

Моделирование двухузловой П-схемы с двумя компенсирующими устройствами эквивалентной ей одноузловой двухзвенной Т-схемой, отвечающей условию (16), позволяет упростить гармонический анализ переменного тока преобразователей и найти спектральный состав тока эквивалентного источника, замещающего реальные преобразователи. Однолинейная схема замещения трехфазной цепи с эквивалентным источником тока I бесконечной мощности, имеющим спектральный состав переменного тока, идентичный реальному спектру гармоник тока, показана на рис. 2. Эта идентичность обусловлена тем, что при выполнении гармонического анализа использованы аналитические выражения токов, найденных в полном соответствии с граничными условиями (9) и (10) для одно- и двухмостового преобразователей.

Гармонический анализ переменного тока преобразователя требует распространения найденного на основном интервале повторяемости симметричных квазистационарных процессов решения на весь полупериод переменного тока. Для этого необходимо использовать условия симметрии процессов в трехфазной системе и условия их повторяемости в преобразователе.

Распространение решения за пределы интервала повторяемости наиболее просто осуществляется для одномостового преобразователя. В интервалах повторяемости, смежных с основным интервалом $\alpha+\gamma-\pi/3\leqslant\vartheta\leqslant\alpha+\gamma$, ток i_A выражается следующим образом через токи других фаз:

в интервале $\alpha+\gamma-\frac{2\pi}{3}\leqslant\vartheta\leqslant\alpha+\gamma-\frac{\pi}{3}$;

$$i_A(\vartheta)=-i_C\left(\vartheta+\frac{\pi}{3}\right);$$

в интервале $\alpha+\gamma\leqslant\vartheta\leqslant\alpha+\gamma+\frac{\pi}{3}$;

$$i_A(\vartheta)=-i_B\left(\vartheta-\frac{\pi}{3}\right).$$

Для двухмостового преобразователя этой процедуре должно предшествовать распространение решения, найденного в интервале $\alpha+\gamma-\frac{\pi}{3}\leqslant\vartheta\leqslant\alpha+\gamma-\frac{\pi}{6}$ протяженностью $\pi/6$ на соседний интервал $\alpha+\gamma-\frac{\pi}{6}\leqslant\vartheta\leqslant\alpha+\gamma$, выполняемое при помощи условий повторяемости:

$$i_{21}\left(\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)=i_{11}(\vartheta);\quad i_{22}\left(\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)=i_{12}(\vartheta);$$

$$i_{23}\left(\vartheta+\frac{\pi}{6}\right)=i_{13}(\vartheta).$$

Коэффициенты Фурье для эквивалентного источника I, выраженные в долях базисного тока $I_б=\frac{\sqrt{3}E_m}{2x_R}$, имеют следующий вид:

$$A_{n*}=\frac{p}{2\pi n}k_\nu\sin n\frac{\pi}{3}[F_{n1}\sin(n+1)\psi-F_{n2}\sin(n-1)\psi];$$

$$B_{n*}=-\frac{p}{2\pi n}k_\nu\sin n\frac{\pi}{3}[F_{n1}\cos(n+1)\psi-$$
$$-F_{n2}\cos(n-1)\psi],$$

где

$$F_{n1}=\frac{\sin(n+1)\frac{\gamma}{2}}{n+1}+\frac{1}{2}\sum_{i,k}\left[(h_{1,3}+h_{2,4})\times\right.$$
$$\times\frac{\sin(n+\tau_{3,4})\frac{\gamma}{2}}{n+\tau_{3,4}}+(h_{1,3}-h_{2,4})(h_{1,3}+h_{2,4})\times$$
$$\left.\frac{\sin(n-\tau_{3,4})\frac{\gamma}{2}}{n-\tau_{3,4}}\right];$$

$$F_{n2}=\frac{\sin(n-1)\frac{\gamma}{2}}{n-1}+\frac{1}{2}\sum_{i,k}\left[(h_{1,3}-h_{2,4})\times\right.$$
$$\left.\times\frac{\sin(n+\tau_{3,4})\frac{\gamma}{2}}{n+\tau_{3,4}}+(h_{1,3}+h_{2,4})\frac{\sin(n-\tau_{3,4})\frac{\gamma}{2}}{n-\tau_{3,4}}\right].$$

Здесь $\sum_{i,k}$ обозначает, что суммирование выражений в квадратных скобках производится для двух слагаемых: одного — с первыми индексами, а второго — со вторыми индексами. Тогда

$$h_{1,3}=k_\mu x_{s*}b_{3,4}\frac{\tau_{3,4}\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\tau_{3,4}\frac{\gamma}{2}}D_{1,2};\quad h_{2,4}=k_\mu x_{s*}b_{3,4}\times$$
$$\times\frac{\tau_{3,4}\cos\frac{\gamma}{2}}{\cos\tau_{3,4}\frac{\gamma}{2}}G_{1,2},$$

причем

$$D_{1,2}=\frac{d_{4,1}d_{5,8}-d_{3,2}d_{6,7}}{b_{3,4}(d_1d_4-d_2d_3)};\quad G_{1,2}=\frac{c_{4,1}c_{5,8}-c_{3,2}c_{6,7}}{a_{7,8}(c_1c_4-c_2c_3)}.$$

Последние обозначения функций $a_{i,k}$, $b_{i,k}$, $c_{i,k}$ и $d_{i,k}$ идентичны аналогичным обозначениям функций для внешних характеристик преобразователя, приведенным в [4], с учетом сделанного выше обобщения функций $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$ (15) для одно- и двухмостового преобразователей.

Относительные величины амплитуд гармоник переменного тока эквивалентного преобразователям источ-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ника тока имеют вид

$$I_{mn*} = \sqrt{A_{n*}^2 + B_{n*}^2} =$$

$$= \frac{p}{2\pi n}\sqrt{F_{n1}^2 + F_{n2}^2 - 2F_{n1}F_{n2}\cos 2\psi}\ . \qquad (17)$$

Начальные фазы φ_n гармоник тока источника I определяются из формулы

$$\operatorname{tg}\varphi_n = \frac{B_{n*}}{A_{n*}}. \qquad (18)$$

Формулы (17) — (18) справедливы не только для высших гармоник, но также и для основной гармоники переменного тока, если раскрыть неопределенность отношения $\frac{\sin(n-1)\gamma/2}{n-1}$ в выражении F_{n2}, равного $\gamma/2$ при $n=1$.

Изложенный метод математического описания симметричных квазистационарных процессов в компенсированных вентильных преобразователях и формулы, определяющие спектральный состав тока эквивалентного им источника тока, открывают возможности уточнения расчетов нормальных режимов и энергетических характеристик вентильных преобразователей в достаточно сложных системах, а также выбора соотношений параметров системы и статических компенсирующих устройств, улучшающих эти характеристики. По алгоритмам, построенным на основе приведенных в статье результатов, легко организуется расчет нормальных электромагнитных процессов и характеристик вентильных преобразователей в основных областях их работы, как выпрямителем, так и инвертором, с минимальными затратами машинного времени.

Выводы. 1. Рассмотренная схема замещения является моделью ряда вариантов схем примыкания преобразователей к электрической системе (П-, Т- и Г-образных). Различные интерпретации данной схемы охватывают практически интересные взаимосвязанные в узлах примыкания структуры главных схем одно- и двухмостовых преобразователей, статических компенсирующих устройств и эквивалентных входных параметров системы.

2. Математическое описание квазистационарных процессов, полученное в замкнутой аналитической форме, и спектральный состав эквивалентного преобразователя источника тока позволяют построить единый алгоритм расчета квазистационарных процессов в системах с компенсированными вентильными преобразователями при достаточно сложных схемах их примыкания к питающей сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Глинтерник С. Р.** Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей. — Л.: Наука, 1970. — с. 308.

2. **Глинтерник С. Р.** Электромагнитные процессы и характеристики двухмостового преобразователя с резонансными фильтрами в трехфазной цепи. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5, с. 41—55.

3. **Глинтерник С. Р.** Тиристорный преобразователь с двухзвенным компенсирующим устройством. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 2, с. 64—82.

4. **Глинтерник С. Р.** Характеристики трехфазного мостового преобразователя с двухзвенным фильтрокомпенсирующим устройством. — Электричество, 1984, № 8, с. 48—52.

[13.09.85]

УДК 537.212.001.24

Обобщение метода средних потенциалов при расчете сопротивлений растеканию электродов

ИВЛИЕВ Е. А., ИОССЕЛЬ Ю. Я

Ленинград

Метод средних потенциалов широко используется при приближенном расчете или оценке сопротивлений растеканию и других интегральных электрических параметров электродов, расположенных в однородных средах. Его применение для определения тех же параметров электродов в кусочно-однородных средах до сих пор ограничивалось, как правило, возможностью использования принципа зеркальных отражений проводников относительно границ однородных подобластей. Ниже рассматривается методика, позволяющая применить указанный метод для расчета сопротивления растеканию электродов, расположенных на поверхности изоляционных объемных тел или определенным образом размещенных в кусочно-однородных средах.

Предлагаемая методика основана на задании фиктивного (в частности, равномерного) распределения тока по поверхности электродов и последующем решении граничных задач, позволяющем найти средний потенциал этих электродов.

Пусть, например, какой-либо электрод (поверхность S_1 на рис. 1) размещен на замкнутой непроводящей поверхности S_0, причем в дальнейшем ограничимся случаем, когда S_1 и S_0 могут быть представлены как участки одной и той же координатной поверхности в какой-либо системе ортогональных криволинейных координат. Строгий расчет сопротивления растеканию такого электрода связан с существенными трудностями, так как требует решения граничной задачи по расчету потенциала, удовлетворяющего «существенно-смешанным» граничным условиям (на поверхности S_1 должно быть задано условие 1-го рода, отражающее постоянство потенциала поверхности электрода, а на S_0 — однородное условие 2-го рода, характеризующее непроницаемость этой поверхности для линий тока).

Если же задаться, следуя идее метода средних потенциалов, каким-либо фиктивным распределением тока I по поверхности S_1, приняв потенциал этой поверхности равным ее среднему потенциалу $u_{ср}$, то граничные условия на поверхностях S_1 и S_0 становятся однотипными (условия 2-го рода). Это позволяет использовать при расчете общие методы теории потенциала (в частности, метод собственных функций) и тем самым определить средний потенциал, а затем и приближенное значение сопротивления растеканию рассматриваемых

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

электродов. При этом для сопротивления любого уединенного электрода R_0, как известно [1, 2], справедливо следующее неравенство

$$R_0 \leqslant \frac{|U_{ср}|}{I}, \qquad (1)$$

а для сопротивления R между двумя электродами—неравенство

$$R \leqslant \frac{|u_{ср1} - u_{ср2}|}{I}, \qquad (2)$$

где $u_{ср1}$ и $u_{ср2}$ — средние потенциалы каждого из рассматриваемых электродов, найденные при выбранном распределении тока по их поверхностям [1].

Ниже приведены некоторые типичные примеры, иллюстрирующие особенности применения обобщенного метода средних потенциалов для верхней оценки сопротивлений растеканию электродов указанного вида.

Рассмотрим систему, представленную на рис. 2, где *1* — поверхность S электрода, *2* — бесконечно протяженная изоляционная цилиндрическая поверхность. Следуя изложенной методике, примем распределение тока по поверхности электрода (при $r=a$; $|\varphi| \leqslant \alpha$; $|z| \leqslant l$) равномерным ($j=I/S$), а его потенциал — совпадающим со средним потенциалом этой поверхности.

В этом случае расчет среднего потенциала сводится к решению уравнения Лапласа

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad (3)$$

при следующих граничных условиях

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r=a} = \begin{cases} -\dfrac{I}{4\gamma a l \alpha} & \text{при } |z| \leqslant l;\ |\varphi| \leqslant \alpha; \\ 0 & \text{при } |z| \leqslant l;\ |\varphi| > \alpha \text{ и } |z| > l, \end{cases} \qquad (4)$$

а также при обычном условии убывания потенциала на бесконечности

$$V_{r\to\infty} = 0. \qquad (5)$$

Как показано в приложении, выражение для потенциала, удовлетворяющего указанным условиям, имеет следующий вид:

$$V = \frac{I}{2\pi^2 \gamma a l}\left\{\int_0^\infty \frac{\sin(p\,l)\cos(p\,z)}{p^2}\left[\frac{K_0(p\,r)}{K_1(p\,a)} + \frac{4}{\alpha}\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\,\alpha)\cos(n\,\varphi)K_n(pr)}{n\,[K_{n+1}(p\,a)+K_{n-1}(pa)]}\right]dp\right\}. \qquad (6)$$

Вычисляя затем средний потенциал поверхности электрода и относя его к току, находим, что сопротивление растеканию рассматриваемого электрода удовлетворяет неравенству

$$R_0 < \frac{a}{2\pi^2\gamma l^2}\left\{\int_0^\infty \frac{\sin^2\left(\frac{l}{a}x\right)}{x^3}\left[\frac{K_0(x)}{K_1(x)} + \frac{4}{\alpha^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2(n\,\alpha)}{n^2}\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\frac{K_n(x)}{K_{n+1}(x)+K_{n-1}(x)}\right]dx\right\}.$$

В частном случае, при $\alpha = \pi$ (кольцевой электрод на поверхности изоляционного цилиндра), приведенное неравенство упрощается:

$$R_0 < \frac{a}{2\pi^2\gamma l^2}\int_0^\infty \frac{\sin^2\left(\frac{l}{a}x\right)}{x^3}\frac{K_0(x)}{K_1(x)}dx. \qquad (7)$$

Рис. 1

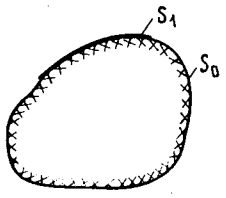
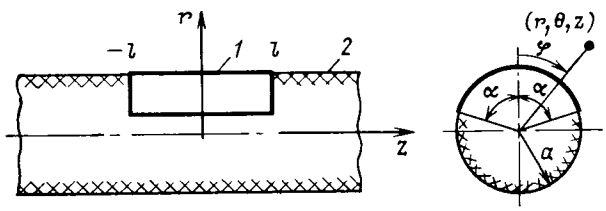


Рис. 2



Результаты расчетов по последней формуле приведены в табл. 1, где указаны также данные двухсторонней оценки рассматриваемого сопротивления методом аналитической аппроксимации стационарного электрического поля [3]. Как видно, при $a/l \leqslant 1$ формула (7) оказывается менее эффективной, чем соотношение, полученное в [3], но при $a/l > 1$ обеспечивает лучшую верхнюю оценку величины R_0. При этом максимальная относительная погрешность расчетов по формуле (7) не превышает 4 %.

Для оценки эффективности и точности рассматриваемого метода применим его для расчета сопротивления между электродами системы, рассмотренной в работе [5] (рис. 3).

При этом расчет потенциала может быть сведен к интегрированию уравнения Лапласа

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad (8)$$

при следующих граничных условиях

$$V_{z=h} = 0;\quad \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r=a} = 0;$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{z=0} = \begin{cases} -\dfrac{I}{\pi\gamma(a^2-b^2)} & \text{при } b \leqslant r \leqslant a; \\ 0 & \text{при } 0 \leqslant r < b, \end{cases}$$

где γ — удельная электрическая проводимость среды, заполняющей рассматриваемую цилиндрическую область.

Использование метода разделения переменных [4] позволяет получить в этом случае следующее выражение для потенциала:

$$V = \frac{I}{\pi\gamma a}\left\{\frac{z-h}{a} + 2\frac{ab}{a^2-b^2}\times\right.$$
$$\left.\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\sigma_n\frac{r}{a}\right)J_1\left(\sigma_n\frac{b}{a}\right)\mathrm{sh}\left[\frac{\sigma_n}{a}(h-z)\right]}{\sigma_n^2 J_0^2(\sigma_n)\,\mathrm{ch}\left(\sigma_n\frac{h}{a}\right)}\right\},$$

где $J_m(t)$ — цилиндрическая функция 1-го рода m-порядка; σ_n — положительные корни уравнения $J_1(\sigma) =$

Пользуясь этим выражением, в соответствии с (2) получим, что сопротивление растеканию между элект

[1] Знак равенства в (1) и (2) достигается только в тех случаях, когда выбранное (фиктивное) распределение тока соответствует равновесному (при этом средний потенциал совпадает, очевидно, с истинным потенциалом электрода).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 1

Источник		Значение $\overline{R}_0 = R_0 4\pi\gamma l$ для a/l					
		0,1	0,5	1	2	5	10
По формуле (7)		2,7850	1,4591	1,0131	0,6752	0,3719	0,2272
По данным [3]	$\overline{R}_{max}$	2,7416	1,4415	1,0126	0,6788	0,3748	0,2293
	$\overline{R}_{min}$	2,6739	1,4024	0,9846	0,6598	0,3644	0,2231

Таблица 2

$\frac{h}{a}$	$b/a=0,25$			$b/a=0,5$			$b/a=0,75$		
	$\overline{R}_в = R_в\gamma a$		$\overline{R}_н = R_н\gamma a$ [5]	$\overline{R}_в = R_в\gamma a$		$\overline{R}_н = R_н\gamma a$ [5]	$\overline{R}_в = R_в\gamma a$		$\overline{R}_н = R_н\gamma a$ [5]
	(9)	[5]		(9)	[5]		(9)	[5]	
0,1	0,03345	0,03185	0,03179	0,04083	0,04013	0,04013	0,06570	0,06443	0,06343
0,2	0,06613	0,06562	0,06556	0,07881	0,07696	0,07686	0,11890	0,11516	0,11446
0,3	0,09836	0,09759	0,09754	0,11431	0,11129	0,11109	0,16248	0,15729	0,15619
0,4	0,13038	0,12946	0,12941	0,14811	0,14442	0,14412	0,20029	0,19442	0,19202
0,5	0,16230	0,16131	0,16127	0,18092	0,17675	0,17645	0,23503	0,22915	0,22665
0,6	0,19418	0,19314	0,19310	0,21322	0,20889	0,20859	0,26825	0,26189	0,26019
0,7	0,22603	0,22498	0,22493	0,24527	0,24092	0,24052	0,30073	0,29432	0,29222
0,8	0,25787	0,25681	0,25677	0,27721	0,27275	0,27235	0,33286	0,32655	0,32405
0,9	0,28970	0,28864	0,28860	0,30909	0,30458	0,30418	0,36483	0,35848	—
1,0	0,32154	—	0,32043	0,34094	—	—	0,39673	—	—

дами *1* и *2* удовлетворяет неравенству

$$\mathcal{R} \leqslant \frac{1}{\pi\gamma a}\left\{\frac{h}{a} + \left[\frac{2\left(\frac{b}{a}\right)}{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}\right]^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right)}{\sigma_n^3 J_0^2(\sigma_n)} \operatorname{th}\left(\sigma_n \frac{h}{a}\right)\right\}. \quad (9)$$

Результаты расчетов по этой формуле представлены в табл. 2, из которой видно, что максимальное относительное расхождение приведенных данных с величиной

$$R_{ср.гарм} = \frac{2R_в R_н}{R_в + R_н},$$

где $R_в$ и $R_н$ соответственно верхние и нижние граничные значения, полученные для данного случая в [5], не превышают 4 % во всем диапазоне изменения параметров h/a и b/a.

Изложенный метод может быть применен и для оценки сопротивления растеканию между электродами системы, изображенной на рис. 4, *а*, где *1* — дисковый электрод, расположенный на плоской границе двух разнородных проводящих сред, *2* — бесконечно протяженный цилиндрический электрод.

Учитывая, что искомое сопротивление равно полусумме значений сопротивлений растеканию между теми же электродами в однородных средах с удельной электрической проводимостью $\gamma=\gamma_1$ и $\gamma=\gamma_2$ [2], можно свести задачу к рассмотрению вспомогательной расчетной модели, изображенной на рис. 4, *б*. Пользуясь затем обобщенным методом средних потенциалов, представим граничные значения для потенциала в виде

$$\left(\frac{dV}{\partial z}\right)_{z=0} = \begin{cases} -\dfrac{I}{\pi\gamma b^2} & \text{при } 0 \leqslant r \leqslant b; \\ 0 & \text{при } b < r \leqslant a, \end{cases} \quad (10)$$

$$V_{r=a} = 0, \; V_{z\to\infty} = 0.$$

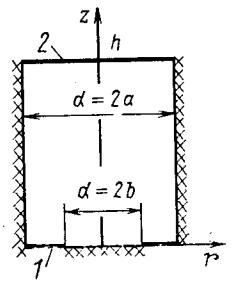


Рис. 3

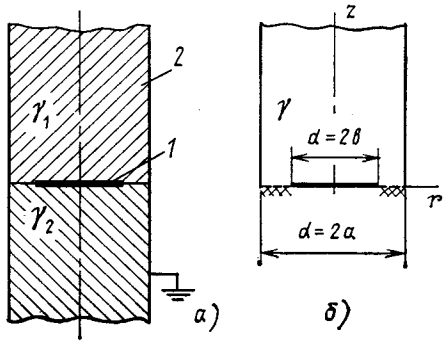


Рис. 4

Применяя к уравнению (8) метод разделения переменных, можно установить [4], что в этом случае

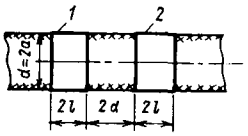
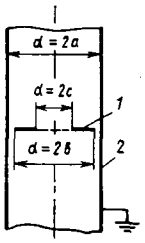
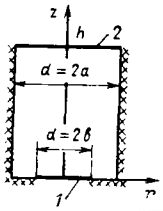
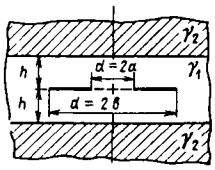
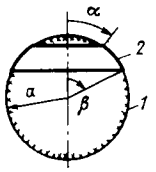
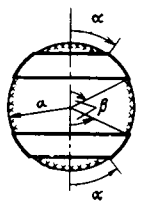
$$V = \frac{2I}{\pi\gamma b}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\sigma_n \frac{r}{a}\right) J_1\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right)}{\sigma_n^2 J_1^2(\sigma_n)} e^{-\sigma_n \frac{z}{a}},$$

где σ_n — положительные корни уравнения $J_0(\sigma)=0$.

Осредняя приведенное выражение по поверхности $z=0$, $0 \leqslant r \leqslant b$ и относя полученный таким образом

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Таблица 4

Вид расчетной модели	Выражение для сопротивления растеканию
	$R_{12} < \frac{a}{\pi\gamma l^2} \int_0^\infty \frac{\left[\cos\left(\frac{d+2l}{a}x\right) - \cos\left(\frac{d}{a}x\right)\right]^2}{x^3} \frac{K_0(x)}{K_1(x)}\, dx$
	$R_{12} < \frac{2}{\pi\gamma a\left[\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{c}{a}\right)^2\right]^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[\frac{b}{a} J_1\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right) - \frac{c}{a} J_1\left(\sigma_n \frac{c}{a}\right)\right]^2}{\sigma_n^3 J_1^2(\sigma_n)}$, где σ_n — положительные корни уравнения $J_0(\sigma) = 0$
	$R_{12} \leqslant \frac{1}{\pi\gamma b}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{h}{a}\right) + 4\left(\frac{a}{b}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right)}{\sigma_n^3 J_0^2(\sigma_n)} \operatorname{th}\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right)\right\}$, где σ_n — положительные корни уравнения $J_1(\sigma) = 0$
	$R_0 < \frac{2b_1}{\pi\gamma_1 b\left(b_1^2 - 1\right)^2} \int_0^\infty \left[\frac{b_1 J_1(\vartheta_1 t) - J_1(t)}{t}\right]^2 \left(\frac{\operatorname{ch}(h_1 t) + m \operatorname{sh}(h_1 t)}{\operatorname{sh}(h_1 t) + m \operatorname{ch}(h_1 t)}\right) dt$, где $h_1 = \frac{h}{a}$; $b_1 = \frac{b}{a}$; $m = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$
	$R_0 \leqslant \frac{1}{4\pi\gamma a (y-x)^2}\left\{(y-x^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[P_{n+1}(y) - P_{n-1}(y) - P_{n+1}(x) + P_{n-1}(x)]^2}{(n+1)(2n+1)}\right\}$, где $x = \cos\alpha$; $y = \cos\beta$
	$R < \frac{1}{4\pi\gamma a (y-x)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[P_{2n+2}(y) - P_{2n}(y) - P_{2n+2}(x) + P_{2n}(x)]^2}{(2n+3)(4n+3)}$, где $x = \cos\alpha$; $y = \cos\beta$

средний потенциал к току, получаем следующее соотношение для оценки сопротивления растеканию между рассматриваемыми электродами:

$$R_2 < \frac{4}{\pi\gamma a\left(\frac{b}{a}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right)}{\sigma_n^3 J_1^2(\sigma_n)}. \qquad (11)$$

Результаты расчетов по этой формуле сопоставлены в табл. 3 с данными, полученными в [6] вариационным методом (R_1). Из представленных данных видно, что формула (11) обеспечивает необходимую точность (погрешность до 10 %) расчета R_2 только при $b/a < 0{,}4$, тогда как при $b/a > 0{,}8$ эта погрешность значительно возрастает.

Для повышения точности расчетов по рассмотренной методике представим распределение тока по поверхности электрода в следующем виде:

$$j(r) = j_0 \frac{b}{\sqrt{b^2 - r^2}},$$

где j_0 — произвольная константа.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Тогда граничные условия (10) должны быть заменены условиями:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{z=0} = \begin{cases} -j_0 \dfrac{b}{\gamma\sqrt{b^2-r^2}} & \text{при } 0 \leqslant r \leqslant b; \\ 0 & \text{при } b < r \leqslant a. \end{cases}$$

При этом полный ток

$$I = 2\pi \int_0^b j(r)\, r dr = 2\pi b^2 j_0.$$

Вычисляя, как и ранее, средний потенциал и относя его к току, получаем следующее неравенство для сопротивления растеканию:

$$R_3 < \frac{2}{\pi\gamma a\left(\frac{b}{a}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right) J_1\left(\sigma_n \frac{b}{a}\right)}{\sigma_n^3 J_1^2(\sigma_n)}. \qquad (12)$$

Результаты расчетов по формуле (12) также сопоставлены в табл. 3 с данными [6] и, как видно, весьма близки к ним во всем диапазоне изменения параметра b/a.

Таким образом, задание надлежаще выбранного неравномерного распределения тока по поверхности электродов позволяет существенно повысить точность оценки сопротивления растеканию рассматриваемым методом. Выражения для оценки сопротивлений растеканию некоторых других электродных систем, полученные с помощью рассмотренной методики при задании равномерного распределения тока по поверхности электродов, представлены в табл. 4.

Приложение. Для решения задачи (3)—(5) введем бесконечное косинус-преобразование Фурье;

$$\tilde{V} = \int_0^{\infty} V \cos pz dz. \qquad (П\text{-}1)$$

Производя преобразование (П-1) над уравнением Лапласа (3) и условиями (4), (5), получаем

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \tilde{V}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial \varphi} - p^2\tilde{V} = 0,$$

$$\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial r}\right)_{r=a} = \begin{cases} -\dfrac{I\sin(pl)}{4\gamma\, al\, \alpha p} & \text{при } |\varphi| \leqslant \alpha; \\ 0 & \text{при } |\varphi| > \alpha, \\ \tilde{V}_{r\to\infty} = 0. \end{cases} \qquad (П\text{-}2)$$

Для определения интегральной трансформанты $\tilde{V}(r, \varphi)$ воспользуемся далее методом разделения переменных [4], отыскивая $\tilde{V}(r, \varphi)$ в виде

$$\tilde{V}(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} M_n K_n(pr)\cos n\varphi, \qquad (П\text{-}3)$$

где K_n — функции Макдональда.

Таблица 3

$\frac{b}{a}$	Значения $\bar{R} = R\gamma a$			$\delta_{1i} = \left\|\frac{R_1 - R_i}{\min(R_1, R_i)}\right\| 100\%$	
	$\bar{R}_1$	$\bar{R}_2$	$\bar{R}_3$	δ_{12}	δ_{13}
0,1	2,3585	2,5573	2,3484	8,4	0,4
0,2	1,1111	1,2110	1,1083	9,0	0,3
0,3	0,6939	0,7603	0,6921	9,6	0,3
0,4	0,4841	0,5340	0,4827	10,3	0,3
0,5	0,3566	0,3973	0,3559	11,4	0,2
0,6	0,2699	0,3050	0,2699	13,0	0,0
0,7	0,2058	0,2376	0,2068	15,5	0,5
0,8	0,1545	0,1854	0,1571	20,0	1,7
0,9	0,1088	0,1422	0,1149	30,7	5,6

Подставляя выражение (П-3) в неоднородное граничное условие (П-2), получаем

$$f(\varphi) = -M_0 pK_1(pa) - \frac{p}{2}\sum_{n=1}^{\infty} M_n [K_{n+1}(pa) + K_{n-1}(pa)]\cos(n\varphi),$$

где $f(\varphi) = \begin{cases} -\dfrac{I\sin(pl)}{4\gamma\, al\, \alpha p} & \text{при } |\varphi| \leqslant \alpha; \\ 0 & \text{при } |\varphi| > \alpha. \end{cases}$

Разлагая затем функцию $f(\varphi)$ в ряд Фурье на интервале $[-\pi, \pi]$, находим, что

$$M_0 = \frac{I\sin(pl)}{4\pi\gamma\, alp^2 K_1(pa)};$$

$$M_n = \frac{I\sin(pl)\sin(n\alpha)}{\pi\gamma\, an\alpha\, lp^2 [K_{n+1}(pa) + Kn_{-1}(pa)]}.$$

Подставляя значения полученных коэффициентов в (П-3) и выполняя обратное косинус-преобразование Фурье, получаем выражение (6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Полна Г., Сеге Г.** Изопериметрические неравенства в математической физике/Пер. с англ. — М.: Физматгиз, 1962.— 336 с.
2. **Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г.** Расчет электрической емкости. — Л.: Энергоиздат, 1981. — 288 с.
3. **Иоссель Ю. Я., Ивлнев Е. А.** Оценки сопротивления растекания некоторых осесимметричных проводников, расположенных на поверхности изоляционного цилиндра. Теоретическая электротехника, 1984, вып. 36, с. 73—79.
4. **Иоссель Ю. Я.** Расчет потенциальных полей в энергетике. — Л.: Энергия, 1978. — 352 с.
5. **Carlson J. F., Hendrikson T. J.** Variational methods for problems in resistance. — Journal Appl. Phys., 1953, vol. 24, N12.
6. **Златин А. Н.** Об одном методе расчета смешанных задач электростатики. — ЖТФ, 1981, т. 51, № 2, с. 256—259.

[05.12.85]

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Сообщения

УДК 621.311.15.083.9

Измерение потерь мощности в линиях сверхвысокого напряжения

ЗИЦЕР М. М., ТАМАЗОВ А. И.

Измерение потерь мощности и энергии в воздушных линиях сверхвысокого напряжения (ВЛ СВН) необходимо как для более полного их учета, так и для использования в качестве информационной основы систем оптимизации режимов электропередач.

Практическое значение рассматриваемой задачи заключается в следующем. Потери мощности в ЛЭП складываются из потерь в проводах и потерь на корону. Первые могут быть определены по передаваемой мощности. Вторые зависят от рабочего напряжения ВЛ и характера метеоусловий на трассе. Поскольку время и место возникновения плохой погоды заранее неизвестны, а уровень потерь на корону в это время может возрастать на 1—2 порядка, то без их измерения невозможно принять решение об изменении режима сети. Так, например, на ВЛ 750 кВ Донбасс — Днепр длиной 334 км потери при хорошей погоде составляют несколько мегаватт, а при изморози — 300 МВт (передаваемая мощность при этом не превышала 800 МВт) [1]. Согласно [2, 3] регулированием напряжения можно снизить потери в ВЛ СВН до 20 % главным образом за счет уменьшения потерь на корону.

Измерения потерь на корону можно осуществить с помощью установленных вдоль трассы ВЛ антенных датчиков [4]. Однако организация нескольких дополнительных каналов связи для передачи информации от измерителей и строительство антенных площадок требует капиталовложений.

При регулировании напряжения могут быть использованы также данные о суммарных потерях в ВЛ СВН, которые в принципе определяются разностью синхронно измеренных активных мощностей по концам передачи. Такие измерения [5] были осуществлены с целью определения потерь на корону в нагруженной ВЛ. Этот опыт был признан неудачным, так как измеренные уровни потерь на корону оказались много меньше потерь на нагрев проводов.

Точность измерения активной мощности в фазе линии обусловливается ошибками измерительных трансформаторов напряжения и тока, а также ваттметров. Абсолютная погрешность измерения активной мощности в фазе линии может быть охарактеризована средним значением

$$\Delta_c [P_\Phi] = \Delta_c [I]\, U + \Delta_c [U]\, I + \Delta_c [P_W] \qquad (1)$$

и дисперсией

$$D_\Phi = \sigma_I^2 U^2 + \sigma_U^2 I^2 + \sigma_W^2, \qquad (2)$$

где $\Delta_c[I]$ — среднее значение абсолютной ошибки измерителя тока; $\Delta_c[U]$ — среднее значение абсолютной ошибки измерителя напряжения; $\Delta_c[P_W]$ — среднее значение абсолютной ошибки ваттметра; σ_I — среднеквадратическая ошибка измерителя тока в фазе линии; σ_U — среднеквадратическая ошибка измерителя напряжения; σ_W — среднеквадратическая ошибка ваттметра.

Приведенная погрешность измерения активной мощности в фазе линии будет равна

$$\gamma_\Phi = \frac{\Delta_c [P_\Phi] + 3\sqrt{D_\Phi}}{P_{\Phi.\,н}}, \qquad (3)$$

где $P_{\Phi.\,н}$ — номинальная мощность, передаваемая по фазе линии.

