

ISSN 0013-5380



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1990

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

8

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКОВ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.315.1:621.311.018.53

Метод оперативной оценки допустимости асинхронных режимов по межсистемной связи

ГУСЕЙНОВ А. М.

Азербайджанский институт нефти и химии

В настоящее время в связи с объединением крупных энергосистем (ЭЭС) число слабых межсистемных связей (СМС) растет, что повышает вероятность возникновения асинхронного режима (АР). В СССР накоплен определенный опыт использования АР как эффективного средства повышения надежности и живучести (ЭЭС) [1—3]. В настоящее время актуальным является оперативное выявление условий, допускающих кратковременные АР и обеспечение результирующей устойчивости в системах, содержащих СМС. Чем более слабой является межсистемная связь (МС), тем меньше периодические возмущения от АР, приложенные к валам синхронно работающих генераторов [4], т. е. менее опасен асинхронный ход для соединяемых подсистем. В случае сильных МС АР часто недопустим из-за высокой кратности тока и по другим причинам. Как показывает опыт эксплуатации, устойчивость ЭЭС в некоторых случаях восстанавливается без отключения СМС, т. е. происходит успешная ресинхронизация [1—3, 5].

При АР восстановление подсистем возможно либо путем отключения МС с последующей синхронизацией (при этом возникает необходимость действия АЧР и отключения некоторых потребителей в дефицитной зоне ЭЭС и отключения ряда генераторов в избыточной части системы), либо путем ее ресинхронизации. В последнем случае возможен относительно длительный АР, допустимость которого по условиям параллельной работы генераторов внутри каждой подсистемы должна быть проверена. Обеспечив

ресинхронизацию, восстановить синхронную работу ЭЭС можно в течение нескольких секунд, в то время как для того чтобы произвести точную синхронизацию ЭЭС, требуется иногда несколько десятков минут и более. При допущении кратковременных АР по СМС важно знать средние значения режимных параметров в каждой из подсистем. Вместе с тем допустимость АР по СМС может ограничиваться условиями устойчивости ответственных узлов нагрузки, оказавшихся вблизи электрического центра качаний. При этом необходимо убедиться, что в синхронно работающей подсистеме, содержащей СМС, не возникнет недопустимых качаний, что может быть обусловлено явлениями электромеханического резонанса при слабом демпфировании колебаний.

Разработанные для этой цели численные методы [6, 7], основанные на моделировании с помощью ЭВМ, не дают в достаточной степени правильного ответа о средних значениях режимных параметров из-за больших погрешностей, обусловленных погрешностями самих численных методов, и погрешностей, накапливаемых в ходе расчета длительного переходного процесса. Это снижает достоверность получаемых результатов и не позволяет качественно проанализировать происходящие реальные физические явления.

Известны методы, в которых используется измерение либо вычисление различных режимных параметров: I и U ; δ_{12} (угол между U_1 и U_2), фазового угла между P и Q , I и U и дру-

гих с учетом и без учета промежуточного отбора мощности по МС [2, 3, 5, 8, 9] в АР. Однако они предназначены для определения закономерностей изменения режимных параметров и выявления АР с целью настройки устройств противоаварийной режимной автоматики (АПАХ) на отключение МС.

В [2, 5] предлагаются упрощенные аналитические выражения для определения значения тока и напряжения при АР по МС, но без учета промежуточных нагрузок. Однако главным недостатком существующих методов является то, что они не позволяют определить изменения баланса мощностей в ЭЭС с отборами мощностей в АР и изменения средних уровней напряжений и частоты связываемых подсистем по сравнению с доаварийными значениями, а также оценить возможность возникновения дефицита реактивной мощности — главной причины существенного снижения средних уровней напряжения в узлах передачи.

Целью данной работы является разработка аналитической методики определения средних значений режимных параметров при установившемся АР по СМС, а также оценка критических параметров при больших колебаниях, вызывающих вторичное нарушение устойчивости. На базе разработанной аналитической методики построен диалоговый комплекс, с помощью которого, используя программу оперативного электромеханического эквивалентирования, строятся разные математические модели многомашинных систем, объединенных СМС:

а) двухмашинной системы конечной мощности с любым количеством промежуточных нагрузок (если они есть) — для исследования перераспределения средних значений активных и реактивных мощностей в различных точках схемы и частоты в соединяемых подсистемах при квазиустановившемся АР;

б) трехмашинной системы конечной мощности с учетом нагрузок, АРС и АРВ генераторов — для определения характера нелинейного электромеханического резонанса при установившемся АР одной из подсистем, а также для определения эквивалентных возмущений, приложенных к валам синхронных машин (СМ) и др.;

в) многомашинной сложной регулируемой системы — для выявления влияния местной нагрузки асинхронно работающей СМ (либо подсистемы) на уровень возмущения в зависимости от модуля и фазы ее эквивалентной проводимости [4] с целью оперативного определения путей уменьшения величины возмущения от АР генератора.

В первой части работы на основе применения метода гармонической линеаризации режимных параметров выделены соответствующие области, по которым можно точно и оперативно оценить соотношение между средними значениями

параметров (средние уровни частоты и активной мощности в каждой из соединяемых систем, средние значения реактивных мощностей и связанные с ними изменения среднего уровня напряжения в узлах схемы) при установившемся АР по сравнению с исходными доаварийными значениями, после чего можно судить о допустимости асинхронного режима по МС. Важно, что оценка параметров таких режимов определяется предварительно, без непосредственного расчета установившихся АР, по известным заранее параметрам схемы и исходного режима системы. При этом выделены «опасные» зоны, где при АР средние уровни напряжений в узлах будут намного меньше доаварийных значений. Выделены «не опасные» зоны, где с точки зрения средних значений режимных параметров АР допустим по МС.

Во второй части предложена аналитическая методика изучения качественных явлений при электромеханическом резонансе.

Оценка средних значений режимных параметров при установившемся асинхронном режиме по межсистемной связи. Основные уравнения для теоретического анализа более подробно представлены в [10]. Рассматривая энергосистему (с любым количеством отборов мощности), содержащую две несинхронно вращающиеся части системы С1 и С2, можно показать, что в квазиустановившемся АР частота будет всегда повышаться в подсистеме С1 (зона A_s) и понижаться в подсистеме С1 (зона C_s). Зона A_s соответствует исходным режимам δ_{120} , для которых выполняется следующее неравенство:

$$\varphi_{12} - \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < \varphi_{12} + \arccos J_{1 \max}(C_1), \quad (1)$$

где φ_{12} — аргумент взаимной проводимости между С1 и С2; C_1 — амплитуда первой гармоники взаимного угла δ_{12} ; $J_{1 \max}(C_1)$ — максимальное значение функции Бесселя первого порядка от действительного аргумента C_1 (для реально возможных значений C_1 величина $J_1(C_1)$ достигает максимума $J_{1 \max}(C_1) \approx 0,6$ при $C_1 = 1,95$ рад или 112° ; отсюда $\arccos J_{1 \max}(C_1) \approx 53,17^\circ$).

В этой же области исходных режимов, которую мы назовем зоной A_s , всегда среднее значение активной мощности, выдаваемой подсистемой С1 в квазиустановившемся АР, будет меньше, чем значение активной мощности в исходном доаварийном режиме ($P_{10} > P_{1(0)}$, т. е. $S_{1 \text{ ср}} > 0$).

Зона C_s , в которой будет всегда наблюдаться понижение частоты в С1 (условие $S_{1 \text{ ср}} < 0$), соответствует следующей области исходных режимов:

$$\varphi_{12} - 180^\circ - \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < \varphi_{12} - 180^\circ + \arccos J_{1 \max}(C_1). \quad (2)$$

В этой области всегда среднее значение активной мощности, выдаваемое подсистемой С1 в квазиустановившемся АР будет больше, чем значение активной мощности С1 в исходном доаварийном режиме, т. е. $P_{1(0)} > P_{10}$. Между зоной A_s и зонами C_s имеются области исходных режимов B_s , в которых изменение среднего значения активной мощности и среднее значение скольжения в С1 зависит от параметров вынужденных колебаний взаимного угла между С1 и С2. В области B_s исходных режимов работы системы характеризуется неравенствами:

$$-180^\circ + \varphi_{12} + \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < \varphi_{12} - \arccos J_{1 \max}(C_1); \quad (3)$$

$$\varphi_{12} + \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < 180^\circ; \quad (4)$$

$$-180^\circ < \delta_{120} < 180^\circ + \varphi_{12} - \arccos J_{1 \max}(C_1). \quad (5)$$

Заметим, что, если исходный угол δ_{120} лежит в области исходных режимов B_s [т. е. удовлетворяет неравенствам (3) — (5)], то частота системы С1 может повышаться (если $M_{T1} > M_{11}$), понижаться (если $M_{T1} < M_{11}$) или практически не меняться (если $M_{T1} \approx M_{11}$), где M_{T1} , M_{11} — момент турбины и собственный момент системы С1.

Необходимо подчеркнуть, что использование неравенств $M_{T1} \gtrless M_{11}$ правомерно, если исходный режим работы системы попадает в зону B_s .

Отметим, что полученные области исходных режимов (1) — (5) должны быть ограничены зоной статически устойчивых режимов, определяемых неравенствами

$$-90^\circ + \arctg \left(\frac{T_{J2} - T_{J1}}{T_{J2} + T_{J1}} \operatorname{tg} \alpha_{12} \right) < \delta_{120} \leq 90^\circ + \arctg \left(\frac{T_{J2} - T_{J1}}{T_{J2} + T_{J1}} \operatorname{tg} \alpha_{12} \right), \quad (6)$$

где T_{J1} , T_{J2} — постоянные инерции систем С1 и С2; $\alpha_{12} = \varphi_{12} - 90^\circ$.

Рассмотрим теперь вопрос о соотношении между средним значением реактивной мощности, выдаваемой подсистемами в квазиустановившемся режиме при асинхронном ходе ($Q_{i(0)}$) по МС, и значением реактивной мощности этих подсистем в доаварийном режиме ($Q_{i(0)}$), где $i=1,2$ — номера соответствующих генераторных узлов.

Аналитический анализ показал, что условие $Q_{1(0)} > Q_{10}$ (зона A_Q) выполняется, если имеет место соотношение

$$\varphi_{12} - v_Q + \arccos J_{1 \max}(C_1) > \delta_{120} > \varphi_{12} - v_Q - \arccos J_{1 \max}(C_1), \quad (7)$$

где

$$v_Q = \arctg \frac{1 + 2x_{d1} Y_{11} \sin \varphi_{11}}{2x_{d1} Y_{11} \cos \varphi_{11}}. \quad (8)$$

В зоне C_Q исходных режимов всегда, при любых параметрах вынужденных колебаний вы-

полняется условие $Q_{1(0)} < Q_{10}$. Для этой зоны справедливо соотношение

$$\varphi_{12} - v_Q + 180^\circ + \arccos J_{1 \max}(C_1) > \delta_{120} > \varphi_{12} - v_Q + 180^\circ - \arccos J_{1 \max}(C_1). \quad (9)$$

Для зоны B_Q диапазон исходных режимов соответствует неравенствам

$$-180^\circ + \varphi_{12} - v_Q + \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < \varphi_{12} - v_Q - \arccos J_{1 \max}(C_1); \quad (10)$$

$$\varphi_{12} - v_Q + \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < 180^\circ + \varphi_{12} - v_Q - \arccos J_{1 \max}(C_1), \quad (11)$$

и соотношение между $Q_{1(0)}$ и Q_{10} зависит от параметров вынужденных колебаний C_1 , C_0 , φ (здесь C_0 , φ — постоянная составляющая и фаза первой гармоники взаимного угла δ_{12}).

Воспользовавшись методикой, аналогичной приведенной выше, можно показать, что всегда будет наблюдаться понижение напряжения в узле 1 при установившемся АР $U_{1(0)} < U_{10}$, если выполняется условие

$$\varphi_{12} - v_U - \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < \varphi_{12} - v_U + \arccos J_{1 \max}(C_1), \quad (12)$$

где

$$v_U = \arctg \frac{1 + Y_{11} x_{d1} \sin \varphi_{11}}{Y_{11} x_{d1} \cos \varphi_{11}}. \quad (13)$$

Повышение напряжения в узле 1 ($\dot{U}_{1(0)} > \dot{U}_{10}$) возможно, если: а) узел удален от центра качаний; б) исходный режим работы системы характеризуется неравенствами

$$180^\circ + \varphi_{12} - v_U - \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < 180^\circ; \quad (14)$$

$$\varphi_{12} - v_U + \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < 180^\circ + \varphi_{12} - v_U - \arccos J_{1 \max}(C_1); \quad (15)$$

$$-180^\circ < \delta_{120} < -180^\circ - v_U + \arccos J_{1 \max}(C_1); \quad (16)$$

$$-180^\circ + \varphi_{12} - v_U + \arccos J_{1 \max}(C_1) < \delta_{120} < \varphi_{12} - v_U - \arccos J_{1 \max}(C_1). \quad (17)$$

Для оценки справедливости основных теоретических положений предполагаемого способа, позволяющих при асинхронном ходе по МС провести качественное сравнение основных режимных параметров ($S_{i(0)}$, $P_{i(0)}$) с их доаварийными значениями, проведено экспериментальное исследование на динамической модели МЭИ. На исследуемых генераторах отсутствуют автоматический регулятор возбуждения и автоматический регулятор скорости. Исследовались несколько вариантов схем. На рис. 1, а и б выделены наиболее интересные режимы 1—4. Там же приведены угловые характеристики электромагнитных моментов СМ и указаны модули и фазы собственных и взаимных проводимостей с параметрами рассматриваемых исходных режимов.

$$M_{31} = 0,7994 + 0,4067 \cos(27,58 - \delta_{120}) \quad \dot{Y} = \begin{bmatrix} 0,8382 & 0,1875 \\ 0,1875 & 0,6698 \end{bmatrix}; \quad \dot{\varphi} = \begin{bmatrix} -60,56 & 27,58 \\ 27,58 & -68,4 \end{bmatrix}$$

$$M_{32} = 0,5981 + 0,4067 \cos(27,58 + \delta_{120}) \quad \delta_{120} = -12,6^\circ$$

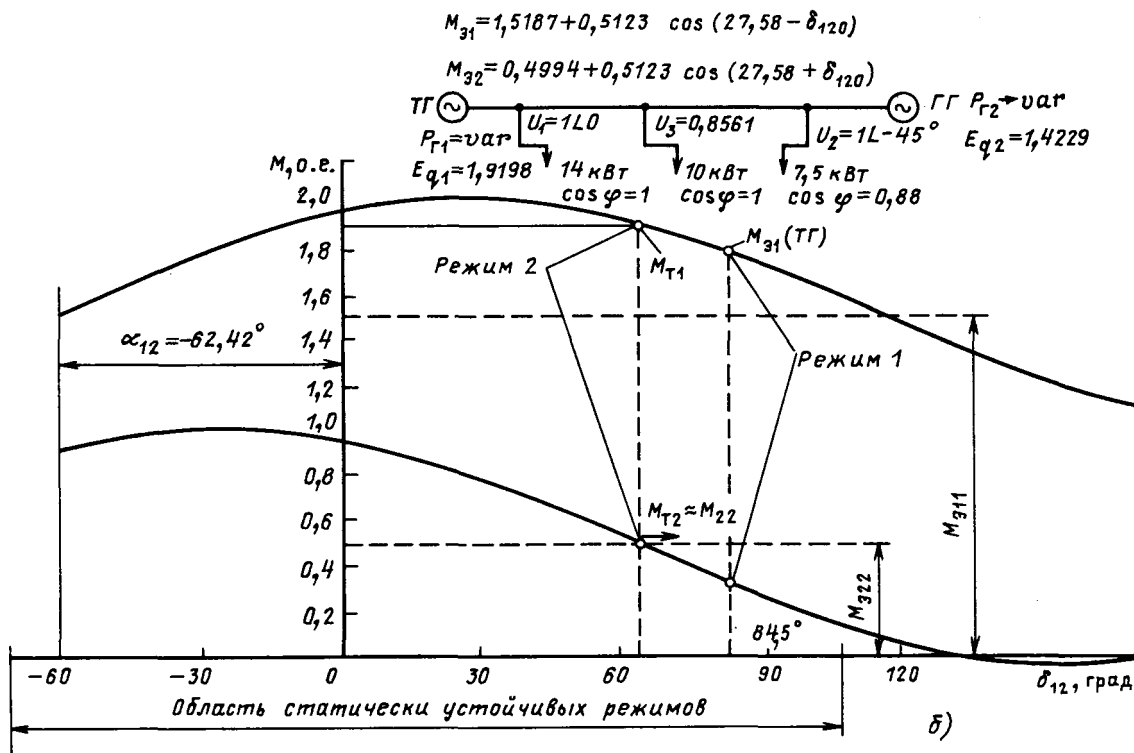
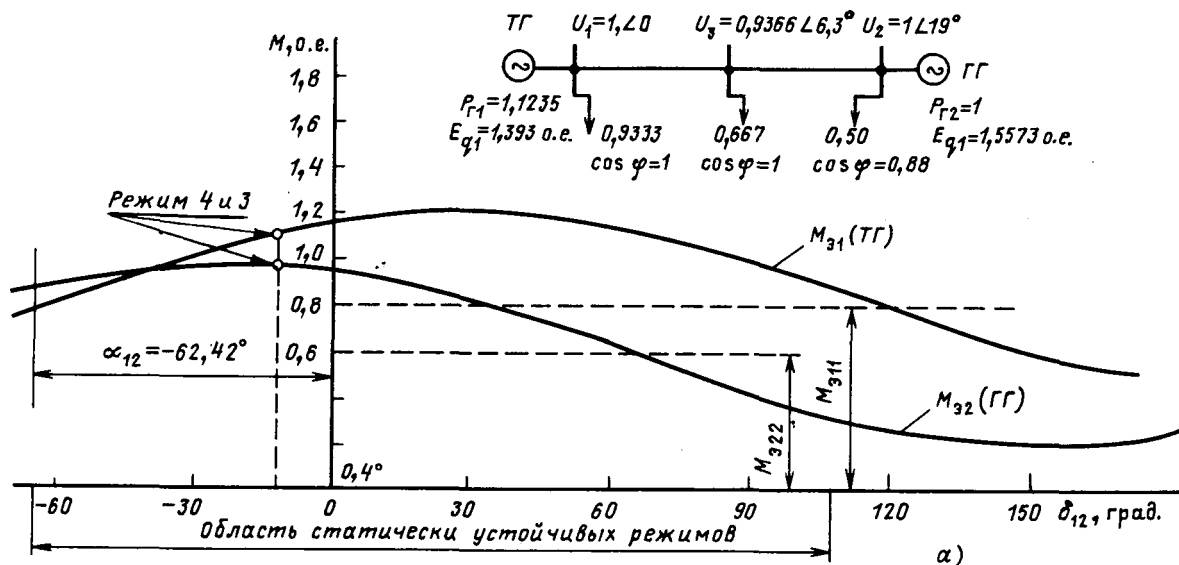


Рис. 1. Угловые характеристики мощностей для режимов 1 и 2 (а), 3 и 4 (б)

На угловой характеристике выбраны четыре характерных, специально подобранных режима. Переход в установившийся АР генераторов осуществляется затяжным двухфазным к. з. на линии связи. На рис. 2, а—г приведены осциллограммы установившегося асинхронного хода по связи

(режимы 1—4). Результаты анализа экспериментальных исследований качественно подтвердили аналитическое исследование.

В таблице приведены неравенства и указаны соответствующие зоны для турбогенератора (ТГ) гидрогенератора (ГГ) для всех рассматри-

Параметры режима	CI (ГГ)	Зоны	Исследуемые режимы и ожидаемые результаты								C2 (ГГ)
	Условные неравенства		Режим 1, $\delta_{120}=84,5^\circ$		Режим 2, $\delta_{120}=63^\circ$		Режим 3, $\delta_{120}=-12^\circ$		Режим 4, $\delta_{120}=-13,66^\circ$		Условные неравенства
			C1	C2	C1	C2	C1	C2	C1	C2	
			(ТГ)	(ГГ)	(ТГ)	(ГГ)	(ТГ)	(ГГ)	(ТГ)	(ГГ)	
$s_{i\text{cp}}$	$-25,59^\circ < \delta_{120} < 80,75^\circ$	$A_s[s_{i\text{cp}} > 0]$	—	—	—	—	—	—	—	—	$-23,59^\circ < \delta_{210} < 80,75^\circ$
	$-205,59^\circ < \delta_{120} < -99,25^\circ$	$C_s[s_{i\text{cp}} < 0]$	—	—	—	—	—	—	—	—	$-205,59^\circ < \delta_{210} < -99,25^\circ$
P_{i0}	$-99,25^\circ < \delta_{120} < -25,59^\circ$	$B_s[s_{i\text{cp}} \geq 0]$	$s_{1\text{cp}} \geq 0$	$s_{2\text{cp}} < 0$	—	$s_{2\text{cp}} = 0$	—	—	$P_{10} > P_{1(0)}$	—	$-99,25^\circ < \delta_{210} < -25,59^\circ$
$P_{i(0)}$	$80,75^\circ < \delta_{120} < 107^\circ$	а) $M_{Ti} > M_{ii}$ б) $M_{Ti} \approx M_{ii}$ в) $M_{Ti} < M_{ii}$	$P_{10} \geq P_{1(0)}$	$P_{20} < P_{2(0)}$	—	$P_{20} \approx P_{2(0)}$	—	—	$s_{1\text{cp}} > 0$	—	$80,75^\circ < \delta_{210} < 107^\circ$
			$(M_{T1} > M_{11})$	$(M_{22} > M_{T2})$	—	$(M_{T2} \approx M_{22})$	—	—	$(M_{T1} > M_{11})$	—	
Q_{i0}	$-17,09^\circ < \delta_{120} < +89,25^\circ$	$A_Q[Q_{i(0)} > Q_{10}]$	$Q_{1(0)} > Q_{10}$	—	$Q_{1(0)} > Q_{10}$	—	$Q_{1(0)} > Q_{10}$	$Q_{20} < Q_{2(0)}$	$Q_{1(0)} > Q_{10}$	$Q_{2(0)} > Q_{20}$	$-28,59^\circ < \delta_{210} < 77,25^\circ$
	$-180^\circ < \delta_{120} < -90,75^\circ$	$C_Q[Q_{i(0)} < Q_{i0}]$	—	—	—	—	—	—	—	—	$-180^\circ < \delta_{210} < -102,25^\circ$
	$162,91^\circ < \delta_{120} < 180^\circ$	$B_Q[Q_{i(0)} \geq Q_{i0}]$	—	—	—	—	—	—	—	—	$151,41^\circ < \delta_{210} < 180^\circ$
$Q_{i(0)}$	$-90,75^\circ < \delta_{120} < -17,09^\circ$		—	$Q_{2(0)} \geq Q_{20}$	—	$Q_{2(0)} \geq Q_{20}$	—	—	—	—	$-102,25^\circ < \delta_{210} < -28,59^\circ$
	$89,25^\circ < \delta_{120} < 162,91^\circ$		—	—	—	—	—	—	—	—	$77,75^\circ < \delta_{210} < 151,41^\circ$
U_{i0}	$-81,42^\circ < \delta_{120} < 24,92^\circ$	$C_U[U_{i(0)} < U_{i(0)}]$	—	$U_{2(0)} < U_{20}$	—	$U_{2(0)} < U_{20}$	$U_{1(0)} < U_{10}$	—	$U_{10} > U_{1(0)}$	—	$-94,773^\circ < \delta_{210} < 11,56^\circ$
	$98,58^\circ < \delta_{120} < 180^\circ$	$A_U[U_{i(0)} > U_{i(0)}]$	—	—	—	—	—	—	—	—	$138,397^\circ < \delta_{210} < 180^\circ$
	$24,92^\circ < \delta_{120} < 98,58^\circ$		$U_{1(0)} \geq U_{10}$	—	$U_{1(0)} \geq U_{10}$	—	—	$U_{2(0)} \geq U_{20}$	—	$U_{2(0)} > U_{20}$	$11,567^\circ < \delta_{210} < 85,227^\circ$
$U_{i(0)}$	$-180^\circ < \delta_{120} < -153,08^\circ$		—	—	—	—	—	—	—	—	$-180^\circ < \delta_{210} < -168,433^\circ$
	$-155,08^\circ < \delta_{120} < -21,42^\circ$		—	—	—	—	—	—	—	—	$-168,43^\circ < \delta_{210} < -94,73^\circ$

Номера рисунков (осциллограмм)

2, а

2, б

2, в

2, г

Примечания: 1. Области статически устойчивых режимов ограничены неравенствами $-21,4^\circ < \delta_{120} < 180^\circ$. 2. При анализе режимных параметров для C2 (ГГ) необходимо учесть, что $\delta_{120} = -\delta_{210}$. 3. i — номера исследуемых генераторов (i=1,2)

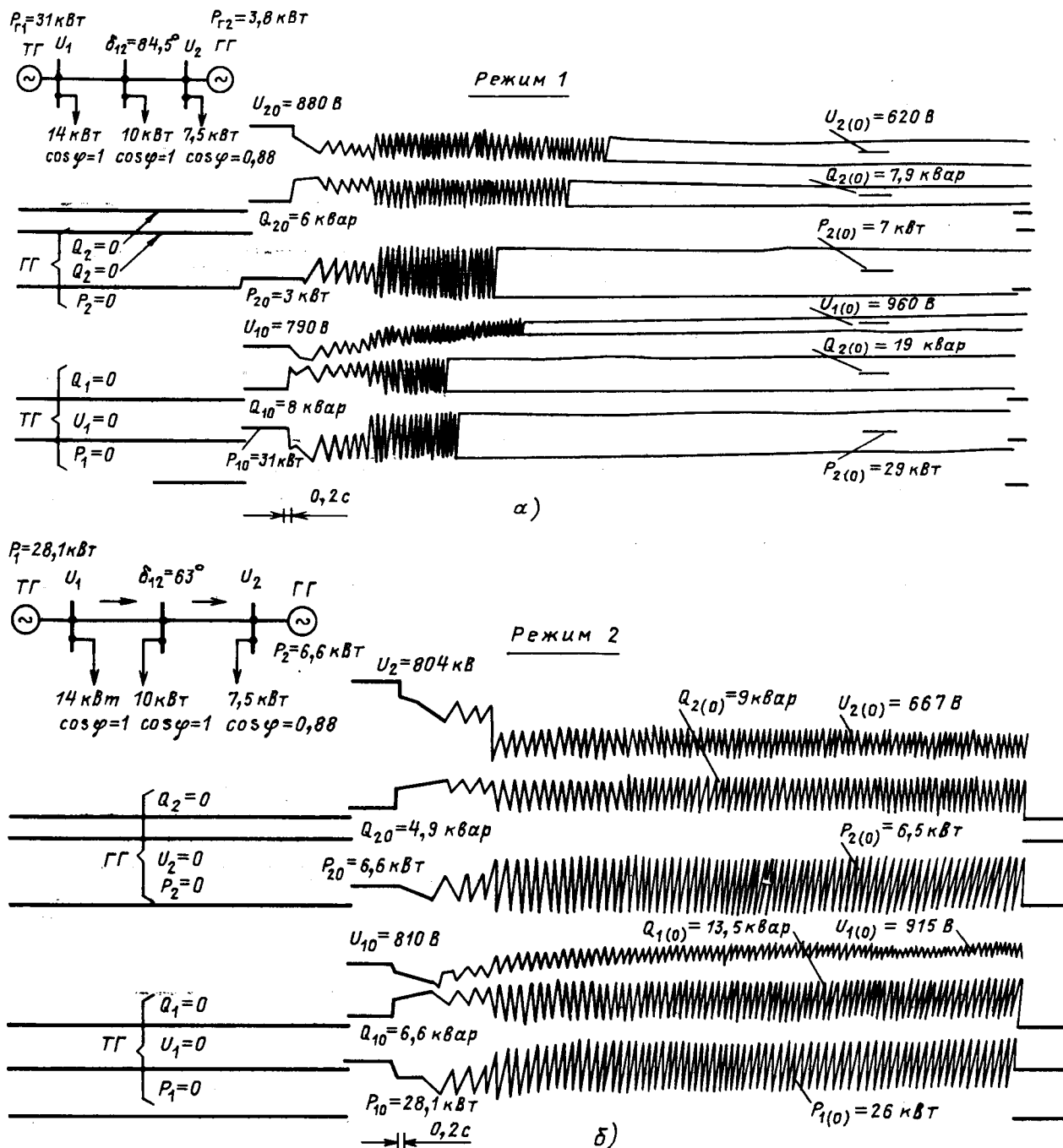


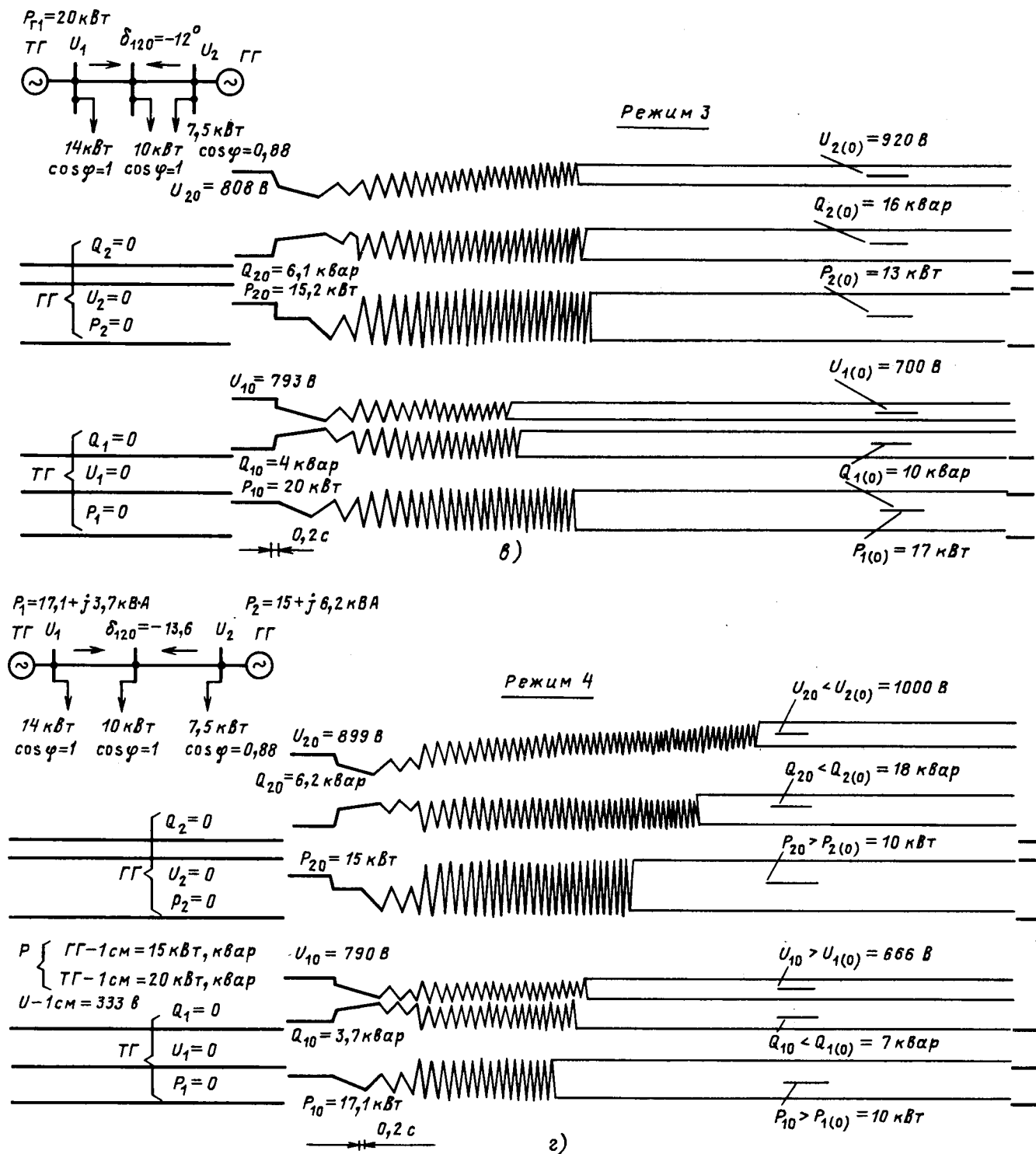
Рис. 2. Осциллограммы установившегося асинхронного хода по связи соответственно для режимов 1 и 4

ваемых режимов. Для сопоставления расчетных и экспериментальных результатов в таблице даны ссылки на осциллограммы, полученные на динамической модели для соответствующих режимов.

Заметим, что перемещение исследуемых режимов по угловой характеристике позволило оценить справедливость данного метода в широком диапазоне изменения δ_{12} , а с другой стороны выявить те режимы, которые опасны с точки

зрения средних значений режимных параметров и оценки допустимости АР по связи. Например, режимы 1 и 2 характеризуются тем, что ТГ в доаварийном режиме полностью покрывает местную нагрузку (узел 1) и выдает мощности для промежуточного отбора (узел 3) и для узла 2. Исходные режимы 3 и 4 характеризуются тем, что в покрытии промежуточной нагрузки (узел 3) участвуют как ТГ, так и ГГ.

Очевидно, что для исходных режимов 1 и



2 ТГ можно считать эквивалентным избыточной части системы, а ГГ — дефицитной части. В таких условиях обычно предполагается, что установившийся асинхронный ход по связи между частями системы должен привести к повышению частоты в избыточной и понижению ее в дефицитной части системы. Для режимов 3 и 4 такие

предположения заранее обычно неизвестны. Как показал проведенный анализ, изменение среднего скольжения (частоты) генераторов ТГ и ГГ должно зависеть от того, какой из зон (A_s , B_s или C_s) квазиустановившихся АР соответствуют исходные режимы 1—4 для ТГ и ГГ. Таким образом, полученные результаты теоре-

тического и экспериментального анализа весьма важны при оценке допустимости асинхронного хода по МС и позволяют отметить следующее¹:

1. Режим установившегося асинхронного хода по МС может сопровождаться не понижением, а повышением средних значений выдаваемых генераторами реактивных мощностей и напряжения в узлах передачи по сравнению с доаварийными значениями.

2. Более сильное понижение напряжения возникает в тех генераторных узлах, для которых выполняется соотношение $Q_{i(0)} < Q_{i0}$. Способ позволяет выявить тот участок (узел) системы, в котором будет $U_{i(0)} \geq U_{j(0)}$ (где i, j — узлы эквивалентных генераторов двухмашинной системы).

3. При квазиустановившемся асинхронном ходе возможны режимы, которые не соответствуют обычным представлениям. Например, возможны режимы, где $S_{i\text{ ср}} \approx 0$ либо $S_{i\text{ ср}} > 0$, $S_{2\text{ ср}} > 0$.

Перейдем теперь к рассмотрению допустимости установившегося АР с учетом средних значений режимных параметров, характер изменения которых определяется вышеуказанными теоретическими предположениями.

Прежде всего отметим, что по существующим в настоящее время представлениям наличие генератора или части системы, идущей асинхронно по отношению к остальной части системы, приводит всегда к возникновению дефицита реактивной мощности в одной из частей системы [5]. Однако такие представления основываются в основном на изучении асинхронного хода генератора, потерявшего возбуждение. В этих условиях получалось, что среднее значение реактивной мощности, выдаваемой генератором или частью системы, идущей несинхронно, в таком квазиустановившемся режиме всегда меньше, чем реактивная мощность, выдаваемая в доаварийном режиме.

Как следует из теоретического анализа и экспериментальных результатов данной работы, для МС, соединяющей две несинхронно работающие части системы, такой упрощенный учет взаимного движения двух подсистем может привести к качественно неверным выводам. Так, во всех исследуемых режимах схемы наблюдается превышение среднего значения реактивной мощности для ТГ и ГГ по сравнению с доаварийными значениями. На приведенных осциллограммах можно заметить, что при попадании исходного режима (характеризуется δ_{120}) в зону B_Q средний уровень напряжения при установившемся АР в исследуемых генераторных узлах получается немного меньше, чем при попа-

дании в зону A_Q . Очевидно, что для устойчивой работы узлов нагрузок в отличие от режимов 1 и 2 (где для узла 2 исходный режим соответствует зоне B_Q) режимы 3 и 4 (где для узла 2 исходный режим соответствует зоне A_Q) не опасны, так как в указанных случаях в узле 2 средний уровень напряжения не снижается ниже значения $0,85 U_{\text{раб}}$. В режимах 3 и 4 в узле 1 наблюдается повышение среднего уровня напряжения по сравнению с доаварийными значениями. Такое повышение среднего значения напряжения на зажимах генератора можно ожидать только лишь для СМ, работающей в АР с положительным скольжением. Для пояснения этого физического явления запишем выражение, отражающее влияние частоты на значение э. д. с. генератора (E_q)^{**}:

$$E_{q\text{ef}} = E_{q\text{eo}}(f/f_n)^n,$$

где f_n — номинальная частота; $E_{q\text{eo}}$ — напряжение на концах ротора в нормальном режиме; значение показателя степени n зависит от схемы возбуждения и обычно принимается $n=2$ при наличии возбудителя с шунтовой обмоткой возбуждения и $n=3$ при каскадном возбуждении.

Таким образом, при увеличении частоты вращения ротора генератора ток в обмотке ротора возрастает и тем самым способствует повышению значения напряжения на зажимах генератора. Следовательно, незначительное снижение среднего уровня напряжения в узлах при установившемся АР может наблюдаться в тех узлах, для которых среднее значение реактивной мощности $Q_{i(0)}$ больше доаварийного значения Q_{i0} , т. е. если режим для этого узла будет попадать в зону A_Q . Повышение среднего уровня напряжения в установившемся АР по сравнению с доаварийными значениями может наблюдаться при попадании исходного режима в зоны A_s и A_Q . Заметим, что в некоторых реальных системах, содержащих МС, из-за опасения развития аварии при возникновении асинхронного хода отключают связь либо в первом цикле, либо после двух-трех циклов (2—4 с) при скольжениях $s = 4 \div 6 \%$. Следовательно, в тот период, когда обычно защита АПАХ мгновенно отключает асинхронный ход, заметного повышения средних значений $Q_{i(0)}$ и $U_{i(0)}$ в узлах первоначально может не наблюдаться, тогда как ожидается попадание исходного режима в зоны A_s и A_Q .

На рис. 3 представлена структурная схема диалогового алгоритма расчета допустимости асинхронного режима по СМС. Расчетная программа может быть использована как отдельная подпрограмма либо может быть подключена к любым программным комплексам, содержащим программы расчета установившегося режима и эквивалентирования. Программа составлена на

¹ Что невозможно было бы выявить существующими методами [2, 3, 6—9].

^{**} Значение E_q пропорционально напряжению на кольцах ротора.

алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV. Как видно из структурной схемы, если $s_{cp} < s_{cp. доп}$ и исходный режим для С1 и СП, характеризуемых параметрами δ_{120} , φ_{12} , соответствует зоне A_Q , то АР завершится успешной ресинхронизацией, при этом глубоких снижений значения среднего уровня напряжений в подсистемах не ожидается. Поэтому для таких режимов допустим асинхронный ход. При этом менее благоприятными режимами могут считаться случаи, когда исходный режим соответствует зонам B_Q и B_s , где $s_i \geq 0$, учитывая, что $s_{cp} \leq s_{cp. доп}$. Для таких режимов АР также может быть допустим. Примерное местонахождение центра качаний определяется в соответствии [8, 9].

Более тяжелыми режимами могут считаться случаи, когда исходный режим соответствует зонам C_Q и B_Q , B_s , где $s_i \leq 0$. Для таких режимов синхронный ход по МС характеризуется более глубокими снижениями средних уровней значений напряжения в подсистемах. Поэтому для таких режимов, если даже $s_{cp} \leq s_{cp. доп}$, допущения асинхронного хода по СМС требует четкого представления о характере комплексных узлов нагрузки, примыкающих по концам электропередачи.

Таким образом, если по условиям работы объединенной энергосистемы ресинхронизация выгоднее (например, если $s_{cp} < s_{доп}$ и центр качаний удален от промежуточных нагрузок), чем быстрое деление, то с точки зрения средних значений режимных параметров не опасными режимами могут считаться такие, которые попадают в зону A_Q . При этом, если исходный режим, характеризуемый δ_{120} , соответствует и зоне B_s , где выполняется условие $M_{т1} \approx M_{11}$ либо $M_{т2} \approx M_{12}$ ($s_{cp} \approx 0$), то увеличивается вероятность ресинхронизации асинхронно идущих подсистем. На основе качественного анализа рассмотренным методом для определенного доаварийного режима работы системы, характеризующегося параметрами δ_{120} и φ_{12} , и с учетом допустимости или недопустимости для каждой подсистемы дефицита реактивной мощности (приводящего к существенному снижению средних уровней напряжения в узлах передачи при попадании исходного режима в зону C_Q либо B_Q), а также значения активной мощности, возможно оценить допустимость асинхронного хода по МС. Необходимо подчеркнуть, что эти аналитические исследования должны способствовать правильному выбору расчетных схем, с помощью которых можно выделить «опасные» режимы настраиваемых АПАХ на мгновенное отключение МС, а также режимы, допускающие асинхронный ход, для которых далее целесообразно проводить более тщательное численное исследование с использованием средств автоматизи.

Резонансные явления при ресинхронизации. Опасность нарушения результирующей устойчиво

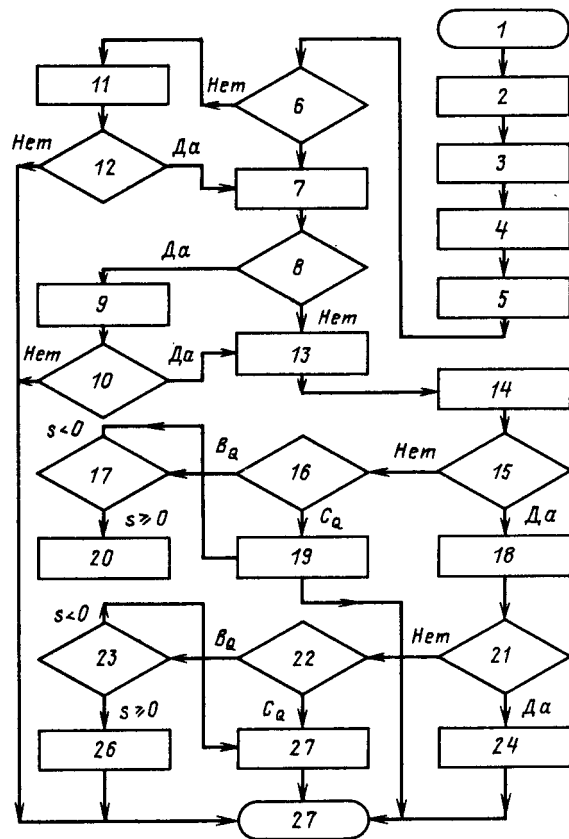


Рис. 3. Структурная схема диалогового алгоритма расчета допустимости асинхронного режима по межсистемной связи: 1 — начало; 2 — получение исходной двухмашинной модели и расчет установившегося режима; 3 — ввод исходных данных для оценки допустимости АР по МС; 4 — определение области статически устойчивых режимов и расчет s_{cp} , $s_{cp. доп}$; 5 — вывод информации (1 — область статически устойчивых режимов, 2 — s_{cp} , $s_{cp. доп}$); 6 — $s_{cp} \leq s_{cp. доп}$; 7 — определение местонахождения центра качаний по МС; 8 — центр качаний попадает в нагруженный узел?; 9 — выдача сообщения: АР недопустим, так как центр качаний попал в нагруженный узел. Рассмотреть мероприятия по перемещению центра качаний; 10 — решение задачи продолжить?; 11 — выдача сообщения: АР недопустим по условиям ресинхронизации; 12 — решение задачи продолжить?; 13 — расчет для подсистем С1 и С2 (1 — зоны A_s , B_s , C_s , 2 — зоны A_Q , B_Q , C_Q , 3 — зоны A_U , C_U); 14 — выдача результатов расчета зон для подсистем С1, С2 в виде таблицы; 15 — исходный режим для С1 попал в зону A_Q ?; 16 — исходный режим для С1 попал в зону C_Q или B_Q ?; 17 — для С1 исходный режим попал в зону B_s , где $s \leq 0$?; 18 — для С1 дефицит по Q не ожидается. АР для С1 допустим; 19 — для С1 ожидаются глубокие снижения среднего уровня U; 20 — для С1 глубоких снижений среднего уровня U не ожидается. Зоны B_Q , B_s , где $s \geq 0$; 21 — исходный режим для С2 попал в зону A_Q ?; 22 — исходный режим для С2 попал в зону C_Q или B_Q ?; 23 — для С2 исходный режим попал в зону B_s , где $s \leq 0$?; 24 — для С2 дефицит по Q не ожидается. АР для С2 допустим; 25 — для С2 ожидаются глубокие снижения среднего уровня U; 26 — для С2 глубоких снижений среднего уровня U не ожидается. Зоны B_Q , B_s , где $s \geq 0$; 27 — конец

сти вследствие электромеханического резонанса может уменьшиться, если резонансная частота соизмерима с частотой тягивания в синхронизм асинхронно работающей части системы. Для

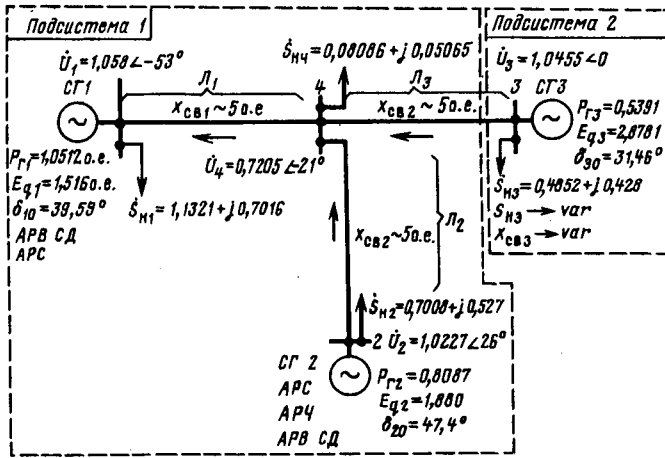


Рис. 4. Исследуемая трехмашинная система соизмеримой мощности

выявления качественных особенностей электромеханического резонанса в системах, содержащих СМС, были проведены аналитические исследования.

Основные закономерности нелинейных колебаний в сложных регулируемых ЭЭС, содержащих СМС, выявляются на примере исследования трехмашинной системы соизмеримой мощности (рис. 4). Были определены отклонения среднего уровня частоты (s_0) подсистемы С1 от значения скольжения (s_{ac}) асинхронно идущей эквивалентной машины при больших колебаниях. Эта зависимость определяется следующей системой трансцендентных уравнений, которые определяют условия существования больших колебаний:

$$s_0 = \frac{1}{K_{c1} + K_{c2}} [2E_{q1}E_{q2}Y_{12} \cos \varphi_{12} \cos \delta_{120} - J_0(C_1) \cos C_0 + a_{f1(0)} + a_{f2(0)}]; \quad (19)$$

$$\sin(C_0 - \alpha) = \frac{\sin(\delta_{120} + \alpha)}{J_0(C_1)} + \text{sign } \alpha \frac{\frac{a_{f1(0)}K_{c2} - a_{f2(0)}K_{c1}}{E_{q1}E_{q2}Y_{12}J_0(C_1)}}{\sqrt{K_{c1}^2 + K_{c2}^2 - 2K_{c1}K_{c2} \cos \varphi_{12}}}, \quad (20)$$

где K_{ci} ($i=1,2$) — коэффициент неравномерности АРС с учетом эффекта самовывравнивания турбин;

$$\alpha = \arctg \left(\frac{K_{c1} - K_{c2}}{K_{c1} + K_{c2}} \text{ctg } \varphi_{12} \right);$$

$$a_{f1(0)} = E_{q1}E_{q3}Y_{13}J_1(a_{11}) \cos(\varphi_{13} - C_0 - \varphi_{a1}) + E_{q1}E_{q3}Y_{13} \cos(\varphi_{13} - \delta_{130});$$

$$a_{f2(0)} = E_{q2}E_{q3}Y_{23}J_1(a_{12}) \cos(\varphi_{23} - \varphi_{a2}) + E_{q2}E_{q3}Y_{23} \cos(\varphi_{23} - \delta_{230}).$$

Здесь $a_{fi(0)}$ ($i=1,2$) — амплитуда постоянных составляющих распределенного возмущения, обусловленного асинхронным ходом третьего экви-

валентного генератора; $s_0 = \omega_1 - \omega_0$, $s_{ac} = \omega_2 - \omega_0$, $\omega = |s_{ac} - s_0| = |\omega_2 - \omega_1|$. ω — частота вынужденных колебаний; ω_1 , ω_2 — частота соответственно С1 и С2; a_{01} , a_{02} , C_0 — постоянные составляющие колебаний соответственно абсолютных углов роторов СГ1 и СГ2 и взаимного угла между ними; a_{11} , a_{21} , C_1 — амплитуды первых гармоник колебаний соответственно δ_1 , δ_2 и δ_{12} ; φ_{a1} , φ_{a2} — фазы колебаний первых гармоник углов δ_1 , δ_2 соответственно.

Полученные выражения для постоянных составляющих определяют максимально допустимые амплитуды больших колебаний. Выражения (19), (20) позволяют определить постоянные составляющие колебаний при заданных значениях амплитуды колебаний взаимного угла C_1 .

Определение возможности возникновения электромеханического резонанса в системе при наличии установившегося АР в ней сводится к построению амплитудно-частотной характеристики, устанавливающей зависимость $C_1 = f(s_{ac})$, по которой определяется область устойчивости в этих координатах. Для рассматриваемой системы она имеет вид

$$\omega^3 = \omega_3^3(C_1) \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{F}}{C_1}\right)^2 - \omega_3^3(C_1)\beta_2^2(C_1) + \frac{\beta_3^4(C_1)}{4}}, \quad (21)$$

где $\omega^3(C_1)$ — функция, носящая название скелетной кривой;

$$\omega_3^3(C_1) = \omega_3^3(C_1) - \frac{\beta_2^3(C_1)}{2}; \quad (22)$$

$\bar{F}$ — обобщенная эквивалентная возмущающая сила;

$$(\bar{F})^2 = \omega^2(a_{f1} - a_{f2})^2 + (l_1 a_{f2} - l_2 a_{f1})^2; \quad (23)$$

$l_1 = K_{c1}/T_{J1}$, $l_2 = K_{c2}/T_{J2}$ — относительные коэффициенты усиления АРС;

$$\omega_3(C_1) = [\omega_1^2(C_1) + \omega_2^2(C_1) + l_1 l_2] \omega;$$

$$\beta_3(C_1) = [\omega_1^2(C_1)l_2 + \omega_2^2(C_1)l_1 - \omega^2(l_1 + l_2)]/\sqrt{\omega^3};$$

$$\omega_1^2(C_1) = P_{12} \sin(\varphi_{12} - C_0) \frac{2J_{11}(C_1)}{C_1 T_{J1}};$$

$$\omega_2^2(C_1) = P_{12} \sin(\varphi_{12} + C_0) \frac{2J_{11}(C_1)}{C_1 T_{J2}}.$$

Здесь величины $\omega_1^2(C_1)$, $\omega_2^2(C_1)$ называются коэффициентами связи, которые в зависимости от параметров колебаний (C_0 , C_1) могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

По виду скелетной кривой можно судить о характере нелинейных колебаний и о близости рассматриваемой нелинейной системы к линейной.

Совместное решение уравнений (19)–(21) дает возможность вычислять параметры вынужденных колебаний угла δ_{12} в функции скольже-

ния асинхронно работающей подсистемы и тем самым определить возможность нарушения или сохранения синхронизма в рассматриваемой ЭЭС.

Решение уравнений (19)–(21) на ЭВМ показало, что характер резонансной кривой зависит как от амплитуды внешней силы, так и параметров исходного режима работы системы. При малых амплитудах a_{f1} , a_{f2} решение соответствует амплитудно-частотной характеристике линейной системы. С увеличением a_{f1} , a_{f2} резонансная кривая деформируется, изгиб верхней части резонансной кривой в сторону меньших или больших частот (в зависимости от T_{J1}/T_{J2} и K_{c1}/K_{c2}) определяется характером зависимости скелетной функции от амплитуды колебаний C_1 .

Как показали расчеты в системах, объединенных СМС, резонансная частота лежит в диапазоне 0,15–0,40 Гц, т. е. в среднем в 5 раз ниже, чем при жестких связях. При этом вынужденным колебаниям присущи все качественные особенности, описанные в [11, 12], т. е. для систем, содержащих СМС характер резонансных кривых $C_1 = f(\omega)$, $C_1 = f(s_{ac})$ и других остается таким же и для систем, объединенных жесткими МС.

С целью определения характера нелинейных колебаний для систем, содержащих СМС и имеющих АРС, АРЧ и различные АРВ на генераторах, были проведены экспериментальные исследования на АВМ (рис. 4). При исследовании во всех эквивалентных генераторах учитывались переходные процессы в обмотках возбуждения, в АРВ и АРС. Нагрузки в узлах представлялись постоянными комплексными сопротивлениями.

Моделирование генераторов производилось по упрощенным уравнениям Парка—Горева с использованием схем замещения по продольной и поперечной осям. Учитывалось, что АРВ сильного действия регулирует возбуждение по отклонению напряжения со стабилизацией по частоте и производным частоты и напряжения (с настройками, выбранными внутри областей статической устойчивости), АРВ пропорционального действия регулирует возбуждение по отклонению напряжения.

Экспериментально подтверждено, что в системах объединенных СМС (нелинейные регулируемые системы) резонансные кривые могут оказаться смещенными в область малых (в зависимости от K_{c1}/K_{c2} и T_{J1}/T_{J2}) или больших скольжений (по сравнению с теми же кривыми для линейных систем). Смещение в область малых скольжений является положительным свойством нелинейных электрических систем, поскольку при малых скольжениях увеличивается вероятность ресинхронизации асинхронно работающего генератора и ликвидации асинхронного режима в системе вообще.

Резонансное нарушение наблюдается как при увеличении значения s_{ac} , так и при его уменьшении. При переходе к резонансной частоте

наблюдались значительные уменьшения средней составляющей напряжений в узлах нагрузки [примерно на $(0,4 \div 0,5) U_n$].

В исследовании нестационарность асинхронного хода учитывалась в виде изменения скольжения асинхронно идущей машины (СГЗ) по линейному закону $s_{ac} = \left(\frac{ds_{ac}}{dt} \right) t$. Увеличение скорости изменения скольжения асинхронно идущего генератора приводит к уменьшению амплитуды угла и к смещению и деформации резонансной кривой. Чем больше ускорение генератора СГЗ, тем менее вероятно нарушение устойчивости из-за резонанса. Учет реальной скорости изменения частоты периодических возмущений при прохождении через резонанс ведет к росту допустимой критической величины возмущающей силы. Исследования показывают, что в случае быстрого прохождения через резонансную область ($s_{ac} > 0,25$ Гц/с) даже при отсутствии на СГ1 и СГ2 АРВ резонансные явления развиваются настолько слабо, что не возникает опасности нарушения устойчивости. При оснащении СГЗ АРВ сильного действия ресинхронизация обеспечивалась во всех случаях до резонансного раскачивания. При наличии на СГЗ АРВ пропорционального действия ($K_{ou} = -20 \frac{e.v.x.x}{e.n}$, $T_p \approx 0,5$ с) ресинхронизация происходила только при углах $\delta_{120} < 20^\circ$, а при углах $\delta_{120} > 70^\circ$ ресинхронизация не происходила, наблюдалось вторичное нарушение устойчивости из-за явления электрохимического резонанса.

Выводы. 1. Разработанная методика и созданный на ее основе диалоговый комплекс позволяют по известным параметрам схемы и исходного режима системы предварительно оценивать параметры режима при установившемся асинхронном ходе по МС без непосредственного их расчета. В результате этого можно выделить опасные АР по МС и настроить АПАХ на мгновенное отключение соответствующих связей, а также режимы, допускающие асинхронный ход по связи, для которых целесообразно использовать средства автоматики, обеспечивающие и ускоряющие процесс ресинхронизации.

2. Разработана аналитическая методика, являющаяся составной частью диалогового комплекса и определяющая условия существования больших вынужденных колебаний с учетом распределенного периодического возмущения на валах синхронно работающих машин, обусловленных установившимся асинхронным ходом по МС. С ее помощью определяются критические значения амплитуды вынужденных колебаний и тем самым оценивается возможность нарушения или сохранения синхронизма в рассматриваемой системе.

3. Установившийся асинхронный ход в электрической системе с СМС может привести к

вторичному нарушению результирующей устойчивости из-за электромеханического резонанса. Однако вероятность нарушения результирующей устойчивости вследствие электромеханического резонанса при установившемся АР по СМС уменьшается: за счет близости резонансной частоты больших нелинейных колебаний к частоте втягивания подсистем в синхронизм; за счет быстрого перехода через резонанс $s_{ac} \geq 0,25$ Гц/с; вследствие наличия на агрегатах устройств регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мамиконянц Л. Г., Портной М. Г., Хачатуров А. А. Обобщение опыта применения в энергосистемах асинхронных режимов. — Электричество, 1965, № 6.
2. Хачатуров А. А. Несинхронное включение и ресинхронизация в энергосистемах. — М.: Энергия, 1977.
3. Портной М. Г., Рабинович Р. С. Управление энергосистемами для обеспечения устойчивости. — М.: Энергия, 1978.
4. Литкенс И. В., Гусейнов А. М., Станчев С. Д. Результирующая устойчивость в многомашинных регулируемых системах. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 3.

5. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1978.

6. Лоханин Е. К., Васильева Г. В., Галактионов Ю. И. Математическая модель энергосистемы для расчета и анализа переходных процессов и устойчивости. — Тр. ВНИИЭ, вып. 51. — М.: Энергия, 1976.

7. Совершенствование средств анализа переходных процессов для повышения эффективности противоаварийного управления режимами энергосистем / О. П. Первушин, В. П. Иванов, Ю. Е. Гуревич, Л. Е. Либова. Обзор. — Рига: ЛатНИИТИ, 1985.

8. Гоник Я. С. Способы выявления асинхронного хода в энергосистеме. Дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1975.

9. Опыт эксплуатации и проектирования устройств противоаварийной режимной автоматики. — М.: Энергия, 1973.

10. Исследование параметров асинхронного режима в межсистемной связи / И. В. Литкенс, В. И. Пуго, С. Д. Станчев, А. М. Гусейнов. — Электричество, 1981, № 9.

11. Литкенс И. В. Нелинейные колебания в регулируемых электрических системах. — М.: МЭИ, 1974.

12. Горюшкин В. И., Литкенс И. В., Сулейманов И. К. Определение параметров и устойчивости вынужденных колебаний в многомашинной системе конечной мощности при периодических возмущениях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 2.

[29.03.90]

УДК 621.311.1:621.398.001.24

Алгоритмы достоверизации измерений и оценивания состояния электроэнергетических систем

БЕРДНИКОВ В. И., БУЧИНСКИЙ А. Л., ГАММ А. З., ГЕРАСИМОВ Л. Н., КОНСТАНТИНОВ Б. В.

Одна из основных тенденций в развитии АСДУ — разработка задач оперативного управления ЭЭС и создание оперативно-вычислительных комплексов (ОВК) на базе мини-ЭВМ. Для задач ОВК требуется подготовка входной информации в темпе процесса, как правило, без вмешательства диспетчера и технолога. Поэтому для ОВК информационная подсистема должна обеспечить возможность программной отстройки от «плохих данных» за счет дублирования и структурной избыточности телеизмерений (ТИ). В основные задачи программной обработки ТИ [1] входят:

достоверизация — обнаружение и подавление плохих данных (больших ошибок в измерениях);
оценивание состояния — расчет сбалансированного режима при относительно малых ошибках в измерениях, соответствующих точности телемертрии.

Изложенные в данной статье алгоритмы достоверизации и оценивания являются развитием предложенных в [1—3] подходов. При этом более полно учитывается специфика системы сбора данных для управляющего вычислительного

комплекса (УВК) (дублирование ТИ и измерение, в основном, перетоков мощности) и ограничения при реализации (по памяти и быстродействию мини-ЭВМ серий СМ-4, СМ-1220) для работы в реальном времени.

Алгоритм достоверизации. Работа алгоритма основана на следующих положениях:

а) предельное число одновременного появления больших отклонений замеров от оценок, полученных в предыдущем периоде, значительно меньше общего числа измерений, а превышение этого предела рассматривается не как сбой отдельных ТИ, а как изменение самого режима;

б) измерения перетоков в ЛЭП в начале и в конце являются независимыми, и появление больших ошибок, близких по величине и знаку (и поэтому компенсирующих друг друга), считается маловероятным событием. В трансформаторных связях (ТРС) такая возможность проверяется;

в) одновременный отказ устройств телемеханики (УТМ) в смежных узлах также считается маловероятным, но если один из узлов транзитный то достоверизация в этом случае возможна при отсутствии плохих или сомнитель-

ных (непроверенных) замеров в окружающих связях;

г) замеры перетоков в ЛЭП считаются достоверными, если сумма измерений по концам ЛЭП с учетом потерь (баланс связи) меньше заданного порогового значения;

д) в узлах, отличных от транзитных, контроль замеров по узловому балансу осуществляется только при отсутствии признака изменения режима (см. п. 1);

е) непроверенный или сомнительный замер перетока переводится в категорию достоверных, если он удовлетворяет балансу в обоих узлах по концам связи (на другом конце — с учетом потерь) или если степень непроверенности хотя бы в одном из этих узлов равна 1 (определяется числом непроверенных и сомнительных замеров, смежных данному узлу);

ж) при малой разности замера и расчетной реактивной мощности, вычисленной по ТИ, достоверными считаются как замеры напряжений по концам линий, так и замер реактивной мощности.

Алгоритм представляет собой поэтапную процедуру разделения множества измерений на три группы: достоверных, сомнительных и плохих (отбракованных) данных. На каждом последующем этапе рассматривается только подмножество сомнительных измерений. Ниже приведены формулы контрольных уравнений основных этапов алгоритма:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}' &= \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} v(i); \\ v_1 &= \operatorname{argmin}_i |v(i) - \bar{v}'|; \\ v_2 &= \operatorname{argmax}_i |\bar{v}(i) - \bar{v}'|, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где при $k=3$: $\bar{v}'$ — среднее в усеченной выборке; $v(k)$ — наиболее отклоняющееся от среднего значение (исключено); v_1 — замер вида P , Q , v , наиболее близкий к среднему; v_2 — замер, наиболее удаленный от среднего.