Если $D_\Phi = 0$, то при классе точности 0,5 используемых в настоящее время на подстанциях измерительных трансформаторов и ваттметров приведенная погрешность измерения активной мощности в фазе линии $\gamma_{\Phi.\,с}$ будет равна

$$\gamma_{\Phi.\,с} = \frac{\Delta_c [I]}{I_н} + \frac{\Delta_c [U]}{U_н} + \frac{\Delta_c [P_W]}{P_{\Phi.\,н}} = 1{,}5. \qquad (4)$$

Если составляющие погрешности измерения активной мощности распределены по нормальному закону с нулевым средним значением, то [6]:

$$\gamma_{\Phi\sigma} = \frac{3\sqrt{\sigma_I^2 U_н^2 + \sigma_U^2 I_н^2 + \sigma_W^2}}{P_{\Phi.\,н}} = \sqrt{\left(\frac{3\sigma_I}{I_н}\right)^2 + \left(\frac{3\sigma_U}{U_н}\right)^2 + \left(\frac{3\sigma_W}{P_{\Phi.\,н}}\right)^2} = 0{,}87. \qquad (5)$$

При измерении активной мощности в трех фазах ВЛ

$$\Delta_c [P] = 3\Delta_c [P_\Phi], \text{ а } D = 3D_\Phi.$$

Следовательно,

$$\gamma = \frac{3\Delta_c [P_\Phi] + 3\sqrt{3D}}{3P_{\Phi.\,н}} = \frac{\Delta_c [P_\Phi]}{P_{\Phi.\,н}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\left(\frac{3\sigma_I}{I_н}\right)^2 + \left(\frac{3\sigma_U}{U_н}\right)^2 + \left(\frac{3\sigma_W}{P_{\Phi.\,н}}\right)^2}. \qquad (6)$$

При $D = 0$

$$\gamma = \frac{\Delta_c [P_\Phi]}{P_{\Phi.\,н}} = 1{,}5,$$

при $\Delta_c [P_\Phi] = 0$

$$\gamma = \frac{\gamma_{\Phi\sigma}}{\sqrt{3}} = 0{,}5.$$

Для ВЛ 750 кВ, пропускная способность которых равна 2000 МВт, абсолютная погрешность измерения трехфазной активной мощности будет находиться в пределах от ± 10 МВт ($\gamma = 0{,}5$) до ± 30 МВт ($\gamma = 1{,}5$). Если использовать полученные результаты для оценки точности измерения потерь мощности в ВЛ по показаниям ваттметров, установленных по концам передачи, то, казалось бы, ошибки могут достигать внушительных величин. Вместе с тем при более подробном рассмотрении механизма возникновения погрешностей измерения суммарных потерь подобные выводы оказываются неверными. Суммарные потери в фазе ВЛ ΔP_Φ равны разности синхронных значений переданной в линию и принятой на ее конце активной мощности

$$\Delta P_\Phi = U_1 I_1 \cos\varphi_1 - U_2 I_2 \cos\varphi_2, \qquad (7)$$

где U — фазное напряжение; I — фазный ток; φ — сдвиг фаз между током и напряжением; здесь и далее индекс 1 соответствует началу линии, а индекс 2 — ее концу.

Если считать ваттметры идеальными и не учитывать точность каналов передачи информации, то измеренное значение суммарных потерь будет равно:

$$\Delta P'_\Phi = P'_{\Phi 1} - P'_{\Phi 2} = \left(U_1 + \delta_{U1} U_1\right)\left(I_1 + \delta_{I1} I_1\right) \times \cos\left(\varphi_1 + \Delta[\varphi_1]\right) - \left(U_2 + \delta_{U2} U_2\right)\left(I_2 + \delta_{I2} I_2\right) \times \cos\left(\varphi_2 + \Delta[\varphi_2]\right), \qquad (8)$$

где P'_Φ — измеренное значение активной мощности в фазе линии; δ_U — относительная амплитудная погрешность измерительного трансформатора напряжения; δ_I — относительная амплитудная погрешность измерительного трансформатора тока; $\Delta[\varphi]$ — сумма угловых погрешностей измерительных трансформаторов тока и напряжения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Абсолютную ошибку мгновенного измерения суммарных потерь можно выразить в виде

$$\Delta\left[\Delta P_\Phi\right] = \Delta P_\Phi - \Delta P'_\Phi = U_1 I_1 \cos\varphi_1 - U_2 I_2 \cos\varphi_2 - (U_1 + \delta_{U1} U_1)(I_1 + \delta_{I1} I_1)\cos(\varphi_1 + \Delta[\varphi_1]) + (U_2 + \delta_{U2} U_2)(I_2 + \delta_{I2} I_2)\cos(\varphi_2 + \Delta[\varphi_2]). \quad (9)$$

Пренебрегая в выражении (9) членами второго порядка малости и учитывая, что $\Delta[\varphi] < 1°$, получим:

$$\Delta[\Delta P_\Phi] = U_1 I_1 \sin\varphi_1 \sin\Delta[\varphi_1] - U_2 I_2 \sin\varphi_2 \times \sin\Delta[\varphi_2] - U_1 I_1 (\delta_{U1} + \delta_{I1})\cos\varphi_1 + U_2 I_2 (\delta_{U2} + \delta_{I2})\cos\varphi_2. \quad (10)$$

В последнем выражении два первых члена характеризуют угловую погрешность, возникающую при передаче по ВЛ реактивной мощности, а два последних — амплитудную ошибку измерения, вызываемую активной мощностью линии.

Если пренебречь слагаемыми второго порядка малости, то амплитудная погрешность равна

$$\Delta[\Delta P_\Phi]_a = (\delta_{U2} - \delta_{U1} + \delta_{I2} - \delta_{I1}) U_1 I_1 \cos\varphi_1, \quad (11)$$

а угловая —

$$\Delta[\Delta P_\Phi]_y = (\Delta[\varphi_1] - \Delta[\varphi_2]) U_1 I_1 \sin\varphi_1. \quad (12)$$

Погрешности δ_U, δ_I и $\Delta[\varphi]$ зависят как от нагрузок трансформаторов, так и от измеряемых ими токов и напряжений. С другой стороны, даже при одинаковых внешних условиях кривые погрешностей двух измерительных установок не совпадают.

Для оценки пределов изменения угловых и амплитудных погрешностей измерительных трансформаторов были подвергнуты статистической обработке выборки паспортных данных реальных устройств этого типа.

На рис. 1 приведены зависимости средних значений угловых $\bar{f}_U$ и относительных амплитудных $\bar{\delta}_U$ погрешностей восьми трансформаторов напряжения НДЕ 750 (класс точности 0,5) от потребляемой во вторичной обмотке мощности N_U для частоты 49,5 Гц при изменении напряжения от 0,8 до 1,2 $U_{ном}$. Из рисунка видно, что средние значения погрешностей так же, как и погрешности отдельных трансформаторов, практически линейно зависят от N_U. Области, внутри которых сосредоточены эти прямые, ограничены графиками погрешностей трансформаторов с наибольшими и наименьшими значениями δ_U и f_U из рассматриваемой выборки.

Хотя наибольшая относительная амплитудная погрешность трансформаторов превосходит 0,5 % при $N_U = 0$, тем не менее при нагрузке, приблизительно равной 180 Вт, она не выходит за пределы ±0,15 %. В табл. 1 приведены среднеквадратические отклонения относительных амплитудных $\sigma(\delta_U)$ и угловых $\sigma(f_U)$ погрешностей от их средних значений.

Из табл. 1 следует, что разброс δ_U при увеличении нагрузки падает, а разброс f_U при этом увеличивается. Допустимые ошибки трансформаторов тока определяются ГОСТ 7746—78, в котором для класса точности 0,5 регламентируются амплитудные и угловые погрешности в зависимости от первичного тока — табл. 2.

Из табл. 2 видно, что при малых первичных токах допускается токовая погрешность 1,5 %, а угловая ±90′. Это в три раза превышает погрешности при токах, близких к номинальным. Такое положение вызвано тем, что характеристики погрешностей имеют специфическую форму. На рис. 2 приведены усредненные зависимости относительных амплитудных $\bar{\delta}_I$ и угловых $\bar{f}_I$ погрешностей 14-ти измерительных трансформаторов тока типа ТРН-750 (класс точности 0,5) от тока вторичной обмотки J_2 при номинальной нагрузке, а также кривые $\delta_{I\,max}$, $\delta_{I\,min}$ и $f_{I\,max}$, $f_{I\,min}$, очерчивающие границы изменения рассматриваемых параметров в выборке. Из рис. 2 следует, что в действительности эти границы намного уже, чем регламентируемые ГОСТ—7746—78, так как условиям табл. 2 соответствует не только кривая $\delta_{I\,min}$, но и кривая δ_{IP}, поскольку при номинальных вторичных точках ее ординаты не выходят за пределы 0,5 %. Для угловых погрешностей такой кривой будет линия f_{IP}, так как она соответствует условиям табл. 2. Из графиков рис. 2 видно, что кривые погрешностей могут быть получены перемещением одной кривой δ_I или f_I вдоль оси ординат, вследствие чего разница относительных погрешностей двух трансформаторов практически не зависит от их вторичного тока. Такое же перемещение кривых происходит при изменении нагрузки вторичной обмотки трансформатора [7]. По результатам статистической обработки данных выборки составлена табл. 3, в которой приведены среднеквадратичные отклонения относительных амплитудных $\sigma(\delta_I)$ и угловых $\sigma(f_I)$ погрешностей, показывающие неизменность отклонений при вторичных токах, составляющих 0,2 ÷ 1 от номинального.

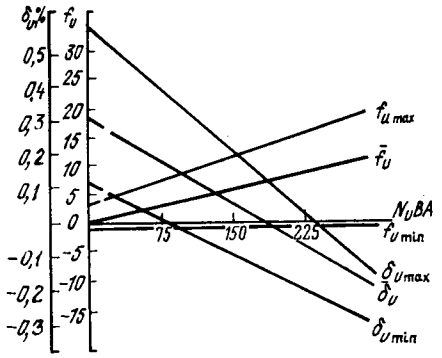


Рис. 1

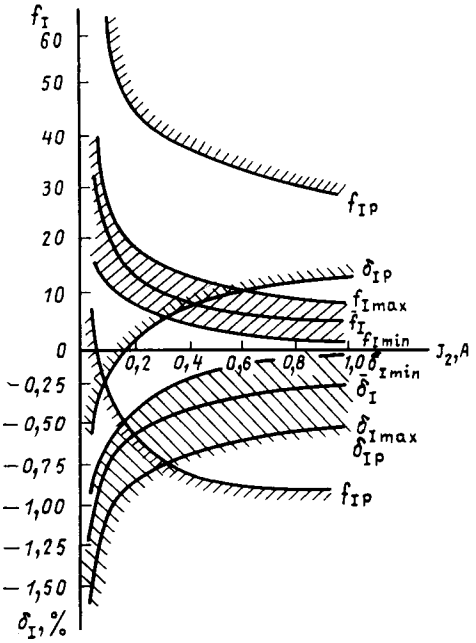


Рис. 2

Используя характеристики погрешностей трансформаторов (рис. 1 и 2) и формулы (11) и (12), можно оценить максимальную ошибку измерения потерь, например, в ВЛ-750 кВ. Примем, что в начале линии установлены измерительные трансформаторы с характеристиками δ_{max} и f_{max}, приведенными на рис. 1 и 2, а в конце — с минимальными значениями этих погрешностей. Расчеты проводились при $\cos\varphi = 0{,}9$ и $\cos\varphi = 1$.

Результаты расчетов приведены на рис. 3 в виде зависимостей погрешности измерения суммарных потерь $\Delta[\Delta P_\Phi]$ в фазе ВЛ от передаваемой активной мощности (сплошные линии — $\cos\varphi = 1$, пунктирные $\cos\varphi = 0{,}9$). Из рис. 3 следует, что погрешность измерения ΔP_Φ зависит от величины и характера передаваемой мощности. При $\cos\varphi = 0{,}9$ предельное значение ошибки измерения достигает 5,5 МВт. Если по линии передается только активная мощность, то точность измерения потерь возрастает. В этом случае (рис. 3) погрешность не превышает 4 МВт и определяется в основном амплитудными погрешностями измерительных трансформаторов. При реверсе передаваемой мощности (—P) величина ошибки измерения меняет свой знак. Расчеты также показывают, что уровень потерь на корону практически не влияет на погрешность измерения суммарных потерь.

Если предположить, что при трехфазных измерениях разности соответствующих погрешностей измерительных трансформаторов, установленных в начале и конце линии, имеют максимальные значения и один знак, то ошибка измерения суммарных потерь методом ваттметров $\Delta[\Delta P_\Sigma]$ будет равна:

$$\Delta[\Delta P_\Sigma] = 3\Delta[\Delta P_\Phi]_{max}. \quad (13)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

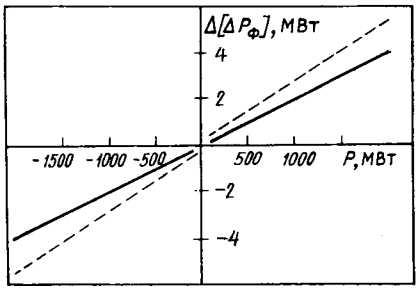


Рис. 3

Так как в трехфазных измерениях используются 12 измерительных трансформаторов, то в реальных условиях возможны различные сочетания как абсолютных значений, так и знаков этих ошибок. Можно считать поэтому, что в среднем ошибка измерения трехфазных потерь будет стремиться к нулю, а погрешность измерения трехфазных потерь определяется отклонением от этого среднего:

$$\Delta[\Delta P_\Sigma] = \sqrt{3\Delta^2[\Delta P_\Phi]_{\max}} = 1{,}73\Delta[\Delta P_\Phi]_{\max}. \quad (14)$$

Если $\Delta[\Delta P_\Phi]_{\max} = 5{,}5$ МВт, то $\Delta[\Delta P_\Sigma] = 9{,}5$ МВт, при $\Delta[\Delta P_\Phi]_{\max} = 4$ МВт $\Delta[\Delta P_\Sigma]$ составит примерно 7 МВт.

Помимо рассмотренных, на общую ошибку измерения суммарных потерь оказывают влияние погрешности ваттметров. Поэтому максимальная погрешность измерения суммарных потерь мощности с учетом ошибок ваттметров может быть вычислена по выражению

$$\Delta[\Delta P] = \sqrt{\Delta^2[\Delta P_\Sigma] + 2\Delta^2[P_W]}, \quad (15)$$

где $\Delta[P_W]$ — абсолютная погрешность ваттметров.

Если измерители мощности имеют класс точности 0,5, то для ВЛ 750 кВ, например, $\Delta[P_W] = \gamma_W P_{\max} = 2000 \times 0{,}005 = 10$ МВт. Подставив в формулу (15) $\Delta[P_W] = 10$ МВт и $\Delta[\Delta P_\Sigma] = 9{,}5$ МВт, получим $\Delta[\Delta P] = 17$ МВт. При классе точности ваттметров 0,2 $\Delta[P_W] = 4$ МВт и $\Delta[\Delta P]$ будет равно 11 МВт.

Из приведенного примера следует, что значительный вклад в полную погрешность измерения суммарных потерь вносят ошибки ваттметров, что говорит о необходимости повышения их класса точности до 0,1 ÷ 0,2. Помимо этого, следует перейти от двухэлементных ваттметров, используемых в настоящее время на подстанциях, к трехэлементным, так как измерения по методу двух ваттметров дают большие ошибки при появлении составляющих нулевой последовательности, например, при отключении одного или нескольких реакторов, компенсирующих зарядную мощность линии.

Если сигналы ваттметров поступают на элементы преобразования и передачи информации (кодирующие устройства, линии связи, регистрирующие приборы и т. д.), то их ошибки также должны учитываться. Вместе с тем эти элементы могут быть построены таким образом, что ошибки в них будут на порядок меньше рассмотренных. Для увеличения точности данных относительно $\Delta[\Delta P]$ измерения на обоих концах ВЛ СВН должны производиться синхронно.

Различие характеристик измерительных трансформаторов и ваттметров и их нагрузок приводит к появлению постоянных составляющих погрешностей, которые не изменяются со временем. Вместе с тем изменения тока или напряжения в линии вызывают колебания погрешностей. Поэтому ошибку измерения полных потерь в ВЛ СВН можно представить в виде суммы среднего значения $\Delta_c[\Delta P]$

и отклонения от него $\Delta_0[\Delta P]$:

$$\Delta[\Delta P] = \Delta_c[\Delta P] + \Delta_0[\Delta P]. \quad (16)$$

Пусть ΔP — истинное значение потерь в линии, а $\Delta P'$ — измеренное. Тогда

$$\Delta P = \Delta P' - \Delta_c[\Delta P] - \Delta_0[\Delta P]. \quad (17)$$

Если скомпенсировать среднее значение $\Delta_c[\Delta P]$, которое можно считать систематической составляющей ошибки измерения, то точность определения ΔP будет повышена.

Найти величину $\Delta_c[\Delta P]$ можно, если известны потери мощности в проводах линии от тока нагрузки $\Delta P_п$ и потери на корону $\Delta P_к$. В этом случае $\Delta P = \Delta P_к + \Delta P_п$ и, следовательно,

$$\Delta_c[\Delta P] = \Delta P' - \Delta P_к - \Delta P_п - \Delta_0[\Delta P]. \quad (18)$$

Таблица 1

Нагрузка (ВА)	0	75	300
$\sigma(\delta_U)$, %	0,17	0,13	0,06
$\sigma(f_U)'$	1,6	3,2	6,3

Таблица 2

Значение первичного тока в %	Предельные значения погрешностей		Пределы вторичной нагрузки в % от номинальной при $\cos\varphi = 0{,}8$
	Токовая, %	Угловая, ′	
120÷100	±0,5	±30	25÷100
20	±0,75	±45	
10	±1,0	±60	
5	±1,5	±90	

Таблица 3

Ток вторичной обмотки I_2, А	0,05	0,2	1,0
$\sigma(\delta_I)$, %	0,23	0,13	0,14
$\sigma(f_I)$, ′	7,4	2,7	1,8

Поскольку отклонение $\Delta_0[\Delta P]$ может иметь как положительные, так и отрицательные значения, то избавиться от $\Delta_0[\Delta P]$ можно путем усреднения выражения (13), так как при этом среднее от $\Delta_0[\Delta P]$ стремится к нулю и

$$\Delta_c[\Delta P] = \Delta P' - \Delta P_к - \Delta P_п. \quad (19)$$

Если известен ток линии, то можно рассчитать $\Delta P_п$. Для хорошей погоды величина $\Delta P_к$ мала, и поэтому абсолютная величина погрешности вычисления потерь на корону при этом будет наименьшей. Тогда при измерениях в периоды хорошей погоды на всей трассе ВЛ погрешность определения $\overline{\Delta_c[\Delta P]}$ будет зависеть только от погрешностей расчетов. При этом, чем больше число измерений, по которому вычисляется среднее значение $\overline{\Delta_c[\Delta P]}$, тем точнее оно может быть определено. Используя многократные измерения в хорошую погоду, можно найти и среднеквадратическое отклонение $\sigma(\Delta_0[\Delta P])$, которое будет равно:

$$\sigma(\Delta_0[\Delta P]) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}(\Delta_0[\Delta P]_j - \Delta_c[\Delta P])^2}{m}}, \quad (20)$$

где m — число измерений.

При компенсации систематической ошибки $\Delta_c[\Delta P]$ погрешность измерения будет определяться только среднеквадратическим отклонение $\sigma(\Delta_0[\Delta P])$. Приведенная погрешность измерения в этом случае будет равна

$$\gamma_P = \frac{3\sigma(\Delta_0[\Delta P])}{\Delta P_{\max}}.$$

Измерения суммарных потерь методом ваттметров, проводившиеся в ВЛ 750 кВ Донбасс — Днепр, показали, что систематическая погрешность зависит в основном от использованных измерительных схем и приборов. В периоды измерений активная мощность линии изменялась в пределах ±800 МВт. В этих условиях в зависимости от измерительных схем систематическая погрешность менялась от 17,7 до 2,2 МВт. При этом было отмечено влияние на величину $\Delta_c[\Delta P]$ изменения направления передачи энергии. Среднеквадратическое отклонение $\sigma(\Delta_0[\Delta P])$ не превышало 4,5—1,7 МВт.

Проведенные исследования позволяют определить структурную схему измерения суммарных потерь в ВЛ СВН методом ваттметров (рис. 4). На подстанциях в начале и конце линии измерение активных мощностей осуществляется по обычной схеме. I

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

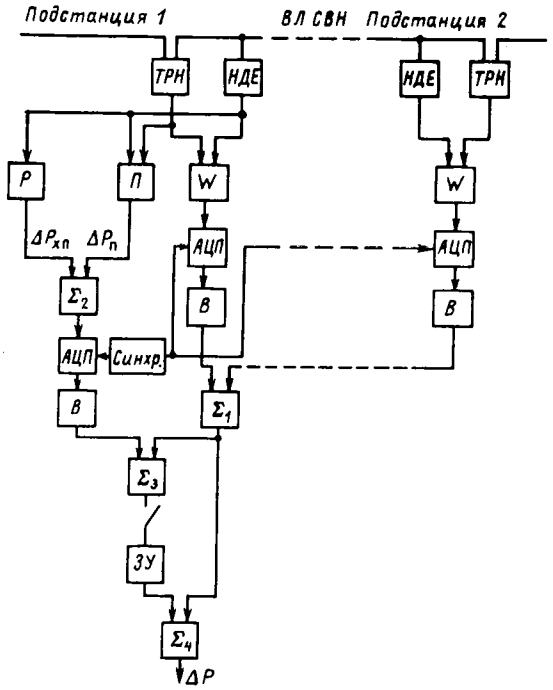


Рис. 4

формация о токе и напряжении линии от измерительных трансформаторов тока (ТРН) и напряжения (НДЕ) поступают на аналоговые преобразователи активной мощности (W). Затем сигналы ваттметров с помощью аналого-цифровых преобразователей (АЦП) кодируются. Чтобы снизить случайные ошибки, измерения проводятся синхронно и циклами в несколько десятков замеров, результат которых усредняется в блоках B. Измеренное таким образом среднее значение активной мощности, принятой на конце линии, передается на сумматор Σ_1, где вычитается из среднего значения активной мощности, переданной в линию. Полученная разность будет содержать систематическую погрешность. Для ее компенсации в схему измерения вводятся дополнительные устройства, позволяющие в периоды хорошей погоды, составляющей в средней полосе не менее 70 % времени года, определять величину систематической ошибки. С этой целью сигналы от измерительных трансформаторов тока и напряжения на подстанции 1 поступают на блок $П$, где с учетом сопротивления линии определяются потери в проводах. Найденное таким образом значение $\Delta P_{\text{п}}$ складывается в сумматоре Σ_2 с потерями на корону при хорошей погоде, которые с учетом напряжения линии получают расчетным путем в блоке $Р$. После усреднения полученный сигнал вычитается в блоке Σ_3 из разности активных мощностей по концам передачи, что и позволяет определить систематическую ошибку. Ее значение фиксируется в запоминающем устройстве (ЗУ). При измерениях связь ЗУ с блоком Σ_3 разрывается. Для компенсации систематической ошибки сигнал, хранящийся в памяти ЗУ, вычитается в блоке Σ_4 из разности активных мощностей. Синхронизация измерений осуществляется путем одновременного запуска всех АЦП с помощью специального источника синхронизирующих импульсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Потери** на корону в ВЛ-750 кВ Донбасс — Запад и возможности их снижения/А. И. Тамазов, М. М. Зицер, С. И. Остапенко, А. И. Христюк — Энергетика и электрификация, 1981, № 3.

2. **Зицер М. М., Тамазов А. И.** Снижение потерь энергии при ее передаче по линиям напряжением 750 кв. — Сб. научн. тр./ЭНИН им. Г. М. Кржижановского. М., 1982.

3. **Анисимова Н. Д., Тамазов А. И.** Оценка пределов регулирования рабочего напряжения протяженных линий электропередач. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 6.

4. **А. с. 111068 (СССР).** Устройство для измерения потерь электрической энергии на корону в нагруженной высоковольтной линии электропередачи/В. И. Попков, В. И. Левитов. Опубл. в Б. И., 1958, № 1.

5. **Cahen F., Garteron J.** The French 380 kV system — measurement of corona losses on transmission lines under normal operating conditions. — AIEE Trans. On Power App. and. Syst., 1958, vol. 34.

6. **Железко Ю. С.** Погрешности учета электроэнергии. — Электрические станции, 1984, № 1.

7. **Барзилович В. М.** Высоковольтные трансформаторы тока. Госэнергоиздат, 1962.

[15.07.85]

УДК 621.316.933.4:621.373.2.001.6

Быстродействующее коммутирующее устройство для установок с генераторами импульсных напряжений и токов

АХМАТОВА Т. Г., КИЧАЕВА Г. С., ШКУРОПАТ П. И.

При моделировании и исследовании целого ряда физических явлений, например при грозовых разрядах, возникает необходимость включения в определенной временной последовательности генераторов импульсов высокого напряжения (ГИИ) и импульсов больших токов (ГИТ) на общий объект испытаний (или нагрузку). В этом случае нагрузка подвергается первоначально воздействию импульсного напряжения, а затем через нее протекает большой импульсный ток.

Принципиальная схема электрофизической установки ГИН — ГИТ приведена на рис. 1. Наиболее сложным и наименее разработанным элементом установки такого типа является специальное коммутирующее устройство (КУ). Его назначение заключается в том, чтобы, во-первых, изолировать ГИН и ГИТ друг от друга при заряде их конденсаторов, во-вторых, изолировать ГИТ от нагрузки Н при разряде на нее ГИН и, в-третьих, в заданный момент времени по отношению к началу импульса напряжения, воздействующего на нагрузку, осуществить управляемое с достаточно высокой точностью во времени включение ГИТ на ту же нагрузку.

При указанных условиях работы КУ в комплексных установках оно должно удовлетворять следующим основным требованиям:

электрическая прочность КУ при импульсном напряжении заданной формы должна соответствовать условию $U_{\text{пр.имп}} \gtrsim U_{\text{ГИН}}$, где $U_{\text{ГИН}}$ — максимальное напряжение ГИН;

КУ должно управляться при рабочих напряжениях $U_0 \approx (0{,}2\text{—}1)U_{\max}$, где $U_{\max}$ — максимальное зарядное напряжение конденсаторной батареи ГИТ. У мощных ГИТ с миллисекундными импульсами величина $U_{\max}$, как правило, не превышает 5—30 кВ.

Допустимые значения времени запаздывания τ срабатывания КУ относительно момента подачи управляющего импульса напряжения или тока в зависимости от способа управления КУ и разброс σ/τ этого времени в указанном диапазоне рабочих напряжений определяются, главным образом, величиной заданного времени воздействия Δt импульса напряжения на нагрузку. Как правило, для синхронизации работы ГИН и ГИТ на общую нагрузку допустимо $\tau \lesssim 0{,}1\Delta t$ и $\sigma_\tau \approx 0{,}1\tau$. Это означает, например, что при импульсах длительностью в десятки микросекунд должно быть $\tau \approx 10^{-6}$ с и $\sigma_\tau \approx 10^{-7}$ с.

Ку должно многократно коммутировать импульсы разрядного тока ГИТ, полностью восстанавливать свои изолирующие свойства после каждого срабатывания и иметь стабильные вре-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

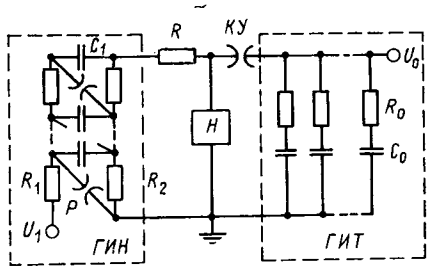


Рис. 1. Принципиальная схема включения коммутирующего устройства в установке ГИН-ГИТ: $R_1=R_2=20$ кОм, $R=20$—50 Ом, $C_1=0{,}4$ мкФ, $R_0=1$—5 Ом, $C_0=200$ мкФ

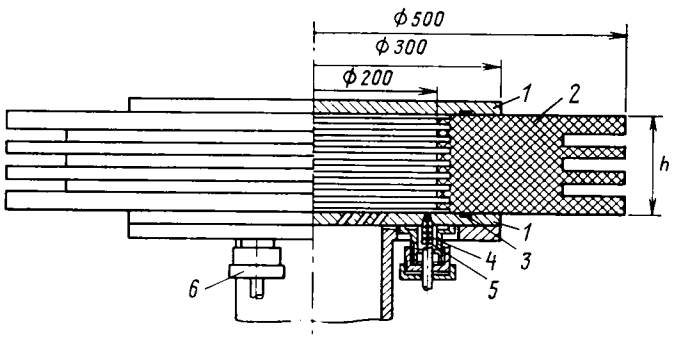


Рис. 2. Общий вид управляемого вакуумного разрядника: *1* — основной электрод (сталь Ст. 3); *2* — изоляционный корпус (органическое стекло); *3* — вакуумное уплотнение; *4* — управляющий электрод (вольфрам); *5* — втулка (фторопласт), *6* — узел управления разрядником

менные характеристики для повторения описанного режима работы установки ГИН — ГИТ на общую нагрузку.

Наибольшие затруднения при разработке таких КУ обусловлены требованиями обеспечения высокой импульсной прочности (порядка сотен киловольт) и одновременно стабильной управляемости с малыми временными разбросами (на уровне 10^{-7} с) при весьма малых рабочих напряжениях ГИТ (порядка единиц киловольт). В качестве КУ установки ГИН — ГИТ можно использовать управляемые разрядники, применяемые в емкостных накопителях больших энергий для закорачивания индуктивной нагрузки в режиме «кроубар» при напряжениях на ней, близких к нулевым значениям [1]. Из широкого класса таких сильноточных разрядников (вакуумные, твердотельные, разрядники на основе «скользящего разряда» и др.) наиболее целесообразно, учитывая весь комплекс вышеперечисленных требований, выполнять разработку КУ на базе управляемого вакуумного разрядника. Такие разрядники имеют высокие значения электрической прочности при низких давлениях остаточного газа (порядка 10^{-3} Па), достаточно просто управляются поджигающими искрами в предельно широком диапазоне рабочих напряжений, а также обладают способностью многократно коммутировать большие импульсные токи без существенной эрозии электродов [2, 3]. Это связано со сравнительно малыми плотностями тока в канале диффузного разряда в вакууме.

В настоящей работе разработан и исследован вакуумный разрядник на импульсные напряжения до 200 кВ и коммутируемые токи в широком диапазоне амплитуд (10—10^3 кА) и длительностей (10^{-2}—10^{-4} с), управляемый с малыми разбросами во времени (порядка 10^{-7} с) при напряжениях от единиц киловольт до пробивного. Общий вид разрядника представлен на рис. 2. Разрядник имеет разборную конструкцию. Между двумя дисковыми основными электродами помещается цилиндрический изоляционный корпус из органического стекла. Внутренняя поверхность корпуса развита за счет кольцевых пазов высотой 5 мм и глубиной 10 мм с целью повышения пробивного напряжения по поверхности корпуса [4]. Поджатие основных электродов к корпусу осуществляется при помощи болтов, завинченных в металлические втулки на торцах корпуса. Начальное давление остаточного газа в камере составляет $p_0 \approx 10^{-2}$ Па. Разрядник работает в режиме непрерывной откачки паромасляным насосом с использованием буферного объема около 50 л, который подключается к насосу через изоляционную вставку.

Для управления разрядником в его конструкции предусмотрены три инициирующие устройства, расположенные на одном

h, мм	U_0, КВ	1	3	5	10	50	100
45	τ, мкс	0,55	0,50	0,45	0,43	0,24	0,18
	τ*, мкс	1,18	1,09	1,05	1,02	0,52	—
75	τ, мкс	1,15	1,09	1,02	0,80	0,40	0,30
	τ*, мкс	1,73	1,57	1,50	1,38	0,70	—

из дисковых электродов вблизи стенки корпуса равномерно по окружности. Инициирование пробоя разрядника при напряжениях на нем, существенно меньших пробивного, осуществляется поджигающими искрами, создаваемыми в этих устройствах. Использованный способ формирования инициированного разряда по нескольким каналам по поверхности диэлектрика в вакууме [5, 6] позволяет оптимально и сравнительно просто решить одну из наиболее сложных задач, т. е. обеспечить требуемую высокую точность включения разрядника во времени в предельно широком диапазоне рабочих напряжений ГИТ (вплоть до долей киловольта). В комплексной установке ГИН — ГИТ управление и откачку разрядника целесообразно производить со стороны ГИТ.

Одной из основных временных характеристик является зависимость времени запаздывания срабатывания разрядника τ от приложенного напряжения U_0 при неизменном начальном давлении, заданной высоте корпуса h и конкретных условиях управления. Приведенные в таблице временные характеристики вакуумных разрядников получены при управлении на катоде (τ) или на аноде (τ*) импульсами напряжения с амплитудами 25—30 кВ и временем нарастания около 40 нс. При этом ток поджига в разрядной цепи каждого инициирующего устройства составлял примерно 700 А. Величина τ измерялась по осциллограммам от момента приложения управляющих импульсов напряжения к инициирующим устройствам до пробоя разрядника, который фиксировался по появлению разрядного тока 500 А, что соответствовало резкому увеличению проводимости канала и нарастанию тока в цепи. Для того чтобы снизить собственное время роста тока до указанного значения и исключить его влияние на τ, измерения выполнялись при включении разрядника в контуре с высокими начальными скоростями нарастания тока. В таблице представлены средние значения времени запаздывания по 15—20 измерениям. Среднеквадратичное отклонение σ_τ времени запаздывания от его среднего значения не превышало во всех случаях 0,1τ. Из приведенных данных следует, что управление разрядником целесообразно осуществлять со стороны катода.

Так как электрическая прочность наружной изоляции разрядника может быть увеличена сравнительно просто за счет удлинения пути поверхностного разряда, например, при увеличении наружного диаметра корпуса и использовании барьеров, общая прочность лимитируется главным образом прочностью внутренней изоляции. Пробивные напряжения внутренней изоляции вакуумных разрядников при постоянном и импульсном напряжении со временем нарастания 0,1—0,2 мкс и длительностью 10—20 мкс приведены ниже. Эти значения были получены для разрядников с цилиндрическими изоляционными корпусами из оргстекла разной высоты, конструкции которых аналогичны показанной на рис. 2. Перед измерениями вновь собранные разрядники после откачки до давления около 10^{-2} Па подвергались «тренировке» [7]:

h, мм	$U_{пр}$ (постоянное), кВ	$U_{50\,\%}$ (импульсное), кВ
20	70	705
30	85	145
45	100	180
75	—	220

Импульсное пробивное напряжение определялось как 50 % ное пробивное напряжение по методике «вверх — вниз» [8] при числе воздействующих импульсов 100—150. Значения $U_{50\%}$ для обеих полярностей импульсов практически совпадают. Расчетное значение величины σ_U, характеризующей крутизну кривой эф

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

фекта и численно равной разности напряжений, при которых вероятность разряда составляет 50 % и 16 % ($\sigma_U = U_{50\,\%} - U_{16\,\%}$), равно $\sigma_U \approx 0{,}1\ U_{50\%}$.

Выводы. 1. Выполненные исследования свидетельствуют о том, что вакуумные управляемые разрядники имеют широкие перспективы для использования их в качестве коммутирующих устройств в установках ГИН — ГИТ. В этих разрядниках удается одновременно обеспечить надежную изоляцию при высоких импульсных напряжениях ГИН, высокую точность включения во времени в предельно широком диапазоне рабочих напряжений ГИТ (вплоть до единиц киловольт), а также многократную коммутацию импульсов тока с широким диапазоном амплитуд (10^4—10^6 А) и длительностей (10^{-2}—10^{-4} с).

2. Приведенные экспериментальные данные служат основанием для создания вакуумных разрядников для поочередного подключения к общей нагрузке высоковольтных ГИН до 200 кВ микросекундного диапазона и мощных ГИТ на напряжения 1—100 кВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Техника** больших импульсных токов и магнитных полей/П. Н. Дашук, С. Л. Зайенц, В. С. Комельков и др. — М.: Атомиздат, 1970.

2. **Baker W. R.** High voltage low inductance switch for megaampere pulse currents. — Rev. Scient. Innstr., 1959, vol. 30, N8.

3. **Быстродействующий** мегаамперный вакуумный разрядник/Т. Г. Ахматова, Г. С. Кичаева, В. Б. Иконников, П. И. Шкуропат. — Приборы и техника эксперимента, 1982, № 6.

4. **Hawley R.** Artificial initiation of vacuum breakdown.— Vacuum, 1968, vol. 18.

5. **Исследование** формирования и динамики сильноточного разряда в вакуумном коммутаторе/П. Н. Дашук, Г. С. Кичаева, Е. А. Сергеенкова, П. И. Шкуропат. — Журн. техн. физики, 1978, т. 48.

6. **А. с. 382186 (СССР).** Управляемый вакуумный разрядник/Г. С. Кичаева. — Опубл. в Б. И., 1973, № 22.

7. **Сливков И. Н.** Электроизоляция и разряд в вакууме.— М.: Атомиздат, 1972.

8. **Электрическая** прочность наружной высоковольтной изоляции. — Л.: Энергия, 1969.

[30.01.86]

УДК 621.313.2.001.24

К расчету магнитного потока и индуктивности машины постоянного тока

ДУШИН Н. В., КОЖЕВНИКОВ В. А., ХОДЬКО И. Г.

ВНИИэлектромаш

Магнитный поток и индуктивность электрической машины зависит от значения намагничивающего тока, магнитных характеристик материала магнитопровода, геометрических размеров и обмоточных данных. Магнитные характеристики магнитопровода определяют остаточный магнитный поток $\Phi(0)$, магнитный поток в состоянии глубокого насыщения $\Phi_б$ и магнитное сопротивление магнитопровода в ненасыщенном состоянии $R_m(0)$.

Произведение магнитного потока на магнитное сопротивление имеет размерность тока. Введем постоянную, имеющую размерность тока:

$$i_ф = K\Phi_б R_m(0),$$

где K — безразмерная константа, зависящая от геометрии магнитопровода и обмоточных данных, тогда магнитный поток на некотором определенном участке магнитопровода есть функция размерных величин $\Phi(0)$, $\Phi_б$ и безразмерного намагничивающего тока $i/i_ф$. На разных участках магнитопровода $\Phi(0)$, $\Phi_б$, $i_ф$ могут иметь различные значения.

Таким образом, магнитный поток на участке магнитопровода зависит от намагничивающего тока и определяется магнитными характеристиками материала магнитопровода, геометрическими размерами и обмоточными данными машины через три константы конструкции $\Phi(0)$, $\Phi_б$, $i_ф$. Индуктивность цепи определяется суммой потокосцеплений витков на участках магнитопровода с соответствующими потоками.

Как показано в [1], функциональные зависимости магнитного потока и динамической индуктивности от намагничивающего тока имеют вид:

$$\Phi = \Phi(0) + \Phi_б L\left(\frac{i}{i_ф}\right); \tag{1}$$

$$L = \frac{L(0)}{1 + \gamma L^2\left(\frac{i}{i_L}\right)}, \tag{2}$$

где $L(x)$ — функция Ланжевена.

Для определения констант конструкции $\Phi_б$, $i_ф$, i_L, γ воспользуемся приемом предельного перехода. Константы в (1) и (2), как независящие от значения намагничивающего тока, определяются из рассмотрения предельных значений функций при малых и больших токах. При этом выполняем преобразования для случая, когда намагниченность магнитопровода машины постоянного тока создается током в обмотке независимого возбуждения. Константа $\Phi(0)$ определяется по значению остаточной магнитной индукции магнитопровода.

Явную зависимость константы $i_ф$ от конструктивных параметров машины и магнитных характеристик материала магнитопровода устанавливаем из рассмотрения случая малых токов — линейной магнитной цепи. При малых значениях намагничивающего тока (на линейном участке кривой намагничения $L(x) = x/3$) для магнитного потока имеем:

$$\Phi = \Phi(0) + \Phi_б \frac{i}{3\,i_ф}. \tag{3}$$

По закону магнитной цепи

$$\Phi = \Phi(0) + \frac{F}{R_m}, \tag{4}$$

где $F = i\,w$ — м. д. с.; w — число витков в обмотке с током i; R_m — магнитное сопротивление замкнутой магнитной цепи; на линейном участке кривой намагничивания магнитное сопротивление есть величина, не зависящая от тока $R_m = R_m(0)$.

Сопоставляя (3) и (4), получаем:

$$i_ф = \frac{\Phi_б R_m(0)}{3\,w}. \tag{5}$$

Для основного магнитного потока м. д. с. создается током в обмотке возбуждения $w = w_в$, магнитное сопротивление цепи — $R_{гл}(0)$; базовое значение тока имеет вид:

$$i_ф = \frac{\Phi_б R_{гл}(0)}{3\,w_в}. \tag{6}$$

Значение константы $\Phi_б$ находим из рассмотрения предельного случая больших токов. Учитывая, что тепловое движение оказывает размагничивающее действие, состояние глубокого насыщения магнитопровода при конечных температурах достигается при $i/i_ф \to \infty$. Для больших значений аргумента $x \gg 1$: $L(x) = 1$, $\Phi_б = \Phi_{max}$.

Для $\Phi_б$ имеем:

$$\Phi_б = \Phi_{max} = B_{δmax} S_δ, \tag{7}$$

где $B_{δ\,max}$ — усредненное значение магнитной индукции в воздушном зазоре в режиме, когда магнитопровод находится в состоянии глубокого насыщения; $S_δ$ — площадь поверхности якоря под полюсными наконечниками.

В расчете на один полюс:

$$S_δ = \frac{\pi D_я l_я}{z_р \alpha}, \tag{8}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

где $D_я$ — наружный диаметр якоря; $l_я$ — активная длина якоря; α — расчетный коэффициент полюсного перекрытия, учитывающий укорочение или удлинение шага обмотки якоря, сдвиг щеток с нейтрали и пр.; p — число пар главных полюсов.

Значение $B_{\delta\,max}$ определяется следующим образом. По условиям симметрии (относительно оси главных полюсов) среднее значение касательной составляющей вектора индукции на полюсном делении равно нулю. Для среднего значения нормальной составляющей вектора индукции, пересекающего поверхность полюсного наконечника, имеем:

$$B_\delta = \frac{2p}{\pi D_я l_я \alpha} \int_0^{l_я} \int_{-\frac{\pi \tau_я l_я}{4p}}^{+\frac{\pi D_я l_я}{4p}} B_n \, dx \, dy. \qquad (9)$$

В (9) интеграл есть полный магнитный поток на полюсной дуге. Полный магнитный поток в якоре на одном полюсном делении выразим через индукцию в расчетном сечении зубца: $B_z b_z l_я \frac{z}{2p} \frac{\alpha}{k_{\sigma п}} \frac{k_c}{}$, где k_c — коэффициент заполнения стали якоря; $k_{\sigma п}$ — учитывает часть магнитного потока, проходящего через паз.

Соответственно получаем

$$B_\delta = \frac{2p}{\pi D_я l_я \alpha} \frac{k_c}{k_{\sigma п}} B_z b_z l_я \frac{z}{2p} \frac{\alpha}{}.$$

Тогда для максимального значения имеем

$$B_{\delta\,max} = B_{нас} \frac{b_z}{t_1}, \qquad (10)$$

где $B_{нас} = \frac{k_c}{k_{\sigma п}} B_{z\,max}$ — индукция насыщения зубцов якоря; b_z — расчетная ширина зубца; t_1 — зубцовый шаг по окружности якоря.

Влияние формы паза на значение индукции в зубце рассматривается, например, в [2].

Функциональная зависимость $B_\delta \approx b_z/t_1$ согласуется с принятой в расчетной практике формулой для определения индукции в расчетных сечениях зубца якоря [2]. Заметим, что выражение (10) может быть получено из качественного рассмотрения соотношений магнитного сопротивления паза и зубца.

Расчетная формула для э. д. с. холостого хода имеет вид:

$$E = E(0) + E_б \mathcal{L}\left(\frac{i}{i_ф}\right); \qquad (11)$$

$$E_б = C \Phi_б \omega, \qquad (12)$$

где C — конструктивная постоянная; ω — частота вращения якоря.

Константы конструкции для индуктивности определяем из рассмотрения предельного случая малого тока нагрузки [1]. Для потокосцепления обмоток якорной цепи в отсутствии тока возбуждения имеем

$$\Psi_{яц}(0, I) = \frac{w_я \alpha}{2a} \Phi_б \mathcal{L}\left(\frac{I}{I_ф}\right) + \frac{w_я}{2a} \Phi_{a\sigma} \mathcal{L}\left(\frac{I}{I_{a\sigma}}\right) + \\ + 2p_д w_д \Phi_{дб} \mathcal{L}\left(\frac{I}{I_д}\right), \qquad (13)$$

где $\Phi_б$, $\Phi_{a\,\sigma}$, $\Phi_{дб}$, $I_ф$, $I_{a\,\sigma}$, $I_д$ — базовые значения магнитного потока и тока нагрузки для участков магнитопровода; $w_я$, $w_д$ — числа витков обмотки якоря и добавочного полюса; a — число пар параллельных ветвей обмотки якоря; $p_д$ — число пар добавочных полюсов.

В (13) первое и второе слагаемые есть потокосцепления обмотки якоря, третье слагаемое — потокосцепление обмоток добавочных полюсов.

Для малых значений аргумента функция Ланжевена:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{x} x - \frac{1}{45} x^3 + \frac{2}{945} x^5 - \ldots,$$

тогда для случая малого тока нагрузки из (13) для индуктивности получаем:

$$L(0, I) = L_{aq} + L_{a\,\sigma} + L_{д\,\sigma} = \left(\frac{w_я \alpha}{2a} \Phi_б \frac{1}{I_ф^3} + \right. \\ \left. + \frac{w_я}{2a} \Phi_{a\,\sigma} \frac{1}{I_{a\sigma}^3} + 2p_д w_д \Phi_{дб} \frac{1}{I_д^3} \right) \frac{I^2}{15} + \ldots \qquad (14)$$

Первое слагаемое в (14) есть индуктивности участков магнитной цепи в ненасыщенном состоянии:

$$\left.\begin{aligned} L_{aq} &= \frac{w_я \alpha}{2a} \Phi_б \frac{1}{3 I_ф}; \\ L_{a\sigma} &= \frac{w_я}{2a} \Phi_{a\sigma} \frac{1}{3 I_{a\sigma}}; \\ L_{дσ} &= 2p_д w_д \Phi_{дб} \frac{1}{3 I_д}. \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Значения индуктивностей по (15) определяются известными методами [3, 4].

Индуктивность в данном случае

$$L(0, I) = \frac{L(0)}{1 + \varkappa \Psi_{яц}^2 (0, I)}. \qquad (16)$$

Выполняя разложение (16) в ряд по степеням тока нагрузки и приравнивая коэффициенты при квадратичных степенях тока нагрузки в (14), для коэффициента $\varkappa$ получаем

$$\varkappa = \frac{1{,}8 (2a)^2 L_{aq}^3}{L^3(0) (w_я \alpha)^2 \Phi_б^2} \left[1 + \left(\frac{\alpha \Phi_б}{\Phi_{a\sigma}} \right)^2 \left(\frac{L_{a\sigma}}{L_{aq}} \right)^3 + \right. \\ \left. + \frac{1}{A^2} \left(\frac{L_{дσ}}{L_{aq}} \right)^3 \right], \qquad (17)$$

где

$$A = \frac{2a \, 2p_д w_д \Phi_{дб}}{w_я \alpha \Phi_б}.$$

Значение $\Phi_{дб}$ определяется подобно $\Phi_б$ через геометрические размеры и магнитные характеристики материала добавочного полюса. Слагаемым, пропорциональным $\left(\frac{L_{a\sigma}}{L_{aq}} \right)^3$, можно пренебречь.

Таким образом, индуктивность якорной цепи в отсутствии тока возбуждения определяется по (16) с коэффициентом $\varkappa$ и потокосцеплением, полученным соответственно из (17) и (13).

Для случая, когда есть ток возбуждения i и в якорной цепи, есть тестовый сигнал I,

$$L(i, I) = \frac{L(0)}{1 + \varkappa \Psi_{яц}^2 (i, I)}. \qquad (18)$$

Потокосцепление обмотки якоря с основным магнитным потоком

$$\Psi_{aq} = \frac{w_я \alpha}{2a} \Phi_б \mathcal{L}\left(\frac{i}{i_ф}\right). \qquad (19)$$

Влияние тестового сигнала на значение ψ_{ag} не учитывается.

В отсутствии тока в якорной цепи в идеальном случае полной симметрии магнитопровода магнитный поток, создаваемый под действием м. д. с. возбуждения, проходит через наконечники добавочных полюсов, но не сцепляется с обмотками добавочных полюсов (ДП) [5].

Действительно, в отсутствии тока в якорной цепи магнитные потоки, создаваемые м. д. с. пары главных полюсов, направлены встречно и результирующий магнитный поток в сердечнике ДП равен нулю. В случае, когда в якорную цепь подан тестовый сигнал за счет нелинейности магнитной цепи, потокосцепление ДП, обусловленное действием м. д. с. возбуждения, уже не равно нулю.

Магнитный поток в сердечнике ДП, создаваемый под влиянием тестового сигнала в якорной цепи и м. д. с. обмоток пары

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

главных полюсов, с учетом их встречного действия

$$\Phi_д(i, I) = \frac{1}{2}\Phi_{дб}\left[\mathscr{L}\left(\frac{i}{i_д}+\frac{I}{I_д}\right)-\mathscr{L}\left(\frac{i}{i_д}-\frac{I}{I_д}\right)\right], \quad (20)$$

где $i_д = \dfrac{\Phi_{дб} R_2(0)}{3\omega_в}$; $R_2(0)$ — магнитное сопротивление магнитному потоку, проходящему через сердечники ГП и ДП. При $i=0$ поток $\Phi_д = \Phi_{дб}\,\mathscr{L}\left(\dfrac{I}{I_д}\right)$ при $I=0$ поток $\Phi_д = 0$.

Для потокосцепления добавочных полюсов с потоком главных полюсов имеем:

$$\Psi_д(i, I) = 2p_д\,\omega_д\,\Phi_д(i, I). \quad (21)$$

Индуктивность якорной цепи в случае, когда есть ток возбуждения и тестовый сигнал в якорной цепи, определяется по (18) с суммой потокосцеплений по (19) и (21). Формулу (18) можно преобразовать к виду, удобному для практики.

Так как зависимость намагниченности, а следовательно, и магнитного потока от намагничивающего тока определяется через функцию Ланжевена [1], выражение (20) можно записать в виде

$$\Phi_д(i, I) = \Phi_{дб}\,\mathscr{L}\left[\frac{i}{\beta\, i_ф}+\frac{I}{I_д}\frac{3\,\mathscr{L}\left(\dfrac{i}{\beta\, i_ф}\right)}{\dfrac{i}{\beta\, i_ф}}\right]. \quad (22)$$

Множитель при $I/I_д$ в (22) учитывает зависимость магнитного сопротивления ДП от тока возбуждения в соответствии с [1]. Базовое значение тока возбуждения для рассматриваемой магнитной цепи представлено в виде произведения известной величины $i_ф$ (5) и параметра $\beta(i, I)$, подлежащего определению.

Потокосцепление добавочного полюса в рабочем диапазоне изменения тока возбуждения меняется незначительно, поэтому для расчетов можно взять среднее значение параметра β.

Дифференцируя (22) и (20) по току нагрузки и приравнивая производные, в предельном случае $I\to 0$ получаем трансцендентное уравнение для определения параметра $\beta(i)$. Для определения среднего значения параметра β в полученном уравнении ток возбуждения полагаем равным его среднему значению $\langle i\rangle$.

Значение $\langle i\rangle$ находим из условия:

$$\frac{1}{i_{max}}\int_0^{i_{max}}\mathscr{L}\left[\frac{i}{\beta\, i_ф}+\frac{I}{I_д}\frac{3\,\mathscr{L}\left(\dfrac{i}{\beta\, i_ф}\right)}{\dfrac{i}{\beta\, i_ф}}\right]di = \mathscr{L}\left(\frac{\langle i\rangle}{\beta\, i_ф}\right). \quad (23)$$

Таким образом, для потокосцепления обмоток якорной цепи с магнитным потоком главных полюсов получаем

$$\Psi_{яц}(i, 0) = \frac{w_я\,\alpha}{2a}\Phi_б\,\mathscr{L}\left(\frac{i}{i_ф}\right)+2p_д\,\omega_д\,\Phi_{дб}\,\mathscr{L}\left(\frac{i}{\beta\, i_ф}\right). \quad (24)$$

Во всей области изменения аргумента функция Ланжевена конечна и стремится к конечному пределу при $x\to\infty$. Сумму двух функций Ланжевена можно с высокой точностью представить одной функцией Ланжевена (приложение 1). Физически это очевидно, так как результирующую намагниченность можно представить в зависимости от намагничивающего тока одной функцией Ланжевена с определенными значениями базовых коэффициентов [1].

Из выражения

$$\Psi_{яц}(i, 0) = \frac{w_я\,\alpha}{2a}\Phi_б\,k\left(1+\frac{A}{\beta}\right)\mathscr{L}\left(\frac{i}{k\, i_ф}\right), \quad (25)$$

где

$$A = \frac{2a}{w_я\,\alpha}\frac{2p_д\,w_д}{}\frac{\Phi_{дб}}{\Phi_б}.$$

Коэффициент k определяется из уравнения (П-2).

С учетом (25) расчетная формула для индуктивности принимает вид:

$$L(i, 0) = \frac{L(0)}{1+\gamma\,\mathscr{L}^2\left(\dfrac{i}{i_L}\right)}, \quad (26)$$

Таблица 1

Ток возбуждения i, отн. ед.	Значение основного потока, отн. ед.		
	$\Phi_р$	$\Phi_{оп}$	$\Delta\Phi$, %
0,2	0,267	0,273	—2,3
0,4	0,474	0,482	—1,7
0,6	0,635	0,645	—1,6
0,8	0,753	0,75	—0,6
1,0	0,834	0,832	+0,2
1,2	0,894	0,891	+0,3
1,5	0,955	0,952	+0,4

Таблица 2

Ток возбуждения i, отн. ед.	Значение индуктивности якорной цепи, отн. ед.		
	$L_р$	$L_{оп}$	ΔL, %
0	1,0	1,0	0
0,25	0,955	0,949	+0,7
0,50	0,858	0,848	+1,2
0,75	0,762	0,743	+2,6
1,0	0,689	0,661	+4,2
1,25	0,637	0,609	+4,6
1,50	0,601	0,578	+4,0

где

$$\gamma = \varkappa\left[\frac{w_я\,\alpha}{2a}\Phi_б\,k\left(1+\frac{A}{\beta}\right)\right]^2;$$

$$i_L = k\, i_ф.$$

В табл. 1 и 2 приведены расчетные и опытные значения основного магнитного потока и индуктивности якорной цепи некомпенсированного двигателя постоянного тока с независимым возбуждением серии 2П типа 2ПН—112L в диапазоне изменения тока возбуждения от 0 до 1,5 $i_{в.н}$.

Номинальные параметры: $P_н$=2,2 кВт; $U_{aн}$=220 В; $n_н$=1500 мин$^{-1}$; $I_{aн}$=12,2 А; $i_{в.н}$=0,875А.

Конструктивные данные: $w_я$=486; $w_д$=76; $w_в$=1375; l_a=135 мм; D_a=110 мм; $\delta_{гл}$=1 мм; δ=2,7 мм.

Константы конструкции: $\Phi(0)$=0,027; $\Phi_б$=1,177; $i_ф$=0,319; γ=1,3; i_L=0,43; L_{aq}=12,2 мГн;

$L_{a\sigma} = 2{,}5$ мГн; $L_{д\sigma} = 4{,}85$ мГн.

Расчеты проводились по формулам (1) и (26).

Для двигателей серии 2П различных исполнений и габаритов параметр A=1,3 ÷ 1,6; A/β=0,4 ÷ 0,6; k=1,26 ÷ 1,32; усредненное значение k=1,3.

Предлагаемый метод может быть использован для решения аналогичных задач применительно к электрическим машинам других типов и электротехническим устройствам с ферромагнитными сердечниками.

Приложение. Сумму двух монотонных функций, стремящихся к определенному пределу — двух функций Ланжевена, можно представить в виде одной функции Ланжевена с соответствующими коэффициентами:

$$\mathscr{L}\left(\frac{i}{i_ф}\right)+A\,\mathscr{L}\left(\frac{i}{\beta\, i_ф}\right)\approx k(1+\xi)\,\mathscr{L}\left(\frac{i}{k\, i_ф}\right). \quad (П\text{-}1)$$

Коэффициенты k и ξ определяются из условия наилучшей аппроксимации левой части (П-1).

В пределе малого значения тока $\left(\text{при малых } x;\ \mathscr{L}(x)\approx\frac{1}{3}x\right)$ из (П-1) получаем $\xi = \dfrac{A}{\beta}$.

В пределе больших токов ($\mathscr{L}(x)=1$) получаем:

$$k = \frac{1+A}{1+\xi}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Для диапазона изменения тока возбуждения в пределах от 0 до $i_{max} = N\, i_ф$ коэффициент k определяется из трансцендентного уравнения:

$$\mathscr{L}(N) + A\,\mathscr{L}\left(\frac{N}{\beta}\right) = k\left(1 + \frac{A}{\beta}\right)\mathscr{L}\left(\frac{N}{k}\right). \qquad (П\text{-}2)$$

Для двигателей серии 2П $N = 4 \div 6$, и расчет коэффициента k по (П-2) удобно выполнять с помощью табулированной функции $y = k\,\mathscr{L}\left(\frac{4}{k}\right)$:

k	1,10	1,12	1,14	1,16	1,18	1,20	1,22	1,24
y	0,799	0,808	0,817	0,826	0,835	0,843	0,852	0,859
k	1,26	1,28	1,30	1,32	1,34	1,36	1,38	1,40
y	0,867	0,875	0,883	0,890	0,898	0,904	0,912	0,919

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Душин Н. В., Кожевников В. А., Ходько И. Г.** Аналитические зависимости индуктивности и магнитного потока от намагничивающего тока в машине постоянного тока. — Электричество, 1986, № 2. -

2. **Завалишин Д. А.** Электрические машины постоянного тока. — Л.: ВИТУ ВМФ, 1955.

3. **Ермолин Н. П.** Переходные процессы в машинах постоянного тока. — М., ГЭИ, 1951.

4. **Иоффе А. Б.** Тяговые электрические машины. — М.; Л.: Энергия, 1965.

5. **Арнольд Э., Ла — Кур И. Л.** Машины постоянного тока. Т 1. — М.: Гостехиздат, 1931.

[08.07.85]

УДК 621.313.2.014.2

Влияние неидентичности коммутации в машинах постоянного тока на условия токосъема

АВИЛОВ В. Д.

Омский институт инженеров железнодорожного транспорта

Опыт настройки коммутации крупных машин постоянного тока (МПТ) и результаты исследований указывают на их индивидуальность, которая тем заметнее, чем выше коммутационная напряженность. Причину следует искать в проявлении неидентичности коммутации, т. е. в степени влияния воздействия отдельных факторов на условия коммутации [1].

Неидентичность коммутационных циклов определяется не только явлениями, присущими преобразованию в МПТ, но и определенными технологическими отклонениями и асимметрией машины, что имеет весьма важное значение, так как оценка влияния тех или иных технологических отклонений или асимметрии позволит определить допустимые нормы по условиям коммутации.

Число факторов, воздействующих на процесс коммутации, велико. Представляется возможным свести воздействие всех факторов к шести обобщенным параметрам $\alpha_1, \ldots, \alpha_6$. Например: $\alpha_1 = E_{pi}/E_p$ и $\alpha_2 = E_{ki}/E_к$ определяют электромагнитную неидентичность, обусловленную свойствами обмотки, асимметрией и конструктивными отклонениями; α_3, α_5 — учитывают воздействие всех факторов на очертание вольт-амперных характеристик щеточного контакта, допустим, при аппроксимации $\Delta U = A\ \mathrm{arctg}\ Bi$; $\alpha_4 = T_i/T$ — учитывает уменьшение периода коммутации при воздействии вибрации, неравномерности распределения коллекторных пластин по окружности коллектора, ширины щеток и т. д.; $\alpha_6 = E_к/E_{к.опт}$ — параметр настройки коммутации. В приведенных соотношениях приняты обозначения: E_{pi}, E_{ki} — значение реактивной э. д. с. и э. д. с. вращения рассматриваемой i-й секции обмотки якоря; E_p, $E_к$ — средние значения этих э. д. с. по машине в целом; T_i — действительный период коммутации i-й секции; T — теоретический период; $E_{к.опт}$ — э. д. с. вращения коммутируемой секции, обеспечивающая оптимальные условия коммутации в целом по машине.

Условия коммутации в общем случае описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений, в результате решения которых получаем кривые тока секций паза. Точность результатов будет зависеть от того, насколько введенные параметры близки к реальным значениям.

В общем случае система уравнений в матричной форме имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dY}{dx} = F_i(Y,\ x,\ \alpha, m);\\ &x_{i-1} < x < x_i;\\ &Y_0(x_0) = Y_0(x_0 + T_ц);\\ &x \longrightarrow 0,\ Y = 1, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где Y—вектор неизвестных токов сбегающего края щеток, отн. ед.; F_i—вектор нелинейных функций; x — координата времени, отнесенная к ламельному периоду $T_к$ коммутации, отн. ед.

Система уравнений прерывна на границах этапов, имеет расчетный цикл и начальные условия.

С учетом обобщенных параметров α_i при $\beta = 1$ система (1) записывается как

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha_4}{\alpha_1}\left\{\alpha_5 k\left[\mathrm{arctg}\left(\alpha_3 w\,\frac{1-y}{x}\right) - \mathrm{arctg}\left(\alpha_3 w\,\frac{y}{1-x}\right)\right] + c\left(\frac{1}{2} - y\right) - \alpha_2\alpha_6 m\right\};\ x = 0;\ y = 1, \qquad (2)$$

где $y = \frac{i_2}{2i_a}$ — ток сбегающего края щетки, отнесенный к двойному току параллельной ветви; $x = t/T$ — координата времени, отнесенная к теоретическому периоду коммутации; $k = A/E_p$; $w = Bj_{ср}$; $c = \frac{2i_a R_s}{E_p}$; $m = \frac{E_к}{E_p}$; R_s, $j_{ср}$ — сопротивление секции и средняя плотность тока в щеточном контакте.

Анализ (2) для случая упрощенного представления щеточного контакта типа $\Delta U_щ = \mathrm{const}$, либо $\Delta U_щ = \mathrm{const}$ для набегающего края щетки и $r_щ = \mathrm{const}$ — сбегающего [2] показал, что любую секцию паза можно ввести в оптимальный режим для определенных значений α_i^0 соответствующим значением m_i. Однако уравнение (2) не имеет точного аналитического решения, и поэтому необходимо вначале оптимизировать коммутационный процесс для определенных значений параметров α_i^0, т. е. найти значение m.

Основываясь на положениях теории оптимальной коммутации [3], оптимальная ее настройка соответствует условию

$$\frac{di_c}{dt} \approx 0;\ i_2 \approx 0 \text{ при } t \longrightarrow T.$$

Фактически на условия коммутации накладываются два ограничения, каждое из которых имеет свое значение и физический смысл. Условие $di_c/dt = 0$ обеспечивает к моменту завершения коммутации «ступень» малого тока, а условие $i_2 \approx 0$ — отсутствие тока в контакте при разрыве коммутируемого контура. Обязательное выполнение этих требований обеспечивает наилучшие условия коммутации, которые могут быть выполнены при определенном соотношении э. д. с. вращения и реактивной э. д. с. секций, характеризуемой параметром m.

Следовательно, требуется решить двухкритериальную задачу, которая должна удовлетворять условию

$$\left\| \begin{vmatrix} \frac{di_c}{dt} \\ i_2 \end{vmatrix} \right\| \Rightarrow \min.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Для поиска оптимальных условий коммутации при численном методе решения (2) предложено использовать функционал с его минимизацией в виде

$$\Phi\left(\alpha_i^0,\ m\right)=\sum_{j=1}^{k}\lambda_j\left(k_\Phi Y\right)^2+\sum_{j=1}^{k}\left(1-\lambda_j\right)\left(\frac{dY}{dx}\right)\Rightarrow\min,\qquad(4)$$

где $\Phi\left(\alpha_i^0,\ m\right)$ — функционал, определяющий условия коммутации на его завершающей стадии; k — число секций, по которым оптимизируется функционал (4); λ_j — коэффициент, определяющий весомость каждого критерия при оптимальной настройке коммутации; k_Φ — масштабный коэффициент.

Анализ (4) показывает, что при $\lambda_j=1$ получаем критерий, подобный предложенному проф. В. П. Толкуновым, где Y^2 — квадратичный ток разрыва секции. При $\lambda_j=0$ обеспечивается «ступень» малого тока (по О. Г. Вегнеру). Для решения поставленной задачи и анализа результатов исследования проведены многочисленные расчеты машин (ПН-145, НБ-412К, ГП5700-375, МПС П500-63) с $E_\text{р}=1{,}25\div10{,}8$ В, приведенных к $\beta=1$ и охватывающих по мощности от 14 до 12000 кВт и выше. Для минимизации (4) по параметру m разработана программа с использованием метода «золотого сечения». Результаты расчета приведены на рис. 1, которые указывают на то, что с ростом $E_\text{р}m\to1$ щеточный контакт снижает свое воздействие на кривую тока, характер ее стремится к прямолинейному закону. Данная оптимизационная задача практически решается с использованием приборов и метода настройки [4, 5].

Имея оптимизированный коммутационный процесс, можно перейти к оценке влияния неидентичности на условия коммутации. Предлагается использовать теорию чувствительности и допусков [6, 7]. Чувствительность функции процесса коммутации (1) определяется как частная производная по анализируемому фактору:

$$\frac{\partial Y}{\partial\alpha_i}=S_i.$$

После решения задачи нахождения оптимального значения m из условия (4) система (1) примет вид

$$Y=f_i\left(x,\ \alpha\right);\ x=0;\ Y_0=1,$$

тогда функции чувствительности могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial}{\partial\alpha_i}f_i\left(x,\ \alpha\right)=S_i\left(x\right);\ x=0;\ S_i\left(x_0\right)=0.$$

Появление тока разрыва секций в области оптимальных условий за счет воздействующих факторов α_i можно представить в виде

$$\underset{x\to1}{\Delta Y}=\sum_{i=1}^{N}S_i\Delta\alpha_i,$$

где N — число факторов; $\Delta\alpha_i$ — диапазон изменения анализируемого i-го фактора.

Так как бóльший интерес для нас представляет завершающий этап коммутации ($x\longrightarrow1$), то ток разрыва можно представить функцией параметров α_i, т. е.

$$\Phi\left(\alpha_1,\ldots,\ \alpha_i\right)=\Phi\left(\alpha_1^0,\ldots,\ \alpha_i^0\right)+\sum_{i=1}^{N}S_i\Delta\alpha_i.\qquad(5)$$

По существу второе слагаемое правой части (5) дает отклонение условий коммутации от оптимального режима при воздействии факторов α_i. Величина $\Delta y_i=S_i\Delta\alpha_i$ называется частным отклонением.

Для нахождения функции чувствительности уравнения (2) составляется система дифференциальных уравнений в общем виде:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dy}{dx}=f\left(\alpha_1,\ldots,\alpha_i,\ y,\ x\right);\\&\frac{\partial}{\partial\alpha_i}\left(\frac{dy}{dx}\right)=\frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\alpha_i}+\frac{\partial f}{\partial\alpha_i};\\&x=0;\ y=1;;\ \frac{\partial f}{\partial\alpha_i}=0,\end{aligned}\right\}\qquad(6)$$

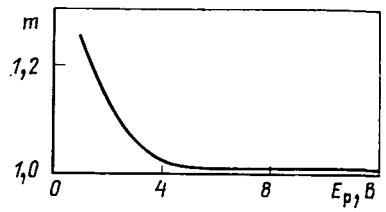


Рис. 1. Зависимость $m=f_1(E_\text{р})$

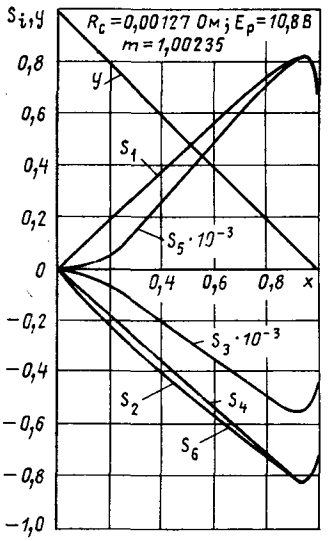


Рис. 2. Изменение чувствительности за период коммутации

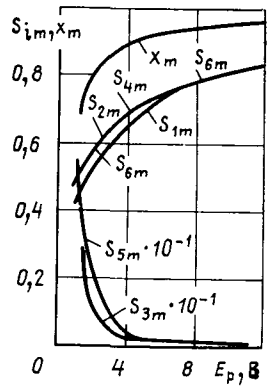


Рис. 3. Зависимости $S_{im}=f_2(E_\text{р})$ и $x_m=f_3(E_\text{р})$ при S_{im}

где $\frac{\partial f}{\partial\alpha_i}$ — чувствительность функции по i-му параметру; f — исходная функция.

При решении системы (6) по разработанной программе представилось возможным построить кривые тока секции, а также изменения функций чувствительности за период коммутации. Например, на рис. 2 приведены расчетные кривые при $E_\text{р}=10{,}8$ В (двигатель МПС 11500-63). Можно отметить, что с ростом $E_\text{р}$ максимум чувствительности перемещается к концу периода коммутации, а ее значение по обобщенным параметрам S_{1m}, S_{2m}, S_{4m}, S_{6m} возрастает, а по S_{3m} и S_{5m} снижается. Для больших значений $E_\text{р}$ кривая тока секции с ростом m переходит линию $-i_a$, несколько снижая при этом производную, и заканчивается током разрыва. Это означает, что для крупных машин условие $di_a/dt=0$ осуществить практически невозможно, в связи с чем крупные машины весьма чувствительны к неидентичности.

Данный вывод подтверждается кривыми на рис. 3, где приведены зависимости максимального значения чувствительности S_{im} от $E_\text{р}$ и значения $x_m=f_3(E_\text{р})$, при которых S_i принимают максимальное значение. Анализ расчетного материала позволяет сделать некоторые выводы. Амплитудные значения чувствительности S_{im} не зависят от условий коммутации и не изменяют своего места положения в интервале периода коммутации. Это позволяет считать, что зависимости $S_{im}=f_2(E_\text{р})$ и $x_m=f_3(E_\text{р})$ являются объективными показателями коммутационной напряженности МПТ. Если первая зависимость отражает реакцию машины на неидентичность коммутации, то вторая — насколько опасна эта чувствительность к моменту завершения процесса коммутации.

При анализе допусков на значение факторов неидентичности могут быть сделаны различные предположения относительно закона сложения частных отклонений Δy_i.