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_{i,j}^{n-k} &= |v^{n-k}(i) - v^{n-k}(j) + \pi_v^{n-k}|; \\ (v^{n-k}) &= \operatorname{argmin} |\Delta v_{i,j}^{n-k}|, \quad i=1, 2; \quad j=1, 2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $v^{n-k}(i)$ — измерение $P^{n-k}(i)$ или $Q^{n-k}(i)$ в начале, $v^{n-k}(j)$ — в конце связи; i, j — номер дубля; π_v^{n-k} — потери активной или реактивной мощности; v^{n-k} , v^{k-n} — пара измерений, обеспечивающая минимальный небаланс мощности $\Delta v_{i,j}^{n-k}$.

$$\Delta v^n = \left| \sum_{i \in Z_n} v_i^{n-k} - \hat{S}_v^n \right|, \quad n=1, \dots, n, \quad (3)$$

где v_i^{n-k} — переток в узла i по связи $n-k$ с индексом i из множества Z_n присоединений

данного узла; $\hat{S}_v^n$ — инъекция n -го узла (оценка); Δv^n — небаланс активной или реактивной мощности; n — число узлов.

$$Q_{i,j}^{n-k} = Ex - \sqrt{E(Ex^2 - C)} - [U^n(i)]^2 b_i, \quad (4)$$

где $E = [U^n(i)]^2 / (r_i^2 + x_i^2)$; $C = (P^{n-k} / E - 2r) P^{n-k} + [U^n(i)]^2 - [U^k(j)]^2$; $\delta Q_{i,j}^{n-k} = |Q_{i,j}^{n-k} - Q^{n-k}|$; $Q_{i,j}^{n-k}$ — расчетная реактивная мощность в начале связи, вычисляемая по дублям i, j , замеров напряжения $U^n(i)$ и $U^k(j)$; r_i, x_i — продольные сопротивления; b_i — емкостная проводимость на землю; (U^n, U^k) — пара измерений напряжения, наиболее согласованная с замером реактивного перетока Q^{n-k} , для которых $\delta Q_{i,j}^{n-k} = \min_{i,j} \delta Q_{i,j}^{n-k}$; при дефиците ТИ заменяются на оценки: U^n на $\bar{U}^n$ или U^k на $\bar{U}^k$; P^{n-k} на $\bar{P}^{n-k}$ и (или) Q^{n-k} на $\bar{Q}^{n-k}$.

На первом этапе любое количество дублированных значений измерений приводится к двум замерам — представителям v_1 и v_2 . Если число резервных датчиков (i) больше двух, то все значения рассматриваются как выборка из однородной совокупности независимых измерений. При $i=3$ производится однократное усреднение, а при $i>3$ — двукратное, с отбрасыванием замера с наибольшим расстройением от среднего, как показано в формуле (1).

Ко второму этапу относится реализация положений алгоритма (б) — (г) и (ж). Здесь, при наличии двухсторонних и дублирующих измерений, выделяется подмножество максимально согласованных ТИ перетоков, отдельно по активной и реактивной мощности (см. формулы (2)). Затем, если дополнительно с обеих сторон ветви измерены напряжения, то выполняется совместная проверка по формулам (4) и выделяются максимально согласованные с реактивными перетоками уровни напряжений. Одновременно, если минимальный небаланс в формулах (2) и (4) меньше порога (допустимый), то все входящие в контрольное уравнение измерения отмечаются как достоверные, иначе — относятся к группе сомнительных. Замеры перетоков активной мощности по формулам (4) не контролируются.

При формировании узловых балансов подсчитывается «степень непроверенности» (INV) небаланса: число сомнительных данных, вошедших в формулу (3) для каждого узла.

Первые два этапа позволяют полностью решить проблему обнаружения и подавления плохих данных лишь при наличии измерений с двух сторон ЛЭП, причем хотя бы с одной стороны линий должны быть дублирующие замеры, и в этом наборе в каждый момент может быть только одно плохое измерение. Это предположение может не выполняться для двухсторонних измерений ТРС, так как ТИ со стороны высокого и низкого напряжений передаются по одному

В остальных случаях после работы алгоритма II этапа появляются группы сомнительных измерений.

На третьем этапе организуется анализ небалансов в узлах с примыкающими сомнительными измерениями. Решающие правила III этапа соответствуют положениям (д), (е) алгоритма. В цикле на множестве сомнительных ТИ сначала просматриваются только перетоки по ЛЭП, потом — ТРС. Для связей с двумя замерами (с обеих сторон линий) небалансы узлов вычисляются дважды, с использованием прямого u^{n-k} и обратного u^{k-n} измерений. Если небалансы, образованные основными замерами, недопустимы, то рассчитываются и проверяются небалансы по дублирующим перетокам. Для транзитных узлов дополнительно проверяется условие: равна ли сумма небалансов смежных узлов и их степеней достоверности небалансу и степени INV общего транзитного узла (с точностью до заданного порога). Это возможно, когда во всех ветвях яруса (по отношению к транзитному узлу) перетоки проверены и достоверны.

Если контролируемый замер удалось вывести из категории сомнительных, степени INV небалансов смежных узлов понижаются на единицу и могут снова появиться узлы степени I с пересчитанным небалансом. Поэтому алгоритмы III этапа работают итеративно.

По завершении III этапа в списке сомнительных измерений остаются замеры связей со степенью небаланса в примыкающих узлах $INV \geq 2$. На этом этапе в основном отделяются достоверные замеры от плохих данных из групп связанных сомнительных измерений, выявленных на предыдущих этапах.

Смежные узлы со степенью небаланса $INV \geq 2$ образуют замкнутые подсистемы, содержащие плохие данные. Предыдущие этапы алгоритма в общем случае не справляются с их обработкой. Следующий алгоритм IV этапа позволяет обеспечить достоверизацию таких подсистем в предположении, что во множестве контролируемых данных найдется по крайней мере одна группа измерений (возможно — псевдозамеров, расчетных величин), удовлетворяющая критериям контроля и обеспечивающая наблюдаемость. При этом, в отличие от II и III этапов, циклы организуются только на множестве узлов выделенной подсистемы.

Для каждого такого узла выполняется внутренний цикл с проверкой допустимости небаланса при всевозможных сочетаниях замеров перетоков смежных связей. В эти комбинации добавляются нулевой псевдозамер активного и реактивного перетоков для проверки гипотезы об отключении линии и отключенные связи, принадлежащие данному кусту (для этих связей основной замер равен нулю). Кроме того, для каждого узла подсистемы определяются псевдо-

замеры по балансу смежных узлов, а в ветви с одним измерением может быть добавлена оценка перетока.

Опишем одну из возможных реализаций комбинаторного подхода к детекции плохих данных.

Номера замеров в комбинации, давшей допустимый небаланс, запоминаются, а во вспомогательный массив NFK для каждого такого замера добавляется балл (единица). После окончания цикла по узлам замеры с нулевым числом баллов к NFK переносятся в список плохих данных (разумеется, кроме псевдоизмерений). Затем в каждой связи выбирается замер с максимальным числом баллов. Этот замер отмечается признаком достоверности. Альтернативные измерения этих же связей заносятся в список плохих данных и удаляются из рассматриваемого множества с занесением нулей в NFK. Если максимальное число баллов набирают нулевые псевдозамеры по активной и реактивной мощности, то телесигналы, указывающие включенное состояние, неверны и следует откорректировать модель.

Мощность комбинаторного алгоритма в смысле обнаружения плохих данных выше, чем у алгоритма III этапа, так как здесь возможности узловых уравнений контроля используются практически полностью. Но вычислений и дополнительной памяти также требуется больше; поэтапная обработка преследует цель минимизировать «цену алгоритма»: произведение времени счета на объем памяти с учетом оверлейной загрузки программ различных этапов.

На последнем, пятом, этапе повторяется совместная проверка сомнительных замеров напряжения и реактивной мощности по формулам (4).

Финальный этап достоверизации заключается в формировании вектора длительности сбоя ТИ. Анализ этого вектора позволяет выявить и сигнализировать наличие устойчивых отказов измерений в дополнение к контролю по коду достоверности телемеханики.

Алгоритм оценивания. При формулировке алгоритма оценивания учитывались, кроме определенных выше условий работы УВК, два важных обстоятельства:

1) задаче оценивания предшествует достоверизация измерений, поэтому большие отклонения в измерениях, признанных достоверными, отсутствуют;

2) малые изменения перетоков соответствуют малым изменениям нагрузок; при выполнении этого условия процесс в паузе цикла решения задачи оценивания можно считать стационарным в среднем.

Указанные обстоятельства дают возможность сохранять достаточно длительное время постоянной матрицу весов измерений и структуру мат-

рицы наблюдаемости [4], что позволяет построить быстродействующие упрощенные алгоритмы.

При выборе математической модели за основу взят метод Допазо [3], в котором были уточнены отдельные формулировки и алгоритмы. Но, в отличие от [3], задача оценивания решается в динамической постановке при определенных допущениях в отношении расчетной схемы и распределения преобразованных измерений, позволяющих упростить модель.

Целевая функция задачи и вытекающие из нее формулы для вычисления оценок, а также расшифровка обозначений, приведены ниже:

$$\left. \begin{aligned} J(U) &= J_1(U) + J_2(U); \\ J_1(U) &= (\bar{U} - U)^T C (\bar{U} - U); \\ J_2(U) &= [V(U) - HU]^T W [V(U) - HU], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $U = (U_a, U_r)^T$ — вектор активной, реактивной составляющих узлового напряжения; n — число узлов; $\bar{U}$ — априорное значение U ; $C = [\text{diag COV}(\bar{U}^T U)]^{-1}$ — вес априорных данных.

$$M = (C + H^T W H)^{-1}; \quad H = H_a = H_r; \quad W = W_a = W_r, \quad (6)$$

где M — факторизованная форма матрицы нормальной системы уравнений.

$$\left. \begin{aligned} \delta U_i &= M[C(\bar{U}_x - U_x^i) + D_x^i - H^T W H U_x^i]; \\ D_x^i &= H^T W v_x(U_i). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь 1-я форма формулы итераций: i — номер итераций; $x = (a/r)$ — индекс активной или реактивной составляющих.

$$\delta U_x^i = M(D_x^i - D_x^{i-1}). \quad (8)$$

Это — 2-я форма формулы итераций.

$$H = [H_{ij}] = \begin{bmatrix} \dots k_{ai}^n \dots - 1_i^k \\ \dots \dots \dots \\ \dots 1_m^h \dots - 1_m^k \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, L; \quad L \in Z_i,$$

где H — матрица наблюдаемости для замеров $v(U) = (v_a, v_r)^T$ в форме падения напряжения; в фрагменте H_{ij} : 1-я строка — производные для ТРС, 2-я строка — для ЛЭП от замеров в прямом направлении.

$$\left. \begin{aligned} v_a &= [v_{ai}]; \quad v_r = [v_{ri}]; \quad l \in Z_i; \\ v_{ai} &= (s_i^h - b_{li} x_l) U_a^h - (f_i^h + b_{li} r_l) U_r^h; \\ v_{ri} &= (f_i^h + b_{li} r_l) U_a^h + (s_i^h - b_{li} x_l) U_r^h, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $s_i^h = \frac{P^{n-k} r_l + Q^{n-k} x_l}{K_{ai}^n (U^h)^2}$; $f_i^h = \frac{P^{n-k} x_l - Q^{n-k} r_l}{K_{ai}^n (U^h)^2}$; v_a, v_r — «замеры» падения напряжения в связях (для ЛЭП $K_{ai}^h = 1$).

Дадим трактовку задачи динамического оценивания при построении упрощенной модели для мини-ЭВМ.

Задача оценивания решается с достаточно высокой частотой, поэтому оценки представляются

в этих интервалах можно использовать в качестве псевдоизмерений для дополнительного сглаживания, как бы повышая избыточность данных. Упрощенный подход к учету динамики, обычно реализуемый на практике, основывается на представлении траектории изменения вектора узловых напряжений $U(t)$ кусочно-стационарным процессом на интервале τ с уровнем, равным последней оценке $\bar{U}(t-\tau)$. Значение $\bar{U}(t)$ для следующего цикла является априорной информацией о векторе состояния: $\bar{U}(t) = \bar{U}(t-\tau)$.

Степень влияния $\bar{U}(t)$ на оценки регулируется матрицей веса априорной информации $C(t)$, которая согласно теории фильтрации Калмана—Бьюси [5] может быть вычислена независимо от оценки состояния для линейной (или линеаризованной) модели. Но определение матрицы $C(t)$ в реальном времени значительно увеличит время счета. Поэтому в данном алгоритме использована аппроксимация вида $C(t) = \alpha(t) \text{diag } C(0)$, где $C(0)$ вычисляется на этапе формирования модели. Параметр $0 < \alpha(t) < 1$ определяет степень сглаживания оценок и выбирается с учетом как предотвращения расходимости фильтра (ограничение сверху), так и обеспечения «качества» оператора оценивания в смысле обусловленности (ограничение снизу).

Минимальное значение $\alpha(0)$ подбирается на этапе формирования модели путем многократного тестирования оператора оценивания. Если тестовое решение имеет большую погрешность, $\alpha(0)$ увеличивается на δ_α до получения численно устойчивой серии решений. Теоретически $\alpha(t)$ должно стремиться к единице при $t \rightarrow \infty$, но практически влияние $\bar{U}(t)$ необходимо ограничить. Экспериментально было установлено, что для предотвращения расходимости фильтра следует установить $\alpha_{\max} \approx 0,1$, так как иначе модель становится слишком инерционной.

Матрица $C(t)$ остается на минимальном уровне до тех пор, пока накопленная статистика не укажет на значимое увеличение некоторых компонентов. Например, это могут быть напряжения на шинах станций, стабильный уровень которых поддерживается регулированием возбуждения генераторов.

Второе значительное упрощение связано с переходом к разделенной форме модели.

Матрица наблюдаемости H для измерений падения напряжения в связях при отсутствии поперечного коэффициента трансформации K , распадается на два одинаковых диагональных блока $H_a = H_r$, соответствующих уравнениям V_a активной (продольной) и реактивной V_r (поперечной) составляющих падения напряжения в связи, определяемых по замерам перетоков [см. формулы (9), (10)].

Третье упрощение модели состоит в фиксации весовых коэффициентов «измерений» в форме дисперсии R_p и R_Q из-

мерений активной и реактивной мощностей перетоков обычно пересчитываются при номинальном уровне напряжения. Тем самым исключается зависимость весов от текущих оценок, что необходимо для постоянства матрицы системы нормальных уравнений. Но погрешность этого упрощения тем больше, чем дальше расчетный режим от начального, при котором были определены веса. Поэтому в данной работе предлагается пересчитывать дисперсии для некоторого условного режима «больших нагрузок»: при $U_i = U_{\text{ном}}$ и $\delta_i = 45^\circ$. В этом случае, как показано в приложении 1, весовые коэффициенты W_a и W_r для измерений в форме падения напряжения V_a и V_r соответственно совпадают при любых значениях R_p и R_Q . Это обстоятельство позволяет еще в два раза сократить объем используемых матриц, так как в данном случае $H_a^T W_a H_a$ равно $H_r^T W_r H_r$, а с учетом симметрии и разделения оказывается, что в памяти достаточно хранить 1/8 часть полной матрицы.

Оценки вектора состояния определяются итерационно. На каждой итерации линейное приближение δU вычисляется по (7) или (8) с использованием мультипликативной формы обратной матрицы M , полученной методом би-факторизации [6, 7]. Вычислительная схема метода би-факторизации аналогична схеме вычислений в методе Холецкого, в варианте $L^T D L$ -разложения. Все известные преимущества метода Холецкого (высокая численная устойчивость, минимальное число операций, симметричность разложения) присущи и методу би-факторизации. По аналогии с методом Холецкого получен алгоритм коррекции факторизованной формы при одноранговом возмущении, необходимый для перестройки оценивания при изменениях в структуре расчетной схеме. За основу был взят один из методов [8] и выполнено преобразование для модификации матрицы, построенной по способу би-факторизации. Формулы алгоритма коррекции даны в приложении 2.

Программная реализация. Разработка задач оценивания и достоверизации ориентирована на их применение в составе информационных и вычислительных комплексов на мини-ЭВМ типа СМ-4, СМ-1420. В основу программной реализации положены требования проекта подсистемы сбора телеизмерений для централизованной системы противоаварийной автоматики (ЦСПА), создаваемой в ОДУ Средней Волги на базе вычислительного комплекса, ядром которого являются две ЭВМ типа СМ-1420. В подсистеме сбора ТИ нормального режима для ЦСПА предусматривается дублирование измерений в сети 500 кВ и основных ТИ сети 220 кВ. Состав измерений — перетоки активной и реактивной мощности с обеих сторон связи, уровни напряжения в узлах расчетной схемы, значения генерации и отдельные нагрузки. Требование избыточности измерений

обусловлено возможными искажениями значений телеизмерений и отказами отдельных комплектов, связанных с определенным узлом схемы замещения. Технически и программно система сбора ТИ является развитием оперативно-информационного комплекса, моделированного в соответствии с проектом ЦСПА. В этой системе с целью повышения качества информации предусматривается использование задачи достоверизации и оценивания состояния. Кроме отмеченных выше особенностей структуры и состава ТИ, укажем на основные требования технического проекта:

размерности расчетной схемы: до 80 узлов, 120 ветвей, 400 телеизмерений (плюс до 300 дублирующих ТИ);

время расчета — 20—30 с при работе на ЭВМ СМ-1420 с операционной системой ОСРВ-3.0, период расчета — 3—5 мин;

объем располагаемой памяти под задачи — до 22 кслов;

массив разделяемой области измерений и оценок — 8 кслов.

На основе изложенных алгоритмов достоверизации и оценивания, с учетом указанных требований был разработан программный комплекс обработки телеизмерений в реальном времени для ЭВМ СМ-4, СМ-1420. Основные задачи комплекса и их взаимодействие показаны на рис. 1. Сервисные задачи № 1, № 2 и № 3 служат для подготовки и коррекции массивов модели оценивания и выполняются в интерактивном режиме. Задачи реального времени № 4, 5 и 6 запускаются циклически операционной системой или технологом по директивам управления задачи № 3.

Оперативный обмен данными с внешней средой выполняется в основном через массив разделяемой области данных подсистемы «Телемеханика». При запуске задачи оценивания из массива ТИ извлекаются признаки достоверности и, в зависимости от настройки, — мгновенные, сглаженные или фильтрованные значения измерений. Оценки параметров помещаются в тот же массив.

Тестовые расчеты. Тестовые расчеты проводились по следующей схеме. В качестве «хороших» измерений задавались значения перетоков и уровни напряжения сбалансированного стационарного режима. Оцениванием по этим данным рассчитывался исходный режим, в том числе оценки потерь в связях и инъекции. Затем на произвольном цикле работы программой управления вводились возмущения, имитирующие возможные отказы и сбои телемеханики. Использовались модели с разным составом измерений.

При наличии дублирующих ТИ и одиночных плохих данных, не связанных между собой общими уравнениями контроля, отбраковка недостоверных ТИ выполнялась на II этапе проверки баланса в линиях.

При отсутствии дублирования или при задании

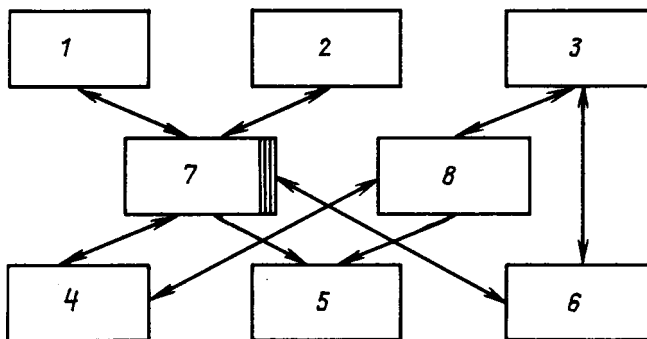


Рис. 1. Общая схема программного комплекса: 1 — задача диалоговой подготовки, контроля и редакции исходных данных по схеме и замерам (адреса датчиков и точность ТИ); 2 — задача формирования модели (настройка параметров, упорядочение, контроль наблюдаемости, факторизация и тестирование оператора оценивания); 3 — задача управления модулем оценивания в ходе решения: подготовка и посылка параметров коррекции (отключение — включение связей, датчиков и т. п.). Ввод и замена замеров; 4 — задача достоверизации и оценивания, запуск по таймеру с установленным циклом; 5 — задача отображения результатов; таблицы оценок режима, диагностика достоверизации и оценивания; 6 — задача коррекции модели: смена параметров и коррекция факторизации по данным от задачи № 3; 7 — файлы базы данных комплекса оценивания; 8 — массив измерений (ТИ) и оценок режимных параметров подсистемы «Телемеханика»

множества связанных ошибочных измерений достоверизация осуществлялась алгоритмами III и IV этапов. Такая процедура отбраковки позволяет обрабатывать сложные отказы ТИ типа «зависания» значений для комплекта телемеханики, не диагностированного аппаратным методом. Подобная ситуация моделировалась в одном из тестовых расчетов, показанном на рис. 2, а, б. При «зависании» ТИ балансы в узлах 510, 528, 525 и в трансформаторной связи 528—525 могут выполняться (угловыми стрелками показаны ошибочные измерения). Результаты пошаговой достоверизации приведены: в табл. 1 — для теста № 1 (рис. 2, а), в табл. 2 — для теста № 2 (рис. 2, б). В качестве замеров использовались значения перетоков активной мощности в стационарном режиме, поэтому узловые небалансы, вычисленные по «хорошим» измерениям, равны нулю. На рис. 2, б узел 525 — транзитный, что позволяет определить переток в трансформаторной связи (525—528). Если оба узла 528 и 525 — нагрузочные, то сначала проверяются узловые балансы с использованием реальных замеров, а если они не подходят, то заменяются псевдозамерами, вычисленными по балансу в узлах 525 и 528.

В схеме на рис. 2, в показаны измерения для теста № 3 для комбинаторного алгоритма IV этапа. Ошибочные измерения присутствуют в каждой связи и расположены таким образом, что алгоритм III этапа не позволяет отделить плохие данные, так как степени небаланса INV всех узлов больше единицы. В табл. 3 приведен

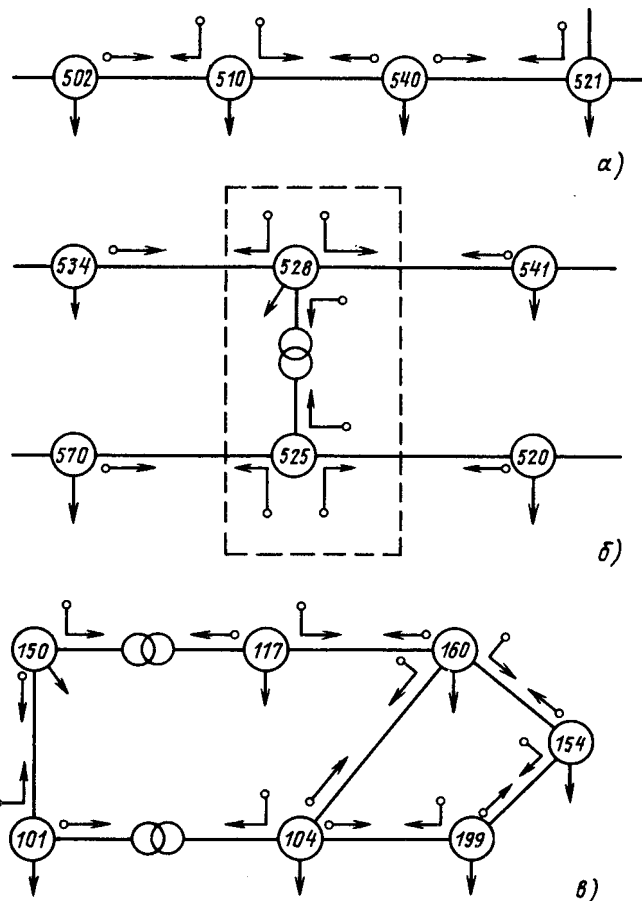


Рис. 2. Фрагменты схем к тестовым расчетам

только те шаги работы алгоритма, которые давали допустимые небалансы в указанных узлах, и замеры из фрагмента рис. 2, в, примыкающие к этим узлам. В последней строке дано суммарное число баллов в NFK, по которым выделены достоверные измерения (подчеркнуты в табл. 1—3).

Для определения характеристик программы оценивания и анализа расчетных моделей была проведена серия расчетов на нескольких схемах замещения. Основные результаты представлены в табл. 4. Схемы с номерами 6—9 являются вариантами реальной схемы замещения оперативного управления. В табл. 4 приводятся данные о сформированных моделях (строки 4—8) и данные итерационного процесса модуля оценивания (строки 9—15). Сохраняемое число элементов матрицы указано для списка кустов связей до факторизации и для треугольной формы — после разложения. Время формирования и расчета оценок дано без учета времени записи файлов, которое в среднем для схем № 8 и № 9 составляет 3 с. Для всех схем расчеты выполнялись от «плоского старта»; при расчете текущего режима число итераций в 2—3 раза меньше.

Таблица 1
Тест № 1: отбраковка плохих данных при «зависании» ТИ

Этап, шаг	Узловые небалансы Δ_i для узлов				Измерения P_{ij} для узлов					
	502	510	540	521	502—510	510—502	510—540	540—510	540—521	521—540
II этап, 1-й шаг	0.	0.	0.	50.	—198.	249.	—474.	425.	—345.	402.
III этап, 1-й шаг	0.	0.	0.	0.	—198.	249.	—474.	425.	—345.	352.
III этап, 2-й шаг	0.	50.	0.	0.	—198.	249.	—424.	425.	—345.	352.
III этап, 3-й шаг	0.	0.	0.	0.	—198.	199.	—424.	425.	—345.	352.

Выводы. 1. Предложены алгоритмы поэтапной достоверизации телеизмерений для избыточного состава ТИ (с учетом дублирования), базирующиеся на контрольных уравнениях и комбинаторном анализе в локально избыточных подсистемах сомнительных данных.

2. Разработан упрощенный алгоритм динамического оценивания, использующий, аналогично подходу Допазо, преобразование замеров к форме падения напряжений. Приняты упрощения, благодаря которым значительно сокращается объем матриц и количество вычислений на итерациях.

3. Высокая помехоустойчивость и умеренные требования к ресурсам ЭВМ делают возможной реализацию предложенных алгоритмов в задачах реального времени на мини-ЭВМ.

4. Разработан программный комплекс оценивания состояния для задач реального времени на СМ-1420 в операционной среде ОСРВ-3.0.

5. Как показала апробация комплекса в ОДУ Средней Волги, модуль достоверизации обнаруживает плохие данные во всех предусмотренных ситуациях; модуль оценивания состояния по перетокам имеет характеристики по памяти и быстродействию, достаточные для задач реального времени.

Приложение 1. Определение весовых коэффициентов для замеров в форме падения напряжений. Рассмотрим преобразование дисперсий пары (P_{ij}, Q_{ij}) замеров. Обозначим их, опуская индексы связи, как R_p и R_q . При определении вариации $\text{var}(v_a)$ и $\text{var}(v_r)$ пренебрегаем: а) слагаемыми br и $bх$ от проводимости на землю; б) влиянием изменения оцениваемых параметров, т. е. как у Допазо, считаем $\dot{U} = \dot{U}_{\text{ном}} = \text{const}$.

Рассмотрим два режима.

1) «Холостой ход», т. е. $U_a = U$, $U_r = 0$. Тогда из формулы (10) получим:

$$\left. \begin{aligned} \text{var}(v_a) &= \frac{1}{(K_a U)^2} (R_p r^2 + R_q x^2); \\ \text{var}(v_r) &= \frac{1}{(K_a U)^2} (R_p x^2 + R_q r^2). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-1})$$

Таким способом преобразуются дисперсии в [3]; при этом блоки оператора оценивания для активной и реактивной моделей будут различными.

2) «Большие нагрузки», т. е. $U_a = \pm U_r$, $U_a = U/\sqrt{2}$. Преобразуем выражения для v_a, v_r :

$$v_a = \frac{1}{\sqrt{2} K_a U} [P_{ij}(r \pm x) + Q_{ij}(x \pm r)] =$$

Тест № 2: отбраковка плохих данных в трансформаторной связи

Таблица 2

III этап, шаг	Узловые небалансы Δ_i для узлов				Измерения P_{ij} для узлов									
	528	541	570	525	534—528	528—534	541—528	528—541	528—525	525—528	570—525	525—570	520—525	525—520
Шаг 1	0	0	0	0	—28	100	+44	—80	—450	450	487	—551	—69	100
Шаг 2	—35	0	0	+35	—28	29	+44	—44	—450	450	487	—485	—69	69
Шаг 3	—35	0	0	0	—28	29	+44	—44	—450	415	487	—485	—69	69
Шаг 4	0	0	0	0	—28	29	+44	—44	—415	415	487	—485	—69	69

Тест № 3: отбраковка в замкнутой комбинации плохих данных

Таблица 3

Этап, шаг	Узловые небалансы Δ_i для узлов				Измерения P_{ij} и баллы NFK для связей (1—5) и замеров									
	104	117	154	160	1		2		3		4		5	
					104—101	101—104	117—160	160—117	154—160	160—154	160—104	104—160	154—199	199—154
III этап	80.	42.	—190.	—194.	0.	80.	—70.	118.	138.	—300.	—268.	244.	—560	211.
IV этап, шаг 1	0.	—	—	—	0	1	—	—	—	—	0	1	—	—
IV этап, шаг 2	—	0.	—	—	—	—	0	1	—	—	—	—	—	—
IV этап, шаг 3	—	—	0.	—	—	—	—	—	1	0	—	—	0	1
IV этап, шаг 4	—	—	—	0.	0	1	0	2	2	1	1	2	0	1

Таблица 4

Характеристика расчетных моделей

Параметр	Значения параметров для варианта расчетной схемы					
	№ 1	№ 3	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9
Число узлов, число связей	3,3	7,7	13,13	35,49	42,56	47,66
Измерений всего,	7	17	55	213	193	133
в том числе по напряжению	1	1	3	35	41	1
Число элементов в матрице до/после факторизации	3/4	8/10	27/28	99/109	97/98	133/128
Общий объем массивов, Кслов	0,39	0,69	1,19	3,65	4,02	4,48
Отношение $d_{\max}/d_{\min}$	1,78	10,58	53,7	490,4	346	19,8
Оценка обусловленности	0,00	25,10	—	197,9	103,5	62,6
Время формирования, с	0,7	0,8	1,0	2,2	3	3,9
Число итераций	4	13	15	8	17	18
Время расчета оценок, с	0,26	0,88	2,44	3,5	8,2	6,1
Время на одну итерацию, с	0,04	0,04	0,16	0,4	0,4	0,3
Максимальная последняя поправка	0,001	—0,006	—0,006	0,009	—0,003	—0,004
Максимальный остаточный градиент	0,000	—0,005	0,006	0,014	0,003	—0,003
Максимальные разности (замер — оценка)	V P_L Q_L	— —0,1 0,7	0,5 0,2 2,6	0,4 —1,2 —18,2	0,8 —0,9 0,8	— —0,6 —0,8
Значение целевой функции	0,01	0,06	0,28	13,2	0,96	0,76

$$= \frac{1}{\sqrt{2} K_a U} [r(P_{ij} \pm Q_{ij}) + x(Q_{ij} \pm P_{ij})]. \quad (\text{П-2})$$

Аналогично:

$$v_r = \frac{1}{\sqrt{2} K_a U} [x(P_{ij} \mp Q_{ij}) + r(Q_{ij} \mp P_{ij})]. \quad (\text{П-3})$$

Отсюда

$$\text{var}(v_a) = \text{var}(v_r) = \frac{r^2 + x^2}{2(K_a U)^2} (R_P + R_Q). \quad (\text{П-4})$$

Таким образом, с увеличением нагрузки и разворотом фазы до 45° происходит выравнивание дисперсий для замеров в форме падения напряжения. Причем дисперсия в (П-4) равна сумме дисперсий холостого хода.

Так как в упрощенной модели дисперсия измерений принимается постоянной, выберем ее для режима «большие нагрузки» по (П-4) и определим весовые коэффициенты из условия

$$\omega_a = \omega_r \triangleq \omega = \frac{2(K_a U)^2}{(r^2 + x^2)(R_P + R_Q)}, \quad \omega/\omega_{\min} \leq \bar{\omega}. \quad (\text{П-5})$$

Ограничение в (П-5) необходимо для отстройки от параметров жестких линий и малых дисперсий.

Приложение 2. Алгоритмы коррекции факторного разложения при одноранговом возмущении. Основываясь на сходстве методов би-факторизации [7] и Холецкого, воспользуемся алгоритмом коррекции факторизации Холецкого, изложенным в [8].

Пусть $M = H^T W H = A^T A$, где $A = W^{1/2} H$. К матрице H добавляется вектор-строка h с весовым коэффициентом ω . Обозначим $v = \sqrt{\omega} h$. Тогда новая матрица $M = H^T W H + h^T \omega h = A^T A + v^T v$. Ее

разложение методом би-факторизации можно представить в виде

$$\bar{M}^{-1} = L^T D L + l^T d l = L^T (D + p^T p) L, \quad (\text{П-6})$$

где $L^T D L$ — факторное представление M^{-1} ; p — решение треугольной системы $L^T p = v^T$.

В скобках (П-6) также симметричная матрица, представляемая в факторном виде:

$$(D + p^T p) = \bar{L}^T \bar{D} \bar{L}. \quad (\text{П-7})$$

Перепишем (П-6) с учетом (П-7):

$$\bar{M}^{-1} = L^T \bar{L}^T \bar{D} \bar{L} L = \bar{L}^T \bar{D} \bar{L}. \quad (\text{П-8})$$

Так же, как и в [8], здесь $\bar{L} = L^T \bar{L}^T$, $\bar{D} = \bar{D}$.

Алгоритм вычисления $\bar{L}$ и $\bar{D}$ состоит в следующем:

- 1) принять $t_0 = 1$, $v^{(1)} = v$;
- 2) для $j = 1, 2, \dots, n$ вычислить:

$$\left. \begin{aligned} p_j &= v_j^{(j)}; \quad t_j = t_{j-1} + p_j^2 d_j; \quad s_j = d_j / t_j; \\ \bar{d}_j &= s_j t_{j-1}; \quad \beta_j = p_j s_j; \\ (v_k^{(j+1)} &= v_k^{(j)} + p_j l_{k,j}, \quad \bar{l}_{k,j} = l_{k,j} - \beta_j v_k^{(j+1)}), \\ k &= j+1, \dots, n. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-9})$$

Коррекция параметров существующих строк матрицы H требует сначала исключить данную строку, затем вставить новую, используя алгоритм (П-9). При исключении строки необходимо предусмотреть ситуацию вырождения (например, появление изолированного узла), когда возникает нулевой (или отрицательный, из-за ошибок округления) диагональный элемент. Алгоритм преобразования матрицы при вычитании (исключении) строки состоит из трех шагов:

- 1) решить уравнение $L^T p = v^T$ и определить $t_{n+1} = 1 - p^T D p$;
- 2) если $t_{n+1} \leq e_m$, принять $t_{n+1} = e_m$, где e_m — машинная точность;
- 3) для $j = n, n-1, \dots, 1$ вычислить:

$$\left. \begin{aligned} t_j &= t_{j+1} + p_j^2 d_j; \quad s_j = d_j / t_{j+1}; \\ \bar{d}_j &= s_j t_j; \quad \beta_j = -p_j s_j; \quad v_j^{(i)} = p_j; \\ (\bar{l}_{k,j} &= l_{k,j} + \beta_j v^{(j+1)}, \quad v_k^{(j)} = v_k^{(j+1)} + p_j l_{k,j}), \\ k &= j+1, \dots, n. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-10})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гамм А. З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем.— М.: Наука, 1976.
2. Гамм А. З. Обнаружение недостаточно достоверных

данных при оценивании состояния ЭЭС с помощью топологического анализа.— Электричество, 1978, № 4.

3. State calculation of power systems from line flow measurements / J. F. Dopazo, O. A. Kilin, G. M. Stagg, L. S. Van Slick.— IEEE Trans. on Power App. and Syst., 1970, PAS-89, N 7.

4. Оценивание состояния в электроэнергетике / А. З. Гамм, Л. Н. Герасимов, И. И. Голуб и др. Под ред. Ю. Н. Руденко.— М.: Наука, 1983.

5. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана—Бьюси.— М.: Наука, 1982.

6. Браммелер А., Аллан Р., Хэмэм Я. Слабозаполненные матрицы. Анализ электроэнергетических систем.— М.: Энергия, 1979.

7. Zollenkopf K. BI-Factorisation: Basic computational algorithm and programming techniques.— In: Large sparse sets of linear equations, Academic Press, 1971.

8. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация.— М.: Мир, 1985.

[13.03.89]

УДК 621.316.37:621.315.623.5.015.5.001.6

Разрядные характеристики опорных изоляционных конструкций ОРУ сверхвысокого напряжения

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., доктор техн. наук, ИВАНОВ В. Л., канд. техн. наук, АФАНАСЬЕВ А. И., инж.

Разрядные напряжения длинных воздушных промежутков между высоковольтным электродом и землей при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений увеличиваются непропорционально их длине (рис. 1). Этот хорошо известный факт [1—3] приводит к необходимости все более глубокого ограничения расчетного уровня перенапряжений в электрических сетях по мере увеличения класса номинального напряжения. Так, для изоляции линии электропередачи 750 кВ принята расчетная кратность коммутационных перенапряжений $K_{np} = 2,1$, тогда как для напряжения 1150 кВ в настоящее время $K_{np} = 1,8$, причем в ближайшем будущем предполагается ее снижение до 1,6. В результате обеспечивается практически линейный рост высоты изоляционных конструкций при увеличении класса напряжения, что соответствует требованиям к электрической прочности загрязненной изоляции при увлажнении. Однако современные полимерные материалы позволяют создавать изоляционные конструкции, удовлетворяющие требованиям надежной работы при увлажнении и загрязнении, значительно меньшей строительной высоты, чем при использовании фарфоровых изоляторов. Эта возможность реализуема либо в случае еще более глубокого ограничения перенапряжений, либо при использовании специальных мер повышения электрической прочности изоляционных конструкций.

Одним из эффективных способов повышения электрической прочности является принудительное выравнивание распределения напряжения по высоте изоляции с помощью промежуточного электрода (экрана) с заданным потенциалом [1, 4]. Этот способ обеспечивает повышение разрядных напряжений изоляционных конструкций на 10—15 % и может быть рекомендован для практического использования в тех случаях, когда не требуются дополнительные устройства для получения промежуточного потенциала, например, для выводов трансформаторов с конденсаторной изоляцией.

Другим способом выравнивания распределения напряжения вдоль изоляции и, соответственно, повышения ее электрической прочности, является применение высоких подножников, увеличивающих напряженность электрического поля у заземленного основания изоляционной конструкции. Исследованию эффективности этого способа повышения электрической прочности посвящена настоящая статья.

Исследования проводились на наружном испытательном стенде лаборатории СВН ЛГТУ. В качестве источников импульсов использовались импульсный генератор 7 МВ, 560 кДж и каскад испытательных трансформаторов 3×750 кВ, 2 А, работавший в импульсном режиме. От ГИН были получены апериодические импульсы напряжения с длительностью фронта T_f от 160 до 980 мкс и вре-

менем до полупада T_n от 1560 до 4570 мкс; отношение T_f/T_n находилось в пределах 0,1—0,2. Каскад трансформаторов использовался для генерирования колебательных импульсов 3000/5500 мкс. Параметры кривых эффекта (50 %-ное разрядное напряжение $U_{0,5}$ и коэффициент вариации $\sigma^* = \sigma/U_{0,5}$) определялись методом нескольких точек при числе опытов 100—300. Статистическая погрешность определения $U_{0,5}$ и σ^* при этом равнялась соответственно 1,5—2 % и 10—20 %. При испытаниях регистрировались атмосферные условия (давление, температура, влажность), которые в период проведения испытаний были в основном близки к нормальным (поправки в соответствии с ГОСТ и рекомендациями МЭК составили 0,98—1,02).

Исследования электрической прочности опорной изоляции проводились на макете, эскиз которого представлен на рис. 2. В качестве высоковольтного электрода использовался тороид с радиусом кривизны осевой линии $R_T = 1$ м. Экран подвешивался на гирлянде тонкостержневых стеклопластиковых изоляторов. С помощью электролебедок его высота относительно земли H изменялась от 1 до 28 м. Подножник имитировался тороидом радиусом $R_n = 0,3$ м. Тороиды устанавливались на заземленном основании, которым являлась либо металлическая труба диаметром 0,3 м, либо ферма телескопической вышки. Высота подножника варьировалась от $h=0$ (промежуток экран—земля) до 19 м.

При правильно спроектированной экранной системе опорные изоляторы не влияют на электрическую прочность изоляционных конструкций [3], и поэтому они не макетировались.

Результаты измерений разрядных напряжений приведены в табл. 1. Для наглядности на рис. 1 построены полученные зависимости для двух форм импульсов при различных высотах подножников. Как видно из рис. 1, чем выше подножник, тем больше сдвинута в сторону больших высот H начальная часть зависимости $U_{0,5} = f(H)$. Однако чем больше высота подножника, тем зависимость круче и при большем отношении h/H достигает зависимости $U_{0,5} = f(H)$, построенной для случая $h=0$. Если разрядное напряжение относить не к высоте H , а к расстоянию между экраном и подножником $H_n = H - h$, то становится очевидно, что отмеченное обстоятельство определяет рост разрядных напряжений изоляционных конструкций при увеличении высоты подножника.

Если отметить на зависимости $U_{0,5} = f(H)$ при $h=0$ (кривая 1) точки сближения с кривыми $U_{0,5} = f(H)$ при различных значениях h , то получим зависимость максимальной высоты подножника, не влияющего на электрическую прочность воздушного промежутка между экраном и землей, от его высоты H .

Указанные кривые целесообразно условиться о количественных критериях допустимого различия разрядных напряжений по кривой 1 и по приближающимся к ней (рис. 1). Учитывая, что погрешность определения 50 %-ного разрядного напряжения находится на уровне 2 %, в качестве такого критерия отсутствия влияния подножника можно принять это различие также в пределах 2 %. В таком случае предельной высотой подножника $h_{пр}$, не оказывающего влияния на

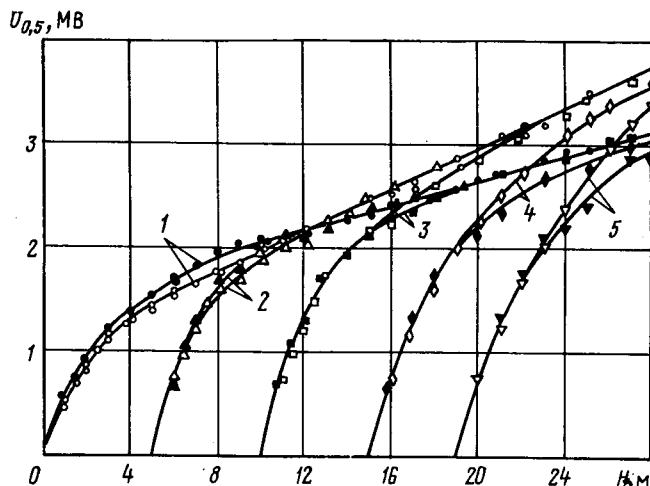
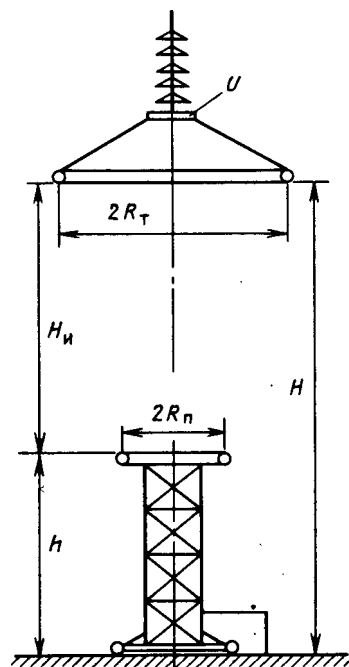


Рис. 1. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений воздушного промежутка между экраном (тороид $R_T = 1$ м) и землей от длины промежутка при воздействии коммутационных импульсов 300/2520 мкс (светлые точки) и 980/4570 мкс (зачерненные точки) для различных значений высоты подножников: 1 — $h = 0$; 2 — 5 м; 3 — 10 м; 4 — 15 м; 5 — 19 м



Вологодская областная универсальная научная библиотека

Таблица 1

h	H	Разрядные напряжения $U_{0,5}$ и коэффициенты вариации σ^* для различных форм импульсов $T_{\phi}/T_{и}$ (мкс), равных									
		160/1560		300/2520		520/2510		980/4570		3000/5500	
		$U_{0,5}$, МВ	σ^*	$U_{0,5}$, МВ	σ^*	$U_{0,5}$, МВ	σ^*	$U_{0,5}$, МВ	σ^*	$U_{0,5}$, МВ	σ^*
0	8	1,89	0,048	1,76	0,045	1,74	0,035	1,89	0,043	1,95	0,052
	13	2,66	0,048	2,29	0,050	2,18	0,046	2,22	0,037	2,35	0,057
	19	3,63	0,072	2,81	0,056	2,66	0,044	2,59	0,051	2,67	0,054
	25	4,50	0,058	3,44	0,060	3,20	0,053	2,94	0,058	—	—
	26	—	—	3,50	0,052	3,28	0,058	—	—	—	—
5	9	1,86	0,043	1,80	0,049	1,75	0,052	1,80	0,049	1,83	0,053
	12	2,35	0,043	2,09	0,051	2,03	0,054	2,11	0,060	2,28	0,057
	15	2,90	0,053	2,45	0,062	2,34	0,049	2,38	0,054	—	—
	17	3,26	0,056	—	—	2,51	0,056	2,49	0,056	—	—
	19	3,58	0,051	—	—	2,70	0,054	2,60	0,053	—	—
10	14	1,90	0,051	1,98	0,058	1,96	0,057	1,97	0,054	1,98	0,037
	18	3,02	0,044	2,60	0,044	2,50	0,048	2,48	0,054	—	—
	20	3,53	0,052	2,86	0,061	2,71	0,043	—	—	—	—
	24	4,26	0,054	3,29	0,046	3,16	0,054	2,88	0,071	—	—
	27	4,44	0,062	3,65	0,056	—	—	3,07	0,054	—	—
15	19	1,89	0,042	1,98	0,050	1,95	0,047	2,00	0,064	1,99	0,099
	22	2,96	0,052	2,71	0,054	2,59	0,056	—	—	—	—
	25	3,83	0,045	3,24	0,039	3,04	0,047	2,80	0,052	—	—
	27	4,35	0,052	—	—	3,28	0,061	3,01	0,054	—	—
	28	—	—	3,60	0,057	3,38	0,057	—	—	—	—
19	22	1,54	0,034	1,69	0,054	1,70	0,041	1,70	0,051	—	—
	24	2,22	0,057	2,30	0,061	2,20	0,032	2,23	0,053	—	—
	26	3,07	0,049	2,90	0,047	2,71	0,050	—	—	—	—
	27	3,38	0,052	3,10	0,054	2,94	0,057	2,82	0,050	—	—
	28	3,75	0,051	3,34	0,057	3,15	0,066	2,86	0,055	—	—

электрическую прочность изоляционной системы, примем такую высоту, при которой различие разрядных напряжений промежутков экран—земля длиной H без подножника и при наличии подножника составляет 2 %.

На рис. 3 приведены кривые для обследованных изоляционных систем при различных формах импульсов коммутационных перенапряжений. Как видно, предельная высота подножника линейно возрастает при увеличении высоты экранов над

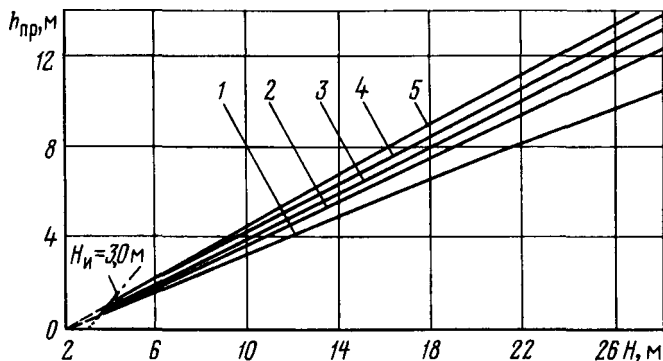


Рис. 3. Зависимости предельных высот подножников от высоты H при воздействии коммутационных импульсов различной формы: 1 — 160/1560 мкс; 2 — 300/2520 мкс; 3 — 520/2510 мкс; 4 — 980/4570 мкс; 5 — 3000/5500 мкс

землей. Поэтому зависимости $h_{пр} = f(H)$ могут быть аппроксимированы функциями вида

$$h_{пр} = a(H-2). \quad (1)$$

Погрешность аппроксимации зависимостей на рис. 3 формулой (1) не превышает 3 %. Значения коэффициента a для различных форм импульсов напряжения приведены в табл. 2.

В соответствии с вышеизложенным минимальная высота изоляционной конструкции $H_{и}$ при заданной полной высоте H определяется соотношением

$$H_{и \min} = H - h_{пр} = H - a(H-2) = (1-a)H + 2a. \quad (2)$$

Поэтому при заданном расстоянии H высота изоляционной конструкции может изменяться в пределах $H - h_{пр} \leq H_{и} \leq H$ практически без изменения ее электрической прочности.

Поделив обе части уравнений (1) и (2) на высоту H , получаем зависимости относительных величин $h_{пр}/H$ и $H_{и}/H$ от высоты H :

$$h_{пр}/H = a(1-2/H); \quad (3)$$

$$H_{и}/H = (1-a) + 2a/H. \quad (4)$$

Как видно из (3) и (4), чем больше высота H , тем большая часть промежутка между экраном и землей может быть заполнена подножником и меньшая его часть — изоляционной конструкцией. В пределе с ростом H отношение

$h_{пр}/H$ стремится к a , а $H_{и}/H$ — к $(1-a)$. Поскольку металлическая или железобетонная подставка значительно дешевле изоляционной конструкции, увеличение высоты подножника всегда целесообразно.

Форма импульсов напряжения оказывает существенное влияние на предельную высоту подножников (рис. 3). Увеличение длительности импульсов приводит к росту $h_{пр}$ при заданной H . Например, предельная высота подножника для импульса 520/2510 мкс на 25 % больше, чем для импульса 160/1560 мкс, а для $T_{ф}=3000$ мкс это различие возрастает до 38 %.

Линейный характер зависимости (2) ограничен снизу значением $H_{и} \geq 3$ м, т. е. наблюдается только при такой длине разрядного промежутка, когда искровой разряд развивается в лидерной форме.

Подставляя в формулу (1) $H=H_{и}+h$, получаем связь между предельной высотой подножника и высотой изоляционной конструкции:

$$h_{пр} = a(h_{пр} + H_{и} - 2); \quad h_{пр} = \frac{a}{1-a}(H_{и} - 2). \quad (5)$$

С учетом данных табл. 2 о значениях коэффициента a величина $h_{пр}$ изменяется от 0,67 ($H_{и}-1$) для импульса 160/1560 мкс до 1,22 ($H_{и}-2$) для импульса 3000/5500 мкс.

Поскольку напряжение воздействует только на изоляционную часть конструкции, данные рис. 1 целесообразно перестроить в виде зависимостей 50 %-ных разрядных напряжений от длины изоляционного промежутка $H_{и}$ (рис. 4). Как видно, все перестроенные таким образом зависимости имеют два характерных для всех форм воздействующих импульсов напряжения участка. На первом наблюдается непропорциональное $H_{и}$ увеличение 50 %-ного разрядного напряжения. При возрастании $H_{и}$ свыше некоторого критического значения длины промежутка $H_{и.кр}$ разрядные напряжения изоляционной конструкции начинают увеличиваться линейно. С погрешностью, не превышающей 2 %, зависимости $U_{0,5}=f(H_{и})$ могут быть аппроксимированы функциями вида

$$U_{0,5} = c - \frac{d}{1+H_{и}}, \quad 3 \leq H_{и} \leq H_{и.кр}; \quad (6a)$$

$$U_{0,5} = g + bH_{и}, \quad H_{и} \geq H_{и.кр}. \quad (6b)$$

Значения коэффициентов c, d, f, g, b , а также критические изоляционные расстояния $H_{и.кр}$ для различных форм импульсов напряжения приведены в табл. 2.

Зависимость средней разрядной напряженности вдоль изоляционного промежутка может быть получена делением обеих частей выражений (6a) и (6b) на $H_{и}$:

$$E_{0,5} = \frac{1}{H_{и}} \left(c - \frac{d}{1+H_{и}} \right), \quad 3 \leq H_{и} \leq H_{и.кр}; \quad (7a)$$

$$E_{0,5} = b + g/H_{и}, \quad H_{и} \geq H_{и.кр}. \quad (7b)$$

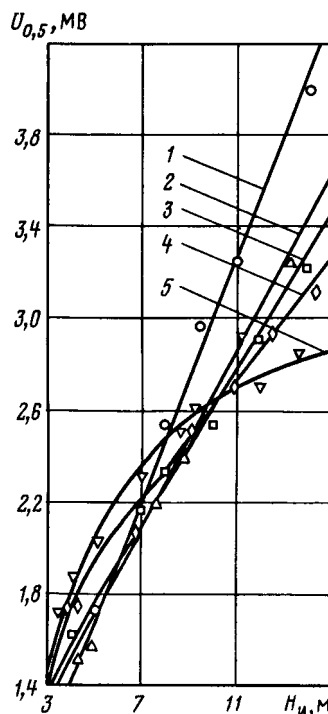


Рис. 4. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений от изоляционного расстояния $H_{и}$ изоляционной конструкции при воздействии различных коммутационных импульсов: 1 — $\bigcirc$ — 160/1560 мкс; 2 — $\triangle$ — 300/2520 мкс; 3 — $\square$ — 520/2510 мкс; 4 — $\diamond$ — 980/4570 мкс; 5 — ∇ — 3000/5500 мкс

Из формул (7a) и (7b) видно, что при увеличении $H_{и}$ от 3 м до $H_{и.кр}$ средняя разрядная напряженность быстро уменьшается; при дальнейшем увеличении изоляционного промежутка темп спада $E_{0,5}$ снижается и затем происходит очень медленно. Например, при воздействии импульсов 980/4570 мкс изменение $H_{и}$ от 3 до 6,8 м сопровождается снижением разрядной напряженности от 0,47 до 0,32 МВ/м; дальнейшее увеличение $H_{и}$ до 15 м вызывает уменьшение $E_{0,5}$ только до 0,22 МВ/м.

Интересно отметить, что внесение в воздушный промежуток экран—земля подножника высотой $h_{пр}$ практически не сказывается на его коэффициенте вариации σ^* (табл. 1).

Таблица 2

Параметры	Значение параметров для различных форм импульсов $T_{ф}/T_{и}$ (мкс), равных				
	160/1560	300/2520	520/2510	980/4570	3000/5500
a	0,40	0,47	0,50	0,53	0,55
g	0,38	0,76	0,90	1,30	—
b	0,26	0,19	0,17	0,13	—
f	—	1,41	0,74	1,18	1,53
c	—	2,73	2,49	3,02	3,40
d	—	6,39	4,34	6,74	8,41
$H_{и.кр}$	3,0	3,5	4,6	6,8	—

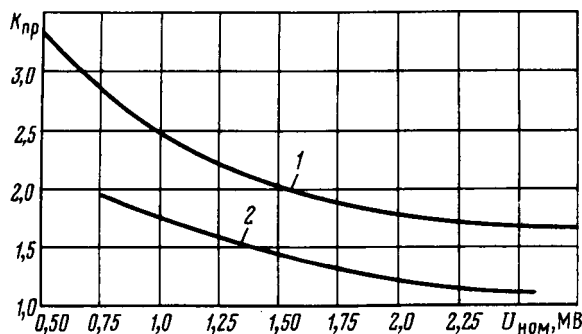


Рис. 5. Зависимости допустимой расчетной кратности коммутационных перенапряжений от номинального напряжения электропередачи при $E_{врн}=1$ кВ/см (1) и 2 кВ/см (2) применительно к форме воздействующих импульсов 520/2510 мкс для классов напряжения 500 и 750 кВ и импульсов 980/4570 мкс для более высоких напряжений

Используя известное соотношение

$$U_{0,5} = \frac{\sqrt{2} K_{пр} U_{ф.н.р} p_0}{1-3\sigma^*} p, \quad (8)$$

(где $U_{ф.н.р}$ — наибольшее рабочее фазное напряжение электропередачи; p_0/p — отношение нормального атмосферного давления к давлению на расчетной высоте установки аппарата), можно установить взаимосвязь между необходимой длиной изоляционного промежутка H_n и номинальными параметрами электропередачи. Действительно, приравнявая правые части выражений (6а) или (6б) и (8), получаем:

$$c - \frac{d}{f+H_n} = \frac{\sqrt{2} K_{пр} U_{ф.н.р} p_0}{1-3\sigma^*} p; \quad (9a)$$

$$g + bH_n = \frac{\sqrt{2} K_{пр} U_{ф.н.р} p_0}{1-3\sigma^*} p. \quad (9б)$$

С другой стороны, необходимое изоляционное расстояние между экраном аппарата и подножником может быть оценено из условия надежной работы опорной конструкции при увлажнении и загрязнении. Необходимая высота опорной изоляции в этом случае определяется соотношением [1]:

$$H_{о.и} = k_3 \frac{U_{ф.н.р}}{E_{врн}} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,5}, \quad (10)$$

где $E_{врн}$ — 50 %-ное влагоразрядное напряжение по строительной высоте опорной изоляции; $k_3=1,5$ — коэффициент запаса.

Обычно длина изоляционного воздушного промежутка между экраном аппарата и подножником приблизительно на 10 % меньше высоты опорного изолятора, т. е. $H_n=0,9H_{о.и}$. Тогда, подставляя найденное таким образом значение H_n в (9а) и (9б), с учетом (10) получим:

$$c - \frac{dE_{врн}}{fE_{врн} + 0,9k_3U_{ф.н.р}(p_0/p)^{0,5}} = \frac{\sqrt{2} K_{пр} U_{ф.н.р} p_0}{1-3\sigma^*} p; \quad (11a)$$

$$g + 0,9b \frac{k_3 U_{ф.н.р}}{E_{врн}} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,5} = \frac{\sqrt{2} K_{пр} U_{ф.н.р} p_0}{1-3\sigma^*} p. \quad (11б)$$

Уравнения (11а) и (11б) устанавливают связь между тремя независимыми переменными: наибольшим рабочим фазовым напряжением, расчетной кратностью коммутационных перенапряжений и влагоразрядной напряженностью по строительной высоте. Отсюда можно найти необходимую величину $K_{пр}$ как функцию $U_{ф.н.р}$ и $E_{врн}$:

$$K_{пр} = 0,71 \frac{1-3\sigma^*}{U_{ф.н.р}} \frac{p}{p_0} \left(c - \frac{dE_{врн}}{fE_{врн} + 1,35U_{ф.н.р}(p_0/p)^{0,5}} \right); \quad (12a)$$

$$K_{пр} = 0,71(1-3\sigma^*) \frac{p}{p_0} \left(\frac{g}{U_{ф.н.р}} + 1,35 \frac{b}{E_{врн}} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,5} \right). \quad (12б)$$

Расчет по формуле (12а) проводится в случае, если

$$3 \leq 1,35 \frac{U_{ф.н.р}}{E_{врн}} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,5} \leq H_{н.кр},$$

а по формуле (12б) — при

$$H_{н.кр} \leq 1,35 \frac{U_{ф.н.р}}{E_{врн}} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0,5}.$$

На рис. 5 приведены кривые зависимостей, описываемых формулами (12а) и (12б), при влагоразрядных напряженностях, соответствующих изоляционным конструкциям из фарфоровых ($E_{врн}=1$ кВ/см) и полимерных ($E_{врн}=2$ кВ/см) изоляторов. В расчетах принималось $\sigma^*=0,05$; $p_0/p=1,05$; значения коэффициентов g , b , c , d и f для импульса 520/2510 мкс применительно к классам 500 и 750 кВ и 980/4570 мкс — для изоляции аппаратов более высоких классов напряжения. Как видно из рис. 5, при использовании современных фарфоровых изоляторов для создания опорной изоляции, смонтированной на высоких подножниках, нет необходимости в глубоком ограничении коммутационных перенапряжений. Однако значительное улучшение влагоразрядных характеристик изоляционных конструкций при переходе к полимерным изоляторам позволяет реализовать преимущества глубокого ограничения перенапряжений в электропередачах высших классов напряжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г. Н., Иванов В. Л. Изоляция электрических аппаратов высокого напряжения. — Л.: Энергоатомиздат, 1984.
2. General expression for positive switching impulse strength valid up to extra air gaps / G. Gallet, G. Leroy, R. Lacey et al. — IEEE Trans. on PAS, 1975, vol. PAS-94, N 6.
3. Switching impulse strength of very large air gaps / A. Pigini, G. Rizzi, R. Brambilla et al. — 3-rd ISH, Milan, 1979, R 52.15.
4. Применение принудительного распределения напряжений для повышения электрической прочности опорных изоляционных конструкций / О. В. Волкова, М. И. Гольдштейн, А. В. Зубрилин и др. — Электротехника, 1986, № 6.

Показатели оценки источников блуждающих токов¹

КОТЕЛЬНИКОВ А. В., доктор техн. наук

Интенсивное развитие систем электрифицированного рельсового транспорта (ЭРТ) различного назначения (железные дороги, метрополитены, трамвай, промышленный и рудничный транспорт) и систем подземных коммуникаций (энергетика, связь, коммунальное хозяйство) обуславливает сложную проблему обеспечения их совместимости в части защиты последних от электрокоррозионного воздействия блуждающих токов ЭРТ. Для многих аспектов этой проблемы становится необходимым давать оценку тому или иному виду ЭРТ как источника блуждающих токов.

Такая необходимость возникает прежде всего на стадиях проектирования трасс прокладки подземных сооружений в зонах сближения с ЭРТ и выбора средств их защиты. При одновременном влиянии на электрокоррозионное состояние сооружений нескольких видов ЭРТ, что имеет место в крупных городах, выявление наиболее интенсивного источника блуждающих токов имеет принципиальное значение. Во-первых, техническая политика по осуществлению мер ограничения утечки тяговых токов должна быть направлена прежде всего на наиболее интенсивные источники блуждающих токов, и, во-вторых, защитные устройства (поляризованные и усиленные дренажи) согласно нормативным документам [1] должны подключаться к рельсовой сети именно тех источников блуждающих токов, преобладающее влияние которых обнаруживается на подземном сооружении. Следует признать, что при достаточно глубокой общей проработке теории блуждающих токов [2—4 и др.] отсутствуют как принципы оценки интенсивности их источников, так и достаточно приемлемые для практики способы выявления наиболее активно влияющих источников.