При расчете наихудшего случая, который обусловлен действием факторов α_i в одном направлении, допустимое отклонение определится из условия

$$\Delta y\leqslant y_\text{п}=\sum_{i=1}^{N}\left|S_{im}\right|\left|\Delta\alpha_i\right|=\sum_{i=1}^{N}\left|S_{im}\right|\Delta\alpha_\text{п},\qquad(7)$$

где $y_\text{п}$ — предельное значение функционала (5); $\Delta\alpha_\text{п}$ — максимальное значение изменения фактора α_i.

Если частные отклонения Δy_i принять равными для всех факторов и если известны значения $y_\text{п}$, S_{im}, то из равенства (7) мо-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

жем определить максимальное значение изменения фактора α_i:

$$\Delta\alpha_{\text{п}} = \frac{y_{\text{п}}}{N\,|\,S_{im}\,|}\,.$$

Следовательно, если соответствующая чувствительность коммутационного процесса по какому-либо фактору α_i мала, то этот фактор будет иметь большой допуск и наоборот.

При статистических расчетах следует допустить возможность появления вероятности отказа, т. е. превышения отклонения

$$|\,y\Delta\,| = \sum_{i=1}^{N} |\,S_{im}\Delta\alpha_i\,| > y_{\text{п}}.$$

Если принять при расчете допусков равномерное и гауссовское распределение (можно, в принципе, свести опытное распределение факторов к гауссовскому с такими же математическим ожиданием и дисперсией), то для случая с одинаковыми допусками можем найти [8]:

$$\Delta\alpha_{\text{п}} = \frac{\sqrt{3}\sigma}{|\,S_{im}\,|\sqrt{N}}\,.$$

Определены предварительно возможный диапазон изменения параметров α_i и предельные значения $y_{\text{п}}$, проведен расчет допустимых значений $\Delta\alpha_{\text{п}}$ по двум вариантам. Результаты подтверждают практическую значимость предлагаемого метода и позволяют сформулировать ряд задач перспективного развития работ, направленных на повышение коммутационной устойчивости МПТ и коэффициента их использования.

Во-первых, представляется возможность по чувствительности и существующей степени неидентичности, связанной с технологическими отклонениями, определить предельные возможности МПТ по условиям коммутации. Оценить, по каким из факторов могут быть внесены ужесточения допусков и какой ожидается эффект.

Решение данной задачи связано с проектированием машин с такими α_i, при которых будем иметь максимальную вероятность безотказной работы, т. е.

$$P\,(\Phi\,(\alpha_i) < y_{\text{п}}) \;\Rightarrow\; \max.$$

Для этого необходимо решить оптимизационную задачу

$$\left\| \begin{matrix} M\,\{\Phi\,(\alpha_i)\} \\ \sigma\,\{\Phi\,(\alpha_i)\} \end{matrix} \right\| \;\Rightarrow\; \min.$$

Во-вторых, требуется оптимизация самих допусков из экономических и технических требований, связанных с условиями коммутации.

В-третьих, речь может идти о задаче идентификации, т. е. при определенной модели и объекте исследования по основным параметрам α_i оценить его поведение.

В-четвертых, весьма интересным является коммутационный процесс, обладающий минимальной чувствительностью к факторам α_i. Такое условие выполняется при минимизации значения

$$\sum_{i=1}^{N} S_{im}^2 \;\Rightarrow\; \min\,. \qquad (8)$$

Условие (8) связано с проектированием новых машин с повышенной коммутационной устойчивостью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Карасев М. Ф.** Коммутация коллекторных машин постоянного тока. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961.

2. **Авилов В. Д.** Коммутационная напряженность и неидентичность коммутационных циклов в машинах постоянного тока. — В кн.: Вопросы повышения коммутационной способности машин постоянного тока. — Л.: ВНИИэлектромаш, 1982.

3. **Оптимальная** коммутация машин постоянного тока/М. Ф. Карасев, В. П. Беляев, В. Н. Козлов и др. — Транспорт, 1967.

4. **Авилов В. Д., Карасев М. Ф.** Критерий и метод настройки коммутации машин постоянного тока. — Изв. вузов. Электромеханика, 1978, № 10.

5. **Авилов В. Д.** Методика анализа и настройки коммутации крупных коллекторных машин постоянного тока в эксплуатационных условиях. Указатель ВИНИТИ. Деп. рукопись, 1981, № 8.

6. **Томович Р., Вукобратович М.** Общая теория чувствительности. — М.: Советское радио, 1972.

7. **Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М.** Чувствительность систем управления. — М.: Наука, 1981.

8. **Гехер К.** Теория чувствительности и допусков электронных цепей. — М.: Советское радио, 1973.

[14.01.86]

УДК 621.313.33.001.24

Алгоритм ускоренного поиска стационарных электромеханических процессов асинхронных машин

ЧАБАН В. И., канд. техн. наук, **БЕЛЫЙ Л. А.,** канд. техн. наук

Львов

В статье на основе теоретических положений [1] впервые предлагается общий алгоритм расчета переходных и стационарных электромеханических процессов насыщенных асинхронных машин. Известным решениям, основывающимся на интегрировании уравнений переходного процесса до его установления, свойственно два существенных недостатка: большой объем вычислений и непомерное накопление погрешностей численных методов. В результате этого расчет длительных процессов становится невозможным, что создает известные трудности анализа машин средней и большой мощности.

В основу анализа положена идея [2], состоящая в нахождении начальных условий, приводящих к периодическому режиму, т. е. таких условий, которые в процессе интегрирования уравнений состояния дают возможность входить непосредственно в стационарный процесс, минуя переходный, а это устраняет оба отмеченные выше недостатки.

Реализация этой идеи применительно к анализу электромагнитных процессов осуществлена в [3]. Там же на примере расчета одного и того же стационарного процесса показано, что время счета ЭВМ в сравнении с ближайшим известным аналогом [4] уменьшилось более чем на порядок, что подтверждает высокую эффективность избранного решения. Кроме того, алгоритм [4] исключает возможность расчета переходных процессов, поэтому с ним в ряде случае могут конкурировать и приближенные мето(ы,

Принципиальное значение с точки зрения уменьшения объема вычислений и повышения точности расчета приобретает также способ описания электромагнитного состояния машины. Так, наиболее трудоемкой операцией, превосходящей все остальные на шаге, является разрешение уравнений относительно производных искомых функций. Нами впервые эта операция упразднена. Однако это стало возможным лишь при отказе от понятий индуктивностей контуров в пользу их потокосцеплений. Идея расчленения приращений потокосцеплений на сумму слагаемых, соответствующих коэффициентам само- и взаимоиндукции с последующим вычислением их каждого в отдельности [5], является неоправданной, так как она существенно усложняет описание физического процесса. Предпринятая в [6] попытка понижения порядка обращаемой матрицы коэффициентов путем интегрирования уравнений, соответствующих потокосцеплениям рассеяния обмотки статора и полным потокосцеплениям обмотки ротора, малоэффективна, так как при этом требуется выполнять на шаге большое число сложений и умножений матриц.

В нелинейной системе функциональные зависимости следует устанавливать, по возможности, между общими (интегральными) величинами, а не между их компонентами. При таком подходе анализ во всех случаях проще. Эта закономерность обусловлена соответствием метода анализа физической сущности процесса. При противоположном подходе вычислению всегда подлежат коэффициенты, лишенные физического смысла, к числу

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

которых принадлежат и дифференциальные индуктивности насыщенной машины.

Уравнения электромагнитного состояния асинхронной машины, разрешенные относительно первых производных по времени искомых функций в косоугольных координатах, имеют вид [7]:

$$p\Psi = u + \Omega\Psi - ri; \tag{1}$$

$$pi = A(u + \Omega\Psi - ri), \tag{2}$$

где Ψ, u, i — матрицы-столбцы полных потокосцеплений, напряжений и токов:

$$h(h = \Psi, u, i) = \mathrm{col}\,(h_{SA}, h_{SB}, h_{R\widetilde{A}}, h_{R\widetilde{B}}),$$

причем индексы S и R указывают на принадлежность к цепям статора и ротора, а индексы A, B — к одноименным фазам статора; индексы $\widetilde{A}$, $\widetilde{B}$ — к преобразованным фазам ротора (уравнение фазы C опущено, ввиду того, что нулевой проводник выводится крайне редко); r — матрица сопротивлений; Ω — матрица частоты вращения; A — матрица связи приращений токов и потокосцеплений.

Вид матриц r, Ω, A устанавливаем на основании выражений, приведенных в [7]:

$$A = \begin{vmatrix} \alpha_S(1-\alpha_S G) & -\alpha_S\alpha_R G \\ -\alpha_S\alpha_R G & \alpha_R(1-\alpha_R G) \end{vmatrix}; \quad G = \frac{3}{2}\begin{vmatrix} T + b_A i_{mA} & b_B i_{mA} \\ b_A i_{mB} & T + b_B i_{mB} \end{vmatrix};$$

$$r_S = \frac{1}{3}\begin{vmatrix} 2r_{SA}+r_{SC} & -r_{SB}+r_{SC} \\ -r_{SA}+r_{SC} & 2r_{SB}+r_{SC} \end{vmatrix}; \quad r = \mathrm{diag}\,(r_S, r_{R\widetilde{A}}, r_{R\widetilde{B}});$$

$$\Omega = \omega Q, \quad Q = \mathrm{diag}\,(0, q);$$

$$q = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$b_A = (2i_{mA} + i_{mB})\,b; \quad b_B = (i_{mA} + 2i_{mB})\,b; \quad b = \frac{2}{3}(R - T)/i_m^2;$$

$$R = 1/(\rho + \alpha_S + \alpha_R); \quad T = 1/(\tau + \alpha_S + \alpha_R);$$

$$\rho = \frac{di_m}{d\psi_m}; \quad \tau = \frac{i_m}{\psi_m},$$

где α_S, α_R — величины, обратные индуктивностям рассеяния обмоток статора и ротора; ρ, τ — величины, определяемые по кривой намагничивания $\psi_m = \psi_m(i_m)$, причем $i_m = 2\sqrt{(i_{mA}^2 + i_{mB}^2 + i_{mA}i_{mB})/3}$; $i_{mA} = i_{SA} + i_{R\widetilde{A}}$; $i_{mB} = i_{SB} + i_{R\widetilde{B}}$;

ω — частота вращения ротора, рад/с, определяемая из уравнения движения

$$p\omega = p_0(\sqrt{3}\,p_0(\Psi_{SA}i_{SB} - \Psi_{SB}i_{SA}) - M)/J, \tag{3}$$

где J — момент инерции; p_0 — число пар магнитных полюсов; M — статический момент сопротивления.

Выражения (2) и (3) образуют полную систему дифференциальных уравнений электромеханического состояния насыщенной асинхронной машины. Область их применения ограничена симметрией цепи ротора, т. е. $r_{RA} = r_{RB} = r_{RC} = r_R$.

Математическая модель (2) в наибольшей степени отвечает требованиям, вытекающим из рассматриваемого метода анализа. Во-первых, частота токов статора и ротора соответствует частоте питающей сети. Во-вторых, цепь статора описана в физических координатах, что упрощает анализ всевозможных несимметричных режимов, в том числе и при отсутствии нейтрального провода (см. специфику матрицы r_S). В-третьих, дифференциальные уравнения представлены в нормальном виде, что устраняет трудоемкую процедуру обращения матрицы коэффициентов и повышает точность интегрирования.

Рассмотрим метод нахождения стационарного режима. Образуем некоторые матрицы-столбцы X, Y неизвестных

$$X = \mathrm{col}\,(i, \omega); \quad Y = \mathrm{col}\,(\Psi, \omega). \tag{4}$$

Необходимо найти такое начальное состояние $X(0)$, которое при интегрировании уравнений (2), (3) на периоде T позволило бы получить решение $X(t)$ с периодом T. Следовательно, решение уравнений (2), (3) должно удовлетворять граничному условию

$$F(X(0)) = X(0) - X(T) = 0. \tag{5}$$

Уравнение (5) — нелинейное. Его целесообразно решить методом Ньютона [3]. Итерационная формула Ньютона имеет вид

$$X(0)^{k+1} = X(0)^k - [F'(X(0)^k)]^{-1}(X(0)^k - X(T)^k), \tag{6}$$

где согласно выражению (5)

$$F'(X(0))^k = 1 - \frac{\partial X(T)^k}{\partial X(0)^k}. \tag{7}$$

Матрицу перехода состояний представим в виде [3]:

$$\Phi = \frac{\partial X(t)}{\partial X(0)} = \frac{\partial X(t)}{\partial Y(t)}\frac{\partial Y(t)}{\partial X(0)} = BC, \tag{8}$$

где согласно выражениям (4)

$$B = \mathrm{diag}\,(A, 1); \tag{9а}$$

$$C = \mathrm{col}\,(z, w). \tag{9б}$$

Здесь

$$z = \frac{\partial\Psi}{\partial X(0)}; \tag{10а}$$

$$w = \frac{\partial\omega}{\partial X(0)}. \tag{10б}$$

Уравнения для вычисления матриц z и w получаем путем дифференцирования уравнений (1) и (3) по $X(0)$. Дифференцируя уравнение (1), имеем [1]:

$$pz = (\Omega - rA)\,z + Qw\Psi. \tag{11}$$

Дифференцируя уравнение (3), получаем [1]:

$$pw = p_0\left(\sqrt{3}p_0\left(\frac{\partial\Psi_{SA}}{\partial X(0)}i_{SB} + \Psi_{SA}\frac{\partial i_{SB}}{\partial X(0)} - \frac{\partial\Psi_{SB}}{\partial X(0)}i_{SA} - \Psi_{SB}\frac{\partial i_{SA}}{\partial X(0)}\right) - \frac{\partial M}{\partial w}w\right)\Big/ J. \tag{12}$$

Входящие в уравнение (12) производные $\frac{\partial\Psi_{SA}}{\partial X(0)}$ и $\frac{\partial\Psi_{SB}}{\partial X(0)}$ согласно уравнению (10а) являются элементами первых двух строк матрицы z; производные $\frac{\partial i_{SA}}{\partial X(0)}$ и $\frac{\partial i_{SB}}{\partial X(0)}$ согласно уравнению (8) являются элементами первых двух строк матрицы перехода состояний (первые две строки этой матрицы, как это следует из выражения (9а), можно получить до вычисления последней строки матрицы C).

Уравнения (11) и (12) подлежат интегрированию совместно с уравнениями (2) и (3). Интегрируя на k-й итерации систему уравнений (2), (3), (11), (12) на интервале времени от 0 до T, матрицу (7) находим согласно формуле (8)

$$F'(X(0)^k = 1 - B(T)^k C(T)^k. \tag{13}$$

Алгоритм вычислений.

1. Располагая на k-й итерации значениями $X(0)^{k-1}$, $C(0)^{k-1}$ (на первом шаге начальными значениями $X(0)^0$, $C(0)^0$, интегрируем уравнения (2), (3), (11), (12) на интервале времени от 0 до T.

Обращаем внимание на то, что матричные операции в (11) осуществляются по правилам действий с 3-матрицами, при этом z является 2-матрицей, а w — 1-матрицей в плоскости, перпендикулярной плоскости 2-матриц Ω, r, A, Q и 1-матрицы Ψ (рис. 1). Такая ориентация матриц несколько непривычна, но достаточно умножить w на Ψ по правилам 3-матриц, как дальнейший вычислительный процесс сводится к действиям с обычными планарными 2- и 1-матрицами. В результате получим

$$w\Psi = \begin{vmatrix} & & & & \\ & & & & \\ w_1\Psi_{R\widetilde{A}} & w_2\Psi_{R\widetilde{A}} & w_3\Psi_{R\widetilde{A}} & w_4\Psi_{R\widetilde{A}} & w_5\Psi_{R\widetilde{A}} \\ w_1\Psi_{R\widetilde{B}} & w_2\Psi_{R\widetilde{B}} & w_3\Psi_{R\widetilde{B}} & w_4\Psi_{R\widetilde{B}} & w_5\Psi_{R\widetilde{B}} \end{vmatrix}, \tag{14}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

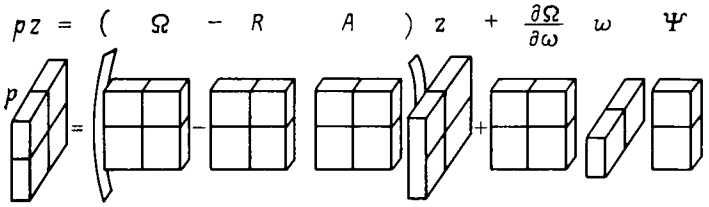


Рис. 1. Объемно-структурная схема уравнения (11)

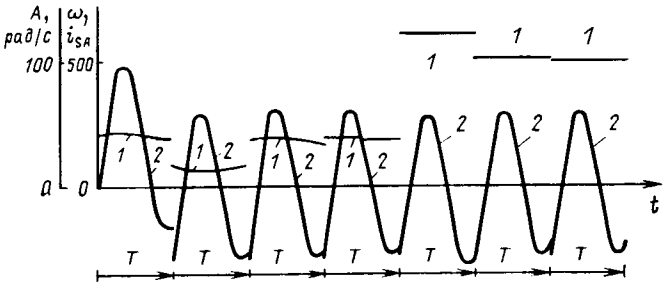


Рис. 2. Расчетные кривые угловой скорости (1) и тока фазы A статора (2) на четырех следующих друг за другом итерациях, приведших к неустойчивому установившемуся режиму двигателя А 12-52-8А, нагруженного постоянным моментом 2878 Н·м. Начальное значение угловой скорости — 41,2 рад/с

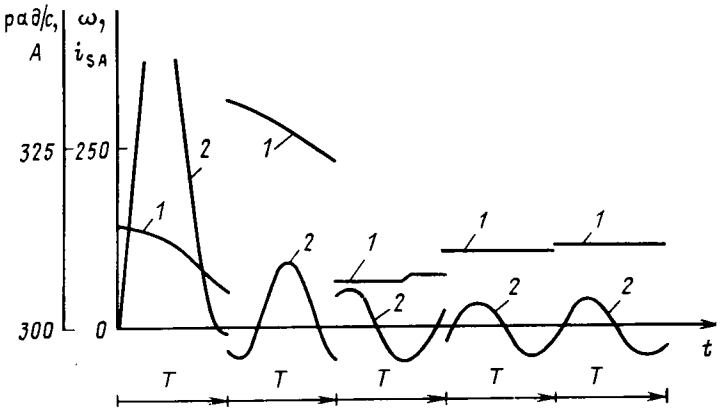


Рис. 3. Расчетные кривые угловой скорости (1) и тока фазы A статора (2) на четырех следующих друг за другом итерациях, приведших к устойчивому установившемуся режиму двигателя А 12-52-8А привода вентилятора. Начальное значение угловой скорости — 314 рад/с

где $w_1, \ldots, w_5$ — элементы 1-матрицы w; $\Psi_{\widetilde{RA}}$, $\Psi_{\widetilde{RB}}$ — элементы 1-матрицы Ψ.

Матрица (14) соразмерна z и ориентирована таким же образом в пространстве. С учетом (14) объемно-структурная схема рис. 1 становится эквивалентной обычному планарному расположению матриц. Начальные значения матрицы-столбца X и матрицы C принимаются в виде

$$i(0)^0 = 0;\ \omega(0)^0 = \omega_c;\ C(0)^k = \mathrm{diag}((A(0)^{-1}), 1)^k,$$

где ω_c—частота питающей сети.

2. Согласно (13) находим матрицу $F'(X(0)^k)$.

3. Согласно итерационной формуле (6) находим уточненное значение матрицы-столбца $X(0)$.

4. Процесс вычислений повторяется до тех пор, пока не выполнятся условия заданной точности расчета. При условиях (15) ответ обычно получается за несколько итераций. Вычислительный процесс, как правило, является сходящимся.

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчета стационарных режимов двигателя А 12-52-8А ($P_н$=320 кВт; $U_н$=6 кВ; $I_н$=

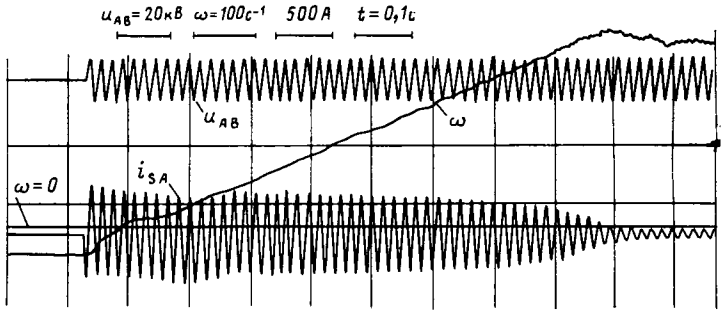


Рис. 4. Натурная осциллограмма переходного процесса двигателя А 12-52-8А, иллюстрирующая вхождение в установившийся режим соответствующий рис. 2

=39 А; $n_н$=740 об/мин). Использованы данные завода изготовителя: r_S=1,273 Ом; r_R=1,31 Ом; α_S=39 Г$^{-1}$; α_R=35,7 Г$^{-1}$; J=64 кг·м^2; p_0=4. Кривая намагничивания аппроксимирована сплайном

$$\psi_m = \begin{cases} a_1 i_m, & \text{если } i_m \leqslant i_1; \\ \sum_{i=0}^{3} a_i (i_m - i_1)^i, & \text{если } i_1 < i_m < i_2; \\ a_4 i_m + \psi_0, & \text{если } i_2 \leqslant i_m, \end{cases}$$

где $a_0 = 9$; $a_1 = 0{,}8181$; $a_2 = 0{,}0164$; $a_3 = 0{,}147 \cdot 10^{-3}$; $a_4 = 0{,}2375$; $i_1 = 11$; $i_2 = 40$; $\psi_0 = 13$.

В ЭВМ вводим кривые $\rho = \rho(i_m)$, $\tau = \tau(i_m)$, получаемые путем дифференцирования по i_m и деления на i_m данного выражения. Момент сопротивления в примере рис. 2 принят равным 2900 Нм, а рис. 3 — аппроксимирован рядом: $M = 2{,}26\,\omega + 0{,}74 \cdot 10^{-4}\,\omega^3 + 0{,}21 \cdot 10^{-10}\,\omega^5$.

В зависимости от значения $\omega(0)^0$ мы приходим к неустойчивому (рис. 2) или устойчивому (рис. 3) режимам. Первый обычно получаем при $\omega(0)^0 = 0$, а второй — при $\omega(0)^0 = \omega_c$, что заведомо предопределяет так называемую зону притяжения режима. Точность расчетных кривых подтверждает натурная осциллограмма рис. 4, снятая в производственных условиях. Результаты расчета (эксперимента) для угловой скорости 311 (308) рад/с, амплитуды тока статора 39 (37,6) А.

Кривые рис. 2 и 3 иллюстрируют эффективность ускоренного поиска стационарного процесса. Конечный результат достигнут интегрированием уравнений электромеханического состояния всего лишь, соответственно, на семи и пяти периодах. Что же касается неустойчивого режима рис. 2, то его вообще нельзя получить прямым интегрированием уравнений переходного процесса. Время счета ЭВМ ЕС 1033 процесса рис. 3 — 82 с.

Данный алгоритм предназначен для анализа машин большой и средней мощностей.

Разработка методов ускоренного поиска стационарных процессов нелинейных электрических цепей является наиболее ярким достижением теоретической электротехники за последние полтора десятилетия. Методам, основывающимся на итерационной формуле Ньютона, принадлежит особое место: эти методы приводят к конечной цели при наименьшем объеме вычислений. Однако им присущ большой недостаток — сложность определения матрицы перехода состояний Φ (8). На первых порах предполагалось находить ее численными методами. Это существенно усложняло расчет и делало алгоритмы мало эффективными. В связи с чем был предложен способ, основывающийся на интегрировании уравнений первой вариации [8]. Сущность этого решения следующая. Представим (2), (3) с учетом первого выражения (4) в общем виде:

$$pX = fX(t). \tag{15}$$

Уравнение первой вариации получаем дифференцированием (15) по $X(0)$

$$p\Phi = \frac{\partial f(X, t)}{\partial X}\,\Phi. \tag{16}$$

Естественно, что в случае сложных многополюсных элементов, к числу которых принадлежат электрические машины, взятые производной в правой части (16) аналитическим путем практически неосуществимо.

Наше решение состоит в том, что мы матрицу Φ представляем произведением (8). Тогда уравнения первой вариации

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

(11) и (12) в соответствии с (10) получаем, исходя не из (15), а из (1) и (3). Поскольку (1) в отличие от (2) не содержит матрицы обратных индуктивностей A, то взятие производной по X (0) элементарно. В этом и кроется первое отличие нашего алгоритма от [2].

Второе отличие обусловлено тем, что мы решаем электромеханическую задачу. Здесь к числу неизвестных принадлежит угловая скорость. Это потребовало пересмотра смысла матричных символов в [2,8]. Оказалось, что авторы этих работ оперируют пространственными матрицами (рис. 1). В теории цепей на это не было надобности обращать внимание, поскольку это на вычислительный процесс не оказывает влияния. В задачах электромеханики пространственная ориентация матриц приобретает принципиальное значение. Так, сориентировав 1-матрицы w и Ψ по-другому, мы получим неверный результат. Но такая ориентация не усложняет, а наоборот, упрощает вычислительный процесс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Tchaban V. J., Biliy L. A.** Matematic modelling of periodic regimes of electric machines. — AMSE Press. Modelling, Simulation and Control, A, 1984, vol. 1, N1.

2. **Aprill T. I., Trick T. N.** A computer algorythm to deformine the steady—state of nonlinear oscilators. — IEEE Trans. on Circuit Theory, 1972, vol. CT-19, N4.

3. **Чабан В. И., Белый Л. А.** К расчету периодических режимов электроэнергетических устройств. — Техническая электродинамика, 1982, № 6.

4. **Фильц Р. В., Белый Л. А.** Метод расчета статических характеристик несимметричных режимов насыщенных неявнополюсных машин. — Электричество, 1976, № 10.

5. **Фильц Р. В.** Математические основы теории электромеханических преобразователей. — Киев: Наукова думка, 1979.

6. **Фильц Р. В.** О математическом моделировании одного класса электромагнитных устройств с насыщающимися магнитопроводами. — Теоретическая электротехника, 1984, вып. 36.

7. **Чабан В. И.** Основы теории переходных процессов электромашинных систем. — Львов: Вища школа, 1980.

8. **Zein D. A.** Of the periodic steady—state problem by the Newton method. — IEEE Trans. Circuits Syst., 1980, vol. CAS-27.

[10.09.85]

УДК 621.313.001.24

Влияние глубины паза и насыщения на коэффициент воздушного зазора

ЧИВИДЖЯН Г. А.

Социалистическая Республика Румыния

В специальной литературе приводятся формулы для определения коэффициента воздушного зазора, учитывающие поочередно либо насыщение, либо конечную глубину паза. Учет обоих факторов при постоянной проницаемости зубца дан в [1—3]. В статье выводится выражение потенциала поля внутри прямоугольного открытого паза с учетом одновременно конечной глубины паза и насыщения зубцов и определяется коэффициент воздушного зазора. Гармоники проводимости зазора даны в [4] без учета насыщения и конечной глубины паза.

Для определения вертикальной составляющей поля H_y вдоль отрезка AB (рис. 1, *а*) будем считать зубец бесконечно проницаемым, а паз бесконечно глубоким и широким. Область рис. 1, *а* отражается конформно на область рис. 1, *в* посредством функции [5]:

$$z = \frac{\delta}{\pi}\left[2u + \ln\frac{u-1}{u+1}\right]; \qquad u = s + ip = \sqrt{1+t}. \tag{1}$$

Вдоль отрезка AB $\mathrm{Re}\,(z) = 0$ и справедливы равенства:

$$p = \sqrt{2s\,\mathrm{cth}\,2s - s^2 - 1} = \sqrt{\frac{(s+1)^2 - e^{4s}(s-1)^2}{e^{4s}-1}}; \tag{2}$$

$$y' = \frac{\delta}{\pi}\left[2p + \mathrm{arctg}\,\frac{2p}{p^2+s-1}\right] = \frac{\delta}{\pi}\left[2p + \mathrm{arctg}\,\frac{p}{s\,\mathrm{cth}\,2s - 1}\right]. \tag{3}$$

Из (1) следует, что координата точки B' должна удовлетворять уравнению:

$$2s = \ln\frac{s+1}{s-1}, \tag{4}$$

из которого следует $s = 1{,}2$.

Комплексный потенциал поля

$$W = \frac{U}{\pi}\ln t = \frac{U}{\pi}\ln(u^2-1), \tag{5}$$

а магнитное поле:

$$H = -i\overline{W}' = -i\,\frac{\overline{dW}}{du}\,\frac{du}{dz} = -\frac{U}{\delta}\,\frac{u_i}{|u|^2}. \tag{6}$$

Касательная составляющая поля

$$H_y = H_\delta\frac{s}{s^2+p^2}; \quad H_\delta = \frac{U}{\delta}. \tag{7}$$

Из (2), (3) и (7) следует, что H_y как функция y' может быть представлена приближенно формулой (рис. 1):

$$H_y^* = H_\delta\left[0{,}67 + \frac{0{,}165}{\sqrt{u'}}\right]; \quad u' = 1 - \frac{y'}{\delta} = \frac{y-h}{\delta}, \tag{8}$$

которая соблюдает условие

$$\int_0^\delta H_y^*(y')\,dy' = \delta H_\delta = U$$

и уклоняется от (7) не более, чем на 5%.

Будем считать (рис. 2), что касательная составляющая поля в зазоре изменяется согласно (8), а в зубце по параболе [6] в пределах, определяемых при расчете м. д. с. зубцов [8] (причем $x = x'$; $y + y' = \delta + h$):

$$H(y) = H_1 + (H_2 - H_1)\left(\frac{y}{h} - 1\right)^2. \tag{9}$$

На расстоянии δ от зубцов предполагается гладкая бесконечно проницаемая стенка. Таким же считается и дно паза. Присутствие проводников в пазу не учитывается.

Пользуясь методом разделения переменных, определяем векторный магнитный потенциал внутри паза:

$$A(x, y) = mx + \sum_\lambda \frac{a_\lambda}{\mathrm{sh}\,\lambda b}\left[\mathrm{ch}\,\lambda x - \mathrm{ch}\,\lambda(b-x)\right]\cos\lambda y; \tag{10}$$

где

$$\lambda = \frac{n\pi}{h+\delta}; \quad m = -\frac{\mu_0}{h+\delta}\left[\delta H_\delta + h\left(H_1 + \frac{H_2 - H_1}{3}\right)\right]; \tag{11}$$

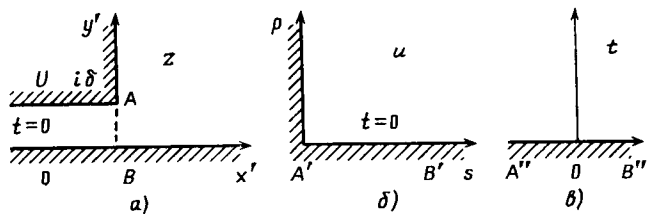


Рис. 1

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

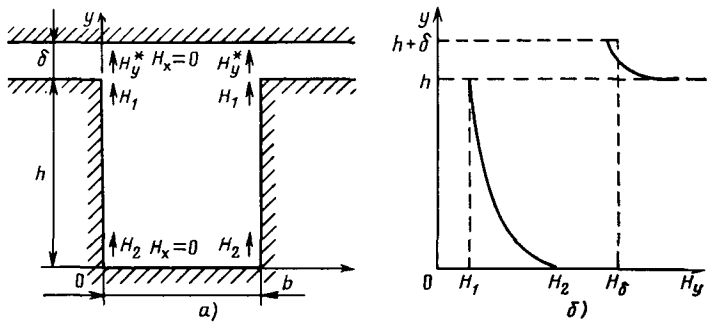


Рис. 2

$$a_\lambda = \frac{2\mu_0}{\lambda^2 (h+\delta)} \left[\left(c_\lambda H_\delta - H_1 + 2\,\frac{H_2+H_1}{\lambda^2 h^2} \right) \sin \lambda h - 2\,\frac{H_2 - H_1}{\lambda h} \right]; \quad (12)$$

$$c_\lambda = 0.67 + 0{,}165\,\frac{\sqrt{2\pi\lambda\delta}}{\sin \lambda\delta}\, f(\lambda\delta); \quad (13)$$

$$f(x) = C(x)\cos x + S(x)\sin x = \sqrt{\frac{x}{2\pi}}\, F\left(\frac{1}{2},\ x\right). \quad (14)$$

Здесь $C(x)$ и $S(x)$ суть интегралы Френеля [7], а $F(\alpha, x) = \int_0^1 t^{-\alpha} \cos x\,(1-t)\,dt$.

Функция $f(x)$ с 7%-ной точностью может быть представлена следующим образом:

$$f(x) \approx \begin{cases} C(x), & x \leqslant 0{,}7; \\ \dfrac{\sin x + \cos x}{2} - \dfrac{1}{10\sqrt{x^3}}, & x > 0{,}7. \end{cases} \quad (15)$$

При $x > 3$ последний член можно не учитывать.

Обозначив через $\Phi_\text{п}$ поток, проходящий через паз, запишем выражение для коэффициента воздушного зазора:

$$k_\delta = \frac{\tau}{\tau - b\,(1-\gamma)}, \quad (16)$$

где τ — зубцовое деление; b — ширина паза;

$$\gamma = \frac{\Phi_\text{п}}{\mu_0 b H_\delta}. \quad (17)$$

Магнитный поток согласно (10)

$$\Phi_\text{п} = A(0,\ h+\delta) - A(b,\ h+\delta) = \left[mb + 2\Sigma\,(-1)^n a_\lambda \operatorname{th}\frac{\lambda b}{2} \right]. \quad (18)$$

Введя обозначения: $k_i = \dfrac{H_i}{H_\delta}$; $0 = \dfrac{\pi\delta}{h+\delta}$; $\varphi = \dfrac{\pi b}{2(h+\delta)}$;

$$m_1 = 1 + \frac{h}{\delta}\left(k_1 + \frac{k_2 - k_1}{3}\right),$$

коэффициент γ можно записать так:

$$\gamma = \frac{\delta m_1}{h+\delta} - \frac{2}{\pi\varphi}\,\Sigma\,(-1)^n A_n \operatorname{th} n\varphi, \quad (19)$$

где

$$A_n = \frac{\pi\varphi a_\lambda}{\mu_0 b H_\delta}. \quad (20)$$

Необходимое число членов ряда (19) определяется соотношением (см. приложение)

$$N \geqslant \frac{1}{3\sqrt[3]{\theta\varphi^2 (\Delta\gamma)^2}}. \quad (21)$$

Проведенные на ЭВМ расчеты показали, что коэффициент из формулы (16) может быть определен по следующей простой формуле:

$$\gamma = \gamma_0 + \frac{\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2}{H_\delta}, \quad (22)$$

где коэффициенты γ_0, γ_1, γ_2 представлены на рис. 3—5 в зависимости от h/δ и b/δ.

Значения γ_0 при больших h/δ совпадают со значениями γ, определяемыми по обычным формулам [6], а при малых h/δ — с опытными данными [9].

Приложение. Пренебрегая членами высшего порядка малости и учитывая (15) остаток ряда из соотношения (19), можно записать так:

$$\Delta S_1 \approx 0{,}165 \sqrt{\frac{\pi}{2}\theta} \int_N^\infty \frac{\cos n\theta + \sin n\theta}{n^{3/2}}\, dn. \quad (\text{П-1})$$

Согласно [10] последний интеграл может быть выражен через неполные гамма-функции:

$$\Delta S_1 \approx 0{,}165\,\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\theta i \left[\Gamma\left(-\frac{1}{2},\ i\theta N\right) - \Gamma\left(-\frac{1}{2},\ -i\theta N\right) \right]. \quad (\text{П-2})$$

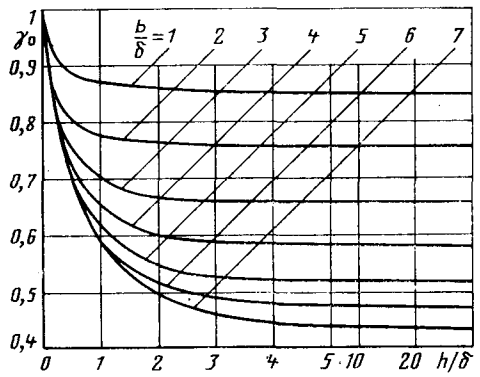


Рис. 3

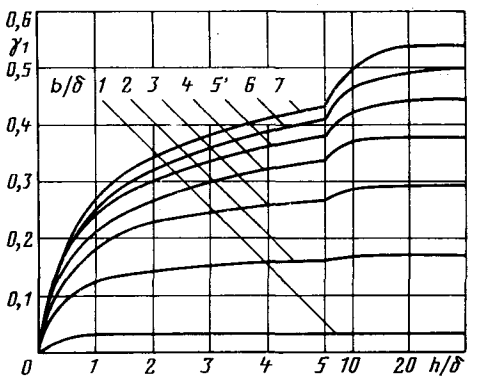


Рис. 4

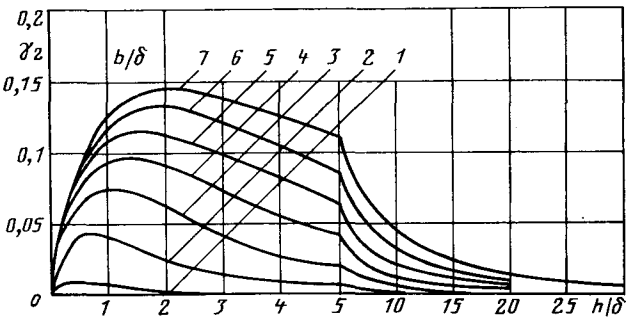


Рис. 5

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

При $|z| \gg 1$ [7]

$$\Gamma(a, z) \approx z^{a-1}e^{-z}, \quad (П\text{-}3)$$

следовательно,

$$\Delta S_1 \approx 0{,}165 \sqrt{\frac{\pi}{\theta}} N^{-3/2}. \quad (П\text{-}4)$$

Выводы. 1. Коэффициент воздушного зазора (приблизительно линейно) убывает с возрастанием поля в зубце, причем влияние поля в вершине зубца в несколько раз превышает влияние поля у основания. В отдельных случаях k_δ может убывать вследствие насыщения на 12 % и более.

2. В отсутствие насыщения k_δ не зависит от относительной глубины паза при $h > 5\,\delta$, при сильном насыщении это верно лишь при $h > 20\,\delta$.

3. Для практических расчетов γ можно использовать формулу (22) и графики рис. 3—5, а в программах формулу (19) с условием (21).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Колесников Э. И., Долгошеев А. Т.** Расчет коэффициента воздушного зазора с учетом конечной проницаемости стали. Изв. вузов. Электромеханика, 1973, № 8.

2. **Александров Н. Н., Скворцов Ю. А.** Учет падения магнитного потенциала в зубцах электрических машин индуктивного типа. Бесконтактные электрические машины. Рига, 1968.

3. **Иванов — Смоленский А. В., Мнацаканян М. С.** Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью. — Электричество, 1972, № 3.

4. **Вольдек А. И., Матин В. А.** Магнитная проводимость воздушного зазора электрических машин с односторонней зубчатостью. — Изв. АН ЭССР, Т. 22. Физика — Математика, 1973, № 2.

5. **Бинс К., Лауренсон П.** Анализ и расчет электрических и магнитных полей/Пер. с англ. — М.: Энергия, 1970.

6. **Рихтер Р.** Электрические машины. — М.: ОНТИ, 1935

7. **Янке Е., Эмде Ф., Лешь Ф.** Специальные функции/Пер. с нем. — М.: Наука, 1964.

8. **Бенедикт О. В.** Номографический метод расчета сложных сильно насыщенных магнитных цепей электрических машин. — М.: Госэнергоиздат, 1953.

9. **Шуйский В.** Расчет электрических машин. — Л.: Энергия, 1968.

10. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971.

[05.11.85]

УДК 621.314.26.001.2

Ферромагнитные умножители частоты с самоподмагничиванием промежуточной гармоникой тока

БОГАЧЕНКОВ А. Н., инж.
НОВОЖИЛОВ О. П., канд. техн. наук

Московский институт электронного машиностроения

Для повышения энергетической эффективности ферромагнитных умножителей частоты (ФУЧ) с кратностями $N \geqslant 4$ используются цепи, осуществляющие самоподмагничивание ферромагнитного материала (ферромагнетика) промежуточной гармоникой тока [1—3]. Введение дополнительных составляющих с промежуточной частотой $n\omega (1 < n < N)$ в воздействующую напряженность магнитного поля приводит к обогащению спектра отклика индукции ферромагнетика, повышению уровня гармоник отклика и, как следствие, к увеличению преобразуемой мощности и к. п. д. ФУЧ.

В связи со сложностью процессов, протекающих в ФУЧ с самоподмагничиванием промежуточной гармоникой тока (СПГТ), этот класс умножителей оказался наименее исследованным и изученным. При проектировании таких ФУЧ возникают дополнительные трудности, обусловленные необходимостью определения параметров используемых в них нелинейных трансформаторов (числа витков отдельных обмоток, диаметра провода, размеров магнитопровода). Поэтому проектирование и расчет ФУЧ с СПГТ обычно ведутся на основе эмпирических формул [1 и 2]. Широкое внедрение вычислительной техники в инженерную практику стимулирует разработку более строгих методов анализа и расчета ФУЧ с СПГТ.

Статья посвящена разработке метода проектирования ФУЧ с СПГТ.

Оптимизация режима работы ферромагнетика с максимальной удельной мощностью преобразования. При проектировании ФУЧ обычно задают мощность, которую должно обеспечить устройство в нагрузке [1 и 2]. Значение активной мощности на выходе ФУЧ зависит от характеристик и режима работы ферромагнетика. Наибольшего внимания заслуживает режим работы ферромагнетика с максимальной удельной мощностью преобразования. Отыскание и последующая схемно-конструкторская реализация этого режима позволят построить ФУЧ с минимальными габаритами, массой и стоимостью. Оптимизация режима работы ферромагнетика проводится при следующих условиях:

1) характеристика ферромагнетика представляет собой однозначную нелинейную функцию

$$b = f(h), \quad (1)$$

заданную на интервале $-H_m$, $+H_m$, где H_m — максимальное мгновенное значение напряженности магнитного поля, определяемое температурой нагрева или выходом из строя ферромагнетика;

2) напряженность магнитного поля изменяется по закону

$$h = H_0 + \sum_{r=1,\,n,\,N} H_r \cos(r\tau + \varphi_r), \quad (2)$$

где $\tau = \omega t$; H_0, H_r, φ_r — постоянная составляющая, амплитуды и начальные фазы напряженностей магнитного поля;

3) потери в ферромагнетике отнесены к сопротивлению потерь в обмотках.

Для принятых условий найдем удельную активную мощность ферромагнетика на частотах $r\omega$, под которой будем понимать мощность, отнесенную к единице объема ферромагнетика:

$$p_r = 0{,}5\, r\omega B_{r\,\text{кв}} H_r = \frac{0{,}5\, r\omega H_r}{\pi} \int_0^{2\pi} b(\tau) \sin(r\tau + \varphi_r)\, d\tau, \quad (3)$$

где $B_{r\,\text{кв}}$ — амплитуда квадратурной составляющей r-й гармоники индукции $b(\tau)$, выражение для которой получается после подстановки (2) в (1).

Из (1) — (3) следует, что $p_1 + p_n + p_N = 0$, т. е. идеальный ферромагнетик преобразует мощность без потерь, причем $p_1 > 0$, $p_n \leqslant 0$, $p_N < 0$.

Потери активной мощности на промежуточной частоте $n\omega$ будем учитывать введением коэффициента потерь α, принимая

$$\alpha = -p_n/p_1, \quad 0 \leqslant \alpha < 1. \quad (4)$$

Тогда удельная мощность, преобразуемая ферромагнетиком при умножении частоты,

$$p = (1-\alpha)\, p_1 = -p_N = \frac{0{,}5\, N\omega H_N}{\pi} \int_0^{2\pi} b(\tau) \times \sin(N\tau + \varphi_N)\, d\tau. \quad (5)$$

Необходимо для заданного α найти максимум p при условии

$$-H_m \leqslant h \leqslant H_m. \quad (6)$$

Эта задача может быть решена известными методами оптимизации. В результате ее решения для заданных $f(h)$, N, n, α определяются максимальное значение удельной мощности преобразования p, а также оптимальные амплитуды H_0, H_r и фазы φ_r напряженностей магнитного поля, описываемых выражением (2). Для найденного оптимального режима вы-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

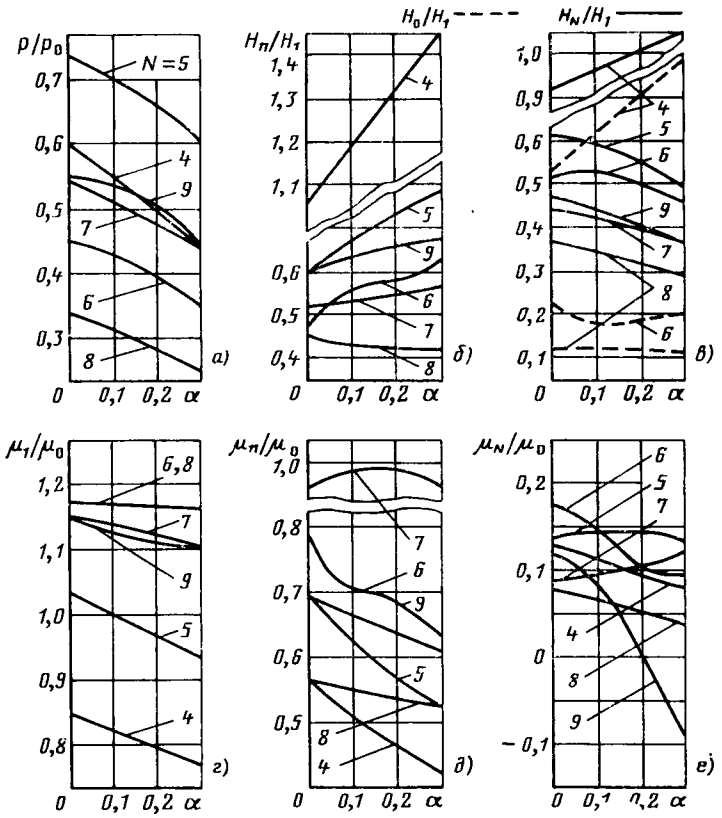


Рис. 1

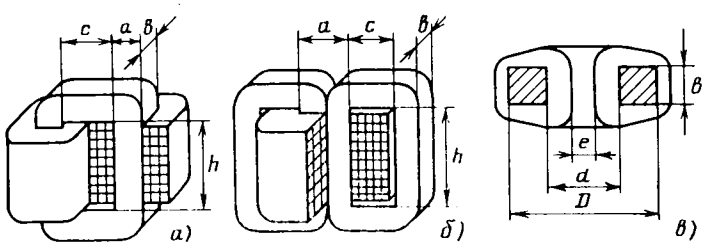


Рис. 2

числяют значения эффективных магнитных проницаемостей по отдельным гармоникам:

$$\mu_r = \frac{B_{r\,\text{син}}}{H_r} = \frac{1}{\pi H_r}\int_0^{2\pi} b(\tau)\cos(r\tau + \varphi_r)\,d\tau, \qquad (7)$$

где $B_{r\,\text{син}}$ — амплитуда синфазной составляющей r-й гармоники индукции.

С целью облегчения проектирования ФУЧ на рис. 1 представлены результаты расчетов в виде зависимостей p/p_0, H_0/H_1, H_n/H_1, H_N/H_1, μ_r/μ_0 от α, где $p_0=0{,}5\,\omega B_m H_1$, $\mu_0=B_m/H_1$, для ступенчатой характеристики ферромагнетика

$$b = \begin{cases} +B_m \text{ при } 0 \leqslant h \leqslant H_m; \\ -B_m \text{ при } -H_m \leqslant h \leqslant 0, \end{cases} \qquad (8)$$

кратностей умножения $N=4\div9$ и оптимальных промежуточных частот $n\omega$ ($n=2$ при $N=4$, $n=3$ при $N=5$, 6, 7, 9, $n=4$ при $N=8$).

Расчеты выполнены на ЦВМ с использованием формул (2), (5) — (8).

Выбор ферромагнитного материала производится с учетом формы его характеристики. Ступенчатая характеристика (8) является наилучшей с точки зрения потенциальных энергетических «ресурсов» ферромагнетика.

Оптимизация параметров нелинейных трансформаторов. Определение оптимальных размеров магнитопроводов и параметров обмоток нелинейных трансформаторов является другой важнейшей задачей, решение которой составляет основу проектирования ФУЧ. Как уже указывалось [4], эта задача принципиально отличается от аналогичной задачи для силовых трансформаторов, поскольку ферромагнетик при умножении частоты является не просто средой, через которую проходит энергия, а представляет собой генератор колебаний умноженной частоты $N\omega$. Отличие от силовых трансформаторов проявляется в ограничении энергетических «ресурсов» ферромагнетика при умножении частоты максимальным значением удельной мощности преобразования. Поэтому заданное значение активной мощности в нагрузке ФУЧ однозначно определяет объем ферромагнетика, и задача оптимизации параметров нелинейных трансформаторов сводится к выбору таких размеров магнитопровода, при которых достигается минимум объема обмоток (меди) и, следовательно, минимум потерь мощности.

Поставленная задача решается при следующих исходных параметрах: 1) $V_{\text{маг}}$ — объем ферромагнетика магнитопровода; H_s ($s=0$, 1, n, N) — амплитуды напряженностей магнитного поля; 2) $I_{\text{эф}s}$ — эффективные значения токов отдельных обмоток нелинейного трансформатора; 3) δ_s — плотности токов в отдельных обмотках; $k_{\text{ок}s}$ — коэффициенты заполнения окна магнитопровода соответствующими обмотками.

Для ее решения составляются три уравнения, два из которых выражают объем обмоток и объем магнитопровода через размеры последнего, третье уравнение учитывает взаимосвязь площадей окна магнитопровода и сечений проводов обмоток, токов в обмотках и напряженностей магнитного поля. Эти уравнения для трех наиболее распространенных типов конструкций магнитопровода имеют следующий вид:

стержневой магнитопровод (рис. 2, *а*)

$$\left.\begin{aligned} V_{\text{обм}} &= 2\text{ch}\,(a+b+\pi c/4); \\ V_{\text{маг}} &= ab\,(\pi a + 2c + 2h);\ ch = \chi\,(\pi a + 2c + 2h); \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

броневой магнитопровод (рис. 2, *б*)

$$\left.\begin{aligned} V_{\text{обм}} &= \text{ch}\,(a+b+\pi c/4); \\ V_{\text{маг}} &= ab\,(\pi a/2 + 2c + 2h);\ ch = \chi\,(\pi a/2 + 2c + 2h); \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

тороидальный магнитопровод (рис. 2, *в*)

$$\left.\begin{aligned} V_{\text{обм}} &= \frac{\pi}{4}b\,(d^2-e^2) + \pi\frac{d^2-e^2}{16d}\left[\pi d\,(d-e) - \right. \\ &\left. -\frac{4}{3}(d-e)^2\right] + \frac{\pi}{24}(d^2-e^2)(D-d)\times \\ &\times\left(4+\frac{D^2+d^2}{Dd}\right) + \pi\frac{d^2-e^2}{4D}z\left(\frac{\pi}{2}D + \right. \\ &\left. + \frac{4}{3}z\right) + \frac{\pi}{4}b\,[(D+2z)^2 - D^2]; \\ V_{\text{маг}} &= \frac{\pi}{4}b\,(D^2-d^2);\ d^2-e^2 = 2\chi D + d), \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

где $V_{\text{обм}}$ — объем обмоток; $V_{\text{маг}}$ — объем магнитопровода; $z=-D+\sqrt{D^2+d^2-e^2}$; a, b, c, h, d, D — размеры магнитопроводов (см. рис. 2); e — диаметр технологического отверстия; χ — конструктивный коэффициент;

$$\varkappa = \frac{H_0}{k_{\text{ок}0}\delta_0} + \sum_{r=1,\,n,\,N}\frac{m_r H_r}{\sqrt{2}\,k_{\text{ок}r}\delta_r}. \qquad (12)$$

Коэффициенты $m_r \geqslant 1$ учитывают увеличение числа витков по сравнению с базовым при использовании преобразователя числа фаз на данной частоте.

В приложении дан вывод выражений (9) — (11).

Оптимизация параметров нелинейного трансформатора является задачей отыскания минимума $V_{\text{обм}}$ при двух ограничениях в виде равенств и сводится к задаче безусловной оптимизации для стержневого и броневого магнитопроводов по параметрам c и h, для тороидального — по параметру d. В результате ее решения находят оптимальные размеры магнитопровода. Базовые числа витков обмоток и сечения проводов

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

рассчитывают по формулам:

$$W_0=\frac{H_0 l_{ср}}{I_{эф0}};\quad W_r=\frac{H_r l_{ср}}{\sqrt{2}I_{эфr}}\quad (r=1,n,N);$$

$$q_s=\frac{I_{эфs}}{\delta_s}\ (s=0,\ 1,\ n,\ N), \qquad (13)$$

где $l_{ср}$ — средняя длина магнитной силовой линии.

Числа витков отдельных обмоток преобразователей числа фаз могут быть определены геометрическим построением векторов м. д. с. или расчетом по известной формуле «синусных» витков.

Решение изложенных выше двух задач составляет основу проектирования ФУЧ с СПГТ и позволяет определить их оптимальные (с точки зрения выбранного критерия — максимальной удельной мощности преобразования ферромагнетика) схемно-конструкторские параметры. На этой основе в зависимости от конкретных условий могут быть построены различные методики расчета ФУЧ, отличающиеся друг от друга незначительными деталями. Одна из них иллюстрируется приведенным ниже примером.

Пример. Исходные данные: кратность умножения $N=8$, входная частота $\omega/2\pi=50$ Гц, активная мощность в нагрузке $P_н=400$ Вт ($\cos\varphi_н=1$), фазное входное напряжение $U_{вх}=220$ В, напряжение на нагрузке $U_н=140$ В.

1. Схема увосьмерителя частоты с самоподмагничиванием промежуточной гармоникой $n=4$ приведена на рис. 3. Выбираем сталь марки Э330. Характеристику намагничивания аппроксимируем выражением (8) и получаем $B_m=1{,}45$ Тл. Принимаем амплитуду первой гармоники напряженности $H_1=6000$ А/м. Задаемся $\alpha=,018$ и из рис. 1 определяем параметры оптимального режима: $p/p_0=0{,}287$; $H_0/H_1=0{,}111$; $H_n/H_1=0{,}541$; $H_N/H_1=0{,}326$; $\mu_1/\mu_0=1{,}167$; $\mu_n/\mu_0=0{,}541$; $\mu_N/\mu_0=0{,}0558$.

2. С учетом потерь в выходной цепи принимаем преобразуемую мощность $P=450$ Вт. Определяем объем одного магнитопровода

$$V_{маг}=\frac{P}{0{,}5\omega B_m H_1 N p/p_0}=1{,}43\cdot10^{-4}\text{м}^3. \qquad (14)$$

Пересчитываем входное и выходное напряжения к токам, предварительно задавшись коэффициентом мощности по входу $\cos\varphi_{вх}=0{,}34$ и к. п. д. $\eta=0{,}6$:

$$I_{эф1}=\frac{P_н}{3U_{вх}\eta\cos\varphi_{вх}}=3\text{А};\qquad I_{эфN}=\frac{P_н}{U_н\cos\varphi_н}=2{,}9\text{А}.$$

Задаемся токами $I_{эф0}=1{,}4$ А, $I_{эфn}=8$ А. Коэффициенты заполнения окна магнитопровода и плотности токов принимаем одинаковыми для всех обмоток; $k_{окs}=0{,}35$; $\delta_s=2{,}5\cdot10^6$ А/м^2. Коэффициент $\chi=1{,}05\cdot10^{-2}$ м (12), при этом для выбранных обмоток $m_1=1{,}145$; $m_n=m_N=1$. В результате оптимизации параметров трансформатора со стержневым магнитопроводом (рис. 2, *а*) находим размеры магнитопровода: $a=0{,}01544$ м; $b=0{,}03306$ м; $c=0{,}03758$ м; $h=0{,}07829$ м.

Близкие размеры и объем имеет половина стандартного магнитопровода ШЛ 32×32: $a=0{,}016$ м; $b=c=0{,}032$ м; $h=0{,}08$ м; $V_{маг}=1{,}39\cdot10^{-4}$ м^3. Эти данные и принимаем для дальнейшего расчета ФУЧ. Параметры обмоток рассчитываем по формулам (13), и принимаем $W_0=130$, $W_1=382$, $W_n=80$, $W_N=130$, диаметры проводов — соответственно 0,86, 1,25, 1,5, 1,2 мм. Числа витков отдельных обмоток входного преобразователя числа фаз указаны на рис. 3. Для входных обмоток используем объединенную конструкцию с охватом одной обмоткой двух магнитопроводов. Конструктивный расчет показывает возможность размещения обмоток в окне магнитопровода. С помощью найденных активных сопротивлений обмоток определяем суммарные активные сопротивления цепей умножителя: $R_{по}=6{,}4$ Ом, $R_{п1}=6{,}4$ Ом, $R_{пn}=1{,}1$ Ом, $R_{пN}=3{,}7$ Ом.

3. Емкости конденсаторов выбираем исходя из условия компенсации индуктивного сопротивления цепей. Эквивалентные индуктивности трансформатора на каждой частоте складываются из трех составляющих:

1) обусловленной нелинейной частью характеристики намагничивания

$$L_r=\frac{\mu_r}{\mu_0}\frac{W_r^2 S_{маг}}{l_{ср}}\frac{B_m}{H_1}(r=1,\ n,\ N),$$

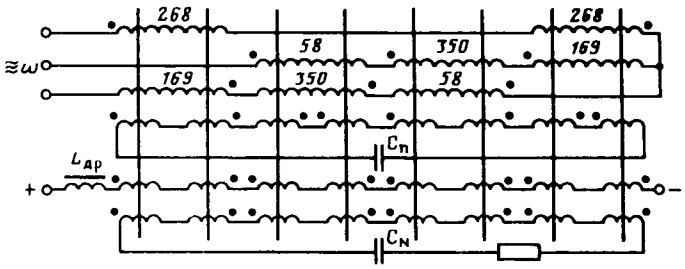


Рис. 3

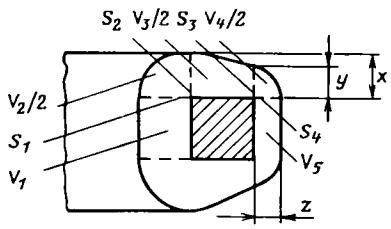


Рис. 4

где значения μ_r/μ_0 приведены на рис. 1, *г—е*; $S_{маг}$ — площадь сечения магнитопровода;

2) обусловленной линейной частью характеристики намагничивания, вычитаемой из исходной кривой при аппроксимации;

3) индуктивности рассеяния.

Результирующие значения индуктивностей составляют $L_\omega=0{,}173$ Гн, $L_{n\omega}=1{,}41\cdot10^{-2}$ Гн, $L_{N\omega}=9{,}1\cdot10^{-3}$ Гн. Емкости конденсаторов, найденные из условия компенсации $L_{n\omega}$, $L_{N\omega}$, имеют значения $C_n=45$ мкФ, $C_N=17$ мкФ. Индуктивность дросселя в цепи подмагничивания принимаем на порядок больше эквивалентной индуктивности на выходной частоте, приведенной к цепи подмагничивания $\left(L_0=L_{N\omega}W_0^2/W_N^2\right)-L_{др}=0{,}08$ Гн.

4. Для определения энергетических показателей необходимо найти мощности потерь в ФУЧ. Мощности потерь в обмотках, рассчитанные по известным токам и сопротивлениям обмоток, составляют $P_{п1}=58$ Вт, $P_{пn}=71$ Вт, $P_{пN}=31$ Вт. Приняв удельную мощность потерь в стали 12 Вт/кг, находим мощность потерь в магнитопроводах $P_{пмаг}=92$ Вт и распределяем ее между входной, холостой и выходной цепями пропорционально второй степени индукции соответствующей частоты и степени 1,5 частоты. Таким образом, суммарные мощности потерь на частотах $r\omega$ составляют $P_{п\omega}=114$ Вт, $P_{пn\omega}=97$ Вт, $P_{пN\omega}=41$ Вт. В связи с изменением объема ферромагнетика преобразуемая мощность согласно соотношению (14) $P=436$ Вт. Рассчитав мощность потерь в цепи подмагничивания ($P_{по}=20$ Вт), найдем энергетические показатели умножителя:

$$P_н=P-P_{пN\omega}=395\text{ Вт};\quad \eta=\frac{P_н}{P+P_{п\omega}+P_{пn\omega}+P_{по}}=0{,}59.$$

5. Из теплового расчета найдено, что значение перегрева при естественном воздушном охлаждении составит 80 °С.

По указанным расчетным данным был изготовлен и испытан ферромагнитный увосьмеритель частоты. При расчетном значении входного тока путем изменения значений емкостей конденсаторов, тока подмагничивания и сопротивления нагрузки устанавливался режим с максимальной выходной мощностью. При этом параметры оптимального режима отличались от расчетных не более, чем на 20 %. Основные энергетические показатели $P_н=320$ Вт, $\eta=0{,}6$. Расхождение результатов расчета и эксперимента вызвано главным образом отличием реальной кривой намагничивания от ступенчатой функции.

Приложение. Вывод соотношений (9) — (11). Выражения для объема обмоток для стержневой и броневой конструкций и объема магнитопровода всех трех конструкций находятся на основе рис. 2 с учетом полного заполнения окна магнитопровода и пояснений не требуют. Объем обмоток тороидаль-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ного трансформатора определим с помощью рис. 4. Условие равенства площади сечения обмоток по длине витка имеет вид

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4,$$

где $S_1 = \frac{\pi (d^2 - e^2)}{4}$; $S_2 = \pi dx$; $S_3 = \pi Dy$;

$$S_4 = \frac{\pi}{4}[(D + z)^2 - D^2], \quad \text{откуда } x = \frac{d^2 - e^2}{4d};$$

$$y = \frac{d^2 - e^2}{4D}; \quad z = -D + \sqrt{D^2 + d^2 - e^2}.$$

Объемы частей обмоток определяем как

$$V_1 = \frac{\pi}{4} b (d^2 - e^2);$$

$$V_2 = \frac{\pi^2}{4} d (d - e) x - \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d - e}{2}\right)^2 x;$$

$$V_3 = \frac{\pi^2}{2} D^2 y + \frac{\pi}{6}(D^2 + d^2 + Dd)(x - y) - \frac{\pi}{2} d^2 x;$$

$$V_4 = \frac{\pi^2}{2} Dyz + \frac{4}{3}\pi y z^2;$$

$$V_5 = \frac{\pi}{4} b [(D + 2z)^2 - D^2].$$

Складывая объемы частей и подставляя x, y, находим $V_{обм}$. Третье уравнение получается следующим образом. Взаимосвязь площадей окна магнитопровода и сечений проводов обмоток имеет вид

$$S_{ок} = \frac{W_0 q_0}{k_{ок0}} + \sum_{r=1, n, N} \frac{m_r W_r q_r}{k_{окr}}, \qquad (П\text{-}1)$$

где $S_{ок}$—площадь окна; q_s—площадь сечения провода соответствующей обмотки; W_s—базовое число витков ($s = 0, 1, n, N$).

Подставляя в (П-1) соотношения

$$W_0 = \frac{H_0 l_{ср}}{I_{эф0}}, \quad W_r = \frac{H_r l_{ср}}{\sqrt{2} I_{эфr}} \ (r = 1, n, N),$$

$$q_s = \frac{I_{эфs}}{\delta_s} \ (s = 0, 1, n, N),$$

где $l_{ср}$—средняя длина магнитной силовой линии, находим

$$S_{ок} = \left(\frac{H_0}{k_{ок0}\delta_0} + \sum_{r=1, n, N} \frac{m_r H_r}{\sqrt{2} k_{окr}\delta_r}\right) l_{ср}.$$

Выражая $S_{ок}$ и $l_{ср}$ через размеры магнитопровода, получаем искомое уравнение, при этом в тороидальной конструкции

$$S_{ок} = \frac{\pi}{4}(d^2 - e^2).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ферромагнитные** умножители частоты/ А. М. Бамдас, И. В. Блинов, Н. В. Захаров, С. В. Шапиро. — М.: Энергия, 1968.— 176 с.

2. **Захаров Н. В.** Вопросы проектирования ферромагнитного преобразователя частоты в 4 раза. — В кн.: Вопросы анализа и синтеза электрических цепей и устройств с электронными приборами. Чебоксары: ЧГУ, 1974, вып. 1, с. 143—152.

3. **Шапиро С. В., Рахимов Б. Э., Рогинская Л. Э.** Универсальный алгоритм расчета электромагнитного режима ферромагнитных умножителей частоты на ЭЦВМ.— Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1974, № 3.

4. **Рожанский Л. Л.** Технико-экономический расчет многофазных умножителей частоты.— Вестник электропромышленности, 1950, № 6, с. 15—19.

[16.07.85]

УДК 621.3.044:538.323

Переменное электромагнитное поле в проводящем цилиндре конечных размеров

АЛЕКСЕЕВ О. Г., МАЛЬЦЕВ В. В., ПРИЕМСКИЙ Д. Г.

Переменный магнитный поток, пронизывающий проводящий цилиндр, как известно, распределяется по сечению цилиндра неравномерно. Размагничивающее действие вихревых токов приводит к ослаблению магнитной индукции в направлении от поверхности цилиндра к его оси.

Задача о расчете магнитной индукции $\bar{B}$ и электрической напряженности $\bar{E}$ в проводящем цилиндре с электропроводностью γ и магнитной проницаемостью μ=const имеет аналитическое решение для случая, когда длина цилиндра бесконечна и это допущение используется во многих расчетных моделях взаимодействия переменного магнитного поля с цилиндрическим проводником [1 и 2]. Естественно, такое упрощение, особенно при решении задач, в которых высота и радиус цилиндра сопоставимы, может привести к значительной погрешности при расчете параметров электромагнитного поля.

В статье изложен расчет электромагнитного поля в цилиндре конечных размеров. В качестве примера рассматривается поле в цилиндре, помещенном в однородное переменное магнитное поле, направленное по оси цилиндра (рис. 1).

Из уравнений Максвелла, используя уравнение состояния вещества, обычными методами можно получить следующее уравнение:

$$\frac{4\pi\gamma}{c^2}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \frac{1}{\mu}\nabla^2 \bar{B} = \frac{4\pi}{c}\nabla_\gamma \times (\bar{E}\gamma) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma}{c\mu}\nabla_\mu \times (\bar{E}\mu) + \frac{1}{c\mu}\nabla_\mu \times \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}\mu\right) + \nabla \times \left[\frac{1}{\mu^2}\nabla_\mu \times (\bar{B}\mu)\right],$$

где $\nabla_\gamma \times$, $\nabla_\mu \times$ означает дифференцирование по параметрам γ и μ.

Полученное уравнение имеет вид уравнения теплопроводности и его решение при нулевом начальном значении вектора магнитной индукции можно представить как

$$\bar{B} = f * \tilde{\mathscr{E}} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} * \tilde{\mathscr{E}},$$

где

$$\bar{f} = \frac{1}{\gamma}\nabla\gamma \times (E\gamma) + \frac{c}{\mu}\nabla\mu \times (\bar{E}\mu) + \frac{c}{4\pi\gamma\mu}\nabla\mu \times \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t}\mu\right) + a^2 \nabla \times \left[\frac{1}{\mu^2}\nabla\mu \times (\bar{B}\mu)\right];$$

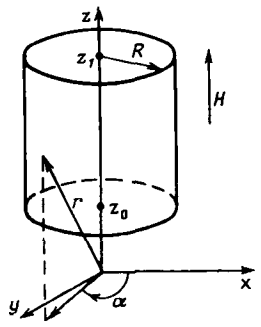
$$a^2 = \frac{c^2}{4\pi\mu\gamma}; \quad \tilde{\mathscr{E}} = \exp[-(x^2 + y^2 + z^2)/(4a^2 t)]/(2a\sqrt{\pi t})^3.$$

Ясно, что, рассматривая распределение магнитной индукции внутри цилиндра, токами смещения можно пренебречь. Поэтому внутри и на границе цилиндра распределение магнитной индукции (в цилиндрической системе координат) определится выражениями

$$\bar{B}(r, z, t) = \left[\int_0^t \int_0^R \rho \left(2cE\mathscr{E} + a^2 B_\rho \mathscr{E}'_z\right)\Big|_{\zeta = z_0}^{\zeta = z_1} d\rho d\tau + a^2 R \int_0^t \int_{z_0}^{z_1} B_z \mathscr{E}'_z d\zeta d\tau\Big|_{\rho = R}\right]\bar{e}_\rho + \left\{-\int_0^t \int_{z_0}^{z_1} [2cRE_\varphi \mathscr{E} - a^2 B_z \mathscr{E} +$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Рис. 1



$$+ a^2 B_z (\mathscr{E}\rho)'_\rho \Big]\Big|_{\rho=R} d\zeta d\tau + a^2 \int_0^t \int_0^R B_\rho \mathscr{E}'_\rho \Big|_{\zeta=z_0}^{\zeta=z_1} d\rho d\tau \Big\} \bar{e}_z,$$

$$\mathscr{E} = 2\pi \frac{e^{-\frac{r^2+\rho^2+(z-\zeta)^2}{4a^2(t-\tau)}}}{[2a\sqrt{\pi(t-\tau)}]^3} I_0 \left[\frac{r\rho}{2a^2(t-\tau)}\right], \qquad (1)$$

где I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента.

В формуле (1) мы учли, что производная от электропроводности γ и магнитной проницаемости μ на границе раздела сред пропорциональна δ-фунции Дирака.