В связи с этим рассмотрим показатели, по которым возможно производить оценку источников блуждающих токов, и определим области применения каждого из них.

Оценку каждого вида ЭРТ в отдельности можно в достаточной степени характеризовать по показателю относительной интенсивности утечки тяговых токов η , равному отношению величины суммарного (интегрального) тока в земле $\int I_3 dx$ к тяговой нагрузке рассматриваемого участка:

$$\eta = \frac{\int I_3 dx}{\sum_{i=1}^n I_{\Phi_i}} = \frac{1}{r_{p-3} \sum_{i=1}^n I_{\Phi_i}} \int_{x_0}^{x_0'} \varphi_{p-3} dx, \quad (1)$$

где $\sum_{i=1}^n I_{\Phi_i}$ — суммарная тяговая нагрузка n фидер-

ров подстанций, питающих данный участок; x_0, x_0' — координаты точек нулевого потенциала «рельс — земля»; φ_{p-3}, r_{p-3} — потенциал и переходное сопротивление «рельс — земля».

По величине этого показателя удобно судить и об эффективности тех или иных мер, принимаемых для ограничения утечки тяговых токов. Действительно, он, показывая, какая доля тяговой нагрузки ответвляется в землю, дает интегральную оценку всему комплексу осуществляемых на ЭРТ мер по ограничению утечки тяговых токов.

Для того, чтобы эта оценка была сравнительно сопоставимой, предлагается следующая градация источников блуждающих токов по показателю η :

Категория интенсивности источника блуждающих токов	η
Весьма низкая	до 0,05
Низкая	от 0,05 до 0,1
Умеренная	от 0,1 до 0,3
Средняя	от 0,3 до 0,5
Повышенная	от 0,5 до 0,8
Высокая	более 0,8

Поскольку тяговая нагрузка I перемещается по перегону, т. е. при прочих равных условиях изменяется ее удаление от источника питания l , то η для сосредоточенной нагрузки не является величиной постоянной:

$$\eta_l = \frac{\int I_3 dx}{I} = \frac{I - 2 \frac{l}{L} e^{-\alpha_p \frac{l}{2}}}{I} = 1 - e^{-\alpha_p \frac{l}{2}}. \quad (2)$$

Для равномерно распределенной нагрузки i (А/км) согласно [5]:

$$\eta_i = \frac{\int I_3 dx}{iL} = \frac{iL \left[\frac{\text{Arch} \left(\frac{\text{sh } \alpha_p L}{\alpha_p L} \right) - \frac{\text{sh Arch} \left(\frac{\text{sh } \alpha_p L}{\alpha_p L} \right)}{\text{sh } \alpha_p L} \right]}{iL} = \frac{\text{Arch} \left(\frac{\text{sh } \alpha_p L}{\alpha_p L} \right) - \frac{\text{sh Arch} \left(\frac{\text{sh } \alpha_p L}{\alpha_p L} \right)}{\text{sh } \alpha_p L}}, \quad (3)$$

т. е. $\eta_i = \text{const}$.

В формулах (2), (3) α_p — показатель утечки рельсовой сети, 1/км; L — расстояние между подстанциями, км.

Для нормируемых значений переходных сопротивлений рельсов ЭРТ («рельс — земля» и «рельс — тоннельная обделка», см. табл. 1) и граничных значений параметра L выполнены расчеты η и η_i , результаты которых представлены на рис. 1.

Поскольку по показателю η характеризуется ЭРТ как источник блуждающих токов, то, очевидно, следует иметь два оценочных показателя:

$$\eta_{cp} = \eta_i \text{ и } \eta_{max} = \eta_l \text{ (при } l = L/2 \text{)}.$$

¹ Статья печатается в порядке обсуждения.

Соответствующие им категории интенсивности рассматриваемых видов ЭРТ приведены в табл. 1; на рис. 1, б обозначены граничные значения $\eta_{\text{ср}}$ по $r_{\text{р-з}}(r_{\text{р-о}})$ и L .

Таким образом, при соблюдении нормативных требований к ЭРТ как источнику блуждающих

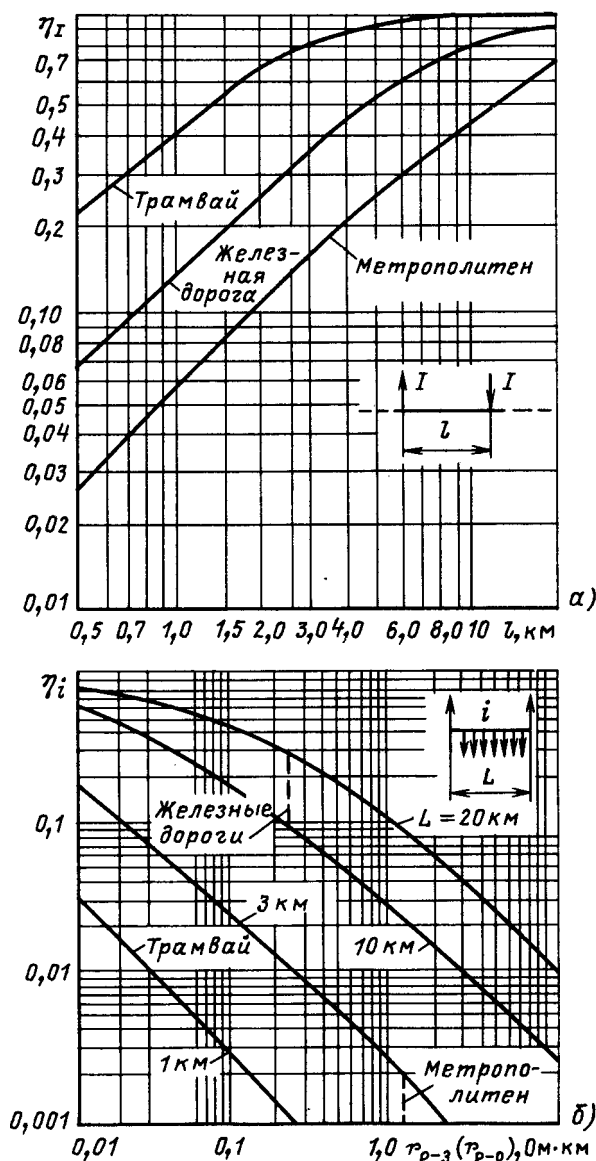


Рис. 1. Зависимости η_I (а) и η_i (б) от l и $r_{\text{р-з}}(r_{\text{р-о}})$

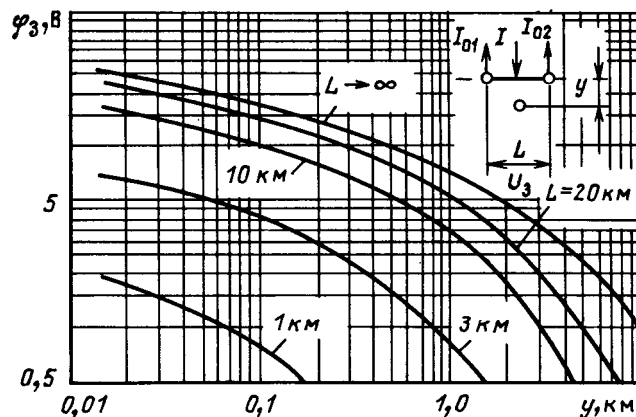


Рис. 2. Изменение потенциалов точек земли φ_3 в зависимости от L и y

токов по категории интенсивности утечки тяговых токов электрифицированные железные дороги относятся к умеренной категории, трамвай — к низкой, метрополитен — к весьма низкой, переходя в отдельные моменты времени (η_{max}) на две категории выше.

К повышению категории могут приводить и отклонения от нормативных требований содержания рельсовой сети, в режимах работы системы электроснабжения (удлинение плеч питания в вынужденных режимах или при неравенстве напряжений на шинах подстанций, переход на одностороннее питание и т. п.).

Очевидно, естественным будет введение требования, что влияние дополнительных факторов, приводящих к интенсификации утечки тяговых токов с рельсов ЭРТ (заземляющие устройства, дренажная защита и т. п.) не должно повышать категорию ЭРТ по показателю $\eta_{\text{ср}}$.

Интересен тот факт, что несмотря на большее (на порядок) переходное сопротивление рельсов железной дороги по сравнению с трамваем, показатель относительной интенсивности утечки для железных дорог выше, чем у трамвая. Это объясняется преобладающим влиянием на этот показатель параметра L .

С уменьшением L как бы сужается и зона распространения блуждающих токов в сторону от рельсов источников. На рис. 2 представлены кривые потенциалов точек земли φ_3 при одной и той же тяговой нагрузке, но с изменяющимися L . Потенциалы определялись по формуле

Таблица 1

Вид ЭРТ	Нормируемые $r_{\text{р-з}}, r_{\text{р-о}}$ Ом · км	$\eta_{\text{ср}}$		η_{max}	
		η	Категория интенсивности	η	Категория интенсивности
Железная дорога	0,25	0,1—0,3	Умеренная	до 0,8	Повышенная
Метрополитен	1,5	0,001—0,002	Весьма низкая	до 0,08	Низкая
Трамвай	0,02	0,02—0,1	Низкая	до 0,5	Средняя

$$\varphi_3 \left(x = \frac{L}{2} \right) = \frac{\alpha_p I}{2\pi} \left[\Omega(\alpha_p y, 0) - \Omega \left(\alpha_p y, \alpha_p \frac{L}{2} \right) \right] \quad (4)$$

для сечения земли, совпадающего с координатой расположения нагрузки ($\alpha_p = 0,3$ 1/км, $I = 1$ кА, удельное сопротивление земли $\rho = 100$ Ом·м). Здесь Ω — специальная функция Зунде первого рода (табулирована [3]). С уменьшением L наблюдается как снижение абсолютных значений потенциалов, так и более активное затухание их в сторону от пути.

Совокупность изложенных фактов показывает, что из соображений минимизации блуждающих токов и зоны их распространения всегда должно отдаваться предпочтение вариантам с меньшими расстояниями между пунктами питания тяговой нагрузки, т. е. с этих позиций система децентрализованного электроснабжения ЭРТ намного предпочтительнее централизованной. Именно это положение явилось одной из основных причин введения требования о преимущественном применении на ЭРТ децентрализованной системы тягового электроснабжения, что нашло отражение в нормативных документах [1, 6].

При наличии нескольких источников блуждающих токов полностью сохраняется правомерность оценки каждого из них по η , но появляется необходимость сравнительной их оценки еще по одному показателю — абсолютному значению токов в земле $\int I_3 dx$, так как именно уровень токов в земле в конечном итоге определяет

электрокоррозионную опасность для подземных сооружений и тем самым определяет источник, создающий наибольшую составляющую часть поля блуждающих токов в земле. Даже при равенстве η для разных видов ЭРТ уровень токов в земле может быть существенно различным, так как отличаются энергетические показатели ЭРТ. Представим, что

$$\int I_3 dx = k \eta_{ср} I L, \quad (5)$$

где k — коэффициент учета дополнительных факторов, влияющих на уровень токов утечки.

Дополнительным фактором снижения утечки, например, для метрополитена, является ее экранирование тоннельной обделкой. Так, в [7—8] показано, что при $L = 1$ км 75 % тока утечки с рельсов метрополитена не попадает в окружающую среду, замыкаясь по чугунной тоннельной обделке ($k = 0,25$); при $L = 3 \div 5$ км эта величина составляет 25 % ($k = 0,75$). Для железных дорог и трамвая $k = 1$, так же как и для железобетонных тоннельных обделок метрополитенов [9]. Из-за влияния заземляющих устройств значение k может достигать 4 [10]. Результаты расчета по (5) сведены в табл. 2, где дана оценка ЭРТ по абсолютному значению токов и градиентов потенциалов в земле.

Характерно, что метрополитен практически можно считать безопасным источником блуждающих токов для городских подземных сооружений, что определяется в основном высоким уровнем изоляции пути в метро и частично —

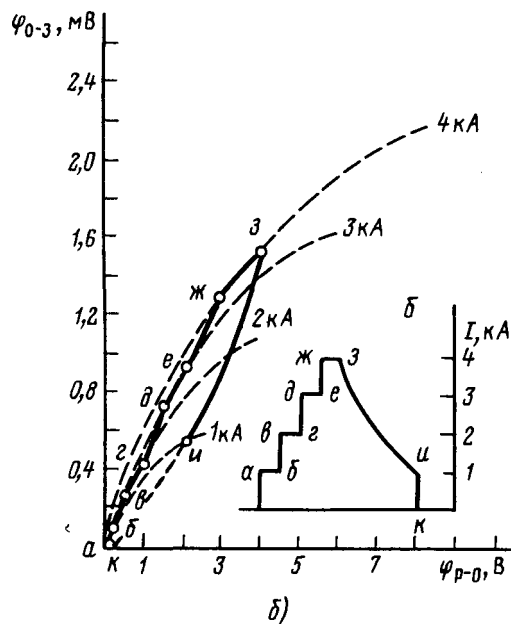
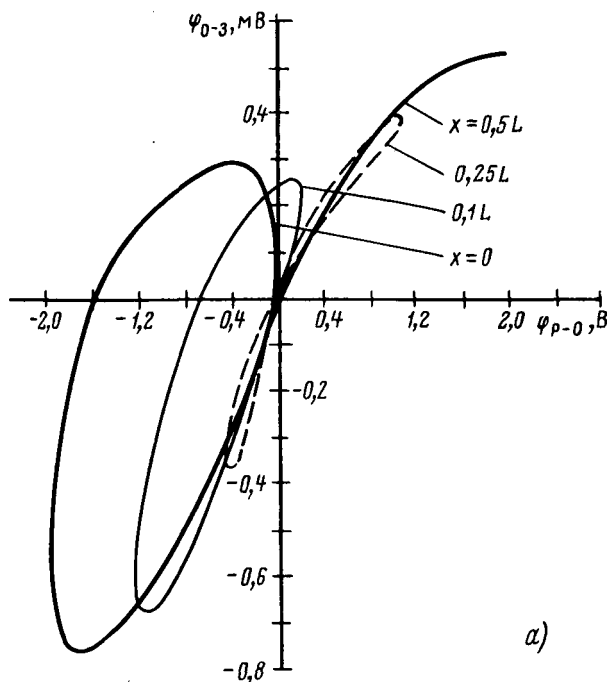


Рис. 3. Графики функции $\varphi_{0-3} = f(\varphi_{p-0})$ при движении поезда с током 1 кА по межподстанционной зоне $L = 1$ км (а) и при движении поезда с изменяющимся током во времени (в точке $x = 0,5 L$)

Таблица 2

Вид ЭРТ	$I, \text{А/км}$	$I_3 dx \text{ (А) при } L \text{ (км)}$				$E \text{ (В/км) при } L \text{ (км)}$			
		1	3	10	20	1	3	10	20
Железная дорога	150	—	—	150	900	—	—	0,8 (0,64)	3,6 (3,24)
Метрополитен	800	0,2	3,6	—	—	$10^{-2} - 10^{-3}$	$10^{-2} - 10^{-3}$	—	—
Трамвай	400	8	120	—	—	$\frac{0,6 (0,2)}{1,6}$	$\frac{7,2 (4,3)}{8,0}$	—	—

Примечание к табл. 2. 1. В числителе — градиент потенциала вдоль пути $E_{\parallel}$; в знаменателе — градиент потенциала по оси, перпендикулярной к пути, $E_{\perp}$ для $y=0,02$ км. 2. В скобках то же для $y=0,1$ км. 3. Для метрополитена значения E приведены для глубины прокладки тоннеля 20–40 м.

экранирующим эффектом чугунной тоннельной обделки. Хотя для самих тоннельных обделок и для внутритоннельных коммуникаций есть проблемы, связанные с защитой их от блуждающих токов как метрополитена, так и внешних источников. Подтверждением отсутствия опасного влияния блуждающих токов метрополитена на городские коммуникации служат реальные данные, полученные на Киевском метрополитене: в ночное время от специально пропускаемого поезда метрополитена были зафиксированы смещения потенциала на кабелях, не превышающие 0,03 В, на газопроводе — до 0,003 В.

Железнодорожный транспорт из-за больших расстояний между подстанциями имеет и большие абсолютные значения токов утечки. Правда, в условиях городов (для пригородных участков ж. д. $L \approx 10$ км) он, как источник блуждающих токов, приближается к трамваю. Здесь следует учесть и тот факт, что при меньших L блуждающий ток «стягивается» в более узкую зону вблизи путей (рис. 2), а следовательно, при примерно равном абсолютном значении токов утечки трамвай должен создавать большую плотность тока в земле в этой зоне, чем железная дорога.

Именно по этой причине возникает необходимость, когда речь идет о конкретной зоне прокладки подземного сооружения, оценки ЭРТ еще по одному показателю — градиенту потенциала, являющемуся функцией плотности тока в земле; расчет градиента потенциала менее сложен, чем плотности тока. Градиент потенциала E может быть и измерен непосредственно по трассе конкретного сооружения (проектируемого или проложенного), для которого определяется электрокоррозионная опасность блуждающих токов.

При общей оценке ЭРТ по E выберем характерные точки перегона, где $E \rightarrow E_{\max}$; это — зона нулевого потенциала φ_{p-3} (градиент потенциала вдоль пути $E_{\parallel}$) и зона максимальных значений φ_{p-3} (градиент потенциала по оси, перпендикулярной к пути $E_{\perp}$), т. е.

$$E_{\parallel}(x=0) = E_{\parallel \max} \text{ при } \varphi_{p-3} \rightarrow 0;$$

$$E_{\perp}(x=0, x=L/2) = E_{\perp \max} \text{ при } \varphi_{p-3} \rightarrow \pm \varphi_{p-3 \max}.$$

Тогда

$$E_{\parallel} = \varphi_3(x_0, y) - \varphi_3(x'_0 + \Delta x, y); \quad (7)$$

$$E_{\perp}(L/2) = \varphi_3(L/2, y) - \varphi_3(L/2, y + \Delta y); \quad (8)$$

$$E_{\perp}(0) = \varphi_3(0, y) - \varphi_3(0, y + \Delta y). \quad (9)$$

Поскольку практически всегда $|\varphi_{p-3}(L/2)| > \times |\varphi_{p-3}(0)|$, то достаточно ограничиться рассмотрением (7) и (8).

На ЭВМ методом узловых потенциалов были рассчитаны E , значения которых для тех же исходных условий, что и для η и $I_3 dx$, приведены в табл. 2.

Действительно, для трамвая в варианте $L = 3$ км значения $E_{\parallel}$ и $E_{\perp}$ оказались большими, чем для железной дороги при $L = 10$ км. Это же подтверждается и значениями линейных плотностей токов утечки с рельсов, составляющими для сравниваемых вариантов: трамвай 15–75 А/км ($L = 1–3$ км), железная дорога 20–70 А/км ($L = 10–20$ км).

Обобщая, можно сделать вывод, что для подземных сооружений, расположенных в непосредственной близости (до нескольких десятков метров) от путей ЭРТ, более опасно сближение с трамваем, даже если сооружение имеет ограниченную длину, и, наоборот, при удаленном расположении более опасно сближение с железной дорогой, особенно если сооружение проложено на всем протяжении L .

Таким образом, определены три критерия, характеризующие ЭРТ как источник блуждающих токов. Первым из них (η) рекомендуется пользоваться для общей оценки одиночных источников блуждающих токов, вторым ($I_3 dx$) — когда их несколько, третьим (E) — при оценке конкретных условий прокладки проектируемых подземных сооружений.

Но, как уже отмечалось, при смешанном воздействии полей блуждающих токов нескольких источников для действующих подземных сооружений часто возникает задача — определить источник преобладающего влияния. Применяемые методы поочередного отключения источников и идентификации по характерным признакам изменений потенциалов сооружений и одно-

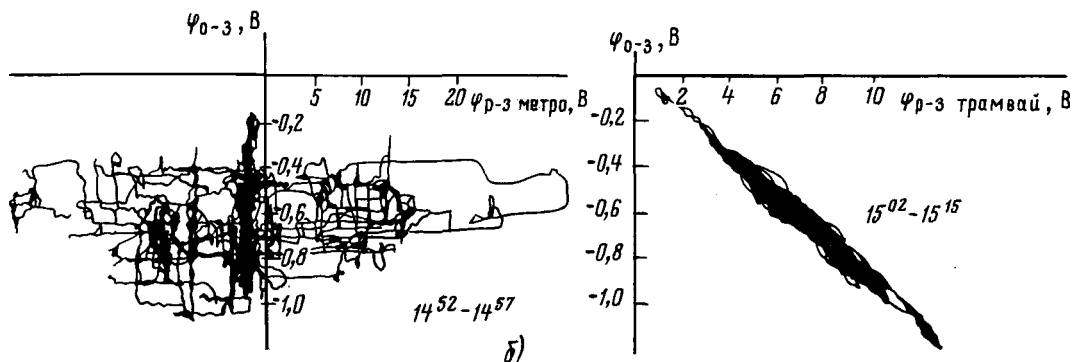


Рис. 4. Двухкоординатные регистрограммы $\varphi_{0-3} = f(\varphi_{p-3} \text{ метро})$ и $\varphi_{0-3} = f(\varphi_{p-3} \text{ трамвай})$: а — Минский метрополитен; б — Горьковский метрополитен

го из измеряемых параметров источника (ток нагрузки подстанций, потенциал «рельс—земля») организационно затруднительны, а иногда и невозможны, носят элемент субъективности. Использование корреляционных методов, хорошо применимых при взаимозависимостях параметров, близких к линейным, для рассматриваемых задач оказалось ограниченным из-за сложного характера функциональных связей, лежащих в основе статистических зависимостей.

В качестве иллюстрации этого положения на рис. 3, а приведены графики функции изменения потенциала обделки тоннеля по отношению к земле (φ_{0-3}), фиксируемого в разных пунктах перегона (x) синхронно с потенциалом рельсов (φ_{p-3}) в этих же точках при движении поезда с постоянным по величине током (1 кА) на межподстанционной зоне; графики получены на блочном универсальном сеточном электроинтеграторе БУСЭ-70. Как видно, они далеки от линейных зависимостей и одному значению φ_{p-3} могут соответствовать два значения φ_{0-3} , разных по величине и даже по знаку. Если ток потребляется поездом не на всем перегоне, то функция $\varphi_{0-3} = f(\varphi_{p-3})$ будет иметь вид части одного из графиков на рис. 3, а. Если к тому же изменяется и ток поезда во времени, то эта функция еще больше усложняется, переходя в своих значениях по кривым, аналогичным на рис. 3, а, изменяемым кратно току поезда в обеих координатах. На рис. 3, б построена одна из таких функций для середины перегона при характерном для метрополитена изменении тока поезда (разгон до середины перегона). В аналитическом виде ее представить весьма трудно, но характерно, что при повторяемости ситуаций эта, пусть сложная, зависимость будет близко повторяться многократно.

При известной функции, которой должна следовать статистическая зависимость $\varphi_{0-3} = f(\varphi_{p-3})$, можно было бы на ЭВМ методом наименьших квадратов дать оценку близости статистической зависимости заложенной функции или, если она неизвестна, дать любую другую (но отнюдь не фактическую) аппроксимирующую

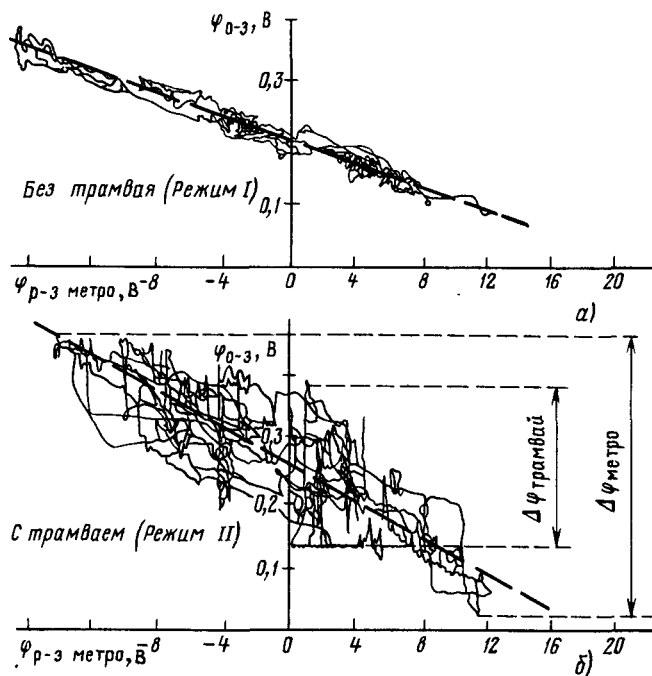


Рис. 5. Двухкоординатные регистрограммы $\varphi_{0-3} = f(\varphi_{p-3} \text{ метро})$ без (а) и при наличии (б) движения трамваев

функцию, наиболее близкую статистической. Эту функцию в дальнейшем можно будет использовать, например, при проектировании активной защиты подземного сооружения.

Но для выявления источника преобладающего влияния достаточно подтверждения многократности проявления этой функции без анализа ее характера. Автоматизация решения этой задачи достигается применением двухкоординатной регистрации потенциалов (например, с помощью графопостроителя Н-306 и др.), при которой статистическая функция взаимозависимых величин строится автоматически в виде графика для каждого источника влияния при работающих остальных. При многократном единообразном проявлении этой функции делается заключение об источнике преобладающего влияния.

На рис. 4, а и б приведены характерные иллюстрации применения этого метода на метрополитенах страны при установлении источника преобладающего влияния блуждающих токов на потенциальное состояние тоннельной обделки ($\Phi_0 - \alpha$).

Двухкоординатные регистрограммы позволяют дать и количественную оценку влияния каждого источника (рис. 5): например, диапазон смещения потенциалов обделки, вызванного блуждающими токами трамвая, равен 0,3 В, а блуждающими токами собственно метрополитена примерно в два раза выше — 0,54 В (г. Новосибирск), причем анодные смещения потенциалов арматуры соответственно равны +0,15 В и +0,27 В.

Таким образом, предложенные показатели и метод двухкоординатных регистрограмм позволяют производить дифференцированную оценку источников блуждающих токов и выявлять преобладающее влияние одного из них на электрокоррозионное состояние подземных сооружений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 9.015-74*. Единая система защиты от коррозии и старения. Подземные сооружения. Общие технические требования. — М.: Госстандарт, 1984.

2. Sunde E. D. Earth conduction effect in transmission systems. — New York — Toronto: Van Nostrand, 1949.

3. Стрижевский И. В., Дмитриев В. И. Теория и расчет влияния электрифицированной железной дороги на подземные металлические сооружения. — М.: Стройиздат, 1967.

4. Лорткипанидзе Б. Г. Цепи постоянного тока с утечкой и электрическая защита от коррозии. — Тбилиси: Изд-во АН Груз. ССР, 1962.

5. Защита от коррозии протяженных металлических сооружений. Справочник. — М.: Недра, 1969.

6. СНиП 40-80. Часть II. Метрополитены. — М.: Госстрой, 1981.

7. Дубровский Б. Г. Электрическое поле постоянных токов в многослойной среде с цилиндрическими границами раздела — Труды АН УССР, Геофизический сборник, 1965, № 3 (14).

8. Котельников А. В., Бондаренко В. А. Неравномерность распределения токов утечки с тоннельных обделок метрополитенов. — Вестник ВНИИЖТ, 1982, № 6.

9. Терентьев В. Н., Котельников А. В. Электрические параметры железобетонных тоннельных обделок. — Вестник ВНИИЖТ, 1986, № 7.

10. Котельников А. В., Иванова В. И. Ограничение утечки тяговых токов с рельсового пути в пригородной зоне крупных городов. — Тр. ЦНИИ МПС, 1969, вып. 398.

[10.02.89]

УДК 621.314.21.013.001.24

Расчет магнитного поля осесимметричных обмоток трансформаторов и реакторов в полости прямоугольного сечения

ВАСИЛЬЕВ А. Б., инж., ЛУРЬЕ А. И., канд. техн. наук

ВЭИ имени В. И. Ленина

Для исследования и проектных расчетов электродинамической стойкости и добавочных потерь в трансформаторах и реакторах необходима программа расчета магнитного поля на ЭВМ. При расчетах магнитного поля в трансформаторах и реакторах используют плоскопараллельные и осесимметричные математические модели [1—7]. Для этих расчетных моделей методом разделения переменных получены выражения для осевой и радикальной составляющих напряженности магнитного поля в виде одинарных или двойных рядов Фурье или Фурье — Бесселя.

В [1—3] векторно-потенциальные поля исследованы методом Роговского. Основным принципом метода является разделение поля на отдельные области. Решения для векторного потенциала A получены в виде двойных рядов с теми же периодами, что и исходные выражения для плотностей токов. Коэффициенты двойного ряда для

определения векторного потенциала A получены из условий на ферромагнитных границах областей. Способы, описанные в [1—3], не позволяют получить универсальное решение для области поля при произвольной комбинации ферромагнитных и электромагнитных экранов.

В [4], также с использованием метода Роговского, получены решения для замкнутой области поля при произвольной комбинации граничных условий, однако отсутствуют решения при разомкнутой области поля.

В [5, 6] методом Рота получено одно выражение векторного потенциала для всей области поля в виде одинарного ряда Фурье — Бесселя при идеальных ферромагнитных границах и обмотке в виде тонкого цилиндрического слоя. Это выражение компактно, и его использование позволяет существенно сократить текст программы расчета на ЭВМ.

Эти способы не имеют универсального решения как для области поля при произвольной комбинации границ типа ферромагнитных и электромагнитных экранов, так и при разомкнутой области поля.

Следует отметить, что в [1—7] отсутствует описание рационализации алгоритмов программ расчета магнитного поля, в частности, выбора количества гармоник, применения аппроксимаций и принимаемых в связи с этим допущений. Это важно при разработке такого метода расчета, который удобно реализовать на имеющихся ЭВМ.

В настоящей статье предложен метод расчета поля в замкнутой области при произвольной комбинации границ типа «идеальный ферромагнитный экран» с бесконечной магнитной проницаемостью и «идеальный электромагнитный экран» с бесконечной электрической проводимостью, а также в разомкнутой области.

Для решения поставленной задачи обобщен способ, изложенный в [5]. На рис. 1 представлена общая математическая модель для расчета осесимметричного магнитного поля обмоток, расположенных в кольцевой полости прямоугольного сечения. При расчете обмотки разбиваются на зоны, в каждой из которых плотность тока постоянна. По [8] для оценки электродинамической стойкости трансформаторов требуется определять значения осевой и радиальной составляющих магнитной индукции на внутренней, средней и наружной образующих каждой из зон обмоток. Для расчета поля на указанных образующих зоны обмотки представлены набором тонких соленоидов [5, 6]. Формулы для расчета магнитного поля от тонкого соленоида с током существенно проще тех формул, по которым ведется расчет поля от зоны с распределенным в ней током [3, 4].

На стадии отладки алгоритма было проведено исследование с целью выбора количества тонких соленоидов, эквивалентирующих зоны обмоток.

При расчете поля вне данной зоны (в областях соседних зон, соседних обмоток, при расчете поля у стенки бака и т. д.) для обеспечения погрешности до 5 % достаточно представления зоны четырьмя соленоидами (рис. 2, а), в средней области зоны — восемью (рис. 2, б) и у торцов зоны — шестнадцатью соленоидами (рис. 2, в). При выборе расчетных схем было принято компромиссное решение — повышение точности результатов и сокращение затрат машинного времени.

Таким образом, в качестве основного расчетного элемента взят тонкий соленоид радиусом c_η , расположенный на расстоянии d_η от нижней границы прямоугольной области, обтекаемый током, равным I_η и равномерно распределенным по высоте h_η . Далее индекс η опускается. Расстояние между верхней и нижней границами прямоугольного сечения равно h_{rp} , левая и правая

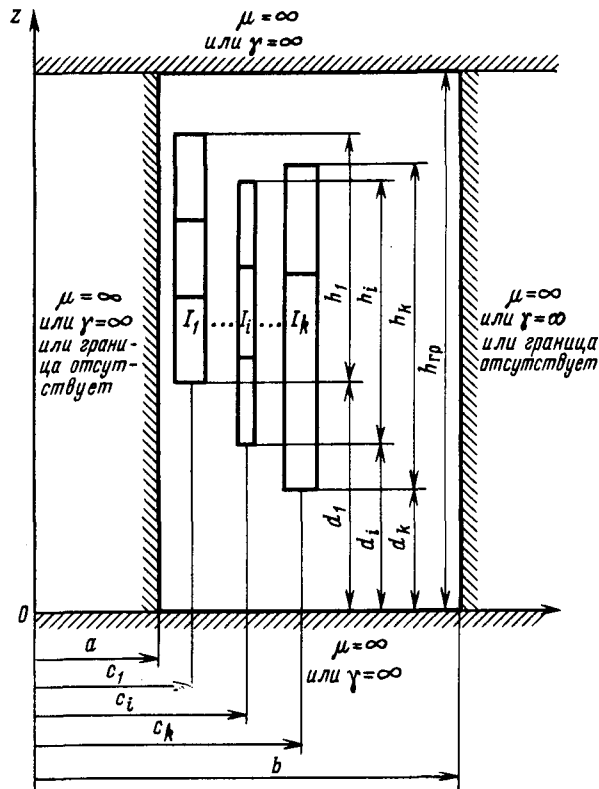


Рис. 1. Математическая модель для расчета магнитного поля обмоток трансформатора или реактора

границы концентрические и имеют радиусы $q=a$ и $q=b$ соответственно.

В силу осевой симметрии векторный потенциал A имеет лишь одну азимутальную составляющую, и, соответственно, магнитная индукция — только две: осевую B_z и радиальную B_ρ .

Используя метод разделения переменных [7], решение уравнений магнитного поля в произвольной точке с координатами z и ρ представим в виде:

$$A = \sum_{\eta=0}^{\infty} x_m f_1(m\rho) f_2(mz); \quad (1)$$

$$B_z = \sum_{\eta=0}^{\infty} m x_m f_3(m\rho) f_2(mz); \quad (2)$$

$$B_\rho = \sum_{\eta=0}^{\infty} m x_m f_1(m\rho) f_4(mz), \quad (3)$$

где коэффициенты x_m зависят от размеров прямоугольной области и месторасположения в ней тонкого соленоида с током, т. е.

$$x_m = \frac{4\mu_0 I}{h h_{rp}} \frac{1}{m^2} \frac{\sin\left(m \frac{h}{2}\right) i_2\left(m \frac{h+2d}{2}\right)}{[f_3(mc) - f_3(mc)]}, \quad (4)$$

$$m = \pi(2\eta + \delta_1)/2h_{rp}; \quad \eta = 0, 1, 2, \dots;$$

δ_1 — символ Кронекера (см. ниже); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Функции координат f_1, f_2, f_3 и f_4 получены из граничных условий. Выражения для f_1 и f_3 разные для областей $\rho < c$ и $\rho > c$, обозначенных соответственно индексами l и p :

$$\begin{pmatrix} f_1(m\rho) \\ f_3(m\rho) \\ f_1(m\rho) \\ f_3(m\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_3 R_1(m, a, \rho) & \delta_3 R_1(m, a, \rho) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, \rho) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, \rho) \\ \delta_3 R_0(m, a, \rho) & \delta_3 R_0(m, a, \rho) & (1 - \delta_3) R_1(m, a, \rho) & (1 - \delta_3) R_1(m, a, \rho) \\ \delta_4 R_1(m, b, \rho) & \delta_4 R_1(m, b, \rho) & (1 - \delta_4) R_0(m, b, \rho) & (1 - \delta_4) R_0(m, b, \rho) \\ \delta_4 R_0(m, b, \rho) & \delta_4 R_0(m, b, \rho) & (1 - \delta_4) R_1(m, b, \rho) & (1 - \delta_4) R_1(m, b, \rho) \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \delta_4 R_1(m, b, c) & \delta_4 R_1(m, b, c) & \delta_3 R_1(m, b, c) & \delta_3 R_1(m, a, c) \\ (1 - \delta_4) R_0(m, b, c) & (1 - \delta_4) R_0(m, b, c) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, c) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, c) \\ \delta_4 R_1(m, b, c) & \delta_4 R_1(m, b, c) & \delta_3 R_1(m, a, c) & \delta_3 R_1(m, a, c) \\ (1 - \delta_4) R_0(m, b, c) & (1 - \delta_4) R_0(m, b, c) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, c) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, c) \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} f_2(mz) \\ f_4(mz) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(mz) & \sin(mz) \\ \sin(mz) & -\cos(mz) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta_2 & \delta_2 \\ (1 - \delta_2) & (1 - \delta_2) \end{pmatrix}.$$

Значения символов Кронекера δ_1 и δ_2 отражают условия на горизонтальных границах, δ_3 и δ_4 — вертикальных (рис. 3). Полный перечень возможных сочетаний граничных условий представлен в табл. 1.

Функции трех аргументов $R_1(m, s, t)$, $R_0(m, s, t) = \frac{1}{ms} \frac{\partial(tR_1)}{\partial t}$, $R_1(m, s, t) = \frac{1}{mt} \frac{\partial(tR_0)}{\partial t}$ в (5) опре-

делены через линейные комбинации модифицированных функций Бесселя первого и второго рода нулевого и первого порядка (I_0 , I_1 , K_0 и K_1):

$$\begin{pmatrix} R_1(m, s, t) \\ R_0(m, s, t) \\ R_1(m, s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_0(ms) & I_0(ms) \\ K_0(ms) & I_0(ms) \\ R_1(m, s, t) & R_0(m, s, t) \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} I_1(mt) & I_0(mt) & 1 \\ K_1(mt) & -K_0(mt) & \frac{1}{mt} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где s принимает значения a или b , t — ρ или G .

В выражениях (2) и (3) при $i=0$ (так называемые нулевые члены бесконечных рядов) при значении символа Кронекера $\delta_1=0$ возникают математические неопределенности типа $0/0$ и ∞/∞ . По правилу Лопиталя получаем

$$\begin{pmatrix} B_{z1}/B_k \\ B_{z\rho}/B_k \\ B_\rho/B_k \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \delta_3 \ln(\rho/a) & (1 - \delta_3) \frac{c}{\rho} [1 + \ln(\rho/a)] & (1 - \delta_3) \frac{c}{\rho} [1 + \ln(\rho/a)] \\ \delta_3 \ln(\rho/b) & \delta_3 \frac{c}{\rho} [1 + \ln(\rho/b)] & (1 - \delta_3) \frac{c}{\rho} [1 + \ln(\rho/b)] \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \delta_3 \frac{z}{\rho} \\ \delta_4/\ln(b/a) & \delta_4/\ln(b/a) & 0 \\ \delta_4/[1 + \ln(c/a)] & (1 - \delta_4)/[1 + \ln(c/b)] & 0 \\ (1 - \delta_4) \ln(c/b)/\ln(b/a) & (1 - \delta_4) \ln(c/a)/\ln(b/a) & \delta_4/\ln(b/a) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $B_k = \mu_0 \cdot I/h$.

При отсутствии одной или обеих вертикальных границ формулы (5) и (8) упрощаются (см. приложение).

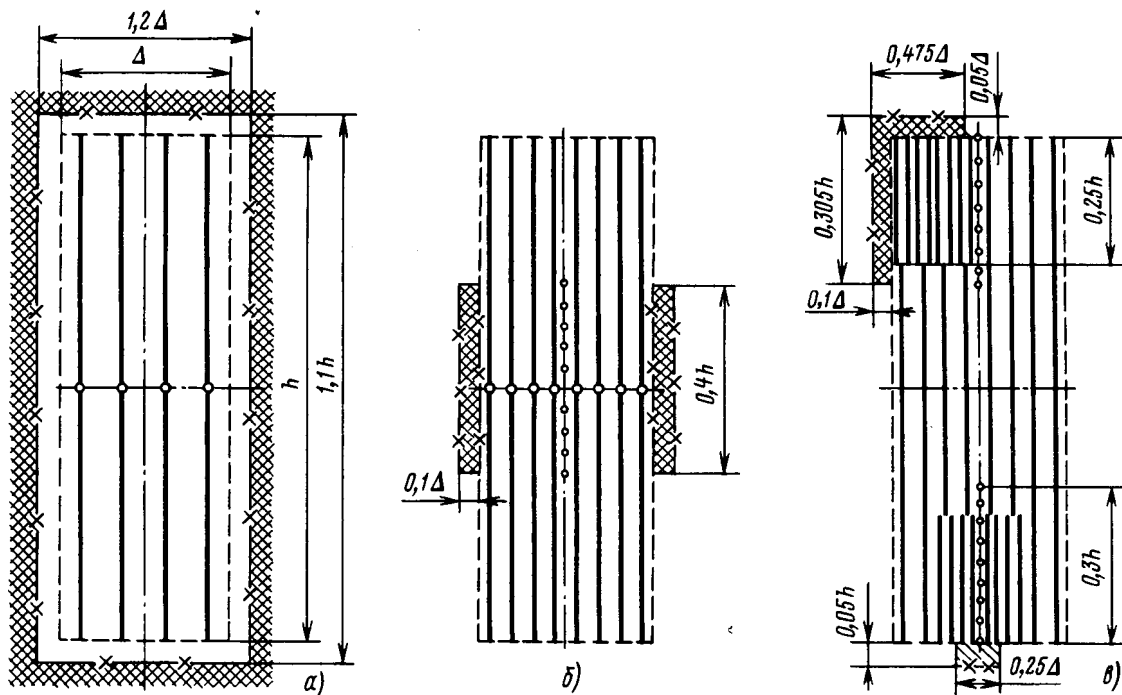


Рис. 2. К выбору количества тонких соленоидов, эквивалентирующих зоны обмоток при расчете магнитного поля (а — вне зоны; б — в средней области зоны; в — в торцевой области зоны): h — высота; Δ — радиальный размер зоны; область расчета поля заштрихована или обозначена точками; — — — граница зоны; • — • — соленоиды с током; — — — граница расчетной области

Таблица 1

Значения символов Кронекера δ в зависимости от типа границ кольцевой полости прямоугольного сечения (рис. 3)

Границы				δ_4	δ_3	δ_2	δ_1
верхняя	нижняя	левая	правая				
$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	1	1	1	0
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
		$\gamma = \infty$	$\mu = \infty$	1	0		
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
		отсутствует	$\mu = \infty$	1	0		
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
	$\gamma = \infty$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	1	1	0	1
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
$\gamma = \infty$		$\mu = \infty$	1	0			
		$\gamma = \infty$	0				
		отсутствует					
отсутствует	$\mu = \infty$	1	0				
	$\gamma = \infty$	0					
	отсутствует						

Границы				δ_4	δ_3	δ_2	δ_1
верхняя	нижняя	левая	правая				
$\gamma = \infty$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	1	1	1	
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
		$\gamma = \infty$	$\mu = \infty$	1	0		
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
		отсутствует	$\mu = \infty$	1	0		
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
	$\gamma = \infty$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	1	1	0	0
			$\gamma = \infty$	0			
			отсутствует				
$\gamma = \infty$		$\mu = \infty$	1	0			
		$\gamma = \infty$	0				
		отсутствует					
отсутствует		$\mu = \infty$	1	0			
		$\gamma = \infty$	0				
		отсутствует					

Для силовых трансформаторов наиболее часто встречается расчетная модель, в которой все границы области имеют $\mu = \infty$. При этом физический результат может быть получен только при условии равенства нулю суммарных ампервитков всех обмоток, расположенных в прямоугольной области.

Остановимся более подробно на этом случае. Принципиально важно отметить, что представленные в [5] выражения для определения магнитной индукции не точны, так как в решении ошибочно отсутствуют нулевые члены, которые являются в этом случае определяющими. Если две обмотки с равными по значению и противоположно направленными токами расположить по всей высоте окна магнитопровода, то в выражениях (2), (3) все гармоники кроме нулевой пропадают для B_z и B_ϕ . Нулевая составляющая радиальной магнитной индукции согласно формуле (8) не зависит от радиуса тонкой обмотки, и, следовательно, сумма нулевых составляющих для двух обмоток тождественно равна нулю в любой точке прямоугольной области. В отличие от [5] в нашем решении. Нулевые составляющие

осевой магнитной индукции в канале между тонкими обмотками существуют, в сумме дают величину, равную B_k , а только вне канала тождественно равны нулю.

Наибольшее время при расчете магнитного поля затрачивается на определении значений модифицированных функций Бесселя. Для их расчета применены аппроксимации многочленами, предложенными в [9]:

$$I_0(x) = \sum_{j=1}^7 a_{1j} x^{b_{1j}}, \quad I_1(x) = \sum_{j=1}^7 a_{2j} x^{b_{2j}}, \quad K_0(x) = \sum_{j=1}^7 a_{3j} x^{b_{3j}},$$

$$K_1(x) = \sum_{j=1}^7 a_{4j} x^{b_{4j}} \quad \text{при } x < 1; \quad (9)$$

$$I_0(x) = e^x \sum_{j=1}^7 c_{1j} x^{d_{1j}}, \quad I_1(x) = e^x \sum_{j=1}^7 c_{2j} x^{d_{2j}},$$

$$K_0(x) = e^{-x} \sum_{j=1}^7 c_{3j} x^{d_{3j}}, \quad K_1(x) = e^{-x} \sum_{j=1}^7 c_{4j} x^{d_{4j}}$$

$$\text{при } x > 1, \quad (10)$$

где $x = ms$ при mt , a_{1j} , a_{2j} , a_{3j} , a_{4j} , b_{1j} , b_{2j} , b_{3j} , b_{4j} , c_{1j} , c_{2j} , c_{3j} , c_{4j} , d_{1j} , d_{2j} , d_{3j} , d_{4j} — постоянные положительные коэффициенты.

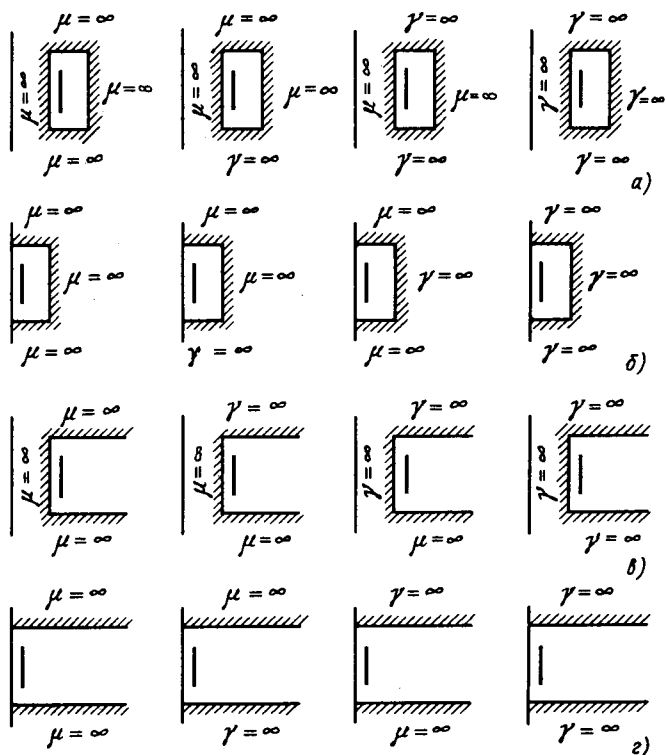


Рис. 3. Математические модели, предназначенные для расчета магнитного поля обмоток трансформаторов и реакторов (всего 36 вариантов): *a* — прямоугольная область (всего 16 вариантов, указаны 4); *b* — отсутствует левая граница (8 вариантов, указаны 4); *c* — отсутствует правая граница (8 вариантов, указаны 4); *z* — отсутствуют вертикальные границы (4 варианта)

Важно, что для каждой из аппроксимаций в [9] приведена оценка погрешности.

Расчет модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргументов становится весьма затруднителен, поскольку при вычислении экспонент при аргументе более 43,5 наступает переполнение разрядной сетки современных ЭВМ [10]. Таким образом, расчет каждой из модифицированных функций Бесселя по отдельности при аргументе, превышающем 43,5, не представляется возможным. Необходимо проводить совместный расчет функций Бесселя.

При ферромагнитных границах для расчета радиальной составляющей магнитной индукции во внутренней области обмотки (рис. 3, *a*) формулы (3) — (7) для гармоники номер η представим в более простом виде:

$$B_{\rho\eta} = K \frac{[I_1(mc)K_0(mb) + K_1(mc)I_0(mb)]}{[K_0(ma)I_0(mb) - I_0(ma)K_0(mb)]} \times \\ \times [K_0(ma)I_1(m\rho) + I_0(ma)K_1(m\rho)], \quad (11)$$

где K — коэффициент, определяемый осевыми координатами обмотки и ампервитками.

Модифицированные функции Бесселя, входящие в выражение (11), определены аргументами

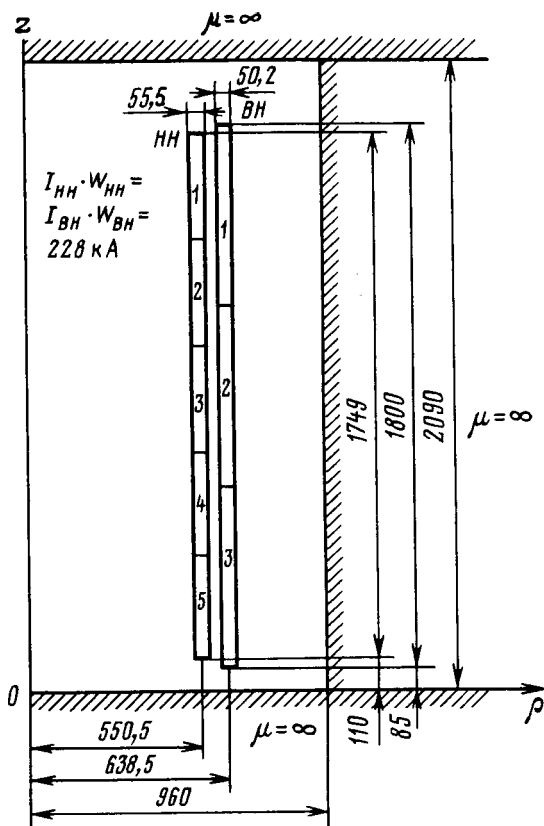


Рис. 4. Размеры обмоток и кольцевой полости

m_a, m_ρ, m_c, m_b . При $m_a > 1$

$$B_{\rho\eta} = \frac{K_1 e^{m(c-b)} + K_2 e^{m(b-c)}}{K_3 e^{m(b-a)} - K_4 e^{m(a-b)}} (K_5 e^{m(\rho-a)} + K_6 e^{m(a-\rho)}). \quad (12)$$

Коэффициенты $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$ определяются сомножителями, стоящими перед экспонентами в выражении (10). Очевидно, что расчет по формуле (12) может быть проведен лишь в том случае, когда $m(b-a) < 43,5$

В противном случае

$$B_{\rho\eta} = \frac{K_1 e^{m(a+c-2b)} + K_2 e^{m(a-c)}}{K_{33}} (K_5 e^{m(\rho-a)} + K_6 e^{m(a-\rho)}), \quad (13)$$

где $K_{33} = K_3 - e^{\ln K_4 + 2(a-b)}$.

В программе расчета магнитного поля¹ на ЭВМ специально предусмотрены все возможные сочетания значений аргументов. Как только значения одного, двух или более аргументов превышают 43,5, расчет ведется по соответствующей этому сочетанию аргументов существенно более простой формуле. Всего таких формул 10.

В [3, 4] указано, что функции Бесселя можно вычислять как бесконечные асимптотические ря-

¹ Авторы выражают благодарность А. Н. Панибратцу за участие в разработке программы.

ды. Погрешность их замены рядами с ограниченным количеством членов в [3, 4] не оценена. В программах расчета магнитного поля трансформатора, составленных на основании методов, изложенных в [3, 4], при расчетах функций Бесселя используются, как правило, не менее 100 членов бесконечных рядов.

Следовательно, вычисление по формулам типа (12) и (13) помогает сократить время расчета путем резкого уменьшения количества членов аппроксимирующего ряда. Кроме того, расчет по этим формулам ведется весьма точно, так как гарантированная абсолютная погрешность представления модифицированных функций Бесселя многочленами невелика. Предусмотренная в программе возможность совместного расчета функций Бесселя также позволяет сократить время счета.

Для определения осевой или радиальной составляющих магнитной индукции необходимо рассчитать все гармоники. Каждая из гармоник включает 8 модифицированных функций Бесселя и 3 тригонометрические функции. Проводить многократные расчеты всех функций нельзя из-за чрезвычайно больших затрат времени счета, а хранить только по одному разу рассчитанные функции не позволяют возможности памяти ЭВМ.

В программе реализован комбинированный способ счета, при котором 6 модифицированных функций Бесселя, заданных левой и правой границей области, а также радиальными координатами точек расчета, вычисляются только по одному разу и хранятся в виде массивов, а процедура расчета поля состоит лишь в выполнении расчетов двух модифицированных функций Бесселя, заданных радиусом цилиндров с токами. Стандартные тригонометрические функции рассчитываются каждый раз, так как требуемое для этого время ничтожно мало и создание из них массивов излишне.

При таком комбинированном способе время расчета для двухобмоточного трансформатора составляет менее 5 мин (на ЭВМ БЭСМ-6М и ЕС-1055), что позволяет широко использовать разработанный численно-аналитический метод при расчетах для трансформаторов и реакторов.

Из формул (2) — (4), предназначенных для определения осевой и радиальной составляющих магнитной индукции, следует, что точное математическое решение представляет сумму бесконечного сходящегося ряда, где каждая из гармоник убывает пропорционально своему номеру n .

Увеличение количества выбранных для приближенного расчета гармоник повышает точность, но может привести к неоправданно завышенным затратам времени и памяти ЭВМ. Для выбора оптимального количества гармоник необходимо проводить расчетные исследования, изменяя количество гармоник и сопоставляя результаты рас-

четов. Полученное количество гармоник, требуемое для обеспечения заданной точности результатов расчета, можно увеличить и пользоваться этим, взятым с запасом, количеством гармоник при проведении подобных расчетов.

Выбор количества гармоник определяется не значениями осевой и радиальной составляющих магнитной индукции в области обмоток, а интегральными, по отношению к магнитной индукции, механическими силами обмоток, что позволяет значительно уменьшить (ориентировочно в 5—10 раз) количество гармоник.

В качестве иллюстрации возможностей метода рассмотрим расчеты, выполненные отдельно для обмоток НН и ВН, несимметрично расположенных по высоте магнитопровода в кольцевой полости при отсутствии левой границы прямоугольного сечения (рис. 4). Каждая из обмоток состоит из 108 катушек, объединенных при расчетах соответственно в пять и три зоны, приблизительно равные по высоте. Намагничивающая сила равномерно распределена по зонам каждой из обмоток НН и ВН. На рис. 4 показаны размеры полости и обмоток (в мм).

Как показывают расчеты (табл. 2) вполне достаточно 12 гармоник для достоверной инженерной оценки силы прессовки, наибольшей осевой силы, сил, воздействующих на прессующее кольцо и нижнюю опору, а также для вычисления напряжения растяжения обмотки, вызванного радиальными силами. Для расчета радиального поля в торцевых катушках 12 гармоник недостаточно.

Особо следует отметить, что результаты расчета радиального поля, а соответственно и напряжения осевого изгиба практически тождественны при количествах гармоник, равных 36, 48 и 60.

Следовательно, расчет поля во всей области обмоток, исключая лишь торцевые катушки, допустимо проводить с количеством гармоник, равным 12. В торцевых катушках целесообразно значительно увеличить количество гармоник при расчете поля, по-видимому, до 60 (запасом), с целью более точного определения напряжения осевого изгиба.

Результаты расчета суммарных добавочных потерь одинаковы при 12 и 60 гармониках (табл. 2). Алгоритм, предназначенный для рационального выбора количества гармоник при расчете механических сил в обмотках, с запасом обеспечивает требуемую точность вычисления местных добавочных потерь. Такой подход позволяет существенно экономить машинное время, поскольку комбинированный расчет по затратам времени соизмерим с расчетом при 12 гармониках. Подобные затраты машинного времени лишь в 2—3 раза превышают время счета по существующим моделям плоского поля [3].

Таблица 2

Основные результаты расчета электродинамической стойкости обмоток НН и ВН по цилиндрической модели с ярмами и баком при различном количестве гармоник

Количество гармоник		12	24	36	48	60	60/12*	12	24	36	48	60	60/12*
Обмотка		НН, зон 5, витков 211						ВН, зон 3, витков 260					
Ударный ток, кА		9,697						7,728					
Осевые силы	прессовки, кН	362	370	377	379	382	380	511	518	521	524	526	
	на прессующее кольцо, кН	0						0					
	на нижнюю опору, кН	94	96	97	95	97	95	161	164	167		166	
	наибольшая сжатия, кН	545	543	549	548	551	552	721	728	737	735	738	739
Механические напряжения	радиальное растяжение, МПа	30,9						29,9					
	осевой изгиб, МПа	12,4	15,4	16,5	16,8		16,6	11,2	13,5	14,4			14,5
	Суммарное, МПа	33,0	36,2	36,8	36,9		37,8	37,5	37,7	38,8	38,9	39,1	
Добавочные потери	суммарные	осевая, кВт радиальная, кВт						1,8					
	на верхнем торце	осевая, кВт радиальная, Вт						1,3					
	на нижнем торце	осевая, Вт радиальная, Вт						4,0					
	на верхнем торце	осевая, мТл радиальная, мТл						1,5					
Магнитная индукция	на верхнем торце	осевая, мТл радиальная, мТл						1,5					
	на нижнем торце	осевая, мТл радиальная, мТл						1,5					
	на верхнем торце	осевая, мТл радиальная, мТл						1,5					
	на нижнем торце	осевая, мТл радиальная, мТл						1,5					
Время счета, с		—37,2 126	—47,8 174	53,3 249	54,7 288		—54,5 169	—37,6 79	—49,1 109	52,8 158	53,6 186		54,2 86

Примечание. *60 на торцах, 12 всюду.

Разработанный метод может быть использован для расчета новых конструкций трансформаторов с электромагнитными экранами на баке и торцах обмоток, а также реакторов. Программа расчета магнитного поля включена в систему программ [11] по расчету электродинамической стойкости трансформаторов, которая ранее была разработана группой сотрудников ВЭИ имени В. И. Ленина и ныне широко используется на предприятиях отрасли.

Выводы: 1. Разработанный численно-аналитический метод расчета осесимметричного магнитного поля обмоток, предназначенный для исследо-

вания электродинамической стойкости и добавочных потерь в трансформаторах и реакторах, обеспечивает расчет поля как в замкнутой области при произвольной комбинации границ типа «идеальный ферромагнитный экран» с бесконечной магнитной проницаемостью и «идеальный электромагнитный экран» с бесконечной электрической проводимостью, так и в разомкнутой области, когда левая или правая концентрические границы могут отсутствовать.

2. Одновременно повышена точность результатов и существенно сокращены затраты машинного времени за счет аппроксимации модифи-

цированных функций Бесселя многочленами, комбинированного подхода при выборе рационального количества гармоник и нового алгоритма выбора количества и расположения тонких соленоидов, эквивалентирующих зоны обмоток.

Приложение. Для расчета магнитного поля тонкой обмотки в кольцевой полости при отсутствии левой границы прямоугольного сечения (рис. 3, б) следует вместо матричной формулы (5) пользоваться более простыми матричными выражениями вида

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{vmatrix} f_{1l}(mr) \\ f_{1p}(mr) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} I_1(mr) \\ \delta_4 R_1(m, b, \rho) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1(mr) \\ (1 - \delta_4) R_0(m, b, \rho) \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} \delta_4 R_1(m, b, c) & I_1(mc) \\ (1 - \delta_4) R_0(m, b, c) & I_1(mc) \end{vmatrix}; \\ \begin{vmatrix} f_{3l}(mr) \\ f_{3p}(mr) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} I_0(mr) \\ \delta_4 R_0(m, b, \rho) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_0(mr) \\ (1 - \delta_4) R_1(m, b, \rho) \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} \delta_4 R_1(m, b, c) & I_1(mc) \\ (1 - \delta_4) R_0(m, b, c) & I_1(mc) \end{vmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-1})$$

При значении символов Кронекеса $\delta_1=0$ и $\delta_2=1$ в выражении (2) следует пользоваться формулой

$$\begin{vmatrix} B_{zl}/B_k \\ B_{zp}/B_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_4 (1 - \delta_4) \frac{c}{\rho} \\ \delta_4 (1 - \delta_4) \frac{C}{\rho} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \ln(b/\rho) [1 + \ln(\rho/b)] \end{vmatrix}, \quad (\text{П-2})$$

а $B_\rho=0$ здесь и всюду далее в выражении (3).

При отсутствии правой границы прямоугольного сечения (рис. 3, в):

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{vmatrix} f_{1l}(mr) \\ f_{1p}(mr) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} \delta_3 R_1(m, a, \rho) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, \rho) \\ K_1(mr) & K_1(mr) \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} K_1(mc) & \delta_3 R_1(m, a, c) \\ K_1(mc) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, c) \end{vmatrix}; \\ \begin{vmatrix} f_{3l}(mr) \\ f_{3p}(mr) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} \delta_3 R_0(m, a, \rho) & (1 - \delta_3) R_1(m, a, \rho) \\ K_0(mr) & K_1(mr) \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} K_1(mc) & \delta_3 R_1(m, a, c) \\ K_1(mc) & (1 - \delta_3) R_0(m, a, c) \end{vmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-3})$$

При значении символов Кронекера $\delta_1=0$ и $\delta_2=1$ в выражении (2)

$$\begin{vmatrix} B_{zl}/B_k \\ B_{zp}/B_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_3 (1 - \delta_3) \\ \delta_3 (1 - \delta_3) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & a/\rho \\ a/\rho & 0 \end{vmatrix}. \quad (\text{П-4})$$

При отсутствующих левой и правой границах (рис. 3, г):

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{vmatrix} f_{1l}(mr) \\ f_{1p}(mr) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} I_1(mr) & 0 \\ K_1(mr) & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} K_1(mc) & I_1(mc) \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \\ \begin{vmatrix} f_{3l}(mr) \\ f_{3p}(mr) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} I_0(mr) & 0 \\ K_0(mr) & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} K_1(mc) & I_1(mc) \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-5})$$

При $\delta_1=0$ и $\delta_2=1$ в выражении (2)

$$B_{zl} = B_k, \quad B_{zp} = 0. \quad (\text{П-6})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. — М.: Высшая школа, 1986.
2. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Береза В. Л., Иванков В. Ф. Методика и алгоритм ускоренного расчета магнитного поля трансформатора. — Электротехника, 1976, № 4.
4. Данильчук А. А. Расчет магнитного поля и параметров осесимметричной системы обмоток в кольцевой полости прямоугольного сечения. — Электричество, 1987, № 2.
5. Смайт В. Электростатика и электродинамика. — М.: Иностранная литература, 1954.
6. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. — М.: Иностранная литература, 1961.
7. Иосель Ю. Я. Расчет потенциальных полей в энергетике (справочная книга). — Л.: Энергия, 1978.
8. Лурье С. И., Савельев М. П. Динамические осевые усилия в обмотках трансформаторов. — Электричество, 1972, № 6.
9. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1979.
10. Мазный Г. Л. Программирование на БЭСМ-6 в системе «Дубна». — М.: Наука, 1978.
11. Савельев М. П., Панибратец А. Н. Расчет электродинамической стойкости обмоток трансформаторов на ЭВМ «Минск». — Электротехника, 1978, № 4.