Аналогично (1) можно получить следующее уравнение для определения электрической напряженности внутри цилиндра:

$$\bar{E}(r, z, t) = \left[\int_0^t \int_0^R \frac{c \frac{\partial H_\rho}{\partial t}}{4\pi\gamma\mu} \rho \mathscr{E} d\rho d\tau \Big|_{\zeta=z_0}^{\zeta=z_1} - \right.$$

$$\left. - \int_0^t \int_{z_0}^{z_1} \frac{cR \frac{\partial H_z}{\partial t}}{4\pi\mu\gamma} \mathscr{E}\Big|_{\rho=R} d\zeta d\tau \right] \bar{e}_\varphi. \qquad (2)$$

Уравнения (1) и (2) позволяют определить характеристики электромагнитного поля $(\bar{B}, \bar{E})$ в проводящем цилиндре при условии, что заданы распределения векторов $(\bar{B}, \bar{E})$ на боковой поверхности и основаниях цилиндра.

Уравнения (1) и (2) существенно упрощаются, если цилиндр рассматривается в однородном переменном магнитном поле. В этом случае, рассматривая электромагнитное поле вне цилиндра, осевую составляющую магнитной напряженности можно разложить в ряд Тейлора как функцию радиуса цилиндра R:

$$H_z(r, z, t) = H_z(z, t) + \frac{\partial^2 H_z}{\partial R^2}\Big|_{R=0} \frac{R^2}{2} + O(R^3). \qquad (3)$$

Подставляя разложение (3) в (2) и пренебрегая членами второй степени малости относительно R, получаем

$$E(r, z, t) = \int_0^t \int_{z_0}^{z_1} \frac{cR}{4\pi\gamma\mu} \frac{\partial H_z(\zeta\tau)}{\partial t} \mathscr{E}\Big|_{\rho=R} d\zeta d\tau. \qquad (4)$$

Из (1) следует, что радиальная составляющая вектора магнитной индукции удовлетворяет уравнению

$$B_\rho(r, z, t) = \int_0^t \int_0^R 2c\rho E \mathscr{E} d\rho d\tau \Big|_{\zeta=z_0}^{\zeta=z_1} +$$

$$+ a^2 R \int_0^t \int_{z_0}^{z_1} B(\zeta, \tau) \mathscr{E}'_z d\zeta d\tau \Big|_{\rho=R}. \qquad (5)$$

Здесь мы исключили член, содержащий $B_\rho \mathscr{E}'_z$, так как этом члене учитывается обратное влияние оснований цилиндра, которое при выполнении условия $h^2 \gg 4a^2 t$, где h — высота цилиндра, является пренебрежимым.

Так как с учетом (4) и (5) уравнение (1) для B_z представляет собой интегральное уравнение Фредгольма второго рода, то решая его методом последовательных приближений, получим, что в силу малости ядра интегрального преобразования и малости объема интегрирования, достаточно ограничиться нулевой итерацией, т. е.

$$B_z(r, z, t) = \int_0^t \int_{z_0}^{z_1} 2cRE\mathscr{E} d\zeta d\tau + a^2 \int_0^t \int_0^R \rho B_\rho \mathscr{E}'_\rho \Big|_{\zeta=z_0}^{\zeta=z_1} d\rho d\tau, \qquad (6)$$

что с учетом (4) и (5) решает поставленную задачу.

Численный расчет по формуле (4) электрической напряженности показал, что при $R \geqslant 2$ мм электрическая напряженность на основании цилиндра при характерной частоте процесса более килогерца, принимая максимальное значение на границе цилиндра, убывает практически до нуля при уменьшении радиуса до $r = R/2$. Используя это обстоятельство при асимптотическом разложении функции Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка, получим, что напряженность на основании цилиндра

$$E(r, z_0, t) = -\sqrt{\frac{\mu R}{\gamma_r}} \frac{1}{4\pi} \left\{ \sqrt{t} e^{-\frac{(R-r)^2}{4a^2 t}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\pi} \frac{(R-r)}{2a} \left[\exp\left(\frac{R-r}{2a\sqrt{t}}\right) - 1 \right] \right\}$$

и на боковой поверхности

$$E(R, z, t) = \frac{-\sqrt{\mu}}{4\pi\sqrt{\gamma}} \left[\Phi\left(\frac{z_1 - z}{2a\sqrt{t}}\right) + \Phi\left(\frac{z - z_0}{2a\sqrt{t}}\right) \right] \sqrt{t}.$$

Численный расчет на ЭВМ радиальной составляющей магнитной индукции B_ρ по формуле (5) показал, что, как и электрическая напряженность, B_ρ быстро убывает к нулю, и поэтому, заменяя $I_0(x)$ ассимптотическим выражением, найдем:

$$B_\rho(r, z_0, t) = \frac{\mu}{4\pi} \sqrt{\frac{R}{r}} \int_0^t \frac{\tau}{t-\tau} \left[1 - e^{-\frac{(z_1 - z_0)^2}{4a^2(t-\tau)}} \right] \times$$

$$\times \left\{ e^{-\frac{(R-r)^2}{4a^2(t-\tau)}} - e^{-\frac{(R-r)^2}{4a^2(t-\tau)}} \left(1 - \frac{\tau}{t}\right) \sqrt{1 - \frac{\tau}{t}} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\Phi\left(\frac{4at - \sqrt{\tau}(R-r)}{2a\sqrt{t(t-\tau)}}\right) + \Phi\left(\frac{\sqrt{\tau}(R-r)}{2a\sqrt{t(t-\tau)}}\right) \right] \right\} d\tau. \qquad (7)$$

Аналогично (7) уравнение для численного расчета осевой составляющей магнитной индукции можно записать в виде

$$B_z(r, z, t) = \frac{\mu}{2\pi} \sqrt{\frac{R}{r}} \int_0^t e^{-\frac{(r-R)^2}{4a^2(t-\tau)}} \left[\Phi\left(\frac{z - z_0}{2a\sqrt{t-\tau}}\right) + \right.$$

$$+ \Phi\left(\frac{z_1 - z}{2a\sqrt{t-\tau}}\right) + \Phi\left(\frac{z - z_0 - 2a\sqrt{\tau}}{2a\sqrt{t-\tau}}\right) -$$

$$\left. - \Phi\left(\frac{z - z_1 + 2a\sqrt{\tau}}{2a\sqrt{t-\tau}}\right) \right] \sqrt{\frac{\tau}{t-\tau}} d\tau +$$

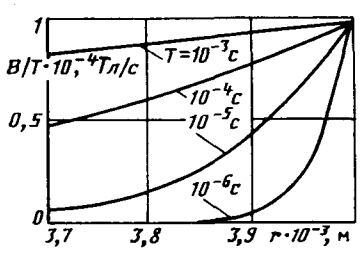


Рис. 2

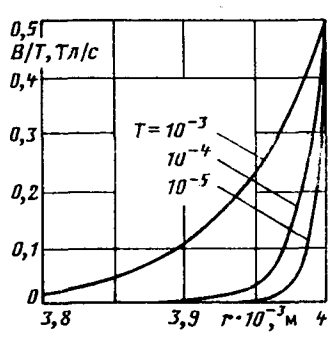


Рис. 3

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

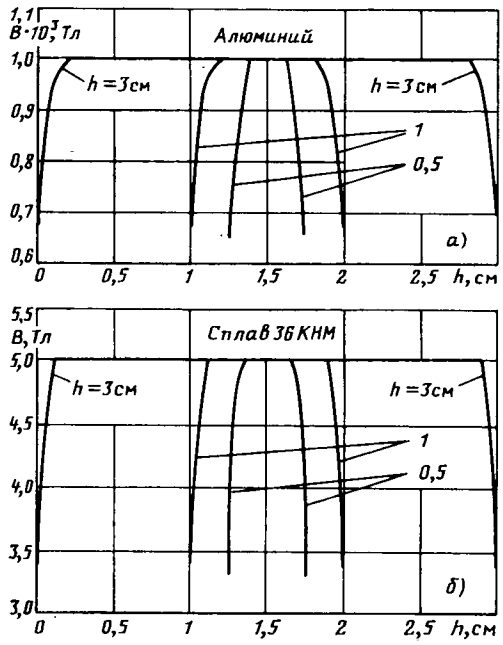


Рис. 4

$$+\frac{\mu\gamma}{2c^2\sqrt{\tau}}\int_0^t\int_0^R \sqrt{\rho}\,\frac{e^{-\frac{(r-\rho)^2}{4a^2(t-\tau)}}}{(t-\tau)^2}\,(r-\rho)\,B_\rho(r,\tau)\,d\rho\times$$

$$\times\left[e^{-\frac{(z-z_1)^2}{4a^2(t-\tau)}}-e^{-\frac{(z-z_0)^2}{4a^2(t-\tau)}}\right]d\tau. \qquad (8)$$

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчетов на ЭВМ для цилиндров из алюминия и сплава 36КНМ соответственно. Радиус цилиндров 0,4 см, высота 1 см, электропроводность алюминиевого цилиндра равна $3{,}7\cdot10^7$ Сим/м, магнитная проницаемость равна единице, электропроводность цилиндра из сплава 36КНМ равна $2{,}1\cdot10^6$ Сим/м, зависимость магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля представлена в [3]. Скорость изменения внешнего магнитного поля принята равной 10^3 э·с$^{-1}$. Нелинейная зависимость $\mu(H)$ учитывалась при определении магнитной индукции μ_e на границе цилиндра, а внутри цилиндра магнитная проницаемость предполагалась равной магнитной проницаемости на границе цилиндра.

Из приведенных рисунков видно, что распределение магнитной индукции в цилиндре из сплава 36КНМ характеризуется большим убыванием магнитной индукции или, что эквивалентно, меньшим значением толщины скин-слоя по сравнению с алюминиевым цилиндром. Кроме того, приведенные графики указывают на увеличение объема, занятого магнитным полем с течением времени, причем скорость заполнения объема магнитным полем в алюминиевом проводнике выше.

Ясно, что учет нелинейной зависимости $\mu(H)$ [3] приведет к большей скорости заполнения объема магнитным полем или, что эквивалентно, к большей толщине скин-слоя, однако для многих материалов в широком диапазоне изменения магнитной индукции этой нелинейностью можно пренебречь (см. например, [1]).

На рис. 4, *а* и *б* представлены кривые распределения магнитной индукции $B_z(R, z, t)$ по боковой поверхности цилиндра при различных высотах цилиндра для цилиндров из алюминия и сплава 36КНМ соответственно. Из рисунков видно, что магнитная индукция в сечении $z=h/2$ на боковой поверхности цилиндра не зависит от размеров цилиндра и определяется только магнитной проницаемостью материала цилиндра и напряженностью внешнего магнитного поля.

Анализ полученных результатов показывает, что параметры электромагнитного поля в цилиндре существенно зависят от его высоты, магнитной проницаемости и электропроводности материала.

В заключение отметим, что если цилиндр имеет бесконечную длину, то распредление осевой составляющей магнитной индукции определяется первым слагаемым в (8) и $B_z(R, h/2, t)=\mu t$, что вполне согласуется с [1]. Таким образом, точность приближения

$$\Phi\left(\frac{z_1-z}{2a\sqrt{t-\tau}}\right)+\Phi\left(\frac{z-z_0}{2a\sqrt{t-\tau}}\right)+\Phi\left(\frac{z-z_0-2a\sqrt{\tau}}{2a\sqrt{t-\tau}}\right)-$$

$$-\Phi\left(\frac{z-z_1+2a\sqrt{\tau}}{2a\sqrt{t-\tau}}\right)\approx 4$$

и погрешность от приравнивания нулю второго слагаемого в (8) определяют точность вычислений при замене короткого цилиндра бесконечно длинным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ламмеранер И., Штафль М.** Вихревые токи.— М.: Энергия, 1967.

2. **Калихман С. А.** Переходные электромагнитные процессы при взаимодействии импульсного магнитного поля с цилиндрическим проводником.— Электричество, 1981, № 9.

3. **Болдырев Е. А., Зихерман М. Х., Камнева Н. П.** Переменное электромагнитное поле в проводящем листе с нелинейной магнитной проницаемостью.— Электричество, 1974, № 3.

[1.10.85]

УДК 621.372.061

Полирежимность электрических цепей с управляемыми коммутаторами

ЯГУП В. Г., канд. техн. наук

Харьковский политехнический институт

Цепи с циклическими переключаемыми коммутаторами (ЦЦПК) являются важным классом цепей, находящих широкое практическое применение [1 и 2]. К таким цепям в расчетном плане сводятся многие схемы устройств техники преобразования параметров электрической энергии, связи, аналоговой и цифровой вычислительной техники. В связи с автоматизацией проектирования электротехнических устройств на первый план выдвинулись вопросы использования машинных моделей для анализа переходных и периодических режимов в ЦЦПК.

Одной из важнейших задач машинного расчета является нахождение периодических режимов ЦЦПК, что необходимо для оценки ряда основных характеристик схемы. Однако, как показывают машинные эксперименты, периодический режим, устанавливающийся в процессе пуска схемы с нулевых начальных условий, не является единственным для ЦЦПК.

В качестве примера рассмотрим схему с управляемыми коммутаторами *К1—К4*, представленную на рисунке, 1 *а*. Нормированные параметры схемы следующие: $C_1=C_2=0{,}0985$; $R_1=1{,}08$; $L_1=1{,}0$; $L_2=47{,}5$; $E_1=100$. Коммутаторы переключаются с частотой $f=0{,}5$ по закону, представленному коммутационными группами на рисунке, 1, *б*.

Обозначим переменные состояния: $x_1=v_{C1}$, $x_2=v_{C2}$, $x_3=i_{L1}$; $x_4=i_{L2}$.

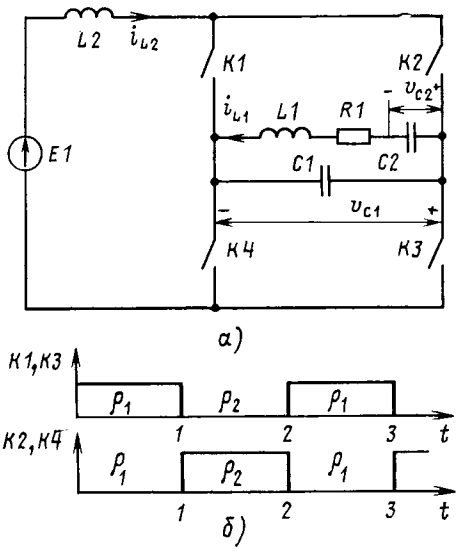
Система дифференциальных уравнений, описывающих схему в состоянии ρ_1, когда замкнуты коммутаторы *К1* и *К3*, выглядит следующим образом:

$$dx_1/dt=(-x_3-x_4)/0{,}0985;$$

$$dx_2/dt=x_3/0{,}0985;$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Текущее время, с	Значения переменных для первого режима				Значения переменных для второго режима			
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1	x_2	x_3	x_4
0	203,530	471,563	49,642	132,670	—000,0395	262,0054	49,8851	134,87368
0,2	—81,498	486,384	—41,788	133,282	—289,861	278,023	—41,072	134,618
0,4	—168,463	302,837	—132,394	133,112	—379,641	95,474	—132,235	133,563
0,6	—128,080	—7,567	—160,470	132,888	—338,821	—215,378	—161,016	132,450
0,8	—104,908	—300,506	—118,936	132,849	—312,560	—509,620	—119,523	131,529
1,0	—203,524	—471,525	—49,634	132,671	—407,134	—681,119	—49,398	130,485
1,2	81,498	—486,339	41,787	133,283	—126,858	—694,746	42,503	131,965
1,4	168,473	—302,801	132,387	133,112	—42,673	—510,198	132,557	132,678
1,6	128,107	7,586	160,462	132,889	—82,598	—200,228	159,935	133,344
1,8	104,946	300,515	118,934	132,849	—102,674	91,436	118,365	134,186
2,0	203,561	471,535	49,637	132,671	—000,0124	262,0052	49,8849	134,87370



$$dx_3/dt = x_1 - x_2 - 1{,}08x_3;$$

$$dx_4/dt = (100 + x_1)/47{,}5.$$

Аналогично для второго состояния ρ_2, когда замкнуты коммутаторы $K2$ и $K4$, получим:

$$dx_1/dt = (x_4 - x_3)/0{,}0985;$$

$$dx_2/dt = x_3/0{,}0985;$$

$$dx_3/dt = x_1 - x_2 - 1{,}08x_3;$$

$$dx_4/dt = (100 - x_1)/47{,}5.$$

Непосредственной подстановкой начальных условий и численным интегрированием дифференциальных уравнений на ЭВМ можно показать что в данной схеме могут существовать по крайней мере два периодических режима с начальными условиями: 1) $x_1(0)=203{,}530$, $x_2(0)=471{,}563$; $x_3(0)=49{,}642$; $x_4(0)=132{,}6706$; 2) $x_1(0)=-0{,}03962$; $x_2(0)=262{,}0044$; $x_3(0)=49{,}8869$; $x_4(0)=134{,}8728$.

Значения переменных внутри периода для обоих режимов представлены в таблице.

Полученные результаты указывают на свойство неконвергентности, присущее цепям с управляемыми коммутаторами. Физически наличие нескольких периодических режимов может быть объяснено существованием в фазовом пространстве нескольких начальных точек, движение из которых по фазовым траекториям, обусловленным топологией и параметрами схемы, а также программой управления коммутаторами, приводит изображающую точку по истечении периода в исходное положение.

В связи с наличием такой полирежимности представляет значительный интерес решение следующих задач:

1. Определение количества максимально возможных режимов в ЦЦПК, а также выявление зависимости количества периодических режимов от параметров и характеристик схемы и количества состояний коммутаторов на периоде управления ими.

2. Разработка методов анализа цепей с управляемыми коммутаторами, позволяющих найти все возможные периодические режимы.

3. Определение областей фазового пространства и их границ, соответствующих начальным точкам, движение из которых естественным образом приводит систему с коммутаторами к тому или иному периодическому режиму.

4. Выявление условий, при которых в ЦЦПК возможны переходы от одного периодического режима к другому, и возможностей практического использования этих явлений.

5. Разработка методов и технических средств идентификации вида режима в реальных электротехнических устройствах с управляемыми коммутаторами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Розенфельд А. С., Яхинсон Б. И.** Переходные процессы и обобщенные функции. — М.: Наука, 1966.

2. **Hayashi S.** Periodically interrupted electric circuits.— Denki-Shoin, Kyoto, Japan, 1961.

[29.12.84

Уважаемый читатель!

Имеется в продаже и высылается наложенным платежом книга: Клюев А. С., Глазов Б. В., Миндин М. Б. Техника чтения схем автоматического и технологического контроля. — Энергоатомиздат. — 2-е изд., перераб. и доп. — 1983. — 376 с. — 1 р. 30 к.

Книга написана на основании опыта Главмонтажавтоматики Министерства монтажных и специальных строительных работ СССР. В основу изложения положены конкретные, широко распространенные схемы систем управления, контроля и автоматизации различных технологических процессов. Приведенные примеры дополнены контрольными вопросами для самостоятельной проработки, ответы на вопросы даны в приложениях.

Заказы направлять по адресам:
191196, Ленинград, Невский пр-т, 28
Ленинградский книготорг
440600, г. Пенза, ул. Славы, 4
Книготорг
454000, Челябинск, ул. Воровского, 2
Книготорг

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.372.061.001.8

О существовании нескольких стационарных режимов в линейной цепи с ключевыми элементами

(отклик на статью Ягупа В. Г. «Полирежимность электрических цепей с управляемыми коммутаторами», — «Электричество», 1986, № 6)

КОНЕВ Ф. Б., канд. физ.-мат. наук

Москва

Расчет периодических (стационарных) режимов в схемах с вентилями, к которым относятся силовые схемы статических преобразователей, является чрезвычайно важной для анализа и проектирования преобразователей задачей. Особенно важна разработка методов непосредственного расчета стационарных режимов, без расчета переходных процессов. Поэтому высказанное в [1] предположение о существовании нескольких стационарных режимов в идеализированных схемах с вентилями (вентили — идеальные ключи, все другие элементы схемы линейны) требует особого внимания и критического подхода. Этим объясняется развернутый характер данной заметки.

К сожалению, автор сообщения ограничился только констатацией результатов одного численного эксперимента и не попытался проанализировать полученные результаты.

На рисунке представлены зависимости переменных x_i от времени в течение периода. Верхними индексами у переменных обозначены номера вариантов расчета, соответствующие различным начальным условиям:

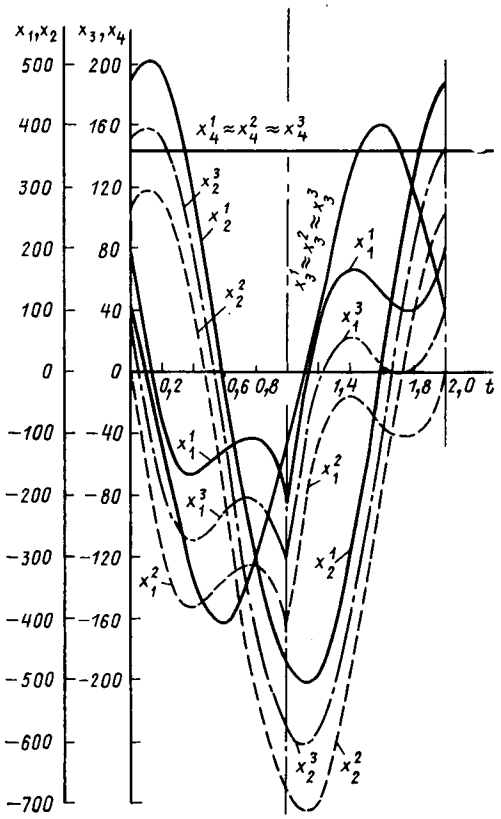
$x_1^1(0) = 203{,}553$; $x_2^1(0) = 471{,}572$; $x_3^1(0) = 49{,}644$; $x_4^1(0) = 132{,}681$;

$x_1^2(0) = -0{,}04$; $x_2^2(0) = 268{,}019$; $x_3^2(0) = 49{,}644$; $x_4^2(0) = 132{,}681$.

Анализ рисунка и систем уравнений схемы, приведенных в сообщении, позволяет оценить достоверность выводов автора.

Нетрудно заметить, что при выбранных значениях параметров элементов схемы

$$\frac{dx_4}{dt} \approx 0, \quad x_4(t) \approx \text{const}, \tag{1}$$



что физически соответствует почти полностью сглаженному входному току инвертора (большая величина индуктивности L_2). Соответственно этому системы уравнений схемы становятся вырожденными. Кроме того, для принятых наборов начальных условий выполняются следующие специфические соотношения:

$$\left.\begin{aligned} x_1^1(0) - x_2^1(0) \approx x_1^2(0) - x_2^2(0) = -268{,}019; \\ x_3^1(0) \approx x_3^2(0); \\ x_4^1(0) \approx x_4^2(0). \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

При выполнении условий (1) и (2) для систем уравнений схемы можно получить путем расчетов сколько угодно точных периодических решений. Для подтверждения сказанного в таблице и на рисунке представлены результаты численного решения уравнений при начальных условиях: $x_1^3(0) = 100$; $x_2^3(0) = 368{,}019$; $x_3^3(0) = 49{,}644$; $x_4^3(0) = 132{,}681$; т. е. при наличии связи

$$x_1^3(0) - x_2^3(0) \approx x_1^1(0) - x_2^1(0) = -268{,}019.$$

Указанная связь между переменными, если она существует для $t=0$, сохраняется для любого момента времени t в течение периода, что хорошо видно на рисунке. Некоторые небольшие различия в числах по сравнению с данными, приведенным в статье Ягупа В. Г., объясняются погрешностями численного решения систем дифференциальных уравнений, которые, естественно, накладываются на результаты.

Приведенные примеры численных решений вовсе не означают, что в схеме действительно существует множество стационарных режимов. Единственность стационарного режима доказывается как математически, так и физически.

В рассматриваемой схеме однофазного мостового инвертора в силу того, что интервал периодичности работы схемы равен половине периода, задача расчета стационарного (периодического) режима формулируется как краевая задача для линейной системы дифференциальных уравнений (T — полупериод):

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX}{dt} = AX + B; \\ X(0) = KX(T), \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где K — коммутационная матрица [1].

Единственность решения этой задачи хорошо известна.

На основе уравнений вида (3) в [1] предложен простой матричный алгоритм расчета стационарного режима, который позволяет избежать итерационных процедур при решении краевой задачи. Алгоритм основан на формировании разностного уравнения для рассматриваемой схемы

$$X(n+1, 0) = KGX(n, 0) + KH \tag{4}$$

t	x_1^3	x_2^3	x_3^3	x_4^3
0	100	368,019	49,644	132,681
0,2	—184,626	382,858	—41,759	132,858
0,4	—270,478	199,500	—132,215	132,255
0,6	—228,565	—110,260	—160,000	131,605
0,8	—203,673	—401,886	—118,115	131,146
1,0	—300,404	—570,912	—48,508	131,556
1,2	—21,234	—583,745	42,367	131,589
1,4	62,970	—400,431	131,556	131,858
1,6	23,369	—92,903	158,640	132,078
1,8	2,742	196,289	117,285	132,475
2,0	103,324	365,014	49,129	132,722

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

и нахождении начальных значений $X(\infty, 0)$ для стационарного режима путем решения системы алгебраических уравнений вида:

$$(E - KG)\, X(\infty, 0) = KH, \qquad (5)$$

где G — переходная матрица; H — вектор, учитывающий действие источников в схеме; E — единичная матрица; n — номер интервала периодичности.

Указанный алгоритм обобщен на случай нескольких интервалов непрерывности на интервале периодичности работы схемы, в том числе на случай, когда длительности интервалов непрерывности в стационарном режиме заранее не известны. Разработаны эффективные диалоговые программы расчета стационарных режимов на алгоритмическом языке Бэйсик для персональных ЦВМ, с помощью которых, в частности, получен стационарный режим x_i^1 (0) для рассматриваемой выше схемы.

Кроме вычислительных аспектов, задача определения стационарного режима имеет и наглядную физическую трактовку: в стационарном режиме выполняются условия баланса мощностей. Именно исходя из этих условий оцениваются параметры стационарного режима в методе первой гармоники (основной частоты) [2] при $L_2 \to \infty$, т. е. при идеально сглаженном входном токе инвертора. Нетрудно заметить (см. рисунок), что указанным условиям соответствует только набор начальных значений x_i^1 (0) с нулевой постоянной составляющей в выходном напряжении инвертора. В фазовом пространстве этому режиму соответствует единственный устойчивый предельный цикл.

Таким образом, на вопросы, поставленные Ягупом В. Г. в конце его статьи в виде проблем, которые надо решать, есть конкретные и достаточно очевидные ответы. Конечно, сказанное выше не означает, что изучение схем с вентилями как нелинейных систем не откроет какие-либо новые их свойства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Конев Ф. Б.** Численно-аналитический расчет электромагнитных процессов в силовых схемах вентильных преобразователей. — ЭП. Сер. Преобразоват. техника, 1981, вып. 1 (129), с. 5—7.

2. **Ковалев Ф. И.** и др. Стабилизированные автономные инверторы с синусоидальным выходным напряжением, — М.: Энергия, 1972. — 152 с.

[05.12.85]

УДК 621.372.001.24

Расчет периодических режимов в нелинейных электрических цепях

КОЛЕВ Л., РАДЕВ Н., СТАНЧЕВ К.

НРБ

Численный расчет периодических режимов (ПР) в нелинейных электрических цепях является важным этапом анализа этих цепей [1—3 и др.]. Все известные методы расчета ПР могут быть разбиты на три основные группы:

1) методы, решение при которых получают путем расчета переходного процесса до достижения установившегося режима [1, 4];

2) методы, при которых исходная задача сводится тем или иным способом к составлению и решению соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений [2, 5 и др.];

3) методы, при использовании которых решение исходной задачи получается на основе решения соответствующей оптимизационной задачи [6 и 7].

За исключением некоторых частных случаев [8] все известные методы характеризуются тем, что они дают возможность найти только один периодический режим исследуемой цепи. В случае применения методов второй группы для поиска других периодических режимов в [9 и 10] предлагается использовать подход, изложенный в [11 и 12], который позволяет найти новые решения системы нелинейных уравнений.

В данной статье предлагается алгоритм определения ПР в нелинейных цепях, который относится ко второй группе. Система нелинейных уравнений составляется на основе метода граничной задачи, а для ее численного решения используется метод переменного параметра [13—15] в его улучшенной модификации, изложенной в [11 и 16]. В отличие от других известных методов предлагаемый алгоритм обеспечивает нахождение нескольких из всех возможных ПР исследуемой цепи.

Пусть уравнения цепи записаны в нормальной форме:

$$\dot{x} = f(x, t), \qquad (1)$$

где f — n-мерная функция; x—n-мерный вектор.

Как известно [3—5, 9 и 10], начальные условия x_0, обуславливающие периодический режим в цепи, можно определить из решения нелинейной системы алгебраических уравнений

$$\Phi(x) = 0, \qquad (2)$$

где для простоты записи опущен индекс нуль при x.

В данной статье систему (2) предлагается решать методом переменного параметра (МПП) [11, 13—15], так как этот метод обладает глобальной сходимостью, а также дает возможность найти несколько решений системы (2) в случаях, когда в исследуемой цепи возможно несколько ПР.

Согласно МПП сначала составляется расширенная система уравнений следующего вида [11, 13—15]:

$$F(x, \lambda) = \Phi(x) - \lambda\Phi(x^0) = 0, \qquad (3)$$

где λ—искусственный переменный параметр; x^0—произвольный вектор начальных условий.

Совокупность решений (3) при произвольном λ называется кривой решения L расширенной системы. Кривая решения L находится в явном виде как функция $x(\lambda)$ путем интегрирования следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{d\lambda} = J_\lambda^{-1}(x)\,\frac{\partial F}{\partial \lambda} \qquad (4)$$

с начальными условиями $\lambda_0 = 1$, $x = x^0$; $J_\lambda(x) = \dfrac{\partial F}{\partial x}$.

Решения нелинейной задачи (2) определяют те точки кривой решения L, в которых $\lambda = 0$. Окончательно соответствующие периодические режимы рассчитываются после интегрирования системы (1). В общем случае кривая решения L состоит из нескольких ветвей [11, 13, 15]. Прослеживание всех ветвей по рекомендациям [11] или [13] дает возможность определить все ПР, возникающие в исследуемой цепи.

В данной статье ограничимся прослеживанием только одной ветви L, проходящей через произвольно выбранную точку x^0. Для этой цели необходимо проинтегрировать (4) 2 раза: с убывающим и возврастающим значениями λ по отношению к $\lambda_0 = 1$. Важно отметить, что при надежном прослеживании кривой по определенным правилам [13, 16] происходит переключение независимой переменной в уравнении (4) с λ на какую-нибудь из составляющих x_i вектора начальных условий x.

К настоящему времени предложено несколько вариантов численной реализации МПП [11, 13, 14—16]. В [11, 13, 14, 15] якобиан J_λ определялся на каждом шагу численного интегрирования (4), что связано с текущим вычислением n^2 производных. Так как при численном расчете каждой производной требуется 2 раза проинтегрировать систему (1) в интервале T, то применение МПП в вариантах [11, 13, 14, 15] для решения нелинейной системы (2) потребовало бы слишком много машинного времени. Кроме того, в этих методах матрицу J_λ нужно обращать на каждом шагу интегрирования (8). Стремление повысить вычислительную эффективность МПП привело к разработке такой его модификации [16], при которой якобиан J_λ вычисляется и обращается только в начале вычислений и для контроля точности. Этот результат получают, используя один из квазиньютоновских методов решения систем нелинейных уравнений [17].

В [13, 15] численное интегрирование (4) включает два этапа — прогноз и коррекцию.

Прогноз осуществляется по методу Эйлера:

$$J_\nu(x^{\nu+1} - x^\nu) = -h\,\frac{\partial F}{\partial \lambda_\nu} - F(x^\nu, \lambda_\nu), \qquad (5)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Для коррекции используется метод Ньютона:

$$J_m(x^{m+1}-x^m) = -F(x^m, \lambda_{\nu+1}),\ m=1, 2, \ldots, M, \quad (6)$$

где m — номер ньютоновской итерации.

При $m=1$ начальной точкой будет $x^1=x^{\nu+1}$, т. е. в качестве начальной точки для ньютоновских итераций используется прогноз $x^{\nu+1}$. При $m=M$ получается «точное» (в рамках выбранной точности) решение $\bar{x}^{\nu+1}$, соответствующее $\lambda_{\nu+1}=\lambda_\nu+h$.

Пусть известно значение $\bar{x}^\nu$, вычисленное в конце предыдущего шага λ_ν. Независимой переменной λ дается приращение h. Покажем, что новое значение $\bar{x}^{\nu+1}$ можно вычислить непосредственно методом Ньютона по формуле

$$J_m(x^{m+1}-x_m) = -F(x^m, \lambda_{\nu+1}),\ m=0, 1, \ldots, M, \quad (7)$$

объединив тем самым этапы прогноза и коррекции, определяемые формулами (5) и (6).

Таким образом, численное интегрирование уравнения (4) можно проводить по формуле (7). Применение этой формулы дает возможность при вычислении кривой L использовать какой-нибудь из квазиньютоновских методов.

Составим алгоритм численного интегрирования (4) с помощью (7), который получается в случаях, когда в качестве квазиньютоновского метода используется метод Бройдена [17]. Выбор этого метода связан с максимальной простотой используемых формул.

При использовании второго метода Бройдена для вычисления x^{m+1} вместо формулы (7) используется формула

$$x^{m+1} = x^m - H_m F(x^m, \lambda_{\nu+1}), \quad (8)$$

где H_m — аппроксимация матрицы J_m^{-1}.

В начале вычислений необходимо определить $H_0=J_0^{-1}$. После этого H_{m+1} находится по формуле

$$H^{m+1} = H_m + \frac{(\Delta x^m - H_m \Delta F_m)\,\Delta F_m^{\mathrm{T}}}{\langle \Delta F_m, \Delta F_m\rangle}, \quad (9)$$

где $\Delta x^m = x^{m+1}-x_m$, $\Delta F_m = F(x^{m+1}, \lambda_{\nu+1}) - F(x^m, \lambda_{\nu+1})$, символы т и $\langle,\rangle$ обозначают соответственно транспонирование и скалярное произведение.

Легко проверить, что при использовании формул (8) и (9) число необходимых операций умножения для определения одной квазиньютоновской итерации x^{m+1} (без учета операций для вычисления F) будет приблизительно равно

$$N_{\mathrm{y}} = 3n^2 + n. \quad (10)$$

Определение ньютоновской итерации по формуле (7) связано с текущим вычислением якобиана J_m и с решением системы линейных уравнений, что требует значительно большего количества операций в сравнении с (8) и (9) из-за сложности расчета [путем интегрирования (1)] элементов J_m. При шагах изменения λ, для которых индекс k независимой переменной $x_k=\lambda$ остается неизменным, аппроксимация H_M, полученная при $m=M$ в конце соответствующего шага ν, является как бы начальным значением H_0 для следующего $(\nu+1)$-го шага.

В тех случаях, когда независимая переменная переключается, необходимо снова вычислить H_0. На основе (4) легко установить, что если индекс независимой переменной изменяется с k на l, то l-й столбец J_m заменяется столбцом $\frac{\partial F}{\partial \lambda}$. Это равносильно следующей задаче. Известна матрица $A^{-1}=H_M$, обратная матрице $A=J_m$. В матрице A столбец l заменяется столбцом $p=\frac{\partial F}{\partial \lambda}$ и получается новая матрица $\bar{A}$. Определяем матрицу $B=H_0$, обратную видоизмененной матрице $\bar{A}$.

Пусть a_i и b_i представляют собой строки соответственно матрицы A и B. На основе некоторых положений теории линейного программирования [18] обратная матрица B легко получается по формуле

$$\left.\begin{aligned} c_i &= \langle a_i, p\rangle,\ i=1, \ldots, n,\ b_l = a_l/c_l; \\ b_i &= a_i - c_i b_l,\ i \neq l. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Независимая переменная определяется той составляющей x_k вектора $(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda)$, которая имела наибольшую вариацию на предыдущем шаге интегрирования, т. е. индекс k вибирается из условия

$$|\Delta x_k^\nu| = \max\{|\Delta x_j^\nu|,\ j=1, \ldots, n+1\}, \quad (12)$$

где $\Delta x_j^\nu = x_j^\nu - x_j^{\nu-1}$, $\Delta x_{n+1}^\nu = \lambda_\nu - \lambda_{\nu-1}$.

На основании рассмотренного алгоритма для определения ПР была разработана цифровая программа на языке ФОРТРАН-IV. Она была оформлена в виде подпрограммы, к которой обращается потребитель, задав предварительно некоторые параметры (количество уравнений, значение шага h, точность и т. д.) и правые стороны дифференциальных уравнений (1). В программе элементы якобиана J вычисляются численным способом по известным формулам путем интегрирования уравнений (1) в рамках одного периода T. Для интегрирования (1) использовалась стандартная подпрограмма RKGS, реализующая метод Рунге — Кутта.

В программе предусмотрена возможность работы как с постоянным, так и с переменным шагом прослеживания кривой L. Во втором случае шаг h_ν изменяется автоматически таким образом, чтобы обеспечить определенную точность прослеживания кривой L. Точность считается удовлетворительной, если выполнены условия

$$\sum_{i=1}^{n} |F_i(x^m, \lambda_{\nu+1})| \leqslant \varepsilon, \quad (13)$$

$$0 < M_1 \leqslant m \leqslant M, \quad (14)$$

где ε, M_1 и M являются предварительно заданными постоянными.

Если условия (13) и (14) выполнены, шаг не изменяется. В противном случае он увеличивается или уменьшается в 2 раза в зависимости от того, достигается ли условие (13) при $m<M$ или при $m>M$.

С помощью разработанной программы был решен на ЭВМ ЕС-1033 следующий пример [8]:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -0{,}04448x_2 - x_1^3 + 2\cos(2{,}345t). \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

При периоде $T=2{,}6793967$ с система (15) имеет три периодических решения [8] со следующими начальными векторами x_0:

x_{01}	2,904186	—0,370813	—2,518867
x_{02}	1,491888	0,016915	1,022932
Номер решения	1 (устойчивое)	2 (устойчивое)	3 (неустойчивое)

Эта задача решалась несколько раз при одной и той же начальной точке $x^0=(0; 0)$. В начале решения задавалось значение шага h_0, далее шаг h_ν изменялся автоматически. Задавались также следующие данные: NIK=270 — общее количество шагов; $M=5$ — количество итераций на шаг; $\varepsilon=0{,}05$ — точность решения по формуле (13); $\varepsilon_1=10^{-4}$ — точность решения дифференциальных уравнений; $h_1=5\cdot10^{-3}$ — шаг вычисления элементов J.

Приведем два характерных результата:

при $h_0=-0{,}08$, выходя из начальной точки $x^0=(0; 0)$, были получены решения № 2 и 3 на 13-й и 261-й итерациях соответственно;

при $h_0=0{,}08$ исследовалась ветвь кривой решения L, которая соответствует первоначальному увеличению значения искусственной переменной λ [в той же точке $x^0=(0; 0)$]; было получено только решение № 3 на 213-й итерации.

Общее машинное время в обоих случаях (при одинаковых значениях NIK) было равно приблизительно 7 мин. Решение № 1 рассматриваемого примера можно было найти путем модификации соответствующей примеру системы нелинейных уравнений (2), как это проверено экспериментально в [11 и 12].

Для выявления положительных сторон предложенного алгоритма сравним его с близким по структуре алгоритмом, описанным в [5]. Этот алгоритм основан на сведении исходной граничной задачи относительно начальных условий x_0 к соответствующей системе нелинейных алгебраических уравнений (2), но в [5] последняя система решается с помощью метода Ньютона.

Рассмотрим сначала вопрос о сходимости вышеупомянутых алгоритмов в зависимости от выбора начальной точки x^0. Так как алгоритм в [5] основан на методе Ньютона, то этот алгоритм только локально сходим. Более того, локальная сходимость обеспечена лишь в том случае, если матрица $C=I-$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$-\Phi\left(T, 0, x_0^i\right)$ обратима на каждом i-м шаге метода Ньютона, где $\Phi\left(T, 0, x_0^i\right)$ — фундаментальная матрица уравнения первой вариации на соответствующем шаге. Предложенный алгоритм является практически (с вероятностью единицы [15]) глобально сходимым, так как основан на прослеживании соответствующей (проходящей через выбранную начальную точку x^0) кривой решений L. При наличии дополнительной неизвестной λ, благодаря возможности выбора индекса k независимой переменной x_k по правилу (12), предложенный алгоритм обеспечивает надежное прослеживание кривой L. Действительно, можно доказать, что настоящий алгоритм гарантирует продвижение вдоль L, если расширенная $n\times(n+1)$-матрица $D=\left[J_\lambda \middle| \frac{\partial F}{\partial \lambda}\right]$ имеет ранг n [здесь $\lambda=x_k$; J_λ — соответствующий остальным зависимым переменным якобиан системы (3)]. Последнее условие существенно слабее требования обратимости матрицы C по методу [5].

Сравнивая схемы вычислений, можно заключить, что предложенный алгоритм является обобщением алгоритма [5]. Действительно, если в первом алгоритме выбрать начальный шаг $h_0=1$ и $M=\mathrm{NIK}$, то в отношении сходимости этот алгоритм аналогичен алгоритму [5]. Однако объем необходимых по первому алгоритму вычислений (в предположении сходимости второго алгоритма) значительно меньше — приблизительно в n раз. Действительно, хотя данный алгоритм требует несколько большего количества итераций по сравнению с методом Ньютона, использование метода Бройдена обеспечивает уменьшение количества вычислений примерно в n раз на каждой итерации.

Из сказанного ясно, что если имеется априорная информация о близости начальной точки x^0 к требуемому решению, то для начального шага h_0 следует положить $h_0=1$, в противном случае необходимо выбрать $h_0<1$. В любом случае использование программы с автоматической подстройкой шага приведет через несколько итераций к оптимальному значению переменного шага h_v, обеспечивающему требуемую точность ε прослеживания кривой L.

Если алгоритм [5] сходится для какой-нибудь начальной точки x^0, то он позволяет определить одно единственное в окрестности x^0 периодическое решение. Как показывает приведенный выше пример, предложенный алгоритм дает возможность определить несколько ПР, выходя из одной единственной начальной точки x^0.

Таким образом, согласно предложенному алгоритму исходная задача определения ПР первоначально сводится (на основе метода определения решения соответствующей граничной задачи) к неявно выраженной нелинейной системе алгебраических уравнений относительно вектора начальных условий x_0, обеспечивающих ПР. Предложен эффективный способ решения возникающей нелинейной системы с помощью одной улучшенной модификации метода переменного параметра. Это улучшение достигается путем введения в метод переменного параметра одного квазиньютоновского метода — второго метода Бройдена. В итоге, предложенный алгоритм решения исходной задачи определения ПР приобретает некоторые преимущества по сравнению с другими известными методами. Так, по эффективности вычислений предложенный алгоритм превосходит аналогичные методы, основанные на использовании метода Ньютона, так как отпадает необходимость в трудоемкой операции определения и обращения матрицы Якобиана на каждом шаге вычислений. Важно также подчеркнуть, что предложенный алгоритм имеет практически глобальную сходимость, что обеспечивает определение хотя бы одного из всех возможных ПР в исследуемой цепи.

Принципиальное значение имеет следующая особенность предлагаемого алгоритма — с его помощью можно определить более чем один ПР в случаях, когда в рассматриваемой цепи возможно возникновение нескольких ПР. При соответствующей модификации полученной нелинейной системы алгебраических уравнений разработанный алгоритм позволяет искать все ПР исследуемой цепи.

На основе рассмотренного алгоритма была разработана программа определения ПР на ЦВМ. Проведенные расчеты показали надежность и эффективность программы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Skelboe S.** Computation of the periodic steady—state response of nonlinear networks by extrapolation methods. — IEEE Circuit and Systems, 1980, vol. 27, № 3.
2. **Данилов Л. В.** Электрические цепи с нелинейными R-элементами.— М.: Связь, 1974.
3. **Колев Л. В.** Метод за определяне на периодичните стационарни режими в нелинейни електрически вериги. — Известия на ВМЕИ «Ленин» — София, 1981, т. 36, № 7.
4. **Чуа Л. О., Лин П.** Машинный анализ электронных схем.— М.: Энергия, 1980.
5. **Aprille T. J., Trick T. N.** Steady-state analysis of nonlinear circuits with periodic inputs. — Proc. IEEE, 1972, N 1.
6. **Nakhla M. S., Vlach J.** A piece-wise harmonic balance technique for determination of periodic responce. — IEEE Circuit and systems, 1976, N 2.
7. **Соловьев А. А., Асович П. Л.** Расчет параметров периодического режима нелинейной системы методом нелинейного программирования.— Радиотехника и электроника, 1978, № 6.
8. **Brückner W.** Ein Beitrag zur rechnergestutzten Analyse nichtlinearer Netzwerke und Systeme mit periodischen Lösungen.— Dissertation A, TH Ilmenau, 1980.
9. **Uhlmann H.** Zur Analyse nichtlinearer fremderregten elektrischen Netzwerke nach der Kollokationsmethode mit Spline—Ansatz.— Wiss. Z. TH Ilmenau 28, 1982, H. 4.
10. **Расчет** электрических цепей и электромагнитных полей на ЭВМ/ Под ред. Л. В. Данилова, Е. С. Филиппова.— М.: Радио и связь, 1983.
11. **Колев Л. В.** Метод за търсене на реалните решения на един клас системи от нелинейни уравнения.— Годишник на ВУЗ. Приложна математика, 1982, т. 18, № 3.
12. **Brown K. M., Gerhart W. B.** Deflation techniques for the calculation of further solutions of nonlinear systems.— Num. Math. N16, 1971.
13. **Chua L. O., Ushida A.** A switching-parameter algorithm for finding multiple solutions of nonlinear resistive circuits.— Int. J. Circuit Theory Appl., vol. 4, 1976.
14. **Фильц Р. В.** Математические основы электромеханических преобразователей. — Киев: Наукова думка, 1979.
15. **Zangwill A., Garcia R.** Pathways to fixed points, solutions and equilibria.—N. J., Prentice — Hall, 1981.
16. **Колев Л. В.** Расчет внешних характеристик нелинейных устройств.— Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1985, № 6.
17. **Евтушенко Ю. Г.** Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации.— М.: Наука, 1982.
18. **Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г.** Линейное программирование.— М.: Физматгиз, 1963.

[12.11.85

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 621.316.72

Метод непосредственного нахождения периодического решения при анализе ключевых схем

БАУШЕВ В. С., канд. физ.-мат. наук, КОБЗЕВ А. В., доктор техн. наук

Постановка задачи. Нахождение установившегося периодического решения при моделировании ключевых схем на ЭВМ представляет собой определенную трудность, так как широко распространенный и наиболее очевидный метод, при котором расчет начинается с произвольных начальных условий и продолжается до окончания переходного процесса, часто трудоемок по затратам машинного времени и не всегда приводит к желаемому результату. В связи с этим понятен интерес к методам, позволяющим отыскать вектор начальных условий периодического решения Q, минуя переходный процесс.

В свою очередь, знание начальных значений функций позволяет расчетом на одном периоде получить искомое установившееся периодическое решение. Для линейных систем с непрерывным периодическим решением поиск вектора Q проводится относительно просто на основе известной формы аналитического решения (см., например, [1 и 2]). В задачах с δ-образными особенностями решение разрывно и ситуация резко усложняется, так как необходимо отыскать совокупность векторов начальных условий для решения задачи Коши на каждом интервале непрерывности.

Цель статьи — обоснование задач с δ-образными особенностями на ряде примеров, и изложение разработанного метода непосредственного нахождения установившегося периодического решения в этих задачах.

Рассмотрим, например, схему замещения преобразователя с импульсной модуляцией, представленную на рис. 1. Здесь ключевая схема представлена коммутационной функцией $K\Phi(t)$, которая определяется алгоритмом работы преобразователя и в математическом смысле разрывна. Согласно [3] $K\Phi(t)$ может быть представлена совокупностью периодических разрывных компонент типа «прямоугольный синус». Во входном L_1C_1- и в выходном L_2C_2-фильтрах учтены внутренние параметры элементов.

Система уравнений состояния входной цепи имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} L_1\frac{di_{L1}}{dt}+L_{C1}\frac{di_{C1}}{dt}&=U_1-R_{L1}i_{L1}-R_{C1}i_{C1}-u_{C1};\\ L_s\frac{di_1}{dt}-L_{C1}\frac{di_{C1}}{dt}&=-u_0-R_1i_1+u_{C1}+R_{C1}i_{C1};\\ C_1\frac{du_{C1}}{dt}&=i_{C1};\\ i_{L1}&=i_1+i_{C1}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Для выходного фильтра может быть записана аналогичная система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} L_2\frac{di_2}{dt}+L_{C2}\frac{di_{C2}}{dt}&=-R_2i_2-R_{C2}i_{C2}-u_{C2}+u_2;\\ L_н\frac{di_н}{dt}-L_{C2}\frac{dt_{C2}}{dt}&=-R_нi_н+R_{C2}i_{C2}+u_{C2};\\ C_2\frac{du_{C2}}{dt}&=i_{C2};\\ i_2&=i_{C2}+i_н, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где R_{L1}, R_{C1}, R_1, R_2, R_{C2}, $R_н$ — сопротивления; L_1, L_{C1}, L_s, L_{C2}, $L_н$, L_2 — индуктивности; C_1, C_2 — емкости; i_{L1}, i_{C1}, i_1, i_2, i_{C2}, $i_н$ — токи; u_{C1}, u_{C2} — напряжения на конденсаторах; u_1 — входное напряжение; u_0 — напряжение на выходе входного фильтра; u_2 — напряжение на входе выходного фильтра.

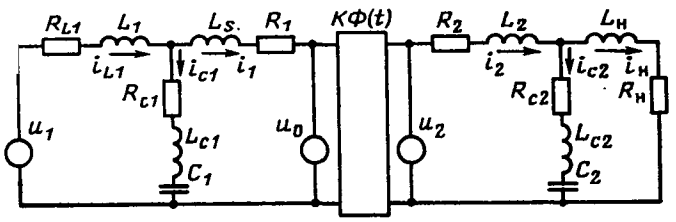


Рис. 1. Схема замещения преобразователя с импульсной модуляцией

Согласно [4] токи и напряжения на выходе входного фильтра связаны с токами и напряжениями выходного фильтра соотношениями

$$\left.\begin{aligned} i_1&=K\Phi(t)\,i_2;\\ u_2&=K\Phi(t)\,U_0. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Попытка сформировать из (1), (2) единую систему дифференциальных уравнений относительно i_{C1}, u_{C1}, i_2, i_{C2}, u_{C2} приводит к необходимости дифференцирования первой зависимости из (3) и, следовательно, единая система будет уже иметь δ-особенности.

В качестве другого примера рассмотрим выполненную по нулевой схеме входную цепь реверсивного преобразователя со звеном повышенной частоты (рис. 2, *а*), в котором демодулятор (выпрямитель) выполнен на полностью управляемых ключах *K1*, *K2*, замыкаемых в противотакте. Здесь e_1, e_2 — переменные э. д. с., снимаемые, например, с обмоток трансформатора, причем $e_1=-e_2$; L_s, R — индуктивности рассеяния и сопротивления потерь этих обмоток; R_1C_1; R_2C_2 — защитные цепочки; $L_н$, $R_н$ — параметры цепи нагрузки. Наличие RC-цепей намного увеличивает порядок дифференциальных уравнений и порождает проблему «постоянных времени», так как в модели появляются и быстропротекающие, и медленные процессы. Исключение же RC-цепей переводит задачу в разряд сингулярных (содержащих δ-образные особенности). Схема замещения такой цепи представлена на рис. 2, *б*. Здесь коммутатор K по прошествии каждого тактового интервала подключает к нагрузке очередную цепь с нулевыми начальными условиями, что и вызывает появление δ-функций. Для формирования дифференциального уравнения цепи запишем по закону Кирхгофа уравнение равновесия на интервале непрерывности:

$$e=L_s\frac{di_н^*}{dt}+Ri_н^*+R_нi_н^*+L_н\frac{di_н^*}{dt}, \quad (4)$$

где $i_н^*$ — ток нагрузки на интервале непрерывности.

Из (4) производная тока на интервале непрерывности

$$\frac{di_н^*}{dt}=\frac{e}{L_s+L_н}-\frac{R+R_н}{L_s+L_н}i_н^*. \quad (5)$$

Согласно же [3 и 4] производная тока определится по выражению

$$\frac{di_н}{dt}=\frac{di_н^*}{dt}-S_i\delta(t-ia), \quad (6)$$

где S_i — величина скачка тока нагрузки в i-й момент коммутации; a — период квантования.

Значение S_i можно найти из условия постоянства потокосцепления слева и справа от точки разрыва, тогда

$$S_i=I_{н.\,лi}\left(1-\frac{L_н}{L_s+L_н}\right),$$

где $I_{н.\,лi}$ — значение тока слева от i-й точки разрыва.

Окончательно из (5) и (6) получим:

$$\frac{di_н}{dt}=\frac{e}{L_s+L_н}-\frac{R+R_н}{L_s+L_н}i_н-S_i\delta(t-ia).$$

Решение задачи. Рассмотренные примеры позволяют сделать вывод о существовании определенного класса задач анализа преобразовательных систем, состояние которых описывается либо дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{dY}{dt}=A(t)\,Y+A_1(t)\,S_i\delta(t-t_i)\,Y+B(t), \quad (7)$$

либо

$$\frac{dY}{dt}=A(t)\,Y+B(t)+B_i(t)\,S_i\delta(t-t_i). \quad (8)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Величины S_i характеризуют значение скачка в точках разрыва t_i. Матрицы $A(t)$, $A_1(t)$ и векторы $B(t)$, $B_1(t)$ считаются кусочно-непрерывными с разрывами первого рода и периодичными с кратно соотносящимися периодами. Первый из рассмотренных примеров приводит к уравнениям вида (7), второй — к уравнениям вида (8).

В принципе подход к реализации как системы (7), так и системы (8) одинаков. Поэтому подробно будет проанализирована лишь система (7). Предполагается, что период установившегося решения равен единице. Число m характеризует количество точек разрыва на периоде, причем $0<t_i<1$. Условие периодичности

$$Y(0) = Y(1) = Q. \tag{9}$$

В дальнейшем будет предполагаться непрерывность разрывных функций слева от точек разрыва.

Вследствие сделанных предположений относительно системы (7) можно утверждать, что ее решение будет кусочно-непрерывным с конечными разрывами в точках $t=t_i$ Например, для одномерного случая качественная картина решения представлена на рис. 3 (случай $m=3$).

Задача непосредственного нахождения установившегося периодического решения заключается в поиске векторов Q, Y_1, Y_2 ,..., Y_m.

Используя эти векторы в качестве начальных условий для решения задачи Коши на каждом интервале непрерывности, можно, тем самым, определить все периодическое решение. Предположение о непрерывности разрывных функций в точках разрыва слева привело к тому, что после нахождения векторов Q, Y_1, Y_2 ,..., Y_m задачу Коши для каждого интервала непрерывности следует решать слева направо. Если предположить непрерывность разрывных функций справа, то и задача Коши в интервалах непрерывности будет решаться справа налево.

Используя известный вид решения [5] для линейных уравнений, осуществляем переход от системы (7) к эквивалентной ей системе интегральных уравнений

$$Y(t)=F(t)\left\{Q+\int_0^t F^{-1}(\tau)\left[A_1(\tau)S_i\delta(\tau-t_i)Y(\tau)+B(\tau)\right]d\tau\right\}, \tag{10}$$

где $F(t)$ — решение матричного уравнения

$$\frac{dF}{dt} = A(t)F;\ F(0) = E, \tag{11}$$

где E — единичная матрица.

Обозначим

$$Y_0(t) = F(t)\int_0^t F^{-1}(\tau)B(\tau)\,d\tau,$$

очевидно, что $Y_0(t)$ — решение задачи Коши с нулевыми начальными данными для системы (7) при $S_i = 0$.

Уравнения (10) примут вид

$$Y=F(t)Q+Y_0(t)+F(t)\int_0^t F^{-1}(\tau)A_1(\tau)\delta(\tau-t_i)S_iY(\tau)\,d\tau. \tag{12}$$

В случае $S_i = 0$ с учетом условия периодичности (9) и решения (12) получаем систему для определения Q:

$$[E - F(1)]Q = Y_0(1). \tag{13}$$

Введем обозначения

$$Y_0(t_i) = Y_{0i};\ Y(t_i) = Y_i;\ F(t_i) = F_i;\ A_1(t_i) = A_{1i}.$$

С учетом этих обозначений на основании (12) и свойств δ-функции в точках разрыва будем иметь

$$Y_1 = F_1Q + Y_{01} + A_{11}S_1Y_1;$$
$$Y_2 = F_2Q + Y_{02} + F_2\left(F_1^{-1}A_{11}S_1Y_1 + F_2^{-1}A_{12}S_2Y_2\right);$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$Y_m = F_mQ + Y_{0m} + F_m\sum_{i=1}^{m} F_i^{-1}A_{1i}S_iY_i.$$

Из условия периодичности (9) следует

$$Q = F(1)Q + Y_0(1) + F(1)\sum_{i=1}^{m} F_i^{-1}A_{1i}S_iY_i.$$

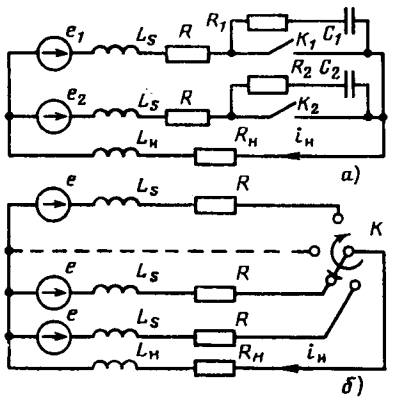


Рис. 2. Схема замещения выходной цепи реверсивного преобразователя со звеном повышенной частоты; *а* — при наличии *RC*-цепей; *б* — без *RC*-цепей.

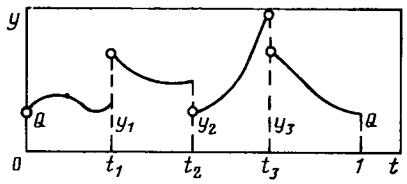


Рис. 3. Качественная картина разрывного решения для одного уравнения с δ-образными особенностями

Для двух последовательных значений k ($k = 2, 3, \ldots, m-1$) имеем

$$\left.\begin{aligned} Y_k &= F_kQ + Y_{0k} + F_k\sum_{i=1}^{k} F_i^{-1}A_{1i}S_iY_i;\\ Y_{k+1} &= F_{k+1}Q + Y_{0k+1} + F_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} F_i^{-1}A_{1i}S_iY_i. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Из первого соотношения (14) находим

$$\sum_{i=1}^{k} F_i^{-1}A_{1i}S_iY_i = -Q + F_k^{-1}\left(Y_k - Y_{0k}\right).$$

Подставляя это значение суммы во второе соотношение из (14), находим

$$\left(1 - A_{1k+1}S_{k+1}\right)Y_{k+1} = F_{k+1}F_k^{-1}\left(Y_k - Y_{0k}\right) + Y_{0k+1}.$$

Введем еще обозначения:

$$\alpha_{k+1} = F_kF_{k+1}^{-1}\left(1 - A_{1,k+1}S_{k+1}\right);$$
$$\beta_{k+1} = Y_{0k} - F_kF_{k+1}^{-1}Y_{0k+1}.$$

Система уравнений для определения Y_1, Y_2,..., Y_m, Q примет вид

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1Y_1 - Q &= -\beta_1;\\ Y_k &= \alpha_{k+1}Y_{k+1} + \beta_{k+1},\ k = 1, 2, \ldots, m-1;\\ Y_m &= \alpha_{m+1}Q + \beta_{m+1}, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

причем

$$\alpha_{m+1} = F_mF^{-1}(1);\ \beta_{m+1} = Y_{0m} - F_mF^{-1}(1)Y_0(1);$$
$$\alpha_1 = F_1^{-1}\left(1 - A_{11}S_1\right);\ \beta_1 = F_1^{-1}Y_{01}.$$

Из (15) последовательно находим:

$$Y_{m-1} = \alpha_m\alpha_{m+1}Q + \alpha_m\beta_{m+1} + \beta_m;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$Y_1 = (\alpha_2\alpha_3\ldots\alpha_{m+1})Q + \alpha_2\alpha_3\ldots\alpha_m\beta_{m+1} + \ldots + \alpha_2\beta_3 + \beta_2.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Выражение для Y_1 можно представить в виде

$$Y_1 = \prod_{i=2}^{m+1} \alpha_i Q + \sum_{j=0}^{m-2} \prod_{i=2}^{m-j} \alpha_i \beta_{m-j+1} + \beta_2.$$

Подставляя это значение Y_1 в первое уравнение (15), найдем систему для определения вектора начальных условий Q:

$$\left(E - \prod_{i=1}^{m+1} \alpha_i\right) Q = \sum_{j=0}^{m-1} \prod_{i=1}^{m-j} \alpha_i \beta_{m-j+1} + \beta_1. \qquad (16)$$

Разрешая это уравнение относительно Q, с помощью соотношений (15) можно найти все Y_k.

Можно показать, что для устойчивых периодических решений определитель системы (16) будет отличен от нуля. Действительно, пусть возмущенное решение системы (7) имеет вид

$$Y = Y_{\text{п}} + \varepsilon(t),$$

где $Y_{\text{п}}(t)$ — установившееся периодическое решение; $\varepsilon(t)$ — возмущение, причем $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$.

Относительно $\varepsilon(t)$ получается линейная система

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = A(t)\varepsilon + A_1(t) S_i \delta(t - t_i)\varepsilon.$$

Найдем ее решение на первом периоде. Действуя точно так же, как при решении системы (7), получаем уравнения, аналогичные (15):

$$\alpha_1 \varepsilon_1 - \varepsilon_0 = 0;\ \varepsilon_k = \alpha_{k+1}\varepsilon_{k+1},\ k = 1, 2, \ldots, m,$$

где $\varepsilon(t_k) = \varepsilon_k$, $\varepsilon_{m+1} = \varepsilon(1)$.

Находя последовательно $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{m+1}$, получаем

$$\varepsilon(1) = \left(\prod_{i=0}^{m} \alpha_{m-i+1}^{-1}\right)\varepsilon_0 = \left(\prod_{i=1}^{m+1} \alpha_i\right)^{-1} \varepsilon_0.$$

Очевидно

$$\varepsilon(N) = \left(\prod_{i=1}^{m+1} \alpha_i\right)^{-N} \varepsilon_0,$$

где N — натуральное число.

Для того, чтобы $\lim \varepsilon(N) \to 0$ при $N \to \infty$ достаточно, чтобы собственные числа матрицы $\prod_{i=1}^{m+1} \alpha_i$ были по модулю больше единицы. В этом случае собственные числа матрицы системы (16) будут отличны от нуля, следовательно, будет отличен от нуля определитель этой системы, и она будет разрешима. Нетрудно проверить, что в случае $S_i = 0$ система (16) переходит в систему (13).

На основании рассмотренного предлагается следующий порядок расчета периодического решения системы (7):

1) полагая $S_i = 0$ и решая задачу Коши для системы (7) с нулевыми начальными условиями, определяем векторы $Y_{0i} = Y_0(t_i)$;

2) решая матричное уравнение (11), определяем матрицы

$$F_i = F(t_i),$$

3) формируем матрицы α_i и векторы β_i;

4) формируем и решаем относительно вектора Q систему (16);

5) из соотношений (15) определяем векторы $Y_i = Y(t_i)$, $i = 1, 2, \ldots, m$;

6) решаем задачу Коши для каждого из интервалов непрерывности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Волков И. В., Шлапак В. А.** Машинные методы расчета систем стабилизированного тока. — Киев: Наукова думка, 1978, с. 75—76.

2. **Розо М.** Нелинейные колебания и теория устойчивости.— М.: Наука, 1971, с. 34—35.

3. **Кобзев А. В., Лебедев Ю. М., Сидонский И. Б.** Применение одной модификации метода коммутационных функций для анализа ключевых схем преобразовательной техники. — Электричество, 1983, № 4, с. 27—33.

4. **Кобзев А. В.** Многозонная импульсная модуляция.— Новосибирск: Наука, 1979, — 304 с.

5. **Федорюк М. В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1980, с. 146—147.

[24.04.85]

Уважаемый читатель!

Имеется в продаже и высылается наложенным платежом учебное пособие для вузов и аспирантов, специализирующихся в области автоматики, вычислительной техники и радиоэлектроники.

Агаханян Т. М. Интегральные микросхемы. — Энергоатомиздат, 1983. — 464 с. — 1 р. 20 к.

Заказы направлять по адресам:

443660, г. Куйбышев, ГСП, ул. Чапаевская, 85
Куйбышевский книготорг

650059, г. Кемерово, ул. Ноградская, 5
Облкниготорг

290014, г. Львов-6, ул. Ленина, 175
Львовская межобластная книжная база

327021, г. Николаев, ул. Бузника, 14
Николаевский книготорг

620014, г. Свердловск, ул. Артинская, 23а,
Книготорг

454000, г. Челябинск, ул. Воровского, 2
Книготорг

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

УДК 537.212.001.24:621.319.4

Расчет напряженности электрического поля в плоском конденсаторе с учетом проводимости неоднородного диэлектрика

КОЛЛИ Я. Н., СОБОЛЕВА Л. П.

МЭИ

Одним из факторов, снижающих надежность работы конденсаторов, является неравномерность напряженности электрического поля в толще изолятора. В плоском конденсаторе такая неравномерность обуславливается неоднородностью свойств диэлектрика — зависимостью его диэлектрической проницаемости ε и удельной проводимости σ от той же координаты, что и потенциал поля: $\varepsilon=\varepsilon(x)$, $\sigma=\sigma(x)$, $\varphi=\varphi(x)$.

Расчет зарядного тока конденсатора с неоднородным диэлектриком был выполнен ранее [1]. В настоящей статье приведены результаты расчета изменения напряженности электрического поля $E(x, t)$ во время заряда конденсатора. Пренебрегая краевыми эффектами, будем считать, что все векторы поля имеют только одну составляющую. В таком случае из условия непрерывности полного тока $\operatorname{div}(\mathbf{I}+d\mathbf{D}/dt)=0$ имеем:

$$\sigma E+\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}=i(t)/S, \tag{1}$$

где $i(t)$ — ток во внешней цепи; S — площадь пластин конденсатора.

Кроме того, для цепи справедлив второй закон Кирхгофа:

$$iR+\int_0^d E\,dx=U, \tag{2}$$

где R — зарядное сопротивление; U — напряжение источника питания.

Решая уравнение (1) — неоднородное дифференциальное уравнение, связывающее напряженность поля в конденсаторе с током заряда, методом вариации произвольной постоянной [2], получаем:

$$E=Ce^{-t/\tau(x)}+\frac{e^{-t/\tau(x)}}{\varepsilon(x)\,\varepsilon_0 S}\int_0^t i(s)\,e^{s/\tau(x)}\,ds, \tag{3}$$

где $\tau(x)=\varepsilon(x)\,\varepsilon_0/\sigma(x)$.

Значение C определяется из начального условия: при $t=0$ напряженность $E(0)=0$, интеграл справа тоже равен нулю (как интеграл с равными верхним и нижним пределами), следовательно, и $C=0$.

Для нахождения тока подставляем (3) в (2) и получаем интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$i(t)+\frac{1}{SR}\int_0^t i(s)\int_0^d\frac{e^{(s-t)/\tau(x)}}{\varepsilon(x)}\,dx\,ds=U/R, \tag{4}$$

где $\tau(x)$ и $\varepsilon(x)$ — заданные характеристики изолятора.

Поэтому интеграл по x всегда может быть вычислен. Например, если

$$\varepsilon=\text{const},\quad \sigma(x)=\sigma_0+k(x), \tag{5}$$

то

$$i(t)+\frac{1}{b}\int_0^t\frac{i(s)\,e^{(s-t)/\tau_к}-e^{(s-t)/\tau_н}}{s-t}\,ds=U/R, \tag{6}$$

где $b=RSk$; $\tau_н=\varepsilon\varepsilon_0/\sigma_0$; $\tau_к=\varepsilon\varepsilon_0/(\sigma_0+kd)$.

Обычно зарядное сопротивление R на несколько порядков меньше, чем сопротивление изоляции конденсатора. Поэтому задачу можно решить приближенно, пренебрегая сопротивлением R. Это значит, что процесс заряда конденсатора можно рассматривать как состоящий из двух частей. Во время первой происходит скачкообразное изменение напряжения на конденсаторе от нуля до U. Объемный свободный заряд внутри изоляции конденсатора при этом остается равным нулю. Во время второй части происходит относительно медленный процесс накопления объемного заряда.

Найдем начальное условие для E в этом случае. Поскольку при $t=0$ свободного объемного заряда нет, то $D(x, 0)=\text{const}$

$$U=\frac{D(x,0)}{\varepsilon_0}\int_0^d\frac{dx}{\varepsilon(x)};$$

$$E(x,0)=U\Big/\left[\varepsilon(x)\int_0^d\frac{dx}{\varepsilon(x)}\right]. \tag{7}$$

Определяя теперь постоянную интегрирования в (3), получаем

$$E(x,t)=\left[U\Big/\int_0^d\frac{dx}{\varepsilon(x)}+\frac{1}{\varepsilon_0 S}\int_0^t i(s)\,e^{s/\tau(x)}dx\right]\frac{e^{-t/\tau(x)}}{\varepsilon(x)}. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (2) при $R=0$, получаем для нахождения тока интегральное уравнение Вольтерра первого рода:

$$\int_0^t i(s)\int_0^d\frac{e^{(s-t)/\tau(x)}}{\varepsilon(x)}\,dx\,ds=\varepsilon_0 SU\left(1-\int_0^d\frac{e^{-t/\tau(x)}}{\varepsilon(x)}\,dx\Big/\int_0^d\frac{dx}{\varepsilon(x)}\right).$$

При ε и σ согласно (5) получим:

$$\int_0^t\frac{i(s)\left[e^{(s-t)/\tau_к}-e^{(s-t)/\tau_н}\right]}{s-t}\,ds=\varepsilon\varepsilon_0 SU\,1+\frac{e^{-\theta_к}-e^{-\theta_н}}{\theta_к-\theta_н}, \tag{9}$$

где $\theta_н=t/\tau_н$, $\theta_к=t/\tau_к$.