[17.02.89]

Алгоритмы управления и характеристики вентильного электродвигателя в режиме динамического торможения

ИВАНОВ А. А., канд. техн. наук, ЛОЗЕНКО В. К., доктор техн. наук

Московский энергетический институт

Вентильный электродвигатель (ВД), коммутация секций обмотки якоря (ОЯ) электрохимического преобразователя (ЭМП) которого осуществляется ключами преобразователя частоты (ПЧ) по сигналам датчика положения ротора (ДПР), является сложным объектом, характеризуется многообразием конструктивных форм выполнения и широким спектром практически реализуемых режимов электрохимического преобразования энергии. Наибольшее распространение среди маломощных ВД получили электродвигатели, у которых ЭМП выполнен в виде синхронной машины с возбуждением от постоянных магнитов и трехсекционной соединенной в звезду ОЯ, а ДПР с возможностью формирования единичных сигналов в функции угла поворота индуктора ЭМП относительно его якоря (рис. 1). Такие ВД используются как самостоятельно, так и в составе различных управляемых электроприводов, для которых реализация оптимальных движений и параметров обеспечивается выбором того или иного режима работы ВД.

Алгоритмы управления (АУ) и характеристики ВД в двигательном режиме изучены достаточно подробно [1]. Вместе с тем тормозные режимы и, прежде всего режимы динамического торможения (ДТ) таких ВД, изучены не в полном объеме, хотя широко используются как самостоятельно, так и для организации режима широтно-импульсного регулирования. Необходимость более глубокого изучения характеристики ВД в указанном режиме возникает еще и потому, что реализация режима ДТ может быть осуществлена различными по эффективности АУ ПЧ. В [2] введено понятие и предложена классификация элементарных АУ ВД. Элементарными АУ ВД называются такие, при которых на каждом очередном межкоммутационном (МК) интервале происходит изменение

комбинации включенных состояний ключей ПЧ с сохранением постоянства минимально возможного их числа, достаточного для образования электрической цепи для протекания тока, соответствующего данному режиму работы. Любой неэлементарный (комбинированный) АУ и, соответственно, режим работы ВД может быть синтезирован из элементарных АУ. Для достаточно подробно исследованных двигательных режимов и режимов противовключения элементарными АУ (рис. 2) являются такие, при которых угловая длительность включенного состояния ключа ПЧ равна $\psi = 2\pi/3$, с нейтральной $\theta = 0$, опережающей $\theta > 0$ и запаздывающей $\theta < 0$ коммутацией, где θ — угол установки ДПР, совпадающий в этих режимах с углом опережения включения ключей ПЧ.

Для осуществления режима ДТ при элементарном АУ достаточно на очередном МК-интервале перевести ВД в режим противовключения и оставить при этом включенным только один из ключей. Например, на втором МК-интервале должен быть включен один из ключей VT_4 или VT_3 (рис. 2). В зависимости от того, какой из этих ключей и какие аналогичные ему ключи на других МК-интервалах будут включены, реализуются различные элементарные АУ вида Т с $\theta_{дт} = -\pi/6$ и вида Д с $\theta_{дт} = +\pi/6$, где θ — угол опережения включения ключей ПЧ относительно нейтральной коммутации в режиме ДТ. Название этих алгоритмов дано условно, они отличаются типом ключевого элемента, который является общим на данном МК-интервале для ветвей с нарастающим и спадающим токами. В первом случае таким элементом является транзистор (Т), а во втором случае — диод (D) моста обратного тока (МОТ), связывающий отключаемую ветвь с источником питания (ИП). Средствами ПЧ реализуются еще два элементарных АУ с $\theta_{дт} = \pi/2$ и $\theta_{дт} = -\pi/2$ (рис. 2). Период повторяемости электромагнитных процессов равен МК-интервалу $\alpha_{мк} = \pi/3$.

Необходимость в анализе и математическом описании режимов ДТ вызвана тем, что структуры и последовательность возникновения электромагнитных контуров в этом режиме существенно отличаются от аналогичных процессов в двигательном режиме и в режиме противовключения.

Для правильного понимания рабочего процесса необходимо ввести понятие нейтральной коммутации в режиме ДТ. По аналогии с двигательным режимом работы ВД нейтральной коммутацией называется такая, при которой без учета индуктивности секций ОЯ на МК-интервале развивается максимальный электромагнитный момент. Так как в режиме ДТ момент создается при

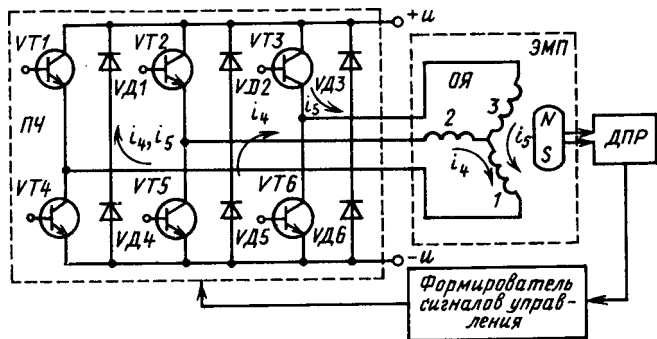


Рис. 1. Функциональная схема маломощного управляемого вентильного электродвигателя

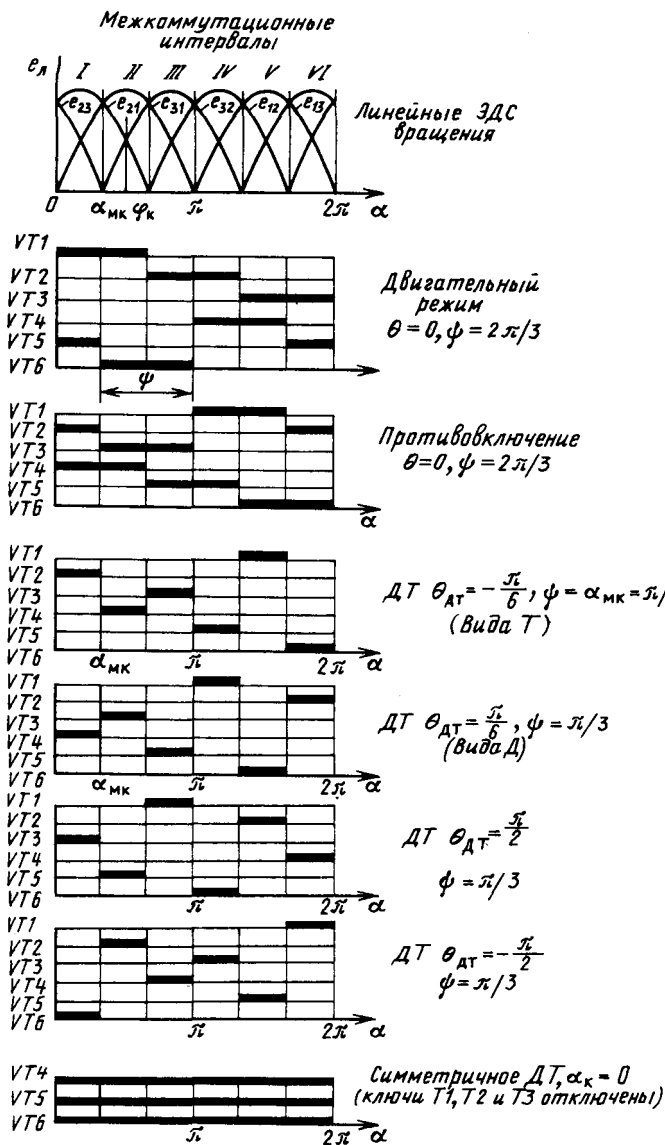


Рис. 2. Линейные э. д. с. вращения в секциях ЭМII и диаграммы проводящего состояния ключей ПЧ на различных межкоммутационных интервалах

участии двух электромагнитных контуров, то максимальное его значение будет обеспечиваться при $\theta = 0,5\alpha_{МК}$, когда кривые э. д. с. контуров располагаются симметрично относительно середины МК-интервала. Реализация нейтральной коммутации в режиме динамического торможения обеспечивается сдвигом ДПР (или эквивалентным угловым смещением сигналов управления ключами ПЧ) на указанный угол. В общем случае угол опережения включения ключей в режиме ДТ определяется как $\theta_{ДТ} = \theta - 0,5\alpha_{МК}$. В зависимости от значения угла $\theta_{ДТ}$ в режиме ДТ возможны три области параметров ВД, токи в которых могут быть непрерывными или прерывистыми (рис. 3). Каждая область характеризуется определенной

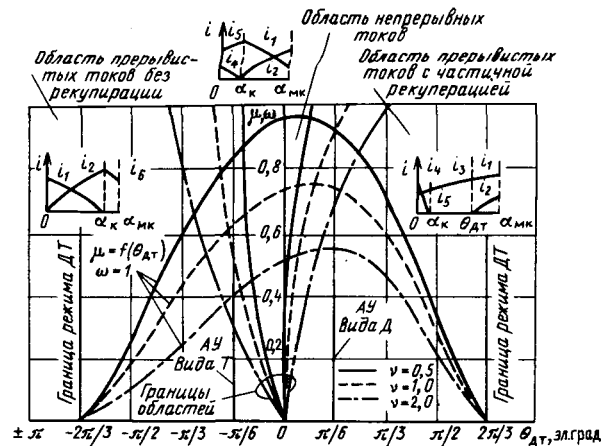


Рис. 3. Области существования характерных структур электромагнитных контуров в режиме ДТ, изменение электромагнитного момента в функции $\theta_{ДТ}$ при $\omega = 1$

последовательностью возникающих структур электромагнитных контуров внутри МК-интервала.

Рассмотрим особенности электромагнитных процессов на примере образования электрических контуров для наиболее общего случая, когда при реализации алгоритма управления вида Д обеспечивается опережающая коммутация ($\theta_{ДТ} > 0$) и в ВД протекают прерывистые токи с частичной рекуперацией.

В квазиустановившемся режиме при переходе на второй МК-интервал после отключения ключа VT4 и включения ключа VT3 токи i_4 в отключаемой и i_5 в подключаемой ветвях ОЯ (рис. 1) протекают одновременно через диод VD1 по цепям: VD1—ИП—VD5—2—1—VD1 под действием э. д. с. самоиндукции и э. д. с. вращения e_{21} (рис. 2) и VD1—VT3—3—1—VD1 под действием э. д. с. самоиндукции, возникающей в секции 1 при отключении ключа VT4, и э. д. с. вращения e_{31} (индексы при э. д. с. вращения соответствуют позициям секций на рис. 1).

Диоды VD1 и VD5 связывают секции 1 и 2 ОЯ с источником питания, и энергия, запасенная в магнитном поле отключаемой ветви ОЯ, частично рекуперируется в ИП. Это способствует форсированному уменьшению тока i_4 в этой ветви. Ток i_5 в секциях 3, 1 начинает нарастать со значения, которого он достиг на предыдущем — первом МК-интервале при включенном ключе VT4. После окончания коммутационного процесса в секциях 3, 1 под действием э. д. с. протекает ток i_3 , являющийся продолжением тока i_5 (рис. 3). В отключенной секции 2 ток не протекает до момента φ_k (рис. 2), пока линейная э. д. с. e_{32} не превысит э. д. с. e_{21} . Если выполняется условие

$$i_4 = 0, e_{32} > e_{21}, \quad (1)$$

то включается диод VD2 и возникает электрическая цепь VT3—3, 2—VD2—VT3, в которой под

действием э. д. с. вращения e_{32} протекает ток i_2 . Включение диода $VD2$ обеспечивает положительным потенциалом со стороны э. д. с. секции 2, когда ток в ней отсутствует, и сопровождается образованием новой структуры электромагнитных контуров внутри МК-интервала.

Таким образом в режиме ДТ при опережающей коммутации имеет место последовательное образование трех структур электромагнитных контуров. Первая структура $(0, \dots, \alpha_k)$ с контурными токами i_4, i_5 ; вторая структура $(\alpha_k, \dots, \theta_{\text{ДТ}})$ с контурным током i_3 и третья структура $(\theta_{\text{ДТ}}, \dots, \alpha_{\text{МК}})$ с контурными токами i_1, i_2 (рис. 3). Причем, начальные значения токов i_4 и i_5 на очередном МК-интервале определяются конечными значениями токов i_1 и i_2 соответственно на предыдущем МК-интервале. Обозначения i_1, i_3 и i_5 относятся к одному току и обозначают его на разных угловых интервалах.

Опыт исследований, расчетов и проектирования данного класса ВД позволяет проводить математическое моделирование с рядом общепринятых допущений [3, 4]. Перечислим основные из них: магнитопровод не насыщен; индукция в воздушном зазоре имеет косинусоидальное распределение вдоль расточки и не зависит от действия реакции якоря; постоянный магнит моделируется одной эквивалентной фиктивной обмоткой возбуждения, приведенной к числу ω витков секции ОЯ и включенной на источник тока $I_\phi = F_\phi$, где F_ϕ — коэрцитивная НС в точке пересечения предварительно стабилизированного частного цикла перемагничивания с осью абсцисс на рабочей диаграмме магнита; активное сопротивление фиктивной обмотки принимается равным нулю; ключи ПЧ принимаются идеальными.

С учетом [1] после преобразования взаимосвязанной системы дифференциальных уравнений к независимой и дифференцирования по углу математическая модель, описывающая режим ДТ для рассматриваемого случая, имеет вид

$$\begin{aligned} di_4/d\alpha + ai_4 &= 2a(-2 + 2e_4 - e_5)/3; \\ di_5/d\alpha + ai_5 &= 2a(1 + e_4 + 2e_5)/3, \quad 0 \leq \alpha \leq \alpha_k; \\ di_3/d\alpha + ai_3 &= ae_3, \quad \alpha_k < \alpha \leq \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}; \\ di_1/d\alpha + ai_1 &= 2a(2e_1 - e_2)/3; \\ di_2/d\alpha + ai_2 &= 2a(2e_2 - e_1)/3, \\ \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} < \alpha &\leq \alpha_{\text{МК}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $a = \frac{1}{\omega v}$, ω, v — безразмерные частота вращения и электромагнитная постоянная времени; $\omega = \Omega/\Omega_0$, Ω — текущее значение частоты вращения; Ω_0 — частота вращения холостого хода; $v = \Omega_0 L/R$, L — суммарная индуктивность секции ОЯ; R — суммарное сопротивление секции и полупроводникового ключа; $e_1 = e_3 = e_5 = e_{31} = \omega \cos(\alpha - \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}})$, $e_2 = e_{32} = \omega \cos(\alpha - \theta - 1,5\alpha_{\text{МК}})$, $e_4 = e_{21} = \omega \cos(\alpha - \theta + 0,5\alpha_{\text{МК}})$.

Система уравнений, записанная для начальных условий, имеет вид:

$$i_4(0) = i_1(\alpha_{\text{МК}}), \quad i_5(0) = i_2(\alpha_{\text{МК}}), \quad i_5(\alpha_k) = i_3(\alpha_k), \quad i_4(\alpha_k) = 0, \quad i_2(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}) = 0, \quad i_3(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}) = i_1(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}). \quad (3)$$

Проводя геометрическое суммирование э. д. с. и опуская преобразования, связанные с решением методом интегрирующего множителя, запишем конечные выражения для мгновенных токов:

$$\left. \begin{aligned} i_4 &= k_4 + B \sin(\alpha + \gamma_4) - [k_4 + B \sin(\alpha_k + \gamma_4)] \times \\ &\times e^{-(\alpha - \alpha_k)a}, \\ i_5 &= k_5 + B \sin(\alpha + \gamma_5) + [-k_5 - B \sin \gamma_5 + \\ &+ B \sin(\alpha_{\text{МК}} + \gamma_2) - B \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_2)] \times \\ &\times e^{(\theta - 1,5\alpha_{\text{МК}})a} e^{-\alpha a}, \quad 0 \leq \alpha \leq \alpha_k; \\ i_3 &= B_3 \sin(\alpha + \gamma_3) + [B \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_1) - \\ &- B_3 \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_3)] e^{(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}})a} + \\ &+ [k_4 + B \sin \gamma_4 - B \sin(\alpha_{\text{МК}} + \gamma_1) - k_4 e^{\alpha_k a} - \\ &- B \sin(\alpha_k + \gamma_4) e^{\alpha_k a}] e^{\alpha_{\text{МК}} a} e^{-\alpha a}, \\ \alpha_k &< \alpha \leq \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}; \\ i_1 &= B \sin(\alpha + \gamma_1) + [k_4 + B \sin \gamma_4 - \\ &- B \sin(\alpha_{\text{МК}} + \gamma_1) - [k_4 + B \sin(\alpha_k + \\ &+ \gamma_4)] e^{\alpha_k a}] e^{-(\alpha - \alpha_{\text{МК}})a}; \\ i_2 &= B [\sin(\alpha + \gamma_2) - \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_2)] \times \\ &\times e^{-(\alpha + \theta + 0,5\alpha_{\text{МК}})a}, \quad \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} < \alpha \leq \alpha_{\text{МК}}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $k_4 = -4/3$; $k_5 = 2/3$; $\gamma_1 = -\theta + \pi/3 + \psi$; $\gamma_2 = \gamma_4 = -\theta - \pi/3 + \psi$; $\gamma_3 = -\theta + 0,5\alpha_{\text{МК}} + \psi$; $\gamma_5 = -\theta + \psi$; $B = \frac{2\pi}{\sqrt{3}v\sqrt{1+a^2}}$; $B_3 = \frac{\pi}{3v\sqrt{1+a^2}}$; $a = \frac{1}{\omega v}$.

Угол коммутации α_k в режиме прерывистых токов с рекуперацией определяется из следующего трансцендентного уравнения

$$S_{n1} + W_{n1} \sin \alpha_k + V_{n1} \cos \alpha_k + Q_{n1} e^{-\alpha_k a} = 0, \quad (5)$$

где $S_{n1} = k_4 e^{\alpha_{\text{МК}} a} + k_5$; $W_{n1} = B(\cos \gamma_4 e^{\alpha_{\text{МК}} a} + \cos \gamma_5) - B_3 \cos \gamma_3$; $V_{n1} = B(\sin \gamma_4 e^{\alpha_{\text{МК}} a} + \sin \gamma_5) - B_3 \sin \gamma_3$; $Q_{n1} = -k_4 e^{\alpha_{\text{МК}} a} - k_5 + B_3 \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_3) \times e^{(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}})a} - B[\sin \gamma_4 e^{\alpha_{\text{МК}} a} + \sin \gamma_5 - \sin(\alpha_{\text{МК}} + \gamma_1) \times e^{\alpha_{\text{МК}} a} - \sin(\alpha_{\text{МК}} + \gamma_2) + \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_1) \times e^{(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}})a} + \sin(\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} + \gamma_2) e^{(\theta - 1,5\alpha_{\text{МК}})a}]$.

Выражения для мгновенных электромагнитных моментов имеют вид:

$$\begin{aligned} \mu_{4,5} &= i_4 \cos(\alpha - \theta + 1,5\alpha_{\text{МК}}) + i_5 \cos(\alpha - \theta + 0,5\alpha_{\text{МК}}), \\ &0 \leq \alpha \leq \alpha_k; \\ \mu_3 &= i_3 \cos(\alpha - \theta + 0,5\alpha_{\text{МК}}), \quad \alpha_k < \alpha \leq \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}; \\ \mu_{1,2} &= i_1 \cos(\alpha - \theta + 0,5\alpha_{\text{МК}}) + i_2 \cos(\alpha - \theta - 0,5\alpha_{\text{МК}}), \\ &\theta - 0,5\alpha_{\text{МК}} < \alpha \leq \alpha_{\text{МК}}. \end{aligned} \quad (6)$$

При нейтральной коммутации ($\theta_{\text{ДТ}} = 0$), реализованной, например, АУ вида Т, смещенным в сторону опережающей коммутации на угол $\pi/6$,

в ВД протекают непрерывные токи (рис. 3). В этой области параметров ВД условие (1) выполняется при окончании коммутационного процесса и на МК-интервале имеет место последовательное чередование двух структур электромагнитных контуров. Первая структура с токами i_4 , i_5 , протекающими, например, на втором МК-интервале соответственно по цепям: $VD3$ — источник питания — $VD5$ — секции 2, 3 — $VD5$; $VD5$ — секции 2, 1 — $VT4$ — $VD5$; и вторая структура с токами i_1 и i_2 , протекающими соответственно по цепям: $VD5$ — секции 2, 1 — $VT4$ — $VD5$; $VD6$ — секции 3, 1 — $VT4$ — $VD6$. Математическая модель для режима ДТ с непрерывными токами и конечные выражения для мгновенных токов и электромагнитных моментов аналогичны (4), (5) и (6), а система уравнений, записанная для начальных условий, имеет вид

$$i_4(0) = i_1(\alpha_{МК}); i_5(0) = i_2(\alpha_{МК}); i_4(\alpha_{к}) = 0; i_5(\alpha_{к}) = i_1(\alpha_{к}). \quad (7)$$

Угол коммутации $\alpha_{к}$ определяется из уравнения

$$S_{н} + W_{н} \sin \alpha_{к} + V_{н} \cos \alpha_{к} + \theta_{н} e^{-\alpha_{к}} = 0, \quad (8)$$

где $S_{н} = k_4 e^{\alpha_{нк}} + k_5$; $W_{н} = B(-\cos \gamma_4 e^{\alpha_{нк}} + \cos \gamma_5 + \cos \gamma_1 - \cos \gamma_2 e^{-\alpha_{нк}})$; $V_{н} = B(-\sin \gamma_4 e^{\alpha_{нк}} - \sin \gamma_5 + \sin \gamma_1 - \sin \gamma_2 e^{-\alpha_{нк}})$; $\theta_{н} = -k_4 e^{\alpha_{нк}} - k_5 + B[\sin(\alpha_{МК} + \gamma_1) e^{\alpha_{нк}} + \sin(\alpha_{МК} + \gamma_2) + \sin \gamma_4 e^{\alpha_{нк}} - \sin \gamma_5]$.

Введение запаздывающей коммутации ($\theta_{дт} < 0$) приводит к работе ВД с прерывистыми токами без рекуперации (рис. 3). После окончания коммутационного процесса в ВД сохраняется один электромагнитный контур с током i_6 , протекающий по двум секциям ОЯ, по которым ранее протекал ток i_2 . В третьей секции ток отсутствует. Электромагнитные контуры в этом режиме образуются без участия ИП, поэтому рекуперация энергии отсутствует.

Определим границы существования каждой рассмотренной области параметров ВД с характерными структурами электромагнитных контуров.

Если в режиме ДТ при элементарном АУ увеличить угол θ , то при $\theta = 5\pi/6$ ($\theta_{дт} = 2/3 \cdot \pi$) э.д.с. вращения в секциях принимают такие значения, что токи в контурах не возникают. Это значение угла θ является границей существования режима ДТ, поскольку при дальнейшем увеличении θ наступает режим отключения ВД. Вторая граница существования режима ДТ определяется $\theta = -\pi/2$ ($\theta_{дт} = -2\pi/3$). В пространстве параметров v , θ , ω необходимо определить еще две поверхности, определяющие границы существования характерных структур. Аналитическое выражение для граничной поверхности, разделяющей области непрерывных и прерывистых токов с рекуперацией может быть получено путем решения (5) для случая $\alpha_{к} = \theta - 0,5\alpha_{МК}$. Опуская промежуточные преобразования, приведем конечное выра-

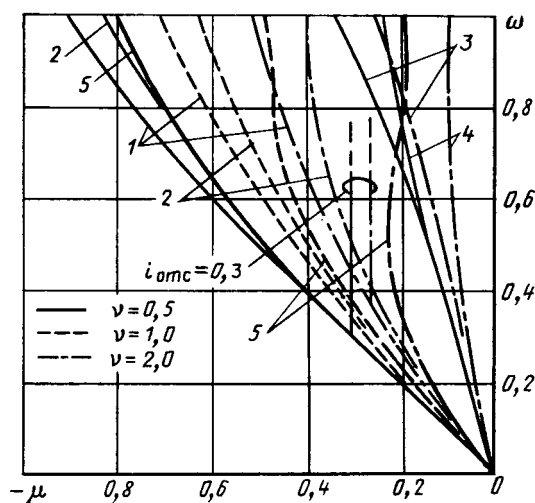


Рис. 4. Механические характеристики ВД в режиме ДТ без ограничения тока и с ограничением тока ($i_{отс}=0,3$): 1 — алгоритм вида Д; 2 — алгоритм вида Т; 3 — $\theta_{дт} = \pi/2$; 4 — $\theta_{дт} = -\pi/2$; 5 — симметричное ДТ ($\alpha_{к}=0$)

ные преобразования, приведем конечное выражение

$$S_r + W_r \sin \theta + V_r \cos \theta + Q_r e^{-\theta} = 0, \quad (9)$$

где $S_r = k_4 e^{\alpha_{нр}} + k_5$; $Q_r = Q_{нр} e^{0,5\alpha_{нр}}$; $W_r = B[\cos(\gamma_4 - 0,5\alpha_{МК}) e^{\alpha_{нр}} + \cos(\gamma_5 - 0,5\alpha_{МК}) - \cos(\gamma_1 - 0,5\alpha_{МК}) - \cos(\gamma_2 - 0,5\alpha_{МК}) e^{-\alpha_{нр}}]$; $V_r = B[\sin(\gamma_4 - 0,5\alpha_{МК}) e^{\alpha_{нр}} + \cos(\gamma_5 - 0,5\alpha_{МК}) - \cos(\gamma_1 - 0,5\alpha_{МК}) - \cos(\gamma_2 - 0,5\alpha_{МК}) e^{-\alpha_{нр}}]$.

Аналитическое выражение для граничной поверхности, разделяющей область непрерывных токов и прерывистых токов без рекуперации может быть получено путем решения (8) для случая $\alpha_{к} = 0$ и имеет вид

$$\theta = \arctg(1/\omega v) - \pi/3. \quad (10)$$

Работа ВД на этой границе (рис. 2) обеспечивается при реализации известного режима симметричного ДТ (5) или при закорачивании МОТ на стороне постоянного тока (6). Моменты коммутации секций ЭМП в этих режимах определяются переключениями диодов МОТ, которые происходят при условии $i_1 = 0$ (рис. 3) с запаздыванием по отношению к нейтральной коммутации. Значение запаздывания растет с увеличением частоты вращения ($\theta_{дт} = f(\omega)$). Если не учитывать сопротивление ключевых элементов, этот режим будет эквивалентен трехфазному короткому замыканию ЭМП.

При работе ВД на границе областей (10) электромагнитный момент из-за запаздывающей коммутации секций будет меньше, чем в режиме ДТ с АУ вида Д и Т (при одних и тех же значениях ω и v), а при $v \geq 2$ и $\omega \geq 0,3$ он практически не изменяется и не превышает $\mu = -0,23$ (рис. 4, симметричное ДТ), однако в данном

случае обеспечивается отсутствие связи ПЧ и ИП, что исключает возникновение электромагнитных помех. Этот режим может быть реализован при работе ВД совместно с радиоаппаратурой. При реализации элементарных алгоритмов управления предпочтительным является алгоритм вида Д (рис. 4). Ограничение тока выравнивает по эффективности алгоритмы вида Д и вида Т, они могут быть рекомендованы для реализации ДТ в прецизионных электроприводах с повышенной равномерностью вращения и при интегральном исполнении ПЧ, так как обеспечивается равномерная загрузка ключей [7].

Для исключения короткого замыкания ветви ПЧ при ШИМ-управлении с организацией ДТ в паузе управляющего сигнала могут быть организованы элементарные алгоритмы с $\theta_{дт} = \pi/2$ и $\theta_{дт} = -\pi/2$, причем наиболее жесткие регулировочные характеристики получаются с алгоритмом при $\theta_{дт} = \pi/2$. Комбинированные алгоритмы управления всегда менее эффективны в сравнении с элементарными алгоритмами. Выявленные закономерности в характеристиках ВД в режиме ДТ с ростом v проявляются в большей степени.

Механические характеристики построены при аналого-цифровом моделировании режимов ДТ [8]. Адекватность моделирования проверялась при сравнении расчетных механических характеристик с механическими характеристиками реаль-

ных образцов ВД, а также по подобию форм токов во всех рассмотренных режимах ВТ, с контролем совпадения их значений в момент изменения структуры электромагнитных контуров. Расхождение результатов математического и натурного моделирования находятся в пределах 15 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Овчинников И. Е., Лебедев Н. И. Бесконтактные двигатели постоянного тока с транзисторными коммутаторами. — Л.: Наука, 1979.
2. Иванов А. А., Лозенко В. К. Алгоритмы управления и режимы работы вентильного электродвигателя. — Библиогр. указатель ИНФОРМЭЛЕКТРО «Депонир. научн. работы». М., 1985, № 54ЭТ—85 Деп.
3. Овчинников И. Е. Теория вентильных электрических двигателей. — Л.: Наука, 1985.
4. Балагуров В. А., Гридин В. М., Лозенко В. К. Бесконтактные двигатели постоянного тока с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1975.
5. Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока / Н. П. Адволоткин, В. Т. Гращенков, Н. И. Лебедев и др. — Л.: Энергоатомиздат, 1984.
6. Бесконтактный двигатель постоянного тока с регулируемым торможением / В. В. Федоров. — ЭТвА, 1978, вып. 10, с. 191—197.
7. А. с. 1317629 (СССР). Способ динамического торможения вентильного электродвигателя / А. А. Иванов, В. К. Лозенко. Оpubл. БИ, 1987, № 22.
8. Иванов А. А., Лозенко В. К., Хоцянова О. Н. Аналого-цифровая модель вентильного электродвигателя для исследования нормальных, несимметричных и аварийных режимов. — Электронное моделирование, 1989, № 3.

[02.06.89]

УДК 621.313.2:538.534.69

Метод расчета электромагнитных полей и сил, действующих на лобовые части обмоток неявнополюсных синхронных машин

ТАЛЫШИНСКИЙ И. Т., доктор техн. наук, ХОБОРКОВА З. Ц., канд. техн. наук

ЛЭТИ — Восточно-Сибирский технологический институт

Проблема расчета трехмерных электромагнитных полей и вибровозмущающих сил торцевой зоны электрических машин не нашла своего полного решения несмотря на наличие посвященных ей важных работ, например [1—8]. Вибровозмущающие силы, действующие на обмотки, снижают надежность работы не только крупных, но и относительно малых машин, поэтому целесообразно продолжить поиски новых эффективных путей решения этой задачи, среди которых полезную роль может сыграть и рассматриваемый подход.

В статье трехмерное электромагнитное поле исследуется в торцевой зоне машины с учетом любого угла $\gamma_{л1}$ отгиба лобовых частей обмотки статора от оси вращения, а для ротора $\gamma_{л2} \approx 0$ и поставленная задача решается на основе классической теории электромагнетизма с использованием

ее результатов в новом эффективном аналитическом методе отражения электромагнитных волн [9]. При этом принимается, что коэффициенты отражения цилиндрического и дискового тел известны [9, 10].

В [1, 6] внимание сосредоточено на «возвратном» токе по тангенциальной координате. В [11] отмечается, что для вычисления значений магнитной индукции на границе раздела $z = l_1/2$ (рис. 1) активной зоны и области лобовых частей обмотки статора, строго говоря, недостаточно пользоваться только «возвратным» током, а необходимо еще решить задачу трехмерного магнитного поля для зоны активной стали машины при наличии расчетного «прямого» тока по тангенциальной координате. Только в этом случае полностью выполняется математическая корректность условия Ди-

рихле [11] применительно к рассматриваемой задаче.

В статье приняты следующие допущения.

1. Вычисление поля на границе раздела производится при токовых слоях зоны активной стали и области лобовых частей, размещенных на одинаковом радиусе, например для статора $\rho = R_1$, $z = (0,5 - \varepsilon)l_1$ со стороны активной стали и лобовых частей $z = 0,5l_1 + \varepsilon l_1$, $\varepsilon = 0,02 - 0,03$ (рис. 1). Расчет поля в других точках, удаленных от границы раздела на расстояния, большие εl_1 , производится самостоятельно для торцевой зоны и для зоны активной стали.

2. Расчет нормальной составляющей магнитной индукции B_{zn} и потока Φ_{1vn} в зоне зубцового слоя на указанной границе сначала производится без учета зубчатости, а затем умножается на коэффициент уплотнения этой индукции.

3. Насыщение ферромагнитных участков может быть учтено с применением простой итерации.

4. Возбужденные обмотки статора и ротора представляются соответственно в виде конического и цилиндрического токовых слоев, которые после определения структуры квазипостоянных интегрирования заменяются реальными с учетом толщин их катушек в лобовых частях.

Сущность примененного в статье метода состоит в том, что сначала электрическая машина рассматривается абсолютно прозрачной по отношению к падающей электромагнитной волне, образованной двумя ортогональными токовыми слоями обмотки статора с аксиальной J'_{z1vn} и «прямой» азимутальной $J''_{\phi 1vn}$ составляющими вектора линейной плотности тока, а также радиальной J''_{r1vn} и «возвратной» азимутальной $J''_{\phi 1vn} \perp$ компонентами, определяемыми в любой точке на конической поверхности обмотки. Эта точка лежит на скользящей окружности, получающейся от пересечения цилиндрической и дисковой поверхностей [11], следовательно, вектор $\vec{J}_{1vn}$ является функцией трех пространственных координат ρ, φ, z . Надстрочные (') относятся к прямолинейной и скошенной частям стержней секций обмотки [11]. Линейные плотности токов и т. д. с. разложены в ряды Фурье по аксиальной координате z на отрезке l_1 (рис. 1) как непериодические функции, удовлетворяющие условиям Дирихле, а на отрезке $2\tau_{1(2)\lambda} = T_{\phi 1(2)}$ по азимутальной координате как периодические функции. Вся область исследования поля при радиальном токовом слое (рис. 2) разделяется на две односвязные и записываются решения уравнения Лапласа [12] для каждой области. Аналогичное разделение производится при цилиндрическом токовом слое [9, 11].

Далее вводится в рассмотрение любая часть конструкции машины как препятствие на пути электромагнитной волны и учитывается обратное действие этой части на невозмущенное поле с помощью отраженных от нее волн касательных со-

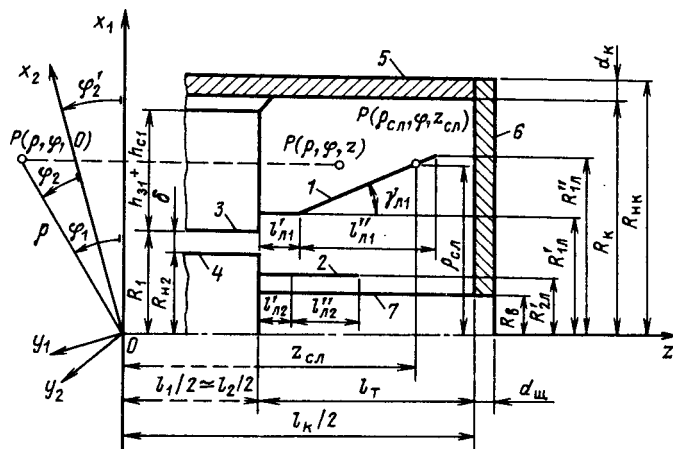


Рис. 1. Расчетная схема торцевой зоны в продольном виде части машины: 1, 2 — токовые слои обмоток статора и ротора; 3, 4 — сердечники статора и ротора; 5 — корпус; 6 — торцевой шит; 7 — вал

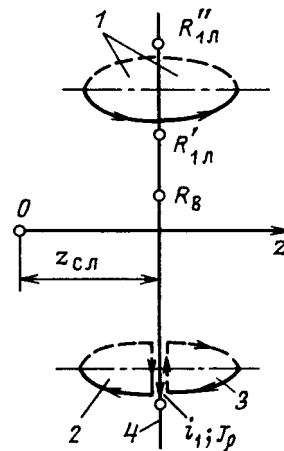


Рис. 2. Разделение области исследования поля на две односвязные области 2, 3 слева и справа от токового слоя на дисковой поверхности 4

ставляющих векторного магнитного потенциала $\vec{A}$ или вектора напряженности магнитного поля, учитывающих в общем случае как вихревые токи, так и намагниченность ферромагнетиков вещества возмущающего тела. Расчет трехмерного магнитного поля производится с учетом влияния на это поле всех возмущающих тел, окружающих обмотки статора и ротора и торцевой зоны — вала, торцевого шита, нажимной плиты, корпуса, сердечников статора и ротора, т. е. свойств материалов и геометрии этих тел.

Уравнения Максвелла в цилиндрических координатах для однородной непроводящей среды электромашины приводят к следующим уравнениям для составляющих векторного магнитного потенциала:

$$\nabla^2 A_r - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{A_r}{\rho^2} = 0; \quad (1)$$

$$\nabla^2 A_\varphi + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} - \frac{A_\varphi}{\rho^2} = 0; \quad (2)$$

$$\nabla^2 A_z = 0, \quad (3)$$

где ∇^2 — лапласиан в цилиндрической системе координат.

Радиус токового слоя ротора практически принимается постоянным $\rho_{cl} = R'_{2l}$ (рис. 1), а статора — $\rho_{cl} = R'_{1l}$ по небольшому по координате z прямолинейному участку. При изменениях аксиальной координаты z_{cl} на конической поверхности слоя тока меняется ρ_{cl} на той же поверхности, т. е.

$$\rho_{cl} = R'_{1l} + (z_{cl} - \frac{1}{2} l_1 - l'_{1l}) \operatorname{tg} \gamma_{l1}.$$

Расчетные точки на лобовых частях должны быть реальными для сравнения данных вычислений с экспериментальными, т. е. на внутренней стороне лобовых частей $\rho'_{cl} = \rho_{cl} - h_{k1}/2$, на наружной стороне $\rho''_{cl} = \rho_{cl} + h_{k1}/2$, $\frac{1}{2} l_1 + \varepsilon l_T \leq z_{cl} \leq \frac{1}{2} l_1 + l_{1l}$, h_{k1} — высота (толщина) катушечной стороны обмотки статора в торцевой зоне.

Решение уравнения (3) для кольцеобразной среды методом разделения переменных приводится в [13], а здесь дано как в [9]. Общий член двойного ряда Фурье (v, n) для осевой составляющей потенциала при токе, например, в обмотке статора

$$A_{z1vn} = [C'_{1vn} I_v(\xi_{pvvn}) + C''_{1vn} K_v(\xi_{pvvn})] e^{j(\omega t - v\varphi_1)} \times \sin \lambda_{nz}(z - l_1/2) = A'_{z1vn} + A''_{z1vn}, \quad (4)$$

где C'_{1vn} , C''_{1vn} — квазипостоянные интегрирования, определяемые из классических граничных условий на соответствующем этапе применяемого метода с учетом всех возмущающих тел;

$$\xi_{pvvn} = \sqrt{(\lambda_{nz}\rho)^2 + v^2}, \quad (5)$$

где $\lambda_{nz} = \pi n / l_T$, $n = 1, 2, 3, \dots$; l_T — см. рис. 1; $I_v(\xi_{pvvn})$, $K_v(\xi_{pvvn})$ — модифицированные бесселевы функции 1-го и 2-го рода с индексом $v = v'/\rho$, равным числу пар полюсов гармонических составляющих поля.

Для учета возмущающих тел сначала вводятся в области исследования полей цилиндрические вал и корпус. В зоне ниже токового слоя ($R_b \leq \rho \leq \rho_{cl}$) кроме падающей волны A'_{z1vn} образуется также отраженная волна от вала, а выше токового слоя ($\rho_{cl} \leq \rho \leq R_k$) кроме A'_{z1vn} — отраженная от корпуса.

Частично возмущенные потенциалы, пока без учета торцевых дискообразных возмущающих тел, ниже и выше токового слоя [9, 11]

$$A'_{z1vn} = A'_{z1vn} + A_{zo.bvn} = A'_{z1vn}(1 + k_{o.bvn} K_v(\xi_{pvvn}) \times I_v(\xi_{bvvn}) (I_v(\xi_{pvvn}) K_v(\xi_{bvvn}))^{-1}); \quad (6)$$

$$A''_{z1vn} = A''_{z1vn} + A_{zo.kvn} = A''_{z1vn}(1 + k_{o.kvn} I_v(\xi_{pvvn}) K_v(\xi_{kvvn}) (K_v(\xi_{pvvn}) I_v(\xi_{kvvn}))^{-1}), \quad (7)$$

где $k_{o.bvn}$ и $k_{o.kvn}$ — коэффициенты отражения вала и корпуса [9, 10].

Азимутальные $A'_{\varphi 1vn}$, $A''_{\varphi 1vn}$ составляющие потенциалов определяются из условия $\operatorname{div} \vec{A} = 0$ при $A_\rho = 0$. Далее частично возмущенные волны потенциала или напряженности магнитного поля принимаются в качестве падающих волн и вводятся в рассмотрение возмущающие дискообразные торцевые части активной стали и щита. При этом учитывается, что азимутальная составляющая потенциала одинаково хорошо отражается как от цилиндрической, так и от дисковой поверхностей, но нормальная составляющая не отражается от этих поверхностей. Однако касательные составляющие вектора $\vec{H}_{1vn}$, т. е. $H_{\rho 1vn}$ и $H_{\varphi 1vn}$, образованные A_{z1vn} , отражаются от дисковых поверхностей с изменением знака отраженной волны на противоположный.

Для областей ниже и выше токового слоя имеет место математическое описание:

$$A_{\varphi 1vn} = A_{\varphi 1vn} (1 + k'_{o.wvn}(\rho, z)) (1 + k''_{o.wvn}(\rho, z)); \quad (8)$$

$$\mu_0 H_{\rho 1vn} = (\partial A'_{z1vn} / \partial \rho - \partial A_{\varphi 1vn} / \partial z) \times (1 - k'_{o.wvn}(\rho, z)) (1 - k''_{o.wvn}(\rho, z)); \quad (9)$$

$$\mu_0 H_{\varphi 1vn} = (-\partial A'_{z1vn} / \partial \rho) (1 - k'_{o.wvn}(\rho, z)) (1 - k''_{o.wvn}(\rho, z)), \quad (10)$$

где $k'_{o.wvn}(\rho, z) = k'_{o.wvn} \exp(-2\tau'_{o.wvn} \rho^{-1}(0,5l_k - z))$; $k''_{o.wvn}(\rho, z) = k''_{o.wvn} \exp(-2\tau''_{o.wvn} \rho^{-1}(z - 0,5l_1))$ —

коэффициенты отраженных волн от дисковых возмущающих тел; коэффициенты отражения торцевого щита и торца активной стали определяются как для цилиндрических тел [9] с учетом замены в (5) λ_{nz} на $\lambda'_{np} = \pi n / (\rho_{cl} - R_b)$ и на $\lambda''_{np} = \pi n / (R_k - \rho_{cl})$ для областей ниже и выше токового слоя на конической поверхности.

Используя правило векторного исчисления $\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$, получены составляющие вектора магнитной индукции в области выше и ниже скользящего цилиндрического токового слоя.

Переходя ко второй системе токового слоя на скользящей дисковой поверхности (рис. 2), рассматриваем соответственно радиальную и азимутальную $A_{\varphi 1vn} \perp$ составляющие потенциала в любой точке справа и слева от указанной поверхности.

Исключая азимутальную составляющую потенциала из (1), согласно $\operatorname{div} \vec{A} = 0$ при $A_z = 0$ на дисковой поверхности, получаем

$$\nabla^2 A_{\rho vn} + 2/\rho \cdot \partial A_{\rho vn} / \partial \rho + A_{\rho vn} / \rho^2 = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения, аналогичного (11), приводится в [12, 13], а форма записи здесь представляется как в [9].

Для односвязных областей справа и слева от токового слоя (рис. 2) при отсутствии возмущающих тел имеем:

$$A_{np1vn} = \frac{1}{\rho} [C'_{\partial 1vn} I_v(\zeta_{\partial pvn}) + C''_{\partial 1vn} K_v(\zeta_{\partial pvn})] \times \\ \times e^{i(\omega t - v_1 \varphi_1)} \exp \left[-\frac{\zeta_{\partial pvn}}{\rho} (z - z_{cl}) \right]; \quad (12)$$

$$A_{лр1vn} = \frac{1}{\rho} [C'_{\partial 1vn} I_v(\zeta_{\partial pvn}) + C''_{\partial 1vn} K_v(\zeta_{\partial pvn})] \times \\ \times e^{i(\omega t - v_1 \varphi_1)} \exp \left[-\frac{\zeta_{\partial pvn}}{\rho} (z_{cl} - z) \right], \quad (13)$$

где $z_{cl} \leq z \leq l_k/2$ справа (рис. 1); $1/2l_1 \leq z \leq z_{cl}$ слева; $C'_{\partial 1vn}$, $C''_{\partial 1vn}$ — квазипостоянные интегрирования для областей проникновения электромагнитной волны от токового слоя к оси машины и к ее периферии, определяемые из классических граничных условий на соответствующем этапе применяемого метода с учетом всех возмущающих тел, окружающих лобовые части обмоток; $\zeta_{\partial pvn}$ определяется из (5) при $l_r = R_k - R_b$ (рис. 1) в выражении $\lambda_{nz} = \lambda_{np}$.

Далее вводятся в рассмотрение торцевые возмущающие тела. Для области, находящейся справа от скользящего дискового токового слоя (см. рис. 1, 2), это будет торцевой щит, а для области слева от указанного токового слоя — главные торцевые элементы активной стали; рассматриваемые в общем случае как сложный многослойный экран [9, 10].

Частично возмущенные потенциалы запишутся в виде:

$$A_{np1vn\Sigma} = A_{np1vn} (1 + k_{o,щvn} \exp(-2\zeta_{\partial pvn} \rho^{-1} \times \\ \times (0,5l_k - z))); \quad (14)$$

$$A_{лр1vn\Sigma} = A_{лр1vn} (1 + k_{o,тvn} \exp \times \\ \times (-2\zeta_{\partial pvn} \rho^{-1} (z - 0,5l_1))). \quad (15)$$

Коэффициенты отражения дискообразных тел торцевого щита $k_{o,щvn}$ и торца активной стали $k_{o,тvn}$ определяются аналогично коэффициентом отражения для цилиндрических тел с той разницей, что частичные поверхности с радиусами $\rho_{cl} - R_b$ и $R_k - \rho_{cl}$ заменяются на полную поверхность отражения с радиальным отрезком $R_k - R_b$, т. е. λ_{nz} в (5), заменяется на $\lambda_{np} = \pi n (R_k - R_b)^{-1}$.

Азимутальные составляющие $A_{np1vn\Sigma} \perp$, $A_{лр1vn\Sigma} \perp$ частично возмущенных потенциалов определяются из условия $\text{div } \vec{A} = 0$ при $A_z = 0$ и токовом слое на дисковой поверхности.

Частично возмущенные потенциалы (14), (15) принимаются в качестве падающих волн и вводятся в рассмотрение цилиндрические вал и корпус. В результате учета последних будет определен полностью возмущенный трехмерный вектор магнитной индукции статора от второй системы токового слоя на скользящей дисковой поверхности. Для областей справа и слева от токового слоя

на скользящей дисковой поверхности указанное имеет следующее математическое описание:

$$A_{np1vn\Sigma} \perp = A_{np1vn\Sigma} \perp (1 + k_{o,бvn}(\rho) \exp(-2\zeta_{npvn} \rho^{-1} \times \\ \times (z - 0,5l_1))) (1 + k_{o,кvn}(\rho) \exp(-2\zeta_{лрvn} \rho^{-1} \times \\ \times (z - 0,5l_1))); \quad (16)$$

$$A_{лр1vn\Sigma} \perp = A_{лр1vn\Sigma} \perp (1 + k_{o,бvn}(\rho) \exp(-2\zeta_{лрvn} \rho^{-1} \times \\ \times (0,5l_k - z))) (1 + k_{o,кvn}(\rho) \exp(-2\zeta_{npvn} \rho^{-1} \times \\ \times (0,5l_k - z))), \quad (17)$$

где $k_{o,бvn}(\rho)$, $k_{o,кvn}(\rho)$ даются в развернутом виде вторыми слагаемыми в круглых скобках (6), (7); ζ_{npvn} , $\zeta_{лрvn}$ определяются из (5) при замене λ_{nz} на $\lambda_{npz} = \frac{\pi n}{0,5l_k - z_{cl}}$ и на $\lambda_{лpz} = \frac{\pi n}{z_{cl} - 0,5l_1}$ соответственно, $z = z_{cl}$.

$$\mu_0 H_{np1vn\Sigma} \perp = \frac{\partial A_{np1vn\Sigma}}{\partial z} (1 - k_{o,бvn}(\rho) \times \\ \times \exp(-2\zeta_{npvn} \rho^{-1} (z - 0,5l_1))) (1 - k_{o,кvn}(\rho) \times \\ \times \exp(-2\zeta_{лрvn} \rho^{-1} (z - 0,5l_1))); \quad (18)$$

$$\mu_0 H_{лр1vn\Sigma} = \left(\frac{\partial A_{np1vn\Sigma}}{\rho \partial \rho} - \frac{\partial A_{лр1vn\Sigma}}{\rho \partial \varphi} \right) (1 - k_{o,бvn}(\rho)) \times \\ \times \exp(-2\zeta_{npvn} \rho^{-1} (z - 0,5l_1))) (1 - k_{o,кvn}(\rho) \times \\ \times \exp(-2\zeta_{лрvn} \rho^{-1} (z - 0,5l_1))). \quad (19)$$

Остальные составляющие векторов поля определяются обычным путем.

Учитывая изложенное, можно получить выражения для всех составляющих вектора поля статора в любой точке при конической конфигурации лобовых частей обмотки. Аналогично приведенному методу определяются составляющие вектора поля ротора, для которого практически существует только первая система линейной плотности тока (J_{z2vn} , $J_{\varphi 2vn}$) на цилиндрической поверхности [10].

Согласно представлениям Максвелла, в общем случае каждый элемент площадки ds_n определенного тела с замкнутой поверхностью s , находящегося в электромагнитном поле, испытывает удельную силу, которую можно разложить на нормальную к ds_n , и две касательные, лежащие в плоскости ds_n . При трехмерном электромагнитном поле число составляющих сил или элементов тензора будет равно девяти, для которых можно написать формулу типового элемента, содержащую скалярное произведение векторов, т. е.

$$F_{\vec{n}\vec{m}vn} = \mu_0^{-1} \vec{m}(\vec{B}_{vn} \vec{B}_{vn} - 0,5 \vec{n} B_{vn}^2), \quad (20)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м, $\vec{m} = \vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_z$ — орты в цилиндрической системе координат; $\vec{n}$ — единичный вектор в виде внешней нормали к элементу ds_n , который принимает значения:

$ds_n = ds_\rho = \rho d\varphi dz$ при $\vec{n} = \vec{e}_\rho$; $ds_n = ds_\varphi = \rho d\rho dz$ при $\vec{n} = \vec{e}_\varphi$; $ds_n = ds_z = \rho d\rho d\varphi$ при $\vec{n} = \vec{e}_z$; $\vec{B}_{vn}$, B_{vn} — результирующий трехмерный вектор маг-

нитной индукции, его модуль и нормальная составляющая по гармоникам (νn).

Метод позволяет произвести также приближенный расчет при сохранении рассмотренных токовых слоев обмоток статора и ротора, на элементы которых могут действовать только три удельные силы — радиальная, азимутальная и осевая, выражения которых получаются, если в (20) учесть $\vec{n} = \vec{e}_\rho$, поочередно принять $\vec{m} = \vec{e}_\rho$, затем — $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_z$; скалярно помножить $\vec{m}$ на $\vec{B}_{\nu n}$ и на $\vec{n}$, тогда $F_{\rho\nu n} = \mu_0^{-1}(B_{\rho\nu n}^2 - 0,5B_{\nu n}^2)$, $F_{\varphi\nu n} = \mu_0^{-1}B_{\rho\nu n}B_{\varphi\nu n}$, $F_{z\nu n} = \mu_0^{-1}B_{\rho\nu n}B_{z\nu n}$.

При расчете вибраций необходимо вычислить только переменные составляющие этих сил.

В режиме нормальной работы машины $B_{\nu n}^2 = B_{\rho\nu n}^2 + B_{\varphi\nu n}^2 + B_{z\nu n}^2$, $B_{\rho\nu n} = B_{\rho 1\nu n} + B_{\rho 2\nu n}$, при этом радиальная составляющая вектора магнитной индукции, образованная током статора i_1 , должна быть рассчитана с учетом обеих систем токовых слоев, т. е. (6), (8), (9) и (16), (17), а $B_{\rho 2\nu n}$, образованная током ротора i_2 — только цилиндрической системой токового слоя. Мгновенное значение результирующего трехмерного электромагнитного поля рассматривается во всей внутренней области концевой зоны машины, рис. 1. Любая ее точка оказывается возмущенной под действием электромагнитных сил натяжения.

Определив нормальные к поверхностям торцевых элементов составляющие вектора магнитной индукции, можно рассчитать потери в них, учтя еще (10), (12), (13) — вычислить соответствующие компоненты результирующего вектора магнитной индукции и силы натяжения на поверхностях этих элементов, в том числе на поверхности обмотки статора путем, как и в [6], по координатного задания определенных точек лобовой дуги, а вибрации определить на основе [5, 8]. Уравнения (6), (8), (9) и (16), (17) дают возможность определить поток радиальной составляющей магнитной индукции статора, потокоцепление лобовых частей его обмотки и индуктивность этих частей.

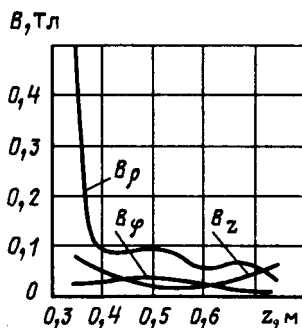


Рис. 3. Распределения составляющих вектора магнитной индукции на поверхности лобовых частей обмотки статора при $I_1=1800$ А; $I_2=30$ А

Магнитная проницаемость μ_i материала массивного ферромагнитного элемента торцевой зоны определяется из соответствующей кривой намагничивания по азимутальной составляющей результирующей магнитной индукции в теле элемента после вычисления ее нормальной компоненты $B_{\tilde{n}\nu'ni}$ на поверхности падения волны с применением простой итерационной процедуры:

$$B_{\varphi i} = \sum_{n=1, 2, 3, \dots} \sum_{\nu'=1, 3, 5, \dots} B_{\tilde{n}\nu'ni} \tau_{\rho\nu i} / \pi d_i k_{\varphi i}, \quad (21)$$

где i соответствуют элементам торцевой зоны — корпусу, щиту, валу, торцу активной стали; $\tau_{\rho\nu i}$, d_i — полюсное деление, толщина по нормали к поверхности вышеуказанных элементов; $k_{\varphi i}$ — коэффициенты поверхностного эффекта массивного элемента по азимутальной составляющей напряженности магнитного поля: при слабом проявлении этого эффекта $2d_i/\Delta_{zi} \leq 1 - \epsilon$, где $\epsilon = 0,03 - 0,05$, $k_{\varphi i} = 1$; при относительно резком проявлении поверхностного эффекта, $2d_i \geq 3$, $k_{\varphi i} = 1,16\Delta_{zi}/d_i$; $\Delta_{zi} = \sqrt{2/\omega_i \gamma_i \mu_i}$ — эквивалентная глубина проникновения при угловой частоте ω_i ; γ_i — удельная электрическая проводимость материала; при $1 < 2d_i/\Delta_{zi} < 3$ коэффициент $k_{\varphi i}$ вычисляется применением квадратичной интерполяции, например, Лагранжа.

Приближенные расчеты по (21) могут быть выполнены с использованием амплитуды первой гармонической индукции при среднем радиусе дискообразных тел.

Расчеты выполнены для неявнополюсной синхронной машины со следующими данными: число витков фазы статора $w_1 = 5$; число витков обмотки возбуждения на полюс $w_n = 96$; коэффициент сокращения обмотки статора $\beta = 0,833$; число пазов на полюс и фазу $q_1 = 10$; число фаз статора $m_1 = 3$; коэффициент обмотанности ротора $\gamma =$

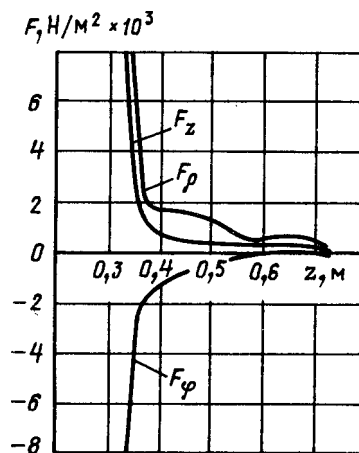


Рис. 4. Распределения составляющих удельных электромагнитных сил, действующих на лобовые части обмоток при $I_1=1800$ А; $I_2=30$ А; $\omega t=0,1\pi$

$=0,75$; $R_b=0,15$ м (рис. 1); $R_{n2}=0,285$ м; $R_1=0,315$ м; $R'_{1л}=0,338$ м; $R'_{1л}=0,557$ м; $R_k=0,63$ м; $R_{н.к}=0,65$ м; средний радиус нажимной плиты $R_{п.с}=0,429$ м; $l_1=l_2=0,68$ м; $l_t=0,4$ м; $l'_{n1}=0,08$ м; $l'_{n1}=0,3$ м; толщина и высота нажимной плиты $d_n=0,03$ м; $h_n=0,13$ м; толщина обмотки $h_{к1}=h_{о6}=0,0388$ м; относительная магнитная проницаемость и удельная электрическая проводимость материала корпуса и плиты $\mu_{rk}=\mu_{rn}=1$; $\gamma_k=\gamma_n=1,07 \cdot 10^6$.

На рис. 3 и 4 представлены расчетные кривые распределения составляющих вектора магнитной индукции и удельных электромагнитных сил на поверхности лобовых частей обмотки статора при недовозбуждении машины $I_b=30$ А, $I_1=1800$ А в режиме синхронного компенсатора. При этом были использованы приближенные подходы как настоящей работы, так и [5, 8]. На основе [8] можно установить связь между удельными силами $F_{рр\psi л}$, $F_{рф\psi л}$, $F_{рз\psi л}$ и силами по трем собственным направлениям стержней обмотки, однако это выходит за пределы поставленной цели — изложения метода на основе теории отражения [9, 11] при решении сложной проблемы.

Имелась возможность для измерения составляющих магнитной индукции и вибрации только у головок катушек обмотки статора при $\rho=R'_{1л}=0,557$ м; $z=0,72$ м при $l_k/2=0,74$ м. Расчетные значения $B_p=0,014$ Тл; $B_\phi=0,037$ Тл; $B_z=0,059$ Тл; вибрации $L_p=76$ дБ; $L_\phi=64$ дБ; $L_z=60$ дБ; экспериментальные данные: $B_p=0,009$ Тл; $B_\phi=0,048$ Тл; $B_z=0,066$ Тл; вибрации $L_p=78$ дБ; $L_\phi=55$ дБ; $L_z=56$ дБ для режима недовозбуждения $I_1=1800$ А, $I_b=30$ А.

Выводы. 1. Разработан новый метод расчета трехмерных электромагнитных полей и сил по гармоническим составляющим (ν, n) с учетом взаимодействия полей со всеми возмущающими телами, окружающими лобовые части обмоток машины.

2. Преодолены трудности векторного рассмотрения трехмерных электромагнитных вихревых полей путем введения в анализ явлений двух ортогональных систем линейных плотностей токов обмоток с любым углом отгиба лобовых частей от

оси вращения машины и использования теории отражения электромагнитных волн.

3. Установлено, что чем крупнее электрическая машина, тем сильнее влияние элементов торцевой зоны на электромагнитные поля и процессы в этой зоне, например, при длинных цилиндрических телах, l_t в (5) — (7), рис. 1, или при больших радиусах дисковых тел, R_k в (14), (15), отраженные от них волны медленно угасают в пространстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дрейфус Л. Теория лобовых рассеяний. ЭТ, 1920. — Т. 41, № 13.
2. Вольдек А. И. Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. — Электричество, 1963, № 1.
3. Постников И. М., Счастливый Г. Г., Езовит Г. П. Исследования и расчеты электромагнитного поля и потерь в концевой части мощного турбогенератора. — В кн.: Исследование новых типов машин переменного тока. — Киев: Наукова Думка, 1968.
4. Демирчян К. С., Попов В. В. Практическая реализация метода раздельного моделирования трехмерных составляющих векторного потенциала на примере моделирования магнитного поля в торцевой зоне электрических машин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 7.
5. Шубов И. Г. Шум и вибрация электрических машин. — Л.: Энергоатомиздат, 1986.
6. Tegopoulos J. A. Forces on the end winding of turbogenerators. I — Determination of flux densities, II — Determinations of forces. — IEEE Trans., 1966, vol. PAS-85, N2.
7. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. — М.: Энергия, 1969.
8. Цветков В. А. Схема замещения для расчета вибраций лобовых частей обмотки статора синхронных генераторов. — Труды ВНИИЭ, 1969, вып. 35.
9. Талышинский И. Т. Метод исследования электрических машин на основе теории отражения электромагнитных волн. — Электричество, 1982, № 1.
10. Талышинский И. Т., Любичий М. В. Расчет внешнего магнитного поля синхронной машины в зоне лобовых частей обмоток. — Электротехника, 1974, № 5.
11. Талышинский И. Т., Хоборкова З. Ц. Расчет трехмерного магнитного поля синхронных машин с обмотками в немагнитном зазоре. — Электротехника, 1982, № 12.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1968.
13. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Ч. 1. — М.: ИЛ, 1949.

[20.04.89]

Экспертная система вибрационного контроля гидрогенератора

БИБЕР Л. А., ЛЮБАРСКИЙ Ю. Я., НАДТОЧИЙ В. М., ЦЕЙТЛИН А. С.

ВНИИЭ

Одним из основных направлений повышения эксплуатационной надежности мощных генераторов является создание и внедрение автоматизированных систем контроля и диагностики. За рубежом на базе широкого применения микропроцессорной техники создана большая номенклатура методов и средств контроля и диагностики крупных электрических машин: от переносных анализаторов для контроля состояния отдельных конструктивных элементов, например плотности клиньев в пазах статора, до комплексных автоматических систем оперативной диагностики, функционирующих на принципах «искусственного интеллекта», что реализовано, например, в экспертной системе фирмы Вестингауз (США), обслуживающей одновременно 15 турбоагрегатов мощностью 400—1218 МВт на трех электростанциях [1]. Благодаря использованию этой экспертной системы диагностики в Техасской энергокомпании только за период с 1984 по 1986 г. средний коэффициент готовности энергоблоков общей установленной мощностью 4450 МВт повысился с 0,952 до 0,961, а число вынужденных простоев уменьшилось на 1,2 %, что оказалось эквивалентным дополнительной генерирующей мощности 14 600 мегаватт-дней (в терминологии авторов [1]) в расчете на один год. Это свидетельствует о высокой экономической эффективности экспертных систем контроля и диагностики мощных энергоблоков, построенных с использованием принципов «искусственного интеллекта».

В основе экспертных систем лежит моделирование умственной деятельности человека-эксперта. В экспертной системе специальными методами программирования реализуется логика рассуждений эксперта при оценке возникающих ситуаций.

Главными компонентами экспертной системы являются «база знаний» и «база умений» («база правил»).

«База знаний» представляет собой аналог накопленных экспертом знаний об объекте исследований. Сведения о проблемной области даются в декларативном представлении, в виде семантической сети, описывающей связи между содержащимися в «базе знаний» понятиями.

«База умений» моделирует умения эксперта, т. е. логику его рассуждений, в виде процедур обращения к информации, содержащейся в «базе знаний». Процедуры эти имеют вопросный характер, например, типа «что будет, если...?».

Существенно отметить, что экспертные системы не являются альтернативными по отноше-

нию к другим системам, основанным, например, на математическом моделировании событий. Более того, любая математическая модель некоторого конкретного события, имеющего отношение к исследуемому объекту, может быть заложена в «базу знаний», а в «базе умений» в этом случае должна быть предусмотрена процедура использования математической модели при возникновении соответствующего события.

В сложных или нетривиальных случаях, когда применение математических моделей и строгих критериев невозможно, при принятии решения приходится учитывать различные аспекты возникающей ситуации: априорную информацию о предыстории объекта и его аналогов, квалификацию персонала, которому дается рекомендация, достаточность информации о состоянии объекта, интуицию эксперта и психологические аспекты и т. п. Примером такого ситуационного подхода к принятию решения является выработка рекомендаций по эксплуатационному контролю вибрационного состояния обмотки статора мощных гидрогенераторов [2]. Обычно работу по принятию решения в подобных случаях выполняет высококвалифицированный эксперт. Ясно, что моделирование рассуждений такого эксперта, выполненное экспертной системой, не только повысит вероятность принятия правильного решения при отсутствии эксперта-человека, но и обеспечит значительно более высокую скорость принятия решения, что особенно важно в предаварийных ситуациях.

Экспертные системы, использующие причинно-следственные алгоритмы и позволяющие давать рекомендации по эксплуатации оборудования в зависимости от его состояния, являются наиболее эффективными диагностическими системами для крупных энергоблоков. Многие ведущие электромашиностроительные фирмы связывают будущее систем технической диагностики электрооборудования с методами экспертных систем. Отечественные разработки экспертных систем в этой области авторам не известны.

В настоящее время во ВНИИЭ ведется разработка первой отечественной автоматизированной экспертной системы вибрационного контроля (АЭСВК), предназначенной для проведения комплексных вибрационных испытаний крупных гидрогенераторов и последующего контроля их вибрационного состояния в процессе длительной эксплуатации. Создан действующий макет АЭСВК, на котором отрабатывается структура, функциональные особенности и программное обеспечение системы для головных гидрогенераторов Саяно-

Шушенской ГЭС, Рогунской ГЭС и Днестровской ГАЭС.

АЭСВК рассматривается авторами как первый шаг в направлении создания адаптивных экспертных систем контроля и оценки эксплуатационного состояния мощных гидро- и турбоагрегатов.

Основные технические характеристики АЭСВК.

АЭСВК предназначена для сбора, обработки, анализа и хранения информации о вибрационном состоянии гидрогенератора и выдачи оперативному персоналу рекомендаций по эксплуатации агрегата в случае отклонения контролируемых параметров от заданных критериев их оценки.

АЭСВК использует два вида информации: аналоговую от вибропреобразователей, входящих в АЭСВК;

документальную, отражающую опыт эксплуатации аналогичных машин и вводимую вручную в информационный блок — «базу знаний».

АЭСВК состоит из двух независимых систем (рис. 1):

системы централизованного контроля вибрации (СЦКВ), предназначенной для автоматического сбора, обработки и краткосрочного хранения информации о вибрациях контролируемых узлов, а также передачи соответствующей информации экспертной системе и, в случае необходимости, оперативному персоналу ГЭС;

экспертной системы оценки состояния (ЭОС), предназначенной для оценки контролируемых параметров вибраций, выдачи оперативному персоналу ГЭС рекомендаций по эксплуатации гидроагрегата с объяснением мотивов принятия решения.

АЭСВК должна удовлетворять следующим основным требованиям:

осуществлять автоматическую обработку аналоговых сигналов от вибропреобразователей по заданным программам;

производить автоматическую селекцию результатов обработки для краткосрочного и длительного хранения;

выполнять самодиагностику, т. е. обеспечивать контроль исправности и функциональной надежности всех основных элементов системы, включая первичные датчики;

производить оценку контролируемых параметров вибрации по заданным критериям и информировать оперативный персонал об отклонениях от нормы;

рассматривать одновременное существование нескольких независимых неисправностей генератора, приводящих к отклонению контролируемых параметров от нормы;

вырабатывать заключение о возможных причинах отклонения контролируемых параметров вибраций от нормы и информировать оперативный персонал об этом;

отображать наиболее целесообразные в воз-

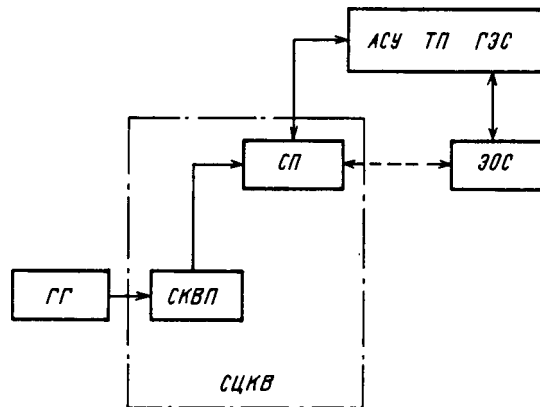


Рис. 1. Блок-схема АЭСВК (ГГ — контролируемый гидрогенератор)

никшей ситуации рекомендации по действию персонала;

распознавать ситуации, когда система не может сформулировать заключение и уметь запрашивать необходимую дополнительную информацию, не заложенную в «базу знаний»;

быть способной изложить мотивы, по которым принято данное решение;

обладать функциональной гибкостью, т. е. допускать изменение и расширение функций в процессе накопления опыта эксплуатации самой системы;

обеспечивать диалог с оперативным персоналом, не имеющим специальной подготовки в области программирования.

Система централизованного контроля вибраций (СЦКВ). СЦКВ предназначена для организации оперативного контроля основных вибрационных параметров гидроагрегата в автоматическом режиме на протяжении длительных временных интервалов. Одновременно с измерением заданных величин производится их математическая обработка с целью получения информации, исходной для работы экспертной системы.

Основные параметры контроля СЦКВ, разрабатываемой, в частности, для головного гидрогенератора Саяно-Шушенской ГЭС, приведены в таблице.

Основными компонентами СЦКВ являются: система контроля вибрационных параметров (СКВП); система процессорирования измерительной информации (СП).

СКВП реализована в виде аппаратной стойки, отсеки которой содержат комплексы измерительно-контрольной аппаратуры, а СП — в виде процессорной стойки, содержащей контроллер—процессор измерительной информации (рис. 1 и 2); СКВП и СП связаны между собой оптоволоконной линией связи.

В разрабатываемом варианте предусматривается автономная работа СЦКВ и ЭОС, поэто-

Параметры контроля	Количество датчиков	Тип датчика	Особенности контроля
Вибрации лобовых частей обмотки статора	10	Маятниковый вибропреобразователь	Измерения при $I_{ст} > 0,8 I_{ном}$; АЧХ
Вибрации спинки сердечника статора	10	Пьезоакселерометр	Несимметричный режим
Вибрации спинки сердечника статора	3	»	Оборотные частоты
Вибрации корпуса статора	3	»	»
Вибрации верхней крестовины	3	»	Непрерывный контроль
Вибрации опоры подпятника	3	»	»
Вибрации крышки турбины	3	»	»
Биеение вала	4	Емкостной	»
Несимметрия магнитного поля	2	Измерительный виток	Периодический контроль

му их связь может реализовываться через основной процессор АСУ ТП или непосредственно, в рамках стандартного протокола обмена, что должно уточняться при привязке проекта АЭСВК к конкретному объекту.

Исходная информация измерительных систем принимается контроллером, выполненным на базе микроЭВМ и представляющим собой ядро СЦКВ. Программное обеспечение контроллера включает следующие функционально обособленные системы:

- систему самодиагностирования и тестирования измерительных устройств;

- систему конфигурационной адаптации и контроля уровня живучести;

- процессор обработки измерительной информации;

- банк архивных данных за длительный период наблюдений;

- систему таймерного мониторинга;

- диспетчер интерактивного обмена информацией с измерительными системами и процессором верхнего иерархического уровня.

Режимы работы системы рассчитаны как на диалоговый мониторинг по запросу оператора или процессора верхнего уровня (системы АСУ ТП), так и на полностью автоматическое непрерывное функционирование в течение длительных промежутков времени.

Экспертная система оценки вибрационного состояния (ЭОС). ЭОС реализуется на основе разработанной во ВНИИЭ системы искусственного интеллекта МИМИР (малая информационная модель интеллектуальных решений), позволяющей вести естественно-языковой диалог и выполнять задания на языке, близком к проблемно ориентированному языку пользователя [3].

Основными компонентами ЭОС, как указывалось, являются «база знаний» и «база умений», а также блок сервисной настройки на проблемную область (подсистема обучения).

Блок-схема ЭОС показана на рис. 2.

«База знаний» первой версии ЭОС содержит описание бесстыкового гидрогенератора Саяно-Шушенской ГЭС в виде понятий, отражающих все элементы его конструкции, имеющие отношение к вибрационному состоянию объекта.

В «базе знаний» содержится также понятийное описание всех дефектов и их признаков, связанных с повышенными вибрациями объекта в целом или его отдельных узлов и элементов, понятия о которых имеются в «базе знаний». Кроме того, содержатся сведения об источниках и характеристиках вибрационных процессов, а также о возможных режимах работы гидрогенератора.

Все «знания» представлены в виде семантической сети, фрагмент которой представлен на рис. 3.

«База умений», моделирующая рассуждения эксперта при оценке различных ситуаций, связанных с выработкой рекомендаций эксплуатационному персоналу при обнаружении повышенных вибраций или их признаков, представлена в виде процедур (правил) обращения к информации, заложенной в «базу знаний».

В первой версии ЭОС моделируются рассуждения одного конкретного эксперта высокой квалификации. Созданный таким образом имитатор ЭОС будет подвергнут затем процессу обучения путем прямого контакта с другими компетентными экспертами, что позволит повысить достоверность принятия решений для большого количества возможных ситуаций.

Имитатор ЭОС может быть использован и в качестве тренажера с целью повышения квалификации эксплуатационного персонала ГЭС при оценке вибрационного состояния гидроагрегата.

ЭОС может использоваться не только в составе АЭСВК совместно с СЦКВ, но и как независимая система-советчик для обслуживающего персонала станции.

Существенным является вопрос о вычислительной базе ЭОС.

Развитая система МИМИР, созданная для программного обеспечения адаптивных диалоговых систем, обладающих элементами «искусственного интеллекта» и используемых для решения задач диспетчерского управления, является основой ЭОС и требует значительных вычислительных ресурсов, в частности массивов дисковой памяти с малым временем доступа. В настоящее время ЭОС реализуется на мини-ЭВМ модели СМ-4 (СМ-1420), что соответствует структуре АСУ ТП Саяно-Шушенской ГЭС, не имеющих аналогичных ЭВМ. В то же время имеется принципиальная возможность совме-

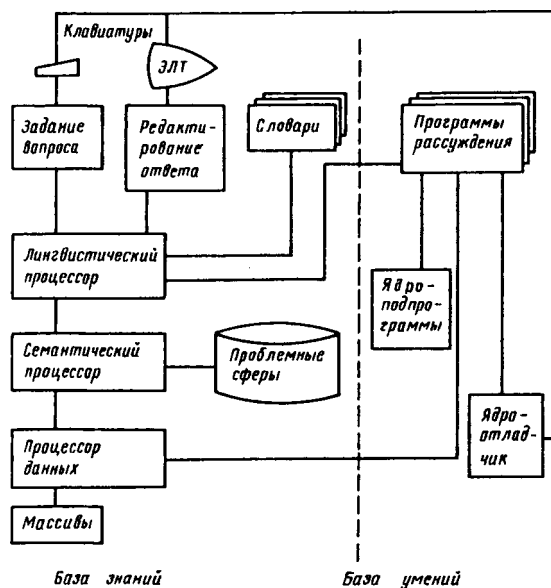


Рис. 2. Структурная схема ЭОС

ния программного обеспечения СЦКВ и ЭОС на одной достаточно мощной микро-ЭВМ, обладающей соответствующей памятью на дисках винчестерского типа.

Занимая достаточно малый физический объем, такая персональная ЭВМ, например типа PC AT IBM, значительно сократит как затраты на приобретение оборудования, так и затраты на обслуживание системы в целом. Связь между АЭСВК, реализованной на одном процессоре, и процессором АСУ ТП ГЭС будет в этом случае поддерживаться с целью передачи последнему справочной информации и рекомендаций для оперативного персонала.

Заключение. Экспертные системы эксплуатационного контроля и диагностики, работающие в режиме советчика оперативного персонала электростанций, позволяют оценивать динамику изменения эксплуатационного состояния агрегата, выявлять определенные дефекты на ранней стадии их развития, оценивать их опасность и своевременно выводить агрегаты в ремонт, существенно снижая вероятность возникновения аварийных ситуаций.

Экспертные системы оказываются наиболее эффективными в случае использования их для оценки технического состояния объектов по большому количеству контролируемых параметров. Такие системы могут быть созданы на базе совре-

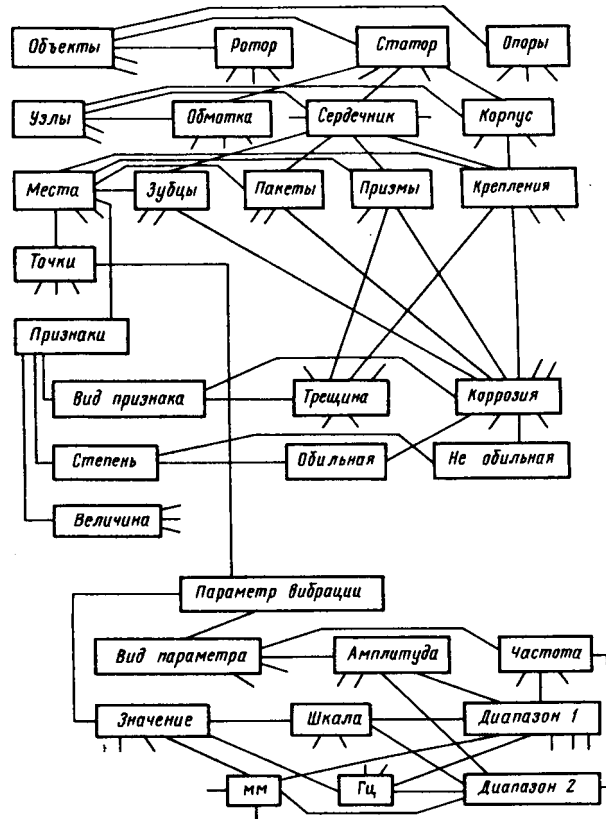


Рис. 3. Фрагмент семантической сети для гидрогенератора

менных вычислительных средств, при этом они должны входить в единый комплекс автоматизированных систем управления и обслуживания энергообъектов.

Разрабатываемая во ВНИИЭ экспертная система вибрационного контроля гидрогенераторов рассматривается авторами как первый этап создания адаптивных систем эксплуатационного контроля и диагностики мощных гидро- и турбогенераторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Osborn R. L. Field experience with expert systems for on-line diagnosis of turbine generators. Paper 11-01, CIGRE Conference, Sept. 1988, Paris.
2. Надточий В. М. Эффективность вибрационного контроля статорных обмоток гидрогенераторов. — Электрические станции, 1981, № 1.
3. Любарский Ю. Я., Орнов В. Г. Диалоговые системы в диспетчерском управлении энергообъединениями. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

[15.12.88]

Система «два генератора — двигатель переменного тока» и ее свойства

НИКИТИН Б. А., канд. техн. наук

Киев

В процессе создания и исследования автономных электромеханических систем автором обнаружено, что система, состоящая из одного двигателя и нескольких генераторов, питающих этот двигатель по независимым электрически не связанным цепям, обладает примечательным свойством: электромагнитные силы, действующие на ее элементы, всегда направлены на наиболее полное преобразование электрической (электромагнитной) энергии в механическую. При этом решается следующая технико-экономическая задача: получение бесконтактного (в главных цепях) изменения числа полюсов двигателя переменного тока, а значит, и его частоты вращения [1]. Это может быть использовано для создания, например, гребных электрических установок переменного тока, более простых и надежных по сравнению с установками постоянного тока и с установками, имеющими частотное управление с применением полупроводниковых преобразователей частоты.

Таким образом, преимущество систем «два генератора — двигатель» (2Г—Д) по сравнению с известными ранее системами «генератор — двигатель» (Г—Д) переменного тока заключается в возможности получения двух или более синхронных частот вращения двигателя бесконтактным или частично контактным способом. Сущность системы 2Г—Д состоит в следующем.

На статоре двигателя, асинхронного или синхронного, выполнена совмещенная обмотка, состоящая, например, из двух частей и устроенная так, что число создаваемых ею полюсов зависит от взаимного направления мгновенных значений токов в ее частях. Если подключить эти части (полуобмотки) каждую к своему автономному генератору, то в результате взаимодействия всех элементов системы в двигателе установится определенное число полюсов, а в его электрических цепях — определенные токи. Эта электромеханическая система, показанная для простоты в однолинейном изображении, представлена на рис. 1.

В двигателе здесь три электрические цепи: двух полуобмоток и ротора. Индуктивная связь между полуобмотками обеспечивает устойчивую параллельную работу синхронных генераторов. Однако эта устойчивая параллельная работа наблюдается лишь при вращающемся роторе. В режиме короткого замыкания, т. е. при заторможенном роторе двигателя, каждая из полуобмоток работает как бы самостоятельно: создаваемое ею магнитное поле наводит в лежащей против нее части ротора токи, размагничивающие это

поле, и параллельной работы генераторов не наблюдается.

Подобная электромеханическая система, использующая автономные генераторы и двигатели с совмещенными обмотками, в общем случае может состоять из генераторов, число которых n_r , и из двигателей, число которых n_d . Она обладает запасом энергии W , равным сумме электромагнитных энергий всех генераторов $\Sigma W_{з.г}$ и двигателей $\Sigma W_{з.д}$ и их кинетических механических энергий $\Sigma W_{м.г}$, $\Sigma W_{м.д}$. Принимая, что каждый генератор имеет одну обмотку на статоре (индекс 1Г) и одну обмотку на роторе (индекс РГ), а каждый двигатель — несколько обмоток на статоре (индекс 1д, 2д, ..., n_d для каждого двигателя) и также одну цепь ротора (индекс р. д) можно записать в матричной форме (здесь для простоты принято, что число двигателей равно единице)

$$\Sigma W_z = |L_{1д}| \times |I_{1д}^2| + |M_{i,k}| \times |I_{i,k}| + |M_{ip}| \times |I_{i,p}| + |L_{1ri}| \times |I_{1ri}^2| + |M_{1p,ri}| \times |I_{p,ri}|; \quad (1)$$

$$\Sigma W_m = J_d \frac{\omega_d^2}{2} + |J_{ri}| \times \left| \frac{\omega_{ri}^2}{2} \right|. \quad (2)$$

Если число двигателей больше единицы, уравнения (1) и (2) будут содержать дополнительные матрицы.

Как видно из (1), запас электромагнитной энергии системы изменяется с изменением токов ее отдельных ветвей, коэффициентов само- и взаимной индукции. Каким образом происходят эти изменения и как изменяется из-за этого запас электромагнитной энергии при изменении числа полюсов, будет показано в дальнейшем — в соотношениях (5)—(8).

Экспериментальными исследованиями установлено, что во всех случаях электромеханическая система, показанная на рис. 1, стремится прийти в состояние наименьшей электромагнитной и наибольшей кинетической (механической) энергии.

Система рис. 1 была разработана для получения двух чисел полюсов (двух частот вращения) двигателя. Вторую частоту вращения удалось получить, отключая ток возбуждения одного из генераторов, а затем включая генераторы на непосредственную параллельную работу. Если эти переключения происходили под нагрузкой или при пониженных напряжениях, то второе (большее) число полюсов получалось также и в промежуточном состоянии, когда один из генераторов не возбужден.

Если одну из полуобмоток двигателя (рис. 1) подключить к генератору своими концами, а на-

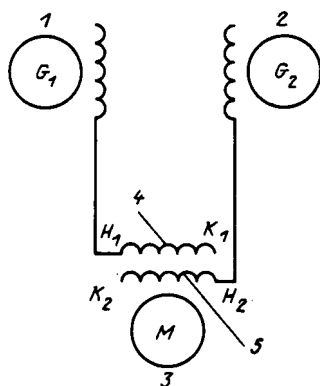


Рис. 1

чала соединить в звезду, т. е. поменять ее полярность, то число полюсов двигателя не изменится, т. е. система снова придет в состояние минимума электромагнитной и максимума кинетической энергии.

На рис. 2, а и б показаны векторные диаграммы напряжений генераторов и их токов, где а — диаграмма для случая включения обеих полуобмоток двигателя к зажимам генераторов своими началами, б — для случая измененной полярности одной из полуобмоток.

Как видно из рис. 2, изменение полярности одной из полуобмоток ведет к изменению фазы напряжения одного генератора, однако это не приводит к изменению числа полюсов двигателя. Таким образом, операция, проведенная на двигателе (изменение полярности полуобмотки), повлияла на взаимное расположение роторов генераторов: они повернулись относительно друг друга на угол π , и система сохранила то же энергетическое состояние. Этот же эффект наблюдается при изменении полярности возбуждения одного или обоих генераторов.

В случае если вместо асинхронного двигателя используется синхронный, то он должен иметь неявнополюсный ротор (или две независимые системы явных полюсов) и демпферную клетку. Распределенная обмотка ротора может быть выполнена в виде мостовой обмотки постоянного тока, которые широко известны, питаемой по одной либо другой диагонали, причем при одном (меньшем) числе полюсов эта диагональ может быть подключена к одноименным входным зажимам генераторов (через выпрямительное устройство) постоянно, а при другом (большем) числе полюсов — также через нормально замкнутый контакт токового реле к линейному напряжению одного из генераторов. Катушка реле должна быть включена в цепь тока первой диагонали.

Для объяснения обнаруженного явления представим систему 2Г—Д однолинейной схемой (рис. 3), в которой обмотки статоров и роторов генераторов, т. е. обмотки главных токов и возбуждения, представлены в виде контуров с токами,

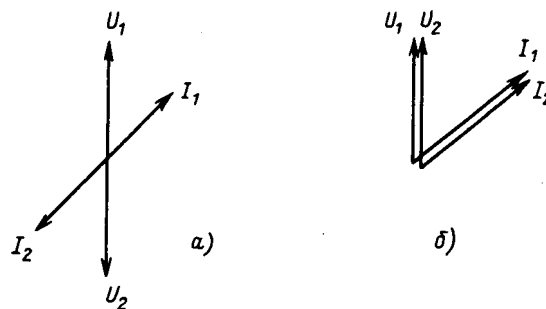


Рис. 2

а направления напряжения, э. д. с. и токов показаны для их мгновенных значений. При одинаковых направлениях токов в генераторах (рис. 3, а) э. д. с. вращения E_{12} , наводимая в первой полуобмотке двигателя ω_1 от тока, протекающего во второй полуобмотке ω_2 , будет направлена против приложенного к полуобмотке ω_1 напряжения первого генератора U_1 . При этом момент M_{r1} , противодействующий вращению ротора генератора G_1 , будет направлен против движущего момента M_{d1} первичного двигателя, так как направление тока в обмотке статора генератора определяется направлением напряжения U_1 . Уравнение движения системы «первичный двигатель — генератор» в этом случае

$$M_{d1} - M_{r1} = J_{d1-r1} \frac{d\omega_{r1}}{dt}, \quad (3)$$

где J_{d1-r1} — момент инерции этой системы; ω_{r1} — частота вращения системы.

При увеличении E_{12} до значения, превосходящего значение U_1 (а это увеличение может быть вызвано увеличением тока возбуждения генератора G_2) изменяется направление тока в обмотке статора генератора G_1 , что вызывает изменение направления момента нагрузки на его ротор: тормозной момент становится движущим, т. е.

$$M_{d1} + M_{r1} = J_{d1-r1} \frac{d\omega_{r1}}{dt}. \quad (4)$$

Происходит быстрый поворот ротора в сторону опережения на угол π и тем самым — перемена полярности генератора G_1 относительно G_2 и, как следствие, изменение числа полюсов двигателя. На рис. 3, б показана работа системы после этого опрокидывания одного из генераторов. Как следует из рис. 3, б, положение системы более устойчиво, ибо увеличение э. д. с. E_{12} не приводит к изменению направления тока в цепи статора генератора и в полуобмотке двигателя. Однако чрезмерное увеличение э. д. с. приводит к увеличению тока нагрузки и к выпадению генератора из синхронизма.

Электродвижущая сила вращения E_{12} является составной частью э. д. с., обусловленной наличием единого магнитного потока, сцепленного

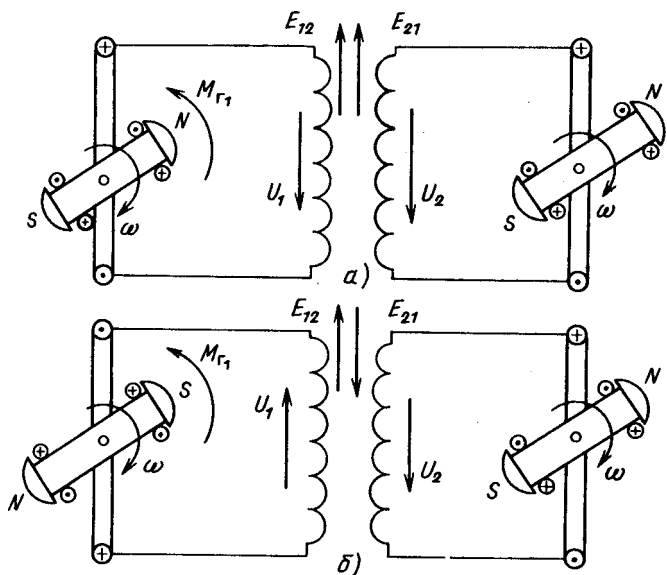


Рис. 3

с полуобмоткой двигателя. Поскольку в двигателе всегда имеется равновесие двух э. д. с. [приложенной (от генератора) и вращения] и поскольку э. д. с. вращения направлена против приложенной, то, нарушая это равновесие, мы вызываем изменение направления тока в цепи статора генератора и тем самым скачкообразное изменение его полярности на такую, при которой ток статора, противодействующий вращению, будет меньше первоначального, т. е. до меньшего значения электромагнитной энергии цепи генератор — двигатель. Меньшему значению тока соответствует большее значение э. д. с. вращения, т. е. большее значение кинетической энергии двигателя. Меньшему значению тока, общего для каждого генератора и соединенной с ним полуобмотки двигателя, будет соответствовать меньшее значение электромагнитной энергии генератора. При этом первичный двигатель каждого генератора, нагрузка на который уменьшилась, будет стремиться увеличить свою частоту вращения, т. е. запас кинетической энергии.

Обнаруженное явление было подтверждено экспериментально и на других электрических машинах, в частности, в системе с двигателем, имеющим трехскоростную совмещенную обмотку на числа полюсов $2p_1/2p_2/2p_3 = 4/6/8$. В этом случае в качестве третьего генератора использовалась сеть Киевэнерго, включенная через потенциал-регулятор. Здесь, как и в случае двухскоростного двигателя, переход на другое, большее число полюсов двигателя, т. е. принудительный вывод системы из ее естественного состояния, можно осуществить несколькими способами:

увеличением статического момента (т. е. момента нагрузки на двигатель) до значения, боль-

шего, чем опрокидывающий момент двигателя при наименьшем числе полюсов;

снижением подводимого напряжения обоих генераторов;

отключением тока возбуждения одного из генераторов при наличии достаточного статического момента на валу двигателя.

Переход на большее число полюсов двигателя в режиме холостого хода при пониженном напряжении до $U_n/\sqrt{3}$ для двигателя на базе А073-6 показан на рис. 4, а, где 1, 2 — осциллограммы тока генератора G1 (и одной полуобмотки двигателя) до и после отключения его тока возбуждения; 3, 4 — осциллограммы тока генератора G2 (и другой полуобмотки двигателя) до и после отключения тока возбуждения генератора G1. При этом левая часть осциллограммы (1, 3) соответствует числу полюсов $2p_2=6$, а правая (2, 4) — числу полюсов $2p_1=8$. Частоты вращения холостого хода равны соответственно 1000 и 750 об/мин. Как видно из этой осциллограммы, при меньшей частоте вращения двигателя токи больше.

На рис. 4, б, где обозначения те же, что и на рис. 4, а (однако левая часть осциллограммы соответствует большему $2p_1=8$, а правая — меньшему $2p_2=6$ числам полюсов), показано включение тока возбуждения генератора G1. Как видно из этих осциллограмм, включение тока возбуждения генератора, т. е. возврат системы в нормальное состояние, уменьшает ее электромагнитную энергию и увеличивает кинетическую.

Поясним сказанное более подробно. Левая часть осциллограммы рис. 4, а показывает естественный режим: оба генератора возбуждены, число полюсов — меньшее (шесть), токи цепей «полуобмотка — генератор» — меньшие, чем в правой части осциллограммы. Согласно известным законам теоретической электротехники, если взаимное расположение двух контуров не изменяется, то переход системы в состояние с меньшими токами соответствует меньшему запасу электромагнитной энергии. И при одном, и при другом числе полюсов двигателя взаимные положения контуров статора и ротора одинаковы: ротор вращается относительно статора.

Следовательно, можно считать, что запас электромагнитной энергии системы пропорционален сумме квадратов токов цепей «генератор — полуобмотка». В то же время, поскольку из левой части осциллограммы рис. 4, а или из правой части осциллограммы рис. 4, б видно, что двигатель вращается быстрее, то, следовательно, он обладает большим запасом кинетической энергии.

Аналогичные явления наблюдаются также в других элементах системы, т. е. в генераторах. Так, при уменьшении тока в цепи «полуобмотка двигателя — генератор» уменьшается запас электромагнитной энергии в генераторе, а частота вращения его стремится возрасти, так как умень-

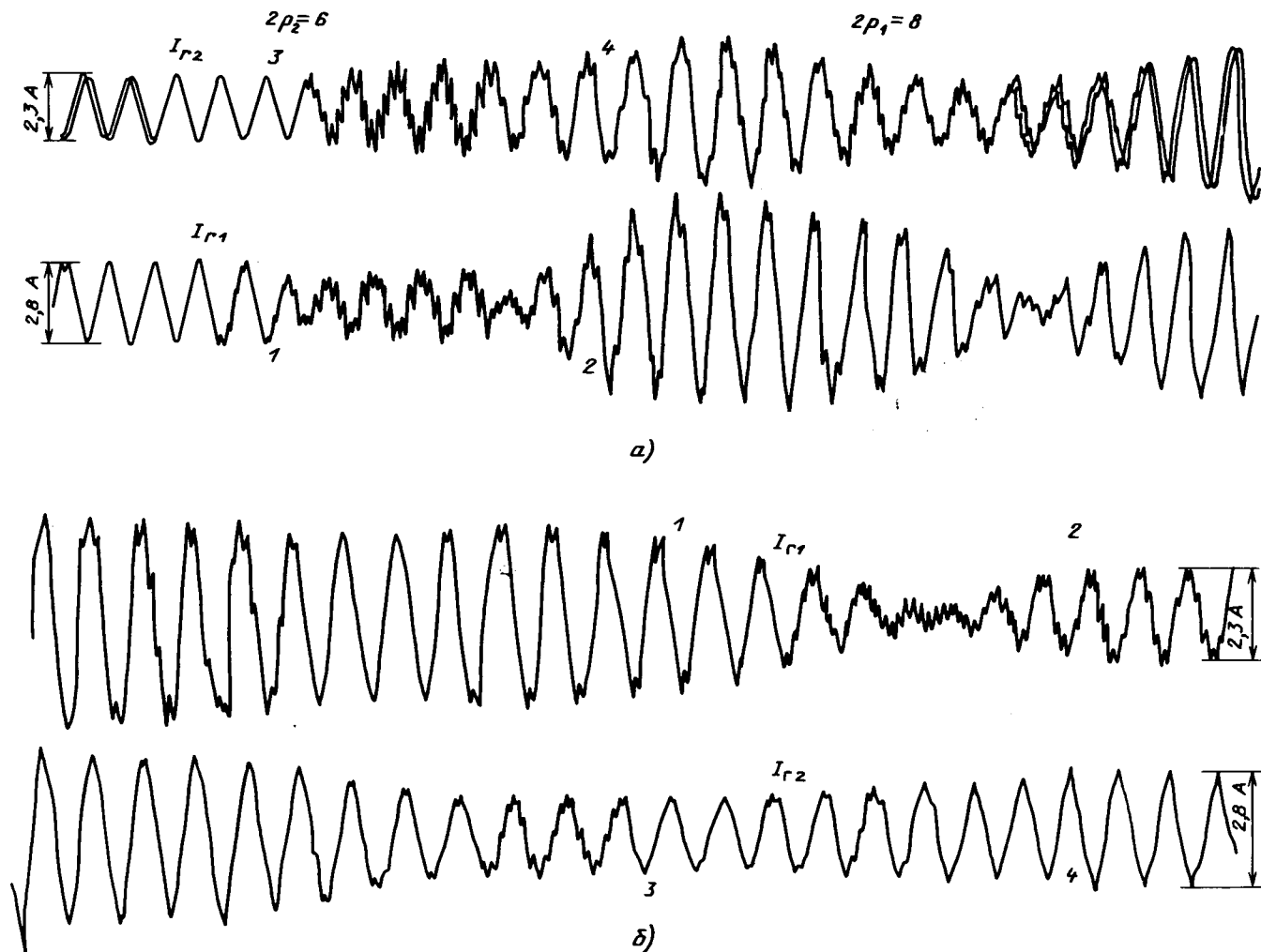


Рис. 4

шилась нагрузка на первичный двигатель. Таким образом, здесь можно говорить о суммарных составляющих энергии в системе.

На рис. 5 показана осциллограмма напряжений, токов и частоты вращения этого же двигателя, несущего нагрузку (гребной винт макетного судна в швартовом режиме) при пуске и последующем переходе на большее число полюсов (отключение тока возбуждения генератора $G1$). Здесь 1, 2 — напряжения на полуобмотках двигателя, питаемых генераторами $G1$, $G2$; 3, 4 — ток полуобмотки двигателя, питаемой генератором $G1$, ток возбуждения которого равен номинальному (на участке 3) и отключен (на участке 4); 5, 6 — ток полуобмотки двигателя, питаемой генератором $G2$ при включенном (участок 5) и отключенном (участок 6) токе возбуждения генератора $G1$; 7, 8 — скорость двигателя при этих же состояниях генератора $G1$.

Эта осциллограмма показывает, что при включении обеих полуобмоток двигателя на генераторы частота вращения двигателя увеличивается до большей частоты, а затем может быть переведен на меньшую (8). Этот переход на меньшую частоту вращения, соответствующую большему числу полюсов, возможен из-за увеличения статического момента.

Включение этого же двигателя на холостом ходу, т. е. до спуска макетного судна на воду, а также иногда при движении судна показало, что после разгона до высшей скорости отключение тока возбуждения одного из генераторов не приводит к уменьшению частоты вращения двигателя: ток, наведенный в полуобмотке, включенный в цепь генератора с отключенным возбуждением, не изменяет своей фазы, а электромагнитическая система продолжает подчиняться закону наименьшей возможной электромагнитной и наибольшей возможной кинетической энергии. Эта самонастройка системы происходит каждый раз путем поворота роторов генераторов до такого взаимного расположения, при котором обеспечивается этот минимальный и максимальный вид энергии.

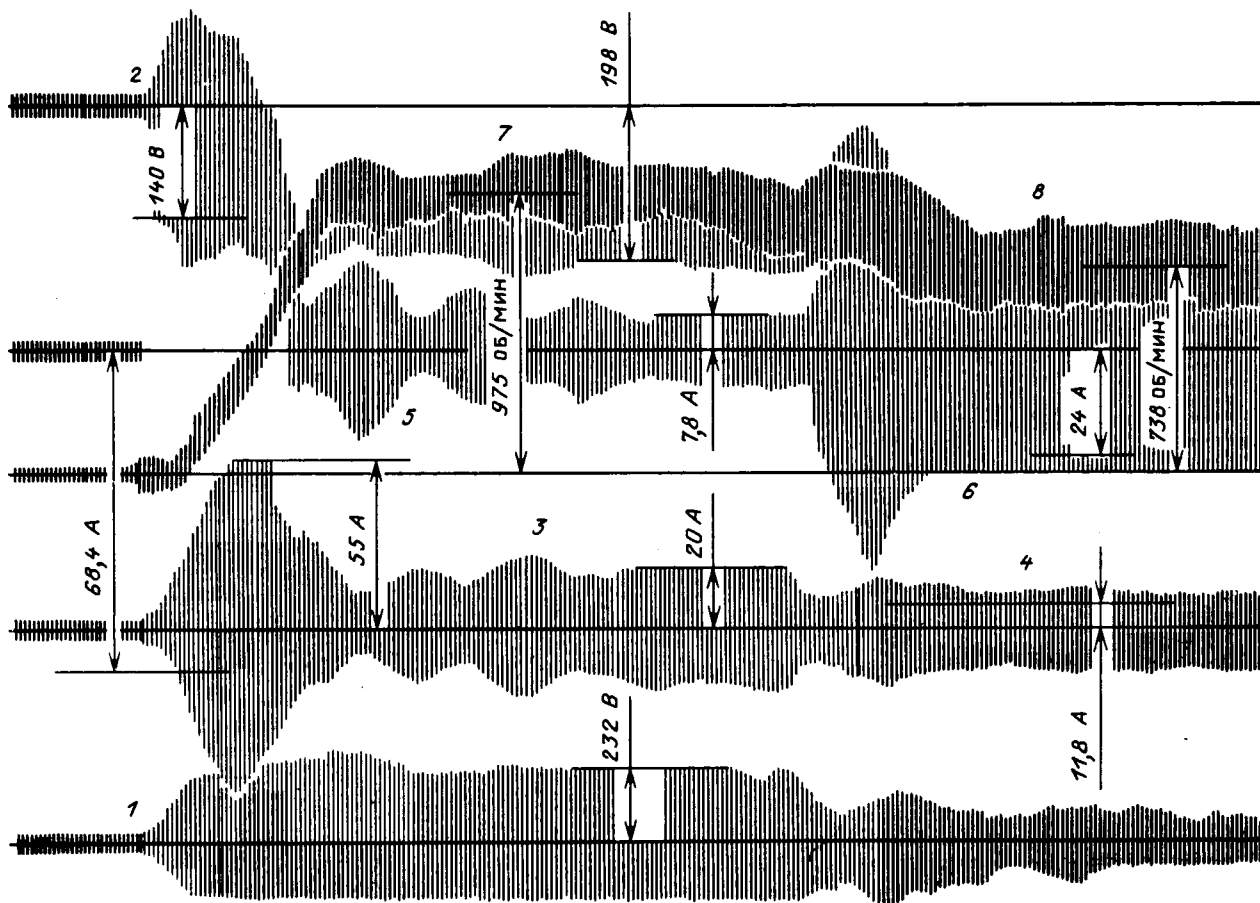


Рис. 5

Описанный принцип подтверждают также частные случаи, например, притяжения сердечника электромагнита или разгона электродвигателя. Здесь имеют место переходные процессы: уменьшение электромагнитной энергии в связи с ростом индуктивного сопротивления (электромагнит) или э. д. с. (электродвигатель), увеличение кинетической энергии в связи с движением сердечника или разгоном ротора.

Для теоретического объяснения наблюдаемых явлений представим модель электромеханической системы в виде двух контуров с токами. Один из этих контуров имитирует двигатель, второй — генератор. Двигатель под действием электромагнитных сил может вращаться, ротор генератора, вращаемый первичным двигателем, под действием таких же сил может занимать определенное положение в пространстве, определяющее фазу его напряжения.

Известно, что электромагнитная сила, стремящаяся изменить координату системы g , равна убыли энергии магнитного поля, отнесенной к единице производимого силой изменения координаты [2]:

$$f = - \left(\frac{dW_m}{dg} \right)_{\Psi_s = \text{const}} = - \left(\frac{\partial W_m}{\partial g} \right)_{\Psi_s = \text{const}} \quad (5)$$

Однако в [2] авторы не исследуют изменений при этом кинетической энергии, системы; их можно проследить следующим образом.

Если под действием силы система приходит в движение, то к ней можно применить закон сохранения момента количества движения:

$$frdt = Jd\omega, \quad (6)$$

где r — радиус приложения силы к поворотному контуру; J — момент инерции контура; ω — частота вращения контура.

После преобразования формулы (5), учитывая, что $dg = r\omega dt$, имеем

$$- \frac{dW_m}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt}. \quad (7)$$

Но поскольку кинетическая энергия контура

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}, \text{ а}$$

$$- \frac{dW_m}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt}, \quad (8)$$

то

$$f = - \left(\frac{dW_m}{dg} \right)_{\Psi_s = \text{const}} = - \left(\frac{\partial W_m}{\partial g} \right)_{\Psi_s = \text{const}} = - \frac{dW_m}{dt} \cdot \frac{dt}{dg} = - \frac{dW_m}{dt} \cdot \frac{1}{r\omega}, \quad (9)$$

т. е. в подвижной системе убыль, связанная с перемещением энергии электромагнитной, равна приращению энергии механической.

Выводы. 1. Обнаруженное при экспериментальном исследовании явление синхронной связи автономных генераторов через магнитное взаимодействие независимых статорных обмоток асинхронного двигателя при вращении его ротора приводит к такому взаимному расположению векторов напряжении генераторов, при котором будет иметь место наименьшее, возможно в данной схеме, число полюсов статора двигателя.

2. Теоретическое объяснение обнаруженного явления с помощью простейшей модели дает возможность сформулировать принцип распределения энергии в электромеханической системе, заключающийся в следующем: электромагнитные силы в неконсервативной, т. е. не лишенной притока энергии извне, электромеханической системе стремятся расположить ее жесткие контуры таким образом, чтобы суммарная электромагнитная энергия ее звеньев была минимально, а ки-

нетическая (механическая) — максимально возможной в данных условиях.

3. Изложенный принцип дает возможность заранее определять, какой запас кинетической энергии (т. е. какая частота вращения) будет у двигателя или группы двигателей, питаемых автономными генераторами, а также рассчитать токи и параметры элементов электромеханической системы любой сложности, предоставленной самой себе, независимо от действия обратных связей и других регулирующих элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 974538 (СССР). Способ изменения числа полюсов электродвигателя / Б. А. Никитин, А. А. Войтех. Оpubл. в Б. И., 1982, № 42.
2. Нейман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники. Ч. I.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1959.
3. Никитин Б. А., Войтех А. А. Новый способ управления двухскоростным двигателем в автономной системе.— Техническая электродинамика, 1983, № 1.
4. Никитин Б. А., Козиевский Л. Н. Гребная, электрическая установка переменного тока без преобразовательного звена. Препринт 406.— Киев: ИЭД АН УССР, 1985.

[15.11.89]

УДК 621.372.001.24

Метод симметричных составляющих как разновидность метода разложения Фурье

КРАЙЧИК Ю. С.

НИИПТ

Метод симметричных составляющих (МСС) широко применяется для исследования многофазных (в частности — трехфазных) цепей. Тем не менее, в ряде работ, одни из которых [1, 2] выполнены давно, а другие [3] — совсем недавно, отмечается, что в рамках этого метода иногда возникают противоречия и трудности. Так в [3] обращается внимание на то, что, применяя МСС для исследования переходных процессов даже в сравнительно простых трехфазных цепях, при неравенстве параметров прямой и обратной последовательности можно прийти к результатам, лишенным физического смысла, а именно — к спектрам напряжений и токов, которым не отвечают вещественные функции времени. На этом основании в [3] сделан вывод, что «...равенство параметров прямой и обратной последовательности играет определяющую роль в вопросе о применимости метода симметричных составляющих к переходным процессам».

Обнаружение столь серьезных ограничений в систематическом использовании метода вызывает

понятные интерес и беспокойство. К тому же, распространяя анализ, аналогичный выполненному в [3], на более сложные цепи (содержащие, например, фазоповоротные устройства), можно получить еще более жесткие ограничения, касающиеся не только переходных, но и установившихся процессов. Все это побуждает рассмотреть вопрос о том, вытекают ли обнаруженные ограничения из принципиальных предпосылок самого метода, или вносятся сложившейся практикой его использования.

В данной статье МСС рассматривается как одна из разновидностей очень строгого и широкого по своим возможностям метода Фурье (МФ) [4]. Благодаря тому, что МФ опирается на совсем небольшое число исходных допущений, которые в электрических цепях практически всегда выполняются, удается снять упоминавшиеся выше ограничения МСС. Последний получает большую теоретическую обоснованность. Трактовка МСС как разновидность МФ привлекательна еще и тем, что при анализе многофазных цепей операции

разложения несинусоидальных напряжений и токов на гармоники и разложения каждой гармоники на симметричные составляющие приобретают методическую аналогию и легко объединяются друг с другом. При этом упрощаются формальные преобразования как при переходе от временных зависимостей напряжений и токов к симметричным составляющим их спектров, так и при обратном переходе от симметричных составляющих спектров напряжений и токов к их временным зависимостям.

Пусть $f(\vartheta, i)$ — функция, выражающая фазные переменные (напряжение или ток) в i -й фазе m -фазной системы в зависимости от времени ϑ (T — ее период, одинаковый во всех фазах).

Гармоники этой функции (коэффициенты комплексного ряда Фурье) выражаются формулой

$$\dot{F}_{\text{фаз}}(v, i) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j \frac{2\pi}{T} v \vartheta} f(\vartheta, i) d\vartheta. \quad (1)$$

Нумерация фаз (вообще говоря безразличная) принимается нами такой, чтобы достичь максимальной аналогии в формулах разложения временных функций на гармоники и разложения системы гармоник на симметричные составляющие. Для этого будем нумеровать фазы в порядке, обратном их следованию друг за другом, присваивая основной фазе номер $i=0$. Так, в трехфазной системе фазам A, B и C присваиваются соответственно номера $i=0, -1, +1$. При такой нумерации фаз симметричные составляющие каждой гармоники имеют вид

$$\dot{F}_{\text{сим}}(v, S_v) = \frac{1}{m} \sum_{i=-\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} e^{-j \frac{2\pi}{m} S_v i} \dot{F}_{\text{фаз}}(v, i), \quad (2)$$

$$S_v = 0, 1, \dots, m-1.$$

Запись $\lfloor m/2 \rfloor$ при указании границ суммирования обозначает целую часть от $m/2$. При четных m одно из граничных слагаемых опускается, так что общее их число остается равным m .

Сравнивая формулы (2) и (1) видим, что их отличия состоят лишь в том, что в формуле (2) вместо вещественной функции $f(\vartheta, i)$ фигурирует комплексная функция $\dot{F}_{\text{фаз}}(v, i)$, вместо непрерывного аргумента ϑ — целочисленный i (и соответственно вместо интеграла — сумма, а вместо бесконечного числа гармоник с порядковыми номерами $v=0, 1, \dots$ — конечное число симметричных составляющих с индексами последовательностей $S_v=0, \dots, m-1$).

Обратный переход от симметричных составляющих гармоник к их фазным значениям

осуществляется по формуле

$$\dot{F}_{\text{фаз}}(v, i) = \sum_{S_v=0}^{m-1} \dot{F}_{\text{сим}}(v, S_v) e^{j \frac{2\pi}{m} S_v i}. \quad (3)$$

Каждое слагаемое в правой части формулы (3) при нашем рассмотрении выступает как решетчатая гармоника от целочисленного аргумента i . Величина $\dot{F}_{\text{сим}}(v, S_v)$ — является ее комплексной амплитудой, $2\pi/mS_v$ — круговой частотой, m/S_v — периодом и S_v — порядковым номером.

Такой же результат получается, если исходную вещественную функцию $f(\vartheta, i)$ сразу рассматривать как функцию от двух аргументов: непрерывного ϑ и целочисленного i ; далее осуществить ее периодическое продолжение по целочисленному аргументу, отождествляя i и $i+m$, а затем эту функцию как периодическую уже по обоим своим аргументам, разложить в двойной ряд Фурье. Из приложения 1 видно, что такой ряд (П1-2) бесконечен по одному из своих индексов (v) и конечен (имеет m членов) — по другому (S_v), т. е. по существу является суммой из m обычных (однократных) рядов Фурье. Все коэффициенты ряда (П1-2) являются симметричными составляющими гармоник исходных временных функций.

Пользуясь свойствами ряда П1-2, рассмотрим какие операции над симметричными составляющими гармоник отвечают тем операциям, которые при исследованиях цепей приходится производить над временными зависимостями токов и напряжений. Прежде всего отметим, что в силу сходимости ряда (П1-2) допускается его почленное сложение с другими рядами такого же вида, почленное умножение на постоянную величину, а также почленное дифференцирование, если $f(\vartheta, i)$ дифференцируема, и интегрирование по времени [см. формулы (П2-1), (П2-2) и (П2-3) приложения 2]. Благодаря этому, при исследованиях линейных симметричных цепей, собранных из элементов типа резисторов, реакторов и конденсаторов, все операции над симметричными составляющими гармоник вполне правомерны и выполняются так же, как и над гармониками в однофазных цепях.

При исследовании цепей с фазосдвигающими устройствами, работающими на принципе формирования и суммирования величин, пропорциональных напряжениям или токам разных фаз (к таким устройствам относятся в частности многофазные преобразовательные трансформаторы), приходится производить операции со сдвигами функции $f(\vartheta, i)$ по времени, и с циклическими изменениями номеров фаз. Этим операциям отвечают формулы (П2-4) и (П2-5), из которых видно, что симметричные составляющие гармоник сдвигаются на углы, пропорциональные: в первом случае — порядко-

вому номеру, а во втором — индексу последовательности рассматриваемой составляющей. Таким образом, МСС оказывается здесь не только равномерным, но и более удобным по сравнению с методами, использующими фазные переменные.

Из формул (П2-4) и (П2-5) вытекает условие симметрии установившихся режимов в m -фазной системе. В координатах (Φ, i) оно имеет вид

$$f(\Phi, i+1) = f(\Phi + T/m, i). \quad (4)$$

В координатах (v, S_v) ему отвечает условие

$$v - S_v = mn, \quad n=0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

которое означает, что при симметричных режимах возможны только такие гармоники тока и напряжения, у которых разность между порядковым номером и индексом последовательности кратна числу фаз. Этому условию удовлетворяют, например, гармоники тока и напряжения вентилях во всех многофазных преобразователях при симметрии режимов. Заметим, что разность $v - S_v$, формально полученная здесь при объединении операции разложения на гармоники с операцией разложения каждой гармоники на симметричные составляющие, является простой и информативной характеристикой таких составляющих. В [5] показано, что в зависимости от остатков при делении этой разности (там она называется приведенным индексом гармоники) на число фаз можно систематизировать различные виды несимметрии режимов.

При переменных параметрах цепей между симметричными составляющими гармоник появляются взаимные связи, не позволяющие порознь исследовать эти составляющие даже в совершенно симметричных цепях. В схемах с дискретно изменяющимися параметрами (например, в преобразователях и других периодически коммутирующих устройствах) связи между симметричными составляющими гармоник проявляются следующим образом [5]. Если моменты изменения параметров следуют с частотой, кратной частоте напряжений и токов (и являются заданными), то симметричные составляющие гармоник разбиваются на классы, определяемые своими приведенными индексами. Составляющие, принадлежащее разным классам, могут рассматриваться порознь, а принадлежащие одному и тому же классу — совместно. Несмотря на указанные особенности, выполнять исследования такого рода цепей по симметричным составляющим все же гораздо проще, чем по фазным значениям гармоник, поскольку число совместно решаемых уравнений резко уменьшается.

При исследованиях синхронных машин и различных параметрических генераторов имеем дело с симметричными цепями, параметры которых изменяются непрерывно. Нередко их изменения приближенно описывают синусоидальными функциями времени. В подобного рода исследованиях

приходится производить операции умножения токов и напряжений m -фазной системы (а также производных или интегралов этих токов и напряжений) на симметричную систему синусоидальных функций. Эти операции отражаются формулой (П2-6), из которой видно, что МСС правомерности не теряет, но симметричные составляющие с индексами $(v+v_0, S_v+S_0)$ и $(v-v_0, S_v-S_0)$ оказываются взаимосвязанными (здесь v_0 и S_0 — порядковый номер и последовательность чередования фаз синусоидальных функций, по которым изменяются параметры цепи).

Поскольку на величину периода T никаких ограничений нами не накладывалось, полученные результаты справедливы не только для установившихся процессов, но и для переходных. Последние исследуются либо периодическим продолжением процесса (если он конечен во времени), либо предельным переходом от рядов Фурье к соответствующим интегралам. Из (4) и (5) видно, что для переходных процессов ($T \rightarrow \infty$) условия симметрии не могут строго выполняться ни при каком конечном числе фаз; в частности, в трехфазных цепях переходные процессы всегда несимметричны и для их исследования необходимо привлекать симметричные составляющие всех последовательностей. Если при этом сама цепь обладает симметрией и постоянными параметрами, то каждую симметричную составляющую в переходных процессах, как и в установившихся, можно рассматривать независимо от остальных.

Необходимо обратить внимание на то, что все операции, указанные в приложении 2, а следовательно, и все комбинации этих операций приводят к таким рядам, у которых члены с индексами (v, S_v) и $(-v, S_{-v})$ являются комплексно сопряженными. Поэтому попарные суммы указанных членов, а также любые симметричные по индексам частичные суммы ряда являются вещественными функциями времени. Это свойство вытекает из формул (П1-5) и (П1-6) и сохраняется как при равенстве, так и при неравенстве параметров цепи для разных последовательностей. Ни в том, ни в другом случае получаемые спектры не теряют физического смысла, так что упоминавшиеся в связи с этим ограничения по применимости МСС отпадают (см. приложение 3).

Выводы. 1. Рассматривая метод симметричных составляющих как одну из разновидностей метода Фурье, можно строже обосновать правила действий над симметричными составляющими и избавиться от ряда упоминавшихся ранее противоречий и ограничений.

2. Разложения токов и напряжений в фазах многофазной системы на гармоники и разложения каждой гармоники на симметричные составляющие, будучи разновидностями одного и того же метода, обладают близкой аналогией и многими общими свойствами, использование которых упрощает исследование цепей. Имеется возможность

объединения обоих названных разложений. Удобно применять таблицу соответствий между основными операциями над токами и напряжениями и симметричными составляющими их гармоник.

3. При операциях с несинусоидальными токами и напряжениями обычная запись симметричных составляющих гармоник посредством постоянных

коэффициентов $\varepsilon^{j\frac{2\pi}{m}i}$ может приводить к формальным ошибкам. Правильнее пользоваться коэф-

фициентами $\varepsilon^{j\frac{2\pi}{m}iS_v}$, в которые входят индексы последовательностей (S_v), как нечетные функции частоты (v). Нередко информативными характеристиками симметричных составляющих оказываются их приведенные индексы ($v-S_v$).

Приложение 1. Получение симметричных составляющих путем разложения фазных переменных в двойной ряд Фурье.

Разложим фазные переменные $f(\theta, i)$ в двойной ряд Фурье по функциям

$$g_{v, S_v}(\theta, i) = \varepsilon^{j(av\theta + bSi)}. \quad (\text{П1-1})$$

Вид такого ряда

$$f(\theta, i) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{S_v=0}^{m-1} \hat{A}(v, S_v) g_{v, S_v}(\theta, i). \quad (\text{П-2})$$

Из условия T -периодичности $f(\theta, i)$ по θ и ее m -периодичности по i устанавливаем

$$a = 2\pi/T, \quad b = 2\pi/m. \quad (\text{П1-3})$$

Система функций $g_{v, S_v}(\theta, i)$ является ортонормированной относительно скалярного произведения

$$g_{v1, S_{v1}} g_{v2, S_{v2}} = \frac{1}{mT} \sum_{i=-\left[\frac{m}{2}\right]}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g_{v1, S_{v1}} \hat{g}_{v2, S_{v2}} d\theta.$$

Поэтому коэффициенты ряда (П1-2) определяются формулой

$$\hat{A}(v, S_v) = \frac{1}{mT} \int_{i=\left[\frac{m}{2}\right]-\frac{T}{2}}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \hat{g}_{v, S_v}(\theta, i) f(\theta, i) d\theta, \quad (\text{П1-4})$$

которая с учетом (П1-1) и (П1-3) не отличается от объединения формул (1) и (2) в основном тексте: $\hat{A} = \hat{F}_{\text{сим}}$.

В членах ряда (П1-2) при $v < 0$ учитываются соглашения

$$S_{-v} = -S_v, \quad \varepsilon^{j\frac{2\pi}{m}S_{-v}} = \varepsilon^{-j\frac{2\pi}{m}S_v}; \quad \hat{A}(-v, S_{-v}) = \hat{A}(v, S_v); \quad (\text{П1-5})$$

аналогично для комплексных сопротивлений и проводимостей имеем:

$$Z(-v, S_{-v}) = \hat{Z}(v, S_v); \quad Y(-v, S_{-v}) = \hat{Y}(v, S_v). \quad (\text{П1-6})$$

Приложение 2. Основные соответствия между операциями над фазными переменными и над симметричными составляющими их гармоник.

Исходное соответствие (формула П1-4):

$$f(\theta, i) \rightarrow \hat{A}(v, S_v).$$

Соответствия, вытекающие из исходного:

при линейных алгебраических операциях

$$\left. \begin{aligned} cf(\theta, i) &\rightarrow c\hat{A}(v, S_v); \\ f_1(\theta, i) + f_2(\theta, i) &\rightarrow \hat{A}_1(v, S_v) + \hat{A}_2(v, S_v), \end{aligned} \right\} (\text{П2-1})$$

при дифференцировании по времени

$$\frac{\partial}{\partial \theta} f(\theta, i) \rightarrow j \frac{2\pi v}{T} \hat{A}(v, S_v), \quad (\text{П2-2})$$

при интегрировании по времени

$$\int_0^{\theta} f(\theta, i) d\theta \rightarrow \frac{\hat{A}(v, S_v)}{j \frac{2\pi v}{T}}, \quad (\text{П2-3})$$

при сдвиге во времени

$$f(\theta + \theta_0, i) \rightarrow \varepsilon^{j\frac{2\pi v}{T}\theta_0} \hat{A}(v, S_v), \quad (\text{П2-4})$$

при циклическом изменении номера фазы

$$f(\theta, i + i_0) \rightarrow \varepsilon^{j\frac{2\pi S_v}{m}i_0} \hat{A}(v, S_v), \quad (\text{П2-5})$$

при умножении на симметричную систему синусоидальных функций¹

$$f(\theta, i) \cos\left(\frac{2\pi}{T}v_0\theta + \frac{2\pi}{m}S_0i\right) \rightarrow \frac{1}{2} [\hat{A}(v + v_0, S_v + S_0) + \hat{A}(v - v_0, S_v - S_0)]. \quad (\text{П2-6})$$

Приложение 3. Уточнение записи уравнений, связывающих гармоники тока и напряжения симметричной трехфазной цепи при неравенстве параметров разных последовательностей.

Прежняя запись уравнений (в том числе, принятая в [3]):

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} Z_{\sigma\sigma} & Z_{\sigma v} & Z_{v\sigma} \\ Z_{v\sigma} & Z_{\sigma\sigma} & Z_{\sigma v} \\ Z_{\sigma v} & Z_{v\sigma} & Z_{\sigma\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{pmatrix}, \quad (\text{П3-1})$$

¹ Если синусоидальные функции имеют другую фазу, то формула (П2-6) применяется вместе с (П2-4).

где

$$\begin{pmatrix} Z_{\sigma\sigma} \\ Z_{\sigma\nu} \\ Z_{\nu\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha^{-1} & 1 \\ \alpha^{-1} & \alpha & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{ПЗ-2})$$

Z_1, Z_2, Z_0 — сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей; $\alpha = \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}}$.

Запись уравнений, вытекающая из формул данной статьи:

по формуле (3) для $m=3$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{фаз}}(\nu, i) = \sum_{S_\nu=0}^2 \dot{U}_{\text{сим}}(\nu, S_\nu) \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3} S_\nu i} = \sum_{S_\nu=0}^2 I_{\text{сим}}(\nu, S_\nu) \times \\ \times Z(\nu, S_\nu) \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3} S_\nu i}; \end{aligned} \quad (\text{ПЗ-3})$$

по формуле (2)

$$I_{\text{сим}}(\nu, S_\nu) = \frac{1}{3} \sum_{\bar{i}=-1}^1 I_{\text{фаз}}(\nu, \bar{i}) \varepsilon^{-j\frac{2\pi}{3} S_\nu \bar{i}}. \quad (\text{ПЗ-4})$$

Подставляя (ПЗ-4) в (ПЗ-3) и меняя порядок суммирования, получаем

$$\dot{U}_{\text{фаз}}(\nu, i) = \frac{1}{3} \sum_{\bar{i}=-1}^1 I_{\text{фаз}}(\nu, \bar{i}) \sum_{S_\nu=0}^2 Z(\nu, S_\nu) \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3} (i-\bar{i})}. \quad (\text{ПЗ-5})$$

С учетом обозначений

$$\dot{U}_{\text{фаз}}(\nu, 0) = \dot{U}_A, \quad I_{\text{фаз}}(\nu, 0) = I_A, \quad Z(\nu, 0) = Z_0,$$

$$\dot{U}_{\text{фаз}}(\nu, -1) = \dot{U}_B, \quad I_{\text{фаз}}(\nu, -1) = I_B, \quad Z(\nu, -1) = Z_2,$$

$$\dot{U}_{\text{фаз}}(\nu, 1) = \dot{U}_C, \quad I_{\text{фаз}}(\nu, 1) = I_C, \quad Z(\nu, 1) = Z_1$$

запишем полученный результат в форме (ПЗ-1):

$$\begin{pmatrix} Z_{\sigma\sigma} \\ Z_{\sigma\nu} \\ Z_{\nu\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^{S_\nu} & \alpha^{-S_\nu} & 1 \\ \alpha^{-S_\nu} & \alpha^{S_\nu} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_0 \end{pmatrix} \quad (\text{ПЗ-6})$$

Сравнивая (ПЗ-6) с (ПЗ-2) видим, что вследствие внесенного уточнения коэффициенты уравнения (ПЗ-1) приобретают зависимость от S_ν и при изменении знака ν меняются на комплексно сопряженные. Благодаря этому устраняются те формальные особенности (наличие в коэффициентах комплексных множителей, не зависящих от частоты), из-за которых нарушался физический смысл спектров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев В. В. К расчету переходных процессов при несимметричных коротких замыканиях в цепях с последовательно включенной емкостью. — Электричество, 1951, № 5, с. 63—66.
2. Меерович Э. А. Применение метода симметричных составляющих для исследования неустановившихся процессов в трехфазных цепях. — Электричество, 1952, № 4, с. 19—24.
3. Лямец Ю. Я. К анализу переходных процессов в симметричных цепях методом симметричных составляющих. — Электричество, 1988, № 12, с. 57—60.
4. Толстов Г. П. Ряды Фурье. — М.: Наука, 1980, 381 с.
5. Крайчик Ю. С. Классификация гармоник напряжения и тока в цепях с вентильными преобразователями. — Электричество, 1982, № 7, с. 36—41.

[14.09.89]

УДК 621.317.729.3.013

Магнитное поле электрического диполя в трехслойной среде

ИВЛИЕВ Е. А., ЛИПАТОВ В. В.

Рассмотрим трехслойную горизонтально-слоистую среду с удельными электрическими сопротивлениями слоев ρ_1, ρ_2, ρ_3 . Относительную магнитную проницаемость всех трех сред будем считать равной единице. Пусть в одном из слоев расположен ориентированный произвольным образом постоянный электрический диполь с моментом тока Idl . Для описания составляющих магнитного поля введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , а ориентацию диполя зададим в декартовой системе координат (рис. 1).

Поле произвольно ориентированного диполя может быть представлено суперпозицией полей диполей, моменты тока которых Idl_x, Idl_y, Idl_z являются проекциями Idl на координатные оси. Компоненты магнитного поля электрического диполя наиболее просто находятся из соответствующих выражений для магнитного поля точечного источника тока, которые могут быть определены из электрического поля этого источника.

Магнитное поле точечного источника тока. Пусть точечный источник расположен в точке

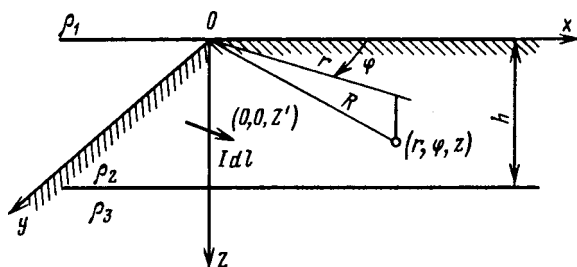


Рис. 1

$(0, 0, z')$. В соответствии с теоремами о симметрии тока растекания и его поля [1] составляющие напряженности магнитного поля равны:

$$H_r = H_z = 0; \mathbf{H} = H_\varphi \mathbf{u}_\varphi, \quad (1)$$

где $\mathbf{u}_\varphi$ — орт азимутальной координаты.

Выражение для H_φ может быть получено из закона полного тока, однако при этом точечный источник необходимо рассматривать с подводящим проводом. Расположение провода должно быть выбрано таким образом, чтобы создаваемое им магнитное поле описывалось соотношениями (1). Этому условию удовлетворяет, например, полубесконечный провод, расположенный на оси z от $-\infty$ до точки $z=z'$. Применение закона полного тока для кольцевого контура радиусом r с центром на оси z позволяет представить напряженность поля точечного источника тока с подводящим проводом в виде

$$H_{\varphi ij}^{\tau, n} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi r} \int_S J_{zij} dS & \text{при } z \geq z'; \\ \frac{1}{2\pi r} \left(\int_S J_{zij} dS + I \right) & \text{при } z < z', \end{cases} \quad (2)$$

где $J_{zij} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial U_{ij}^S}{\partial z}$ — осевая компонента вектора плотности токов растекания; U_{ij} — потенциал электрического поля в i -й среде от источника, расположенного в j -й среде; S — плоская поверхность, охватываемая контуром; I — ток в подводящем проводе.

В случае расположения источника во второй среде потенциал электрического поля в произвольной точке, определенный методом изображений (см. например, [2, 3]), описывается выражениями

$$U_{12} = \frac{I\rho_1}{4\pi} (1 - k_{21}) \left[\frac{1}{R_{01}} + \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(\frac{k_{23}}{R_{n3}} + \frac{k_{21}k_{23}}{R_{n4}} \right) \right];$$

$$U_{22} = \frac{I\rho_2}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(\frac{1}{R_{n1}} + \frac{k_{21}}{R_{n2}} + \frac{k_{23}}{R_{n3}} + \frac{k_{21}k_{23}}{R_{n4}} \right); \quad (3)$$

$$U_{32} = \frac{I\rho_3}{4\pi} (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(\frac{1}{R_{n1}} + \frac{k_{21}}{R_{n2}} \right), \quad (3)$$

где $k_{ij} = \frac{(\rho_i - \rho_j)}{(\rho_i + \rho_j)}$ ($i, j = 1, 2, 3$); $R_{nm} = [r^2 + (z - z_{nm})^2]^{1/2}$ ($m = 1, 2, 3, 4$); R_{01} — расстояние от истинного источника до точки наблюдения; z_{nm} — координата источников, определяемая соотношениями: $z_{n1} = -2nh + z'$, $z_{n2} = -2nh - z'$, $z_{n3} = 2(n+1)h - z'$, $z_{n4} = 2(n+1)h + z'$; h — толщина слоя с удельным сопротивлением ρ_2 .

Вычисляя осевую компоненту вектора плотности тока и ее поток через поверхность S в соответствии с (2), получаем следующие выражения для напряженности магнитного поля точечного источника с подводящим проводом:

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi 12}^{\tau, n} &= \frac{I}{4\pi r} \left\{ 1 - \frac{z - z'}{R_{01}} + k_{21} \left(1 + \frac{z - z'}{R_{01}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - (1 - k_{21}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} \right) + k_{21}k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n4}}{R_{n4}} \right) \right] \right\}; \\ H_{\varphi 22}^{\tau, n} &= \frac{I}{4\pi r} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} + \right. \\ &\quad \left. + k_{21} \left(1 - \frac{z - z_{n2}}{R_{n2}} \right) - k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} \right) - k_{21}k_{23} \left(1 - \frac{z - z_{n4}}{R_{n4}} \right) \right]; \\ H_{\varphi 32}^{\tau, n} &= \frac{I}{4\pi r} (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} + k_{21} \left(1 - \frac{z - z_{n2}}{R_{n2}} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для точечного источника с проводом, расположенного в первой среде, на основе известных выражений для U_{i1} ($i = 1, 2, 3$) [3] имеем

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi 11}^{\tau, n} &= \frac{I}{4\pi r} \left[1 - \frac{z - z'}{R_{01}} - k_{12} \left(1 + \frac{z + z'}{R_{02}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - k_{23} (1 - k_{12}^2) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} \right) \right]; \\ H_{\varphi 21}^{\tau, n} &= \frac{I(1 - k_{12})}{4\pi r} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} - \right. \\ &\quad \left. - k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} \right) \right]; \\ H_{\varphi 31}^{\tau, n} &= \frac{I}{4\pi r} (1 - k_{12}) (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

При расположении точечного источника в третьей среде формулы для компонент напря-

женности магнитного поля будут аналогичны (5), но с обратными знаками и в них индексы 1 и 3 следует поменять местами, а величины z и z_1 заменить на $(-z+h)$ и $(-z'+h)$.

В соответствии с законом Био—Савара напряженность магнитного поля подводющего провода для любых значений z и z' описывается выражением

$$H_{\varphi}^n = \frac{I}{4\pi r} \left(1 - \frac{z-z'}{R_{01}}\right). \quad (6)$$

В случае точечного источника без подводного провода

$$H_{\varphi ij}^n = H_{\varphi ij}^{n-} - H_{\varphi}^n \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (7)$$

Отметим, что выражения для $H_{\varphi ij}^{n-}$ и $H_{\varphi ij}^n$ удовлетворяют условиям согласования на границах раздела сред. Сопоставим полученные соотношения для $H_{\varphi ij}^n$ с некоторыми известными частными случаями: при $\rho_1 = \infty$, $\rho_2 = \rho_3$ выражение для $H_{\varphi 12}^n$ совпадает с аналогичным выражением в [4], а для $H_{\varphi 22}^n$ — с выражением в [5]; при $\rho_1 = \infty$, $z' = 0$ формула для $H_{\varphi 22}^n$ совпадает с результатами [2], а формула для $H_{\varphi 32}^n$ — с выражением в [6], где решение получено интегрированием первого уравнения Максвелла; при $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3$ выражение для $H_{\varphi 12}^n$ ($i=1, 2, 3$) совпадает с выражениями, приведенными в [7]. При этом следует учесть, что

$$k_{21} - (1 - k_{21})(1 + k_{21})k_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n = -k_{31};$$

$$(k_{21} - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n = k_{31};$$

$$1 - (1 - k_{23})(1 + k_{21}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n = -k_{31}.$$

Использование соотношений такого вида позволяет несколько сократить запись выражений для компонент напряженности магнитного поля точечного источника тока и электрических диполей. Однако это затрудняет физическую интерпретацию таких выражений.

Как и закон Био—Савара, применяемый к незамкнутым линиям тока, магнитное поле точечного источника без подводного провода физического смысла не имеет, но приведенные выражения позволяют находить напряженность поля кабеля с точечными заземлениями как конечной длины, так и сколь угодно малой.

Магнитное поле вертикального диполя. Напряженность магнитного поля вертикального диполя, расположенного в точке $(0, 0, z')$ и ориентированного по оси z , определим из выражений (4), (5) для поля точечного источника с подводным проводом следующим образом.

$$H_{\varphi ij} = \frac{\partial H_{\varphi ij}^n}{\partial z'} dl_z \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (8)$$

Правая часть соотношения (8) с учетом формулы (7) представляется в виде

$$\frac{\partial H_{\varphi ij}^n}{\partial z'} dl_z = \frac{\partial H_{\varphi ij}^n}{\partial z'} dl_z + \frac{\partial H_{\varphi}^n}{\partial z'} dl_z,$$

допускающим простую физическую интерпретацию. Первое слагаемое определяет магнитное поле токов растекания двух точечных источников $(-I$ и $+I)$, разнесенных на расстояние dl_z , а второе слагаемое — магнитное поле элемента провода длиной dl_z с током I . Таким образом, формула (8) определяет искомую напряженность поля вертикального диполя.

Дифференцирование по переменной z' может быть заменено дифференцированием по z с учетом равенств

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n1}} \right) = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n1}} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n2}} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n2}} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n3}} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n3}} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n4}} \right) = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{R_{n4}} \right).$$

Тогда в соответствии с (8) получаем следующие выражения для напряженности магнитного поля вертикального диполя:

для источника в первой среде ($z' \leq 0$)

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi 11} &= \frac{Idl_z r}{4\pi} \left[\frac{1}{R_{01}^3} - \frac{k_{12}}{R_{02}^3} - (1 - k_{12}^2) k_{23} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k_{21}k_{23})^n}{R_{n3}^3} \right]; \\ H_{\varphi 21} &= \frac{Idl_z r (1 - k_{12})}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(\frac{1}{R_{n1}^3} - \frac{k_{23}}{R_{n3}^3} \right); \\ H_{\varphi 31} &= \frac{Idl_z r}{4\pi} (1 - k_{12}) (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k_{21}k_{23})^n}{R_{n1}^3}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

для источника во второй среде ($0 \leq z' \leq h$)

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi 12} &= \frac{Idl_z r}{4\pi} (1 - k_{21}) \frac{1}{R_{01}^3} + \\ &+ k_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(- \frac{1}{R_{n3}^3} + \frac{k_{21}}{R_{n4}^3} \right); \\ H_{\varphi 22} &= \frac{Idl_z r}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left(\frac{1}{R_{n1}^3} - \right. \\ &\quad \left. \frac{k_{21}}{R_{n2}^3} - \frac{k_{23}}{R_{n3}^3} + \frac{k_{21}k_{23}}{R_{n4}^3} \right); \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$H_{\varphi 32} = \frac{Idl_z r}{4\pi} (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21} k_{23})^n \times \left(\frac{1}{R_{n1}^3} - \frac{k_{21}}{R_{n2}^3} \right).$$

Напряженность магнитного поля вертикального диполя, расположенного в третьей среде, определяется из формул (9) по тому же правилу, что и для точечного источника.

Так как магнитное поле вертикального диполя описывается соотношениями (1), то его напряженность может быть определена также из закона полного тока (без предварительного определения магнитного поля точечного источника):

$$H_{\varphi ij} = \frac{1}{2\pi r} \int_S J_{zij} dS,$$

где $J_{zij} = -\frac{dl_z}{\rho_i} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial U_{ij}}{\partial z'} \right)$ — осевая компонента вектора плотности тока растекания вертикального электрического диполя, а остальные обозначения те же, что в (2).

Отметим также, что из выражений для напряженности электрического поля вертикального диполя напряженность его магнитного поля может быть непосредственно получена и методом, предложенным в [6].

Магнитное поле горизонтального диполя. Напряженность магнитного поля горизонтального электрического диполя, ориентированного по оси x , представим в виде

$$\mathbf{H}_{ij} = \mathbf{H}_{ij}^p + \mathbf{H}^l, \quad (11)$$

где $\mathbf{H}_{ij}^p$ — напряженность магнитного поля токов растекания в i -й среде, создаваемого диполем, расположенным в j -й среде; $\mathbf{H}^l$ — напряженность магнитного поля элемента тока длиной dl_x .

Напряженность магнитного поля токов растекания может быть получена путем дифференцирования выражений для точечного источника по направлению диполя:

$$\mathbf{H}_{ij}^p = -dl_x \frac{\partial (H_{ij}^p \mathbf{u}_\varphi)}{\partial x}.$$

Учитывая, что $\frac{\partial}{\partial x} = \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} - \left(\frac{\sin \varphi}{r} \right) \frac{\partial}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \varphi} = -\mathbf{u}_r$ ($\mathbf{u}_r$ — орт радиальной координаты), а также принимая во внимание независимость поля точечного источника от координаты φ , получаем:

$$\mathbf{H}_{ij}^p = H_{rij}^p \mathbf{u}_r + H_{\varphi ij}^p \mathbf{u}_\varphi;$$

$$H_{rij}^p = -dl_x \frac{\sin \varphi}{r} H_{\varphi ij}^p; \quad (12)$$

$$H_{\varphi ij}^p = -dl_x \cos \varphi \frac{\partial H_{rij}^p}{\partial r}. \quad (13)$$

Из формул (11) — (13) видно, что вертикальная компонента напряженности магнитного поля горизонтального диполя создается только элементом тока dl_x и для любого расположения источника и точки наблюдения равна

$$H_{zij} = H_z^l \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

Напряженность магнитного поля элемента тока длиной dl_x

$$\mathbf{H}^l = H_r^l \mathbf{u}_r + H_\varphi^l \mathbf{u}_\varphi + H_z^l \mathbf{u}_z, \quad (14)$$

где в соответствии с законом Био — Савара

$$H_r^l = -\frac{Idl_x (z - z') \sin \varphi}{4\pi R_{01}^3}; \quad H_\varphi^l = -\frac{Idl_x (z - z') \cos \varphi}{4\pi R_{01}^3};$$

$$H_z^l = \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi R_{01}^3}. \quad (15)$$

Радиальные компоненты напряженности магнитного поля токов растекания диполя, ориентированного по оси x и расположенного в первой среде, находятся по формуле (12)

$$\left. \begin{aligned} H_{r11}^p &= \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \left[k_{12} \left(1 + \frac{z+z'}{R_{02}} \right) + (1 - k_{12}^2) \times \right. \\ &\quad \times k_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21} k_{23})^n \left(1 + \frac{z-z_{n3}}{R_{n3}} \right) \left. \right]; \\ H_{r21}^p &= \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \left\{ 1 - \frac{z-z'}{R_{01}} - (1 - k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} \times \right. \\ &\quad \times (k_{21} k_{23})^n \left[1 - \frac{z-z'}{R_{01}} - k_{23} \left(1 + \frac{z-z_{n3}}{R_{n3}} \right) \right] \left. \right\}; \\ H_{r31}^p &= \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \left[1 - \frac{z-z'}{R_{01}} - (1 - k_{12}) \times \right. \\ &\quad \times (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21} k_{23})^n \left(1 - \frac{z-z_{n1}}{R_{n1}} \right) \left. \right]. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Азимутальные компоненты магнитного поля в этом случае в соответствии с (13) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi 11}^p &= \frac{Idl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \left\{ -k_{12} \left[1 + \frac{z+z'}{R_{02}} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(z+z')^2 r^2}{R_{02}^3} \right] - (1 - k_{12}^2) k_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21} k_{23})^n \times \right. \\ &\quad \times \left[1 + \frac{z-z_{n3}}{R_{n3}} + \frac{(z-z_{n3})^2 r^2}{R_{n3}^3} \right] \left. \right\}; \\ H_{\varphi 21}^p &= \frac{Idl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \left\{ -1 + \frac{z-z'}{R_{01}} + \frac{(z-z')^2 r^2}{R_{01}^3} + \right. \\ &\quad \left. + (1 - k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21} k_{23})^n \left[1 - \frac{z-z_{n1}}{R_{n1}} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(z-z_{n1})^2 r^2}{R_{n1}^3} - k_{23} \left(1 + \frac{z-z_{n3}}{R_{n3}} + \frac{(z-z_{n3})^2 r^2}{R_{n3}^3} \right) \right] \right\}; \\ H_{\varphi 31}^p &= \frac{Idl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \left\{ -1 + \frac{z-z'}{R_{01}} + \frac{(z-z')^2 r^2}{R_{01}^3} + \right. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$+ (1 - k_{12})(1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} - \frac{(z - z_{n1}) r^2}{R_{n1}^3} \right] \Bigg\}.$$

При расположении диполя во второй среде соответствующие выражения будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} H_{r12}^p &= \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \left\{ -k_{21} \left(1 + \frac{z - z'}{R_{01}} \right) + \right. \\ &+ (1 - k_{21}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} \right) + \right. \\ &+ \left. k_{21}k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n4}}{R_{n4}} \right) \right] \Bigg\}; \\ H_{r22}^p &= \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[-k_{21}k_{23} \left(1 - \frac{z - z_{(n+1)1}}{R_{(n+1)1}} \right) - k_{21} \left(1 - \frac{z - z_{n2}}{R_{n2}} \right) + k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} \right) + k_{21}k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n4}}{R_{n4}} \right) \right]; \\ H_{r32}^p &= \frac{Idl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \left\{ 1 - \frac{z - z'}{R_{01}} - (1 - k_{23}) \times \right. \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} + k_{21} \left(1 - \frac{z - z_{n2}}{R_{n2}} \right) \right] \Bigg\}; \\ H_{\varphi 12}^p &= \frac{Idl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \left\{ k_{21} \left(1 + \frac{z - z'}{R_{01}} + \frac{(z - z') r^2}{R_{01}^3} \right) - \right. \\ &- (1 - k_{21}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} + \frac{(z - z_{n3}) r^2}{R_{n3}^3} \right) + k_{21}k_{23} \left(1 + \frac{z - z_{n4}}{R_{n4}} + \frac{(z - z_{n4}) r^2}{R_{n4}^3} \right) \right] \Bigg\}; \\ H_{\varphi 22}^p &= \frac{Idl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left\{ k_{21}k_{23} \left[1 - \frac{z - z_{(n+1)1}}{R_{(n+1)1}} - \frac{(z - z_{(n+1)1}) r^2}{R_{(n+1)1}^3} \right] + k_{21} \left[1 - \frac{z - z_{n2}}{R_{n2}} - \frac{(z - z_{n2}) r^2}{R_{n2}^3} \right] - k_{23} \left[1 + \frac{z - z_{n3}}{R_{n3}} + \frac{(z - z_{n3}) r^2}{R_{n3}^3} \right] - k_{21}k_{23} \left[1 + \frac{z - z_{n4}}{R_{n4}} + \frac{(z - z_{n4}) r^2}{R_{n4}^3} \right] \right\}; \\ H_{\varphi 32}^p &= \frac{Idl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \left\{ -1 + \frac{z - z'}{R_{01}} + \frac{(z - z') r^2}{R_{01}^3} + \right. \end{aligned} \quad (18)$$

$$+ (1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (k_{21}k_{23})^n \left[1 - \frac{z - z_{n1}}{R_{n1}} - \frac{(z - z_{n1}) r^2}{R_{n1}^3} + k_{21} \left(1 - \frac{z - z_{n2}}{R_{n2}} - \frac{(z - z_{n2}) r^2}{R_{n2}^3} \right) \right] \Bigg\}.$$

Для горизонтального диполя, расположенного в третьей среде, к изложенному ранее правилу необходимо добавить, что у компоненты H_{r13} знак сохраняется, а у H_{z13} — меняется на противоположный.

В [8] для случая $\rho_1 = \infty$ получены в интегральном виде выражения для напряженности магнитного поля горизонтального кабеля с точечными заземлителями (H_{i2} ; $i=1, 2, 3$), а в работе [2] — выражения в виде ряда для H_{12} , H_{22} при положении того же источника на границе раздела первой и второй сред. Указанные соотношения могут быть использованы для определения напряженности магнитного поля горизонтального диполя путем известного предельного перехода.

Выражения для составляющих напряженностей поля электрического диполя, ориентированного по оси y , могут быть получены из выражений (11)–(18) путем следующих замен: Idl_x на Idl_y ; для $H_{\varphi ij} \cos \varphi$ на $\sin \varphi$, а для H_{rij} и $H_{zij} \sin \varphi$ на $-\cos \varphi$.

Физическая интерпретация полученных решений. Достоинством полученных выражений является то, что они содержат абсолютно сходящиеся ряды и допускают наглядную физическую интерпретацию. В отличие от электрического поля точечного источника тока его магнитное поле в горизонтально-слоистой среде не может быть представлено суперпозицией магнитных полей истинного и фиктивных источников, расположенных в однородной среде, так как магнитное поле каждого из них ввиду сферической симметрии токов растекания точечного источника в однородной среде равно нулю. Однако, если ввести понятие о точечном фиктивном источнике магнитного поля токов растекания, понимая под ним точечный источник тока, расположенный на плоской границе раздела двух однородных полупространств (изолятор — проводящая среда), то с небольшими дополнениями правила зеркальных изображений для электрического поля могут быть использованы для построения выражений магнитного поля токов растекания. Напряженность магнитного поля введенного таким образом фиктивного источника магнитного поля токов растекания в проводящем пространстве имеет вид

$$H_{\varphi q}^r = \pm \frac{I_q}{4\pi r} \left(1 \mp \frac{z - z_q}{R_q} \right), \quad (19)$$

где $R_q = \sqrt{r^2 + (z - z_q)^2}$; z_q , I_q — координата и интенсивность источника с номером q .

Верхние знаки в (19) соответствуют условию $z - z_q > 0$, а нижние — условию $z - z_q < 0$.

Сравнение выражений для электрического и магнитного полей точечного источника позволило установить следующие два дополнительных правила построения картины зеркальных изображений для горизонтально-слоистой среды (см., например, [3]), позволяющих получить выражения магнитного поля токов растекания формально, исходя только из соотношения [19]:

1. Местоположение и интенсивность фиктивных источников магнитного поля токов растекания соответствует аналогичным параметрам фиктивных источников электрического поля. Все фиктивные источники магнитного поля должны быть обращены проводящим полупространством к точке наблюдения.

2. Если поле определяется в той же среде, в которой находится истинный источник тока ($H_{\psi ii}^T$), то на его месте фиктивный источник магнитного поля токов растекания отсутствует, а для $H_{\psi ij}^T$ ($i \neq j$) на этом месте располагается фиктивный источник магнитного поля токов растекания с интенсивностью, уменьшенной на I по сравнению с интенсивностью фиктивного источника электрического поля.

Применяя к (19) правила зеркальных изображений электрического поля с указанными допол-

нениями в случае трехслойной среды, легко приходим к выражениям, полученным ранее.

Магнитное поле токов растекания горизонтального диполя, ориентированного по оси x , может быть найдено аналогично, но в данном случае под дипольным фиктивным магнитным источником понимается система двух точечных источников тока $-I_q$ и I_q , расположенных на расстоянии dl_x на границе раздела изолятор — проводящая среда.

Магнитное поле фиктивного источника с номером q в проводящем полупространстве

$$\left. \begin{aligned} H_{\psi q}^p &= \mp \frac{I_q dl_x \sin \varphi}{4\pi r^2} \left(1 \mp \frac{z - z_q}{R_q} \right); \\ H_{\psi q}^p &= \pm \frac{I_q dl_x \cos \varphi}{4\pi r^2} \left[1 \mp \frac{z - z_q}{R_q} \mp \frac{(z - z_q)r^2}{R_q^3} \right], \end{aligned} \right\} (20)$$

где $I_q dl_x$ — момент тока фиктивного источника; правило знаков в (20) такое же, как и в (19).

Определяя по правилам зеркальных изображений z_q , I_q , R_q (с учетом ранее указанных двух правил) и суммируя выражения (20) по всем источникам, получаем напряженность магнитного поля токов растекания в форме (16) — (18), а добавляя к ним напряженность магнитного поля элемента провода $I dl_x$, расположенного на месте истинного диполя, получим напряженность полного магнитного поля горизонтального электрического диполя в трехслойной среде.

Для магнитного поля вертикального диполя полностью справедлив метод зеркальных изображений, т. е. поле в любом слое представимо суперпозицией полей истинного и фиктивных диполей, причем для источника, расположенного в точке z_q ,

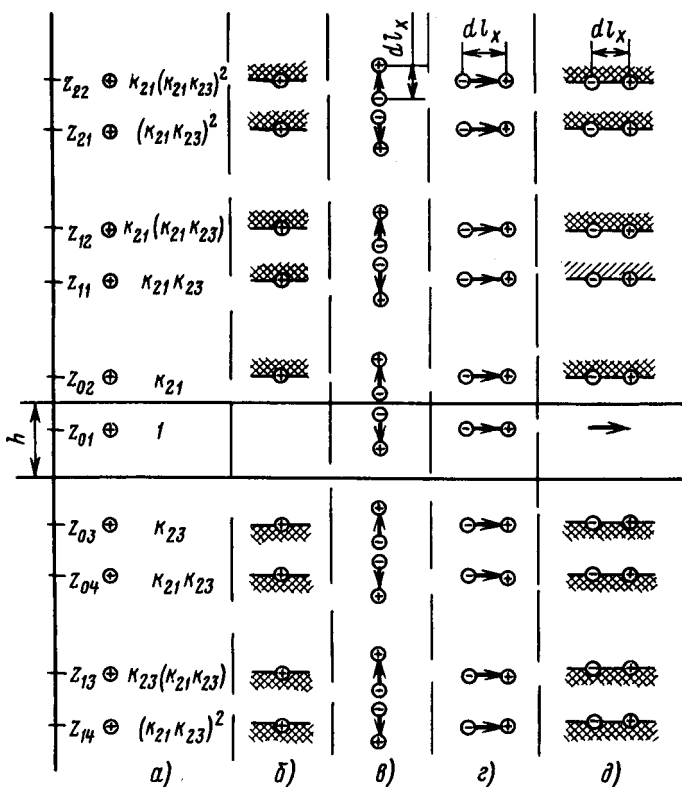
$$H_{\psi q} = \frac{I_q dl_z r}{4\pi R_q^3},$$

где обозначения I_q и R_q имеют тот же смысл, что и ранее.

Фиктивные источники с индексами $n1$ и $n4$ направлены по оси z , с индексами $n2$, $n3$ — противоположно. Заметим, что магнитное поле диполя в однородной среде совпадает с полем элемента тока $I_n m dl_z$.

Изложенная интерпретация иллюстрируется рис. 2, где приведена картина фиктивных источников в случае расположения источника и точки наблюдения во второй среде. При этом z_{nm} — координаты источников, а их интенсивности получаются умножением коэффициентов, приведенных на рис. 2, на I для точечного источника и на $I dl_z$ или $I dl_x$ для вертикального и горизонтального диполей. Для определения магнитного поля вертикального диполя могут быть изображены только элементы тока $I_n m dl_z$ без заземлителей.

Выводы. 1. Получены выражения для составляющих напряженности магнитного поля произвольно ориентированного постоянного электрического диполя, расположенного в любом месте трехслойной горизонтально-слоистой проводящей



среды, Решения представляются в виде рядов, скорость сходимости которых выше, чем для соответствующих рядов, определяющих магнитное поле точечного источника тока.

2. Магнитное поле вертикального диполя представляется в виде суперпозиции полей фиктивных вертикальных диполей, получаемых последовательным отражением от границ раздела сред, в полном соответствии с методом изображений, применяемым при расчете электрического поля.

3. Для получения выражений напряженности магнитного поля токов растекания горизонтального диполя и точечного источника тока можно использовать правила зеркальных изображений, но применять их надо не к истинному источнику, расположенному в однородной проводящей среде, а к фиктивному, расположенному на границе раздела двух полупространств (изолатор — проводящая среда).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альпин Л. М. Теория поля.— М.: Недра, 1966.
2. Краев А. П. Основы геоэлектрики.— Л.: Недра, 1965.
3. Хмелевской В. К. Электроразведка.— М.: МГУ, 1984.
4. Альпин Л. М. Практические работы по теории поля.— М.: Недра, 1971.
5. Овчинников И. К. Теория поля.— М.: Недра, 1979.
6. Гуревич Ю. М., Кормильцев В. В., Семенов В. Д. Расчет магнитного поля точечного источника постоянного тока для осесимметричных задач.— В кн.: Теория и практика применения аналитических методов интерпретации и математического моделирования геофизических полей. Свердловск, 1977.
7. Edwards R. N., Howell E. C. Field test of the magnetometric resistivity (MMR) method.— Geophysics, vol. 41, N6A, 1976.
8. Buhholz, H. Das elektromagnetische Field eines in Seewasser parallel zum Spiegel verlegten, geraden, stromdurchflossenen, isolierten Drahtes mit blanken Enden, in dem dreifach geschichteten Raum: Luft, Wasser, Erde-Archiv fur Elektrotechnik, Bd 47, H. 2, 1962.

[29.05.89]

ВНИМАНИЮ РУКОВОДИТЕЛЕЙ ОРГАНИЗАЦИЙ И ПРЕДПРИЯТИЙ!

Книжный магазин № 170 Москниги принимает заказы и высылает наложенным платежом комплекты плакатов следующей тематики:

1. ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ (ДОВРАЧЕБНОЙ) ПОМОЩИ НА ПРОИЗВОДСТВЕ. Комплект из 5 плакатов. Цена 1 р. 10 к.
2. СТРОИТЕЛЬНО-МОНТАЖНЫЕ РАБОТЫ (СТРОПОВКА, СКЛАДИРОВАНИЕ). Комплект из 10 плакатов. Цена 2 р. 00 к.

Заказы на необходимое количество комплектов плакатов направляйте по адресу: 121096, Москва, ул. Василисы Кожинной, д. 10.

Определение стационарной надежности сложных электроэнергетических систем методом Монте-Карло

КЕРЕЗОВ Р. И., канд. техн. наук

София

Обеспечение надежности крупных современных ЭЭС как одного из самых важных их свойств требуется как на стадии перспективного планирования, так и при текущей эксплуатации. Большие ЭЭС содержат сотни генераторов и линий электропередачи, что обуславливает такое количество возможных состояний, при котором их полный учет практически невозможен даже при использовании самых быстродействующих ЭВМ. Это заставляет всех составителей программ искать разумный компромисс между рассчитываемым количеством возможных состояний ЭЭС и точностью получаемых результатов. Положение усугубляется необходимостью моделировать работу ЭЭС в течение длительных периодов (при перспективном планировании — год). При рассмотрении конкретного вынужденного отключения поведение ЭЭС можно разделить по времени и выявить два вида надежности: переходную надежность (называемую «живучестью») в первые минуты после аварии и стационарную надежность после затухания всех переходных процессов и прекращения действия персонала по оптимизации режима в допустимых границах с отключением части нагрузок, если это необходимо. Живучесть связана главным образом с надежностью действия противоаварийной автоматики и динамическими характеристиками генераторов, котлов и нагрузки, а стационарная надежность определяется возможностью нагружения генераторов и линий оптимальным способом после происходящих изменений в составе оборудования.

В настоящей статье описывается алгоритм и программа расчета на ЭВМ стационарной надежности крупной ЭЭС без учета помощи от соседних ЭЭС. Моделью служит реальная системообразующая распределительная сеть высокого напряжения в Болгарии. Принято, что если имели место каскадные выключения линий, то они были устранены персоналом.

Обзор литературы по предложенным алгоритмам решения вопроса показывает, что существуют два подхода: а) аналитический, и б) метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Аналитический метод выявляет необходимые для расчета режимы с помощью укрупнения пространства состояния, нахождения минимальных путей и сечений или использования метода чувствительности [1]. С ростом числа элементов он становится довольно сложным и громоздким и к тому же не позволяет учесть некоторые характеристики процесса.

Метод Монте-Карло отличается простотой исполнения и высокой точностью благодаря возможности моделировать ряд факторов: зависимость выключения, се-

зонные изменения аварийности, реальную политику плановых ремонтов и пр. Однако при обычном применении этот метод самый медленный, что является его большим недостатком, особенно если рассматривать процесс во времени с помощью цепей Маркова [2] или за каждый час года отдельно [3]. Поэтому очень важно применить такие его варианты, которые позволяют резко уменьшить количество расчетов без уменьшения точности, как предлагалось, например, в [4].

В настоящей статье используются другие варианты этого метода.

Большое ускорение расчета дает введение упорядоченных по продолжительности графиков нагрузки, аппроксимированных последовательностью прямых участков, которые затем заменяются ступенчатым эквивалентом. В программе имеются 24 ступени. Формы графиков нагрузки в узлах приняты одинаковыми, т. е. допущена полная коррелированность между ними. Эти упорядоченные графики позволяют сузить область исследования, так как дефициты мощности бывают лишь на первых ступенях, а затем становятся пренебрежимо малыми. Программа сравнивает результаты расчета данной ступени нагрузки с предыдущими и прекращает расчеты по графику, когда приращение результата меньше заданной величины.

В существующий вариант программы пока вводится только один график — годовой, если она используется для проектирования сети, или какой-то другой при оценке текущей надежности ЭЭС. В дальнейшем в нее будут вводиться сезонные графики, что позволит учесть изменение в годовом разрезе ряда характеристик ЭЭС и прежде всего количества рабочих генераторов в связи с плановыми ремонтами. Конечно самым правильным было бы применять месячное моделирование, но это зависит от возможностей ЭВМ, пока еще очень недостаточных. По сезонам меняются коэффициенты аварийности линий, максимальная плановая мощность генераторов, можно точнее моделировать и некоторые специфично сезонные нагрузки в Болгарии, каковыми являются аккумулирующие электрические печи при холодной погоде и оросительные установки весной и летом. В зависимости от сезона меняется и допустимая максимальная передаваемая мощность линий по термической устойчивости.

Вычисляются два критерия надежности: суммарная вероятность дефицита мощности (критерий LOLP [1]) и суммарный недоотпуск электроэнергии (критерий LOLE [1]). Первый критерий широко используется для оценки надежности ЭЭС при нехватке генераторной

мощности, а второй более подходит для проектирования сети.

Общая задача определения критериев надежности I формулируется в виде:

$$I = \int_g Y(\vec{r}) P(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (1)$$

где $Y(\vec{r})$ — функция дефицита; $P(\vec{r})$ — плотность вероятностного закона; $\vec{r}$ — случайный вектор; g — область интегрирования.

При ряде результатов моделирования объемом N оценкой I служит средняя величина $M\xi$:

$$M\xi = 1/N \sum_{i=1}^N \xi_i. \quad (2)$$

Известно [5], что если заданы коэффициент доверия β и интервал X_β и вычислена дисперсия $D\xi$, то вероятность неравенства

$$|M\xi - I| < X_\beta \sqrt{D\xi/N} \quad (3)$$

приблизительно равна β , где X_β является корнем уравнения

$$\Phi(X) = \beta. \quad (4)$$

Здесь $\Phi(X)$ — нормальное распределение.

Из [2] следует, что при заданной точности результата количество экспериментов N тем меньше, чем меньше дисперсия опытов. Дисперсию можно уменьшить различными методами, три из которых применены в разработанной нами программе.

Первый метод — выделение главной части [5]. Если известно значение интеграла

$$C = \int_g H(\vec{r}) P(\vec{r}) d\vec{r} \quad (5)$$

(где $H(\vec{r})$ — функция, являющаяся частью $Y(\vec{r})$), то находим оценку

$$M\xi' = C + 1/N \sum_{i=1}^N [Y(Q_i) - H(Q_i)], \quad (6)$$

которая является оценкой и $M\xi$ с меньшей дисперсией.

В нашей задаче такой вспомогательной функцией является дефицит вследствие нехватки генераторной мощности без учета линий. Для расчета такой функции существует хорошо отработанная методика [1, 6], по которой нами создана соответствующая программа. Остается только сделать оценки ограничений потребителей, обусловленных распределительной сетью.

Второй использованный метод — существенная выборка [5].

Производится вычисление новой функции $Z(\vec{r})$

$$Z(\vec{r}) = Y(\vec{r}) - H(\vec{r}) \quad (7)$$

по

$$I_2 = \int_g Z(\vec{r}) P(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (8)$$

Умножая и деля на новое вероятностное распределение $P_2(\vec{r})$, получим

$$I_2 = \int_g \left[\frac{Z(\vec{r}) P(\vec{r})}{P_2(\vec{r})} \right] P_2(\vec{r}) d\vec{r} = \int_g Z_2(\vec{r}) P_2(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (9)$$

где

$$Z_2(\vec{r}) = \frac{Z(\vec{r}) P(\vec{r})}{P_2(\vec{r})}. \quad (10)$$

Теперь моделирование проводится по новому закону и каждый эксперимент пересчитывается по (10). Хорошее новое распределение может теоретически уменьшить дисперсию до нуля. В программе это осуществляется умножением всех аварийных коэффициентов на число, которое больше единицы.

Последний использованный метод — выборка по группам (метод стратификации) [5]. Область g разбивается на L групп $g_1, g_2, \dots, g_L$. Вычисляются вероятности p_h попадания в группу h и в этой группе проводятся n_h экспериментов. Вычисляются средняя величина $M\xi_h$ и дисперсия $D\xi_h$ группы. Оценка общего среднего $M\xi$ получается из:

$$M\xi = \sum_{h=1}^L p_h M\xi_h. \quad (11)$$

Общая дисперсия $D\xi$ определяется по выражению:

$$D\xi = \sum_{h=1}^L \frac{p_h^2 (D\xi_h)^2}{n_h}. \quad (12)$$

Если фиксируется общее число опытов (N)

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_L, \quad (13)$$

то дисперсия минимальна, когда в группе h производится по n_h опытов согласно зависимости:

$$n_h = \frac{N p_h D\xi_h}{\sum_{h=1}^L p_h D\xi_h}. \quad (14)$$

Так как дисперсии групп предварительно неизвестны, по программе сначала производится одинаковое количество экспериментов по группам, определяются оценки дисперсий, общая дисперсия по (12) и точность по (3). Если она низка, общее количество экспериментов N увеличивается на данную величину и по (14) определяется необходимое число опытов в группах. Таким образом, по программе итерационно проводятся только необходимые эксперименты.

Эффективность метода стратификации возрастает с увеличением групп. Максимальное число групп по суммарной выключенной генераторной мощности принято равным 10.

Разделение групп в программе осуществляется по двум признакам:

а) по числу выключенных линий и трансформаторов (ноль, одно или два), б) по суммарной величине отключившейся при аварии генераторной мощности, причем вероятностный закон описывается мультиномиальным распределением с шагом 5 МВт. Вероятность попадания в группу рассчитывается при допущении, что все события независимы.

Моделирование состояния генераторов производится генерированием случайных чисел и сравнением их с очередным коэффициентом аварийности, умноженным на принятый коэффициент коррекции. Моделирование состояния линий производится только одним случайным числом, которое указывает на отключившуюся в результате аварии линию. Для этого каждому связывающему элементу присваивается новый аварийный коэффициент, а таким образом, чтобы их общая сумма была равна

единице. Затем вычисляется ступенчатая функция, элементы которой получены из:

$$q_i^* = \sum_{i=1}^{j-1} q_{ui}. \quad (15)$$

Случайное число η из нового случайного ряда сравнивается с элементами ступенчатой функции и определяется i -й элемент, такой, что

$$q_{i-1}^* < \eta \leq q_i^*. \quad (16)$$

Если необходимо моделировать отключение двух линий одновременно, то описанная процедура повторяется еще раз. Опыт показывает, что моделировать отключение одновременно более двух элементов не нужно из-за малой вероятности таких событий. Когда вторая линия оказывается тождественной первой, моделирование аннулируется и повторяется заново. Принятая процедура приводит к небольшому количеству случайных чисел, что сокращает время работы программы. Моделирование случаев зависящего выключения линий на одной трассе не представляет никаких затруднений, но для этого нет статистических данных.

Генерирование псевдослучайных чисел производится двумя отдельными рядами для станций и линий, что устраняет возможность корреляции между ними.

В каждом послеаварийном режиме может быть неограниченное количество выключенных генераторов. Увеличенные аварийные коэффициенты приводят к частому попаданию в области больших дефицитов мощности, где перегрузка линий выше. Этим также экономится машинное время на генерирование чисел.

Послеаварийное потокораспределение вычисляется по методу Форда — Фалкерсона [7], где связывающие элементы определяются максимальной допустимой мощностью по термической нагрузке. Расчетная схема представляет собой граф с двумя дополнительными узлами: общим источником и общим стоком, имеющими связи соответственно с генерирующими или потребляющими узлами, передаваемая мощность которых равна мощности генерации или нагрузки. Метод является самым быстрым из всех известных методов, дающих оптимальное потокораспределение, так как применяются только действия суммирования и вычитания, но имеет высокую погрешность (30 % и более) [8]. Это вполне приемлемо при планировании сети на перспективу, так как используется не абсолютное значение недоотпуска электроэнергии, а разница результатов расчета двух вариантов схемы. Если ошибка метода не меняется сильно в разных расчетах, то при вычитании она почти исчезает. Сама исходная информация тогда имеет невысокую точность.

Программа печатает вероятность перегрузки линий и трансформаторов упорядоченным способом и таким образом указывает проектировщикам и эксплуатационникам слабые сечения, которые нужно увеличить.

Нами установлено, что для расчета по программе посредством ЭВМ типа *IBM 4341* схемы с 90 узлами и 200 линиями на одной ступени нагрузки необходимо затратить 4—5 мин. При использовании ЭВМ ЕС необходимое время в 5—6 раз больше. Программа написана на языке ФОРТРАН.

Выводы. 1. Описана программа для расчета на ЭВМ стационарной надежности крупных ЭЭС с учетом системообразующей сети методом Монте-Карло, которая дает быстрые результаты за счет применения трех методов уменьшения дисперсии и вычисления послеаварийных режимов методом Форда — Фалкерсона.

2. Применение метода Монте-Карло является очень перспективным благодаря возможности учета ряда факторов реального поведения ЭЭС, которые аналитически трудно вводятся в модели.

3. Возможно использование программы как при эксплуатации, так и при проектировании перспективного развития распределительной сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Могирев В. В. Алгоритм и программа вычислений показателей надежности электроэнергетических систем методом статистического моделирования. — В кн.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1975, вып. 4.
3. Noferi P., L. Paris. Quantative evaluation of power system reliability in planning studies. — IEEE Trans. on PAS, March/April, 1972, vol. 91.
4. Иткин Е. А., Борисовский М. А. Повышение вычислительной эффективности статистических моделей анализа надежности сложных систем. — В кн.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1976, вып. 12.
5. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. — М.: Наука, 1973.
6. Руденко Ю. Н., Чельцов М. Б. Надежность и резервирование в электроэнергетических системах. — Новосибирск: Наука, 1974.
7. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. — М.: Мир, 1966.
8. Туфанов В. А., Чукреев Ю. Я. Некоторые результаты анализа и синтеза надежности гипотетических схем ЭЭС. — В кн.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1981, вып. 23.

[19.10.88]

Увеличение удельной энергии, коммутируемой магнитным звеном сжатия

ПОЛЯКОВ Н. П., СИНЕНКО В. В.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР

Звенья сжатия, состоящие из конденсаторов и насыщающихся дросселей с магнитопроводами из ферромагнитных материалов, широко используются для формирования мощных коротких импульсов, следующих с большой частотой. Процессы в них довольно хорошо исследованы и описаны, например в [1—4]. В последнее время, особенно в связи с быстрым развитием лазерной техники, интерес к звеньям сжатия значительно возрос, так как существующие коммутирующие приборы (тиратроны и разрядники) не в состоянии обеспечить требуемые параметры (длительность импульсов в десятки наносекунд, частоты повторения до десятков килогерц при средней мощности в десятки киловатт и более). Использование же магнитных звеньев сжатия, осуществляющих компрессию импульсной мощности, позволяет значительно разгрузить коммутирующие приборы, что приводит к увеличению средней мощности и долговечности. Однако существенным недостатком магнитных звеньев сжатия является большой объем магнитопровода насыщающегося дросселя. Настоящая статья посвящена поиску путей значительного увеличения удельной энергии, коммутируемой звеном сжатия, путем изменения режима работы звена.

Рассмотрим работу звена сжатия, изображенного на рис. 1. Здесь: C_1 , C_2 и C_3 — конденсаторы, емкости которых равны между собой; K — ключевой элемент, режим работы которого необходимо облегчить (т. е. уменьшить максимальное значение тока и увеличить длительность его протекания); L_1 — дроссель входного контура, задающий допустимое максимальное значение и длительность тока ключевого элемента; L_2 — насыщающийся дроссель; Π — приемник.

Известно [1, 2], что объем сердечника дросселя L_2 может быть определен из следующих двух условий:

1. Сердечник должен оставаться ненасыщенным в течение всего времени зарядки конденсатора C_2 через ключ K и дроссель L_1 , т. е. должно выполняться условие

$$NS \geq \frac{\int_0^{t_2} u_{c2}(t) dt}{\Delta B}, \quad (1)$$

где N — число витков обмотки дросселя L_2 ; S — площадь сечения магнитопровода; $u_{c2}(t)$ — напряжение на конденсаторе C_2 ; t_2 — время полной зарядки конденсатора C_2 ; ΔB — максимальное приращение индукции.

2. Индуктивность дросселя L_2 в насыщенном состоянии должна обеспечивать необходимую длительность зарядки конденсатора C_3 , определяемую требуемой длительностью фронта импульса на приемнике. Это условие может быть представлено в виде неравенства.

$$L_{2н} \leq \frac{2t_3^2}{\pi^2 C}, \quad (2)$$

где $L_{2н}$ — индуктивность дросселя L_2 в насыщенном состоянии; t_3 — необходимая длительность зарядки кон-

денсатора C_3 ; C — емкость конденсаторов ($C_1 = C_2 = C_3 = C$).

Из этих двух условий можно легко найти объем магнитопровода звена сжатия [1, 2].

$$V = \frac{\pi^2 \mu_0 \mu_n W K^2}{4 \Delta B^2}, \quad (3)$$

где V — объем магнитопровода; μ_0 — магнитная проницаемость вакуума; μ_n — кажущаяся относительная проницаемость магнитопровода в насыщенном состоянии [1]; W — коммутируемая энергия; K — коэффициент сжатия насыщающегося дросселя, равный отношению вольт-секундного интеграла импульса напряжения на конденсаторе C_2 до момента насыщения дросселя L_2 к вольт-секундному интегралу зарядного напряжения на конденсаторе C_3 .

Как видно из формулы (3), при определенном коэффициенте сжатия K объем магнитопровода V пропорционален коммутируемой энергии W . Мы же предлагаем отказаться от обязательного соблюдения первого условия, т. е. предлагается выполнять дроссель L_2 таким образом, чтобы он насыщался «преждевременно», т. е. раньше, чем закончится зарядка конденсатора C_2 . При этом уменьшится значение интеграла зарядного напряжения конденсатора C_2 в выражении (1), что приведет к уменьшению коэффициента сжатия K . Это позволит, в соответствии с формулой (3), при неизменном объеме магнитопровода увеличить коммутируемую энергию или при неизменной энергии уменьшить объем магнитопровода обратно пропорционально квадрату коэффициента сжатия. На первый взгляд, ничего полезного такой путь не дает, так как увеличение удельной коммутируемой энергии неизбежно вызывает уменьшение коэффициента сжатия звена K .

Однако основным назначением схем, аналогичных рис. 1, является увеличение максимального значения тока и уменьшение длительности импульса тока на выходе схемы по отношению к максимальному значению и длительности импульса тока в ключевом элементе, т. е. на входе схемы. В дальнейшем отношение этих величин будем называть коэффициентом сжатия схемы в целом ($K_{сх}$) в отличие от коэффициента сжатия звена K . При этом мы предположили, что уменьшение коэффициента сжатия звена, позволяющее увеличить удельную коммутируемую энергию, не приведет к уменьшению коэффициента сжатия схемы в целом (либо приведет к незначительному

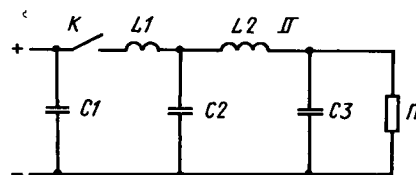


Рис. 1. Схема звена сжатия

уменьшению). Это предположение основано на том, что в момент «преждевременного» насыщения дросселя $L2$ в конденсаторе $C1$ и дросселе $L1$ остается часть запасенной энергии, что, казалось бы, должно нарушить работу схемы, однако при небольших значениях коэффициента сжатия звена K (когда времена t_2 и t_3 сравнимы), этот остаток энергии должен успеть перейти в конденсатор $C3$ за время меньше, чем t_3 , т. е. энергия из конденсатора $C1$ полностью перейдет в $C3$.

Для проверки эффективности использования режима «преждевременного» насыщения было проведено математическое моделирование процессов в схеме, изображенной на рис. 1. При этом приняты следующие допущения:

1. Потери на перемагничивание магнитопровода и потери в конденсаторах не учитывались.

2. Параметры дросселя $L2$ рассчитаны по формуле (3) при условии совпадения моментов окончания зарядки конденсатора $C2$ и насыщения дросселя $L2$. В дальнейшем такой режим будем называть номинальным.

3. Режим «преждевременного насыщения» достигался путем увеличения напряжения предварительно заряженного конденсатора $C1$, причем вольт-секундный интеграл напряжения на конденсаторе $C2$ оставался равным интегралу в номинальном режиме.

4. Влиянием приемника энергии на процесс зарядки конденсатора $C3$ пренебрегаем (предполагая, что передача энергии из конденсатора $C3$ в приемник начинается только после полного окончания процесса зарядки $C3$).

С учетом принятых допущений система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, описывающая переходный процесс в первом контуре, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_{c1}}{d\tau} &= -\frac{\pi}{2} i_1^*; \\ \frac{du_{c2}}{d\tau} &= \frac{\pi}{2} i_1^*; \\ \frac{di_1^*}{d\tau} &= \pi(u_{c1}^* - u_{c2}^*). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При одновременной работе обоих контуров система уравнений принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_{c1}}{d\tau} &= -\frac{\pi}{2} i_1^*; \\ \frac{du_{c2}}{d\tau} &= \frac{\pi}{2} (i_1^* - i_2^*); \\ \frac{du_{c3}}{d\tau} &= \frac{\pi}{2} i_2^*; \\ \frac{di_1^*}{d\tau} &= \pi(u_{c1}^* - u_{c2}^*); \\ \frac{di_2^*}{d\tau} &= \pi \frac{L_1}{L_{2н}} (u_{c2}^* - u_{c3}^*). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В системах (4) и (5) токи, напряжения и время приведены в относительных единицах, полученных путем деления истинных значений на базовые величины. В качестве базовых приняты следующие величины: $U_6 = U_{ном}$ — напряжение на предварительно заряженном конденсаторе $C1$ в номинальном режиме;

$I_6 = U_6 / \sqrt{\frac{2L_1}{C}}$ — максимальное значение

тока в первом контуре в номинальном режиме;

$t_6 = \pi \sqrt{L_1 \frac{C}{2}}$ — длительность разрядки конденсато-

ра $C1$ в номинальном режиме.

Решение систем (4) и (5) проводилось на ЭВМ с помощью стандартной программы Рунге-Кутты. При этом вначале решалась система (4) и одновременно считалось значение вольт-секундного интеграла S_2^* на конденсаторе $C2$ методом трапеций:

$$S_2^* = \int_0^1 u_{c2}^* d\tau.$$

С момента достижения величиной S_2^* значения 0,5, что соответствует моменту насыщения дросселя $L2$ в номинальном режиме, решалась система уравнений (5). Решение заканчивается при уменьшении тока i_2 до нуля, т. е. в момент окончания зарядки конденсатора $C3$.

Расчет проводился для трех различных значений отношения $L1/L_{2н}$, равных 4, 9 и 25, что соответствует значениям коэффициента сжатия 2, 3 и 5. Результаты расчетов представлены в виде графиков на рис. 2—4. Здесь под номинальной энергией понимается энергия, запасенная в $C1$ при номинальном напряжении $U_{ном}$:

$$W_{ном} = CU_{ном}^2/2.$$

Напряжение на конденсаторе $C1$ увеличивалось от $U_{ном}$ до 2,2 $U_{ном}$. При этом энергия, запасаемая в $C1$ и коммутируемая дросселем $L2$ (W_k), увеличивалась от $W_{ном}$ до 4,84 $W_{ном}$. Под остаточной энергией $W_{ост}$ понимается разность между энергией, запасенной в конденсаторе $C1$ и переданной в $C3$. Эта разность может появляться за счет того, что в момент окончания зарядки $C3$ часть энергии остается в дросселе $L2$ и конденсаторе $C3$. По тем же причинам может происходить некоторое уменьшение максимального значения выходного тока и увеличение длительности его протекания.

Анализ полученных результатов. Как видно из приведенных на рис. 2—4 кривых, режим «преждевременного насыщения» позволяет в несколько раз увеличить удельную энергию (т. е. энергию, отнесенную к объему магнитопровода), коммутируемую звеном сжатия, при незначительных дополнительных потерях и небольшом удлинении выходного импульса. Так, при коэффициенте сжатия звена $K=3$ (рассчитанном для номинального напряжения) трехкратное увеличение коммутируемой энергии приведет к увеличению потерь всего на 1,5 % ($W_{ост}$), уменьшению максимального значения тока на 3 % и удлинению импульса выходного тока на 3 %. Кроме того следует отметить, что, если идти обычным путем, т. е. для трехкратного увеличения энергии увеличить объем магнитопровода в 3 раза, то дополнительные потери на перемагничивание могут превысить значение остаточной энергии.

Подобные рассуждения справедливы и для максимального значения выходного тока. Интересно также отметить, что при использовании ферритов в режиме «преждевременного насыщения» увеличивается напряженность магнитного поля в насыщенном магнито-

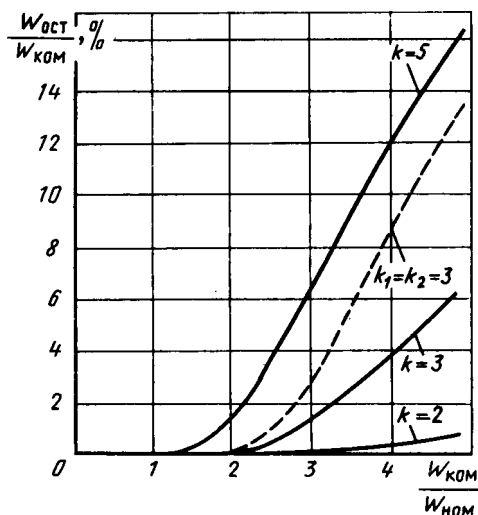


Рис. 2. Зависимость остаточной энергии от удельной коммутуруемой энергии при различных коэффициентах сжатия, рассчитанных для номинального режима: $W_{ном}$ — энергия, коммутуруемая в номинальном режиме; $W_{ком}$ — энергия, коммутуруемая в режиме «преждевременного насыщения»

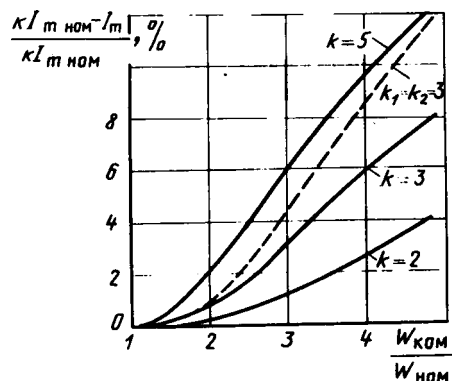


Рис. 3. Зависимость относительного уменьшения амплитуды выходного тока от удельной коммутуруемой энергии: $I_{м ном}$ — амплитуда выходного тока в номинальном режиме; $I_{м}$ — амплитуда выходного тока в режиме «преждевременного насыщения»

проводе, что должно привести к уменьшению величины μ_n и, как следствие этого, к увеличению максимального значения выходного тока и уменьшению его длительности.

Для экспериментальной проверки режима «преждевременного насыщения» был собран макет по схеме рис. 1. Приемник выполнен в виде последовательно соединенных резистора и насыщающегося дросселя, предотвращающего разрядку конденсатора $C3$ на приемник до момента окончания его зарядки через насыщенный дроссель $L2$. Дроссель $L2$ был выполнен на кольце ОЛ 40/25-16 из пермаллоя 79 НМ и имел в номинальном режиме коэффициент сжатия $K=3$. Осциллограммы токов и напряжений в номинальном режиме и в режиме «преждевременного насыщения»

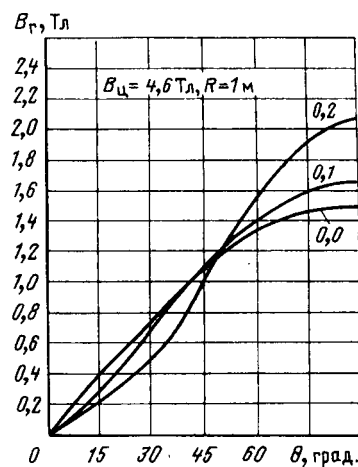


Рис. 4. Зависимость относительного удлинения импульса выходного тока от удельной коммутуруемой энергии; t_2 и $t_{2 ном}$ — длительности заряда конденсатора $C3$ в режиме «преждевременного насыщения» и в номинальном режиме

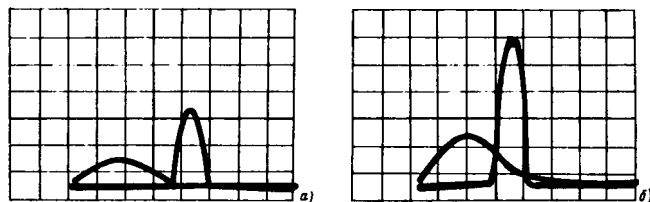


Рис. 5. Осциллограммы токов в ключе K и насыщенном дросселе $L2$: а — в номинальном режиме; б — в режиме «преждевременного насыщения» при $W_k/W_{ном}=4$

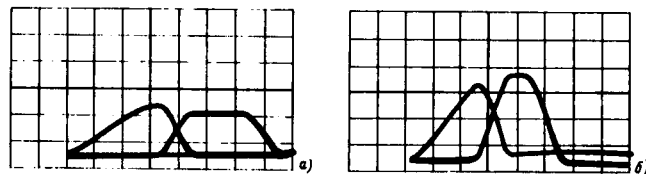


Рис. 6. Осциллограммы напряжения на конденсаторах $C2$ и $C3$: а — в номинальном режиме; б — в режиме «преждевременного насыщения» при $W_k/W_{ном}=4$

показаны на рис. 5 и 6. Как видно из приведенных осциллограмм, при увеличении удельной коммутуруемой энергии в 4 раза соотношение между максимальными значениями токов и длительностями импульсов входного и выходного тока (т. е. коэффициент сжатия схемы $K_{сх}$) практически не уменьшилось.

Большой интерес представляет использование режима «преждевременного насыщения» в многозвенных магнитных формирователях импульсов. Однако анализ процессов в таких схемах затруднен из-за произвольного числа одновременно работающих звеньев сжатия. Нам удалось рассчитать пока процессы в схеме с двумя звеньями сжатия. Расчетные кривые для коэффициентов сжатия $K_1=K_2=3$ показаны на рис. 2 — 4, пунктиром.

Вывод. Предложенный режим «преждевременного насыщения» позволяет в несколько раз увеличить удельную энергию, коммутируемую звеном сжатия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Магнитные генераторы импульсов** / Л. А. Меерович, И. М. Ватин, Э. Ф. Зайцев, В. М. Кандыкин. — М.: Советское радио, 1968.

2. **Гарбер И. С.** Магнитные импульсные генераторы. — М.: Советское радио, 1964.

3. **К расчету дросселей насыщения в схемах модуляторов** / Нетушил А. В., Бурдак Н. М., Жуховицкий Б. Я., Кудин В. Н. — Радиотехника, 1960, № 2.

4. **Поляков Н. П.** Увеличение импульсной мощности тиристорных схем. — Электричество, 1979, № 4.

[01.08.89]

УДК 621.318.122.017:538.23

Зависимость потерь на гистерезис в ферромагнетике от амплитуды магнитной индукции

ЕРШОВ Р. Е., канд. физ.-мат. наук

Красноярск

При квазистатическом перемагничивании ферромагнетика вследствие периодического разрушения магнитного порядка, создаваемого при намагничивании, часть энергии магнитного поля переходит в тепловую (потери на гистерезис). Значение потерь на гистерезис зависит от степени разрушаемого магнитного порядка; последняя же определяется параметром дальнего магнитного порядка B_m/B_s в вершине петли гистерезиса. Поэтому значение потерь на гистерезис должно зависеть от амплитуды магнитной индукции B_m : возрастая с ее увеличением. Выяснение этой зависимости имеет не только теоретическое, но и практическое значение, так как на ферромагнитные сердечники большинства электротехнических аппаратов воздействует поле, изменяющееся по синусоидальному закону.

Предложен целый ряд эмпирических формул [1], определяющих зависимость потерь на гистерезис в единице объема ферромагнетика за один цикл перемагничивания W_h от амплитуды магнитной индукции B_m . Наиболее известна из них формула Штейнметца:

$$W_h = \eta B_m^{1,6}, \quad (1)$$

где η — коэффициент Штейнметца.

Однако она имеет ограниченную область применимости ($B_m/B_s = 0,1 \div 0,7$) и верна далеко не для всех материалов. Ряд авторов [2] указывает, что и коэффициент Штейнметца η , и показатель степени у B_m зависят от амплитуды индукции.

Задача данной работы — на основе общих представлений о виде петли гистерезиса, а также формул Фрелиха для связи B и H и Сэнфорда для связи H_c и H_m в средних и сильных полях найти теоретическую зависимость W_h от B_m , сравнить ее с формулой Штейнметца и таким образом выяснить границы применимости последней в зависимости от магнитных параметров материала.

1. Согласно формуле Варбурга [1] потери на гистерезис определяются деленной на 4π площадью петли гистерезиса, построенной в координатах H , B :

$$W_h = \frac{S}{4\pi} \quad (2)$$

Если воспользоваться симметрией петли гистерезиса относительно начала координат, то площадь S можно определить как удвоенную разность площадей L_1 и L_2 (рис. 1): $S = 2(L_1 - L_2)$, тогда

$$W_h = \frac{1}{2\pi} (L_1 - L_2). \quad (3)$$

L_1 и L_2 — площади, заключенные между осью x и верхними половинами нисходящей и восходящей ветвей петли гистерезиса; они могут быть определены путем интегрирования зависимостей $B_{\downarrow}(H)$ от H_m до $-H_c$ и $B_{\uparrow}(H)$ от H_c до H_m [$B_{\downarrow}(H)$ и $B_{\uparrow}(H)$ — зависимости $B(H)$ по нисходящей и восходящей ветвям петли гистерезиса;

$$L_1 = - \int_{H_m}^{-H_c} B_{\downarrow}(H) dH; \quad L_2 = \int_{H_c}^{H_m} B_{\uparrow}(H) dH.$$

Тогда

$$W_h = \frac{1}{2\pi} \left(- \int_{H_m}^{-H_c} B_{\downarrow}(H) dH - \int_{H_c}^{H_m} B_{\uparrow}(H) dH \right). \quad (4)$$

2. Для определения вида функций $B_{\downarrow}(H)$ и $B_{\uparrow}(H)$ введем функцию $f(x)$ такую, что $f(0) = 0$ и $f(\infty) = B_s$. Чтобы при помощи функции $f(x)$ можно было описать нисходящую и восходящую ветви петли гистерезиса, ее аргумент должен удовлетворять определенным условиям, вытекающим из общего вида петли гистерезиса:

а) при $H = -H_c$ для нисходящей ветви и при $H = H_c$ для восходящей $f(x)$ должна обращаться в нуль, т. е. ее аргумент должен быть равным нулю;

б) при $H = H_m$ в вершине петли гистерезиса нисходящая и восходящая ветви смыкаются, и аргументы функции $f(x)$ в случае обеих ветвей должны быть одинаковыми.

Этим двум условиям можно удовлетворить, если за аргумент $f(x)$ в случае описания этой функцией нисходящей ветви взять сумму $H + H_c$, а восходящей — $(H - H_c)(H_m + H_c)/(H_m - H_c)$:

$$B_{\downarrow}(H) = f(H + H_c); \quad B_{\uparrow}(H) = f\left[(H - H_c) \frac{H_m + H_c}{H_m - H_c}\right]. \quad (5)$$

При $H = H_m$ величина $B_{\downarrow}(H_m) = B_{\uparrow}(H_m) = B_m$.

Подставляя в формулу (4) выражения для $B_{\downarrow}(H)$ и $B_{\uparrow}(H)$ из формулы (5), имеем:

$$W_h = \frac{1}{2\pi} \left\{ - \int_{H_m}^{-H_c} f(H + H_c) dH - \int_{H_c}^{H_m} f \left[(H - H_c) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{H_m + H_c}{H_m - H_c} \right] dH \right\}.$$

Введем новую переменную x : причем в первом интервале $x = H + H_c$ ($dH = dx$, $0 < x < H_m + H_c$), а во втором —

$$x = \frac{(H - H_c)(H_m + H_c)}{H_m - H_c}; \quad dH = \frac{H_m - H_c}{H_m + H_c} dx; \\ 0 < x < H_m + H_c.$$

Тогда

$$W_h = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{H_m + H_c} f(x) dx - \frac{H_m - H_c}{H_m + H_c} \int_0^{H_m + H_c} f(x) dx \right) = \\ = \frac{H_c}{\pi} \frac{1}{H_m + H_c} \int_0^{H_m + H_c} f(x) dx = \frac{H_c}{\pi} \overline{f(x)}_{x=0 \div (H_m + H_c)}.$$

(6)

Потери на гистерезис определяются умноженным на $\frac{1}{\pi} H_c$ средним значением $f(x)$ на интервале $0 \div (H_m + H_c)$. Из формулы (6) можно сделать два вывода.

А) Способ определения площади петли гистерезиса (квадратура петли гистерезиса).

Площадь петли гистерезиса, определенной баллистическим методом, обычно измеряется либо суммированием площадок на миллиметровке, на которую нанесена петля, либо весовым методом — по весу фигуры петли гистерезиса, вырезанной из бумаги с известной плотностью. Из формулы (6) вытекает более простой способ, сущность которого поясняет рис. 2. Горизонтальная линия AB делит верхнюю нисходящую ветви петли гистерезиса таким образом, чтобы заштрихованные площади были равны друг другу. Тогда ее ордината будет равна среднему значению функции $f(x)$, описывающей нисходящую ветвь петли гистерезиса, в интервале от $-H_c$ до H_m , т. е. в интервале $0 \div (H_m + H_c)$. Если через точки D ($H = -H_c$) и C ($H = H_c$) провести линии, перпендикулярные оси x , то площадь прямоугольника $ABCD$ будет равна $2H_c \overline{f(x)}_{x=0 \div (H_m + H_c)}$, т. е. половине площади петли гистерезиса.

Б) Потери на гистерезис на предельном цикле. Для предельного цикла $H_m = \infty$ и $\overline{f(x)}_{x=0 \div \infty} = f(\infty) = B_s$. Поэтому для предельного цикла:

$$W_{h \text{ пред}} = \frac{1}{\pi} H_{cm} B_s. \quad (7)$$

H_{cm} — коэрцитивная сила по предельной петле.

Предельная петля равновелика прямоугольной с теми же значениями H_{cm} и B_s .

3. Выберем $f(x)$ в виде

$$f(x) = \frac{x}{a + bx} \quad (8)$$

Чтобы было $f(\infty) = B_s$, значение b должно быть равно $1/B_s$; a — некоторый параметр, значение которого зависит от H_m , характер этой зависимости будет выяснен ниже.

Из формулы (5) следует, что

$$B_{\downarrow}(H_m) = B_{\uparrow}(H_m) = f(H_m + H_c) = B_m.$$

Следовательно,

$$B_m = \frac{H_m + H_c}{a'(H_m) + b(H_m + H_c)}. \quad (9)$$

Кривая намагничивания является геометрическим местом вершин частных симметричных циклов гистерезиса. Поэтому точка $B_{\downarrow\uparrow}(H_m) = B_m$ лежит на кривой намагничивания, и связь между B_m и H_m может быть описана той же формулой, которая связывает B и H на этой кривой.

Если $H_m > H_{\mu \text{ max}}$ (поле максимальной проницаемости), то связь между B и H , а значит между B_m и H_m описывается формулой Фрелиха [1], в основе которой лежит представление о постоянстве внутреннего размагничивающего фактора [3]. Согласно этой формуле

$$B = \frac{H}{a + bH},$$

где $b = \frac{1}{B_s}$, a — параметр формулы Фрелиха, и

$$B_m = \frac{H_m}{a + bH_m}.$$

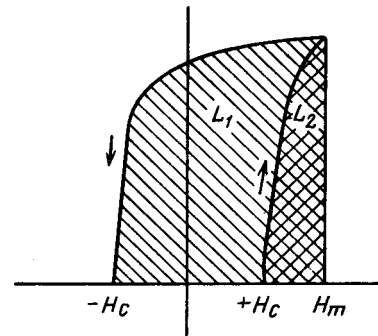


Рис. 1. К выводу формулы (4)

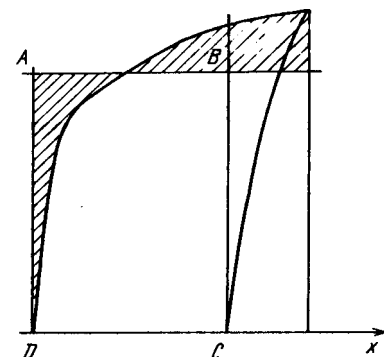


Рис. 2. Способ определения площади петли гистерезиса

Умножим числитель и знаменатель правой части последнего равенства на $\frac{1}{H_m}(H_m+H_c)$. Тогда

$$B_m = \frac{H_m+H_c}{a\frac{H_m+H_c}{H_m} + b(H_m+H_c)}.$$

(9a)

Левые части равенств (9) и (9a) совпадают; следовательно равны и их правые части. Это будет иметь место при

$$a' = a \frac{H_m+H_c}{H_m}.$$

(10)

Подставим выражение для $f(x)$ из формулы (8) в (6):

$$W_h = \frac{H_c}{\pi} \frac{1}{H_m+H_c} \int_0^{H_m+H_c} \frac{xdx}{a'+bx}$$

и проведя интегрирование, получим:

$$W_h = \frac{H_c B_s}{\pi} \left\{ 1 - \frac{a'}{b(H_m+H_c)} \ln \left[1 + \frac{b(H_m+H_c)}{a'} \right] \right\}.$$

Для упрощения полученного выражения воспользуемся формулой (10) и зависимостью $H_c(H_m)$, описываемой первой формулой Сэнфорда [1]:

$$H_c = \frac{H_m}{c + H_m/H_{cm}}.$$

Тогда

$$W_h = \frac{H_m B_s}{\pi(c + H_m/H_{cm})} \left[1 - \frac{a B_s}{H_m} \ln \left(1 + \frac{H_m}{a B_s} \right) \right].$$

(11)

Формула (11) дает зависимость W_h от амплитуды напряженности поля H_m .

Чтобы перейти к зависимости W_h от амплитуды индукции, воспользуемся вытекающей из формулы Фрелиха связью между H_m и B_m :

$$H_m = \frac{a B_m}{1 - b B_m}.$$

Подставляя это значение H_m в формулу (11), проведя некоторые преобразования и воспользовавшись формулой (7), получим окончательно:

$$\frac{W_h(B_m)}{W_{h \text{ пред}}} = \frac{\frac{B_m}{B_s} + \left(1 - \frac{B_m}{B_s}\right) \ln \left(1 - \frac{B_m}{B_s}\right)}{\frac{B_m}{B_s} + \frac{c H_{cm}}{a B_s} \left(1 - \frac{B_m}{B_s}\right)},$$

(12)

где $\frac{c H_{cm}}{a B_s}$ имеет физический смысл отношения внутренних размагничивающих полей, препятствующих росту H_c с H_m и росту B_m с H_m .

4. Правая часть выражения (12) была рассчитана на ЭВМ для $B_m/B_s = 0,1 \div 0,7$ (область применимости формулы Штейнметца) и $\frac{c H_{cm}}{a B_s} = 0,1 \div 0,45$. Расчеты показывают, что в указанных пределах изменения $\frac{B_m}{B_s}$ имеется хорошая линейная корреляция между $\lg \frac{W_h(B_m)}{W_{h \text{ пред}}}$

и $\lg \frac{B_m}{B_s}$ (коэффициент линейной корреляции весьма близок к единице), что позволяет записать полученную выше зависимость $\frac{W_h(B_m)}{W_{h \text{ пред}}}$ и $\lg \frac{B_m}{B_s}$ (коэффициент линейной корреляции весьма близок к единице), что позволяет записать полученную выше зависимость $\frac{W_h(B_m)}{W_{h \text{ пред}}} \left(\frac{B_m}{B_s} \right)$ в форме, подобной формуле Штейнметца:

$$\frac{W_h(B_m)}{W_{h \text{ пред}}} = \alpha \left(\frac{B_m}{B_s} \right)^n.$$

(13)

Величины α и n определяются параметром $\frac{c H_{cm}}{a B_s}$ и их значения следующие:

$\frac{c H_{cm}}{a B_s}$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
α	0,765	0,782	0,792	0,796	0,797	0,794	0,79	0,785
n	1,439	1,537	1,618	1,686	1,744	1,795	1,84	1,88

Таким образом, показатель степени в формуле Штейнметца зависит от параметра $\frac{c H_{cm}}{a B_s}$ и равен его «классическому» значению 1,6 лишь при $\frac{c H_{cm}}{a B_s} = 0,19$. Согласно формулам (7) и (13) коэффициент Штейнметца

$$\eta = \frac{\alpha H_{cm}}{\pi B_s^{n-1}}$$

(14)

и также зависит от параметра $\frac{c H_{cm}}{a B_s}$.

5. Проверка полученных теоретических выводов относительно коэффициента Штейнметца η [формула (14)] и показателя n в формуле Штейнметца может быть проведена либо при помощи данных публикаций, либо путем эксперимента. В литературе имеются данные по B_s и H_{cm} для различных материалов, значительно реже встречаются значения коэффициентов α и c для тех же материалов. Для пермаллоя 4-79 в [1] указаны следующие значения: $B_s = 8700$ Гс, $H_{cm} = 0,037$ Э, $\alpha = 0,075 \times 10^{-4}$ Э/Гс, $c = 0,3$, но не приведены сведения о термообработке перед измерением каждого из этих параметров. Безразмерный параметр $\frac{c H_{cm}}{a B_s} = 0,17$; поэтому значение приведенных выше данных можно определить, что для пермаллоя 4-79 $n = 1,573$ (что близко к 1,6) и $\alpha = 0,765$. Зная n и α , а также B_s и H_{cm} , можно из формулы (14) найти, что для рассматриваемого материала $\eta = 5 \times 10^{-6}$. В той же работе [1] приведены два значения η для пермаллоя 4-79 прошедшего различную термообработку: $\eta = 3 \times 10^{-6}$ и $\eta = 15 \times 10^{-6}$. Несовпадение расчетных и экспериментальных данных связано, очевидно, с неопределенностью характера термообработки, после которой были измерены исходные магнитные параметры. В силу этой особенности литературных данных подобная проверка полученных теоретических выводов является не вполне корректной.

Проверка теоретических выводов работы при помощи эксперимента должна проводиться в следующем

а) На тороидальных образцах из исследуемого материала, прошедших заданную термообработку, баллистическим методом определяются в зависимости от напряженности приложенного поля H (напряженность H должна быть больше $H_{\mu\max}$ поля, в котором магнитная проницаемость μ достигает максимума) магнитная индукция B и коэрцитивная сила H_c симметричного частного цикла с вершиной в точке (H, B) .

б) Строятся графики зависимости $\frac{H}{B}(H)$ и $\frac{H}{H_c}(H)$; согласно формул Фрелиха и Сэнфорда эти графики должны быть прямыми линиями (рис. 3). Продолжения обеих линий регрессии, определенных методом наименьших квадратов, пересекают ось y в точках C [для зависимости $\frac{H}{B}(H)$] и D [для зависимости $\frac{H}{H_c}(H)$], а продолжение оси x — в точках A и E . Безразмерный параметр $\frac{cH_{cm}}{aB_s}$ определяется как отношение отрезков OE и OA , $B_s = AO/OC$, $H_{cm} = OE/OD$ (в последних двух случаях должны быть учтены масштабы по осям координат).

в) На основе вышеприведенных данных по найденному значению $\frac{cH_{cm}}{aB_s}$ определяются α и показатель степени в формуле Штейнметца n . По этим значениям α и n , а также по значениям B_s и H_{cm} , выраженным в единицах системы СГС, по формуле (14) можно найти коэффициент Штейнметца η для данного материала.

г) Для проверки найденных значений n и η в тех же тороидальных образцах, для которых определялись H , B и H_c , возбуждают синусоидальный магнитный поток разной частоты и с разной амплитудой индукции B_m [$B_m = (0,1 \div 0,7)B_s$]. При этом ваттметрическим методом измеряют полные удельные потери W .

д) Пользуясь частотной зависимостью W для каждого B_m производят разделение потерь на вихрековую и гистерезисную W_h части.

е) Выражают величины W_h и B_m в единицах системы СГС и строят зависимость $\lg W_h$ от $\lg B_m$. Отрезок, отсекаемый прямолинейным графиком этой зависимости от оси ординат, определяет $\lg \eta$, наклон графика — значение n . Найденные таким образом η и n сравниваются с их значениями, полученными расчетным путем.

Выводы. 1. Площадь предельной петли гистерезиса равна площади прямоугольной петли гистерезиса с той

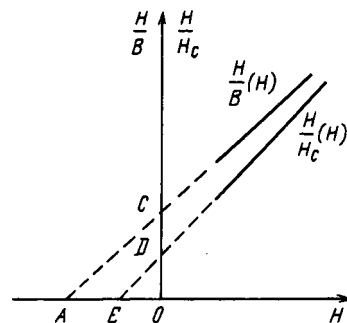


Рис. 3. К определению значений $\frac{cH_{cm}}{aB_s}$, B_s и H_{cm}

же коэрцитивной силой H_{cm} и индукцией насыщения B_s . Максимальные потери на гистерезис

$$W_{h\text{пред}} = \frac{1}{\pi} H_{cm} B_s.$$

2. Зависимость относительных потерь на гистерезис на частном цикле $W_h(B_m)/W_{h\text{пред}}$ от относительной амплитуды индукции B_m/B_s при $B_m/B_s = 0,1 \div 0,7$ может быть аппроксимирована параболой степени n :

$$\frac{W_h}{W_{h\text{пред}}} = \alpha \left(\frac{B_m}{B_s} \right)^n,$$

причем α и n зависят от безразмерного параметра $\frac{cH_{cm}}{aB_s}$, где c — параметр формулы Сэнфорда, а a — параметр формулы Фрелиха. «Классическое» значение, равное 1,6, параметр n приобретает при $\frac{cH_{cm}}{aB_s} = 0,19$. Данный способ определения $\frac{cH_{cm}}{aB_s}$ по экспериментальным данным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бозорт Р. Ферромагнетизм. — М.: Издательство иностр. лит-ры, 1956.
2. Дружинин В. В. Магнитные свойства электротехнической стали. — М.: Энергия, 1974.
3. Ершов Р. Е., Иваненко Т. Г. Магнитные методы контроля микроструктуры чугуна. — Красноярск: Ин-т физики СО АН СССР, 1985, препринт 339Ф.

[13.03.90]

УДК 621.315.61.001.57

Взаимно-матричные модели неоднородных структур

ЕРМУРАТСКИЙ П. А., ТАРЕЕВ Б. М.

Москва

Для математического описания эффективных параметров различных статистических смесей предложено множество различных формул, из которых наибольшее распространение получили формулы Максвелла — Лоренца — Лорентца, Оделевского, Брюгемана и другие, записываемые в различных формах [1, 2], но расчет по которым приводит к одним и тем же результатам [3].

Эти формулы обсуждались на Второй всесоюзной конференции по физике диэлектриков в 1958 г. [4] в дискуссии по докладам И. В. Жиленкова и других. Проф. А. В. Нетушил предложил пользоваться двумя взаимно-симметричными моделями, в которых два параметра среды принимались поочередно для матрицы и включения. Параметры смеси определялись путем усредне-

ния двух результатов с весовыми коэффициентами, выражающими вероятность той или иной структуры.

Если двухкомпонентная структура составлена из материалов с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , то для первой модели, состоящей из матрицы с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 и включений с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 , проницаемость смеси

$$\epsilon_{12} = \epsilon_2 \left[1 + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)v_1}{\epsilon_2 + \frac{1}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_2)(1 - v_1)} \right] =$$

$$= \epsilon_2 + \frac{v_1}{1/(\epsilon_1 - \epsilon_2) + (1 - v_1)/3\epsilon_2} = \frac{(2\epsilon_2 + \epsilon_1) - 2(\epsilon_2 - \epsilon_1)v_1}{2\epsilon_2 + \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1)v_1} \epsilon_2. \quad (1)$$

А для второй модели, состоящей из матрицы с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и включений с проницаемостью ϵ_2 , параметр смеси

$$\epsilon_{21} = \epsilon_1 \left[1 + \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_1)v_2}{\epsilon_1 + \frac{1}{3}(\epsilon_2 - \epsilon_1)(1 - v_2)} \right] =$$

$$= \epsilon_1 + \frac{v_2}{1/(\epsilon_2 - \epsilon_1) + (1 - v_2)/3\epsilon_1} = \frac{(2\epsilon_1 + \epsilon_2) - 2(\epsilon_1 - \epsilon_2)v_2}{2\epsilon_1 + \epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)v_2} \epsilon_1. \quad (2)$$

Здесь v_1 и v_2 — относительные объемные содержания компонентов смеси с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Так как рассматривается двухкомпонентная смесь, то $v_1 + v_2 = 1$.

Параметры смеси определялись путем различных форм усреднения

$$\epsilon_{см} = w_1 \epsilon_{12} + w_2 \epsilon_{21}, \quad (3)$$

$$1/\epsilon_{см} = w_1 \frac{1}{\epsilon_{12}} + w_2 \frac{1}{\epsilon_{21}} \quad (4)$$

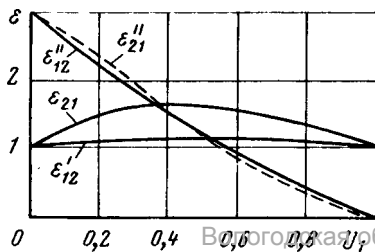
или

$$\epsilon_{см} = \epsilon_{12}^{w_1} \epsilon_{21}^{w_2}. \quad (5)$$

Весовые коэффициенты w_1 и w_2 выражают вероятность первой или второй модели и могут представлять собой различного вида функции v_1 и v_2 . Так как приняты только две модели, то из условия нормировки вероятностей следует, что $w_1 + w_2 = 1$.

Определить параметры можно как для вещественных, так и для комплексных параметров. При $w_1 = 1$ и при $w_2 = 1$ получаем граничные значения параметров ϵ_{12} и ϵ_{21} соответственно.

В литературе по физике диэлектриков, базирующейся на классической книге под ред. А. Ф. Вальтера [5], обычно для комплексной диэлектрической проницаемости принимается $\epsilon'' \ll \epsilon'$ и $\epsilon' \approx |\epsilon|$, а $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon' \ll 1$. Для этих условий Е. В. Кувшинским получены соответствующие соотношения для $\tan \delta$ при последовательных и параллельных структурах моделей смесей.



Для материалов, обладающих большими значениями угла потерь, необходимо проводить вычисления с комплексными проницаемостями в более общей форме.

В 1962 г. была опубликована статья Хашина и Штрикмана [6], в которой на основе вариационного принципа была предложена двухсторонняя оценка параметров смесей в виде следующего неравенства:

$$\epsilon_1 + \frac{v_2}{1/(\epsilon_2 - \epsilon_1) + v_1/3\epsilon_1} \leq \epsilon_{см} \leq \epsilon_2 + \frac{v_1}{1/(\epsilon_1 - \epsilon_2) + v_2/3\epsilon_2} \quad (6)$$

при $\epsilon_2 > \epsilon_1$. Из сопоставлений выражений (1)–(5) следует, что при вещественных диэлектрических проницаемостях ϵ_1 и ϵ_2 для монотонных зависимостей $\epsilon_{см}(w_1)$ неравенство (6) может быть записано в виде

$$\epsilon_{21} \leq \epsilon_{см} \leq \epsilon_{12} \quad (6a)$$

и следовательно полностью вытекает из рассмотренной выше взаимноматричной модели смеси [4, 8]. Так, положив в (3) $w_2 = 1$, $w_1 = 0$, получим нижний предел, а положив $w_1 = 1$ и $w_2 = 0$, — верхний. Однако неравенство (6) сформулировано для вещественных параметров материала. Оно дает только двухстороннюю оценку параметров и не выражает средние параметры смеси, а также неприменимо для комплексных параметров.

В неприменимости неравенства Хашина и Штрикмана для оценки комплексных параметров материала можно легко убедиться на конкретных примерах. Пусть, например, $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 1 - 3j$. Тогда $\epsilon'_1 = \epsilon'_2$, а $\epsilon''_1 \ll \epsilon''_2$. Рассматривая $\epsilon_{12} = \epsilon'_{12} - j\epsilon''_{12}$ и $\epsilon_{21} = \epsilon'_{21} - j\epsilon''_{21}$ по формулам (1), (2), получим зависимости ϵ'_{12} , ϵ''_{12} , ϵ'_{21} и ϵ''_{21} от v_1 для различных значений $0 \leq v_1 \leq 1$ (см. рисунок). Из графика видно, что между ϵ''_{12} и ϵ''_{21} может стоять знак неравенства — как «большее», так и «меньшее», и для этих величин не может быть написано неравенство (6).

Метод оценивания параметров смеси по неравенству (6) как в советской, так и в иностранной литературе получил имя Хашина и Штрикмана [6, 7]. Те же границы для $\epsilon_{см}$ ранее были получены А. В. Нетушилом на основании взаимно-матричной модели.

Рассмотренный пример показывает, как одни и те же результаты могут быть получены на основе совершенно различных подходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тареев Б. М. Физика диэлектрических материалов. — М.: Энергоиздат, 1982.
2. Нетушил А. В. Модели гетерогенных сред. — Электричество, 1975, № 10.
3. Нетушил А. В. Письмо в редакцию. — Электричество, 1982, № 1.
4. Нетушил А. В. Дискуссия по докладам И. В. Жиленкова и др. — Физика диэлектриков. Тр. Всесоюзной конференции. 1958 г. Изд. АН СССР (1960).
5. Физика диэлектриков / Под ред. А. Ф. Вальтера. — М.: ГТТИ, 1932.
6. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials. — J. Appl. Physics, 1962, vol. 33.
7. Composite materials — an overview. Encyclopedia of materials science and engineering. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1986, vol. 1.
8. Нетушил А. В., Ермуратский П. В. О двухсторонних оценках параметров смесей. — ЖТФ, 1978, т. 48, вып. 6. стр. 1300*.

[29.03.90]

* Из-за опечатки в ссылке на литературу в статье [8] написано, что взаимно-матричная модель была предложена не Нетушилом в 1958 г., а Максвеллом в 1973 г.

Особенности эрозии электродов при мегавольтном сильноточном разряде в элегазе

НЕМИРОВСКИЙ А. З., ПОТАЛИЦЫН Ю. Ф., СТАРОБИНЕЦ А. А.

Стабильность пробивного напряжения $U_{пр}$ мегавольтных разрядников, коммутирующих токи в сотни килоампер, исследовалась во многих работах (например, [1–3]). В [1, 2] было показано, что при разрядных токах более 300 кА стабильность $U_{пр}$ резко уменьшается. Авторами [1] уменьшение стабильности $U_{пр}$ связывается с качественным изменением характера эрозии электродов при токах более приблизительно 300 кА. В [4] в рамках одномерной МГД-задачи была получена общая картина испарения металла и приближенно учтен важный эффект растекания тока.

В настоящем сообщении рассматривается вопрос о необычном характере эрозии электродов из латуни и нержавеющей стали в центральной зоне разряда в условиях эксперимента [1]. Предполагается, что основной унос материала связан именно с этой областью.

Исследования проводились на испытательном стенде коммутаторов, представляющем собой водяную формирующую линию с двойным временем пробега волны 100 нс и волновым сопротивлением 5,3 Ом [1]. Исследуемый разрядник имел газовый объем $15 \cdot 10^3 \text{ см}^3$ и межэлектродный зазор 5 см. Разрядный ток имел форму колебательного затухающего импульса с периодом колебаний 200 нс, отношением соседних максимумов $k=1,2$ и амплитудой первого максимума 150–400 кА. Таким образом электрод по очереди являлся катодом или анодом.

Центральная зона разряда (рисунок) состоит из кратера разряда — углубления радиусом $r_k \sim 1 \text{ мм}$ — и дополнительной зоны уноса материала (ДЗУМ) [1]. Последняя появляется при коммутируемых токах не менее 300 кА [1, 5] и представляет собой небольшое по высоте (не более 1 мм) углубление радиусом $r_1 \sim 10 \text{ мм}$, ограниченное гребнем застывшего металла. Характерная средняя глубина ДЗУМ составляет 1 мм. По мере удаления от кратера разряда глубина, как это видно на рисунке, убывает и на границе зоны у гребня весьма невелика. Точно измерить ее не удастся на фоне гребня. В дальнейшем в теоретической модели у нас получится значение глубины проплавления на границе ДЗУМ, приблизительно равное 10^{-1} мм . Пороговый характер появления ДЗУМ (например, при токе 270 кА ее нет, а при 300 кА она уже сформирована), очевидно, связан с резким увеличением теплового воздействия на поверхность электродов при увеличении тока. Сама по себе картина ДЗУМ необычна для сильноточных разрядов [6, 7], и ее появление нуждается в объяснении. С этой целью исследуем термический режим центральной области поверхности электрода.

Для рассмотрения тепловых процессов в ДЗУМ найдем зависимость радиуса этой зоны r_1 и количества расплавленного металла, ограниченного гребнем, от амплитуды разряда J_0 и характеристик материала электрода. Предположим, что почти весь ток из катода в газ замыкается через площадку, ограниченную радиусом $r_0 < r_1$. Важнейшей особенностью, определяющей эрозионный процесс при данных параметрах импульса тока, является малый характерный временной масштаб, вследствие чего ток сосредоточен вблизи по-

верхности катода в скин-слое толщиной δ :

$$\delta \approx (c/2\pi)(t_0/\sigma\mu)^{1/2}, \quad (1)$$

где c — скорость света; t_0 — период колебаний тока; σ — проводимость; μ — магнитная проницаемость.

Для нашего случая при $t_0 = 200 \text{ нс}$ имеем $\delta \approx (6-9) \times 10^{-3} \text{ см}$. Рассмотрим процесс выделения джоулева тепла в приповерхностном слое электрода при радиусах $r > r_0$. Энергетический баланс приближенно описывается уравнением

$$\rho C_T \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{j^2}{\sigma T} + \bar{\nabla}(\lambda \bar{\nabla} T) \approx \frac{J^2(t)\mu}{r^2 c^2 t_0} + \bar{\nabla}(\lambda \bar{\nabla} T), \quad (2)$$

где J — полный ток; j — плотность тока; λ — коэффициент теплопроводности; ρ — плотность; C_T — удельная теплоемкость материала электрода.

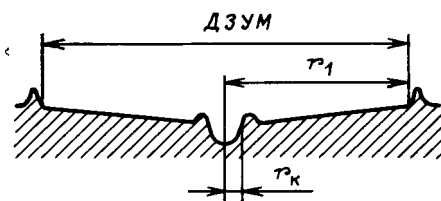
При данных значениях времени теплопроводностью можно пренебречь, так как

$$(\lambda t_0 / \rho C_T)^{1/2} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ см} \ll \delta < r_0.$$

Записывая уравнение (2), мы заметно упрощаем ситуацию, пренебрегая неравномерным по глубине распределением тока вблизи поверхности, испарением вещества, движением расплавленной жидкости. Тем не менее уравнение (2) должно неплохо описывать процесс джоулева нагрева за пределами зоны испарения вещества, например, там, где достигается только температура плавления. В принципе необходимо также учитывать возможность проплавления материала электрода после окончания воздействия внешнего источника энергии, когда как раз за счет теплопроводности тепло от горячей жидкости поступает к более холодным участкам, приводя к их нагреву и, возможно, плавлению. Но как раз на границе ДЗУМ, где предположительно достигается только температура плавления, данное последствие не должно играть важную роль.

Мы предполагаем, что граница ДЗУМ радиусом r_1 — это граница плавления электрода, т. е. при $r > r_1$ температура поверхности электрода T меньше температуры плавления $T_{пл}$, тогда как при $r < r_1$ $T \geq T_{пл}$. Исходя из этого ограничим рассмотрение областью $r > r_0$, где плотность тока в металле можно определить независимо от распределения его по поверхности эмиссии электронов из электрода в газ (или замыкания тока из газа в электрод). Из (2) находим в неявном виде распределение температуры по радиусу $r(T)$ при $r > r_0$:

$$r(T) = J_0 \mu^{1/2} / \{2\rho c^2 C_T (T - T_0) k_1 [(k_1/\pi)^2 + 4]\}, \quad (3)$$



Картина эрозии электрода в центральной зоне разряда (схематическое изображение поперечного разреза электрода)

где T_0 — комнатная температура; $J = J_0 \sin(2\omega t) \times \exp(-k_1 t/t_0)$; в наших экспериментах $e^{k_1} = k = 1, 2$.

Подставляя в (3) $T = T_{пл}$, получаем $r_{пл}(T_{пл})$ — радиус, до которого катод проплавляется на глубину δ . По нашему мнению, это и есть характерный радиус дополнительной зоны уноса материала r_1 , т. е. $r_{пл} = r_1$.

Следует отметить то обстоятельство, что согласно (3) $r_{пл}$ не зависит явно от периода колебаний и удельной электропроводности и довольно слабо зависит от удельной теплоемкости и температуры плавления материала электрода. В этом смысле для ряда однородных материалов картина эрозии должна быть весьма схожей. Имеется неявная зависимость от t_0 через величину k_1 , где k_1 — декремент затухания колебаний тока. Что касается удельной электропроводности σ , то зависимость от нее «исчезает» уже в уравнении (2): так как $j^2 \approx (J/2\pi r \delta)^2 \div \delta^{-2} \div \sigma$, то $(j^2/\sigma) \div (\sigma/\sigma)$ и не зависит от σ .

Заметим, что сама модель применима при достаточно больших токах и малых временах, когда глубина скин-слоя $\delta \ll r_1$, где $\delta \div t_0^{1/2}$, $r_1 \div J_0$ (см. (3)). В наших условиях $\delta \leq 10^{-2}$ см, $r_1 \leq 1$ см. Сравнение с экспериментом результата расчета по (3) дает удовлетворительное согласие. Например, для латуни при $J_0 = 340$ кА из (3) получаем $r_{пл} \approx 4,6$ мм, экспериментальное значение радиуса ДЗУМ $r_1 \approx 3$ мм; для нержавеющей стали при $J_0 = 300$ кА получим $r_{пл} \approx 3$ мм, $r_1 \approx 3,8$ мм; при $J_0 = 400$ кА — $r_{пл} \approx 4$ мм, $r_1 = 4,6$ мм.

С помощью (1) и (3) можно оценить снизу количество расплавленного материала электрода M_0 :

$$M_0 \geq \pi r_{пл}^2 \delta \rho = (t_0 \mu / \sigma)^{1/2} [J_0^2 / 4 \rho C_T (T_{пл} - T_0) (4 + k_1^2 / \pi^2) k_1]. \quad (4)$$

При выборе модели мы пренебрегли рядом процессов (испарение, послепульсное плавление и т. д.), которые ведут только к увеличению значения M_0 . Реальное значение M_0 , судя по эрозионной картине, превышает полученное здесь примерно на порядок.

Сравнение результата (4) с экспериментальными данными по уносу материала [1] дает значения коэффициента выброса на уровне 10^{-2} , что на порядок ниже, чем при разрядах большей длительности [6] (коэффициент выброса — отношение унесенной в процессе разряда массы металла электрода M_1 к массе расплавленного металла M_0). M_1 обычно определяется экспериментально, M_0 — теоретически [6]). Столь малые значения коэффициента выброса могут быть следствием кратковременности разряда. Гидродинамические

процессы, ведущие к выплескиванию жидкого металла, не успевают развиваться за время менее 1 мкс.

Мы пренебрегаем чисто поверхностным источником энергии, так как отношение мощности источника джоулева тепла Q_d к току составляет $(Q_d/J) \sim 10^2$ В, тогда как аналогичное отношение для поверхностного источника энергии согласно [6] не превышает 10 В. Таким образом, источник джоулева тепла на порядок более мощный, чем чисто поверхностный, связанный с ионной бомбардировкой.

Появление ДЗУМ и гребня застывшего металла при разрядных токах $J > 300$ кА объясняется, на наш взгляд, стягиванием тока собственным магнитным полем в зону с достаточно малым радиусом. В целом же эрозионная картина ДЗУМ становится понятной, если учесть, что при малых радиусах $J \ll r_{пл}$ источник джоулева тепла приводит к испарению и интенсивному разбрызгиванию материала, благодаря чему и увеличивается глубина эрозионного следа по мере удаления от границы зоны (гребня) к центру (см. рисунок).

Таким образом, характер ДЗУМ в эрозионном следе удовлетворительно объясняется наличием интенсивного джоулева источника энергии в скин-слое на поверхности катода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эрозия электродов при мегавольтном сильнотоочном разряде в элегазе / В. Б. Зорин, Е. Ю. Головина, И. М. Мазурин и др. — ЖТФ, 1986, т. 56, вып. 5.
2. Douglas J. W., Grewson W. F., Jones C. H. Switching 1.5 terawatts at 4 MV with a single gas switch: the DO-switch. — IEEE Int. Confer. Plasma Sci., Madison, Wise, 1980.
3. Евлампиев С. Б., Каляцкий И. И., Коршунов Г. С. Влияние многократных пробоев на разрядные характеристики газовых промежутков. — Электричество, 1985, № 1.
4. Герусов А. В., Гинзбург Г. Л., Имшеник В. С. МГД механизм испарения металлического электрода в плазменном фокусе. — Физика плазмы, 1982, т. 8, вып. 3.
5. Электрическая прочность элегаза при мегавольтной сильнотоочной коммутации / В. Б. Зорин, Е. Ю. Головина, Б. М. Ковальчук и др. — ЖТФ, 1984, т. 5, вып. 7.
6. Электрическая эрозия сильнотоочных контактов и электродов / Г. В. Буткевич, Г. С. Белкин, Н. А. Ведешенков, М. А. Жаворонков. — М.: Энергия, 1978.
7. Намитоков К. К. Электроэрозионные явления. — М.: Энергия, 1978.

[02.03.89]

УДК 621.318.24.001.24

Об одном численном решении задачи о намагниченности ферромагнетика

ПОДОЛЬСКИЙ А. В.

Введение. В ряде задач электротехники — таких, как нахождение распределения потенциала и растекания токов в нелинейных гиротронных средах, определение электрической емкости тел со сложной формой поверхности, расчет магнитных полей в электрических

машинах и электромагнитных системах — приходится решать задачу о стационарных полях для нелинейных трехмерных многосвязных сред с произвольной формой границ областей. Наиболее характерными в этом плане являются нелинейные задачи расчета намагниченности

ферромагнетика произвольной формы во внешнем неоднородном поле. Конструктивное решение такой задачи, благодаря физической аналогии статических полей, позволяет получить решение и для любой из вышеперечисленных задач.

Известно три подхода к задачам такого типа: расчет магнитного потенциала [1—4]; подход, основанный на концепции вторичных источников [5—7]; непосредственное решение интегрального уравнения для намагниченности [7—9].

В данной статье рассматривается применение метода конечных элементов [3, 8] к решению интегрального уравнения для намагниченности. Этот подход позволяет получить эффективные решения не только при состоянии ферромагнетика, далеком от насыщения ($\mu = \text{const}$), или при полном насыщении ($\mu = \text{const} = M_s$), но и в самом «трудном» случае частичного насыщения — случае, когда состояние ферромагнетика соответствует нелинейному участку основной кривой намагничивания. Наличие обобщенного решения рассматриваемой задачи установлено в настоящее время различными методами [10]. Однако при решении вопроса численной реализации (для нелинейных задач это, как правило, итерационные процессы) оказывается необходимым устанавливать условия сходимости, определять область задания начального приближения и оценивать качество получаемого решения.

Постановка задачи. Следуя [8], запишем интегральное уравнение для намагниченности однородного изотропного ферромагнетика во внешнем однородном магнитном поле:

$$\left. \begin{aligned} \vec{M}_Q &= \chi(|\vec{H}_Q|) \vec{H}_Q; \\ \vec{H}_Q &= \vec{H}^{\text{стоп}} - \text{grad}_Q \int_{\Omega} \frac{\vec{M}_P R_{PQ}}{4\pi R_{PQ}^3} d\Omega_P, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\vec{M}_Q$ — намагниченность в точке наблюдения; $\vec{M}_P$ — намагниченность в точке интегрирования; $\vec{R}_{PQ}$ — радиус-вектор из точки P в точку Q ; $\vec{H}^{\text{стоп}}$ — напряженность внешнего поля, накладываемого на ферромагнетик; χ — восприимчивость; Ω — область пространства, занятая ферромагнетиком.

В рассматриваемой постановке задачи гистерезисные свойства среды не учитываются. Интегральное уравнение (1) нелинейное, так как восприимчивость χ — функция напряженности поля (или намагниченности).

В связи с численным решением задачи (1) по методу конечных элементов с использованием итерационного процесса будут рассмотрены следующие вопросы:

1. Решение задачи для единичного элемента.
2. Объединение элементов.
3. Сходимость итерационного процесса и выбор начального приближения.
4. Оценка решения.

Решение задачи для единичного элемента. В качестве единичного элемента будем рассматривать однородный изотропный ферромагнетик конечных размеров, намагничивающийся во внешнем поле однородно. Тогда выражение (1) допускает преобразование вида:

$$\left. \begin{aligned} \vec{M}_Q &= \chi(|\vec{H}_Q|) \vec{H}_Q; \\ \vec{H}_Q &= \vec{H}^{\text{стоп}} - \hat{N}(\vec{r}) \vec{M}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\hat{N}(\vec{r})$ — тензор размагничивающих коэффициентов

[11] с компонентами

$$N_{ij}(\vec{r}) = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\Omega} \frac{dr'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (3)$$

Решая (2) относительно $\vec{H}_Q^{\text{стоп}}$, получаем

$$\vec{H}_Q^{\text{стоп}} = [\lambda(|\vec{H}_Q|) \vec{E} + \hat{N}(\vec{r})] \vec{M} = \hat{N}_Q^s \vec{M}, \quad (4)$$

где $\lambda(|\vec{H}_Q|)$ — функция, обратная восприимчивости.

Тензор $\hat{N}^s$ устанавливает искомую связь намагниченности ферромагнетика с внешним намагничивающим полем. Из выражений (3) и (4) следует, что тензор $\hat{N}^s$ симметрический и, следовательно, имеет три взаимно ортогональных собственных направления. Будем считать, что выражение (4) записано в системе координат, совпадающей с собственными направлениями тензора, и получим решение уравнения (4) в виде, удобном для дальнейших построений.

Для этого введем параметр N^s такой, что

$$|\vec{H}_Q^{\text{стоп}}| = N_Q^s |\vec{M}|. \quad (5)$$

Учитывая, что для компонент вектора $\vec{H}_Q^{\text{стоп}} = H_1, H_2, H_3$ справедливо

$$H_i = N_{ii}^s M_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

получаем

$$H = |\vec{H}_Q^{\text{стоп}}| = N_Q^s \sqrt{\left(\frac{H_1}{N_{11}^s}\right)^2 + \left(\frac{H_2}{N_{22}^s}\right)^2 + \left(\frac{H_3}{N_{33}^s}\right)^2},$$

откуда

$$N_Q^s = \frac{N_{11}^s N_{22}^s N_{33}^s}{\sqrt{\left(\frac{H_1}{H}\right)^2 (N_{22}^s N_{33}^s)^2 + \left(\frac{H_2}{H}\right)^2 (N_{11}^s N_{33}^s)^2 + \left(\frac{H_3}{H}\right)^2 (N_{11}^s N_{22}^s)^2}} \quad (6)$$

Таким образом, модуль намагниченности единичного элемента однородно намагниченного однородного изотропного ферромагнетика конечных размеров, помещенного во внешнее поле напряженностью $\vec{H}_Q^{\text{стоп}}$, определяется выражением

$$\dot{M} = |\vec{H}_Q^{\text{стоп}}| / N_Q^s,$$

где параметр N_Q^s , который аналогично [12], можно считать размагничивающим фактором, определяется не только формой единичного элемента и его геометрическими соотношениями, но и значением и направлением внешнего поля и параметрами кривой намагничивания. Направляющие косинусы вектора намагниченности в собственной системе координат тензора $\hat{N}^s$ задаются выражением

$$(\cos \alpha_i)_M = \frac{M_i}{|\vec{M}|} = \frac{H_i N^s}{N_{ii}^s |\vec{H}^{\text{стоп}}|} = (\cos \alpha_i)_{H^{\text{стоп}}} \frac{N^s}{N_{ii}^s}, \quad (7)$$

из которого следует, что поворот вектора намагниченности от направления внешнего поля определяется формой ферромагнетика, величиной и направлением внешнего поля, а также параметрами кривой намагничивания.

Объединение элементов. Рассмотрим однородный изотропный ферромагнетик произвольной формы, намагничивающийся неоднородно во внешнем магнитном поле, и будем считать возможным его представление совокупностью однородно намагничивающихся частей — элементов.

Тогда намагниченность i -й части, согласно (4), опре-

делится как

$$\bar{M}_k = (\bar{N}_k^s)^{-1} \bar{H}_k = \bar{N}_k^s \bar{H}_k,$$

где $\bar{N}_k^s$ — тензор, обратный $\bar{N}_k^s$, а $\bar{H}_k$ — внешнее поле в области k , определяемое сторонним полем $\bar{H}_k^{\text{стор}}$, в котором помещен ферромагнетик, и суммарным полем остальных элементов $\bar{H}_k^s$. Представим $\bar{H}_k^s$ выражением

$$\bar{H}_k^s = \sum_{l \neq k} \bar{N}_{lk}^s \bar{M}_l,$$

где $\bar{N}_{lk}^s$ — тензор вида (3), для которого область интегрирования — элемент l , а область наблюдения — элемент k .

Таким образом, получаем

$$\bar{M}_k = \bar{N}_k^s (\bar{H}_k^{\text{стор}} + \sum_{l \neq k} \bar{N}_{lk}^s \bar{M}_l),$$

так как аналогичное выражение справедливо и для намагниченности подобласти l , т. е.

$$\bar{M}_l = \bar{N}_l^s (\bar{H}_l^{\text{стор}} + \sum_{i \neq l} \bar{N}_{li}^s \bar{M}_i),$$

то

$$\bar{M}_k = \sum_{l \neq k} \sum_{j \neq l} \bar{N}_l^s \bar{N}_{lk}^s \bar{N}_{lj}^s \bar{M}_j + \sum_l \bar{N}_k^s \bar{N}_l^s \bar{N}_{lk}^s \bar{H}_l^{\text{стор}} \quad (8)$$

или

$$\bar{M} = A\bar{M} + \bar{F}. \quad (9)$$

Итерационный процесс решения задачи. Для решения операторного уравнения (9) с нелинейным оператором можно применить итерационный процесс вида

$$\begin{aligned} \rightarrow \{\bar{M}\}^i \frac{\bar{N}^s}{\bar{H}^{\text{стор}}} \{\bar{H} = \bar{H}^s + \bar{H}^{\text{стор}}\} \frac{\chi(|\bar{H}|)}{(\bar{N}^s)^i} (\bar{N}^s)^{i+1} \\ \frac{\bar{N}^s}{|\bar{H}|} \{|\bar{M}|\}^{i+1} \frac{(\bar{N}^s)^{i+1}}{\bar{H}} \{\bar{M}\}^{i+1} \rightarrow. \end{aligned}$$

[При вычислении очередного значения восприимчивости χ должна использоваться напряженность поля $|\bar{H}|$, вычисляемая по формуле (2)].

Известно, [13], что если оператор A определен на некотором множестве γR банахова пространства E , является оператором сжатия, т. е. удовлетворяет условию Липшица —

$$\|Ax - Ay\| \leq q \|x - y\|, \quad (x, y \in \gamma R), \quad q < 1 \quad (10)$$

и преобразует это множество в себя

$$A\gamma R \subset \gamma R,$$

то оператор A имеет в γR единственную неподвижную точку.

Иначе говоря, уравнение (9) имеет в γR единственное решение, которое может быть получено итерационным процессом. Таким образом, требуется установить два существенных факта: первый — условия, при которых оператор A сжимающий, и второй — преобразование оператором A множества значений намагниченности в себя.

Для исследования условий, при которых оператор A является сжимающим, необходимо установить оценку коэффициента q в условии Липшица (10). В качестве такой оценки используем следующее выражение:

$$q = \sup_{x \in \gamma R} \|B(x)\|,$$

где $B(x)$ — линейный оператор (производная по Фреше оператора A [13]).

В рассматриваемом случае такой оценкой будет

$$q = \sup_k \sum_{l \neq k} \sum_{j \neq l} \frac{L_{lk}^s L_{lj}^s}{L_l^s L_k^s}, \quad (11)$$

где L^s и L^s — соответственно максимальная и минимальная компоненты тензоров $\bar{N}^s$ и $\bar{N}^s$.

Простым анализом устанавливается, что (11) действительно максимальная оценка — это следует из того, что при переходе к линейному оператору $B(x)$, связанному с исключением из компонент тензора $\bar{N}^s$ зависимости от параметров кривой намагничивания, значения компонент тензора $\bar{N}^s$ убывают.

Выражение (11) позволяет получать численные оценки для любой конкретной задачи. Приведем эти результаты для одного предельного случая. Для этого рассмотрим представление достаточно протяженного по направлению вектора напряженности внешнего поля ферромагнетика набором единичных элементов — одинаковых параллелепипедов квадратного сечения, ориентированных меньшей стороной по внешнему полю $\bar{H}^{\text{стор}}$, как это изображено на рис. 1. На рис. 2 приведены рассчитанные оценки q в зависимости от соотношения сторон параллелепипеда и значения L^s . Оценки получены для случая устремления числа разбиений к бесконечности. На рис. 2 видно, что разбиение на подобласти должно быть таким, чтобы обеспечивалось соотношение размеров $a/h > 2 (L^s > 0.6)$. Это условие для оценки пригодности конкретного разбиения может оказаться не очень удобным, так как, во-первых, не всегда целесообразно использовать в качестве единичных элементов параллелепипеды и, во-вторых, связывать ориентацию единичных элементов с внешним полем, поэтому более удобным, хотя и требующим соответствующих расчетов параметром оценки может служить соотношение $N^s > 0.6$.

Решение второго вопроса — вопроса о преобразовании оператором A множества $\bar{M}$ в себя — оказывается в данном случае связанным с выбором начального приближения.

Проиллюстрируем необходимость такого анализа следующим примером, использующим то, что намагниченность — насыщающаяся функция, т. е. начиная с некоторых значений напряженности поля в ферромагнетике $|\bar{M}| = M_s = \text{const}$.

Пусть для j подобластей из k за начальное приближение принята намагниченность насыщения M_s . Тогда вполне возможна ситуация, при которой воздействие оператора A не изменит состояния t подобластей ($t \leq j$) из рассматриваемых k , т. е. $\|A_j M_s - M_s\| = 0$.

Из этого примера видно, что радиус шара, на котором оператор A будет оператором сжатия, может не содержать точку, соответствующую решению уравнения (9).

Для решения вопроса о выборе правильного начального приближения и построения конструктивного решения уравнения (9) воспользуемся мажорантным уравнением с заменой оператора A линейным оператором B :

$$\bar{M}_k = \sum_{l \neq k} \sum_{j \neq l} \frac{L_{lk}^s L_{lj}^s}{L_l^s L_k^s} \bar{M}_j + \sum_l \frac{L_{lk}^s}{L_l^s L_k^s} \bar{H}_l^{\text{стор}}. \quad (12)$$

Запишем (12) в виде

$$\bar{M} = B\bar{M} + \bar{\Phi}, \quad (13)$$

где b — линейный оператор (B — производная по Фреше оператора A).

Решение уравнения (13) дается рядом Неймана [14]:

$$\bar{M} = \bar{\Phi} + B\bar{\Phi} + B^2\bar{\Phi} + \dots \quad (14)$$

Выражение (14) показывает, что за начальное приближение должно приниматься значение

$$\bar{\Phi}_k = \sum_l \frac{L_{lk}^n}{L_l^i L_k^i} \bar{H}_l^{\text{стор}}, \quad (15)$$

гарантирующее при применении предложенного итерационного процесса достижения решения задачи (9).

Разбиение на элементы и оценка точности решения.

Очевидно, что оператор A рассматриваемого уравнения (9) неизвестен и возможно лишь построение некоторых случайных его приближений $\{A_n\}$. В [15] показано, что при выполнении условия

$$\|A_n - A\|_{n \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (16)$$

где A_n — семейства операторов сжатия, последовательность

$$\bar{M}_n^{(j)} = A_n \bar{M}_n^{(j-1)} \quad (17)$$

сходится к решению уравнения

$$\bar{M} = A\bar{M} + \bar{F}, \quad (18)$$

и это решение единственно.

Анализ выражений L^s и L^n показывает, что при устремлении размеров области к нулю с соблюдением условия $L^s > 0,6$, т. е. при $h/\sqrt{S} \rightarrow 0$, где h — размер элемента по направлению $\bar{H}^{\text{стор}}$, S — площадь сечения, перпендикулярного $\bar{H}^{\text{стор}}$, для L^s и L^n можно предложить следующие оценки:

$$L^s \rightarrow 1; \\ L^n(z) = \begin{cases} \frac{4h}{\pi\sqrt{2S}} \left(1 - \frac{2(z^2 - h^2)}{S}\right), & 0,1 \leq \frac{h}{z} \leq 1; \\ \frac{4h}{\pi\sqrt{2S}} \left(\frac{h}{z}\right)^v, & \frac{h}{z} < 0,1, 1 < v \leq 3. \end{cases}$$

Из приведенных оценок видно, что при устремлении размеров к нулю с соблюдением условия $L^s > 0,6$ L^s и L^n не зависят от формы единичного элемента. Следовательно, норма оператора A_n при $n \rightarrow \infty$ независимо от формы подобластей, на которые разбивается ферромагнетик, стремится к значению, определяемому соотношением размеров ферромагнетика. Это значение естественно считать нормой оператора A .

Таким образом, при $n \rightarrow \infty$ решение задачи (17) сходится к решению задачи (18).

Для уравнения (13) существует простая оценка решения [16]

$$\|M\|_n \leq \frac{\|\Phi\|_n}{1 - \|B\|_n}, \quad (19)$$

где индекс n обозначает вид представления единичными элементами.

Опираясь на факт сходимости оператора $A_n \rightarrow A$ и используя (19), можно оценить качество оператора A_n , т. е. установить адекватность принятого разбиения.

Для примера рассмотрим задачу о ферромагнитных кубе и вытянутом стержне, помещенных в однородном поле (см. таблицу). Как известно, в средней области куба $M = 3H^{\text{стор}}$, в средней области вытянутого стержня намагниченность ограничена насыщением.

Отметим, что оценка (19) оказывается удобной не только для сравнения видов разбиения, но и позволяет существенно ускорять сходимость итерационного процесса (14), используя вычисленные на начальных шагах итераций $\|\Phi\|$ и $\|B\|$.

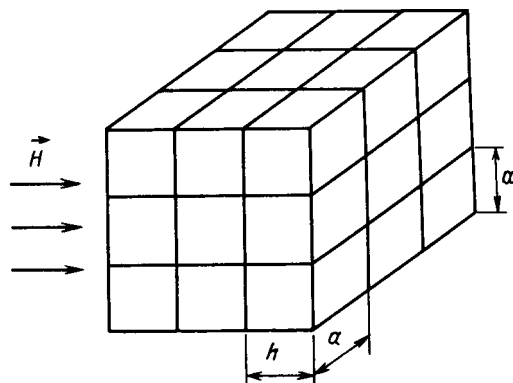


Рис. 1. Протяженный ферромагнетик во внешнем магнитном поле

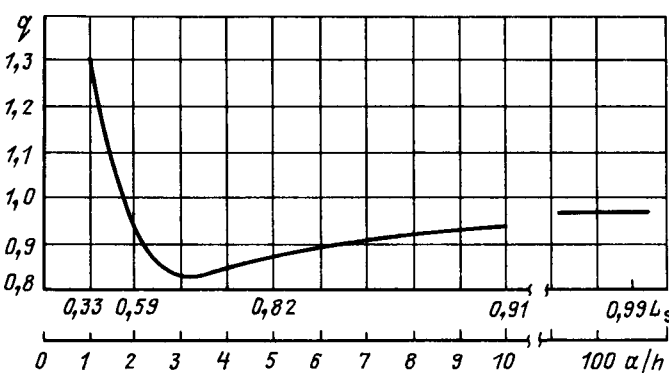


Рис. 2. Зависимость коэффициента Липшица от размеров единичного элемента

Заключение. 1. При рассмотрении задачи о намагниченности однородно намагниченного однородного изотропного ферромагнетика конечных размеров (единичный элемент) введен параметр N^s , который функционально можно считать аналогом размагничивающего фактора — тот, и другой выступают коэффициентами пропорциональности между полем и намагниченностью M . Однако здесь есть и различия. Даже для случая однородного намагничивания ферромагнетика конечных размеров N^s является не константой, связанной только с формой единичного элемента, как размагничивающий фактор, а переменной, зависящей еще и от параметров кривой намагничивания, величины и направления стороннего поля.

Введение параметра N^s именно благодаря учету параметров кривой намагничивания, величины и направления стороннего поля позволяет преодолеть трудности, возникающие при определении величины и направления намагниченности в случае, когда состояние ферромагнетика близко к насыщению или насыщено.

n	q _n	Φ _n /H ^{стор}	M _n /H ^{стор}	q _n	Φ _n /H ^{стор}	M _n /H ^{стор}
	Куб			Стержень		
2	0,22	2,8	3,59	0,757	3,38	14
5	0,26	1,94	2,62	0,886	2,43	21
10	0,4	1,84	3,07	0,93	2,19	32
100	0,431	1,68	2,94	0,964	2,002	56

Действительно, в этом случае задача не может решаться независимо для каждой компоненты вектора $\vec{M}$, так как необходимо соблюдение условия $|\vec{M}| = M_s$. Если состояние ферромагнетика далеко от насыщения и соответствует линейному участку кривой намагничивания, N^s практически не отличается от традиционного размагничивающего фактора.

2. Показано, что реализация предложенного в данной статье алгоритма численного решения задачи о намагниченности ферромагнетика произвольной формы в неоднородном внешнем магнитном поле накладывает определенное условие на соотношение размеров единичных элементов. Возникновение такого условия, по-видимому, не следует из уравнений (1), а порождено алгоритмом численного решения.

В известных алгоритмах численного решения задачи магнитостатики [3, 5—8] обязательно используется предположение о постоянстве неизвестной подынтегральной функции для элементарной области. Это позволяет вынести искомую функцию из-под знака интеграла и получить систему алгебраических уравнений. Такое действие эквивалентно применению обобщенной теоремы о среднем с заменой выносимой из под интеграла функции ее значением в некоторой точке. Как показано в [17], ядро интегрального уравнения (1) не является знакопостоянной функцией, и тогда вынесение ее за знак интеграла может приводить к ошибкам любой величины, сообщающим итерационным процессам неустойчивость и расходимость.

Как показали расчеты, полученное в данной статье условие для параметра, определяемого формой и соотношением размеров единичного элемента, $L^s > 0,6$, гарантирует и близость намагниченности к постоянной, и уменьшение ошибки из-за несоблюдения знакопостоянства ядра. Следовательно, возникновение подобных требований к соотношению размеров единичных элементов носит общий характер и должно в том или ином виде присутствовать в любом алгоритме численного решения задач такого типа.

3. Известно [1], что в нелинейных задачах выбор начального приближения в итерационных процессах при численной реализации является одной из основных трудностей. Причиной является то, что условия сходимости содержат нормы операторов, обратных некоторым линейным операторам, например, производной по Фреше. Это и накладывает часто теоретически непроверяемые ограничения на начальное приближение. Правильный выбор начального приближения не только определяет факт возможности достижения решения, но и скорость его достижения.

Полученные в данной статье результаты позволяют утверждать, что за начальные приближения должны выбираться значения намагниченности, не превышающие по модулю значений решения. Предлагается одно из возможных начальных приближений, гарантирующих сходимость итерационного процесса к правиль-

ному решению. Преимущество этого начального приближения в том, что оно может быть заранее вычислено.

4. Представление ферромагнетика конечных размеров единичными элементами — элементами, для которых искомая функция принимается постоянной — традиционно трудная задача. Установленный факт сходимости оператора $A_n \rightarrow A$ гарантирует достижение точного решения, но не дает правила выбора вида разбиения на единичные элементы, обеспечивающего получение решения с требуемой точностью при ограниченном числе единичных элементов. Удобной оказывается оценка и сравнение выбранных представлений при помощи выражения (19). Как показали практические расчеты и сравнение полученных результатов с экспериментом, точность решения в большей мере зависит от соотношения размеров и взаимного расположения единичных элементов, нежели от их количества. В связи с этим, следует отметить, что выполнение условия $N^s > 0,6$ для соотношения размеров и расположения единичных элементов позволяет получать удовлетворительные решения при небольшом числе единичных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кошелев А. И. Регулярность решений эллиптических уравнений и систем. М.: Наука, 1986.
2. Morizumi. AIEEE Trans. Electron Div., 1972, № 6.
3. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. М.: Высшая школа, 1986.
4. Б. А. Базаров, Г. Б. Ждвна, А. В. Подольский, Д. С. Торф. ЖТФ, 1980, т. 50, № 12.
5. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975.
6. Маергойз И. Д. Итерационные методы расчета статических полей в неоднородных, анизотропных и нелинейных средах. Киев: Наукова Думка, 1979.
7. Коген-Далин В. В., Комаров Е. В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами. М.: Энергия, 1977.
8. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. М.: Мир, 1986.
9. Подольский А. В. ЖТФ, 1976, т. 46, № 12.
10. Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.: Наука, 1973.
11. Joseph R. I., Schlömann E. Appl. Phys., 1965, vol. 36, № 5.
12. Ахизер А. И. Спировые волны. М.: Наука, 1967.
13. Приближенное решение операторных уравнений / М. А. Красносельский, Г. М. Вайникко, П. П. Забрейко и др. — М.: Наука, 1969.
14. Черский Ю. И. Математические методы и физико-механические поля. 1985, вып. 21.
15. Лапин Б. А., Племянников К. А., Хейсин В. Е. — Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1970, вып. 3.
16. Волков Е. А. Численные методы. — М.: Наука, 1987.
17. Подольский А. В. ЖТФ, 1980, т. 50, № 2.

[13.03.90]

УДК 538.3(049.3)

К выходу в свет русского перевода трактата Максвелла

Издательство «Наука» в конце 1989 г. выпустило в серии «Классики науки. Тратат об электричестве и магнетизме» Джеймса Клерка Максвелла, впервые полностью переведенный на русский язык. Перевод выполнен д. ф.-м. н. Б. М. Болотовским, д. ф.-м. н. И. Л. Бурштейном, д. ф.-м. н. М. А. Миллером и к. ф.-м. н. Е. В. Суворовым под редакцией д. ф.-м. н. М. Л. Левина, д. ф.-м. н. М. А. Миллера и к. ф.-м. н. Е. В. Суворова.

Следуя Максвеллу, трактат издан в двух томах. Первый том (416 с.) объединяет электростатику (ч. I) и постоянные токи (ч. II), второй том (440 с.) — магнитостатику (ч. III) и электродинамику (ч. IV). В первом томе содержатся предисловие Максвелла, написанное к первому изданию в 1873 г., и его предварительная глава об измерении величин. Во втором томе и приложении приведены предисловия У. Д. Нивена ко второму изданию (1881 г.) и Дж. Дж. Томсона к третьему изданию (1891, 1904 гг. и др.), а также комментарии и послесловие редакторов перевода.

Все изложение разбито на 866 параграфов, объединенных в 56 глав. Каждому тому трактата предшествует сводное содержание тома, в котором даны не заглавия, а общая характеристика каждого параграфа книги. Содержание может служить своего рода путеводителем по тому с выделением вопросов, на которые автор предлагает обратить особое внимание.

Выход в свет русского перевода знаменитого Тратата Максвелла — долгожданное событие в научной литературе нашей страны. Можно только сожалеть, что оно произошло с опозданием более чем на 100 лет со времени перевода Тратата на немецкий и французский языки.

Появление Тратата Максвелла в учении об электричестве и магнетизме далеко не сразу было воспринято по достоинству. Тратат, по выражению Л. Больцмана, оставался «книгой за семью печатями» для подавляющего большинства физиков 70—80 гг. Если первые три издания Тратата на английском языке увидели свет в 1873, 1881 и 1891 гг., то первые переводы трактата на немецкий и французский языки были опубликованы в 1883 и 1889 гг. При этом основой для перевода было второе английское издание Тратата. Для характеристики состояния учения об электричестве к моменту опубликования переводов Тратата уместно процитировать следующие суждения Ф. Энгельса, высказанные им в немецкой научной литературе за год до опубликования Тратата на немецком языке: «В учении же об электричестве мы имеем перед собой хаотическую груду старых ненадежных экспериментов, не получивших ни окончательного подтверждения, ни окончательного опровержения, какое-то неуверенное топтание во мраке, не связанные друг с дру-

гом исследования и опыты многих отдельных ученых, атакующих неизвестную область вразброд, подобно орде кочевых наездников». Эту «груду ненадежных экспериментов» Максвелл облек в стройную систему, получившую название уравнений Максвелла, лежащих в основе всей современной электродинамики.

За годы, прошедшие после первого опубликования Тратата, отношение к нему претерпевало существенные изменения — от недоверия, преодоления трудностей восприятия в достаточной мере сложного неровного, насыщенного отступлениями, аналогиями изложения до осознания гениальности построенной системы, справедливость которой неизбежно подтверждается дальнейшим развитием науки об электричестве и магнетизме и ее технических приложений. Отношение к теории Максвелла можно характеризовать следующими словами Р. Фейнмана: «Во времена Максвелла еще не привыкли мыслить в терминах абстрактных полей. Максвелл обсуждал свои идеи с помощью модели... Теория Максвелла принималась очень неохотно, во-первых, из-за модели, а, во-вторых, потому, что вначале не было экспериментального подтверждения. ...Ответ дает эксперимент. И уравнения Максвелла были подтверждены в бесчисленных экспериментах. Если мы отбросим все строительные леса, которыми пользовался Максвелл, чтобы построить уравнения, мы придём к заключению, что прекрасное здание, созданное Максвеллом, держится само по себе. Он свел воедино все законы электричества и магнетизма и создал законченную и прекрасную теорию.»

Чем же можно объяснить то, что перевод Тратата на русский язык запоздал более чем на 100 лет? Пытаясь ответить на этот вопрос, следует иметь в виду, что интернациональность русской электротехнической науки всегда была на очень высоком уровне. В годы первых переводов Тратата на немецкий и французский языки он серьезно изучался русскими учеными. В журнале «Электричество», начиная с 1884 г. публиковались статьи, знакомящие читателей с теорией Максвелла. В 1888 г. в ряде статей, учение Максвелла подтверждалось замечательными опытами Г. Герца. В 1890 г. в большой обзорной статье О. Д. Хвольсона анализировалось, почему теория Максвелла не пользовалась широким расположением ученых. Были указаны две причины:

«1. Сочинения Максвелла написаны так, что понять и изучить все отделы его учения представляет очень большие затруднения.

2. Не существовало ни одного явления, ни одного опыта, который непосредственно обнаружил существование электрических пертурбаций, распространяющихся в пространстве по тем же законам, по которым распространяется свет».

Опыты Г. Герца способствовали более вниматель-

ному отношению к теории Максвелла. Опыты А. С. Попова в 1896 г. подтвердили справедливость теории Максвелла и ее практическое значение. Все это говорит о том, что электротехники России были знакомы с Трактатом Максвелла в конце прошлого века и при хорошем знании иностранных языков не испытывали острой необходимости в переводе трактата на русский язык. В 1897 г. было опубликовано письмо в журнал «Электричество» его первого редактора В. Н. Чиколева под названием «Электричество и национализм». В письме отмечалось хорошее знакомство русских электротехников с зарубежной научно-технической литературой.

Вопрос о русском переводе Трактата возник уже в годы советской власти. Он неоднократно ставился ведущими учеными нашей страны. Одним из инициаторов опубликованного перевода был академик П. Л. Капица, много лет работавший в Кавендишской лаборатории, первым профессором и основателем которой был сам Максвелл.

Опубликованию перевода полного Трактата предшествовало издание избранных сочинений Максвелла по теории электромагнитного поля в Гостехтеоретиздате. В этой книге содержатся перевод четвертой части Трактата, выполненный по третьему изданию 1904 г. с некоторыми сокращениями, но с полным текстом дополнений, сделанных Нивеном ко второму изданию и Томпсоном и Больцманом к третьему изданию.

Советские электротехники в основном знакомы с Трактатом по этому изданию перевода четвертой его части. Книга была издана в 1950 г.,* стереотипно переиздана в 1952 и в 1954 гг. Она уже стала библиографической редкостью. Сравнивая перевод четвертой части третьего издания Трактата, выпущенный в 1950—1954 гг., с переводом 1989 г. можно отметить, что в новом издании отсутствуют многие очень полезные комментарии Томпсона и примечания Больцмана. Можно понять переводчиков и редакторов, которые хотели, издавая труды Максвелла, избавить их от последующих научных наслоений. Однако полезность добавлений Томпсона и Больцмана заставляет жалеть об отсутствии некоторых из них в новом издании.

Рассматривая отношение в Трактате Максвелла различных категорий ученых, нельзя не отметить существенное различие степени и уровня его изучения и использования представителями физики и техники. Если

в первые десятилетия Трактат Максвелла является предметом изучения только физиков, то с течением времени он все больше и больше привлекал внимание инженеров различных электротехнических специальностей. Теория Максвелла становилась основой проведения электротехнических расчетов. В студенческом курсе теоретических основ электротехники выделялась самостоятельная часть Теория поля, основой ее стала теория Максвелла.

Показателем возрастающего внимания к Трактату Максвелла представителей инженерных наук могут служить публикации в журнале «Электричество». Столетие выхода в свет Трактата Максвелла нашло отражение в статье К. М. Поливанова, опубликованной в «Электричестве», 1974, № 1—3. В этой статье детально рассмотрено значение Трактата для электротехнического образования инженера. Статья вошла в сборник трудов К. М. Поливанова «Электродинамика вещественных сред» (Энергоатомиздат, 1988). В физической литературе юбилей Трактата был отмечен только в год 150-летия со дня рождения Дж. К. Максвелла, когда в «Успехах физических наук» была опубликована обширная статья М. Л. Левина и М. А. Миллера «Максвеллский трактат об электричестве и магнетизме» (т. 135, вып. 3). В аннотации в статье говорится, что в ближайшее время полный перевод «Трактата» будет опубликован в издательстве «Наука». Радостно, что это время наступило. Статья в «УФН» нашла отражение в послесловии редакторов русского перевода Трактата.

Обращает на себя внимание непрерывный рост интереса к Трактату в последние годы, что показывает просмотр выпусков индекса научного цитирования за 1986—1988 гг.

Подводя итоги, следует признать, что тираж первого полного перевода Трактата на русский язык 3100 экз. совершенно недостаточен. Книга уже распродана. Если в 50-х годах избранные труды Максвелла по электродинамике, включающие только одну часть Трактата, издавались трижды общим тиражом более 10 000 экз. и очень быстро стали библиографической редкостью, то в настоящее время издание Трактата столь малым тиражом никак не может удовлетворить потребностей читателей. Необходимо выпустить дополнительный тираж, при этом хотелось бы в новом издании учесть потребности широкого круга читателей в части большего внимания к инженерному значению Трактата, отражения в послесловии редакторов практического развития работ Максвелла и расширения перечня литературы по Максвелловской электродинамике.

НЕТУШИЛ А. В., проф.

* Ссылки на это издание содержатся в комментариях редакторов перевода Трактата и в статье М. Л. Левина и М. А. Миллера о Трактате в журнале «Успехи физических наук».

Новый учебник по электротехнике*

Литовское издательство «Мокслас» выпустило в свет учебник по электротехнике С. Ю. Масёкаса, предназначенный для студентов неэлектрических специальностей вузов. Прежде всего бросается в глаза необычность издания. Мы привыкли к однотонным учебникам стандартного размера, напечатанным плохим шрифтом на серой бумаге, с крошечными рисунками, обладающими малой информативностью.

Книга С. Ю. Масёкаса отличается обилием многокрасочных рисунков, которые не только служат иллюстрацией текста, но несут самостоятельную смысловую нагрузку. Она стимулирует применение технических средств обучения и может служить пособием и методическим обоснованием для изготовления слайдов, плакатов и другого дидактического визуального материала.

Стиль традиционных учебников отличается от «живой» лекции своей статичностью. Студент видит готовую схему, устройство, аппарат, прекрасный в своем совершенстве, но не видит движения человеческой мысли, которое привело к его созданию.

В книге С. Ю. Масёкаса преодолен этот существенный недостаток. Многочисленные иллюстрации на полях напоминают рассказы в картинках Х. Бидструпа или компьютерную мультипликацию. Читатель видит как формируется сердечник трехфазного трансформатора и как он из пространственно-симметричной конструкции превращается в конструкцию несимметричную. Он понимает (без чтения текста), что может произойти с человеком, который схватился за один из концов обмотки автотрансформатора и т. п.

Касаясь содержания учебника, следует прежде всего отметить, что автор сумел решить несколько казалось бы несовместимых задач. Его книга одновременно является обстоятельным учебником для первоначального ознакомления с курсом, кратким конспектом для повторения (этот материал выделен цветом) и, отчасти, справочником по электротехнике, которым могут пользоваться и учащиеся и инженеры.

В относительно небольшом объеме книги автор сумел изложить большой фактический материал. Особенно хорошо и подробно написаны все разделы, посвященные электрическим машинам, аппаратам и приборам.

Решая технические задачи, автор сейчас же дает примеры, подтверждающие их практическое значение. Так, например, поступает он с преобразованием треугольника в звезду, приводя схему, которую таким преобразованием можно существенно упростить, и во многих других случаях.

Можно привести и обратные примеры, когда при изложении практических вопросов даются обстоятельные ссылки на теоретический материал.

Все это позволило автору избежать разобщенности материала и связать отдельные разделы книги в единое целое.

Учебник С. Ю. Масёкаса соответствует программе курса «Электротехника и основы электроники» и построен по классической схеме: цепи постоянного и переменного тока, магнитные цепи, электроника, электри-

ческие измерения, электрические машины, электропривод. В целом учебник гармоничен и уравновешен, однако раздел, посвященный электронике (примерно 16 % всего объема книги), следовало бы, вероятно, увеличить. Если стать на точку зрения автора и рассматривать электронику как раздел электротехники (это вытекает из названия учебника), то доля этого раздела, конечно, должна возрасти.

Второй упрек, который может быть сделан автору учебника, связан с пренебрежением численными методами и применением ЭВМ для решения электротехнических задач. В книге нет матричных уравнений, связанных с топологией электрических цепей, вы не обнаружите в ней уравнений состояний и других современных методов анализа цепей, которые постепенно переходят из курса ТОЭ в курсы электротехники. При рассмотрении теории цепей автор больше ориентировался на наглядность и доступность изложения, избегая сухих математических доказательств, что в целом соответствует общему стилю учебника и не уменьшает глубины проработки материала.

Наконец, можно выразить несколько критических замечаний по разделу учебника, посвященного электроприводу.

Прежде всего вызывает возражение излишнее внимание автора к разомкнутым системам электропривода с контакторным управлением (отметим великолепное изложение этого раздела), хотя они и имеют широкое применение в промышленности и могут служить основой для первоначального изучения раздела электропривода.

К сожалению, в книге нет описания электропривода как замкнутой электромеханической системы с богатым набором обратных связей. Понятие обратной связи в учебнике вообще представлено слабо. Расширяя этот тезис, можно заметить, что книга С. Ю. Масёкаса, как и многие другие учебники, содержит описание только элементов электротехники, т. е. тех компонентов, из которых строятся сложные электротехнические системы. Электропривод открывает широкие возможности проиллюстрировать общие принципы построения электротехнических систем из отдельных элементов.

Можно пожелать, чтобы при переиздании книги автор этими возможностями воспользовался.

Конечно, пожелания по расширению и улучшению книги можно было бы продолжить, но мы надеемся, что каждый читатель будет иметь возможность сделать это самостоятельно.

Закончим эту краткую рецензию уверенностью, что фонд учебной литературы по электротехнике пополнится еще одним полезным и оригинальным изданием.

Естественно, студенты, не знающие литовского языка, не смогут воспользоваться этой прекрасной книгой, но она вполне доступна и очень полезна преподавателям электротехники, которые найдут в ней много методических новинок.

Вместе с тем возникает вполне естественная мысль о скорейшем переводе учебника С. Ю. Масёкаса на русский язык и, вероятно, на языки других народов СССР.

* Масёкас С. Ю. Электротехника. Учебник для студентов неэлектрических специальностей (на литовском языке). Вильнюс: «Мокслас», 1989.—424 с.

У истоков электротерапии

В преддверии XXI в. электричество вошло в арсенал клинической медицины. Оглянемся назад и посмотрим, когда и как это началось.

Электростатика, зародившаяся в лоне научной революции и на протяжении XVIII в. впитавшая в себя все познания того времени об электричестве, раскрывала тайны природы как бы втихомолку, без побуждения социальными потребностями, чего нельзя сказать, например, об одновременно развивающемся учении о теплоте. Технические воплощения теплофизики в виде паровой атмосферной водоподъемной машины, а затем паровой машины привели в конечном счете к промышленной революции. Однако ученые века просвещения, особенно обладавшие практической жилкой, начинали постепенно постигать, что электричество все же не только и не столько средство для эффектных придворных и салонных увеселений или предмет отвлеченных умствований. Они прозорливо предвидели, что такая чудодейственная сила не может оставаться втуне, что придет час, когда люди смогут поставить ее на службу себе. И как ни парадоксально, первым поприщем для полезного приложения электричества, самого юного раздела естествознания той эпохи, явилась древнейшая отрасль знания — медицина. Впервые в истории науки на стыке двух ее областей, в данном случае физики и биологии, возникла новая ветвь, получившая впоследствии название электрофизиологии, составной частью которой стала электротерапия.

Колебелю электротерапии по праву считается прусский когда-то город Галле, который вместе с своим университетом приобрел репутацию одного из центров немецкого просветительства. Галльский университет имени Мартина Лютера основан в 1694 г. В XVIII в. славу его создавали такие профессора как тогдашний властитель дум Христиан Вольф (1679—1754), оставивший заметный след в философии, творец флогистонной теории Георг Шталь (1659—1734), выдающийся медик Фридрих Гофман (1660—1742) и их последователи. Вольф вынужден был в 1723 г. бежать из Галле. Он обосновался в Марбургском университете, вне досягаемости прусского короля Фридриха-Вильгельма I, который грозил предать ученого суду за вольнодумство. Известно, что среди студентов Вольфа в Марбурге был М. В. Ломоносов. В 1740 г. после смерти короля Вольф вернулся в Галле и занял свою прежнюю кафедру философии, что положительно отразилось на дальнейшей учебной и ученой деятельности университета.

В 40-х годах XVIII в. Галле стал после Эрфурта временной резиденцией основанного в 1652 г. Общества испытателей природы, которые в ученом мире получили известность под названием «Леопольдины». Эта, по замыслу учредителей, общенемецкая научная академия свое местопребывание меняла по местожительству ее

президента. В рассматриваемое нами время ее главой был профессор физики Галльского университета Андреас Бюхнер (1701—1769), первым написавшим историю «Леопольдины». По установившемуся обычаю ее членам присваивались имена героев мифологии и античности.

Оставим на время Галле и перенесемся в предгорья Гарца в Вернигероде, бывшую столицу крошечного графства Штольберг. Здесь в семье учителя Томаса Кратценштейна родился будущий естествоиспытатель, член Петербургской Академии наук, затем профессор экспериментальной физики Копенгагенского университета Христиан Готлиб Кратценштейн (1723—1795). Он был шестым ребенком в семье.

С 1733 г. Кратценштейн учился в вернигеродской латинской школе. Как способному и любознательному ученику ему разрешалось посещать библиотеку и «кабинет курьезитетов» в замке мецената и библиофила владетельного графа Христиана Эрнста цу Штольберга.¹ Возможно, что именно там у юного Кратценштейна пробудился интерес к естественным наукам. В замке Штольберг он впервые увидел примитивную электростатическую машину трения, приобретенную графом как новинку, благо лучшие по тому времени конструкции таких аппаратов изготовлялись не так далеко — в Лейпциге. По окончании школы на публичном акте 2 мая 1740 г. Кратценштейн выступил с лекцией на немецком языке «Об удивительных открытиях в физике, или естествознании и математике».

Вернигеродские учителя, убедившись в естественнонаучных склонностях Кратценштейна, посоветовали ему поступить на медицинский факультет Галльского университета, куда он был зачислен 28 апреля 1742 г. Приехавший в Галле Кратценштейн попал в просвещенную среду, которая не могла не быть по душе «домогашемуся» естественных наук молодому человеку. В автобиографической записке, датированной 10 апреля 1748 г. Кратценштейн, касаясь своей учебы в этом городе, писал: «По философии и чистой математике слушал лекции знаменитейшего Вольфа, который к тому времени вернулся в Галле. Алгебраическому исчислению и физической науке обучался у преславного Крюгера» [1, с. 143].

Иоганн Готлоб Крюгер (1715—1759) оказался тем преподавателем, с которым у нашего студенту закрепились близкие коллегиальные отношения. Уроженец Галле, сын часовщика, Крюгер в 1742 г. окончил университет родного города и был оставлен там экстраординарным профессором медицины. В 1744 г. Крюгер издал в Галле «Записку к своим слушателям, где автор излагает свои мысли об электричестве и одно-

¹ В настоящее время в этом замке Музей феодализма.

временно знакомит их с будущими лекциями». Излагая исследования своих современников, он отмечал, что ему неизвестно, чтобы кто-нибудь из ученых предложил математически обоснованную теорию электричества. Он утверждал далее, что при электризации человека пропитанная запахом сублимной электрической материя не только оставляет внешние следы в виде пятен на теле, но проникает внутрь организма, производя в нем изменения. Согласно Крюгеру при электризации людей вихревые движения сублимной материи ускоряют циркуляцию крови, учащают биение пульса, способствуют усиленному потению. Крюгер впервые без обиняков заявил, что «возможно, мы будем в состоянии поражать болезни посредством электричества» (1, с. 13). Он был членом Берлинской Академии наук и «Леопольдины».

Благодарным слушателем и ассистентом Крюгера в проведении опытов был Кратценштейн. Еще в студенческие годы он заявил о себе как творческая личность. Доказательством тому служат напечатанные в те годы его научные труды, из которых «Теория исхождения паров и испарения в воздухе» была написана на соискание премии за решение задачи, объявленной Бордоской Академией наук. Награда была присуждена в августе 1744 г. В апреле 1746 г. Кратценштейн защитил магистерскую диссертацию «Теория электричества, разработанная геометрически», в которой он придерживался двухфлюидной точки зрения. Несмотря на успех унитарной теории Франклина, которая завладела умами многих естествоиспытателей, Кратценштейн до конца жизни считал более правдоподобной концепцию о двух электрических жидкостях. Скептики, в их числе физик и писатель, автор известных «Афоризмов» Г. К. Лихтенберг (1744—1799), предложивший знаки «плюс» и «минус» для обозначения положительного и отрицательного электрических зарядов, не видел особой разницы в этих теориях, поскольку они исходили из посылки существования тончайших флюидов.

В мае 1746 г. Кратценштейн удостоился диплома доктора медицины за защиту диссертации о диабете. По завершении высшего образования он стал работать практикующим врачом в родном Вернигероде. Вскоре он возвратился в Галле, где занял кафедру математики и физики медицинского факультета. И на стезе преподавания Кратценштейн проявил себя с лучшей стороны. В 1748 г. его избрали членом «Леопольдины» под именем Дедала III. Напомним, что мифический Дедал был строителем и изобретателем. Но молодому ученому не суждено было надолго остаться в Галле. На него обратил внимание сам Леонард Эйлер, и это решило дальнейшую судьбу Кратценштейна: он переехал в Петербург и в 1748 г. был назначен профессором Петербургской Академии наук по классу механики, т. е. стал академиком.

Выше говорилось о восприятии идей Крюгера Кратценштейном. Он уверовал в целебные свойства электричества и превзошел своего учителя в разработке практической методики электролечения, стал первым, кто счел возможным и необходимым печатно заявить об этом возместве. Вторая студенческая работа, оставившая неизгладимый след в истории естествознания и медицины, как раз и была посвящена электрофизиологии, конкретнее, — электротерапии. В 1744 г. первым, а в следующем году вторым изданием вышел в свет в Галле его «Трактат о пользе электричества в медицине» [2]. Первое издание не сохранилось. Второе издание

**Abhandlung
von dem Nutzen
der
Electricität
in der Arzneywissenschaft
In einem Schreiben
an
D. G. F. F.
von
Christian Gottlieb Krahenstein,
d. Arzneywiss. Doct.
Zweyte und vermehrte Auflage.
S A L L E,
verlegt Carl Hermann Hemmerde
I 7 4 5.**

«Трактата», на которое мы будем ссылаться, состоит из двух «Физических писем» со сплошной пагинацией. В XVIII в. «Письма» были распространенной формой научных работ небольшого объема, в которых изложение ведется от первого лица.

В «Первом письме», датированном 17 марта 1744 г., автор подробно описывает выполненные им опыты по электризации людей с помощью электростатической машины. Он пользовался аппаратом как с шаровым, так и с цилиндрическим натираемым телом; трущим телом служила ладонь экспериментатора. Лейденская банка не применялась, она была изобретена на полтора года позже. Кратценштейн рассматривал электрический заряд как истечение некоей «сублимной сернистой материи», которую можно применять для лечения ряда болезней, например, как средство к избавлению от полнокровия, ибо оно, «согласно учению нашего Шталя является матерью многих недугов». «Все наши лекарства, — писал галльский студент, — состоят из сернистой, земляной, соляной и водной материй, которые содержатся и в материи электрической... Так как сублимная электрическая материя в мгновение ока проникает во все поры человеческого тела, на что не способно ни одно другое лекарство, то ей следует давать предпочтение при лечении некоторых болезней» [2, с. 10]. Методом электризации Кратценштейн добивался учащения пульса у разных лиц с 80 до 88 и 96 ударов в минуту, а также возрастания кровяного давления. Он писал и о том, что излечил «скрюченный» палец у одной женщины. Утверждая, что в медицине открыт новый обнадёживающий раздел, автор «Трактата» воздаёт должное «преславному профессору Крюгеру, который, насколько я знаю, первым высказал мысль о том, что электричество можно использовать для врачевания» [2, с. 11].

В завершение «Первого письма» Кратценштейн, задавшись вопросом «где еще возможно приложить электричество», продолжал: «Преславному проф. Крюгеру уже приходило в голову, что центростремительную силу Земного шара и вполне обоюдную между Землей

и Солнцем силу мыслимо объяснить электричеством. В общем-то не вовсе неправдоподобно, что все сущее нуждается в электричестве» [2, с. 16]. Не станем упрекать в наивности галльских ученых XVIII в. за столь прямолинейное желание свести воедино гравитацию с электромагнитными взаимодействиями, как мы бы теперь сказали. Естествоиспытатели той эпохи, постулирующие универсальность электричества, развивали гипотезы, согласно которым большинство природных явлений, вплоть до землетрясений, вызывается действиями электричества. Можно понять и оценить непредвзятость их попытки. Уместно здесь сослаться на видного физика нашего времени Абдуса Салама. В докладе, прочитанном им 9 мая 1979 г. в Париже в честь 100-летия Эйнштейна, он, в частности, сказал: «С древнейших времен люди стремились постичь всю сложность природы, используя как можно меньше обобщающих понятий. С этой точки зрения, в истории физики в одном ряду стоят три имени: Ньютона, Максвелла и Эйнштейна — ученых, которые достигли наибольших успехов в унификации законов природы» [3, с. 54].

Во «Втором письме» от 7 октября 1744 г. Кратценштейн со ссылкой на заметку в гамбургской газете извещает, что его метод был успешно опробован в Кенигсберге [2, с. 21]. Далее даны практические советы по изготовлению аппаратуры для электризации пациентов и предложены способы их лечения.

Сам Кратценштейн о конкретных случаях излечения больных, скажем, подагрой или парезом конечностей, писал довольно скупой, и это понятно, так как он почти интуитивно нащупывал методику применения электростатического поля в медицине. Действие этого поля на человеческое тело он объяснял исходя из представлений ятрохимии — возникшего в XVII в. учения, согласно которому болезни могут излечиваться только вводимыми в организм человека химическими средствами, а электричество считалось тогда некоей химической субстанцией, для иных — разновидностью флогистона. Перед нами еще один в истории науки казус, когда ошибочные умозрительные предпосылки приводили к неожиданным открытиям, подлинная суть которых раскрывалась спустя длительное время. Всем известный пример — открытие Нового Света Колумбом.

Сочинение Кратценштейна об электролечении быстро завоевало популярность, и не только в немецких землях, о чем он не мог мечтать и в самых смелых своих помыслах. Его «Трактат» читали даже в далеком Архангельске, в чем убедился сам автор, посетив в 1752 г. этот город. В 1745 г. книга вышла на голландском и датском языках. В следующем году в Галле появилось третье издание под заглавием «Физические письма о пользе электричества в медицине». Весть о том, что электричество извлекать людей от ряда недугов или, по крайней мере, облегчает участь больных, вызвали в ученом мире эйфорию. Уважающие себя естествоиспытатели, особенно с медицинским образованием, стали устраивать электротерапевтические сеансы, которые проходили с переменным успехом. Швейцарский физик Жан Жаллабер (1712—1768), внесший определенный вклад в развитие электростатики, был в числе тех ученых, которые ранее других решились последовать примеру первооткрывателя на Галле. В 1746—1748 гг. успешные сеансы электролечения Жаллабера вызвали положительный отклик во Франции, где швейцарец утвердился как пионер электротерапии. Французский врач Франсуа Буассье

Соваж де ла Круа (1706—1767) из университетского города Монпелье писал 15 августа 1746 г. Жаллаберу, что благодаря «просвещенным трудам» швейцарского физика электричество «входит в моду» и в Монпелье, и что «все электризуются», но не достает электрических машин. Профессор физики иезуитского колледжа д'Аркур в Париже Жозеф Сиго де ла Фон (1717—1799) в своей книге по истории электричества отметил, что Соважу удалось начать сеансы электролечения в 1749 г. Не мог не увлечься новацией и видный парижский физик Жон Ноллэ (1700—1770), но успех не сопутствовал ему. Среди французских электротерапевтов большую известность получил Жан Поль Марат (1743—1793), который до того как стать «другом народа» служил лейб-медиком у графа д'Артуа, будущего короля Карла X².

Перейдем к другим странам. Венецианец Джованни Пивати (1689—1764) в 1747 и 1749 гг. выпустил две брошюры, в которых описал свои опыты по «электрической медицине». Положительных результатов электролечения добился чешский физик Прокоп Дивиш (1698—1765), более известный как конструктор (независимо от Франклина) заземленного молниеотвода, установленного им в 1754 г. возле своего дома в Пржмемитце вблизи г. Зноймо в Моравии. Дивиш приступил к электропроцедурам в начале 50-х годов и вылечил несколько десятков человек, страдавших ревматическими болями и поражением суставов. Об этих своих достижениях он с гордостью извещал Петербургскую Академию наук в письме от 3 июля 1755 г. [4, с. 38]. Большой интерес к электролечению проявлял профессор медицины Пражского университета Ян Богач (1724—1768). В 1747—1750 гг. он посетил ряд научных центров Европы, побывал у Соважа в Монпелье, навещал Пивати в Венеции, был в Падуе, Париже и некоторых университетских городах Германии. Вернувшись в Прагу, Богач обобщил свои наблюдения в докторской диссертации, посвященной электролечению и изданной в 1751 г. в чешской столице. То была, пожалуй, первая в истории науки обзорная монография по электролечению, и неудивительно, что в 1752 г. ее подробно прореферировал в журнале английский физик Вильям Ватсон (1707—1787). В Копенгагене в начале 50-х годов также проводились сеансы электролечения.

Русские естествоиспытатели не остались в стороне от новации. Академик Г. В. Рихман (1711—1753), в начале своей научной деятельности весьма плодотворно работавшей в области теплофизики, к изучению электрических явлений приобщился именно под влиянием известий о лечебной силе электричества. В апреле 1753 г., за несколько месяцев до своей кончины, он писал французским ученым-миссионерам в Пекин, с которыми Петербургская Академия наук поддерживала научные связи: «В наш век естествоиспытатели с особым рвением начали изучать и наблюдать электрические явления. Та польза, которую в наше время приносит человеческому роду электричество, счастливо исцеляющее в Европе, как это сообщают, слепых, глухих, немых, паралитиков, устраняют сомнения в том, что в будущем естествоиспытатели еще с большим усердием углубятся в исследование этого таинства. Именно

² Подробнее см. в статье Цвєрава Г. К. «Марат как естествоиспытатель». — Природа, 1988, № 4.

поэтому и я решил погрузиться в подобного рода изыскания» [5, с. 56].

Нельзя не отметить явного преувеличения насчет слепых и глухих. Сказалось возбуждение, охватившее ученый мир. Во многих своих работах Рихман сообщал об электризации животных, описывал свои ощущения при самозлектризации, но не углублялся в эту проблематику. В начале 1753 г. в письме, отправленном в Лейпциг неустановленному адресату, русский академик с удовлетворением извещал: «Наконец, и у нас в Лифляндии некий доктор медицины Паульсон при помощи электричества быстро вылечил человека, который после перенесенной им горячки в течение шести месяцев был немым и с одной стороны расслабленным, так что вновь обрел способность говорить и стал владеть своими членами» [6, с. 521]. Упоминаемый Павел Паульсон, уроженец Тарту, также учился в Галльском университете, слушал лекции Крюгера, читал «Трактат» Кратценштейна. По окончании в 1747 г. университета Паульсон вернулся на родину и стал работать практикующим врачом в родном городе, где впервые на территории нашей страны применил метод электролечения. В 1764 г. он был назначен лекарем при Малороссийской коллегии в Глухове, где и умер. Даты рождения и смерти Паульсона неизвестны.

В Петербурге опытами электролечения занимался врач К. Ф. Крузе (1727—1799). В конце XVIII в. в московской Екатерининской больнице применялась электрическая машина трения для медицинских целей, о чем не раз писали «Московские ведомости». В Москве и Петербурге издавались и приобретались книги, посвященные электричеству и его приложениям в медицине. Так, владелец большого книжного собрания граф П. Б. Шереметьев купил в московской Академической лавке сочинение упомянутого выше Жаллабера об электричестве и его лечебных свойствах.

Видным пропагандистом электротерапии в России был известный русский ученый, агроном и публицист, член Вольного экономического общества А. Т. Болотов (1738—1833). Он устроил настоящую электролечебницу в своем тульском поместье, на рубеже XVIII—XIX вв. опубликовал несколько работ об электричестве и его применении в лекарском деле. В своем наиболее обстоятельном сочинении, в котором, к сожалению, нет ни одной ссылки на источники и не назван ни один предшественник, Болотов писал: «Учиненные за несколько десятков лет до сего в иностранных землях открытия способностей электрических машин ко врачеванию не одних параличей, но и некоторых других разных болезней, побудили меня не только познакомиться с Электрицизмом и с помянутыми открытиями несколько ближе, но и самолично удостоверению себя в полезности сего, самого благодетельного натурою нам преподаваемого наилегчайшего рода врачевания разных постигающих нас болезней, чрез предпринимаемые опыты. И как около того времени случилось мне, живучи

в уезде... имел я к помянутым опытам наивожделеннейшую удобность» [7, с. 1—2]. В прочем, о работах Болотова в этой области подробно рассказано в статье Я. А. Шнейберга [8, с. 84—88].

Итак, несомненно, что никто иной, а Христиан Готлиб Кратценштейн в 1744 г. в Галле на основании догадки Крюгера предложил и описал практически пригодный метод использования статического электричества во врачевании — старейших в приемах электротерапии. Стоит еще сказать, что после публикации его трактата и до конца века было издано более 60 научных трудов в разных странах по вопросам электротерапии. Приоритет Кратценштейна как пионера электролечения подтвердил, между прочим, известный французский врач Греффье, который в 1887 г. подчеркнул, что Кратценштейн в 1744 г. первым применил статическое электричество для целей терапии [9, с. 50]. Первенство Кратценштейна как инициатора электролечения подтверждает и современный историк науки И. Бенгиги [10, с. 56].

После пятилетней плодотворной деятельности в Петербургской Академии наук Кратценштейн в 1753 г. обосновался в Дании, где был назначен профессором экспериментальной физики столичного университета и некоторое время заведовал платной электролечебницей. До конца жизни — он умер в Копенгагене — поддерживал тесные связи с нашей Академией. Живя в России, Кратценштейн, увлеченный своими обязанностями профессора механики, не занимался электролечением. Однако надо отметить, что после гибели Рихмана от удара молнии именно Кратценштейну было поручено составить квалифицированное заключение о несчастном случае. Он составил самый первый в истории науки и техники акт о поражении человека электричеством [6, с. 548].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Snorrason E. C. G. Kratzenstein professor physices experimentalis Petrop. et Havn. and his Studies on Electricity during the Eighteenth Century. Odense, 1974.
2. Kratzenstein C. G. Abhandlung von dem Nutzen der Electricität in der Arzneywissenschaft. Halle, 1745.
3. Салам А. Последний замысел Эйнштейна. — Природа, 1981, № 1.
4. Цварава Г. К. Прокоп Дивиш. Л.: Наука, 1965.
5. Цварава Г. К. Дополнительные страницы к биографии Г. В. Рихмана. — Природа, 1986, № 7.
6. Рихман Г. В. Труды по физике. — М.: Изд-во АН СССР, 1956.
7. Болотов А. Т. Краткие и на опытности основанные замечания о электрицизме и о способности электрических машин к помощи от разных болезней. СПб, 1803.
8. Шнейберг Я. А. Создатель первых электростатических машин для медицины. — Электричество, 1989, № 4.
9. В. Т. О применениях статического электричества доктора Греффье. — Электричество, 1888, № 5—6.
10. Benquiqui I. Théorie électrique du XVIII-e siècle. Genève, 1984.

ЦВАРАВА Г. К.

Джон Робисон — первооткрыватель «закона Кулона»

(К 250-летию со дня рождения)

В трудах Парижской академии наук за 1785 г. (вышли из печати в 1788 г.) Шарль-Огюстен де Кулон (1736—1806) опубликовал закон, который определяет силу взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов [1]. Предположение о том, что эта сила подчиняется закону обратных квадратов, высказывалось задолго до Кулона. Так, в 1748 г. профессор Абердинского университета Дэвид Фордайс (1711—1751) поставил вопрос: «Не свойственна ли электричеству природа гравитации и некоторых других качеств, сила которых уменьшается пропорционально квадрату расстояния?» [2, с. 464].

Франц Ульрих Теодор Эпинус (1724—1802, с 1757 г. до конца жизни в России) писал в «Опыте теории электричества и магнетизма» (СПб., 1759 г., на латинском языке): «(...) я охотно утверждал бы, что эти величины [электр- и магнитостатические силы — Л. К.] изменяются обратно пропорционально квадратам расстояний. (...) в пользу такой зависимости, по-видимому, говорит аналогия с другими явлениями природы» [3, с. 50—51].

Широко известно, что в начале 70-х гг. XVIII в. Генри Кавендиш (1731—1810) показал справедливость «закона Кулона» нулевым методом (изысканным опытом с металлической сферой и двумя металлическими полусферами, охватывающими ее); эта работа оставалась неопубликованной более ста лет. Гораздо менее известны факты, свидетельствующие о том, что до Кавендиша «закон Кулона» экспериментально доказал с помощью оригинальной методики шотландский ученый Джон Робисон (1739—1805). Сделав в 1769 г. публичное сообщение о своей работе (об этом он писал более 30 лет спустя), Робисон опубликовал ее лишь в 1801 г., при этом он отметил, что стимулом к его исследованиям послужил цитированный выше труд Эпинуса [4, с. 68].

Крупный историк науки Дж. Хайльброн пишет, что работа Робисона — «первое безоговорочное доказательство закона электрической силы» [2, с. 465], хотя высказывает сомнение в точности ее датировки самим Робисоном.

На русском языке нет ни одной публикации, специально посвященной Робисону. Между тем Россия сыграла в жизни шотландского ученого значительную роль. Он состоял несколько лет на русской службе. Поэтому представляется целесообразным восполнить указанный пробел в нашей научно-биографической литературе.

Прижизненные биографии Робисона появились в 1801 г. [5] и в 1802 г. [6]. Весьма полную биографию Робисона написал Джон Плейфэйр (1748—1819), член Лондонского и Эдинбургского королевских обществ, сменивший Робисона на кафедре натуральной философии Эдинбургского университета. Плейфэйр первым из биографов Робисона отметил его приоритет в установлении «закона Кулона» [7].

Джон Робисон родился в 1739 г. в поместье своего отца (Богхолл, графство Стерлингшир, Шотландия), куда тот удалился на покой после успешной коммерческой деятельности в Глазго. Джон был младшим из братьев. Он быстро усвоил школьную программу и в 1750 г., в возрасте 11 лет, поступил в Университет

Глазго, который окончил в 1756 г. со степенью магистра искусств. Одним из преподавателей Робисона был знаменитый впоследствии экономист Адам Смит (1723—1790). Но главное, в Глазго судьба свела Робисона с профессором химии и физики Джозефом Блэком (1728—1799) и с механиком Джеймсом Уаттом (1736—1819), будущим создателем универсальной паровой машины. Именно Робисон привлек внимание Уатта к паровой машине (в 1757 г. Робисон уже опубликовал заметку на эту тему).

Отец склонял Робисона к духовной карьере, но молодого человека влекли математика и механика. Поэтому в 1759 г. Робисон принял предложение обучать математике и навигации одного из сыновей адмирала Чарлза Ноулза. В результате Робисон оказался связанным с военно-морским делом 14 лет с перерывами. В том же 1759 г. с Ноулзом-младшим Робисон плывал в Канаду, где в звании корабельного гардемарина участвовал во взятии Квебека. В 1761 г. Робисон вернулся на родину с намерением изучать богословие, но адмирал Ноулз пригласил его в свое поместье, где они занялись какими-то опытами, вероятно, по судостроению. В 1762 г. Робисон плывал в Португалию. Вернувшись в июне в Англию, Робисон прожил до конца лета у адмирала, а затем по его рекомендации отправился на Ямайку для проверки нового хронометра, предназначенного для определения долготы на море. Морская болезнь и скверность адмиралтейства утвердили Робисона в его намерении заняться богословием, и в 1763 г. он снова прибыл в Глазго. Здесь его дружба с Блэком и Уаттом возобновилась, и вместо богословия он занялся точными науками. По рекомендации Блэка Робисон получил должность преподавателя университета. Карьера Робисона казалась стабильной. Но в конце декабря 1770 г. Робисон снова покинул Глазго, и вот при каких обстоятельствах.

Императрица Екатерина II обратилась к английскому правительству за разрешением пригласить в Россию кого-нибудь из опытных английских морских офицеров для разработки и осуществления реформ русского флота (шла русско-турецкая война 1768—1774 гг.). Запрос был удовлетворен, при этом Екатерине был рекомендован Ноулз-старший. Адмирал предложил Робисону поехать с ним в Россию в качестве его секретаря. Так Робисон вместе с Ноулзом и его семьей появился в Петербурге, где Ноулз возглавил российское военно-морское ведомство (Адмиралтейств-коллегию). Оказалось, что должность секретаря президента Адмиралтейств-коллегии не предусмотрена, поэтому Робисон стал личным секретарем Ноулза и оставался при адмирале более полутора лет. Проектам и реформам, разработанным под руководством Ноулза при участии Робисона, не было суждено осуществиться в полной мере из-за своекорыстия и зависти, царивших в военно-морском ведомстве.

Вскоре по приезде в Петербург Робисон познакомился с академиками Л. Эйлером и Ф. У. Т. Эпинусом, общество которых он ценил. Быстро овладев русским языком, Робисон подружился со «многими русскими джентельменами, о которых говорил, что у них британская душа» [6].

Летом 1772 г. в Морском шляхетском кадетском корпусе в Кронштадте появилась вакансия на кафедре математики. Эту вакансию и заполнил Робисон, для чего ему пришлось документально подтвердить свое дворянское происхождение. Одновременно он был назначен «главным инспектором над классами» с присвоением соответствующего воинского звания.

Названное учебное заведение было основано в 1752 г. и размещалось первоначально в бывшем доме фельд-маршала Миниха на Васильевском острове в Петербурге, но в 1771 г. все постройки Корпуса сгорели и он был переведен в Кронштадт (где оставался до 1796 г.). Многие преподаватели отказались переезжать в Кронштадт [8]. Вероятно, поэтому и появилось место для Робисона.

Одновременно с педагогической деятельностью Робисон разрабатывал реализованные впоследствии проекты портовых сооружений и механизмов (с применением паровой машины) для кронштадских доков.

Робисон был доволен своей жизнью в Кронштадте, но сожалел, что не мог чаще бывать в Петербурге.

В 1773 г. Робисон неожиданно получил приглашение (опять-таки по рекомендации Блэка) на должность профессора натуральной философии Эдинбургского университета. Робисон был в смятении: конечно, его прельщала перспектива профессорства в родной Шотландии, но благосклонность, проявленная к нему российскими властями, не позволяла ему так легко оставить службу в России. Всё же в июне 1774 г. Робисон навсегда отбыл из Кронштадта, с грустью расставшись со своими русскими друзьями. По просьбе Екатерины он взял под свою опеку двух или трех способных кадетов. Ему была положена пенсия 400 рублей в год. Пенсия регулярно выплачивалась только три года, в течение которых русские студенты проживали в Эдинбурге. Робисон говорил, что пенсия выплачивалась бы и далее, если бы он продолжал посылать в Россию сообщения о развитии британского флота.

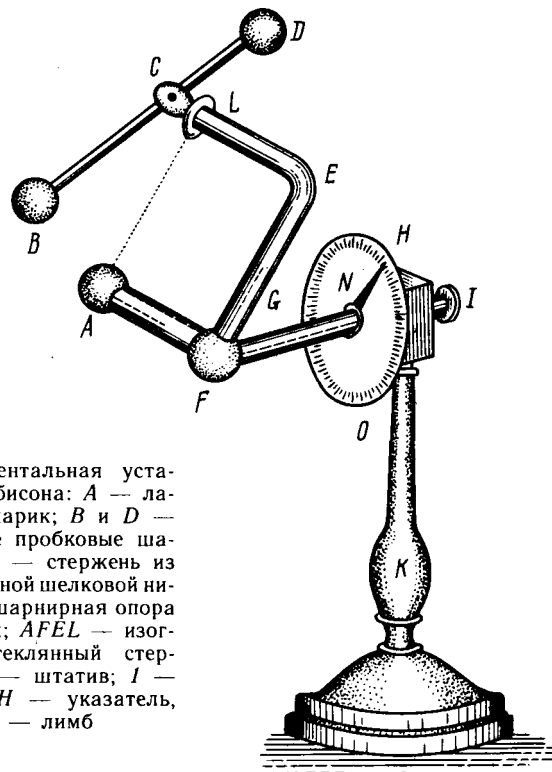
С 1774 г. и до конца жизни Робисон — профессор Эдинбургского университета. Будучи одним из основателей Эдинбургского королевского общества, Робисон в 1783 г. единогласно избирается его первым генеральным секретарем.

Широкую известность в научном мире Робисон приобрел главным образом своими статьями в 3-м издании Британской Энциклопедии. Благодаря Робисону Энциклопедия перестала быть просто компилятивным произведением. С 1793 по 1801 г. Робисон написал для Энциклопедии серию статей, о которых Томас Юнг (1773—1829) писал: «Взятые вместе, они, безусловно, дают британской публике более полное представление о современном прогрессе физической науки, чем любое другое сочинение» [9]. Большое практическое значение имели статьи Робисона по прикладной механике. В статьях по электричеству и магнетизму он опирался на теории Эпинуса. Интересующая нас работа Робисона содержится в статье «Электричество» в Приложении к 3-му изданию Британской Энциклопедии (Эдинбург, 1801 г.). В 1822 г. энциклопедические статьи Робисона вышли отдельным четырехтомным изданием [4].

В 1800 г. Робисон избирается иностранным почетным членом Петербургской Академии наук.

Робисон был глубоко религиозным человеком, а в политическом отношении — консерватором, автором антиякобинского сочинения. В России Робисон познакомился с масонством и стал его решительным противником.

Физическую картину мира Робисон представлял себе



Экспериментальная установка Робисона: *A* — латунный шарик; *B* и *D* — золоченые пробковые шарики; *BD* — стержень из провощенной шелковой нити; *C* — шарнирная опора из янтаря; *AFEL* — изогнутый стеклянный стержень; *K* — штатив; *I* — ручка, *NH* — указатель, *O* — лимб

на основе «Теории натуральной философии» (1758 г.) Руджера Иосипа Бошковича (1711—1787), идеи которого перекликаются с теоретическими представлениями нашего времени [10]. Теорию Бошковича Робисон подробно изложил в Приложении к Энциклопедии.

Рассмотрим теперь работу Робисона, которая дает нам право называть его первооткрывателем «закона Кулона». Робисон установил этот закон путем прямого измерения сил, но иначе, чем Кулон, при этом Робисону не потребовались крутильные весы.

Экспериментальная установка Робисона (см. рисунок) по существу представляет собой электрометр, подвижной частью которого служит «жесткая нить» *BD*, шарнирно закрепленная в точке *C*.

Сообщим, например, одноименные заряды шарикам *A* и *B*. Повернем ручку *I* так, чтобы прямая *AL* расположилась горизонтально. Если сила отталкивания недостаточно велика, то шарик *B* будет лежать на шарике *A*. Ручкой *I* переведем *AL* в другое положение, например, то, которое показано на рисунке. Тогда шарик *B* отойдет от шарика *A* на некоторое расстояние *AB*. Зная вес шарика *B* и шарика *D* (незаряженного), а также соответствующие углы и длины, можно из уравнения равновесия системы *BCD* вычислить электрическую силу *f*, действующую на шарик *B*, при различных положениях прямой *AL*. Таким образом, мы получим совокупность значений *f* и *AB*. В опытах с разноименными зарядами шарик *B* должен быть ниже шарика *A*.

Выполнив много сотен измерений, Робисон установил, что сила отталкивания шариков обратно пропорциональна степени *n* расстояния между их центрами, несколько большей 2 ($n=2,06$), а сила притяжения — степени *n*, несколько меньшей 2 (как и должно было получиться при конечных размерах шариков). Разброс результатов был столь мал, что превзошел все ожидания

Иван Михайлович Бортник

(К 50-летию со дня рождения)

Исполнилось 50 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора Ивана Михайловича Бортника — видного ученого в области техники и электрофизики высоких напряжений, крупного организатора отечественной науки и техники.

После окончания в 1963 г. электроэнергетического факультета Московского энергетического института И. М. Бортник работал на кафедре техники высоких напряжений. В 1966 г. он защитил кандидатскую диссертацию и перешел во Всесоюзный электротехнический институт им. В. И. Ленина, в котором прошел путь от заведующего лабораторией электрофизических исследований диэлектриков до генерального директора. С 1987 г. И. М. Бортник — заместитель, а затем первый заместитель председателя Государственного комитета СССР по науке и технике.

За годы работы в ВЭИ И. М. Бортником создана научная школа по физике газового разряда и высоковольтной изоляции. Выполненные им фундаментальные электрофизические исследования послужили основой создания аппаратов высокого и сверхвысокого напряжений с элегазовой изоляцией. В 1981 г. И. М. Бортнику



присуждена ученая степень доктора технических наук, а в 1988 г. — ученое звание профессора.

И. М. Бортник являлся одним из инициаторов разработки и внедрения комплектных распределительных устройств 110, 220 и 1150 кВ с элегазовой изоляцией. Многие годы он был главным конструктором комплекса электрооборудования для электропередач 1150 кВ. Он автор более 70 опубликованных работ, в том числе мо-

нографии, посвященной физическим свойствам и электрической прочности шестифтористой серы (элегаза). В круг интересов И. М. Бортника входят также проблемы высокотемпературной сверхпроводимости, вопросы преобразовательной техники большой мощности, электрической прочности конденсированных сред. Он один из основателей и руководитель Московского высоковольтного семинара, член редколлегии научно-технических журналов «Электричество» и «Электротехника», член ряда научно-технических и специализированных советов.

И. М. Бортник — профессор кафедры техники и электрофизики высоких напряжений МЭИ — ведет разностороннюю и плодотворную работу по подготовке высококвалифицированных специалистов и научных работников.

Большой вклад И. М. Бортника в развитие электротехники и электроэнергетики заслуженно отмечен государственными наградами.

Поздравляя Ивана Михайловича Бортника с юбилеем, желаем ему крепкого здоровья, счастья и больших творческих успехов в его многогранной деятельности.

Группа товарищей, редакция и редколлегия журнала «Электричество»

экспериментатора. Без колебаний Робисон сделал вывод: «Действие между сферами в точности обратно пропорционально квадрату расстояния между их центрами» [4, с. 69].

Что касается «отличных опытов Кулона с его чувствительным электрометром» [4, с. 107], то они отнюдь не сразу получили всеобщее признание. В частности, подвергалась сомнению правомерность отнесения сил взаимодействия к центрам шариков. Далее, опыты Кулона с трудом поддавались воспроизведению. Так, если у профессора Г. Ф. Паррота (1767—1852) из Дерптского (ныне Тартуского) университета закон обратных квадратов соблюдался с точностью 12 %, то берлинский физик П. Л. Симон (1767—1815) вообще получил зависимость не $1/r^2$, а $1/r$. Британская Энциклопедия 1797 г. издания в большой статье об электричестве не упоминает о работе Кулона [2, с. 475—476]. Цитированная энциклопедическая статья Робисона в значительной мере способствовала признанию закона Кулона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Coulomb Ch.-A. de. Premier mémoire sur l'électricité et le magnétisme // Hist. de l'Ac. Royale des Sciences [Paris].— 1785.— P. 569—577.

2. Heilbron J. L. Electricity in the 17th and 18th Centuries: A Study of Early Modern Physics.— Berkeley: Univ. of Calif. Press, 1979.— 607 pp.

3. Эпинус Ф. У. Т. Теория электричества и магнетизма / Ред. и прим. Я. Г. Дорфмана.— Л.: Изд-во АН СССР, 1951.— 564 с.

4. Robison J. A System of Mechanical Philosophy.— In 4 vols. / Ed. by D. Brewster.— London: John Murray, 1822.— Vol. 4.— 684 pp.

5. S. n. Memoirs of the Life of John Robison, LL. D. Professor of Natural Philosophy in the University of Edinburgh, etc. // Phil. Mag.— 1801.— Vol. X.— P. 348—353.

6. Gleig G. Biographical Memoirs of Dr. Robison, of Edinburgh // Phil. Mag.— 1802.— Vol. XIII.— P. 386—394.

7. Playfair J. Biographical Account of the Late John Robison [...] // Trans. of the Royal Soc. of Edinburgh.— 1815.— Vol. VII.— P. 495—539.

8. Веселаго Ф. Ф. Очерк истории Морского кадетского корпуса.— СПб.: Типогр. Морск. кадетск. корп., 1852.— 353 с. (Герой нашего повествования здесь ошибочно назван «англичанином Робинзоном»), с. 161.

9. Dorn H. Robison, John // Dictionary of Scientific Biography / Ed. by Ch. C. Gillispie.— New York: Scribner, 1981.— Vol. 11.— P. 495—498.

10. Дорфман Я. Г. Всемирная история физики с древнейших времен до конца XVIII века.— М.: Наука, 1974.— 352 с.

КРЫЖАНОВСКИЙ Л. Н.

VI Пленум Центрального правления ВНТОЭ имени академика Г. М. Кржижановского (апрель 1990 г., Минск)

Пленум был посвящен вопросам экологических аспектов развития энергетики. С докладами выступили:

1. Д. т. н. Л. И. Кропп «Состояние и перспективы решения экологических проблем теплоэнергетики».

2. К. т. н. Л. Б. Шейнман «Проблемы гидроэнергетики и экологии».

3. Д. т. н. Н. И. Хрисанов «Решение экологических проблем при создании гидроэнергетических объектов».

В работе Пленума приняли участие представители Минэнерго СССР, Минэлектротехприбора СССР, представители ЦК отраслевого профсоюза и Союза НИО СССР, Госплана и ГКНТ СССР, организаций и предприятий отраслевых министерств, ведущие специалисты отраслей, НИИ, вузов, актив научно-технического общества.

Пленум открыл председатель Центрального правления ВНТОЭ, чл. корр. АН СССР Н. Н. Тиходеев.

Участники Пленума отметили, что одной из важнейших задач правлений и первичных организаций ВНТОЭ является участие в создании эффективной системы охраны окружающей среды от вредного воздействия объектов энергетики. Наиболее активно в решение экологических проблем включились Белорусское, Казахское, Киргизское, Украинское республиканские правления, Иркутское, Татарское, Ленинградское, Московское и другие региональные правления ВНТОЭ. Проекты охраны окружающей среды обсуждены на пленумах и заседаниях президиумов практически всех правлений ВНТОЭ, они определили свою конкретную роль в разработке и осуществлении природоохранных мероприятий с помощью актива, секций и комиссий, временных творческих коллективов и хозрасчетных научно-технических центров.

Практикуется рассмотрение предложений общественности по решению актуальных экологических проблем на совещаниях, семинарах, в школах передового опыта, дискуссионных клубах, на аукционах, ярмарках идей и разработок, конкурсах, в ходе общественных экологических экспертиз проектов строительства и реконструкции энергетических объектов. Отдельные правления совместно с местными Советами, органами Госкомприроды СССР, министерствами и ведомствами включились в проведение паспортизации действующих электростанций и других экологически опасных объектов энергетики.

Вместе с тем, по мнению участников Пленума, эта работа в ряде правления Общества ведется недостаточно эффективно, часто носит эпизодический характер. За последние два года только 40 % правлений ВНТОЭ рассмотрело вопросы своего участия в природоохранной деятельности.

В выступлениях члены Центрального правления ВНТОЭ подчеркнули взаимосвязь развития электроэнергетики с решением экологических проблем и выразили озабоченность состоянием дел в этой области.

С целью ускорения решения данных вопросов Пленум принял постановление, в котором указано:

правлениям ВНТОЭ рассмотреть и определить роль и место научно-технической общественности в разработке и реализации комплексных планов и программ защиты окружающей среды от вредных влияний энергетических объектов. Создать при каждом правлении секции по проблемам охраны окружающей природной среды;

правлениям ВНТОЭ предусматривать в бюджетах фонды для финансирования научно-исследовательских работ и технических решений, связанных с выявлением и устранением вредного воздействия энергетических объектов на окружающую среду, разработок и внедрения в практику альтернативных проектов;

республиканским, краевым и областным правлениям Общества оказывать консультативную, методическую и практическую помощь предприятиям и организациям в проведении экологической паспортизации предприятий энергетики при разработке норм их воздействия на окружающую среду;

правлениям ВНТОЭ, используя опыт научно-технической общественности Украинской ССР, войти с предложениями в советские и государственные органы о включении общественной экологической экспертизы в качестве обязательного этапа при проектировании и сооружении энергетических объектов;

Президиуму ЦП ВНТОЭ рассмотреть вопрос о создании специального экологического фонда Общества; правлениям ВНТОЭ развивать международное сотрудничество по природоохранным и экологическим проблемам энергетики с установлением прямых контактов с международными экологическими организациями и проведением с ними совместных научно-технических мероприятий.

В прениях по докладам выступили: заместитель директора Института ядерной энергетики АН СССР, к. т. н. Ю. В. Дубина; заместитель директора Института электродинамики АН УССР, академик АН УССР Г. Г. Счастливый; заместитель начальника отдела энергетики и электрификации ГКНТ СССР Ю. А. Фолин; директор СибНИИэнергетики, д. т. н., народный депутат СССР В. В. Бушуев; секретарь Правления Союза НИО СССР И. М. Яшин и другие.

После окончания работы Пленума состоялось совещание актива ВНТОЭ, посвященное совершенствованию деятельности организаций Общества в современных условиях.

ЛАНДЕР Л. А., ведущий инструктор ЦП ВНТОЭ

Гусейнов А. М. Метод оперативной оценки допустимости асинхронных режимов по межсистемной связи	1
Бердников В. И., Бучинский А. Л., Гамм А. З., Герасимов Л. Н., Константинов Б. В. Алгоритмы достоверизации измерений и оценивания состояния электроэнергетических систем	12
Александров Г. Н., <u>Иванов В. Л.</u> , Афанасьев А. И. Разрядные характеристики опорных изоляционных конструкций ОРУ сверхвысокого напряжения	20
Котельников А. В. Показатели оценки источников блуждающих токов	25
Васильев А. Б., Лurie А. И. Расчет магнитного поля осесимметричных обмоток трансформаторов и реакторов в полости прямоугольного сечения	30
Иванов А. А., Лозенко В. К. Алгоритмы управления и характеристики вентильного электродвигателя в режиме динамического торможения	38
Талишинский И. Т., Хоборкова З. Ц. Метод расчета электромагнитных полей и сил действующих на лобовые части обмоток неявнополюсных синхронных машин	42
Бибер Л. А., Любарский Ю. Я., Надточий В. М., Цейтлин А. С. Экспертная система вибрационного контроля гидрогенератора	48
Никитин Б. А. Система «два генератора—двигатель переменного тока» и ее свойства	52
Крайчик Ю. С. Метод симметричных составляющих как разновидность метода разложения Фурье	57
Ивлиев Е. А., Липатов В. В. Магнитное поле электрического диполя в трехслойной среде	61

СООБЩЕНИЯ

Керезов Р. И. Определение стационарной надежности сложных электроэнергетических систем методом Монте-Карло	68
Поляков Н. П., Синенко В. В. Увеличение удельной энергии, коммутируемой магнитным звеном сжатия	71
Ершов Р. Е. Зависимость потерь на гистерезис в ферромагнетике от амплитуды магнитной индукции	74
Ермуратский П. А., Тареев Б. М. Взаимо-матричные модели неоднородных структур	77
Немировский А. З., Поталицын Ю. Ф., Старобинец А. А. Особенности эрозии электродов при мегавольтном силноточном разряде в элегазе	79
Подольский А. В. Об одном численном решении задачи о намагниченности ферромагнетика	80

БИБЛИОГРАФИЯ

ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

ХРОНИКА

Guseinov A. M. — A Method for Operative Assessment of the Possibility of Asynchronous Operation Over an Inter-System Tie Line	1
Berdnikov V. I., Buchinsky A. L., Gamm A. Z., Gerasimov L. N., Konstantinov B. V. — Algorithms for Verification of Measurements and State Estimation in Electric Power Systems	12
Alexandrov G. N., <u>Ivanov V. L.</u> , Afanasiev A. I. — The Discharge Characteristics of the Main Insulating Elements in EHV Outdoor Switchgear	20
Kotelnikov A. V. — Parameters in Appraising Stray Current Sources	25
Vasiliev A. B., Lurie A. I. — Calculating the Magnetic Field in Axially Symmetric Transformer and Reactor Windings Within a Space of Rectangular Section	30
Ivanov A. A., Lozenko V. K. — Control Algorithms and the Characteristics of a Valve Motor Under Dynamic Braking Conditions	38
Talishinsky I. T., Khoborkova Z. Ts. — A Method for Calculating Electromagnetic Fields and Forces Acting on the End Turns of Windings in Non-Salient-Pole Synchronous Machines	42
Biber L. A., Liubarsky U. J., Nadtochy V. M., Tseitlin A. S. — An Expert System for Vibrational Control of a Water-Wheel Generator	48
Nikitin B. A. — An "AC Two-Generator/Motor System" and Its Characteristics	52
Kraichik U. S. — The Method of Symmetrical Components as a Version of the Fourier Series Method	57
Ivliev E. A., Lipatov V. V. — The Magnetic Field of an Electric Dipole in a Three-Layer Medium	61
REPORTS	
Kerezov R. I. — Determining the Stationary Reliability of Complex Electric Power Systems By the Monte-Carlo Technique	68
Polyakov N. P., Sinenko V. V. — Increasing the Specific Energy Switched By a Magnetic Compression Element	71
Yershov R. E. — How Hysteresis Losses in a Ferromagnetic Material Depend on the Amplitude of the Magnetic Induction	74
Yermuratsky P. A., Tareyev B. M. — Mutual Matrix Models of Non-Homogenous Structures	77
Nemirowsky A. Z., Potalititsin U. F., Starobinets A. A. — Characteristics of Electrode Erosion for a Mega-Volt High Current Discharge in SF ₆ Gas	79
Podolsky A. V. — On a Numerical Solution to the Problem of Magnetization of a Ferromagnetic Material	80
BIBLIOGRAPHY	85
FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING	88
CHRONICLE	100

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Митюшкин К. Г., Михайлов О. П., Морозкин В. П., Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80
101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макарьшин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор З. Б. Драновская

Сдано в набор 14.06.90. Подписано в печать 01.08.90. Формат 84×108¹/₁₆. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л. 11,29. Тираж 4926 экз. Заказ 1247. Цена 1 р.