После того, как $i(t)$ найдено, $E(x, t)$ определяем по (3) или (8).

Как известно, для решения интегральных уравнений можно применять подходящее интегральное преобразование [3], например интегральное преобразование Лапласа. Однако в нашем случае целесообразно преобразовывать по Лапласу не сами интегральные уравнения (6) или (9), а исходные уравнения (1) и (2), после чего находить изображения как для тока $I(p)$, так и для напряженности поля $E(x, p)$.

При $R\neq0$ и $E(x, 0)=0$ имеем:

$$I(p)=U/[p(R+M(p)/S)], \tag{10}$$

где $M(p)=\int_0^d\frac{dx}{\sigma(x)+p\varepsilon(x)\,\varepsilon_0}$;

$$E(x,p)=U/[p(\sigma(x)+p\varepsilon(x)\,\varepsilon_0)(SR+M(p))]. \tag{11}$$

При $R=0$ и $E(x, 0)$ согласно (7) имеем:

$$I(p)=SU\left[(pM(p))^{-1}-\varepsilon_0\Big/\int_0^d\frac{dx}{\varepsilon(x)}\right]; \tag{12}$$

$$E(x,p)=U/[p(\sigma(x)+p\varepsilon(x)\,\varepsilon_0)\,M(p)]. \tag{13}$$

Если ε и σ определяются по (5), то интегралы в (10) — (13) вычисляются и при $R\neq0$ получаем:

$$I(p)=U/[Rp(1+N(p)/b)], \tag{14}$$

где $N(p)=\ln[(p-p_к)/(p-p_н)]$; $p_к=-1/\tau_к$; $p_н=-1/\tau_н$.

$$E(x.p)=U(p_н-p_к)/[dp(p-p(x))(b+N(p))], \tag{15}$$

где $p(x)=p_н-kx/\varepsilon\varepsilon_0$.

При $R=0$

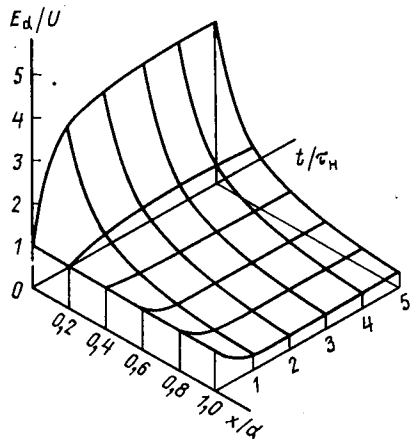
$$I(p)=kSU\,[pN(p)^{-1}-(p_н-p_к)^{-1}]; \tag{16}$$

$$E(x,p)=U(p_н-p_к)/[dp(p-p(x))N(p)]. \tag{17}$$

Оригиналы тока $i(t)$ и напряженности поля $E(x, t)$ находятся с помощью интеграла Бромвича [4]. При $R\neq0$ $I(p)$ имеем четыре особых точки: две точки логарифмического ветвления при $p=p_н$ и $p=p_к$, полюса при $p=0$ и $p=p_4$, где p_4 — корень уравнения $b+N(p)=0$:

$$p_4=-\frac{p_н e^{-b}-p_к}{1-e^{-b}}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru



Поэтому $i(t)$ будет равен сумме вычетов в точках $p=0$, $p=p_4$ и интегралу по разрезу, окружающему точки $p=p_н$ и $p=p_к$:

$$i(t)=\frac{U}{R}\left\{1/\left(b+\ln\frac{\sigma_к}{\sigma_0}\right)+\frac{p_н-p_к}{(e^b-1)\,(p_н e^{-b}-p_к)}\,e^{p_4 t}+\right.$$
$$\left.+\int_0^a\frac{e^{(1+v)\,p_н t}\,dv}{(1+v)\left[\left(b+\ln\frac{a-v}{v}\right)^2+\pi^2\right]}\right\},\qquad(18)$$

где $a=\sigma_к/\sigma_0-1$.

Напряженность электрического поля будет функцией координаты x и времени. По сравнению с выражением для тока появится новый корень $p=p_x$, причем $p_x=p_н-(p_н-p_к)\,x/d$. В связи с этим в оригинале для $E(x,t)$ на одно слагаемое больше, чем для $i(t)$:

$$E(x,t)=-\frac{U}{d}\left\{\frac{p_н-p_к}{p_x\left(b+\ln\frac{\sigma_к}{\sigma_0}\right)}+\frac{(p_4-p_к)\,(p_4-p_н)}{p_4\,(p_4-p_к)}\,e^{p_4 t}-\right.$$
$$-\frac{(p_н-p_к)\left(b+\ln\frac{d-x}{x}\right)}{p_x\left[\left(b+\ln\frac{d-x}{x}\right)^2+\pi^2\right]}\,e^{p_x t}+$$
$$\left.+\frac{p_н-p_к}{p_н}\int_0^a\frac{e^{(1+v)\,p_н t}}{(1+v)\,(v-ax/d)\left[\left(b+\ln\frac{a-v}{v}\right)^2+\pi^2\right]}\right\}.\qquad(19)$$

Выражение для $E(x,t)$ при $R=0$ можно получить из (19), полагая в нем $R=0$, $b=0$ и $p_4\to\infty$:

$$E(x,t)=\frac{U(p_н-p_к)}{d}\left[\left(p_x\ln\frac{\sigma_к}{\sigma_0}\right)^{-1}-\frac{\ln\frac{d-x}{x}}{p_x\left(\ln^2\frac{d-x}{d}+\pi^2\right)}\,e^{p_x t}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{p_н}\int_0^a\frac{e^{(1+v)\,p_н t}}{(1+v)\,(v-ax/d)\left(\ln^2\frac{a-v}{v}+\pi^2\right)}\right].\qquad(20)$$

При $R\to 0$ ток неограниченно возрастает в момент включения, спадая через $\Delta t\to 0$ (дельта-функция). Исключая из рассмотрения момент времени $t=0$, получаем для $t>0$:

$$i(t)=USk\left[\left(\ln\frac{\sigma_к}{\sigma_0}\right)^{-1}+\int_0^a\frac{e^{(1+v)\,p_н t}\,dv}{(1+v)\left(\ln^2\frac{a-v}{v}+\pi^2\right)}\right].\qquad(21)$$

На рисунке приведен рельеф функции $E(x,t)$ при $R=0$ и $\sigma_к/\sigma_0=10$. Анализ показывает, что процесс накопления объемного свободного заряда внутри диэлектрика с проводимостью определяется в основном величинами ε_r и σ самого диэлектрика. Напряженность электрического поля в нем может быть как больше, так и меньше напряженности однородного поля. При аппроксимации свойств диэлектрика в соответствии с (5) минимальная проводимость будет при $x=0$ ($\sigma(0)=\sigma_0$). Из приведенного рельефа зависимости $E(x,t)$ следует, например, что при $x=0$ значение $E(0,t)$ через время $t_1=0{,}2\,\tau_д$ превысит напряженность однородного поля (U/d) в два, а в установившемся режиме в четыре раза. Если принять $\varepsilon_r\varepsilon_0=30\cdot10^{-14}$ Ф/см ($\varepsilon_r\approx3{,}4$) и $\sigma_0=2\cdot10^{-15}$ (Ом·см)$^{-1}$, то $\tau_н=150$ с и $t_1=30$ с. Это следует учитывать при использовании и испытании конденсаторов в цепях с постоянным напряжением, близким к предельному для данного конденсатора.

В настоящей статье зависимости $\varepsilon_r(x)$ и $\sigma(x)$ считаются известными. Их можно определить, либо сравнивая экспериментальные зависимости тока заряда от времени с рассчитанными по (18) или (21), либо исследуя зависимости восстанавливающегося напряжения от времени, как это показано в [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Соболева Л. П., Попович Е. А.** Алгоритм расчета зарядного тока в неоднородном двигателе с помощью обратного преобразования Лапласа. — Тр. Рязанского радиотехнич. ин-та (Применение средств вычислительной техники), 1974, с. 11—15.

2. **Смирнов В. И.** Курс высшей математики, т. 2. — М.—Л.: ГИТТЛ, 1951. — 627 с.

3. **Краснов М. Л.** Интегральные уравнения (Введение в теорию). — М.: Наука, 1975. — 303 с.

4. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. — М. — Л.: ГИТТЛ, 1951. — 606 с.

5. **Соболева Л. П., Колли Я. Н., Попович Е. А.** Переходные процессы в плоском конденсаторе, заполненном неоднородным реальным диэлектриком. — Тр. МЭИ, 1972, вып. 102, с. 20—27.

[16.12.85]

Уважаемый читатель!

Имеется в продаже и высылается наложенным платежом «Справочник по средствам автоматики»/Под ред. В. Э. Низе, И. В. Антика. — Энергоатомиздат, 1983. — 504 с. — 3 р. 80 к.

Приводятся сведения о физических и схемотехнических принципах действия средств автоматики, предназначенных для получения, преобразования, передачи и хранения информации. Рассмотрены первичные измерительные преобразователи, полупроводниковые, магнитные, пневматические и гидравлические промежуточные преобразователи — аналоговые и дискретные электронные элементы, электромашинные средства автоматики.

Заказы направлять по адресам:
454000, г. Челябинск, ул. Воровского, 2
Книготорг
443660, г. Куйбышев, ГСП, ул. Чапаевская, 85
Куйбышевский Книготорг
610000, г. Киров, ул. Ленина, 88
Кировский Книготорг

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Хроника

УДК 63:621.311:061.3

Всесоюзная научно-техническая конференция по электрификации, автоматизации и теплоснабжению сельскохозяйственного производства

(16—18 декабря 1985 г., Смоленск)

В конференции, организованной Госагропромом СССР, Всесоюзной академией сельскохозяйственных наук им. В. И. Ленина, Центральным правлением НТО энергетики и электротехнической промышленности им. академика Г. М. Кржижановского, Правлением общества «Знание РСФСР» и Всесоюзным научно-исследовательским институтом электрификации сельского хозяйства (ВИЭСХ), приняли участие 220 ученых и специалистов из 58 научно-исследовательских, проектных организаций и вузов.

На пленарном заседании и в четырех секциях рассмотрены вопросы электроснабжения, эксплуатации электрооборудования и техники электробезопасности в сельском хозяйстве, расширения применения электроэнергии и автоматизации в сельскохозяйственном производстве, рационального использования энергии в стационарных процессах сельскохозяйственного производства и теплоснабжения сельского хозяйства. Проанализированы пути успешного выполнения научно-технических программ по электрификации, автоматизации и экономии и рациональному использованию топливно-энергетических ресурсов в сельском хозяйстве в XII пятилетке, направленных на реализацию «Основных направлений экономического и социального развития СССР на 1986—1990 годы и на период до 2000 года», выполнение Энергетической и Продовольственной программ СССР.

На пленарном заседании первый секретарь Смоленского обкома КПСС И. Е. Клименко сделал доклад «Дальнейшее развитие электрификации сельского хозяйства — важнейший фактор ускоренного социально-экономического переустройства села в условиях Нечерноземной зоны РСФСР на примере Смоленской области».

С докладом от Минсельхоза СССР о состоянии и дальнейшем развитии электрификации сельского хозяйства выступил заместитель министра, чл.-корр. ВАСХНИЛ Б. А. Рунов.

Перспективы технического перевооружения и индустриализации сельского хозяйства изложил в докладе акад. ВАСХНИЛ Г. Е. Листопад.

Мероприятиям по обеспечению надежного электроснабжения сельского хозяйства был посвящен доклад главного инженера управления электрификации сельского хозяйства Минэнерго СССР Д. Т. Комарова.

О задачах электротехнической промышленности по обеспечению сельского хозяйства электрооборудованием рассказал директор ВНИИэлектропривод М. Г. Юньков. Председатель секции электрификации сельского хозяйства ЦП НТОЭ и ЭП, акад. ВАСХНИЛ И. А. Будзко доложил о задачах науки в области сельского электроснабжения. О развитии электрификации и рациональном использовании энергии в свете задач Продовольственной программы СССР говорил директор ВИЭСХ, чл.-корр. ВАСХНИЛ В. И. Сыроватка, проблему автоматизации технологических процессов сельскохозяйственного производства осветил чл.-корр. ВАСХНИЛ И. Ф. Бородин.

В докладах, сообщениях, выступлениях и рекомендациях конференции указывалось, что в решении задач партии и правительства по всемерному повышению эффективности сельскохозяйственного производства, ускорению научно-технического прогресса, успешному выполнению Продовольственной и Энергетической программ СССР значительная роль отводится развитию электроэнергетической базы сельского хозяйства, эффективному использованию энергии в технологических процессах, автоматизации сельскохозяйственного производства. Увеличение производства сельскохозяйственной продукции при сокращении численности рабочей силы может быть обеспечено, в первую очередь, за счет роста производительности труда, что потребует повышения его энерго- и электровооруженности.

Значительная часть капиталовложений на развитие материально-технической базы сельского хозяйства вкладывается в энергетику, при этом темпы развития сельской электрификации значительно выше, чем других видов сельскохозяйственной энергетики.

За последние пятилетки возросли потребление электроэнергии в сельском хозяйстве и электровооруженность труда в колхозах и совхозах. Продовольственная программа предусматривает к 1990 г. завершение в основном комплексной механизации земледелия и животноводства, что потребует дальнейшего значительного роста потребления электроэнергии.

Предусмотренное Продовольственной программой удвоение потребления электроэнергии до 1980 г. требует выполнения крупных работ, прежде всего по электроснабжению сельского хозяйства. В настоящее время в сельском хозяйстве создан мощный электроэнергетический комплекс, построено более 4 млн. км сельских электрических линий напряжением 0,38, 10, 35, 110 и 220 кВ. Общая мощность трансформаторных подстанций и пунктов составила 240 млн. кВ·А, а их число достигло 900 тыс. Для выполнения заданий по развитию электрификации сельского хозяйства в рамках Продовольственной программы необходимо довести потребление электроэнергии до 210—235 млрд. кВт·ч, протяженность сельских линий до 4,7—4,8 млн. км, увеличить количество трансформаторных подстанций и пунктов до 1 млн., а их мощность — до 350—370 млн. кВ·А.

В XI пятилетке организациями агропромышленного комплекса и промышленности выполнен значительный объем научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по развитию электрификации сельского хозяйства. Научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы выполнялись по общесоюзным и целевым научно-техническим программам электрификации сельского хозяйства, экономии и рационального использования топливно-энергетических ресурсов, автоматизации.

В результате выполнения научно-технической программы по электрификации сельского хозяйства промышленность в 1981—1984 гг. освоила выпуск новых электротехнических изделий и технических средств. Разработаны, утверждены и переданы производству для использования нормативные и методические документы.

В результате использования научных достижений, увеличения поставок новой техники возрос уровень комплексной электромеханизации на фермах крупного рогатого скота до 58 %, свинофермах — до 68 %, птицефермах — до 83 %, овцефермах — до 15 %. В 1986—1990 гг. предусматривается полная электромеханизация процессов на животноводческих фермах.

Вместе с тем в развитии сельскохозяйственной энергетики, электрификации и автоматизации имеются серьезные недостатки и нерешенные проблемы. Это прежде всего недостаточный уровень и темпы внедрения комплексной электромеханизации и автоматизации производственных процессов и электрификации тепловых процессов, некомплексность поставок сельскому хозяйству технологического, электротехнического оборудования, низкий уровень его надежности, существующие необоснованные ограничения Минэнерго СССР на подключение электротеплового оборудования.

Сельские электрические сети не обеспечивают достаточный уровень надежности электроснабжения потребителей.

Остаются нерешенными сложные задачи по рациональной эксплуатации сельских электрических сетей, не всегда обеспечиваются нормированное качество напряжения и снижение потерь электроэнергии. Несовершенны схемы сельских сетей, недостаточно число резервных линий 35—110 кВ, велики радиу-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

сы действия распределительных сетей 10 кВ, у половины потребителей первой категории отсутствует сетевой резерв. Слаба оснащенность сельских сетей средствами автоматизации, в том числе аппаратурой диспетчерской связи, а также устройствами автоматического регулирования напряжения под нагрузкой, автономного резервирования.

Во многих колхозах и совхозах уровень эксплуатации электрооборудования не соответствует требованиям современного электрифицированного сельскохозяйственного производства: высока аварийность электрооборудования; не выдерживаются нормативные сроки службы; слабы и плохо укомплектованы кадрами энергетическая служба и производственно-техническая база. В недостаточных объемах проводятся научно-исследовательские работы в области эксплуатации электрооборудования, повышения его эксплуатационной надежности и снижения эксплуатационных затрат, имеет место электротравматизм в сельскохозяйственном производстве и особенно в быту сельского населения.

Медленно развиваются исследования и внедряются в сельскохозяйственное производство методы электротехнологии, в том числе связанные непосредственно с электрофизическим воздействием на биологические объекты.

Требуют доработки и уточнения нормы освещения. Мало изучен вопрос о применении люминесцентных осветительных ламп с высокой световой отдачей в производственных процессах животноводства и птицеводства.

Малыми силами ведутся научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по электрификации мобильных процессов в сельском хозяйстве, недостаточно участвуют в этих работах научные организации Минсельхозмаша и Минэлектротехпрома.

Уровень автоматизации производственных процессов в сельском хозяйстве отстает от современных требований. Комплексная автоматизация производственных процессов сдерживается недостаточной номенклатурой первичных преобразователей (датчиков) для получения информации о состоянии управляемых сельскохозяйственных объектов. Научные работы по автоматизации производственных процессов в сельском хозяйстве ведутся разрозненно.

Недостаточны темпы развития и внедрения в сельскохозяйственное производство микропроцессорной техники, робототехнических устройств и манипуляторов.

Сельское теплоснабжение не удовлетворяет современным требованиям по экономичности, уровню автоматизации, надежности и трудоемкости в эксплуатации, электрификации тепловых производственных процессов и быта в сельском хозяйстве. Пока еще на низком уровне находятся система технической эксплуатации и обслуживание теплотехнического и электротеплового оборудования.

Участники конференции обратили внимание на необходимость повысить отдачу технического потенциала, созданного в колхозах, совхозах и других сельскохозяйственных предприятиях агропромышленного комплекса, улучшить сохранность, техническую эксплуатацию энергетического оборудования и качество механизированных работ, обеспечить экономное расходование энергоресурсов.

Требуется обеспечить повышение надежности электроснабжения сельского хозяйства, нормированное качество напряжения у сельскохозяйственных потребителей, добиться высоких показателей надежности электрооборудования, используемого в сельском хозяйстве, и одновременно снизить затраты на его эксплуатацию.

Конференция рекомендовала для внедрения в сельскохозяйственное производство новое оборудование и машины для электро- и теплоснабжения сельского хозяйства; новые электрифицированные технологии для животноводства, птицеводства и кормоприготовления; нормативы и рекомендации для планирования и организации эффективной эксплуатации энергетического оборудования и установок.

Научным коллективам необходимо принять меры к сокращению сроков проведения и внедрения, повышению результативности исследований, обеспечивающих существенную экономию трудовых ресурсов в основном за счет увеличения электровооруженности труда, что является одним из необходимых условий для перевода сельскохозяйственного производства на интенсивный путь развития; всемерно развивать в НИИ и вузах теоретические исследования по основным направлениям электроснабжения и автоматизации сельского хозяйства, сельскохозяйственной теплоэнергетике; активизировать исследования по созданию энергосберегающих машин, производственных процессов и технологий, в том числе направленных на замену нефтепродуктов электрической энергией, возобновляемыми источниками энергии.

Рекомендовано сосредоточить усилия НИИ и вузов на разработке научных проблем, предусмотренных общесоюзными, целевыми и отраслевыми научно-техническими программами.

В области электроснабжения, эксплуатации электрооборудования и техники электробезопасности в сельском хозяйстве разработать и обосновать мероприятия и средства по резкому снижению аварийности и потерь электроэнергии в сельских электрических сетях путем повышения механической прочности ВЛ 10 кВ, совершенствования конструкций электрических сетей, сетевого и автономного резервирования, автоматизации сетей, в том числе с применением микропроцессорной техники; разработать и внедрить современные методы расчета и построения сельских сетей; обосновать оптимальную систему эксплуатации электрооборудования в сельскохозяйственном производстве; разработать научно обоснованные нормы потребности в материалах, запасных частях и оборудовании для обеспечения в полном объеме ремонтно-эксплуатационных нужд.

В области применения электроэнергии в сельском хозяйстве: ускорить работы по созданию электротехнологии, выявлению сущности электрофизических воздействий на живые организмы, изучению электрических свойств и параметров сельскохозяйственных растений; расширить и ускорить исследования по электрификации мобильных процессов в растениеводстве и животноводстве, а также по электрификации приусадебных хозяйств и быта сельского хозяйства.

В области автоматизации производственных процессов в сельскохозяйственном производстве: обосновать уровень автоматизации технологических процессов по отраслям сельскохозяйственного производства; обеспечить разработку и широкое внедрение автоматических поточных линий, средств автоматизации и автоматизированных систем управления технологическими процессами.

В области теплоснабжения и рационального использования энергии в сельском хозяйстве: обосновать и разработать нормативы энергоемкости производства сельскохозяйственной продукции; рациональные системы теплоснабжения с учетом различных видов энергоисточников и типаж энергоэкономичного теплоэнергетического оборудования.

Необходимо обосновать технологии, зоны применения и систему технических средств использования возобновляемых и вторичных энергоресурсов в сельском хозяйстве.

С заключительным словом на пленарном заседании выступил академик-секретарь Отделения механизации и электрификации сельского хозяйства ВАСХНИЛ Г. Е. Листопад.

Совещание прошло на высоком уровне, чему способствовала забота и внимание, проявленные Смоленским обкомом КПСС и коллективом Смоленского филиала ВИЭСХ.

Молоснов Н. Ф., канд. техн. наук

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Васильев В. П., Козлов В. Н., Строганов Р. П., Ярмийчук В. Д., Сегура Х. Формализация задач оптимального управления внеплановой нагрузкой энергообъединений 1

Гусейнов Ф. Г., Абдуллаев Н. Ш., Эфендиев С. Э. Распознавание групп синфазных генераторов электроэнергетической системы 6

Александров Г. Н., Бочковский Б. Б., Подпоркин Г. В. Оценка грозоупорности бестросовых линий ультравысокого напряжения 10

Якобс А. И., Гриднева Т. Т. Анализ ошибок при расчете электрических характеристик заземляющих устройств 18

Мамошин Р. Р., Попов П. К. Энергетические характеристики преобразовательного электровоза ВЛ80Р в режиме рекуперации 26

Волович Г. И. Способ коррекции динамических характеристик широтно-импульсных преобразователей 33

Глинтерник С. Р. Математическое моделирование квазистационарных процессов в электрических системах с вентильными преобразователями 36

Ивлиев Е. А., Иоссель Ю. Я. Обобщение метода средних потенциалов при расчете сопротивлений растеканию электродов 41

СООБЩЕНИЯ

Зицер М. М., Тамазов А. И. Измерение потерь мощности в линиях сверхвысокого напряжения 46

Ахматова Т. Г., Кичаева Г. С., Шкуропат П. И. Быстродействующее коммутирующее устройство для установок с генераторами импульсных напряжений и токов 49

Душин Н. В., Кожевников В. А., Ходько И. Г. К расчету магнитного потока и индуктивности машины постоянного тока 51

Авилов В. Д. Влияние неидентичности коммутации в машинах постоянного тока на условия токосъема 54

Чабан В. И., Белый Л. А. Алгоритм ускоренного поиска стационарных электромеханических процессов асинхронных машин 56

Чивиджян Г. А. Влияние глубины паза и насыщения на коэффициент воздушного зазора 59

Богаченков А. Н., Новожилов О. П. Ферромагнитные умножители частоты с самоподмагничиванием промежуточной гармоникой тока 61

Алексеев О. Г., Мальцев В. В., Приемский Д. Г. Переменное электромагнитное поле в проводящем цилиндре конечных размеров 64

Ягуп В. Г. Полирежимность электрических цепей с управляемыми коммутаторами 66

Конев Ф. Б. О существовании нескольких стационарных режимов в линейной цепи с ключевыми элементами 68

Колев Л., Радев Н., Станчев К. Расчет периодических режимов в нелинейных электрических цепях 69

Баушев В. С., Кобзев А. В. Метод непосредственного нахождения периодического решения при анализе ключевых схем 72

Колли Я. Н., Соболева Л. П. Расчет напряженности электрического поля в плоском конденсаторе с учетом проводимости неоднородного диэлектрика . . . 75

ХРОНИКА 77

CONTENTS

Vasiliev V. P., Kozlov V. N., Stroganov R. P., Yarmichuk V. D., Segura K. — Formalizing Problems on Optimal Control of Unplanned Power Pool Loads . . . 1

Guseinov F. G., Abdullayev N. S., Afendiyev S. E. — Recognition of Groups of Identical-Phase Generators in an Electric Power System 6

Alexandrov G. N., Bochkovski B. B., Podporkin G. V. — Evaluation of the Lightning-Surge Withstand of UHV Transmission Lines Without Ground Wires 10

Jacobs A. I., Gridneva T. T. — Analysis of Errors in the Calculation of Electrical Characteristics for Earthing Devices 18

Mamoshin R. R., Popov P. K. — Energy Characteristics for Type VL80R Converter Electric Locomotives Under Regenerative Conditions 26

Volovitch G. I. — A Way for Correcting the Dynamic Response of Pulse-Width Converters 33

Glinternik S. R. — Mathematical Simulation of Quasi Steady-State Phenomena in Electric Systems With Electronic Converters 36

Ivliyev E. A., Yossel U. J. — Generalization of the Mean Potential Method for Calculation of the Electrode Footing Resistance 41

REPORTS

Zitser M. M., Tamazov A. I. — Measurement of Power Losses in EHV Lines 46

Akhmatova T. G., Kichayeva G. S., Shkuropat P. I. — A High-Speed Switching Device for an Installation With HV Impulse Generators and Surge Current Generators . . 49

Dushin N. V., Kozhevnikov V. A., Khodko I. G. — On Calculating the Magnetic Flux and Inductance of a DC Machine 51

Avilov V. D. — Now Nonidentical Commutation in DC Machines Influences Current Pick-Off Conditions . . 54

Chaban V. I., Bely L. A. — A Quick Search Algorithm for Stationary Electromechanical Processes in Asynchronous Machines 56

Chividzhian G. A. — How Slot Depth and Saturation Influences the Air Gap Factor 59

Bogachenkov A. N., Novozhilov O. P. — Ferromagnetic Frequency Multipliers Having Intermediate Current Harmonic Self Biassing 61

Alexeyev O. G., Maltsev V. V., Priyemski D. G. — The Variable Electromagnetic Field in a Finite Dimension Conducting Cylinder 64

Yagub V. G. — Polystates of Electric Circuits With Controlled Commutators 66

Konyev F. B. — On the Existence of Several States in a Linear Circuit With Keying Elements 68

Kolev L., Radev N., Stanchev K. — Calculation of Periodic States in Non-Linear Electric Circuits 69

Baushev V. S., Kobzev A. V. — Finding Directly the Periodic Solution in Keying Circuit Analysis 72

Colly J. N., Soboleva L. P. — Calculation of the Electric Field Intensity in a Plane Capacitor With Account Taken of Non-Homogenious Dielectric Conductance . . . 75

CHRONICLE 77

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Рефераты публикуемых статей

УДК 621.311.15:62—529.008.2

Формализация задач оптимального управления внеплановой нагрузкой энергообъединений. Васильев В. П., Козлов В. Н., Строганов Р. П., Ярмийчук В. Д., Сегура Х. — «Электричество», 1986, № 6.

Показано, что задача оптимального управления внеплановой нагрузкой энергообъединений с учетом ограничений, определяемых как технологическим оборудованием, так и особенностями работы (режима) конкретных энергообъединений, может быть сформулирована и решена как строго формализованная задача математического программирования. При этом для решения не требуется никаких дополнительных технических средств кроме имеющихся на диспетчерских пунктах энергообъединений. Библ. 8.

УДК 621.311.012.8.001.57

Распознавание групп синфазных генераторов электроэнергетической системы. Гусейнов Ф. Г., Абдуллаев И. Ш., Эфендиев С. Э. — «Электричество», 1986, № 6.

На основе физического и математического анализа содержания нелинейных электромеханических колебаний многомашинной ЭЭС определены основные показатели переходного процесса для начального момента времени. Установлен наиболее информативный показатель синфазности колебания СГ. Предложен инженерный метод электромеханического эквивалентирования сложных ЭЭС с заранее заданной точностью на основе выделения и использования групп синфазно колеблющихся СГ с применением теории распознавания образов. Библ. 9.

УДК 621.315.1:551.594.221

Оценка грозоупорности бестросовых линий ультравысокого напряжения. Александров Г. Н., Бочковский Б. Б., Подпоркин Г. В. — «Электричество», 1986, № 6.

Рассмотрена возможность отказа от грозозащитного троса на линиях электропередачи ультравысокого напряжения. Оценены необходимые изоляционные расстояния для обеспечения приемлемого уровня грозоупорности линий. Библ. 18.

УДК 621.316.993.053.2.088.001.24

Анализ ошибок при расчете электрических характеристик заземляющих устройств. Якобс А. И., Гриднева Т. Т. — «Электричество», 1986, № 6.

Проведен анализ основных причин возникновения ошибок при расчете электрических характеристик заземлителей и определены их числовые характеристики. Даны некоторые рекомендации по устранению или ослаблению действия факторов, влияющих на значения ошибок в конкретных расчетах. Библ. 7.

УДК 621.333.4.072.2

Исследование энергетических характеристик преобразовательного электровоза ВЛ80Р в режиме рекуперации. Мамошин Р. Р., Попов П. К. — «Электричество», 1986, № 6.

Разработана методика расчета энергетических характеристик электровоза ВЛ80Р и на их основе даны рекомендации о наиболее благоприятных режимах рекуперативного торможения.

Полученные характеристики позволяют оценить влияние зонно-фазового регулирования на качество электроэнергии при рекуперативном торможении и будут использованы при расчете режимов работы участков электроснабжения дорог переменного тока. Результаты могут быть использованы при создании математических моделей работы железных дорог, электрифицированных на переменном токе. Библ. 4.

УДК 621.314.6

Способ коррекции динамических характеристик широтно-импульсных преобразователей. Волович Г. И. — «Электричество», 1986, № 6.

Предложен способ построения простого последовательного дискретного корректирующего устройства, улучшающего динамику широтно-импульсного преобразователя (ШИП). Для этого компаратор систем управления ШИП охватывают отрицательной обратной связью, включающей корректирующий фильтр. Получены соотношения, позволяющие определить структуру и параметры корректирующего фильтра. Рассмотрен вопрос о коррекции динамических характеристик импульсного стабилизатора напряжения с выходным сглаживающим фильтром и пропорционально-интегральным регулятором. Библ. 9.

УДК 621.314.5.001.57

Математическое моделирование квазистационарных процессов в электрических системах с вентильными преобразователями. Глинтерник С. Р. — «Электричество», 1986, № 6.

Дано математическое описание квазистационарных электромагнитных процессов для обобщенной схемы примыкания вентильных прсобразователей к электрической системе со сложной частотной характеристикой и установлены соотношения между параметрами и относительными собственными частотами в такой системе. Определен спектральный состав эквивалентного преобразователям источника тока. Библ. 4.

УДК 537.212.001.24

Обобщение метода средних потенциалов при расчете сопротивлений растеканию электродов. Ивлиев Е. А., Иоссель Ю. Я. — «Электричество», 1986, № 6.

Рассмотрена модификация метода средних потенциалов, позволяющая рассчитывать сопротивления растеканию электродов, размещенных на непроводящих поверхностях или определенным образом расположенных в кусочно-однородной среде. Методика иллюстрируется расчетом сопротивления растеканию ряда электродных систем. Библ. 6.

УДК 621.311.15.083.9

Измерение потерь мощности в линиях сверхвысокого напряжения. Зицер М. М., Тамазов А. И. — «Электричество», 1986, № 6.

Рассмотрены возможности получения информации о потерях мощности в линии сверхвысокого напряжения путем сопоставления данных синхронных измерений активных мощностей по концам передачи. Получено значение максимальной ошибки измерения. Показано, что погрешность состоит из систематической и случайной составляющих. Приведена схема измерения суммарных потерь мощности с компенсацией систематической ошибки. Библ. 7.

УДК 621.316.933.4:621.373.2.001.6

Быстродействующее коммутирующее устройство для установок с генераторами импульсных напряжений и токов. Ахматова Т. Г., Кичаева Г. С., Шкуропат П. И. — «Электричество», 1986, № 6

Разработан и исследован быстродействующий управляемый вакуумный разрядник, позволяющий подключать поочередно к общей нагрузке генератор импульсных напряжений до 200 кВ микросекундного диапазона и генератор импульсных токов на напряжения от 1 до 100 кВ и токи с широким диапазоном амплитуд и длительностей (соответственно 10^4—10^6 А и 10^{-3}—10^{-4} с). Библ. 8.

УДК 621.313.2.014.2

Влияние неидентичности коммутации в машинах постоянного тока на условия токосъема. Авилов В. Д. — «Электричество», 1986, № 6

Излагается новый подход к оценке коммутационной напряженности машин постоянного тока по степени влияния различных факторов на условия коммутации, предлагается оценивать коммутационную напряженность по величине чувствительности к обобщенным параметрам неидеитичности. Сформулированы задачи дальнейших исследований по оценке допусков на степень неидентичности с учетом асимметрии и технологических отклонений. Библ. 8.

УДК 621.313.33

Метод анализа стационарных процессов насыщенных асинхронных машин. Чабан В. И., Белый Л. В. — «Электричество», 1986, № 6

Впервые предложен метод нахождения электромеханических стационарных процессов насыщенных асинхронных машин, основывающийся на нахождении начальных условий, приводящих к периодическому режиму. Дифференциальные уравнения асинхронной машины представлены в нормальной форме Коши, при этом статор описан в физических координатах, а ротор — в области координатных преобразований. Анализ основывается на использовании итерационной формулы Ньютона. Матрица перехода состояний находится в виде произведения двух иных матриц, одна из них образована коэффициентами дифференциальных уравнений машины, другая находится в результате интегрирования дополнительных уравнений. Библ. 8.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), **Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский И. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г.** (главный редактор), **Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.**

Научные редакторы: Б. Д. Макаршин, А. Л. Прилуцкий

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулёва

Сдано в набор 11.04.86 | Подписано в печать 04.06.86 | Т-14080 | Формат 60×90 1/8 | Печать высокая | Усл. печ. л. 10,0
Усл. кр.-отт. 10,5 | Уч.-изд. л. 12,13 | Тираж 5714 экз. | Заказ 1058

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10. Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 142300, г. Чехов Московской области

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru