

А.Г. КИРЬЯКО

**ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН,
АДЕКВАТНАЯ
КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ**

Издательство «BODlib»
г. Санкт-Петербург
2006

УДК 539.120.61(02)
ББК 22.314(2)
К 43

Кирьяко А. Г.

Теория нелинейных волн, адекватная квантовой теории поля.

Научное издание. – Санкт-Петербург: BODlib, 2006. - 208 с.

ISBN 5-902882-33-8

Предлагается своеобразная теория нелинейных квантованных электромагнитных волн, в рамках которой существуют объекты, отсутствующие в классической электродинамике и обладающие всеми характеристиками реальных элементарных частиц – спином, зарядом, массой и т.д..

Математически эта теория может быть записана в виде современной квантовой теории поля. В то же время, благодаря более богатой физической структуре, она позволяет выйти за пределы последней и получить ряд новых результатов. В этом смысле предлагаемая теория представляет собой новую интерпретацию квантовой теории поля.

Книга предназначена для студентов, аспирантов и специалистов, занимающихся теорией элементарных частиц.

ISBN 5-902882-33-8

© Кирьяко А.Г., 2006
© BODlib, 2006

Введение

Нелинейные волны в последние два-три десятилетия интенсивно изучаются физиками и математиками, специализирующимися в теории элементарных частиц. Это связано с нелинейным характером основных теоретико-полевых моделей физики поля (достаточно напомнить, что неабелевы калибровочные теории нелинейны). Объектам, описываемым нелинейными волновыми уравнениями (таким, например, как инстантоны, монополи, солитоны и пр.) посвящена внушительная литература. Но, к сожалению, попытки описания элементарных частиц как объектов теории нелинейных волн, пока не дали существенных результатов.

В монографии изложена специальная теория квантованных электромагнитных волн, обладающих новым типом нелинейности по сравнению с нелинейностями известных теорий. Объекты предлагаемой теории не имеют аналогов в классической физике. Показано, что квантованная электромагнитная волна, движущаяся по замкнутой (т.е нелинейной) траектории, может породить массивные электромагнитные элементарные частицы со спином 1 или $\frac{1}{2}$, заряженные и нейтральные, подобные таким элементарным частицам как электрон, нейтрино, протон и др. Уравнением электрона данной теории в операторной форме в общем виде оказывается нелинейное уравнение, первым приближением которого является уравнение нелинейной теории поля, постулированное Гейзенбергом,. На дальнем расстоянии от частиц нелинейное уравнение полностью совпадает с уравнением Дирака. Теория позволяет выяснить происхождение и рассчитать многие характеристики, присущие реальным элементарным частицам. В более общем случае уравнением частиц оказывается уравнение Янга-Миллса.

Отметим также, что постановка проблемы в настоящей теории может быть представлена таким же образом, как и в современной теории струн. В нашей теории элементарные частицы, также как в последней, образуются посредством свертывания одного типа линейных струн. Но в отличие от современной теории струн, предлагаемая теория не имеет связи с теорией тяготения и работает с электромагнитными «струнами», чьи энергии эквивалентны шкале длин порядка 10^{-13} см.

Математический аппарат предлагаемой теории может быть полностью интерпретирован в рамках Копенгагенской традиции, но, как показано ниже, электромагнитная интерпретация является гораздо более последовательной и результативной. В этом смысле предлагаемую теорию можно рассматривать как новую интерпретацию квантовой теории поля.

Остается только отметить, что данная книга посвящена, в основном, описанию одиночных свободных частиц. Системы тождественных частиц и связанные с этим вопросы предполагается рассмотреть в другой монографии.

Глава 1. Аксиоматический базис теории

Аксиоматический базис предлагаемой теории составляют 6 постулатов, первые 4 из которых являются постулатами современной теории поля. Постулаты 5 и 6 выражают специфичность теории, но не противоречат результатам современной физики.

1. Постулат фундаментальности электромагнитного поля: *микроскопические уравнения Максвелла-Лоренца являются основными независимыми уравнениями поля.*

Речь идет о следующих четырех дифференциальных уравнениях для электромагнитных (ЭМ) сред, которые могут быть записаны как в векторной форме (Бредов, М. М., и др., 1985):

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} (\vec{j} + \vec{j}_{\text{ext}}) + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1.1) \quad \text{rot} \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\text{div} \vec{E} = 4\pi(\rho + \rho_{\text{ext}}), \quad (1.3) \quad \text{div} \vec{H} = 0, \quad (1.4)$$

так и в операторно-матричной форме (см., например, (Ахиезер и Берестецкий, 1969; стр. 82). Здесь: \vec{E} и \vec{H} - вектора напряженности электрического и магнитного микрополей, ρ - плотность заряда; \vec{j} - плотность тока; c - скорость света). Величины $j_{\mu} = \{j, i\rho\}$ (где $\mu = 1, 2, 3, 4$), в этих уравнениях являются функциями (точнее, функционалами) напряженностей \vec{E} и \vec{H} тех же самых полей, которые эти заряды и токи в значительной степени сами и определяют: $j_{\mu} = j_{\mu}(\vec{E}, \vec{H})$. При этом задача сводится к решению **нелинейных уравнений** для отыскания **самосогласованного** ЭМ поля.

Под средой в нашем случае понимается наличие в данном пространстве любых реальных или виртуальных частиц. Часть зарядов и токов может быть обусловлена внешними по отношению к данной системе причинами. Такие заряды и токи, не зависящие от \vec{E} и \vec{H} первоначального источника, иногда называются сторонними и обозначаются, как \vec{j}_{ext} и ρ_{ext} . Они также подвергаются влиянию токов \vec{j} и ρ и полей \vec{E} и \vec{H} , что может быть расценено как взаимодействие частиц.

Нетрудно показать (Лонгмайр, 1966), что по отношению к задачам, содержащим зависимость от времени, эти уравнения в некотором смысле излишне полны. Уравнения (1.1) и (1.2) определяют электрическое и магнитное поля для любого момента времени по их начальным значениям.

Поэтому оказывается возможным рассматривать уравнения (1.3) и (1.4) как начальные условия.

Отметим также, что в общем случае в электродинамике используется все четыре уравнения Максвелла-Лоренца, но в случае гармонических электромагнитных полей (которые и будут основными функциями нашей теории) система этих уравнений для комплексных амплитуд сводится к двум первым уравнениям. Два других уравнения, представляющие собой обобщение законов Гаусса для электрического и магнитного полей, в случае гармонических колебаний вытекают из двух предыдущих.

2. Постулат квантования ЭМ волн Планка-Эйнштейна:

в общем случае электромагнитные волны являются суперпозицией элементарных волновых полей, называемых фотонами, имеющими определенные энергию, импульс и нулевую массу покоя.

3. Постулат дуализма фотонов: фотоны существуют как реальные независимые объекты, которые одновременно:

а) имеют волновые свойства, описываемые уравнениями Максвелла-Лоренца без токов и волновым уравнением, следующим из них:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \vec{\nabla}^2 \right) \vec{\Phi} = 0, \quad (1.5)$$

где $\vec{\Phi} = \{\vec{E}, \vec{H}\}$ - любой из векторов электромагнитной волны;

б) а также имеют квантовые свойства, согласно которым фотоны имеют определенные, не выводимые из теории Максвелла-Лоренца, но и не противоречащие ей, числовые характеристики (определяемые ниже следующим постулатом Планка).

4. Постулат Планка: связь между энергией, частотой и длиной волны фотона задается следующими формулами:

$$\varepsilon_{ph} = h\nu = \hbar\omega, \quad (1.6)$$

$$\lambda = \frac{h}{p_{ph}} = \frac{hc}{\varepsilon}, \quad (1.7)$$

где ε_{ph} , ν , ω , λ , p_{ph} , c есть энергия, линейная частота, круговая частота, длина волны, импульс и скорость фотона, а h , \hbar есть обычная и перечеркнутая постоянные Планка, соответственно.

5. Постулат квантования длины волны фотона:

В рамках предлагаемой теории фотон характеризуется одной длиной волны, величина которой соответствует его энергии согласно формуле Планка.

Этот постулат имеет основание в том, что волновое уравнение содержит длину волны фотона, как его характеристику. Поскольку согласно квантовой электродинамике (Ахиезер и Берестецкий, 1969, стр. 36) волновая функция фотона в координатном представлении « $f(\vec{r}, t)$ » не определяется значением поля в той же точке, а зависит от распределения поля в некоторой области, размеры которой порядка длины волны», в дальнейшем будем предполагать, что эта величина характеризует размеры фотона, по крайней мере, как размеры области «размазанности» поля фотона.

Объект, который, с одной стороны, подчиняется волновому уравнению, а с другой стороны, имеет ограниченный размер, принято называть *струной*. Пользуясь таким представлением, будем считать, что в рамках предлагаемой теории фотон, как элементарная ЭМ волна, **математически** представляет собой струну размером в одну длину волны фотона (чтобы не путать ее с одномерными струнами современной «теории струн» мы будем называть ее «электромагнитной струной»). Вместе с тем, следует понимать, что такое представление совершенно формально и не дает никакого дополнительного представления о фотоне по сравнению с КЭД. Но как мы убедимся, оно позволяет развить теорию, которая вполне согласна с результатами КТП. (Мы надеемся, что анализ этого предмета позволит нам в будущем создать более реальное представление о нем).

6. Постулат формирования массивных ЭМ частиц: *При определенных внешних условиях фотон, как элементарная электромагнитная волна, может начать двигаться по некоторой замкнутой криволинейной траектории, образуя относительно устойчивые конструкции различного типа – электромагнитные частицы.*

Как известно, искривление траектории электромагнитной волны при движении во внешних средах или сильных ЭМ полях следует уже из уравнений Максвелла-Лоренца и, таким образом, строго говоря, не требует особого постулата. В то же время, очевидно, что благодаря квантовой стороне природы фотона, образовавшиеся частицы будут обладать, по крайней мере, определенной массой покоя и моментом вращения (спином).

В дальнейшем для краткости (и сообразуясь со способом введения нелинейности) мы будем называть предлагаемую теорию **электродинамикой криволинейных волн**, сокращенно – **ЭДКВ**.

Было бы очень трудно найти адекватное описание одновременно всех ЭМ элементарных частиц. Наиболее логичный путь построения общей теории – начать с наиболее простой и хорошо изученной, теоретически и экспериментально, частицы – электрона. Этому посвящены главы 2-5 книги. Затем мы попытаемся обобщить полученные результаты для описания более экзотичных и сложных частиц.

(В работе используется система единиц Гаусса).

Глава 2. Теория ЭМ электрона

Цель главы: на основе принятых постулатов: 1) вывести уравнение электромагнитной (ЭМ) струны (фотона), движущейся по замкнутой (круговой) траектории и показать, что оно соответствует частице со спином единицы; 2) описать операцию разделения свернутого фотона на две свернутые антисимметричные частицы со спином половина; 3) вывести уравнения заряженных ЭМ частиц со спином половина и показать, что в операторной форме они точно совпадают с уравнениями Дирака для электрона и позитрона; 4) показать, что решения уравнения Дирака в ЭМ форме описывают круговые ЭМ волны; 5) вывести нелинейное структурное уравнение ЭМ электрона и показать, что в первом приближении оно совпадает с нелинейным уравнение Гейзенберга нелинейной теории элементарных частиц; 6) вывести лагранжиан нелинейного уравнения ЭМ электрона и показать, что он в первом приближении совпадает с лагранжианом Иона-Лазинио, описывающего процесс спонтанного нарушения симметрии и рождения частиц с массой.

1.0. Введение

Возможность формального представления квантовых уравнений электрона в форме линейных уравнений Максвелла была отмечена в ряде статей и книг (Archibald, 1955; Akhiezer and Berestetskii, 1965; Koga, 1975; Campolattoro, 1980; Rodrigues, 2002; etc). Мы покажем, что эта возможность возникла не случайно, а она отражает существование определенной физической связи между двумя теориями.

Согласно принятому нами постулату 6 предположим, что при некоторых условиях линейная электромагнитная струна способна начать двигаться по замкнутой кольцевой траектории, образуя устойчивые формы различного типа, которые мы называем ЭМ элементарными частицами.

Переведем эту гипотезу на математический язык и покажем, что в простейшем случае матричная форма уравнений таких криволинейных замкнутых волн математически полностью совпадает с квантовыми уравнениями векторных и спинорных (полувекторных) частиц, а электромагнитная форма дает множество важных следствий, соответствующих свойствам объектов квантовой теории поля.

2.0. Волновое уравнение в матричной форме.

Рассмотрим плоскую линейно поляризованную электромагнитную (ЭМ) волну (линейную ЭМ струну), движущуюся, например, по оси Y -ов (рис. 1):

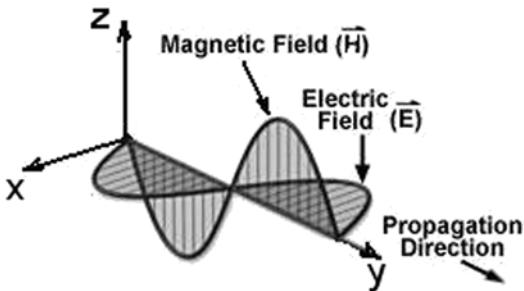


Рис. 1

Уравнение ЭМ волны имеет следующий известный вид (Jackson, 1999):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \vec{\nabla}^2 \right) \vec{\Phi}(y) = 0, \quad (2.1)$$

где $\vec{\Phi}(y) = \{\vec{E}, \vec{H}\}$ - вектора ЭМ поля волны.

Электромагнитная плоская линейно поляризованная волна любого направления может быть представлена как суперпозиция двух линейно поляризованных волн, которая содержит только четыре вектора поля:

$$\vec{\Phi}(y) = \{E_x, E_z, H_x, H_z\}, \quad (2.2)$$

Другими словами, уравнение (2.1) представляет собой четыре уравнения: одно для каждой проекции вектора электромагнитного поля.

Решение уравнения (2.1) имеет известный вид:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_o e^{-i\omega t + ky} + \vec{E}_o^* e^{i\omega t - ky} \\ \vec{H} = \vec{H}_o e^{-i\omega t + ky} + \vec{H}_o^* e^{i\omega t - ky} \end{cases}, \quad (2.3)$$

где k - волновое число, а звездочкой «*» обозначены комплексно сопряженные величины.

Характерно, что здесь продольные компоненты векторов равны нулю в любой системе координат: $E_y = H_y = 0$. Отметим в этой связи, что биспинор Дирака содержит тоже только четыре компоненты.

Уравнение (2.1) мы можем записать также в следующей операторной форме:

$$\left(\hat{\epsilon}^2 - c^2 \hat{p}^2 \right) \Phi(y) = 0, \quad (2.4)$$

где $\hat{\epsilon} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$, $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$ - операторы энергии и импульса, соответственно, а Φ есть некоторая матрица, которая содержит компоненты волновой

функции $\bar{\Phi}(y)$. Принимая в расчет, что $(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon})^2 = \hat{\varepsilon}^2$, $(\hat{\alpha} \hat{p})^2 = \hat{p}^2$, где

$$\hat{\alpha}_0 = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_0 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \hat{\vec{\sigma}} \\ \hat{\vec{\sigma}} & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\beta} \equiv \hat{\alpha}_4 = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_0 & 0 \\ 0 & -\hat{\sigma}_0 \end{pmatrix} \text{ есть матрицы}$$

Дирака, а $\hat{\sigma}_0$, $\hat{\vec{\sigma}}$ - матрицы Паули, уравнение (2.4) может также представлено в форме уравнения Клейна-Гордона без массового члена:

$$\left[(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon})^2 - c^2 (\hat{\alpha} \hat{p})^2 \right] \Phi = 0, \quad (2.5)$$

Поскольку в случае фотона $\omega = \varepsilon/\hbar$ и $k = p/\hbar$, из (2.5), используя (2.3), мы получаем $\varepsilon = cp$, что подтверждает возможность использования уравнения (2.1) также и для фотона. Следовательно, мы можем рассматривать волновую функцию Φ уравнения (2.5) одновременно как электромагнитную волну и фотон.

Раскладывая (2.5) на сомножители и умножая слева на эрмитово-сопряженную функцию Φ^+ мы получим:

$$\Phi^+ (\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} - c \hat{\alpha} \hat{p}) (\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} + c \hat{\alpha} \hat{p}) \Phi = 0, \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) может быть разложено на два уравнения Дирака без массового члена:

$$\Phi^+ (\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} - c \hat{\alpha} \hat{p}) = 0, \quad (2.7')$$

$$(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} + c \hat{\alpha} \hat{p}) \Phi = 0, \quad (2.7'')$$

Нетрудно показать, что только в случае, когда мы выбираем матрицу Φ в следующем виде:

$$\Phi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ iH_x \\ iH_z \end{pmatrix}, \quad \Phi^+ = (E_x \quad E_z \quad -iH_x \quad -iH_z), \quad (2.8)$$

уравнения (2.7) будут правильными уравнениями Максвелла для электромагнитных волн – запаздывающей и опережающей. Действительно, используя (2.8) и подставляя в (2.7), мы получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{array} \right. , \quad (2.9') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{array} \right. , \quad (2.9'')$$

Для волн любого другого направления распространения и другой поляризации тот же результат может быть получен круговой перестановкой индексов и посредством канонических преобразований матриц и волновых функций (см. главу 4).

В дальнейшем мы будем каждое из уравнений (2.7) условно называть линейным уравнением полу-фотона, памятуя о том, что оно получено разделением одного волнового уравнения фотона на два уравнения электромагнитных волн – для опережающей и запаздывающей волн.

3.0. Преобразование сворачивания электромагнитной волны

Преобразование «линейной» (в геометрическом смысле) ЭМ волны в криволинейную волну (кратко – «преобразование сворачивания») может быть условно записано следующим образом:

$$\hat{R}\Phi \rightarrow \Psi , \quad (3.1)$$

где \hat{R} есть оператор преобразования траектории ЭМ волны с линейной на криволинейную, Φ есть волновая функция, определяемая матрицей (2.8), которая удовлетворяет уравнениям (2.5) и (2.7), а Ψ некоторая волновая функция, возникающая после преобразования сворачивания:

$$\Psi = \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_z \\ iH'_x \\ iH'_z \end{pmatrix} , \quad (3.2)$$

где $(E'_x \quad E'_z \quad -iH'_x \quad -iH'_z)$ есть вектора электромагнитного поля, возникающие после преобразования сворачивания.

В связи с этим напомним, что матрицы Паули, также как и матрицы фотона, являются операторами вращения в пространстве двух и трех измерений, соответственно (Ryder, 1985).

Как известно, описание перехода вектора с линейной траектории на криволинейную описывается посредством дифференциальной геометрии (Eisenhart, 1960; Норден, 1948); Фиников, 1936).). Отметим также, что математически этот переход эквивалентен переходу вектора из плоского пространства в криволинейное пространство, который описывается геометрией Римана (Рашевский, 1967). Рассмотрим и тот, и другой путь, поскольку они позволяют выяснить связь ЭДКВ с различными представлениями современной теории.

3.1. Описание преобразования сворачивания в дифференциальной геометрии

Отмечая, что матрицы Паули являются генераторами преобразования вращения в 2D пространстве, мы можем предположить, что эта криволинейная траектория плоская.

Пусть плоская линейно поляризованная волна (рис.1), которая имеет вектора поля (E_x, H_z) , сворачивается на радиусе r_p в плоскости (X', O', Y') фиксированной системы координат (X', Y', Z', O') так, что вектор E_x параллелен плоскости (X', O', Y') , а вектор H_z - перпендикулярен ей (рис.2):

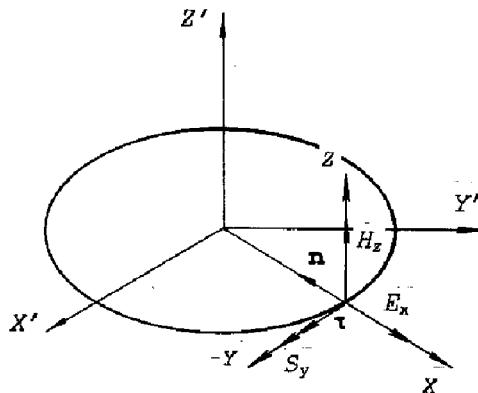


Рис. 2

Согласно Максвеллу (Jackson, 1999) ток смещения в уравнениях (2.9) определяется выражением:

$$j_{dis} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (3.3)$$

Электрический вектор поля выражения (3.3), при движении по криволинейной траектории (положим, что он имеет направление из центра кривизны), может быть записан в форме:

$$\vec{E} = -E \cdot \vec{n}, \quad (3.4)$$

где $E = |\vec{E}|$, а \vec{n} есть единичный вектор нормали к кривой в данной точке (имеющий направление к центру). Производная от \vec{E} может быть представлена как:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial t} \vec{n} - E \frac{\partial \vec{n}}{\partial t}, \quad (3.5)$$

Здесь первый член имеет то же самое направление, что и вектор \vec{E} . Существование второго члена показывает, что при сворачивании волны возникает дополнительный ток смещения. Нетрудно показать, что он имеет направление, касательное к кольцу:

$$\frac{\partial \vec{n}}{\partial t} = -v_p \kappa \vec{\tau}, \quad (3.6)$$

где $\vec{\tau}$ есть единичный вектор касательной, $v_p \equiv c$ есть скорость электромагнитной волны, $\kappa = \frac{1}{r_p}$ - кривизна траектории в данной точке, а r_p - радиус кривизны. Таким образом, ток смещения плоской волны, движущейся по кольцу, может быть записан в форме:

$$\vec{j}_{dis} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} \vec{n} + \frac{1}{4\pi} \omega_p E \cdot \vec{\tau}, \quad (3.7)$$

где $\omega_p = \frac{m_p c^2}{\hbar} = \frac{v_p}{r_p} \equiv c \kappa$ мы назовем угловой скоростью криволинейного движения, $m_p = \varepsilon_p / c^2$ - некоторая масса, соответствующая

энергии ε_p , $\vec{j}_n = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} \vec{n}$ и $\vec{j}_\tau = \frac{\omega_p}{4\pi} E \cdot \vec{\tau}$ являются нормальной и

касательной компонентами тока смещения криволинейной ЭМ волны соответственно. Таким образом:

$$\vec{j}_{dis} = \vec{j}_n + \vec{j}_\tau, \quad (3.8)$$

Здесь токи \vec{j}_n и \vec{j}_τ всегда взаимно перпендикулярны, так что мы можем записать их в виде комплексного выражения:

$$j_{dis} = j_n + ij_\tau, \quad (3.8')$$

где $j_\tau = \frac{\omega_p}{4\pi} E$. Таким образом, появление касательного тока является

причиной появления мнимой единицы в ЭДКВ. Из вышеизложенного мы можем также предположить, что появление мнимой единицы в квантовой механике обязано именно появлению касательного тока.

3.2. Описание преобразования сворачивания в геометрии Римана

Рассмотрим уравнение Максвелла (2.9) с волновой функцией (2.8). В форме уравнения Дирака без массового члена оно имеет вид (2.7), или в

обычной трехмерной форме: $\left(\hat{\alpha}_o \frac{\partial}{\partial t} - c \hat{\alpha} \vec{\nabla} \right) \Phi = 0$, что в четырехмерной

форме дает:

$$\hat{\alpha}_\mu \partial_\mu \Phi = 0, \quad (3.9)$$

где $\hat{\alpha}_\mu = \{\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}\}$, а $\partial_\mu \equiv \partial / \partial x_\mu$ (здесь $\mu = 0, 1, 2, 3$ - индексы суммирования, x_μ - координаты 4-мерного пространства).

Обобщение уравнения Максвелла на криволинейную геометрию Римана связано с параллельным переносом векторов поля в криволинейном пространстве (Тоннелла, 1962; Ращевский, 1967). Мы используем ниже наиболее важные результаты этой теории без подробных выкладок.

Для обобщения уравнения Маквелла (3.9) на геометрию Римана необходимо заменить обычную производную ∂_μ на ковариантную производную:

$$D_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu, \quad (3.10)$$

где величины Γ_μ в случае плоских траекторий движения называются символами (или коэффициентами связи) Риччи (последние являются аналогами символов (коэффициентов связи) Кристоффеля в случае движения по пространственным кривым. В литературе подчеркивается также (Соколов и Иваненко, 1952), что символы Кристоффеля являются своеобразными «коэффициентами вращения», которые учитывают поворот, испытываемый приращением вектора при переносе его в соседнюю точку благодаря

искривлению метрики. Очевидно, это точно соответствует логике нашего доказательства.

Когда вектор движется вдоль прямой линии, все символы $\Gamma_\mu = 0$, и мы имеем обычную производную. Но если вектор движется вдоль криволинейной траектории, не все символы Γ_μ равны нулю и в уравнении появляется дополнительный член. Существенно, что последний не является производной, но равен произведению самого вектора на коэффициент Γ_μ , который является приращением вектора.

Нетрудно видеть, что касательный ток j_τ предыдущего параграфа соответствует символам Риччи Γ_μ . Действительно, поскольку согласно общей теории приращение спинора Γ_μ имеет форму и размерность 4-вектора энергии импульса,

$$\hat{\alpha}_\mu \Gamma_\mu = \hat{\alpha}_i p_i + i \hat{\alpha}_0 p_0, \quad (3.11)$$

где p_i и p_0 являются реальными величинами, логично идентифицировать его с 4-вектором энергии импульса фотонного ЭМ поля: $\Gamma_\mu = \{\varepsilon_p, c \vec{p}_p\}$, где ε_p и \vec{p}_p являются энергией и импульсом фотона (не операторами!). Другими словами:

$$\hat{\alpha}_\mu \Gamma_\mu = \hat{\alpha}_0 \varepsilon_p + \hat{\alpha} \vec{p}_p, \quad (3.12)$$

Линеаризуя закон сохранения энергии-импульса $\varepsilon^2 - c^2 \vec{p}^2 - m_p c^2 = 0$ по методу Дирака: $\varepsilon_\pm = \pm \sqrt{c^2 \vec{p}^2 + m_p^2 c^4} = \pm (c \hat{\alpha} \vec{p} + \hat{\beta} m_p c^2)$, мы получаем линейный эквивалент этого соотношения:

$$\hat{\alpha}_0 \varepsilon_p \mp \hat{\alpha} \vec{p}_p = \pm \hat{\beta} m_p c^2, \quad (3.13)$$

Учитывая (3.13) нетрудно видеть, что дополнительный член содержит массу свернутой волны в том же виде, что и тангенциальный ток:

$$\hat{\alpha}_\mu \Gamma_\mu = \hat{\beta} m_p c^2, \quad (3.14)$$

Обобщение уравнения Дирака на криволинейную геометрию Римана, связанное с параллельным переносом спинора в криволинейном пространстве (Fock, 1929a,b; Fock and Ivanenko, 1929; Van der Waerden, 1929; Schrödinger, 1932; Infeld und Van der Waerden, 1933; Goenner, 2004), дает те же самые результаты.

4.0. Уравнения свернутой электромагнитной волны

4.1. Клейн-Гордон-подобное уравнение свернутого фотона

Как это следует из предыдущих разделов, благодаря криволинейному движению электромагнитной волны, в уравнении (2.6) появляется некоторый дополнительный член, соответствующий касательной компоненте тока смещения, так что из (2.6) мы имеем:

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} - K\right) \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} + K\right) \Psi = 0, \quad (4.1)$$

где $K = \hat{\beta} mc^2$. Таким образом, в случае криволинейного движения электромагнитных полей фотона, вместо уравнения (2.6) мы получаем уравнение, подобное уравнению Клейна-Гордона с массовым членом (Schiff, 1955):

$$\left(\hat{\epsilon}^2 - c^2 \hat{p}^2 - m_p^2 c^4\right) \Psi = 0, \quad (4.2)$$

Очевидно, волновая функция Ψ , которая появляется после сворачивания электромагнитной волны и удовлетворяет уравнению (4.2), не идентична волновой функции Φ , существовавшей до сворачивания. Функция Φ является классическим линейным электромагнитным полем волны, которое удовлетворяет волновому уравнению (2.7), в то время, как функция Ψ является не-классическим криволинейным полем волны, удовлетворяющим Клейн-Гордон-подобному уравнению (4.2).

Как известно, в квантовой теории поля уравнение Клейна-Гордона рассматривается как уравнение скалярного поля. Но очевидно уравнение (4.2), чья волновая функция является 4×1 -матрицей с компонентами электромагнитного поля, не может иметь смысла уравнения скалярного поля. Действительно, проанализируем объект, который это уравнение описывает.

Из уравнений Максвелла следует, что каждая из компонент $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ векторов электромагнитного поля \vec{E}, \vec{H} подчиняется одному и тому же скалярному волновому уравнению типа (2.3). В случае плоской (имеющей линейную траекторию) волны все компоненты поля являются независимыми. Здесь при изучении какой-либо одной из компонент вектора \vec{E}, \vec{H} , мы можем рассматривать векторное поле как скалярное. Но после преобразования сворачивания, т.е. в рамках ЭДКВ, когда появляется касательная компонента тока, мы не можем пользоваться скалярной теорией, поскольку, по крайней мере, компоненты вектора \vec{E} , как это следует из

закона Максвелла $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{4\pi}{c} \vec{c}^0 \cdot \vec{j}$ (где \vec{c}^0 - единичный вектор скорости волны), уже не являются независимыми компонентами.

Следовательно, хотя уравнение Клейна-Гордона для скалярной волновой функции описывает массивную частицу со спином ноль (бессpinовый бозон), система уравнений (4.2), возникающая после преобразования сворачивания и содержащая электромагнитную волновую функцию (3.2), представляет собой уравнение векторной частицы с массой покоя m_p и спином единица. В этом смысле это уравнение играет роль уравнения Прока. Чтобы избежать трудности с наименованием мы будем называть уравнение (4.2) **уравнением свернутого фотона**.

4.2. Уравнение свернутого полу-фотона

Используя разложение (4.1), мы можем получить из уравнения свернутого фотона (4.2) следующие уравнения свернутых электромагнитных волн – опережающей и запаздывающей:

$$\left[\left[\hat{\alpha}_o \hat{e} + c \hat{\alpha} \hat{p} \right] + \hat{\beta} m_p c^2 \right] \psi = 0, \quad (4.3')$$

$$\psi^+ \left[\left[\hat{\alpha}_o \hat{e} - c \hat{\alpha} \hat{p} \right] - \hat{\beta} m_p c^2 \right] = 0, \quad (4.3'')$$

которые мы будем в дальнейшем называть **уравнениями свернутых полу-фотонов**. Здесь $\psi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ H_x \\ H_z \end{pmatrix}$

есть уже некоторая электромагнитная волновая функция, соответствующая электромагнитному полю после разделения свернутого фотона. Очевидно, вышеприведенный переход от (4.2) к (4.3) мы можем условно называть «**преобразованием разрыва**» или «**нарушением симметрии**».

Проанализируем особенности уравнений (4.3). Нетрудно видеть, что они подобны уравнениям электрона и позитрона Дирака, но вместо массы электрона m_e уравнение (4.3) содержит массу свернутого фотона m_p .

Поскольку в случае рождения электрон-позитронной пары $m_p = 2m_e$, из (4.3) имеем:

$$\left[\left[\hat{\alpha}_o \hat{e} + c \hat{\alpha} \hat{p} \right] + 2\hat{\beta} m_e c^2 \right] \psi = 0, \quad (4.4')$$

$$\psi^+ \left[\left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} - c \hat{\alpha} \hat{p} \right) - 2 \hat{\beta} m_e c^2 \right] = 0, \quad (4.4'')$$

Возникает вопрос, какой тип электромагнитных частиц описывает уравнение (4.3)?

Очевидно, в момент разделения нейтрального свернутого фотона на два заряженных полу-фотона, положительно и отрицательно заряженные частицы приобретают электрические поля, и каждая из частиц начинает двигаться в поле другой частицы. Чтобы стать независимыми (т.е. свободными) частицами, они должны удалиться одна от другой на достаточно большое расстояние (рис.3):

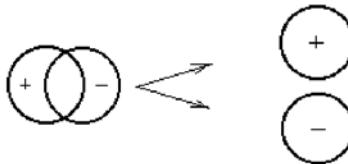


Рис. 3

Следовательно, уравнения, которые возникают после разделения уравнения свернутого фотона, не могут быть уравнениями свободных - положительной и отрицательной - ЭМ частиц, но уравнениями этих ЭМ частиц с внешним полем.

В таком случае для удаления заряженных частиц одна от другой должна быть затрачена энергия, которая соответствует энергии создания электрического поля. Действительно, если частицы будут совмещены, то система не имеет никакого поля (рис. 3). На очень малом расстоянии эти частицы создают поле диполя, а на расстоянии намного большем, чем размеры частиц, они приобретают полное электрическое поле. Как известно (Jackson, 1999) потенциал V_p двух точечных - плюс и минус - зарядов (с положительным зарядом в начале координат) в некоторой точке P , радиус-вектор которой есть r , определяется как

$$V_p = \frac{e}{4\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + d \cos \theta} \right), \quad (4.5)$$

где $\pm e$ есть заряды диполя, d - расстояние между зарядами, а θ - угол между осью диполя и радиусом-вектором положительной частицы. Для $d = 0$ мы имеем $V_p = 0$. Для $d \rightarrow \infty$ мы получаем как предельный случай потенциал Кулона для каждой свободной частицы:

$$\lim_{d \rightarrow \infty} V_p = \frac{1}{4\pi} \frac{e}{r}, \quad (4.6)$$

Заряд частиц появляется в процессе разрыва. Для частицы, удаленной на бесконечность, требуется выполнить работу против сил притяжения:

$$\varepsilon_{rel} = \oint eV_p d\psi = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{e^2}{r} d\psi, \quad (4.7)$$

Очевидно, величину этой работы определяет внешнее поле частицы, так что освобождаемая энергия является энергией порождения поля и, в то же самое время, энергией аннигиляции. Следовательно, благодаря закону сохранения энергии значение этой энергии для каждой частицы должно быть равно $\varepsilon_{rel} = m_e c^2$. Таким образом, в уравнениях (4.3) часть энергии частиц в размере $m_e c^2$ тратится на создание внешнего поля частиц. Формально мы можем записать эти уравнения в следующей форме:

$$[\hat{\alpha}_0 \hat{\varepsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}}] + \hat{\beta} m_e c^2 + \hat{\beta} m_e c^2 \psi = 0, \quad (4.8')$$

$$\psi^+ [\hat{\alpha}_0 \hat{\varepsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}}] - \hat{\beta} m_e c^2 - \hat{\beta} m_e c^2 = 0, \quad (4.8'')$$

Используя линейную запись уравнения закона сохранения энергии (3.13), для внешнего поля частицы мы можем записать:

$$\hat{\beta} m_e c^2 = -\varepsilon_{ex} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{ex} = -e\varphi_{ex} - e \hat{\alpha} \cdot \vec{A}_{ex}, \quad (4.9)$$

где “*ex*” означает «внешний», и, подставляя (4.9) в (4.8), мы получаем Дирако-подобное уравнение с внешним полем:

$$[\hat{\alpha}_0 (\hat{\varepsilon} \mp \varepsilon_{ex}) + c \hat{\alpha} \cdot (\hat{\vec{p}} \mp \vec{p}_{ex})] + \hat{\beta} m_e c^2 \psi = 0, \quad (4.10)$$

которое при $d \rightarrow \infty$ дает Дирако-подобные уравнения для свободных разноименно заряженных ЭМ частиц:

$$[\hat{\alpha}_0 \hat{\varepsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}}] + \hat{\beta} m_e c^2 \psi = 0, \quad (4.11')$$

$$\psi^+ [\hat{\alpha}_0 \hat{\varepsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}}] - \hat{\beta} m_e c^2 = 0, \quad (4.11'')$$

Из вышеизложенного следуют некоторые интересные следствия:

1. перед разрывом свернутый фотон не является абсолютно нейтральной частицей, но диполем; следовательно, он должен иметь дипольный момент.
2. формула (4.9) показывает, что в ЭДКВ масса не эквивалентна энергии, но выражается через энергию и импульс; из этого следует, что в ЭДКВ масса имеет кинематическое происхождение.
3. в рамках ЭДКВ для свободного члена уравнений (4.11) свободных ЭМ частиц имеет место следующее выражение:

$$\hat{\beta} m_e c^2 = -\varepsilon_{in} - c \hat{\alpha} \vec{p}_{in} = -e \varphi_{in} - e \hat{\alpha} \vec{A}_{in}, \quad (4.12)$$

где “*in*” означает «внутренний». Другими словами величины $(\varepsilon_{in}, \vec{p}_{in})$ описывают внутреннее поле, а величины $(\varepsilon_{ex}, \vec{p}_{ex})$ - внешнее поле электрона. Когда мы рассматриваем заряженную ЭМ частицу с дальнего расстояния, поле $(\varepsilon_{in}, \vec{p}_{in})$ работает как масса, а член $(\varepsilon_{ex}, \vec{p}_{ex})$ описывает внешнее электромагнитное поле (т.е. мы имеем линейные Дирако-подобные уравнения заряженных ЭМ частиц). Внутри ЭМ частицы член $(\varepsilon_{in}, \vec{p}_{in})$ необходим для детального описания внутреннего поля ЭМ частицы, характеризующего взаимодействие ее частей между собой (как это показано ниже, наличие этого члена приводит к нелинейному уравнению ЭМ частицы).

4. Еще одно важное заключение, которое следует из вышеизложенного, заключается в том, что заряд, масса и взаимодействие между частицами возникают одновременно в процессе сворачивания и разделения линейного фотона. Другими словами, возникновение токов при сворачивании линейного фотона определяет появление заряда, массы и взаимодействия электронов.

Используя волновую функцию полу-фотона, мы получаем электромагнитную форму уравнений (4.11):

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = ij_z^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m \end{cases}, \quad (4.13')$$

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = ij_z^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m \end{cases}, \quad (4.13'')$$

где

$$\begin{aligned} j^e &= \frac{\omega}{4\pi} E = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r_C} E \\ j^m &= \frac{\omega}{4\pi} H = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r_C} H \end{aligned}, \quad (4.14)$$

являются «мнимыми» токами, в которых $\omega = \frac{m_e c^2}{\hbar}$, а $r_C = \frac{\hbar}{m_e c}$ является

радиусом сворачивания ЭМ волны (и также длиной волны Комптона для электронно-подобной частицы). Таким образом, уравнения (4.13') и (4.13'') являются уравнениями Максвелла с мнимыми электрическим и магнитным токами. Как известно, существование магнитного тока \vec{j}^m не противоречит квантовой теории (см. теорию Дирака магнитного монополя (Dirac, 1931). В нашем случае сворачивания линейно поляризованной волны (см. рис. 2 и 3) магнитный ток равен нулю.

Таким образом, уравнения (4.11) являются уравнениями Максвелла с мнимыми касательными токами и одновременно они являются уравнениями Дирака для заряженных ЭМ частиц с массой не равной нулю и спином половина. Мы можем назвать эти уравнения уравнениями ЭМ электрона.

5.0. Анализ решения уравнения свободного ЭМ-электрона

В согласии с вышеизложенными результатами электромагнитная форма решения уравнения для свободной электронно-подобной ЭМ частицы должна соответствовать свернутой электромагнитной волне. С этой точки зрения должны существовать два решения для фотона, движущегося по оси y :

1) для волны, свернутой вокруг оси OZ :

$${}^{oz}\psi = \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \\ 0 \\ iH_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \\ 0 \\ \psi_4 \end{pmatrix}, \quad (5.1)$$

и 2) для волны, свернутой вокруг оси OX :

$${}^{ox}\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ E_z \\ iH_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5.2)$$

Волновые функции (5.1) и (5.2), как решения уравнения (4.11), должны выглядеть идентично решениям теории электрона Дирака (Schiff, 1955). Проанализируем решения уравнения Дирака для свободного электрона с точки зрения ЭДКВ.

Как известно, решение уравнения Дирака (2.1) для свободного электрона имеет форму плоской волны (Schiff, 1955):

$$\psi_j = B_j \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon t - \vec{p}\vec{r})\right), \quad (5.3)$$

где $j = 1, 2, 3, 4$; $B_j = b_j e^{i\phi}$; амплитуды b_j являются числами, а ϕ есть начальная фаза волны. Функция (5.3) является собственной функцией оператора энергии-импульса, где ε и \vec{p} есть собственные значения энергии и импульса соответственно. Здесь для каждого \vec{p} энергия ε имеет либо положительное, либо отрицательное значение в соответствие с законом сохранения энергии-импульса $\varepsilon_{\pm} = \pm\sqrt{c^2 \vec{p}^2 + m_e^2 c^4}$.

Для ε_+ мы имеем две линейно-независимых системы из четырех ортогональных нормализованных амплитуд каждой:

$$1) B_1 = -\frac{cp_z}{\varepsilon_+ + m_e c^2}, \quad B_2 = -\frac{c(p_x + ip_y)}{\varepsilon_+ + m_e c^2}, \quad B_3 = 1, \quad B_4 = 0, \quad (5.4)$$

$$2) B_1 = -\frac{c(p_x - ip_y)}{\varepsilon_+ + m_e c^2}, \quad B_2 = \frac{cp_z}{\varepsilon_+ + m_e c^2}, \quad B_3 = 0, \quad B_4 = 1, \quad (5.5)$$

и соответственно для ε_-

$$3) B_1 = 1, \quad B_2 = 0, \quad B_3 = \frac{cp_z}{-\varepsilon_- + m_e c^2}, \quad B_4 = \frac{c(p_x + ip_y)}{-\varepsilon_- + m_e c^2}, \quad (5.6)$$

$$4) B_1 = 0, \quad B_2 = 1, \quad B_3 = \frac{c(p_x - ip_y)}{-\varepsilon_- + m_e c^2}, \quad B_4 = -\frac{cp_z}{-\varepsilon_- + m_e c^2}, \quad (5.7)$$

Каждое из этих четырех решений (Schiff, 1955) можно нормировать, умножая на нормировочный множитель:

$$\kappa = \left[1 + \frac{c^2 \vec{p}^2}{(\varepsilon_+ + m_e c^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

что дает нормировочное соотношение для пси-функции: $\psi^+ \psi^- = 1$,

Проанализируем эти решения.

1) Существование двух линейно-независимых решений соответствует двум независимым ориентациям электромагнитных векторов волны (5.1) и (5.2) и дает единственное логическое объяснение этого факта.

2) Так как $\psi = \psi(y)$, мы имеем $p_x = p_z = 0$, $p_y = m_e c$ и для векторов поля мы получаем: из (4.4) и (4.5) для «положительной» энергии

$$B_+^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i\phi}, \quad B_+^{(2)} = \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \\ 0 \\ b_4 \end{pmatrix} \cdot e^{i\phi}, \quad (5.8)$$

и из (4.6) и (4.7) для «отрицательной» энергии:

$$B_-^{(1)} = \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \\ 0 \\ b_4 \end{pmatrix} \cdot e^{i\phi}, \quad B_-^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i\phi}, \quad (5.9)$$

которые точно соответствуют (5.1) и (5.2).

3) Вычислим соотношение между компонентами векторов поля.

Подставляя $\phi = \frac{\pi}{2}$ для $\varepsilon_+ = m_e c^2$ и $\varepsilon_- = -m_e c^2$, мы получим соответственно:

$$B_+^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ i \cdot 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_+^{(2)} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ i \cdot 1 \end{pmatrix}, \quad (5.10)$$

$$B_-^{(1)} = \begin{pmatrix} i \cdot 1 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad B_-^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \cdot 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5.11)$$

Очевидно, мнимая единица в этих решениях указывает на то, что поля \vec{E} и \vec{H} являются взаимно перпендикулярными.

Интересно, что согласно (5.10) и (5.11) амплитуда электрического поля в два раза меньше, чем амплитуда магнитного поля. Этот факт показывает, что величины электромагнитных полей, которые соответствуют решению

уравнения свернутой ЭМ волны, отличаются друг от друга в противоположность тому, что мы имеем в линейной теории Максвелла, где $\vec{E} = \vec{H}$ (как будет видно из дальнейшего анализа, это соотношение, по-видимому, позволяет обеспечить стабильность ЭМ электронно-подобной частицы).

4) Легко показать, что электромагнитная форма решения уравнения Дирака является стоячей волной. Действительно, в случае круговой свернутой волны мы имеем $\vec{p} \perp \vec{r}$ и, следовательно, $\vec{p} \cdot \vec{r} = 0$; тогда вместо (4.3) мы получаем:

$$\psi_j = b_j \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathcal{E} t\right), \quad (5.12)$$

5) Согласно формуле Эйлера $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ решение уравнения Дирака (5.12) соответствует круговой траектории, что полностью согласуется с нашей теорией.

6) Вычислим нормировочный множитель, подставляя $p = mc, \mathcal{E} = mc^2$:

$$\kappa = \left(\frac{5}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (5.13)$$

и сравним его с нормировкой, полученной из электромагнитного представления теории. Плотность энергии закрученного полу-фотона с учетом того, что электрическое поле вдвое меньше магнитного, будет равно:

$$W_{s-ph} = \frac{1}{8\pi} (E_{s-ph}^2 + H_{s-ph}^2) = \frac{1}{8\pi} \left[\left(\frac{1}{2} H_{s-ph}^2 \right) + H_{s-ph}^2 \right] = \frac{1}{8\pi} \frac{5}{4} H_{s-ph}^2, \quad (5.14)$$

Используя ненормированное выражение для волновой функции, полученное согласно решениям уравнения Дирака, а именно:

$$\psi_j = B_0 B_j e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ i\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}, \quad (5.15)$$

(где B_0 - некоторая константа, в общем случае размерная, удовлетворяющая решению), а также используя эрмитово сопряженную функцию:

$$\psi_j^+ = B_0 B_j^+ e^{-i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} = B_0 \begin{pmatrix} 0 & -i\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} e^{-i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}, \quad (5.16)$$

получим для энергии поля выражение:

$$W = \frac{1}{8\pi} \psi_j \psi_j^+ = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{5}{4} \cdot B_0^2, \quad (5.17)$$

точно соответствующее нормированному квадрату пси-функции $\psi^+ \psi = 1$.

6.0. Волновая функция уравнения ЭМ электрона как электромагнитный спинор

Как известно, (Ryder, 1985; Kaempfer, 1965), поля фотона являются векторами, преобразующимися как элементы группы (O3). Спинорные поля уравнения Дирака преобразуются как элементы группы (SU2). Как показали Л. Г. Райдер и др. (Ryder, 1985), два преобразования спиноров соответствует одному преобразованию вектора. По этой причине спиноры называются также «полу-векторами» или «тензорами половинного ранга» (Goenner, 2004; Соколов и Иваненко, 1952).

Из вышеизложенного следует, что сворачивание и разрыв свернутой фотонной волны соответствует переходу от обычного линейного уравнения Максвелла к ЭМ уравнению криволинейной волны с мнимыми касательными токами. Очевидно, вид преобразования электромагнитных полей при этом переходе меняются. Поскольку волновая функция уравнения Дирака (т.е. спинор) подчиняется преобразованиям группы (SU2), то поля полу-фотонов должны подчиняться тем же самым преобразованиям.

Попытаемся теперь выявить различия между электромагнитными полями $\{E_x', E_z', H_x', H_z'\}$ функции Ψ свернутого фотона и электромагнитными полями $\{E_x, E_z, H_x, H_z\}$ функции ψ свернутого полу-фотона.

Принимая во внимание, что мы имеем те же самые математические уравнения как в случае уравнения электронно-подобной ЭМ частицы в ЭДКВ так и в случае уравнения Дирака для электрона, мы можем утверждать, что характеристики этих преобразований совпадают с характеристиками преобразования спиноров (Ryder, 1987; Gottfried & Weisskopf, 1984).

Спинорное инвариантное преобразование имеет форму:

$$\psi' = U \psi, \quad (6.1)$$

где оператор преобразования вводится следующим образом:

$$U(\vec{n} \theta) = \cos \frac{1}{2} \theta - i \vec{n} \cdot \vec{\sigma} \sin \frac{1}{2} \theta, \quad (6.2)$$

где \vec{n} есть единичный вектор оси, θ есть угол вращения вокруг этой оси и $\vec{\sigma}' = (\sigma_x', \sigma_y', \sigma_z')$ есть вектор спина.

Матрица вращения (6.2) обнаруживает замечательное свойство. Если вращение выполняется на угол $\theta = 2\pi$ вокруг любой оси (следовательно, происходит возврат к начальной системе отсчета) мы находим, что $U = -1$ вместо $U = 1$ как это можно было ожидать. Другими словами, вектор состояния системы со спином половина в обычном трехмерном пространстве двузначен и переходит сам в себя только после поворота на угол 4π .

Этот результат может быть объяснен, только если мы предположим, что ЭМ электронно-подобная частица, описываемая уравнением ЭМ частицы является свернутым полу-периодом фотона (см. также главу 5). Особенно наглядно это видно в случае нейтрального массивного лептона – ЭМ нейтрино, чьи уравнения рассмотрены в главе 6.

Принимая в расчет вышеприведенный результат, уместно отметить, что решение уравнения ЭМ электронно-подобной частицы (т.е. уравнения Дирака в электромагнитной форме) мы можем назвать «электромагнитным спинором». Другими словами, можно предположить, что электромагнитный спинор есть полу-период свернутой электромагнитной волны.

Таким образом, преобразование линейной электромагнитной волны в криволинейную волну и ее разрыв порождают электромагнитный спинор.

7.0. Нелинейное уравнение ЭМ электрона и его лагранжиан

Наиболее известный случай нелинейной теории электрона в рамках КЭД был развит в работах Гейзенберга и его сотрудников (Heisenberg, 1966; Paper collection, 1959).

7.1. Нелинейное уравнение ЭМ электрона

Очевидно, криволинейность движения фотона должна описываться нелинейным уравнением. Из этого следует, что уравнение ЭДКВ для электрона должно быть нелинейным электромагнитным уравнением поля. Найдем его форму.

Стабильность свернутого фотона возможна только в случае самодействия частей фотона. Используя (4.12) из (4.11) мы получим следующее нелинейное уравнение:

$$\left[\hat{\alpha}_0 (\hat{e} - \varepsilon_{in}) + c \hat{\alpha} \cdot (\hat{\vec{p}} - \vec{p}_{in}) \right] \psi = 0, \quad (7.1)$$

где внутренняя энергия и импульс могут быть выражены следующим образом посредством плотностей внутренней энергии и импульса (или вектора Пойнティングа) U , \vec{g} , \vec{S} электромагнитной волны соответственно:

$$\varepsilon_{in} = \int_0^{\tau} U \, d\tau = \frac{1}{8\pi} \int_0^{\tau} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2) \, d\tau, \quad (7.2)$$

$$\vec{p}_{in} = \int_0^{\tau} \vec{g} \, d\tau = \frac{1}{c^2} \int_0^{\tau} \vec{S} \, d\tau = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\tau} [\vec{E} \times \vec{H}] \, d\tau, \quad (7.3)$$

полагая верхний индекс τ переменным.

Подставляя выражения (7.2) и (7.3) в электромагнитное уравнение электрона, мы получим нелинейное интегро-дифференциальное уравнение. **Мы предполагаем, что уравнение (7.1) является, искомой формой нелинейного уравнения**, которое описывает ЭМ электрон одновременно в электромагнитной и, параллельно, квантовой формах.

Чтобы показать, что уравнение (7.1) действительно может претендовать на роль уравнения нелинейной электродинамики электронно-подобной частицы, сравним его с известными нелинейными уравнениями квантовой теории поля.

Нетрудно показать, что для ЭМ волны квантовая форма величин U и \vec{S} имеет вид:

$$U = \frac{1}{8\pi} \psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi, \quad (7.4)$$

$$\vec{S} = c^2 \vec{g} = -\frac{c}{8\pi} \psi^+ \hat{\alpha} \psi, \quad (7.5)$$

Принимая в расчет, что решение для свободного электрона является плоской волной:

$$\psi = \psi_0 \exp[i(\omega t - ky)], \quad (7.6)$$

мы можем написать (7.2) и (7.3) в следующей приближенной форме:

$$\varepsilon_p = U \Delta\tau = \frac{\Delta\tau}{8\pi} \psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi, \quad (7.7)$$

$$\vec{p}_p = \vec{g} \Delta\tau = \frac{1}{c^2} \vec{S} \Delta\tau = -\frac{\Delta\tau}{8\pi c} \psi^+ \hat{\alpha} \psi, \quad (7.8)$$

где $\Delta\tau$ есть объем, который содержит основную часть энергии свернутого полу-фотона. Тогда приближенная форма уравнения (7.1) будет следующей

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - c \hat{\alpha} \bar{\nabla} \psi + i \frac{\Delta\tau}{8\pi c} (\psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi - \hat{\alpha} \psi^+ \hat{\alpha} \psi) \psi = 0, \quad (7.9)$$

Если вместо α - набора матриц Дирака мы используем γ - набор матриц, то нетрудно показать, что уравнение (7.9) является нелинейным уравнением того же самого вида, что и нелинейное уравнение Гейзенберга:

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + \frac{1}{2} l [\gamma_\mu \psi (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi) + \gamma_\mu \gamma_5 \psi (\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi)] = 0, \quad (7.10)$$

(здесь l есть некоторая положительная постоянная). Нелинейное уравнение (7.10) было предложено и исследовано Гейзенбергом и сотр. в качестве уравнения единой нелинейной теории поля (Heisenberg, 1966; Paper collection, 1959). Как известно, в рамках этой теории были достигнуты существенные успехи, но исследования не были завершены.

7.2. Лагранжиан нелинейной теории ЭМ электрона

Лагранжиан теории электрона Дирака в квантовой форме имеет следующее выражение (Шифф, 1955):

$$L_D = \psi^+ \left(\hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} + \hat{\beta} m_e c^2 \right) \psi, \quad (7.11)$$

Подставляя соответствующие величины, нетрудно найти ее электромагнитную форму:

$$L_D = \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S} - i \frac{\omega}{8\pi} \left(\vec{E}^2 - \vec{H}^2 \right), \quad (7.12)$$

(отметим, что в случае вариационной процедуры мы должны различать комплексно сопряженные векторы поля \vec{E}^* , \vec{H}^* и \vec{E} , \vec{H}).

Лагранжиан нелинейной теории нетрудно получить из лагранжиана (7.11), используя метод, посредством которого мы нашли нелинейное уравнение электрона:

$$L_N = \psi^+ \left(\hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} \right) \psi + \psi^+ \left(\epsilon_{in} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{in} \right) \psi, \quad (7.13)$$

Мы полагаем, что выражение (7.13) с учетом (7.2) и (7.3) представляет собой общий вид лагранжиана нелинейной электромагнитной теории электрона. Чтобы сравнить (7.13) с известными результатами классической и квантовой физики найдем приближенные электромагнитную и квантовую формы этого лагранжиана.

Используя (7.7) и (7.8), мы можем представить (7.11) в следующей квантовой форме:

$$L_N = i\hbar \left[\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} (\psi^+ \psi) \right] - c \operatorname{div} (\psi^+ \hat{\alpha} \psi) \right] + \frac{\Delta\tau}{8\pi} \left[(\psi^+ \psi)^2 - (\psi^+ \hat{\alpha} \psi)^2 \right], \quad (7.14)$$

Используя нормировку ψ -функции посредством выражения $L'_N = \frac{1}{8\pi mc^2} L_N$ и преобразуя (7.13) в электромагнитную форму с помощью (7.4) и (7.5), мы получим из (7.14) следующую приближенную электромагнитную форму:

$$L'_N = i \frac{\hbar}{2m_e} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{g} \right) + \frac{\Delta\tau}{m_e c^2} (U^2 - c^2 \vec{g}^2), \quad (7.15)$$

Нетрудно преобразовать второй член, используя известное тождество электромагнитной теории:

$$(8\pi)^2 (U^2 - c^2 \vec{g}^2) = (\vec{E}^2 + \vec{H}^2)^2 - 4(\vec{E} \times \vec{H})^2 = (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2, \quad (7.16)$$

Принимая во внимание, что $L_D = 0$ и используя (7.12) и (7.16), мы получаем из (7.15) следующее выражение:

$$L'_N = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) + \frac{\Delta\tau}{(8\pi)^2 mc^2} \left[(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2 \right], \quad (7.17)$$

Как мы видим, приближенная форма лагранжиана нелинейной теории свернутых электромагнитных волн содержит только инварианты теории Максвелла и подобна известному лагранжиану фотон-фотонного взаимодействия (Akhiezer and Berestetskii, 1965).

Проанализируем теперь квантовую форму лагранжиана (7.17). Уравнение (7.12) может быть записано в форме:

$$L_Q = \psi^+ \hat{\alpha}_\mu \partial_\mu \psi + \frac{\Delta\tau}{8\pi} \left[(\psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi)^2 - (\psi^+ \hat{\alpha}^\dagger \psi)^2 \right], \quad (7.18)$$

Нетрудно видеть, что электромагнитное соотношение (7.16) в квантовой форме имеет вид известного соотношения Фирца (Cheng and Li, 1984; 2000):

$$(\psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi)^2 - (\psi^+ \hat{\alpha}^\dagger \psi)^2 = (\psi^+ \hat{\alpha}_4 \psi)^2 + (\psi^+ \hat{\alpha}_5 \psi)^2, \quad (7.19)$$

Используя (7.19) и (7.18) мы получаем:

$$L_Q = \psi^+ \hat{\alpha}_\mu \partial_\mu \psi + \frac{\Delta\tau}{8\pi} \left[(\psi^+ \hat{\alpha}_4 \psi)^2 - (\psi^+ \hat{\alpha}_5 \psi)^2 \right], \quad (7.20)$$

Лагранжиан (7.20) совпадает с лагранжианом Намбу и Иона-Лазинио (Nambu and Jona-Lasinio, 1961; 1961a), который является лагранжианом релятивистской теории сверхпроводимости. Как известно, этот лагранжиан используется для решения проблемы спонтанного нарушения вакуумной

симметрии (он соответствует также процессу рождения пар Купера в теории сверхпроводимости). Это, очевидно, соответствует тому, что в рамках ЭДКВ также имеет место нарушение симметрии, когда возникает масса частиц при закручивании и разделении фотона.

8.0. Об особенностях ЭДКВ как нелинейной теории

Нетрудно видеть, что ЭДКВ обнаруживает два типа нелинейности. Первый тип связан с основным постулатом ЭДКВ о движении ЭМ волны по криволинейной (в частности, круговой) траектории. Криволинейность, как отклонение от линейности, можно рассматривать как один из видов нелинейности. Но в нашем случае эти нелинейные траектории относятся к весьма конкретному виду: они образуются за счет гармонических колебаний и описываются гармоническими функциями и их суперпозициями. Это позволяет описывать эти нелинейности линейными уравнениями.

Действительно, движение по кругу можно представить как сумму двух линейных гармонических колебаний. Сумма большего числа колебаний приводит к многообразным сложным (в том числе, пространственным) криволинейным траекториям, известным как фигуры Лиссажу. По-видимому, в связи с этим все эти нелинейности удобно и просто описываются комплексными функциями (подробнее см. гл. 9). Можно предполагать, что весь аппарат анализа и синтеза функций Фурье отражает именно такую возможность описания сложных кривых линейным путем. В таком случае можно видеть в существовании теории Фурье отражение действительности, описываемое ЭДКВ. Поскольку теория Фурье применима только к линейным функциям, очевидно, эта «гармоническая криволинейность» позволяет ЭДКВ в этих условиях быть линейной теорией, т.е. теорией, в которой, как и в квантовой теории поля, принцип суперпозиции строго выполняется.

Но, с другой стороны, как мы видели, сворачивание ЭМ волн приводит также и к другому типу нелинейности. Действительно, мы здесь имеем дело не только с траекториями движения, но с полями, которые «прикреплены» к этой траектории строго определенным образом. В процессе образования ЭМ частиц, т.е. в результате изгиба траектории ЭМ волны, внутри ее объема конфигурация полей меняется, что вводит в уравнения нелинейные члены, которых нет ни в классической электродинамике, ни в линейной квантовой теории поля. Разделение свернутого фотона на два свернутых полупериода еще более усложняет картину. Таким образом, внутри частицы действует, строго говоря, нелинейная теория поля и принцип суперпозиции не должен иметь места. Для уточнения характеристик элементарных частиц здесь необходимо использовать найденные нелинейные уравнения. Но решение нелинейных уравнений, как показал опыт группы Гейзенберга (Гейзенберг, 1968). и др., сопряжено с большими трудностями и не привело пока к удовлетворительным результатам. Вместе с тем, для точечного (линейного)

варианта теории были найдены вычислительные процедуры КТП (метод S-матрицы, диаграммы Фейнмана, перенормировки, регуляризация и пр.), которые дают весьма точные решения различных проблем теории. На этом основании можно предположить, что эти процедуры являются как бы приближенным методом решения нелинейных уравнений (см. дополнительно главу 8).

С формальной точки зрения, переход от линейного уравнения свернутого полупотона (уравнения Дирака) к нелинейному уравнению (в первом приближении к нелинейному уравнению Гейзенберга) совершается простой подстановкой: константа (массовый член) заменяется функционалом, содержащим ЭМ поля, зависящие от пространственных координат. Этот переход можно назвать переходом от точечного (линейного) представления к объемному (нелинейному). Интересно, что такой переход был описан уже в рамках старых нелинейных электромагнитных теорий. Как показывает анализ, изложенный в следующей главе, решение уравнений нелинейных электродинамических теорий могут быть записаны как в «точечной», так и в «объемной» форме.

Как следует из теории, ЭМ электрон представляет собой некоторый объем, занятый полем. При этом ЭМ электрон является динамическим образованием, целиком «построенным» из электромагнитного поля и не имеющим керна – выделенной области, на границе с которой поле испытывает излом или превращается в ноль. Таким образом, здесь мы сталкиваемся с объектом, имеющим совершенно точные значения энергии, массы, заряда, спина, магнитного момента, но не имеющего пространственной определенности. Более того, мы даже не знаем, как можно ввести размер такой полевой структуры, поскольку мы не знаем, как определить ее границы. Можно только надеяться, что в будущем решение нелинейного уравнения ЭМ электрона ликвидирует эту неопределенность.

В ожидании этого подчеркнем еще раз, что характеристики электрона ЭДКВ и электрона КЭД не вступают между собой в противоречие: электрон в том и другом случае описывается одним и тем же уравнением, не имеет керна и не состоит из каких-то других самостоятельных образований, что полностью подтверждается экспериментальными результатами (см. также главу 11).

Глава 3. Нелинейные теории электрона классической физики как приближения ЭДКВ

Цель главы: 1) показать связь ЭДКВ с нелинейными теориями классической физики (Г. Ми, Борна-Инфельда, Шредингера и пр.); 2) показать, что решения, полученные в рамках нелинейных теорий классической физики, являются приближенными решениями уравнений ЭДКВ; 3) показать, что в зависимости от способа описания нелинейная теория позволяет представлять элементарные частицы и как точечные, и как частицы, имеющие размеры.

1.0 Введение

1.1. Постановка проблемы

Нелинейные теории возникли на довольно поздней стадии развития теории, как попытка описать собственные характеристики частиц.

Теория расчета заряда, массы и других характеристик электрона на основе уравнений поля возникла первоначально в рамках линейной классической электродинамики, где основные результаты были получены Кельвином, Лармором, Лорентцем, Пуанкаре и некоторыми др. (Соколов и Иваненко, 1949). Она основана на гипотезах "полевой" массы и полевого заряда, согласно которым собственная энергия или масса частиц обвязана энергией полей, а заряд частиц определяется собственными полями этих частиц. Эти идеи затем были перенесены в квантовую механику. Но ни классическая, ни квантовая теории не смогли последовательно объяснить природу массы и заряда элементарных частиц и тем более вывести численные значения их зарядов и масс. Некоторым исключением является электрон, для которого было построено несколько последовательных теорий.

1.2. Общие требования к классической полевой теории массы

Обратимся сначала к гипотезе полевой массы электрона в рамках классической электродинамики (Соколов и Иваненко, 1949). Согласно этой гипотезе, выдвинутой в конце XIX века Дж. Дж. Томсоном и развитой Лорентцем, Абрагамом, Пуанкаре и др., собственная энергия электрона (или его масса) полностью обусловлена энергией электромагнитного поля, связанного с электроном. Точно так же импульс электрона предполагается обязанным импульсу поля. Поскольку электрон, как всякая механическая частица, обладает импульсом и энергией, составляющими 4-вектор (обобщенный импульс), то необходимым условием успеха теории будет доказательство того, что обобщенный импульс электромагнитного поля является 4-вектором. (Отметим, что далее греческие индексы векторов и тензоров пробегают значения от 1 до 4, причем индекс 4 характеризует временные компоненты).

Таким образом, для успеха теории полевой массы должны быть удовлетворены, по крайней мере, следующие условия:

Во-первых, следует получить конечное значение энергии поля, порожденного частицей, которое можно было бы точно приравнять конечной энергии частицы (т.е. массе, умноженной на квадрат скорости света).

Во-вторых, значение импульса поля, порожденного частицей, должно быть не только конечным, но и находящимся в правильном соотношении с энергией, образуя с последней четырехмерный вектор.

В-третьих, теория должна суметь вывести уравнения движения электрона.

В-четвертых, следует сверх того потребовать вывода спина электрона, как спина поля (что относится к квантовому обобщению теории полевой массы, так как спин является квантовым эффектом).

Для дальнейшего анализа удобно ввести тензор плотности энергии-импульса электромагнитного поля $\tau_{\mu\nu}^{\lambda}$. Этот тензор симметричен и имеет следующие компоненты (Tonnelat, 1959):

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= -\left(E_i E_j + H_i H_j\right) + \frac{1}{2} \delta_{ij} \left(\vec{E}^2 + \vec{H}^2\right), \\ \tau_{i4} &= 4\pi S_P = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right]_i, \\ \tau_{44} &= 4\pi U = \frac{1}{2} \left(\vec{E}^2 + \vec{H}^2\right),\end{aligned}\quad (1.1)$$

где индексы $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$, $i, j = 1, 2, 3$, $\delta_{ij} = 0$, когда $i = j$, а $\delta_{ij} = 1$, когда $i \neq j$, причем 4-вектор пространства-времени записывается в виде $x_\mu = \{x_i, x_4\} = \{\vec{r}, x_4\} = \{x, y, z, ict\}$.

Анализ показывает, что имеются два условия, при которых обобщенный импульс ЭМ поля:

$$G_\mu = \{\vec{g}, g_4\} = \frac{i}{c} \int T_{\mu 4} (dr), \quad (1.2)$$

является 4-вектором.

1) В случае *пространства без зарядов* величина G_μ будет представлять собой 4-вектор, если расходимость тензора плотности энергии-импульса поля $\tau_{\mu\nu}$ обращается в нуль:

$$\frac{\partial \tau_{\mu\lambda}}{\partial x_\lambda} = 0, \quad (1.3)$$

Подобным условиям удовлетворяет, например, электромагнитное поле, находящееся в пространстве без зарядов. В частности, благодаря этому, в теории фотонов, последнее характеризуется не только энергией, но также импульсом, образующими 4-вектор.

2) Условие, при котором энергия и импульс электромагнитного поля образуют 4-вектор *при наличии зарядов*, формулирует **теорема Лауз**. Согласно теореме Лауз при наличии зарядов величина G_μ является 4-вектором только в том случае, если в покоящейся относительно электрона системе координат для всех компонент тензора энергии соблюдается соотношение

$$\int \tau_{\mu\nu}^0 (d\vec{r}_o) = 0, \quad (1.4)$$

кроме составляющей τ_{44}^0 , интеграл от которой является постоянной величиной и равняется полной энергии поля, порожденного частицей (здесь $\tau_{\mu\nu}^0$ и $(d\vec{r}_o)$ - соответственно тензор и элементарный объем в системе отсчета, в которой электрон поконится). При этом равенство (1.4) выражает собою необходимое условие, при котором весь заряд должен находиться в равновесии.

Эту энергию поля мы можем приравнять собственной энергии частицы, выражая тем самым основную идею полевой гипотезы. Согласно последней

$$m_e = \frac{\mathcal{E}_e}{c^2} = \frac{1}{c^2} \int \tau_{44}^0 (d\vec{r}_o), \quad (1.5)$$

Таким образом, массу частицы с полевой точки зрения можно определить двумя способами:

- исходя из импульса ЭМ поля \vec{g} , можно определить массу как коэффициент пропорциональности между количеством движения поля и трехмерной скоростью частицы.

- если рассматривать собственную энергию электрона как равную или совпадающую с энергией поля, а массу как отношение энергии поля $\frac{c}{i} G_4$, (т.е. четвертой составляющей обобщенного импульса) к квадрату скорости света.

Попытки выполнить эту программу, исходя из классической линейной теории Максвелла, привели к трудностям. В частности, для электромагнитного поля, порожденного сферическим неподвижным зарядом, не удалось доказать теорему Лауз (Тоннела, 1959). В классической теории динамика (механика) и электродинамика полностью независимы друг от друга. Электромагнитные действия характеризуются компонентой τ_{44} тензора энергии-импульса электромагнитного поля. В него не входят энергия и импульс самого вещества,

которые должны быть введены дополнительно. Попытка Лорентца и Пуанкаре согласовать теорию на основе предположения о том, что энергия вещества имеет электромагнитное происхождение, не привели к положительному результату. В электронной теории Лорентца (линейной по существу) существование зарядов удается объяснить только путем введения поля (сил) неэлектромагнитного происхождения.

Тем не менее (Соколов и Иваненко, 1949), имелся и ряд успехов, дающих надежду решить эту проблему каким-либо изменением теории. Наиболее перспективным изменением теории Максвелла оказалось ее нелинейное обобщение.

1.3. Нелинейная классическая электродинамика

Исходя из вышеизложенного, нелинейная электродинамика, во-первых, должна позволить вычислить собственные характеристики частицы (электрона) - массу, заряд, спин и т. д. - исходя из собственного поля электрона. Кроме того, нелинейные теории поля существенно отличаются от линейных теорий тем, что, в общем, позволяют вывести уравнения движения частиц из уравнений порождаемого ими поля, что тоже стало целью такой теории.

В главе 2 в рамках электродинамики криволинейных волн (ЭДКВ) мы получили нелинейное уравнение для электрон-подобной частицы (обладающей зарядом и спином), описывающее электромагнитную структуру такой частицы и показали, что вне частицы оно совпадает с уравнением электрона Дирака.

В то же время решение нелинейного уравнения свернутой электромагнитной волны в полном виде еще не получено. Его первое приближение – нелинейное уравнение Гейзенберга – также не удалось решить, хотя здесь были получены обнадеживающие результаты. Мы покажем, что в рамках ЭДКВ известные подходы к нелинейной электродинамике Густава Ми, М. Борна-Л. Инфельда, Э. Шредингера и др. (обсуждаемы ниже) представляют собой приближенные решения нелинейного уравнения ЭДКВ для электронно-подобной частицы. Эти решения дают возможность оценить размеры частицы и распределение поля в приближении сферического электрона. Кроме того, нелинейные теории обнаруживают возможность описания электрон-подобных частиц как точечных или неточечных в зависимости от используемого математического аппарата.

2.0. Подход Густава Ми

2.1. Постановка задачи

Густав Ми был первым, кто сделал попытку построить чисто электромагнитную теорию заряженных частиц (Паули, 1958; Тонелла, 1959; Mie, 1912a; 1912b; 1913), Действительно, исходя из некоторого формально

безуказненного гипотетического нелинейного обобщения электродинамики, ему удалось построить теорию, преодолевшую все трудности классической теории.

Как мы отметили выше, до теории Ми (Bialynicki-Birula, 1983) электрон не рассматривался как чисто электромагнитная частица, но в его описание вводились дополнительные параметры, как, например, механические напряжения Пуанкаре и механическая масса. Г. Ми поставил перед собой проблему описать электрон только посредством ЭМ поля. Чтобы достичь этой цели, Ми предположил, что 4-вектор потенциала входит непосредственно в лагранжиан. Но в этом случае потенциал приобретает физический смысл, что ведет к нарушению калибровочной инвариантности теории. (Отметим, что в современной квантовой теории существуют основания считать, что на микроуровне потенциал имеет физический смысл; см. об эксперименте Ааронова-Бома (Aharonov and Bohm, 1959; Райдер, 1985).

2.2. Теория Г. Ми

В своей теории Ми сделал два существенных шага (Pauli, 1958; Tonnelat, 1959). Во-первых, Ми был первым, кто предложил опираться в построении теории на лагранжиан, зависящий от фундаментальных инвариантов. Во-вторых, чтобы избавиться от сил неэлектромагнитного происхождения Пуанкаре - Лоренца, Ми ввел единый взгляд на поле и вещество. Он поставил задачу так обобщить уравнения поля и тензор энергии-импульса теории Максвелла - Лоренца, чтобы внутри элементарных заряженных частиц кулоновские силы отталкивания уравновешивались другими силами также электрического происхождения, а вне частиц отклонения от обыкновенной электродинамики были незаметны. Он предположил, что всякая энергия и вещество имеют электромагнитное происхождение, и поставил своей целью, исходя из свойств поля, вывести свойства и характеристики зарядов.

О виде лагранжиана L , который часто называют мировой функцией, в нелинейной электродинамике можно сделать некоторые общие предположения. Независимые инварианты, которые можно образовать из бивектора электромагнитного поля $F_{\mu\nu}$ (где $F_{\mu\nu}$ - компоненты тензора напряженности электромагнитного поля) и вектора $A_\mu = (i\varphi, \vec{A}) = (i\varphi, A_i) = (A_4, A_i)$, таковы:

$$1. \text{ Квадрат бивектора } F_{\mu\nu} : I_1 = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}; \quad 2. \text{ квадрат псевдовектора } I_2 = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{*\mu\nu} \text{ (где } F^{*\mu\nu} \text{ есть дуальный электромагнитный тензор).} \quad 3.$$

Квадрат 4-вектора электромагнитного потенциала A_μ : $I_3 = A_\mu A^\mu$; 4.

Квадрат вектора: $I_4 = F_{\mu\nu} A_\mu$; 5. Квадрат вектора: $I_5 = F_{\mu\nu}^* A_\mu$;

Поэтому L может зависеть только от этих пяти инвариантов. Если L равно первому из указанных инвариантов, то уравнения поля вырождаются в обыкновенные уравнения электронной теории для пространства без зарядов.

Таким образом, L может заметно отличаться от $\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ только внутри

материальных частиц. Инвариант 2 может входить в L только в виде квадрата, чтобы не нарушать инвариантность относительно пространственных отражений. Инварианты 3-5 нарушают калибровочную инвариантность. Дальнейших высказываний о мировой функции L сделать уже нельзя и для выбора L остается бесконечное число возможностей.

Густав Ми за исходный принял следующий Лагранжиан:

$$L_{Mi} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - f\left(\pm \sqrt{A_\mu A^\mu}\right), \quad (2.1')$$

или

$$L_{Mi} = \frac{1}{8\pi} \left(E^2 - H^2 \right) - f\left(\pm \sqrt{A_\mu A^\mu}\right), \quad (2.1'')$$

где f – некоторая функция, \vec{E} , \vec{H} – вектора напряженностей электрического и магнитного поля соответственно.

Пользуясь этим лагранжианом (Tonnelat, 1959), Густаву Ми удалось получить конечную собственную энергию (или массу) заряженной частицы как величину, полностью обусловленную энергией поля этой частицы. Кроме того, в этой теории выполняется теорема устойчивости Лауэ и достигается правильное соотношение между энергией и импульсом частицы.

Для дальнейшего полезно еще упомянуть попытку Вейля (Pauli, 1958), истолковать на основе теории Ми асимметрию (различие масс) обоих родов электричества. Если L не является рациональной функцией $\sqrt{A_\mu A^\mu}$ то можно положить:

$$L_{Mi}^+ = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - f\left(+ \sqrt{A_\mu A^\mu}\right), \quad (2.2')$$

$$L_{Mi}^- = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - f\left(- \sqrt{A_\mu A^\mu}\right), \quad (2.2'')$$

Таким образом, если L является многозначной функцией указанных выше инвариантов, то представляется возможным выбрать в качестве мировых функций для положительного и отрицательного зарядов различные однозначные ветви этой функции.

2.3. Связь теории Ми с электродинамикой криволинейных волн

Покажем, что Лагранжиан Ми после некоторых дополнений может быть представлен в виде подобном Лагранжиану ЭДКВ (а, следовательно, и QED).

Как мы знаем (Pauli, 1958; Зоммерфельд, 1958), плотность заряда не инвариантна относительно преобразования Лорентца, но заряд является абсолютным инвариантом относительно него. Также известно, что квадрат 4-потенциала $I_3 = A_\mu A^\mu$ является инвариантным относительно преобразования Лорентца, но не инвариантен относительно калибровочных преобразований.

Но оказывается, что произведение квадрата заряда на I_3 будет инвариантом, как относительно преобразования Лорентца, так и относительно калибровочных преобразований.

2.3.1. Инвариант Лармора-Шварцшильда

Согласно (Pauli, 1958; Зоммерфельд, 1958), Шварцшильд (Schwarzschild, 1903), ввел величину

$$S_w = \varphi - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{A}, \quad (2.3)$$

названную им "электрокинетическим потенциалом" и показал, что эта величина, будучи умноженной на плотность заряда ρ , образует релятивистский инвариант:

$$L' = \rho \left(\varphi - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{A} \right) = -\frac{1}{c} j_\mu \cdot A^\mu = \rho S_w, \quad (2.4)$$

где $j_\mu = \{ic\rho, \rho\vec{v}\}$ - 4-ток, $A^\mu = \{i\varphi, \vec{A}\}$ - 4-потенциал. Шварцшильд сначала образует интегрированием по пространству функцию Лагранжа

$$L = \frac{1}{2} \int (E^2 - H^2) dV + \int \rho \left(\varphi - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{A} \right) dV, \quad (2.5)$$

после чего получаем функцию действия интегрированием по времени.

Таким образом, в 4-мерных обозначениях плотность функции Лагранжа или лагранжиан записывается следующим образом:

$$\bar{L} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{c} j_\mu A^\mu, \quad (2.6)$$

а функция Лагранжа будет иметь вид:

$$L = \frac{1}{4} \int F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} d\tau - \frac{1}{c} \int j_\mu A^\mu d\tau, \quad (2.7)$$

(В примечании 10 к книге (Pauli, 1958) отмечено, что до Шварцшильда такой же Лагранжиан был предложен Лармором (Larmor, 1900)).

Рассмотрим теперь подкоренную функцию в лагранжиане Ми:

$$A_\mu^2 \equiv A_\mu A_\mu = -\varphi^2 + A_i^2, \quad (2.8)$$

Умножая ее на квадраты плотности заряда и квадрат заряда, мы получим соответственно:

$$e^2 A_\mu^2 = -(e\varphi)^2 + (e\vec{A})^2, \quad (2.9)$$

Введем величины плотности энергии взаимодействия и энергию взаимодействия электрона, соответственно:

$$U_e = \rho\varphi, \quad \varepsilon_e = e\varphi, \quad (2.10)$$

а также плотность импульса и импульс взаимодействия электрона, соответственно:

$$g_{ei} = \frac{1}{c} \rho A_i, \quad p_{ei} = \frac{1}{c} e A_i, \quad (2.11)$$

Тогда из (2.9) получим:

$$e^2 A_\mu^2 = -\varepsilon_e^2 + (c\vec{p}_e)^2, \quad (2.12)$$

Так как $(\hat{\alpha}_0 \varepsilon)^2 = \varepsilon^2$, $(\hat{\alpha} \vec{p})^2 = \vec{p}^2$, эти выражения можно записать также в виде:

$$e^2 A_\mu^2 = -(\varepsilon_e^2 - c^2 p_{ei}^2) = -\left((\hat{\alpha}_0 \varepsilon_e)^2 - c^2 (\hat{\alpha} \vec{p}_e)^2\right), \quad (2.13)$$

Используя вышеприведенные результаты, для нелинейной части лагранжиана Ми $L_{Mie}^N = f(\pm \sqrt{A_\mu A^\mu})$ примем выражение:

$$L_{Mie}^N = \rho \left(\pm \sqrt{\varphi^2 - c^2 \vec{A}^2} \right), \quad (2.14)$$

Нетрудно получить, пользуясь свойствами матриц Дирака, следующие разложения:

$$\sqrt{e^2 A_\mu^2} = \mp \left(\hat{\alpha}_0 \varepsilon_e \pm c \hat{\alpha} \vec{p}_e \right), \quad (2.15)$$

что дает для лагранжиана выражения:

$$L_{Mie}^{Ne} = \mp \left(\hat{\alpha}_0 \mathcal{E}_e \pm c \hat{\vec{\alpha}} \cdot \hat{\vec{p}}_e \right), \quad (2.16)$$

Учитывая, что

$$\hat{\beta} mc^2 = - \left(\hat{\alpha}_0 \mathcal{E}_e - c \hat{\vec{\alpha}} \cdot \hat{\vec{p}}_e \right), \quad (2.17)$$

мы видим, что мы можем ввести член, соответствующий массовому члену уравнения Дирака и ЭДКВ.

Таким образом, можно утверждать, что лагранжиан Г. Ми может быть преобразован так, чтобы иметь вид лагранжиана нелинейной теории поля, соответствующей теории электронно-подобных частиц ЭДКВ. Использование этих выражений приводит к уравнениям электрона и позитрона Дирака, причем приобретает основание попытка Вейля истолковать асимметрию обоих родов электричества, но не в связи с массой, а в связи с различием частица - античастица.

Также нетрудно видеть связь лагранжиана Ми с лагранжианом Борна-Инфельда. Действительно, принимая во внимание, что

$$e^2 A_\mu^2 = - \left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} U_e^2 dV \right)^2 - c^2 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{S}_e^2 dV \right)^2 \right] \text{ и вспоминая электромагнитное}$$

представление выражения Фирца (Cheng and Li, 1984):

$$(8\pi)^2 (U^2 - c^2 \vec{g}^2) = (8\pi)^2 (U^2 - \vec{S}^2) = (E^2 - H^2) - 4 [\vec{E} \times \vec{H}]^2 = (E^2 - H^2) - 4 [\vec{E} \cdot \vec{H}]^2, \quad (2.18)$$

мы можем получить выражение, подобное выражению Борна-Инфельда (Born and Infeld, 1934).

Нетрудно видеть, что предположение Ми о том, что внутренние свойства электрона описываются электромагнитным полем соответствуют результатам ЭДКВ. Действительно, в рамках ЭДКВ мы пришли к выводу (см. главу 2), что потенциалы, умноженные на заряд, в уравнении Дирака равнозначны внутренней энергии частицы, так как через них выражается масса частицы или внутренний электрический ток частицы. Если принять, что потенциалы внутри частицы соответствуют энергии-импульсу поля самой частицы, то это делает потенциалы физически определенными величинами, но не измеримыми вне частицы; другими словами, потенциалы, в таком случае, являются *hidden parameters* элементарных частиц.

Не противоречат ли эти результаты современным экспериментальным данным?

Как известно, в классической электродинамике потенциалы играют роль математических вспомогательных величин и не имеют физического смысла.

Но как оказалось, в рамках квантовой механики потенциалы имеют физический смысл, что подтверждается экспериментом Ааронова-Бома (Aharonov and Bohm, 1959; Feynman, Leighton etc, 1989).

3.0. Нелинейная теория ЭМ поля Борна-Инфельда

Борн и Инфельд под влиянием теории Ми предложили специальную модель, в которой отсутствовал основной недостаток теории Ми – нарушение требования калибровочной инвариантности. Теория Борна-Инфельда (Born and Infeld, 1934) базируется на простейшем из возможных лагранжианов, соответствующим квадратному корню из детерминанта ковариантного тензора ЭМ поля второго ранга. Такая структура автоматически обеспечивала инвариантность теории относительно любых преобразований координат, давая полностью релятивистскую и калибровочно-инвариантную нелинейную электродинамику.

3.1. Некоторые результаты нелинейной теории Борна-Инфельда

М. Борн и Л. Инфельд исходили из идеи ограниченной величины напряженности электромагнитного поля электрона (Иваненко и Соколов, 1949). Это предположение и некоторые другие привели их к следующему лагранжиану нелинейной электродинамики:

$$L_{BI} = \frac{E_0^2}{4\pi} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{E^2 - H^2}{E_0^2} - \frac{(\vec{E} \cdot \vec{H})^2}{E_0^4}} \right), \quad (3.1)$$

где E_0 - максимальное поле электрона.

Ограничимся рассмотрением наиболее важного случая электростатического поля сферически симметричного электрона. Полагая $\vec{H} = 0$, $\vec{E} = -\mathbf{grad}\varphi$, $\rho(\vec{x} - \xi) = \delta(\vec{r})\delta(t - s)$ найдем согласно (3.1):

$$L_n = \frac{E_0^2}{4\pi} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{E_r^2}{E_0^2}} \right) - e\varphi\delta(\vec{r})$$

С помощью вариационного принципа получаем

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{\partial D_r}{\partial E_r} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$$

где \vec{D} - вектор электростатической индукции (смещения):

$$D_r = 4\pi \frac{\partial L}{\partial E_r} = \frac{E_r}{\sqrt{1 - \frac{E_r^2}{E_0^2}}}$$

отвечает уравнению:

$$\operatorname{div} \vec{D}_r = 4\pi e \delta(\vec{r})$$

решение которого соответствует линейной теории Максвелла:

$$D_r = \frac{e\vec{r}}{r^3}$$

Как мы видим, с точки зрения D -поля, т.е. с точки зрения теории, в которой электрическое поле задается электрической индукцией, электрон может быть описан как точечная частица.

Для напряженности поля электрона, вызванного точечным зарядом, имеем:

$$\vec{E}_r = \frac{\vec{D}_r}{\sqrt{1 + \frac{D_r^2}{E_0^2}}} = \frac{e\vec{r}}{r\sqrt{r^4 + r_0^4}}$$

$$\text{где } r_0 = \sqrt{\frac{e}{E_0}}.$$

Отсюда получаем:

$$\varphi = \int_r^\infty E_r dr = \frac{e}{r_0} \int_r^\infty \frac{dx}{\sqrt{1 + x^4}}$$

В начале координат ($r=0$) напряженность достигает своего максимального значения:

$$E_{\max} = \frac{e}{r_0^2} = E_0$$

а потенциал φ остается конечной величиной, равной:

$$\varphi_0 = \frac{e}{r_0} \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{1 + x^4}}$$

Численное значение этого эллиптического интеграла равно $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{1 + x^4}} = 1,8541$. Поэтому $\varphi_0 = 1,8541 \dots \frac{e}{r_0}$.

Таким образом, с точки зрения анализа электрического поля электрон не является точечным, и плотность распределения его заряда может быть найдена из уравнения

$$\rho = \frac{\operatorname{div} \vec{E}}{4\pi} = \frac{er_0^4}{2\pi r(r^4 + r_0^4)^{3/2}}$$

Иными словами, с точки зрения электрического поля заряд можно рассматривать распределенным, в основном, в объеме радиуса r_0 , так как при $r \gg r_0$ плотность будет быстро стремиться к нулю. Поэтому величину r_0 можно рассматривать как эффективный радиус электрона (Точнее говоря, под радиусом электрона мы будем понимать то наибольшее расстояние от центра симметрии, на котором начинает практически сказываться отклонение от обычного кулоновского поля точечного заряда).

Легко показать, что общий заряд частицы равен e :

$$\frac{1}{4\pi} \int \operatorname{div} \vec{E} (d\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint \vec{E} dS = \lim_{r \rightarrow \infty} r^2 E(r) = e$$

Наличие двух типов полей \vec{D} и \vec{E} и соответствующие им два определения для плотности заряда, как известно, имеют место в теории диэлектриков. В данном случае, по устарелой терминологии электростатики диэлектриков "истинной" плотностью зарядов является плотность ρ (т.е. точечный источник), а "свободной" - ρ' ("истинные" плюс "связанные" заряды). Отношение величины \vec{D} к \vec{E} можно рассматривать как "диэлектрическую постоянную" вакуума, являющуюся функцией положения:

$$\varepsilon = \frac{D}{E} = \sqrt{1 + \frac{r_0^4}{r^4}}$$

На больших расстояниях от точечного заряда, когда $\frac{r_0}{r} \rightarrow 0$, ε принимает значение, равное единице, как в обычной электродинамике. Можно сказать, что вместо выражения энергии $\frac{e^2}{r^2}$ Борн и Инфельд берут $\frac{e^2}{\varepsilon r^2}$, причем уменьшение r компенсируется увеличением ε , так что полная энергия остается конечной.

Для величины полевой массы электрона здесь получается выражение:

$$m_{EM} = \frac{\int T_{44}(d\vec{r})}{c^2} = \frac{2}{3} \frac{e \varphi_0}{c^2}$$

Подставляя сюда значение потенциала φ_0 , получим $m_{EM} = 1,2351... \frac{e^2}{c^2 r_0}$.

Отсюда, подставляя известные значения для массы, заряда и скорости света, получим величину эффективного радиуса электрона, который, оказывается, практически равен классическому радиусу электрона: $r_0 = 2,28 \cdot 10^{-13}$ см.

Также нетрудно найти значение для максимального поля электрона, являющегося полем в центре электрона ($r = 0$):

$$E_0 = \frac{e}{r_0^2} = 9,18 \cdot 10^{15} CGS = 2,75 \cdot 10^{20} \frac{V}{m}.$$

Таким образом, в нелинейной электродинамике кулоновский потенциал модифицируется благодаря эффективной нелинейной диэлектрической постоянной вакуума. Наглядно говоря, между частицами (зарядами), благодаря нелинейностям на самых малых расстояниях имеют место силы отталкивания, отчасти компенсирующие притяжение.

Важно отметить, что в нелинейных обобщениях электродинамики, или спинорного дираковского уравнения возникает новая константа самодействия или связи поля "самого с собой", которой можно придать размерность длины. Например, борновское максимальное поле непосредственно связано с эффективным радиусом электрона, несмотря на сохранение точечного характера заряда. Как мы видели, такая постоянная возникает автоматически в теории электроно-подобной частицы в рамках ЭДКВ (см. главу 1)

Таким образом, исходя из некоторого формального гипотетического нелинейного обобщения электродинамики, оказалось возможным (Иваненко и Соколов, 1949):

1. доказать теорему устойчивости, т.е. доказать, что в нелинейной теории электрон является устойчивым без введения сил неэлектромагнитного происхождения;
2. получить конечную собственную энергию (массу) частицы;
3. получить конечную величину электрического заряда;
4. получить конечную величину электромагнитного поля.

3.2. Другие лагранжианы нелинейных теорий

Были предложены и другие варианты нелинейной теории ЭМ поля, удовлетворяющие вышеперечисленным условиям.

Так Шредингер использовал следующую произвольную комбинацию для Лагранжиана:

$$L_{Sch} = \frac{E_0^2}{8\pi} \ln \left(1 + \frac{E^2 - E^2}{E_0^2} \right), \quad (3.6)$$

Отмечено (Иваненко и Соколов, 1949), что различные, и как подчеркивалось, с физической точки зрения произвольные варианты формальной нелинейной электродинамики приводят к близким значениям коэффициентов, если учесть, что радиус электрона равен классическому радиусу электрона.

Основным пороком этих теорий, как и теории Ми, являлось то, что основание этих теорий покоилось на произвольном выборе Лагранжиана, не обоснованного экспериментом, и не имело никакой связи с квантовой теорией. В частности, они никак не были связаны с теорией Дирака и не учитывали свойств электрона, выявленных последней.

Покажем, что эти теории можно рассматривать, как приближение теории ЭМ электрон-подобной частицы, и что они математически связаны с теорией электрона Дирака.

4.0. Теория Борна-Инфельда как приближение ЭДКВ

Как мы показали (см. глава 2), в общем случае ЭДКВ является нелинейной теорией. Следовательно, Лагранжиан системы взаимодействующий частиц может содержать все возможные члены с инвариантами электромагнитного поля.

В этом случае лагранжиан может быть записан как некоторая функция от инвариантов поля:

$$\bar{L} = f_L(I_1, I_2), \quad (4.1)$$

где $I_1 = (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)$, $I_2 = (\vec{E} \cdot \vec{H})$ суть инварианты электромагнитной теории поля.

Очевидно, для каждой проблемы функция f_L имеет свою специальную форму, которая заранее неизвестна. Предполагается, что существует разложение функции f_L в степенной ряд Тейлора-Маклорана с некоторыми неизвестными коэффициентами.

Очевидно также, что для большинства типов функции $f_L(I_1, I_2)$ разложение содержит приблизительно одинаковый набор членов, которые различаются только постоянными коэффициентами, некоторые из которых могут быть равны нулю (как пример такого разложения можно привести разложение лагранжиана квантовой электродинамики с учетом физического

вакуума (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Weisskopf, 1936; Schwinger, 1951)). В общем случае разложение выглядит следующим образом:

$$L_M = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) + L', \quad (4.2)$$

где

$$L' = \alpha (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + \beta (\vec{E} \cdot \vec{H})^2 + \gamma (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)(\vec{E} \cdot \vec{H}) + \xi (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^3 + \zeta (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)(\vec{E} \cdot \vec{H})^2 + \dots, \quad (4.3)$$

является частью, которая отвечает за нелинейное взаимодействие (здесь $\alpha, \beta, \gamma, \xi, \zeta, \dots$ - постоянные).

В случае лагранжиана нелинейной электродинамики Борна-Инфельда он может быть разложен по малым параметрам $a^2 E^2 \ll 1$ и $a^2 H^2 \ll 1$, где

$$a^2 = \frac{1}{E_0^2} :$$

$$L_{BI} = -\frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) + \frac{a^2}{32\pi} \left[(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2 \right] + \sum O(\vec{E}^2, \vec{H}^2) \quad (4.4)$$

где $\sum O(\vec{E}^2, \vec{H}^2)$ - остаток ряда с членами, содержащими вектора электромагнитного поля в степенях выше четвертой. Очевидно, при условии $a^2 E^2 \ll 1$ and $a^2 H \ll 1$ на достаточном расстоянии от центра частицы (где существует максимальное поле) члены этого ряда действительно быстро сходятся, но на небольшом расстоянии от центра это, по-видимому, не так и требует учета членов все более высокой степени.

В главе 2 мы показали, что в первом приближении Лагранжиан ЭДКВ в электромагнитной форме может быть представлен следующим образом:

$$L_N = -\frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) + b \left[(\vec{E}^2 - \vec{H}^2) + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2 \right], \quad (4.5)$$

где b некоторая постоянная. Учитывая разложение (1.4), мы можем написать:

$$L_N \approx L_{BI}, \quad (4.6)$$

и получить в рамках ЭДКВ для электронно-подобной частицы приближенное решение по теории Борна-Инфельда, которое вкратце мы изложили выше.

Аналогично мы можем показать, что Лагранжиан нелинейного уравнения электрон-подобной частицы в ЭДКВ приближенно совпадает с Лагранжианом

Шредингера и другими предложенными Лагранжианами нелинейных теорий, позволяя рассчитать соответствующие характеристики электрона.

Таким образом, нетрудно видеть почему «различные с физической точки зрения произвольные варианты формальной нелинейной электродинамики приводят к близким значениям коэффициентов»: как показывает разложение нелинейного Лагранжиана (4.4), они все приближенно равны между собой и потому дают близкие результаты.

Вместе с тем, поскольку лагранжианы и уравнения ЭДКВ полностью совпадают с лагранжианами и уравнениями квантовой электродинамики, *теория Mi и ее вариант теория - Борна-Инфельда, приобретают тесную связь с квантовой теорией*, в частности, с теорией Дирака. При этом, как мы показали выше, приближенное решение нелинейного уравнения ЭДКВ может быть записано так, что характеризует частицу, как точечную. Следовательно, в таком виде решение нелинейного уравнения в ЭДКВ, не вступает в противоречие с результатами КЭД, но, очевидно, требует введения операции, равнозначной операции перенормировки.

Глава 4. Квантовые и электромагнитные формы теории электрона в ЭДКВ

Цель главы: показать, что все математические особенности теории электрона Дирака (КЭД), отмеченные в литературе (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Bethe, 1964; Schiff, 1955; Fermi, 1960; etc), имеют в рамках ЭДКВ известный электродинамический смысл.

1.0. Введение

Теория электрона Дирака имеет множество особенностей. В современной интерпретации эти особенности рассматриваются как математические свойства, которые не имеют физического смысла. К ним относятся различные формы уравнения Дирака, матрицы, билинейные формы составленные из волновых функций и матриц, и многое другое. Кратко напомним, о чем идет речь.

Уравнение Дирака известно в спинорной и биспинорной формах.

1.1. Спинорная форма уравнения электрона Дирака

Как известно, существуют две математические формы представления теории электрона Дирака: спинорная и биспинорная.

Уравнение Дирака в спинорной форме имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \hat{\epsilon}\varphi + c\hat{\sigma} \hat{p}\chi + mc^2\varphi = 0, \\ \hat{\epsilon}\chi + c\hat{\sigma} \hat{p}\varphi - mc^2\chi = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

где $\hat{\sigma}$ - спиновые матрицы Паули, имеющие вид:

$$\hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{а } \varphi \text{ и } \chi$$

есть волновые функции электрона в спинорной форме (так называемые спиноры), описываемые посредством следующих матриц:

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

1.2. Биспинорная форма уравнения электрона Дирака

Более часто уравнение Дирака записывается в биспинорной форме. Вводя волновую функцию посредством следующей матрицы:

$$\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

называемую биспинором, уравнение (2.1) может быть записано как одно уравнение.

Существует два биспинорных уравнения Дирака (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Bethe, 1964; Schiff, 1955):

$$\left[\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right] + \hat{\beta} mc^2 \psi = 0, \quad (1.4)$$

$$\psi^+ \left[\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right] - \hat{\beta} mc^2 = 0, \quad (1.5)$$

которые соответствуют двум знакам релятивистского выражения энергии электрона:

$$\epsilon = \pm \sqrt{c^2 \vec{p}^2 + m^2 c^4}, \quad (1.6)$$

где (а также и в дальнейшем) для простоты, вместо m_e для массы электрона мы будем пользоваться обозначением m . (Напомним также, что $\hat{\epsilon} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$, $\hat{\vec{p}} = -i\hbar \vec{\nabla}$ суть операторы энергии и импульса, а ϵ , \vec{p} - энергия и импульс электрона, c - скорость света, $\hat{\alpha}$ - матрицы Дирака).

Отметим также, что для каждого знака уравнения (1.6) существуют два эрмитово-сопряженных уравнений.

Покажем, что как сами уравнения, так и все входящие в них элементы, а также и составленные из них математические конструкции, используемые в КЭД, имеют в рамках ЭДКВ простой электродинамический смысл.

2.0. Электродинамический смысл форм уравнений Дирака

2.1. Электромагнитная форма уравнения Дирака без массового члена

В главе 2 мы показали, что линейное волновое уравнение может быть разложено на два уравнения Дирака без массового члена:

$$\psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) = 0, \quad (2.1)$$

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) \psi = 0, \quad (2.2)$$

так что для ЭМ волны, распространяющейся вдоль оси y -ков, мы должны выбрать биспинор Дирака в виде:

$$\psi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ iH_x \\ iH_z \end{pmatrix}, \quad \psi^+ = (E_x \quad E_z \quad -iH_x \quad -iH_z), \quad (2.3)$$

Нетрудно показать, что в этом случае уравнения (2.1) и (2.2) являются корректными уравнениями Максвелла электромагнитных волн – запаздывающей и опережающей:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{cases}, \quad (2.4'), \quad \begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{cases}, \quad (2.4'')$$

2.2. Электромагнитная форма уравнения Дирака с массовым членом

Полное биспинорное уравнение Дирака имеет много эквивалентных форм. Рассмотрим, во-первых, два эрмитово-сопряженных уравнения, соответствующих отрицательному знаку выражения (1.9):

$$[\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \hat{\vec{p}}] + \hat{\beta} mc^2 \psi = 0, \quad (2.5)$$

$$\psi^+ [\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \hat{\vec{p}}] + \hat{\beta} mc^2 = 0, \quad (2.6)$$

Используя (2.3), из (2.5) и (2.6) мы получим ЭМ формы этих уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = ij_z^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m \end{array} \right. , (2.7), \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -ij_z^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = -ij_x^m \end{array} \right. , (2.7'')$$

где, как мы нашли в главе 2, $\vec{j}^e = \frac{\omega}{4\pi} \vec{E} = \frac{1}{4\pi r_c} \frac{c}{r} \vec{E}$ и $\vec{j}^m = \frac{\omega}{4\pi} \vec{H} = \frac{1}{4\pi r_c} \frac{c}{r} \vec{H}$.

Таким образом, уравнения Дирака (2.5) и (2.6) представляют собой в ЭДКВ уравнения Максвелла с мнимыми токами, причем, как мы видим, эрмитово-сопряженные уравнения (2.7') и (2.7'') отличаются друг от друга направлением токов.

Интересно, что комплексная теория Максвелла, которая часто используется в теории электромагнитных волн и, особенно, в теории СВЧ волн, выглядит математически подобно ЭДКВ. Причем, начиная еще с О. Хевисайда, для стройности теории в уравнения Максвелла в этом случае вводят и магнитные токи. Но, как ни странно, это, с учетом отсутствия в классической электродинамике магнитных зарядов, не только не мешает анализу задач, но и способствует ему. Причину этого можно видеть в том, что в природе действительно существуют объекты, описываемые комплексной теорией электромагнитного поля – ЭДКВ, в которой действительно существуют магнитные токи и заряды (дополнительно об этом см. главу 9).

Рассмотрим теперь уравнения, которые соответствуют положительному знаку (1.6):

$$[\hat{\alpha}_o \hat{e} - c \hat{\alpha} \hat{p}] - \hat{\beta} mc^2 \psi = 0, \quad (2.8')$$

$$\psi^+ [\hat{\alpha}_o \hat{e} - c \hat{\alpha} \hat{p}] - \hat{\beta} mc^2 \psi = 0, \quad (2.8'')$$

Электромагнитные формы уравнений (2.8) будут:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = ij_z^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m \end{array} \right. , (2.9'), \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = -ij_x^m \end{array} \right. , (2.9'')$$

Сравнивая (2.7) и (2.9) мы можем видеть, что *электромагнитные формы уравнений (2.8) имеют одинаковые направления токов сравнительно с уравнениями (2.7), но противоположные знаки полей*. Уравнения (2.7) могут рассматриваться как уравнения запаздывающих свернутых волн относительно уравнений опережающих свернутых волн (2.9).

Если мы хотим перейти от запаздывающих волн к опережающим, мы должны преобразовать волновую функцию запаздывающей волны в следующую форму:

$$\psi_{ret} = \begin{pmatrix} E_x \\ -E_z \\ iH_x \\ -iH_z \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

Преобразование функции ψ_{ret} в функцию ψ_{adv} называется операцией зарядового сопряжения. В этом случае вместо системы (2.9) мы получим систему (2.7).

3.0. Электродинамический смысл билинейных форм теории электрона Дирака

Как известно, существуют 16 матриц Дирака размерности 4x4. В этой книге мы используем набор матриц (Shiff, 1955), который первоначально использовал сам Дирак, и называем его α - набором

Можно показать, что тензорная размерность билинейных форм (часто говорят просто о тензорной размерности матриц) полностью соответствует размерности этих форм в ЭДКВ. Перечислим матрицы и укажем их тензорные размерности (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Bethe, 1964; Schiff, 1955), установление в рамках КЭД из анализа их инвариантных преобразований:

$$1) \quad \hat{\alpha}_4 \equiv \hat{\beta}, \quad (3.1)$$

$$2) \quad \hat{\alpha}_\mu = \{\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}\} \equiv \{\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3, \hat{\alpha}_4\}, \quad (3.2)$$

$$3) \quad \hat{\alpha}_5 = \hat{\alpha}_1 \cdot \hat{\alpha}_2 \cdot \hat{\alpha}_3 \cdot \hat{\alpha}_4, \quad (3.3)$$

$$4) \quad \hat{\alpha}_\mu^A = \hat{\alpha}_5 \cdot \hat{\alpha}_\mu, \quad (3.4)$$

$$5) \quad \hat{\alpha}_{\mu\nu} = -\hat{\alpha}_{\nu\mu} = \begin{cases} i\hat{\alpha}_\nu \hat{\beta} \hat{\alpha}_\mu, & \mu \neq \nu \\ 0, & \mu = \nu \end{cases}, \quad (3.5)$$

причем тензорные размерности этих матриц следующие: 1) - скаляр, 2) - 4-вектор, 3) - псевдовектор, 4) - 4-псевдовектор, 5) - антисимметричный тензор второго ранга.

Вычислим билинейные электродинамические величины $O = \psi^+ \hat{\alpha} \psi$, соответствующие этим матрицам, учитывая, что ψ - функция задается посредством матрицы (2.3). В результате получаем:

$$1) \quad \psi^+ \hat{\alpha}_4 \psi = (E_x^2 + E_z^2) - (H_x^2 + H_z^2) = \vec{E}^2 - \vec{H}^2 = 8\pi I_1, \text{ где } I_1$$

есть первый скаляр (инвариант) теории Максвелла, т.е. лагранжиан электромагнитного поля в вакууме;

2) $\psi^+ \hat{\alpha}_o \psi = \vec{E}^2 + \vec{H}^2 = 8\pi U$, где U есть плотность энергии электромагнитного поля; и

$$\psi^+ \hat{\alpha}_y \psi = -\frac{8\pi}{c} \vec{S}_{Py} = -8\pi c \vec{g}_y, \text{ где } \vec{S}_P \text{ - вектор Пойнтинга, } \vec{g}_y \text{ есть}$$

плотность импульса электромагнитного поля волны, движущейся вдоль оси Y - ков;

3) $\psi^+ \hat{\alpha}_5 \psi = 2(E_x H_x + E_z H_z) = 2(\vec{E} \cdot \vec{H})$ является псевдоскаляром электромагнитного поля, а $(\vec{E} \cdot \vec{H})^2 = I_2$ есть второй скаляр (инвариант) электромагнитной теории поля.

$$4) \quad \psi^+ \hat{\alpha}_5 \hat{\alpha}_0 \psi = 2(E_x H_x + E_z H_z) = 2(\vec{E} \cdot \vec{H})$$

$$\psi^+ \hat{\alpha}_5 \hat{\alpha}_1 \psi = -2i(E_x E_z - H_x H_z),$$

$$\psi^+ \hat{\alpha}_5 \hat{\alpha}_2 \psi = 0,$$

$$\psi^+ \hat{\alpha}_5 \hat{\alpha}_3 \psi = -i(E_x^2 - E_z^2 - H_x^2 + H_z^2).$$

5) Тензор мы можем записать в компактной форме в следующем виде:

$$(\alpha_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & E_x^2 - E_z^2 + H_x^2 - H_z^2 & 0 & -2(E_x H_z + E_z H_x) \\ -\left(E_x^2 - E_z^2 - H_x^2 + H_z^2\right) & 0 & 2(E_x E_z - H_x H_z) & 0 \\ 0 & -2(E_x E_z - H_x H_z) & 0 & -2(E_x H_x - E_z H_z) \\ 2(E_x H_z + E_z H_x) & 0 & 2(E_x H_x - E_z H_z) & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

В рамках КЭД этот тензор связывают с описанием спина электрона. Ниже мы покажем, что в ЭДКВ он описывает силы Лоренца, действующие внутри электрона и обеспечивающие, по-видимому, его стабильность.

4.0. О статистической интерпретации квантовой механики

Как известно, из уравнения Дирака может быть получено уравнение непрерывности вероятности (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Bethe, 1964; Schiff, 1955; Fermi, 1960).:

$$\frac{\partial P_{pr}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S}_{pr}(\vec{r}, t) = 0, \quad (4.1)$$

Здесь $P_{pr}(\vec{r}, t) = \psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi$ есть плотность вероятности, а $\vec{S}_{pr}(\vec{r}, t) = -c \psi^+ \hat{\alpha} \psi$ есть плотность потока вероятности. Используя вышеприведенные результаты, мы можем получить: $P_{pr}(\vec{r}, t) = 8\pi U$ и $\vec{S}_{pr} = c^2 \vec{g} = 8\pi \vec{S}_P$. Тогда электромагнитная форма уравнения (4.1) будет следующая:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S}_P = 0, \quad (4.2)$$

что представляет собой запись закона сохранения энергии электромагнитного поля.

5.0. Электродинамический смысл выбора матриц

Согласно (Fermi, 1960). «можно показать, что все физические следствия, вытекающие из уравнения Дирака, не зависят от способа выбора системы матриц Дирака. Иными словами, все следствия, вытекающие из теории, останутся прежними при переходе к другой системе 4x4 матриц. Если только матрицы новой системы также имеют те же свойства. В частности, с помощью унитарного преобразования можно прийти к такому представлению, в котором

прежние четыре матрицы поменяются ролями. Таким образом, их различие является лишь кажущимся».

В рамках принятой в КЭД интерпретации, эти утверждения вполне справедливы. Но, тем не менее, обнаруживается, что различие матриц, а также замена матриц, унитарные преобразования и пр., в рамках ЭДКВ имеют совершенно простой физический смысл и не являются кажущимися. Почему это так, покажем ниже.

Согласно результатам главы 2 последовательность матриц $(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3)$ связана с электромагнитной волной, имеющей направление по оси $-y$ -ов. Возникает вопрос: как описать волны, которые имеют направления по x и z осям? Вводя индексы осей, которые фиксируют направление электромагнитной волны, мы можем написать три группы матриц, каждая из которых соответствует только одному направлению волны: $(\hat{\alpha}_{1x}, \hat{\alpha}_{2y}, \hat{\alpha}_{3z})$, $(\hat{\alpha}_{2x}, \hat{\alpha}_{3y}, \hat{\alpha}_{1z})$, $(\hat{\alpha}_{1z}, \hat{\alpha}_{2y}, \hat{\alpha}_{3x})$.

Выберем теперь формы волновых функций, которые дают правильные уравнения Максвелла для волн x и z направлений. Принимая форму (2.3) направления вдоль оси $-y$ -ов, как начальную, из нее, посредством перестановки индексов по кругу, мы попытаемся получить нужные формы. Так как в начальной форме вектор Пойнтинга имеет отрицательное направление, мы можем предположить, что перестановка индексов должна осуществляться против часовой стрелки. Проверим это предположение, вычислив соответствующие значения вектора Пойнтинга:

Выбор $(\hat{\alpha}_{1x}, \hat{\alpha}_{2y}, \hat{\alpha}_{3z})$, $(\hat{\alpha}_{2x}, \hat{\alpha}_{3y}, \hat{\alpha}_{1z})$, $(\hat{\alpha}_{1z}, \hat{\alpha}_{2y}, \hat{\alpha}_{3x})$ соответствует волновым функциям:

$$\psi(y) = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ iH_x \\ iH_z \end{pmatrix}, \quad \psi(x) = \begin{pmatrix} E_z \\ E_y \\ iH_z \\ iH_y \end{pmatrix}, \quad \psi(z) = \begin{pmatrix} E_y \\ E_x \\ iH_y \\ iH_x \end{pmatrix}$$

и следующим не нулевым значениям вектора Пойнтинга для волн по соответствующим осям: $\psi^+ \hat{\alpha}_{2y} \psi = -2[\vec{E} \times \vec{H}]_y$, $\psi^+ \hat{\alpha}_{2x} \psi = -2[\vec{E} \times \vec{H}]_x$, $\psi^+ \hat{\alpha}_{2z} \psi = -2[\vec{E} \times \vec{H}]_z$, которые, как нетрудно проверить, соответствуют теории Максвелла.

Далее мы можем предположить, что при перестановке индексов по часовой стрелке, волновые функции будут описывать электромагнитные волны, движущиеся в положительном направлении вдоль осей координат.

Проверим это предположение. Выбор $(\hat{\alpha}_{1x}, \hat{\alpha}_{2y}, \alpha_{3z}), (\hat{\alpha}_{2x}, \hat{\alpha}_{3y}, \hat{\alpha}_{1z}), (\hat{\alpha}_{2z}, \hat{\alpha}_{1y}, \hat{\alpha}_{3x})$ соответствует волновым функциям:

$$\psi(y) = \begin{pmatrix} E_z \\ E_x \\ iH_z \\ iH_x \end{pmatrix}, \quad \psi(x) = \begin{pmatrix} E_y \\ E_z \\ iH_y \\ iH_z \end{pmatrix}, \quad \psi(z) = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ iH_x \\ iH_y \end{pmatrix}.$$

при этом не нулевые значения векторов Пойнтинга будут равны:
 $\psi^+ \hat{\alpha}_{2y} \psi = 2[\vec{E} \times \vec{H}]_y, \quad \psi^+ \hat{\alpha}_{2x} \psi = 2[\vec{E} \times \vec{H}]_x, \quad \psi^+ \hat{\alpha}_{2z} \psi = 2[\vec{E} \times \vec{H}]_z,$
 что также полностью соответствует уравнениям Максвелла.

Теперь мы докажем, что выбор матриц и волновых функций, сделанный выше, дает правильные электромагнитные формы уравнений. Используя в качестве примера уравнения (2.7) и переставляя индексы по часовой стрелке, мы получим для положительного направления электромагнитной волны для x, y, z - направлений соответственно следующие результаты:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial x} = -ij_y^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial x} = ij_z^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = ij_y^m \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial x} = -ij_z^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial x} = ij_x^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial x} = ij_z^m \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_y}{\partial x} = -ij_x^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial x} = ij_y^m \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial x} = -ij_y^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = ij_x^m \end{cases}, \quad (5.1)$$

Как мы можем видеть, уравнения (5.1) представляют три группы уравнений, каждая из которых содержит четыре уравнения, как это требуется для описания указанных направлений электромагнитных волн. Таким же путем могут быть получены аналогичные результаты для всех других направлений волн.

Очевидно также, что посредством канонического преобразования можно выбрать матрицы Дирака таким образом, что электромагнитные волны будут иметь любое направление в пространстве. Покажем это.

5.1. Электродинамический смысл канонических преобразования матриц Дирака и биспиноров Дирака.

Выбор матриц Дирака (1.7) не является единственным (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Schiff, 1955; Fock, 1932). Как известно, существует свободное преобразование вида $\alpha = S \alpha' S^+$, где S есть унитарная матрица, называемая оператором канонического преобразования, а также преобразование волновой функции $\psi' : \psi = S \psi'$, которые не меняют результатов теории.

Если мы выберем матрицы α' в виде:

$$\hat{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_x & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_x \end{pmatrix}, \hat{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_y & 0 \\ 0 & -\hat{\sigma}_y \end{pmatrix}, \hat{\alpha}_3 = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_z & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_z \end{pmatrix}, \hat{\alpha}_4 = \begin{pmatrix} 0 & -i\hat{\sigma}_y \\ i\hat{\sigma}_y & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.2)$$

то функции ψ будут связаны с функциями ψ' согласно соотношениям:

$$\psi_1 = \frac{\psi'_1 - \psi'_4}{\sqrt{2}}, \quad \psi_2 = \frac{\psi'_2 + \psi'_3}{\sqrt{2}}, \quad \psi_3 = \frac{\psi'_1 + \psi'_4}{\sqrt{2}}, \quad \psi_4 = \frac{\psi'_2 - \psi'_3}{\sqrt{2}}, \quad (5.3)$$

Унитарная матрица S , которая соответствует этому преобразованию, задается следующей таблицей:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

Нетрудно проверить, что при помощи этого преобразования мы также получим правильные уравнения Максвелла с мнимыми токами. Действительно, используя (2.3) и (5.3) легко получить:

$$\frac{\psi'_1 - \psi'_4}{\sqrt{2}} = E_x, \quad \frac{\psi'_2 + \psi'_3}{\sqrt{2}} = E_z, \quad \frac{\psi'_1 + \psi'_4}{\sqrt{2}} = iH_x, \quad \frac{\psi'_2 - \psi'_3}{\sqrt{2}} = iH_z, \quad (5.5)$$

откуда:

$$\psi' = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} E_x + iH_x \\ E_z + iH_z \\ E_z - iH_z \\ -E_x + iH_x \end{pmatrix}, \quad (5.6)$$

Подставляя эти функции в уравнение Дирака мы получим корректные уравнения свернутых электромагнитных волн, причем, в двойном количестве. Можно предположить, что в данном случае функции ψ' соответствуют начальной ЭМ волне, движущейся под углом в 45 градусов к обеим осям координат.

Таким образом, из вышеизложенного следует, что каждый выбор матриц Дирака определяет только направление начальной электромагнитной волны, что, разумеется, не меняет свойств частицы, образуемой при этом. Очевидно, этим и объясняется, почему «все физические следствия, вытекающие из уравнения Дирака, не зависят от способа выбора системы матриц Дирака» (Fermi, 1960).

6.0. Электродинамический смысл лагранжиана теории электрона Дирака

В качестве лагранжиана теории Дирака может быть взято выражение (Schiff, 1955).

$$L_D = \psi^+ \left(\hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} + \hat{\beta} mc^2 \right) \psi, \quad (6.1)$$

Для ЭМ волны, движущейся вдоль оси $-y$, уравнение (6.1) может быть записано в виде:

$$L_D = \frac{1}{c} \psi^+ \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi^+ \hat{\alpha}_y \frac{\partial \psi}{\partial y} - i \frac{mc}{\hbar} \psi^+ \hat{\beta} \psi, \quad (6.2)$$

Переводя каждый член выражения (6.2) в электромагнитный вид мы получаем электромагнитную форму лагранжиана теории Дирака:

$$L_{DM} = \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S}_P - i \frac{\omega}{4\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2), \quad (6.3)$$

(отметим, что в случае вариационной процедуры мы должны различать комплексно сопряженные вектора поля \vec{E}^* , \vec{H}^* и \vec{E} , \vec{H}). Используя мнимые электрический и магнитный токи (2.8') и (2.8'') мы получим:

$$L_{DM} = \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S}_P - \left(\vec{j}^e \vec{E} - \vec{j}^m \vec{H} \right), \quad (6.4)$$

Так как благодаря (1.4) или (1.5) мы имеем $L_s = 0$, то мы можем получить уравнение:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{S}_P - \left(\vec{j}^e \vec{E} - \vec{j}^m \vec{H} \right) = 0, \quad (6.5)$$

Нетрудно видеть, что оно имеет форму закона сохранения энергии-импульса для уравнения Maxwella с токами (здесь с мнимыми токами).

7.0. Выражение силы Лоренца в ЭМ представлении

Исходя из наших представлений об образовании ЭМ электрона, в результате сворачивания фотона в нем должны появиться силы, перпендикулярные траектории движения, обуславливающие его стабильность. При этом должна отсутствовать сила, направленная вдоль траектории (в нашем примере, по оси y -ков), поскольку она привела бы к ускорению поля, образующего электрон.

Выражение для силы Лоренца через симметричный тензор энергии-импульса электромагнитного поля τ_{μ}^{ν} , определение которого дано в главе 3, хорошо известно (Тоннела, 1962; Иваненко и Соколов, 1949):

$$f_{\mu} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \tau^{\nu}_{\mu}}{\partial x^{\nu}} \equiv -\frac{1}{4\pi} \partial_{\nu} \tau^{\nu}_{\mu}, \quad (7.1)$$

Здесь три первые компоненты описывают вектор плотности (обобщенной) силы Лоренца, а четвертая компонента соответствует закону сохранения энергии.

Используя (7.1), нетрудно найти:

$$f_x = f_z = 0, \quad f_y \equiv - \left(\frac{\partial \vec{g}}{\partial t} + \text{grad } U \right), \quad (7.2)$$

$$f_4 = - \left(\frac{1}{c} \frac{\partial U}{\partial t} + c \text{ div } \vec{g} \right), \quad (7.3)$$

Как мы видим, в случае выбора симметричного тензора энергии импульса мы не получили нужных компонент силы.

Оказывается, правильный результат получается, если использовать антисимметричный тензор $\alpha_{\mu\nu}$ (3.5) теории электрона Дирака (как известно, антисимметричный тензор всегда может быть представлен в виде вектора, что не является справедливым для симметричного тензора)

В этом случае мы имеем:

$$f_{\mu} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \alpha^{\nu}_{\mu}}{\partial x^{\nu}} \equiv -\frac{1}{4\pi} \partial_{\nu} \alpha^{\nu}_{\mu}, \quad (7.4)$$

или, используя компоненты тензора, мы получим в общем виде:

$$\begin{cases} f_x = -\left(\frac{\partial \alpha_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \alpha_{14}}{\partial x_4} \right) \\ f_y = 0 \\ f_x = -\left(\frac{\partial \alpha_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \alpha_{34}}{\partial x_4} \right) \\ f_4 = 0 \end{cases}, \quad (7.5)$$

Используя (2.3) и (3.1) мы получим компоненты силы Лорентца в электромагнитном виде:

$$2\pi f_x = E_x \left(\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + H_z \left(\frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) + \\ H_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + E_z \left(\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ f_y = 0, \quad (7.6)$$

$$2\pi f_x = E_x \left(\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) - H_z \left(\frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \\ H_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - E_z \left(\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ f_4 = 0,$$

Согласно уравнениям Максвелла для «линейного» фотона все скобки в (7.6) равны нулю. Это означает, что в линейном фотоне не возникают никакие силы. Но, как показано в главе 2, когда фотон сворачивается вокруг некоторой оси, которая при данном выборе проекций полей перпендикулярна оси y -ов, мы получим дополнительный токовый член, так что для векторов поля свернутого полу-фотона можно условно использовать замену вида:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} \rightarrow i\omega E_x + \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \rightarrow i\omega E_z + \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (7.7)$$

В результате, для свернутого фотона (E_x, H_z) компоненты силы будут иметь вид

$${}^z f_x = 2i \frac{1}{4\pi} \frac{\omega}{c} E_x (E_x + H_z) = 2 \frac{1}{c} j_\tau \cdot (E_x + H_z), \quad (7.8)$$

а для свернутого фотона (E_z, H_x) мы получим:

$${}^x f_z = -2i \frac{1}{4\pi} \frac{\omega}{c} E_z (E_z - H_x) = -2 \frac{1}{c} j_\tau \cdot (E_z - H_x), \quad (7.9)$$

где верхний левый индекс указывает ось вращения OZ или OX , а также:

$$f_y = 0, \quad (7.10)$$

$$f_4 = 0, \quad (7.11)$$

что соответствует нашим представлениям о динамике свернутого полуфотона.

8.0. Уравнение движения полей свернутой электромагнитной волны

Мы можем предположить, что 4-вектор-потенциал электромагнитного поля, умноженный на заряд электрона e , т.е. $\left\{ e\varphi, \frac{e}{c} \vec{A} \right\}$, является 4-вектором энергии-импульса криволинейного поля волны $\left\{ \mathcal{E}_s, \vec{p}_s \right\}$ (см. главу 2 книги).

Тогда известный анализ уравнения электрона Дирака во внешнем поле может быть использован для анализа уравнений внутренних полей свернутого полуфотона посредством замены:

$$\frac{e}{c} \vec{A} \rightarrow \vec{p}_s, \quad e\varphi \rightarrow \mathcal{E}_s, \quad m \rightarrow 0, \quad (8.1)$$

Как это известно (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Schiff, 1955), уравнение движения электрона во внешнем поле может быть найдено из следующего операторного уравнения, содержащего скобки Пуассона:

$$\frac{d\hat{O}}{dt} = \frac{\partial \hat{O}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} (\hat{O}\hat{H} - \hat{H}\hat{O}), \quad (8.2)$$

где \hat{O} является оператором физической величины, чье изменение мы хотим найти, а \hat{H} есть оператор Гамильтона уравнения электрона Дирака.

Оператор Гамильтона уравнения электрона Дирака равен (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Bethe, 1964; Schiff, 1955):

$$\hat{H} = -c\hat{\alpha} \hat{\vec{P}} - \hat{\beta} mc^2 + \varepsilon, \quad (8.3)$$

где $\hat{\vec{P}} = \hat{\vec{p}} - \vec{p}_s$ есть полный момент свернутого фотона.

Для $\hat{O} = \hat{\vec{P}}$ из (8.3) мы имеем:

$$\frac{d\hat{\vec{P}}}{dt} = \left[-\text{grad} (e\varphi) - \frac{e}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right] + \frac{e}{c} [\vec{v} \times \text{rot} \vec{A}], \quad (8.4)$$

или, подставляя $\vec{v} = c\hat{\vec{\alpha}}$, где \vec{v} - скорость электронной материи, мы получаем силу Лорентца:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] = f_L, \quad (8.5)$$

Так как для неподвижного электрона $\frac{d\hat{\vec{P}}_s}{dt} = 0$, то для уравнения

движения мы имеем:

$$\left(\frac{\partial \vec{p}_s}{\partial t} + \text{grad} \varepsilon_s \right) - [\vec{v} \times \text{rot} \vec{p}_s] = 0, \quad (8.6)$$

Переходя к плотностям энергии и импульса:

$$\vec{g}_s = \frac{1}{\Delta\tau} \vec{p}_s, \quad U_s = \frac{1}{\Delta\tau} \varepsilon_s, \quad (8.7)$$

мы получаем уравнение движения материи свернутого фотона:

$$\left(\frac{\partial \vec{g}_s}{\partial t} + \text{grad} U_s \right) - [\vec{v} \times \text{rot} \vec{g}_s] = 0, \quad (8.8)$$

Проанализируем физический смысл (8.8), сравнивая его с уравнением движения идеальной жидкости в форме Ламба-Громека (Lamb, 1931). Последнее, когда отсутствуют внешние силы, имеет вид:

$$\left(\frac{\partial \vec{g}_l}{\partial t} + \text{grad} U_l \right) - [\vec{v} \times \text{rot} \vec{g}_l] = 0, \quad (8.9)$$

где U_l, \vec{g}_l есть плотность энергии и импульса идеальной жидкости.

Сравнивая (8.8) и (8.9) нетрудно видеть их математическое тождество. Из этого факта следует интересное заключение: уравнение движения внутренних

полей электрона может быть интерпретировано как уравнение движения идеальной жидкости.

Используя (8.5) и (8.6), мы имеем из (8.9):

$$\frac{\partial \vec{g}_s}{\partial t} + \text{grad } U_s = \vec{f}_L, \quad (8.10)$$

где \vec{f}_L есть сила Лоренца. Как известно, член $[\vec{v} \times \text{rot } \vec{g}_s]$ в (8.9) отвечает за центростремительное ускорение. Вероятно, мы имеем то же самое и в (8.8). Если «фотонная жидкость» движется вдоль кольца с радиусом r_p , то угловая скорость движения ω связана с $\text{rot } \vec{v}$ выражением:

$$\text{rot } \vec{v} = 2\vec{\omega}_s = 2\omega_s \vec{e}_z, \quad (8.11)$$

а центростремительное ускорение равно:

$$\vec{a}_n = \frac{1}{2} \vec{v} \times \text{rot } \vec{v} = \frac{v^2}{r_p} \vec{e}_r = c\omega_p \vec{e}_r, \quad (8.12)$$

где \vec{e}_r есть единичный радиус вектор, \vec{e}_z есть единичный вектор оси OZ .

В результате уравнение (8.10) имеет форму закона Ньютона:

$$\rho \vec{a}_n = \vec{f}_L, \quad (8.13)$$

Этот результат может рассматриваться как электромагнитное представление теоремы Эренфеста для движения собственной материи электрона.

9.0. Связь спина с центростремительным ускорением в ЭДКВ

Как следует из предыдущего параграфа, полное ускорение ЭМ поля свернутого полуфотона имеет только радиальную составляющую, т.е. является центростремительным.

Пользуясь выражением (8.2) для описания изменения квантовых величин (Фок, 1932), нетрудно получить выражение для центростремительного ускорения в ЭДКВ. Согласно определению полное ускорение записывается следующим образом:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}, \quad (9.1)$$

Поскольку:

$$\frac{dr}{dt} = c \hat{\vec{\alpha}}, \quad (9.2)$$

то

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (c \hat{\vec{\alpha}}) = \frac{c}{i\hbar} [\hat{\vec{\alpha}}, \hat{H}], \quad (9.3)$$

Подставляя выражение для Гамильтониана и производя вычисления получим формулу, выражющую связь ускорения с импульсом и спином закрученного полуфотона:

$$\hat{\vec{a}} = \frac{2c^2}{\hbar} \left[\hat{\vec{P}}_{ph} \times \hat{\vec{\sigma}} \right], \quad (9.4)$$

где $\hat{\vec{\sigma}}$ - спиновые матрицы, связанные с $\hat{\vec{\alpha}}$ - матрицами соотношениями:

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_1 = -i\hat{\alpha}_2\hat{\alpha}_3 \\ \hat{\sigma}_2 = -i\hat{\alpha}_3\hat{\alpha}_1 \\ \hat{\sigma}_3 = -i\hat{\alpha}_1\hat{\alpha}_2 \end{cases} \quad (9.5)$$

Нетрудно видеть, что (9.4) дает правильное направление для ускорения. Действительно (см. рис.2, глава 2), поскольку направление $\hat{\vec{P}}_{ph}$ совпадает с направлением вектора Пойнтинга (на рисунке: \vec{S}_y), а $\hat{\vec{\sigma}}$ направлено по оси вращения, то это определяет радиальное направление ускорения и доказывает, что оно является центростремительным.

Глава 5. Эвристические модели свернутого фотона и ЭМ электрона

Цель главы: 1) ввести эвристические модели свернутых фотона и полуфотона, дающих возможность приближенного вычисления характеристик электрона; 2) показать, что независимо от точности полученных математических результатов, мы можем на основе модельных представлений получить качественно достоверные результаты.

1.0. Введение

В рамках ЭДКВ изучаемые объекты – поля и частицы – представляют собой реальные объекты, имеющие форму, структуру и размеры.

Поскольку частицы современной квантовой теории поля считаются точечными, мы не имеем представления о моделях этих объектов. С другой стороны, во всех областях классической физики модели существенным образом помогают решать возникающие задачи, а часто являются основой для нахождения такого решения. Поэтому, можно надеяться, что построение моделей элементарных частиц даст теории дополнительные возможности.

Из-за того, что в настоящее время отсутствуют какие-либо экспериментальные данные, характеризующие структуру элементарных частиц, всякая попытка построения точных моделей является бессмысленной. Поэтому мы здесь ограничиваемся первичным наброском этих моделей. И хотя, вследствие этого, полученные численные результаты не могут претендовать на высокую точность, они дают весьма полезные следствия.

2.0. Характеристики «линейного» фотона

Экспериментальные и теоретические данные позволяют утверждать, что все фотоны одинаковой энергии и поляризации имеют идентичную структуру и содержат один период волны, ибо в противном случае трудно было бы объяснить существование формулы Планка и принципа тождественности.

В рамках ЭДКВ постулируется, что фотон представляет собой квантовую (т.е. ограниченную) полевую электромагнитную струну. В этом смысле никакие модельные представления «линейного» фотона здесь не требуются. Но для описания модели электрона, возникающего при сворачивания такой струны, собственные характеристики фотона играют основополагающую роль. Рассмотрим, что мы имеем в этом смысле в рамках существующих квантовой и электромагнитной теорий.

В квантовой теории поля фотон возникает как член разложения электромагнитного поля в ряд Фурье и с физической точки зрения представляет собой осциллятор. Соотношение Планка позволяет представить фотон как частицу (которая, тем не менее, содержит взаимно-

перпендикулярные вектора магнитного и электрического полей, изменяющиеся по гармоническому закону и имеющие определенную поляризацию). Многочисленные эксперименты подтверждают локальность фотонов (эксперименты Вавилова, и др) (Matveev, 1989), но также и его электромагнитные свойства.

В рамках квантовой электродинамики (КЭД) размеры фотона не могут быть определены и невозможно ничего сказать о его структуре. Действительно, в КЭД (Akhiezer and Berestetskii, 1965) «волновая функция в координатном представлении $f(\vec{r}, t)$ не имеет физического смысла, так как она не определяется величинами электромагнитного поля в той же самой точке, а зависит от распределения поля в некотором пространстве, чьи размеры составляют примерно одну длину волны». Последнее означает, что локализация фотона в меньшем пространстве невозможна. Тем не менее, это заключение косвенно свидетельствует о существовании некоторого объема, а, значит, и структуры фотона, которая определяет структуру электрона.

3.0. Эвристическая модель свернутого фотона

Согласно ЭДКВ электрон и позитрон порождаются свернутой ЭМ струной, которая, очевидно, должна иметь тороидальную форму (рис. 1):

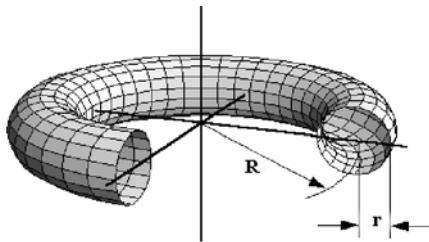


Рис. 1

Очевидно, радиус этого тора равен $R_{ph} = \frac{\lambda_{ph}}{2\pi}$, где λ_{ph} есть длина волны

такого фотона, который порождает электрон-позитронную пару. Введем также обозначения площади большого круга тора $S_{ph} = \pi R_{ph}^2$ и площади сечения трубы тора $s_{ph} = \pi r_{ph}^2$, и предположим, что в общем случае радиус трубы тора свернутого фотона r_{ph} равен $r_{ph} = \zeta_{ph} R_{ph}$, где $\zeta_{ph} \leq 1$

4.0. Электромагнитная модель электрона

4.1. Структура и параметры модели электрона

Как мы показали в главе 2, электрон имеет тороидальную симметрию и некоторые пространственные (геометрические) характеристики. Такое

представление подтверждается также анализом решений уравнения Дирака. Так (Messiah, 1973): «в нерелятивистском пределе электрон представляет собой не точечный заряд, а распределение заряда и тока в области с линейными размерами $\frac{\hbar}{mc}$ ». В классической электродинамике Лорентца

энергия электрона обусловлена исключительно электромагнитным полем. Здесь показано (см. глава 3), что если мы рассматриваем поле электрона как ограниченный объем, можно вычислить некоторый радиус, характеризующий объем электромагнитного поля, который включает основную часть энергии электрона. Он называется классическим радиусом электрона и равен:

$$r_o = \frac{e^2}{\xi mc^2}, \text{ где постоянная } \xi \text{ зависит (Шпольский, 1951; стр.43) от формы}$$

и распределения заряда (минимальная величина радиуса соответствует предположению о поверхностном распределении заряда, и при этом $\xi = 2$; в расчетах часто принимают $\xi = 1$)

Согласно ЭДКВ электрон вместе с позитроном рождается из свернутого фотона. Очевидно, что они должны иметь форму тора того же типа, что изображен на рис. 1.

Аналогично классическому радиусу мы можем ввести размеры тороидального объема, включающего основную часть энергии электрона: радиус тора R_e и радиус трубы тора r_e . Введем также обозначения площади большого круга тора $S_e = \pi R_e^2$ и площади сечения трубы тора $s_e = \pi r_e^2$, и предположим, как и в случае свернутого фотона, что радиус трубы тора свернутого полуфотона (электрона) r_e равен $r_e = \zeta_e R_e$, где $\zeta_e \leq 1$.

Согласно нашим теоретическим расчетам, радиус сворачивания полуфотона пропорционален длине волны Комптона для электрона. Таким образом, получаем, что $R_e = \frac{\hbar}{mc}$. Так как уравнение Дирака включает в себя

только одну характеристику тора – длину волны Комптона, то можно предположить, что оба радиуса тора одинаковы, т.е. $\zeta = 1$.

Попытаемся теперь, пользуясь модельными представлениями проиллюстрировать математические результаты процесса рождения пары электрон-позитрон, описанного в главе 2.

4.2. Гипотеза разделения и появление заряда

Согласно главе 2 исходным объектом, порождающим электрон и позитрон, является свернутый фотон. Зная плотность кругового тока (см. глава 2), нетрудно вычислить плотность заряда свернутого фотона:

$$\rho_{ph} = \frac{j_\tau}{c} = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_{ph}}{c} E, \quad (4.1)$$

Полный заряд свернутого фотона может быть определен посредством интегрирования по всему объему тора $\Delta\tau_t$:

$$q = \int_{\Delta\tau_t} \rho_{ph} d\tau, \quad (4.2)$$

Используя модель (рис. 1) и принимая $\vec{E} = \vec{E}(l)$, где l есть длина пути вдоль кольца тора, равная длине волны λ_{ph} , мы получаем:

$$q = \int_{S_t} \int_0^{\lambda_{ph}} \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_p}{c} E_o \cos k_{ph} l \, dl \, ds = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_p}{c} E_o s_{ph} \int_0^{\lambda_{ph}} \cos k_{ph} l \, dl = 0, \quad (4.3)$$

где E_o - амплитуда поля волны свернутого фотона, ds - элемент поверхности поперечного сечения тора, dl - элемент длины, $k_{ph} = \frac{\omega_{ph}}{c}$ - волновое число.

Легко понять полученный результат: поскольку кольцевой ток меняет свое направление каждые полпериода, полный заряд на одном периоде свернутого фотона равен нулю. Следовательно, свернутый фотон может представлять собой только незаряженную частицу.

Из этого следует, что заряженная частица, рожденная из свернутого фотона, должна содержать только половину периода фотона. Таким образом, мы должны предположить, что в процессе рождения пары электрон-позитрон свернутый фотон разделяется на два полупериода. Из этого следует, что частица, которую мы условно в главе 2 назвали полуфотоном, может быть действительно идентифицирована как полупериод фотона.

Таким образом, имеющий место в ЭДКВ процесс рождения ЭМ электрона и позитрона из свернутого фотона может быть проиллюстрирован следующим образом (рис. 2)

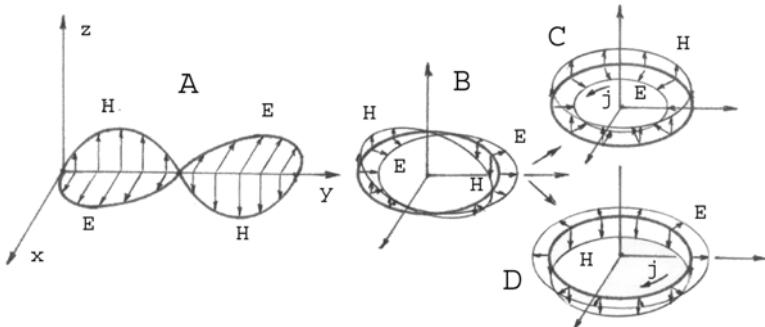


Рис. 2

Как мы видим, «дочерние» свернутые полу-фотоны С и D совершенно антисимметричны и не могут быть преобразованы один в другой никаким преобразованием координат (если оно не сопровождается изменением направления поля).

Ясно, что здесь (рис. 2) части С и D содержат токи противоположного направления. Таким образом, мы можем предположить, что причиной разрыва свернутого фотона является взаимное отталкивание токов противоположного направления.

Нетрудно понять, что вышеприведенная иллюстрация процессов сворачивания и разрыва электромагнитной волны соответствует процессу рождения пары электрон-позитрон e^-, e^+ из электромагнитного кванта γ в присутствии сильного ЭМ поля ядра Ze :

$$\gamma + Ze \rightarrow e^+ + e^- + Ze,$$

В случае такого отождествления мы можем точно рассчитать некоторые характеристики ЭМ частиц.

1) Во-первых, из закона сохранения углового момента частиц следует, что радиусы сворачивания фотона и полуфотона должны быть одинаковыми. Действительно, собственный угловой момент (спин) свернутого фотона равен:

$$\sigma_{ph} = p_{ph} \cdot R_{ph} = 2m_e c \cdot \frac{\hbar}{2m_e c} = 1\hbar, \quad (4.4)$$

В соответствие с законом сохранения углового момента:

$$\sigma_e^+ + \sigma_e^- = \sigma_p, \quad (4.5)$$

где σ_e^+, σ_e^- есть спины положительного и отрицательного полу-фотона (т.е. ЭМ электрона и позитрона). Тогда мы получаем:

$$\sigma_e = \frac{1}{2} \sigma_{ph} = \frac{1}{2} \hbar, \quad (4.6)$$

Так как

$$\sigma_e = p_e \cdot R_e, \quad (4.7)$$

где $p_e = m_e c$ есть его внутренний импульс, то мы имеем:

$$R_e = \frac{\sigma_e}{p_e} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{m_e c} = \frac{\hbar}{2m_e c} = R_{ph}, \quad (4.8)$$

Таким образом, величина радиуса круга свернутого фотона не изменяется после разрыва.

Очевидно, в этом случае также имеет место равенство: $S_e = S_{ph}$

2) Как нетрудно рассчитать, угловая скорость (угловая частота) также не

$$\text{испытывает изменения: } \omega_e = \frac{c}{R_e} = \frac{2m_e c^2}{\hbar} = \omega_{ph}.$$

3) Из решения уравнения ЭМ электрона, приведенного в главе 2, можно показать, что при разделении свернутого фотона объем каждого из рожденных полуфотонов (т.е. объем ЭМ поля электрона и позитрона, заключающий основную энергию каждой частицы) остается равным объему свернутого фотона.

Энергия фотона, порождающего пару электрон-позитрон, равна $\mathcal{E}_p = 2m_e c^2$. Плотность энергии фотона, как электромагнитного поля, равна

$$U_{ph} = \frac{1}{8\pi} (E_{ph}^2 + H_{ph}^2), \text{ а с учетом того, что в линейной волне (в гауссовой}$$

$$\text{системе) } |\vec{E}_{ph}| = |\vec{H}_{ph}|, \text{ мы имеем } U_{ph} = \frac{1}{4\pi} E_{ph}^2 = \frac{1}{4\pi} H_{ph}^2. \text{ Обозначая}$$

$$\text{объем фотона через } \Delta \tau_p, \text{ мы можем записать: } \mathcal{E}_{ph} = 2m_e c^2 = U_{ph} \Delta \tau_{ph}.$$

Для свернутого полуфотона (ЭМ электрона) имеем соответственно: энергию $\mathcal{E}_e = m_e c^2$, плотность энергии $U_e = \frac{1}{8\pi} (E_e^2 + H_e^2)$, а с учетом того, что в свернутой полуволне $|\vec{E}_e| = \frac{1}{2} |\vec{H}_e|$, получаем:

$U_e = \frac{1}{8\pi} \frac{5}{16} E_{ph}^2 = \frac{1}{8\pi} \frac{5}{4} H_{ph}^2$. Обозначая объем электрона через $\Delta\tau_e$, мы можем записать: $\varepsilon_e = m_e c^2 = U_e \Delta\tau_e$.

Из сравнения энергий получаем: $U_{ph} \Delta\tau_{ph} = 2U_e \Delta\tau_e$. Подставляя значения плотностей энергий, имеем: $\frac{1}{4\pi} H_p^2 \cdot \Delta\tau_p = 2 \frac{1}{8\pi} \frac{5}{4} H_{ph}^2 \cdot \Delta\tau_e$.

Откуда $H_{ph}^2 \cdot \Delta\tau_{ph} = \frac{5}{4} H_{ph}^2 \cdot \Delta\tau_e$ или $H_e = \kappa \cdot H_{ph} \frac{\Delta\tau_{ph}}{\Delta\tau_e}$

где $\kappa = \left(\frac{5}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ - коэффициент, совпадающий с нормировочным

коэффициентом волновой функции электрона в квантовой теории (Schiff, 1955), что подтверждает наши расчеты.

Очевидно, чтобы в теорию не входил какой-либо дополнительный коэффициент, необходимо, чтобы соблюдалось соотношение $\frac{\Delta\tau_{ph}}{\Delta\tau_e} = 1$. Из

этого следует, что объемы и сечения труб свернутых фотона и полуфотона одинаковы: $\Delta\tau_e = \Delta\tau_{ph}$, $s_e = s_{ph}$

4) Вышеприведенные выводы делают возможным также решение известной теоретической проблемы о так называемом внутреннем дрожательном движении электрона «*Zitterbewegung*»

Результаты, полученные Э. Шредингером в его хорошо известных статьях о релятивистском электроне (Schroedinger, 1929; 1930; 1931a; 1931b; 1932; Bethe, 1964) показали, что электрон имеет особое внутреннее «дрожательное»

движение, которое имеет частоту $\omega_Z = \frac{2m_e c^2}{\hbar}$, амплитуду $r_Z = \frac{\hbar}{2m_e c}$ и

скорость света $v = c$. Попытки объяснить это движение в рамках КЭД не дали результата. В то же время, с точки зрения ЭДКВ мы получаем простое объяснение анализа Шредингера для квантового электрона: характеристики его внутреннего движения точно совпадают с соответствующими характеристиками нашей модели свернутого полуфотона.

5.0. Характеристики модели ЭМ электрона

5.1. Заряд и масса свернутого полуфотона

Найдем выражения для заряда и массы свернутого полуфотона.

Заряд теперь определится выражением (тоже в приближении «линейного» фотона):

$$q_e = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_s}{c} E_o S_e 2 \int_0^{\frac{\lambda_s}{4}} \cos k_e l \, dl = \frac{1}{\pi} E_o S_e, \quad (5.1)$$

Поскольку радиус сечения тора равен r_e , то $S_e = \pi r_e^2$ и получаем выражение:

$$q_e = E_o r_e^2 = \zeta^2 E_o R_e^2, \quad (5.2)$$

Для вычисления массы воспользуемся той же моделью, что и при вычислении заряда (рис. 2). Плотность энергии электромагнитного поля равна

$$\rho_\varepsilon = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2), \quad (5.3)$$

Пользуясь здесь для простоты также линейным приближением $|\vec{E}| = |\vec{H}|$, (5.3) можно записать:

$$\rho_\varepsilon = \frac{1}{4\pi} E^2, \quad (5.4)$$

Поскольку плотность массы связана с плотностью энергии известным релятивистским соотношением:

$$\rho_m = \frac{1}{c^2} \rho_\varepsilon, \quad (5.5)$$

мы получим:

$$\rho_m = \frac{1}{4\pi c^2} E^2 = \frac{1}{4\pi c^2} E_o^2 \cos^2 k_e l, \quad (5.6)$$

Интегрируя по кольцу тора при прежних допущениях, получаем для массы (теоретической):

$$m_e = \iint_s l \rho_m ds \, dl = \frac{S_e E_o^2}{\pi c^2} \int_0^{\frac{\lambda_s}{4}} \cos^2 k_e l \, kl, \quad (5.7)$$

что дает:

$$m_e = \frac{E_o S_e}{4\omega_s c} = \frac{\pi \zeta^2 E_o^2 r_e^2}{4\omega_e c}, \quad (5.8)$$

5.2. Соотношение между зарядом и массой свернутого фотона. Постоянная тонкой структуры

Пользуясь выражениями (5.2) и (5.8) можно установить взаимосвязь между теоретическими значениями массы и заряда свернутого полуфотона. Подставляя E_0 из (5.2) в (5.8), получаем:

$$m_e = \frac{\pi q_e^2}{4\zeta^2 \omega_e c R_e^2}, \quad (5.9)$$

или, для радиуса, учитывая, что $\omega_e \cdot r_e = c$:

$$R_e = \frac{\pi}{2\zeta^2} \frac{q_e^2}{2m_e c^2}, \quad (5.10)$$

Используя значения ω_e и r_e , полученные выше, получим соотношение:

$$\alpha_e = \frac{q_e^2}{\hbar c} = \frac{2}{\pi} \zeta^2, \quad (5.11)$$

Как известно, величина $\frac{e^2}{\hbar c} = \alpha \cong \frac{1}{137}$, является одной из

фундаментальных постоянных физики и носит название электромагнитной постоянной связи (или постоянной тонкой структуры). Хотя (при $\zeta = 1$) полученная нами величина α_q на два порядка превосходит экспериментальное значение α , появление такой константы в теории следует считать успехом, так как до сих пор нет серьезных обоснований появления в физике этой величины (Шпольский, 1950).

Формула (5.11) показывает, что в нашей теории электрический заряд определяется только мировыми постоянными, а значит не существует зарядов меньших этого. Как известно, это утверждение является одним из фундаментальных результатов физики, не имеющим теоретического истолкования. В этом смысле, наша теория вполне отвечает пожеланию Паули (Паули, 1983): "С физической точки зрения нужно требовать, чтобы простой и фундаментальный факт атомизма заряда объяснялся теорией просто и элементарно, а не появлялся в качестве некоего аналитического фокуса".

Вместе с тем, наша теория не накладывает ограничений на значения масс частиц, что также согласуется с экспериментальными данными и соответствует требованиям нелинейной теории, где (Bete, Hoffmann, Schweber, 1957): "частицы возникают не как сингулярности, а как малые объемы, в которых сконцентрированы энергия и заряд поля. В такой теории уравнения движения частиц следуют из уравнений поля. Унитарная теория должна быть обязательно нелинейной, поскольку одна частица не может действовать на

другую, если уравнения линейны. Если в этой теории мы фиксируем заряд частицы, то отсюда будет однозначно следовать дискретный спектр масс”.

Но с другой стороны, если $\zeta = 1$, то мы получаем из (5.11) $\alpha_e \cong 0,637$ и $q_e = 9,34 \cdot e$ вместо известных экспериментальных значений. В следующем параграфе мы попытаемся найти, существует ли физическая причина того, что заряд и постоянная тонкой структуры, полученные согласно электромагнитным представлениям теории электрона, значительно больше, чем экспериментальные величины.

5.3. Влияние поляризации физического вакуума

Эксперименты показали, что характеристики элементарных частиц подвержены влиянию некоторой среды, называемой физическим вакуумом (ФВ). Эффект взаимовлияния заряда и ФВа известен в современной квантовой электродинамике, как поляризация физического вакуума (Bete, Hoffmann, Schweber, 1957; Nishidzhima, 1982; Georgi, 1982).

В КЭД физический вакуум представляет собой в действительности как бы бесконечное число вложенных друг в друга специальных «диэлектриков», сформированных посредством различного сорта виртуальных частиц. Диэлектрическую проницаемость такого «диэлектрика» можно условно записать в виде функции:

$$\varepsilon_v(0) = f(\varepsilon_v(\tilde{\gamma}), \varepsilon_v(\tilde{\lambda}), \varepsilon_v(\tilde{\mu}), \varepsilon_v(\tilde{\beta})), \quad (5.12)$$

где $\varepsilon_v(0)$ есть полная диэлектрическая постоянная физического вакуума (не путать с константой ε_0 международной системы единиц СИ !), а $\varepsilon_v(\tilde{\gamma}), \varepsilon_v(\tilde{\lambda}), \varepsilon_v(\tilde{\mu}), \varepsilon_v(\tilde{\beta})$ есть диэлектрические постоянные физического вакуума виртуальных фотонов, лептонов, мезонов и барионов соответственно.

В общем случае кулоновская потенциальная энергия системы двух зарядов q' и q'' , находящихся в диэлектрике, равна (в системе Хевисайда) (Nishidzhima, 1982):

$$W(r) = \frac{\vec{q}' \vec{q}''}{\varepsilon_d r}, \quad (5.13)$$

где ε_d есть диэлектрическая постоянная.

В классической физике было принято, что вакуум не может поляризоваться и поэтому $\varepsilon_v = 1$. В квантовой теории поля, однако, это уже не так.

Кулоновская потенциальная энергия двух зарядов в физическом вакууме может быть записана в виде:

$$W(r) = \frac{q' q''}{\epsilon_v r}, \quad (5.14)$$

Если определить q' и q'' следующим образом:

$$q' = \frac{q_0'}{\sqrt{\epsilon_v}}, \quad q'' = \frac{q_0''}{\sqrt{\epsilon_v}}, \quad (5.15)$$

то кулоновская энергия в вакууме примет классическую форму:

$$W(r) = \frac{q' q''}{r}, \quad (5.16)$$

Как известно в КЭД вычисление приводит к заключению, что диэлектрическая проницаемость физического вакуума равно бесконечно большому числу.

Необходимо также отметить (Georgi, 1982), что электрический заряд, наблюдаемый в эксперименте, не равен q_0 , а равен величине q . Заряд q_0 , рассматриваемый без влияния поляризации, называется в КЭД «голым» зарядом.

Так как из-за точечности заряда в КЭД «голый» заряд становится бесконечным, то:

$$q_{bare}^{QED} = \infty_1, \quad (5.17)$$

при этом экранирующий заряд также, очевидно, равен бесконечности:

$$q_{scr}^{QED} = \infty_2, \quad (5.18)$$

Экспериментально измеряемый заряд равен разности этих бесконечностей и является конечным числом, равным измеряемому заряду электрона:

$$q_{exp} = q_{bare}^{QED} - q_{scr}^{QED} = \infty_1 - \infty_2 = const = e, \quad (5.19)$$

Процедура вычисления (5.19) называется в КЭД процедурой перенормировки.

Таким образом (Georgi, 1982, стр. 291), «если было бы возможно измерить заряд электрона с очень маленького расстояния, то мы бы нашли, что в процессе проникновения за экранирующий слой этот заряд возрастает. Прямым следствием этого является заключение, что электромагнитная постоянная в действительности не является константой, а растет с сокращением расстоянием между взаимодействующими частицами. Известная измеренная величина электромагнитной постоянной 1/137 наблюдается на расстоянии примерно 10^{-8} см».

Применим эти представления к нашей модели. Очевидно, вычисленные выше характеристики модели электрона должны быть рассмотрены как «голые», т.е. $q_e \equiv q_{bare}$, $\alpha_e \equiv \alpha_{bare}$, $r_e \equiv r_{bare}$, $m_e \equiv m_{bare}$

В нашем случае заряд не точечный и должен иметь конечную величину; при этом, разумеется, и экранирующий заряд имеет конечную величину:

$$q_{bare} = q_1, \quad q_{scr} = q_2, \quad (5.20)$$

а экспериментальный заряд определяется как их разность:

$$q_{exp} = q_1 - q_2 = e, \quad (5.21)$$

При этом q_1 и q_2 могут быть намного, но в конечное число раз быть больше экспериментального значения. В этом случае и константа связи имеет разные значения в зависимости от того, какой из зарядов мы используем, причем

$$\alpha_{bare} \gg \alpha_{exp}, \quad (5.22)$$

Таким образом, процедура перенормировки, как учет поляризации физического вакуума, когда мы переходим от «голых» характеристик к экспериментальным значениям, имеет место также и в нашей теории. Но здесь она уже не связана с ликвидацией бесконечностей, а необходима для учета влияния вакуума.

Попытаемся вычислить значения диэлектрической проницаемости вакуума (ΦBa), при котором теоретическое («голое») значение заряда становится равным экспериментальному его значению. Согласно вышеприведенным формулам мы можем написать:

$$q_{exp} = \frac{q_{bare}}{\sqrt{\epsilon_v}}, \quad (5.23)$$

В то же время, согласно квантовой теории:

$$q_{exp} = e = \sqrt{\alpha \hbar c}, \quad (5.24)$$

Сравним (5.24) с (5.11). Используя (5.23) мы получаем для постоянной тонкой структуры:

$$\alpha = \frac{\alpha_e}{\epsilon_v} \equiv \frac{\alpha_{bare}}{\epsilon_v}, \quad (5.25)$$

Так как согласно (5.11) «голая» постоянная тонкой структуры равна:

$$\alpha_{bare} = \frac{2}{\pi} \zeta^2, \quad (5.26)$$

то диэлектрическая постоянная вакуума имеет следующую величину:

$$\mathcal{E}_v = \frac{\alpha_{bare}}{\alpha} , \quad (5.27)$$

В этом случае величина «голого» заряда равна:

$$q_{bare} = e \cdot \sqrt{\mathcal{E}_v} , \quad (5.28)$$

Пользуясь нашей моделью, мы можем получить еще один результат, известный в квантовой механике как формальное наблюдение. Из (5.10) и (5.11) следует:

$$r_{bare} = \frac{1}{\alpha_{bare}} \frac{q_{bare}^2}{m c^2} , \quad (5.29)$$

Переходя к экспериментальной величине заряда согласно (5.28) и принимая во внимание (5.25), мы получим:

$$r_{bare} = \frac{1}{\alpha} r_0 = r_C , \quad (5.30)$$

где $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$ есть классический радиус электрона, а $r_C = \frac{\hbar}{mc}$ - длина волны Комптона для электрона. Отсюда следует:

$$\frac{r_0}{r_{bare}} = \alpha , \quad (5.31)$$

Таким образом, учет поляризации физического вакуума приводит к переходу «голого» радиуса электрона, определяемого длиной волны Комптона, в классический радиус электрона. Другими словами, благодаря поляризации физического вакуума первоначальный («голый») радиус электрона сокращается в $\frac{1}{\alpha} = 137$ раз и реальный радиус электрона (свернутого тороидального полуфотона) становится равен классическому радиусу электрона.

Хотя из-за несовершенства нашей модели было бы наивно ожидать совпадения теоретически вычисленных величин с соответствующими экспериментальными, тем не менее, наши результаты качественно хорошо согласуются с представлениями квантовой механики и дают решение многим вопросам теории элементарных частиц.

5.4. Спин модели

Используя данные тороидальной модели электрона, мы можем вычислить спин свернутого полуфотона:

$$\sigma_e = p_e \cdot R_e = \frac{1}{2} \hbar, \quad (5.32)$$

5.5. Магнитный момент модели

Магнитный момент согласно определению равен:

$$\mu_e = I \cdot S_e, \quad (5.33)$$

где I есть кольцевой ток электрона, а S_I - площадь кольцевого тока.

В нашем случае мы имеем:

$$I = q_e \frac{\omega_e}{2\pi} = q_e \frac{1}{2\pi} \frac{2m_e c^2}{\hbar}, \quad (5.34)$$

$$S_e = \pi R_e^2 = \pi \left(\frac{\hbar}{2m_e c} \right)^2, \quad (5.35)$$

Используя эти формулы, мы получаем:

$$\mu_e = \frac{1}{2} \frac{q_e \hbar}{2m_e}, \quad (5.36)$$

Если положить $q_e = e$, то величина (5.36) равна половине экспериментального значения магнитного момента электрона. Принимая во внимание прецессию Томаса (Thomas, 1926), мы получаем экспериментальное значение магнитного момента электрона.

Этой главой мы заканчиваем описание простейших элементарных частиц – электрона и позитрона – и переходим к описанию более сложных элементарных частиц.

Глава 6. Массивная нейтрино-подобная частица ЭДКВ

Цель главы: 1) показать, что уравнение полуфотона с циркулярной поляризацией, движущегося по круговой траектории, описывает массивные ЭМ частицы без заряда, типа нейтрино; 2) показать, что все характеристики такой частицы соответствуют экспериментальным характеристикам нейтрино.

1.0. Введение. Нейтрино теории Стандартной Модели

Прежде, чем переходить к изложению нелинейной электромагнитной теории массивной нейтрино-подобной частицы, познакомимся вкратце с результатами существующей квантовой теории нейтрино.

Теория электрослабого взаимодействия, включая теорию нейтрино, совместно с Квантовой Хромодинамикой (КХД) называется сегодня Теорией Стандартной Модели (ТСМ). Настоящее состояние проблем теории нейтрино в рамках ТСМ суммировано в ряде статей (Bilenky, Giunti and Kim, 2000; Glashow, 1961; Weinberg, 1967; Salam, 1969).

1.1. Характеристики нейтрино теории Стандартной Модели

В рамках ТСМ нейтрино являются строго безмассовыми частицами, с $m = 0$; все нейтрино являются левовинтовыми, со спиральностью -1 , а все антинейтрино – правовинтовыми, со спиральностью $+1$; лептонные числа строго сохраняются.

Но последние экспериментальные результаты показывают, что все эти утверждения являются в действительности сомнительными (Bilenky, Giunti and Kim, 2000) и требуют уточнения.

1.1.1. Спиральность и киральность в теории нейтрино

В теории нейтрино важную роль играют понятия спиральности и киральности. Познакомимся с ними вкратце.

В ТСМ нейтрино и антинейтрино имеют противоположную спиральность. С математической точки зрения вполне возможно, что это является единственным различием между нейтрино и антинейтрино, что означает что правовращательное нейтрино является антинейтрино. Частицы такого вида называются частицами Майорана.

Если нейтрино безмассово, его спиральность полностью определена, и нейтрино Майорана будет частицей, отличной от антинейтрино. Но если нейтрино имеет массу, и как следствие этого не может двигаться со скоростью света, то имеется возможность определить систему координат, в которой спиральность может измениться на противоположную. Это означает, что существует эффективное смешивание между нейтрино и антинейтрино (нарушение сохранения лептонного числа).

Безмассовое нейтрино описывается уравнением Дирака для лептонов без массового члена (уравнением Вейля).

Спиральность определяет отношение между спином частицы и направлением ее движения. С частицей в движении связывается ось, определяемая импульсом движения, а ее спиральность определяется посредством проекции спина частицы \vec{S} на эту ось. Спиральность определяется как проекция вращательного момента частицы на ее импульс:

$$h = \frac{\vec{S}\vec{p}}{|\vec{S}\vec{p}|}, \quad (1.1)$$

Таким образом, оператор спиральности выделяет два физических состояния: со спином вдоль или против направления движения, независимо от того, является ли частица массивной или нет. Если спин параллелен направлению движения, частица имеет правую (R) спиральность; если антипараллелен, то частица имеет левую (L) спиральность. Нетрудно проверить, что спиральное движение обладает особым свойством: при отражении в зеркале его спиральность меняется на противоположную.

Некоторый объект называется киральным, если он не может совпасть со своим изображением в зеркале, как, например, наши руки. Подобно нашим рукам, киральные объекты разделяются на лево-киральные и право-киральные. Киральность вводится в теорию следующим образом.

Для безмассового фермиона уравнение Дирака:

$$\hat{\alpha}^\mu \partial_\mu \psi = 0, \quad (1.2)$$

где $\alpha_\mu = \{\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3\}$, $\mu = 1, 2, 3, 4$, удовлетворяется также функцией $\alpha_5 \psi$:

$$\hat{\alpha}^\mu \partial_\mu (\alpha_5 \psi) = 0, \quad (1.3)$$

где комбинация $\hat{\alpha}$ -матриц $\hat{\alpha}_5 = \hat{\alpha}_0 \hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2 \hat{\alpha}_3$ имеет следующие свойства: $\hat{\alpha}_5^2 = 1$ и коммутаторы $(\hat{\alpha}_5, \hat{\alpha}_\mu) = 0$. Это позволяет нам определить *оператор киральности*, который выделяет левое и правое состояния частицы:

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \hat{\alpha}_5) \psi \text{ and } \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \hat{\alpha}_5) \psi, \quad (1.4)$$

где ψ_L и ψ_R удовлетворяют уравнениям $\hat{\alpha}_5 \psi_L = -\psi_L$ и $\hat{\alpha}_5 \psi_R = \psi_R$, так что киральные поля являются собственными полями матрицы $\hat{\alpha}_5$ безотносительно к массе частицы.

Мы можем выразить любой фермион как $\psi = \psi_L + \psi_R$, так что массивная частица всегда имеет как левую (L) так и правую (R) компоненты. Тем не менее, в безмассовом случае ψ раскладывается на отдельные спиральные состояния: уравнение Дирака разбивается на две независимые части, рассматриваемые как уравнения Вейля:

$$\frac{\hat{\hat{\sigma}}\hat{p}}{\hat{\hat{\sigma}}\|\hat{p}\|} \left[\frac{1}{2} (1 \pm \hat{\alpha}_5) \psi \right] = \pm \frac{1}{2} (1 \pm \hat{\alpha}_5) \psi, \quad (1.5)$$

где $\frac{\hat{\hat{\sigma}}\hat{p}}{\hat{\hat{\sigma}}\|\hat{p}\|}$ представляет собой оператор спиральности, выраженный в терминах спиновой матрицы Паули $\hat{\sigma}$.

Фермионы Вейля, т.е. безмассовые киральные состояния $\frac{1}{2} (1 \pm \hat{\alpha}_5) \psi$

являются физическими, поскольку они соответствуют собственным состояниям оператора спиральности. Таким образом, безмассовые частицы, которые находятся в постоянном движении, имеют неизменную спиральность. Причиной этого является то, что их импульс не может быть изменен никаким преобразованием, а их спин, очевидно, является постоянным.

Для массивной частицы мы можем выполнить преобразование Лорентца вдоль направления импульса частицы со скоростью большей, чем скорость частицы, изменив направление импульса. Поскольку направление спина остается прежним, спиральность частицы меняется.

Как показывает эксперимент, спиральность нейтрино сохраняется.

1.1.2. Электромагнитные характеристики нейтрино в ТСМ

Интересно, что, несмотря на нейтральность, нейтрино обладают электромагнитными характеристиками. Анализ этих характеристик позволяет сделать заключение о природе массы нейтрино (Ternov, 2000). Электромагнитные свойства дираковского и майорановского нейтрино оказываются существенно различными. Дираковское массивное нейтрино в результате учета взаимодействия с вакуумом получает магнитный момент. Причем, магнитный момент у нейтрино направлен вдоль спина, а магнитный момент антинейтрино - против спина. Таким образом, частица и античастица отличаются направлением магнитного момента. Для массивного майорановского нейтрино, тождественного своей античастице, оказывается, что оно не может иметь ни магнитного, ни дипольного электрического момента.

Оказалось, что масса и магнитный момент нейтрино являются сложными нелинейными функциями напряженности поля и энергии частицы.

При движении во внешнем поле дираковское нейтрино наряду с магнитным приобретает также и дипольный электрический момент d_v . Расчеты показывают, что электрический момент дираковского массивного нейтрино, движущегося в постоянном внешнем поле общего вида, пропорционален псевдоскаляру $(\vec{E} \cdot \vec{H})$, меняющему знак при обращении времени. То есть электрический момент индуцируется внешним полем, если для этого поля псевдоскаляр $(\vec{E} \cdot \vec{H}) \neq 0$ и его существование не противоречит Т-инвариантности Стандартной модели. Дипольный электрический момент дираковского нейтрино, как и магнитный, имеет динамическую природу.

Отметим также, что существует одна электромагнитная характеристика дираковского нейтрино, имеющая место также для майорановского нейтрино: анапольный (или торOIDНЫЙ дипольный) момент.

Ниже мы покажем, что в рамках ЭДКВ существует ЭМ массивное нейтрино полностью описываемое уравнением лептона Дирака и имеющее при этом сохраняющуюся внутреннюю (полоидальную) спиральность, благодаря которой все вышеперечисленные особенности экспериментального нейтрино имеют место для ЭМ нейтрино.

2.0. Гипотеза рождения нейтрино-подобной частицы в рамках ЭДКВ

В рамках ЭДКВ (главы 2-5) электрон представляет собой половину периода свернутого плоского линейно-поляризованного фотона, называемого нами для краткости свернутым полу-фотоном. Согласно нашей теории нейтрино, как лептон, является также свернутым полу-фотоном, который должен иметь нулевой заряд, но массу, не равную нулю. Очевидно, массивное нейтрино должно описываться уравнением Дирака с массовым членом, но при этом должно обладать сохраняющейся спиральностью.

Для решения проблемы нулевого заряда и зеркальной ассиметрии нейтрино и антинейтрино, мы предлагаем следующую гипотезу рождения ЭМ нейтрино: *нейтрино являются свернутым полу-фотоном с круговой поляризацией*.

Ниже мы покажем, что решение уравнения лептона в электромагнитной форме ЭДКВ (не забывая, что ей тождественна операторная форма Дирака) описывает в общем случае движение циркулярно-поляризованного свернутого полу-фотона. Мы также покажем, что эта частица имеет массу, нулевой заряд и спин половина, подобно нейтрино, а также, что ЭМ нейтрино и антинейтрино обладают противоположными внутренними спиральностями.

3.0. Циркулярно поляризованные электромагнитные волны

Электромагнитные волны, испускаемые заряженными частицами, являются поперечными в том смысле, что взаимосвязанные электрический и магнитный вектора поля перпендикулярны оба направлению распространения волны. Такие электромагнитные волны имеют в общем случае круговую (или эллиптическую) поляризацию (Иваненко и Соколов, 1949; Crawford, 1970).

Циркулярно поляризованные волны несут энергию \mathcal{E} , импульс \vec{p} , а также момент вращения \vec{J} , которые определяются плотностью энергии $U = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2)$, плотностью импульса $\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S}_P$, и потоком плотности вращательного момента, который дается выражением:

$$\vec{s} = \vec{r} \times \vec{g} = \frac{1}{4\pi c} \vec{r} \times \vec{E} \times \vec{H}, \quad (3.1)$$

где $\vec{S}_P = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$ - вектор Пойнтинга, который описывает не только величину плотности потока энергии, но также и его направление.

Рисунок 1 показывает распространение электрического поля циркулярно-поляризованной волны в случае положительной (правой) и отрицательной (левой) спиральности:

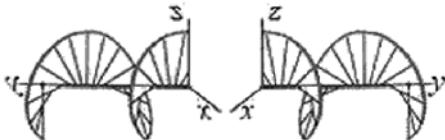


Рис. 1

Положительная спиральность соответствует случаю движения правого винта в направлении распространения волны, если он вращается как электрическое поле (отметим, что в оптике принято другое соглашение и такая поляризация называется левосторонней). Отрицательная спиральность (правосторонняя поляризация в оптике) относится к вращению в противоположном направлении.

Так как никаким преобразованием, кроме пространственного отражения нельзя перевести правую (левую) спираль в левую (правую) спираль, круговая поляризация фотонов является их неотъемлемой характеристикой сохраняющейся при всех преобразованиях, кроме зеркального.

Поскольку спиральность фотона связана с вращением полей, в классической электродинамике говорят также о вращении фотона и вводят вращательную характеристику фотона - момент импульса фотона или спин фотона. В квантовой механике приписывание фотону спина носит несколько условный характер, поскольку спином принято называть внутренний момент импульса частицы в тех системах отсчета, относительно которых рассматриваемая частица покоятся. Поэтому в случае фотона, т.е. частицы, движущейся со скоростью света, более правильно говорить не о спине, а о *спиральности* фотона (Gottfried and Weisskopf, 1984). В этом случае (Grawford, 1970) можно определить вектор спиральности фотона как величину, равную:

$$\vec{h}_{ph} \equiv \vec{s}_{ph} = \pm \frac{\mathcal{E}_{ph}}{\omega} \vec{S}_P^0, \quad (3.2)$$

где \vec{S}_P^0 - единичный вектор вектора Пойнтинга, \mathcal{E}_{ph} и ω представляют собой энергию и круговую частоту фотона соответственно. Очевидно, что угловой момент этого вектора равен $|\vec{h}_{ph}| = 1\hbar$.

Тогда согласно нашей гипотезе вектор спиральности нейтрино должен иметь касательное направление к траектории движения скрученной волны и быть равен половине этой величины: $|\vec{h}_v| = \frac{1}{2}\hbar$

3.1. Спиральность электромагнитных волн

В качестве примера (Grawford, 1970) рассмотрим плоскую гармоническую волну, распространяющуюся в направлении $+\vec{I}_y$ (здесь $\vec{I}_x, \vec{I}_y, \vec{I}_z$ есть единичные вектора соответствующих осей декартовой системы координат). Например, для электрического вектора мы имеем:

$$\vec{E}(y, t) = \vec{I}_x E_{x0} \cos(\omega t - ky + \varphi_1) + \vec{I}_z E_{z0} \cos(\omega t - ky + \varphi_2), \quad (3.3)$$

где $v_p = \frac{\omega}{k} = c$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ - фазовая скорость, фазовая константа

(волновое число) и длина волны, соответственно, а E_{x0}, E_{z0} есть амплитуды компонент вектора волны. Поля являются поперечными к направлению распространения и образуют с ним правую систему.

Легко видеть, что электрическое поле, определяемое соотношением (3.3), является реальной частью следующей комплексной волновой функции:

$$\vec{E}(y, t) = \left(\vec{I}_x E_{x0} e^{i\varphi_1} + \vec{I}_z E_{z0} e^{i\varphi_2} \right) e^{i(\omega t - ky)}, \quad (3.4)$$

Комплексную функцию (3.4) можно рассматривать как суперпозицию волновых функций:

$$\vec{E}(y, t) = A_1 \vec{\psi}_1(y, t) + A_2 \vec{\psi}_2(y, t), \quad (3.5)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_1(y, t) &= \vec{1}_x e^{i(\omega t - ky)}, & A_1 &= E_x e^{i\phi_1} \\ \vec{\psi}_2(y, t) &= \vec{1}_z e^{i(\omega t - ky)}, & A_2 &= E_z e^{i\phi_2}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

Нетрудно также показать (Grawford, 1970), что волновые функции ψ_1 и ψ_2 представляют полный набор ортонормированных волновых функций.

В общем случае (Grawford, 1970) поляризация любой бегущей электромагнитной волны может быть представлена, как суперпозиция циркулярно-поляризованных компонент с левой и правой спиральностью.

Покажем это на важном примере волны, линейно-поляризованной в плоскости ZOY декартовой системы координат и распространяющейся по оси x -ов:

$$\vec{E} = \vec{1}_z A \cos(\omega t - ky), \quad (3.7)$$

Очевидно, выражение (3.7) можно записать в следующем виде:

$$\vec{E} = \frac{1}{2} A \left[\left(\vec{1}_z + i \vec{1}_x \right) e^{i(\omega t - ky)} \right] + \frac{1}{2} A \left[\left(\vec{1}_z - i \vec{1}_x \right) e^{i(\omega t - ky)} \right], \quad (3.8)$$

Используя квантовые обозначения

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_+ &= \left(\frac{\vec{1}_z + i \vec{1}_x}{\sqrt{2}} \right) e^{i(\omega t - ky)} \\ \vec{\psi}_- &= \left(\frac{\vec{1}_z - i \vec{1}_x}{\sqrt{2}} \right) e^{i(\omega t - ky)} \end{aligned} \quad (3.9)$$

выражение (3.8) теперь можно представить в виде:

$$\psi(y, t) = A_+ \psi_+ + A_- \psi_-, \quad (3.10)$$

где A_+, A_- есть комплексные постоянные амплитуды.

Если мы обозначим коэффициент перед экспонентой в выражении (3.9) через η :

$$\vec{\eta}_{\pm} = \begin{pmatrix} \vec{1}_z \pm i \vec{1}_x \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

мы можем (3.8) представить в следующем виде: $\psi(y, t) = \psi_R + \psi_L$, где $\psi_R = \eta_+ \psi$ и $\psi_L = \eta_- \psi$ есть компоненты право и лево поляризованной волны соответственно.

Как мы видим, оператор $\vec{\eta}_{\pm}$ выделяет направление вращения волны и играет в электродинамике ту же роль, что оператор $\frac{1}{2}(1 \pm \hat{\alpha}_5)$ в квантовой электродинамике.

Покажем теперь, что 4-компонентное (биспинорное) уравнение Дирака без массового члена описывает циркулярно поляризованный «линейный» фотона.

4.0. Уравнения циркулярно поляризованного начального фотона в квантовой форме

Рассмотрим плоскую электромагнитную (ЭМ) волну (т.е. линейную ЭМ струну) с компонентами $\vec{\Phi}(y) = \{E_x, E_z, H_x, H_z\}$, движущуюся по оси y -ов, которая в отличие от волны рассмотренной в главе 2, является циркулярно-поляризованной (рис. 1). Аналогично способу, использованному в главе 2, мы из волнового уравнения получим следующие два уравнения движения полу-волн – опережающей и запаздывающей – в квантовой форме:

$$\Phi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \hat{p} \right) = 0, \quad (4.1)$$

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \hat{p} \right) \Phi = 0, \quad (4.2)$$

Выбирая матрицу Φ в виде:

$$\Phi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ iH_x \\ iH_z \end{pmatrix}, \quad \Phi^+ = (E_x \quad E_z \quad -iH_x \quad -iH_z), \quad (4.3)$$

и подставляя (4.3) в (4.1) и (4.2), получим следующие уравнения Максвелла для запаздывающей и опережающей волн:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{array} \right. , \quad (4.4') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{array} \right. , \quad (4.4'')$$

Уравнения (4.4), как и ЭМ волновые уравнения, имеют решения в виде гармонической волны (в тригонометрической и экспоненциальной форме соответственно):

$$\Phi_\mu = A_\mu \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \delta), \quad (4.5)$$

$$\Phi_\mu = A_\mu e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon t - \vec{p}\vec{r} + \delta)}, \quad (4.6)$$

где $\mu = 1, 2, 3, 4$, A_μ - амплитуды и δ - постоянная фаза. Полагая для простоты $A_\mu = A_0$, $\delta = 0$, получим из (4.4) следующие решения:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = A_0 \cos(\omega t - ky) \\ H_z = -A_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_z = -A_0 \sin(\omega t - ky) \\ H_x = -A_0 \sin(\omega t - ky) \end{array} \right. , \quad (4.7') \quad \left\{ \begin{array}{l} E_x = A_0 \cos(\omega t - ky) \\ H_z = A_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_z = -A_0 \sin(\omega t - ky) \\ H_x = A_0 \sin(\omega t - ky) \end{array} \right. , \quad (4.7'')$$

Покажем, что в общем случае эти решения описывают циркулярные волны. Для этого достаточно доказать, что вектора \vec{E} и \vec{H} в общем случае вращаются в плоскости XOZ . Для этого положим $y = 0$:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_z \vec{k} = A_0 (\vec{i} \cos \omega t - \vec{k} \sin \omega t), \quad (4.8')$$

$$\vec{H} = H_x \vec{i} + H_z \vec{k} = A_0 (-\vec{i} \sin \omega t - \vec{k} \cos \omega t), \quad (4.8'')$$

и

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_z \vec{k} = A_0 (\vec{i} \cos \omega t - \vec{k} \sin \omega t), \quad (4.9')$$

$$\vec{H} = H_x \vec{i} + H_z \vec{k} = A_0 (\vec{i} \sin \omega t + \vec{k} \cos \omega t) \quad (4.9'')$$

где \vec{i} , \vec{k} - единичные векторы осей OX и OZ . Используя известный алгебраический подход (Jackson, 1999), нетрудно показать, что (4.8) и (4.9) представляют собой две циклически-поляризованные волны с противоположной спиральностью. Но, для наглядности, мы проанализируем эти соотношения с геометрической точки зрения.

Учитывая, что вектор Пойнтинга определяет направление движения волны:

$$\vec{S}_P = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} = -\vec{j} \frac{c}{4\pi} (E_x H_z - E_z H_x), \quad (4.10)$$

где \vec{j} есть единичный вектор оси OY , и вычисляя величину (4.10) мы получаем для (4.8) и (4.9) соответственно:

$$\vec{S}_P = \frac{c}{4\pi} A_0^2 \vec{j}, \quad (4.11)$$

$$\vec{S}_P = -\frac{c}{4\pi} A_0^2 \vec{j}, \quad (4.12)$$

Таким образом, полу-фотоны правой и левой систем (4.8) и (4.9) движутся в противоположных направлениях.

Фиксируя положения векторов \vec{E}, \vec{H} в два последовательных момента времени (в $t_0 = 0$ и $t_1 = t_0 + \Delta t$), получим рис. 2 и 3:

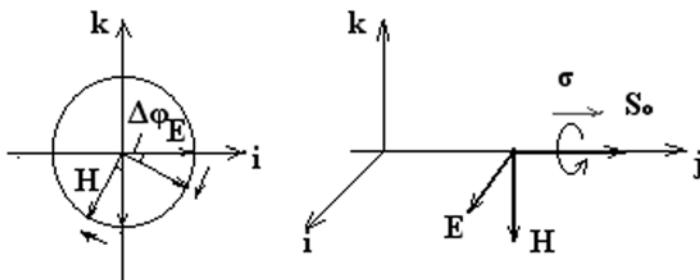


Рис. 2

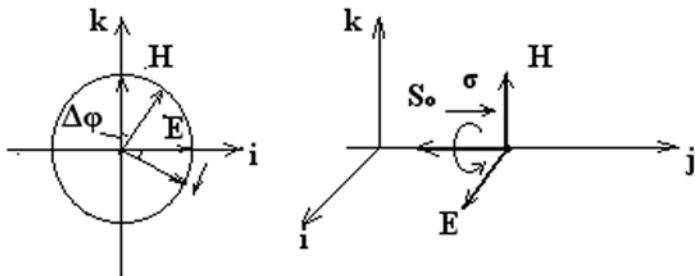


Рис. 3

из которых мы можем определить направление вращения полей. Таким образом, мы показали, что системы уравнений (4.4') и (4.4'') описывают волны с правой и левой круговой поляризацией соответственно.

Очевидно, что при сворачивании циркулярно поляризованного фотона в кольцо его спиральность не исчезает, но становится внутри тора **полоидальной спиральностью** (или «**π-спиральностью**»). Вместе с тем, движение полей фотона (или лучше, потока импульса фотона) по круговой траектории образует другую характеристику элементарной частицы – момент импульса частицы или спин. Очевидно, спин массивной частицы и полоидальное вращательное движение его собственных полей являются различными характеристиками частицы. Поскольку эти характеристики обусловлены собственными характеристиками фотона, в рамках ЭДКВ **спин и полоидальная спиральность частицы являются независимо сохраняющимися величинами массивной частицы**.

Покажем теперь, что полное биспинорное уравнение Дирака в электромагнитной форме можно трактовать как движение циркулярно-поляризованной волны по круговой траектории.

5.0. Уравнение массивной нейтрино-подобной частицы в ЭДКВ

Пусть циркулярно-поляризованная волна \vec{E}, \vec{H} , которая имеет компоненты поля $\{E_x, E_z, H_x, H_z\}$, сворачивается на радиусе r_p в плоскости (X', O', Y') фиксированной системы координат (X', Y', Z', O') так, что вектора E_x, H_x параллельны плоскости (X', O', Y') , а вектора E_z, H_z – перпендикулярны ей (рис. 4) :

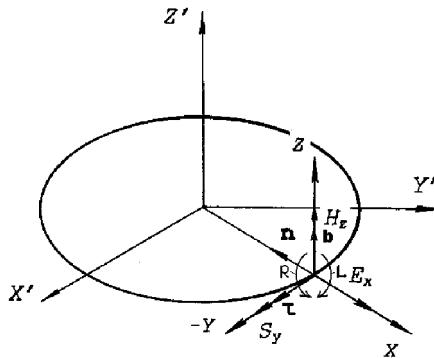


Рис. 4

где круговые стрелки показывают на рисунке правое (R) и левое (L) направления вращения полей фотонов. (Напомним, что после сворачивания ЭМ струны, вектора поля начальной волны \vec{E}, \vec{H} трансформируются в вектора поля свернутой волны, обозначаемые нами в электромагнитной форме как \vec{E}, \vec{H} , а в квантовой форме как ψ).

Заменим здесь единичные вектора $\{\vec{1}_x, \vec{1}_y, \vec{1}_z\}$ осей декартовой системы координат параграфа 3, связанные с волной, на вектора трехгранника Френе-Серре $\vec{n}, \vec{\tau}, \vec{b}$ соответственно. Тогда для электрического и магнитного векторов вместо (3.4) мы имеем, учитывая только зависимость от времени:

$$\vec{E}(y, t) = \vec{n}E_x + \vec{b}E_z = (\vec{n}E_{x0} + \vec{b}E_{z0})e^{i\omega t}, \quad (5.1)$$

$$\vec{H}(y, t) = \vec{n}H_x + \vec{b}H_z = (\vec{n}H_{x0} + \vec{b}H_{z0})e^{i\omega t}, \quad (5.2)$$

Здесь, как и в случае линейно-поляризованной ЭМ струны, единичный вектор нормали \vec{n} поворачивается вокруг оси $O'Z'$, а бивектор \vec{b} остается ей параллелен.

По аналогии с процедурой, изложенной в главе 2 нетрудно получить уравнения свернутых полу-фотонов – уравнения Дирака с массовым членом.

В отличие от случая сворачивания линейно-поляризованных фотонов, рассмотренных в главе 2, у нас нет основания заранее утверждать, что здесь магнитные токи равны нулю. Действительно, в первом случае поведение магнитного вектора было совершенно отлично от поведения электрического вектора: магнитный вектор был параллелен оси вращения и сохранял постоянное направление в пространстве, а электрический непрерывно поворачивался вокруг нее, меняя направление в пространстве. В данном же случае магнитный вектор вращается вокруг траектории движения и переносится вдоль траектории точно также, как и электрический вектор.

Используя процедуру, изложенную в главе 2, покажем, что при этом возникают как электрический, так и магнитный токи.

Рассмотрим в уравнениях начальной ЭМ струны (4.4) выражения $\vec{j}^e = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ и $\vec{j}^m = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$. Учитывая, что $\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0$, получим из (5.1) и (5.2):

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{\partial E_x}{\partial t} \vec{n} + \frac{\partial E_z}{\partial t} \vec{b} - E_x \frac{\partial \vec{n}}{\partial t}, \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial t} \vec{n} + \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial t} \vec{b} + H_x \frac{\partial \vec{n}}{\partial t}, \quad (5.4)$$

где $\frac{\partial \vec{n}}{\partial t} = -c\kappa \vec{\tau} = -\frac{c}{r_C} \vec{\tau}$, где $r_C = \hbar/mc$. Таким образом, мы

получаем электрический и магнитный тангенциальные токи, обладающие той особенностью, что они являются **переменными**:

$$\vec{j}_\tau^e = \frac{\omega_p}{4\pi} E_x \cdot \vec{\tau} = \frac{\omega_p}{4\pi} E_{x0} \cdot \vec{\tau} \cdot \cos \omega t, \quad (5.5)$$

$$\vec{j}_\tau^m = -\frac{\omega_K}{4\pi} H_x \cdot \vec{\tau} = -\frac{\omega_K}{4\pi} H_{x0} \cdot \vec{\tau} \cdot \cos \omega t, \quad (5.6)$$

При этом в квантовом виде уравнения циркулярно поляризованных полуфотонов с противоположной спиральностью оказываются уравнениями Дирака с массовыми членами:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - c \hat{\alpha} \vec{\nabla} \psi - i \hat{\beta} \frac{c}{r_C} \psi = 0, \quad (5.7')$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + c \hat{\alpha} \vec{\nabla} \psi + i \hat{\beta} \frac{c}{r_C} \psi = 0, \quad (5.7'')$$

а в электромагнитной форме - уравнениями Максвелла для ЭМ волны с мнимыми токами:

$$\begin{cases}
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m
 \end{cases}, (5.8')$$

$$\begin{cases}
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij_x^e \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij_x^m
 \end{cases}, (5.8'')$$

Мы можем схематично представить движение полей частиц, описываемые этими уравнениями следующим образом (рис. 5):

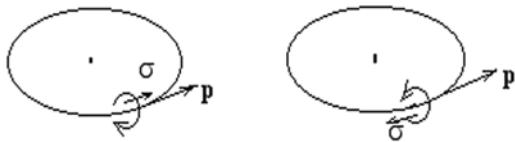


Рис. 5

Согласно рисункам 2 и 3 полу-фотоны (фиг. 5) имеют противоположные спиральности $\vec{\eta}$. В первом случае вектор спиральности и вектор Пойнтинга имеют одинаковое направление; во втором случае они противоположны. Следовательно, в нелинейной теории мы можем определить внутреннюю или п-спиральность как проекцию полоидального вращательного момента на импульс движения ЭМ поля вдоль кольца.

Нетрудно показать (Davidov, 1963) связь п-спиральности с матрицей α_5 .

Умножая уравнения Дирака (см. например, уравнения (4.11') и (4.11'') главы 2) на $i\hat{\alpha}_5\hat{\beta}$ и принимая во внимание, что $i\hat{\alpha}_5\hat{\beta}\bar{\alpha} = \hat{\sigma}'$ (где $\hat{\sigma}' = \begin{pmatrix} \hat{\sigma} & 0 \\ 0 & \hat{\sigma} \end{pmatrix}$ - спиновая 4x4-матрица, а $\hat{\beta}\hat{\alpha}_5 = -\hat{\alpha}_5\hat{\beta}$, $\hat{\beta}^2 = 1$), мы получаем:

$$(i\hat{\beta}\hat{\alpha}_5\hat{\epsilon} + c\hat{\sigma}'\hat{\rho} - imc^2\hat{\alpha}_5) \psi = 0, \quad (5.9)$$

$$(i\hat{\beta}\hat{\alpha}_5\hat{\epsilon} - c\hat{\sigma}'\hat{\rho} + imc^2\hat{\alpha}_5) \psi = 0, \quad (5.9'')$$

Откуда для матрицы спиральности получаем следующие выражения:

$$\hat{\alpha}_5 = \frac{c \hat{\sigma}' \vec{p}}{i(\hat{\beta} \hat{\epsilon} + mc^2)}, \quad (5.10')$$

и

$$\hat{\alpha}_5 = \frac{-c \hat{\sigma}' \vec{p}}{i(\hat{\beta} \hat{\epsilon} - mc^2)}, \quad (5.10'')$$

что в случае $m = 0$ связывает матрицу $\hat{\alpha}_5$ со спиральностью.

Из вышеизложенного следует, что согласно нашей теории внутри частицы оператор $\hat{\alpha}_5$ описывает полоидальное вращение электромагнитных полей (рис. 5). Вспоминая, что согласно ЭДКВ (см. главу 4) величина $\psi^+ \hat{\alpha}_5 \psi$ есть псевдоскаляр электромагнитной теории $\psi^+ \hat{\alpha}_5 \psi = \vec{E} \cdot \vec{H}$, мы можем предположить, что в рамках ЭДКВ п-спиральность является Лорентц-инвариантной величиной для массивных частиц, и действительно является причиной несохранения четности массивных частиц.

6.0. Топологический анализ структуры нейтрино-подобной частицы

Согласно нашему анализу лептоны являются закрученными полупериодами фотона. В этом случае нейтрино в качестве скрученного геликоида представляет собой ленту Мебиуса: его поле при завершении одного витка переходит в состояние с противоположным направлением векторов по отношению к начальному вектору, и только при двух витках возвращается в исходное положение (см. рис. 6)

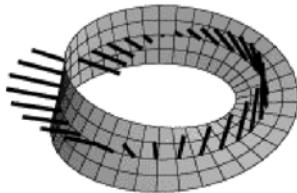


Рис. 6

(см. также анимацию ленты Мебиуса на (MathWord, Möbius strip), демонстрирующую движение векторов электрического и магнитного поля).

Строгое подтверждение вышеприведенного заключения о структуре нейтрино-подобной частицы следует из анализа трансформационных свойств спиноров в квантовой теории поля. Как показано в КТП (Gottfried and

Weisskopf, 1984; Ryder, 1985), матрица поворотов обладает замечательным свойством (мы рассмотрели эту особенность достаточно подробно в главе 2, но именно структура нейтрино иллюстрирует ее более наглядно). Если поворот происходит на угол $\theta = 2\pi$ вокруг любой оси (в результате чего происходит возвращение в исходную систему отсчета), то мы находим, что $U = -1$, а не $U = 1$, как можно было ожидать. Иными словами, вектор состояния системы со спином половина в обычном трехмерном пространстве двузначен и переходит сам в себя только после поворота на угол 4π . Этот результат легко может быть объяснен с использованием рис. 6. Действительно, только после двух витков ЭМ спинор нейтрино-подобной частицы занимает исходное положение.

7.0. Вычисление заряда и массы ЭМ нейтрино

Покажем прямым вычислением, что заряд ЭМ нейтрино действительно равен нулю, в то время как его масса не равна нулю. Нетрудно понять причину такого «неравноправия».

Масса частицы определяется интегралом по объему частицы от плотности энергии, которая пропорциональна второй степени величины напряженности поля. В этом случае интеграл всегда отличен от нуля, если величина поля отлична от нуля.

В то же время заряд определяется интегралом от плотности тока, которая пропорциональна первой степени величины напряженности поля. Очевидно, при этом возможен случай, когда подынтегральное выражение не равно нулю, но сам интеграл равен нулю. Нетрудно проверить, что такой результат мы получим в случае, если подынтегральная функция изменяется по гармоническому закону. Покажем это.

7.1. Вычисление заряда

В общем случае мы должны говорить о зарядах, создаваемых как электрическим, так и магнитным током. Полный заряд того или другого типа, очевидно, равен:

$$q = \int_{\Delta\tau} \rho_s d\tau, \quad (7.1)$$

где ρ_s - плотность заряда, $\Delta\tau$ есть объем, заключающий заряды.

Зная плотность тангенциального тока частицы, нетрудно подсчитать плотность заряда свернутого полу-фотона:

$$\rho_s = \frac{j_\tau}{c} = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_s}{c} F = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{r_c} F, \quad (7.2)$$

где F означает либо электрическое, либо магнитное поле. Поскольку каждый из векторов \vec{E} и \vec{H} вращается вокруг направления движения, их проекции на плоскость, в которой лежит траектория, меняются по гармоническому закону. Используя модель, отображенную на рисунке 6, и принимая $\vec{F} = \vec{F}(l)$, где l есть длина пути, мы получим:

$$q = \int_{S_t} \int_0^{2\lambda_s} \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_p}{c} F_o \cos k_s l \, dl \, ds = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_s}{c} F_o S_c \int_0^{2\lambda_p} \cos k_s l \, dl = 0, \quad (7.3)$$

(где F_o есть амплитуда волнового поля свернутого полуфотона, S_c - поверхность поперечного сечения тора, ds - элемент поверхности, dl - элемент длины, $k_s = \frac{\omega_s}{c}$ - волновое число). Этот результат означает, что, хотя электрический и магнитный токи частицы не равны нулю, электрический и «магнитный» заряд такой частицы равны нулю.

7.2. Вычисление массы

Чтобы вычислить массу частицы мы должны вычислить в первую очередь плотность энергии электромагнитного поля закрученного полу-фотона:

$$\rho_\varepsilon = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2), \quad (7.4)$$

Принимая для простоты $|\vec{E}| = |\vec{H}|$, получаем из (7.4):

$$\rho_\varepsilon = \frac{1}{4\pi} E^2, \quad (7.5)$$

Используя (7.5) и известное соотношение между массовой и энергетической плотностями:

$$\rho_m = \frac{1}{c^2} \rho_\varepsilon, \quad (7.6)$$

мы получаем выражение:

$$\rho_m = \frac{1}{4\pi c^2} E^2 = \frac{1}{4\pi c^2} E_0^2 \cos^2 k_s l, \quad (7.7)$$

Используя (7.7), мы можем написать для массы полуфотона:

$$m_s = \iint_{S_t l} \rho_m ds \, dl = \frac{S_c E_o^2}{\pi c^2} \int_0^{2\lambda_p} \cos^2 k_s l \, kl \neq 0, \quad (7.8)$$

Очевидно, это выражение никогда не может быть равно нулю, если не равны нулю амплитуды электромагнитных векторов.

Заключение.

Таким образом, мы показали, что в рамках ЭДКВ существует частица, обладающая следующими особенностями:

1. является фермионом, поскольку имеет спин половина;
2. является лептоном, поскольку описывается уравнением Дирака для лептонов;
3. имеет массу и описывается уравнением Дирака с массовым членом;
4. имеет нулевой электрический заряд;
5. имеет внутреннюю (полоидальную) спиральность, сохраняющуюся при любых преобразованиях кроме зеркального отражения;
6. частица и античастица различаются спиральностью (другими словами, являются киральными объектами) и не могут смешиваться;
7. частица обладает электромагнитными свойствами (электрическими и магнитными дипольными моментами и пр.), которые предсказаны квантовой теорией поля (Тернов, 2000).

Таким образом, частица, описываемая настоящей теорией, может быть действительно названа ЭМ нейтрино.

Все эти свойства ЭМ нейтрино полностью подтверждаются современными экспериментами и, что не менее важно, могут быть полностью описаны в рамках Теории Стандартной Модели, не прибегая к предположению о нулевой массе.

Отметим также, что, поскольку ЭМ нейтрино и антинейтрино соответствуют одному циркулярно-поляризованному фотону, как это предполагается в нейтринной теории света де Бройля, то в ЭДКВ эта теория получает серьезную поддержку.

Глава 7. Теория ЭМ адронов

Цель главы: 1) показать, что пространственная суперпозиция ЭМ лептонов порождает частицы (ЭМ адроны), имеющие те же характеристики, что и экспериментально наблюдаемые адроны; 2) показать, что ЭМ адроны описываются уравнениями Янга-Миллса; 3) показать, что топологические характеристики этих частиц дают возможность ответить на ряд важных вопросов квантовой теории поля.

1.0. Введение. КХД: краткий обзор

Напомним, что теория, описывающая адроны – Квантовая Хромодинамика (КХД) – базируется на уравнении Янга-Миллса (Okun, 1982; 1988; Pich, 2000; Ryder, 1985). Адроны, согласно КХД состоят из точечных частиц подобных лептонам, которые взаимодействуют посредством векторных частиц глюонов, подобных фотонам. Те и другие не могут быть выделены из состава адронов в качестве самостоятельных частиц (конфайнмент кварков и глюонов).

Как известно (Akhiezer and Rekalo, 1986; Okun, 1988), кварковое поле по сути не сложнее электрон-позитронного. Лагранжиан КЭД представляет собой сумму:

$$L(x) = \bar{\psi}(x) \left[\left(i \partial_\mu + e A_\mu(x) \right) \gamma_\mu - m \right] \psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F_{\nu\mu}(x)$$

где $\partial_\mu = \partial / \partial x_\mu$ – частная производная по 4-координате x_μ , $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ – оператор напряженности электромагнитного поля, $-e, m$ – электрический заряд и масса электрона, γ_μ – четыре матриц Дирака (по повторяющемуся индексу везде подразумевается суммирование). Первое и третье слагаемые в лагранжиане описывают свободное движение электронов и позитронов, последнее – фотонов, член $\bar{\psi} A \psi$ – описывает их взаимодействие.

Если ввести так называемую ковариантную (или "длинную") производную

$$D_\mu = \partial_\mu - ie A_\mu,$$

то лагранжиан КЭД приобретает вид

$$L(x) = \bar{\psi}(x) \left[D_\mu \gamma_\mu - m \right] \psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F_{\nu\mu}(x)$$

Лагранжиан КХД очень похож на лагранжиан КЭД. Если $\psi_{i\alpha}$ – биспинор кварка i – сорта (аромата) и α – цвета, то лагранжиан кварков определяется формулой

$$L_q = \sum_{i,\alpha} \bar{\psi}_{i,\alpha} \left(\hat{D}_\mu + m_i \right) \psi_{i,\alpha},$$

где m_i - масса кварка.

Взаимодействие между электронами сводится к обмену между ними фотонами. Важно при этом, что существуют как поперечные фотоны, связанные с полем излучения, так и продольные скалярные фотоны, обмен которыми приводит к чисто кулоновскому взаимодействию между электронами.

Взаимодействие между кварками в адронах носит также обменный характер и осуществляется путем обмена между кварками особыми частицами - глюонами. Возникновение глюонных полей связано с существованием цветовой $SU(3)$ -симметрии.

"Склейка" кварков происходит потому что кварки, и глюоны несут на себе особый "склеиватель" - цветовой заряд. Он не имеет ничего общего с электрическим зарядом и называется "зарядом" только по аналогии. Обозначим цветовые заряды, следуя Х. Джорджи, через R - G ("красный" минус "зеленый"), G - B ("зеленый" минус "синий") и B - R ("синий" минус "красный"). Величина каждого заряда может принимать три значения: $1/2, -1/2, 0$. Каждый кварковый цвет имеет свою комбинацию зарядов; например, для красного кварка R - G = $1/2$, G - B = 0 , B - R = $-1/2$. Сумма всех зарядов кварка.

Связь между кварками с помощью глюонов (G) можно изобразить в виде 3x3 матрицы:

$$\begin{array}{ccc} q_r & q_g & q_b \\ q_r & G_1 + G_2 & G_{R-G} & G_{R-B} \\ q_g & G_{G-R} & G_1 + G_2 & G_{G-B} \\ q_b & G_{B-R} & G_{B-G} & G_1 + G_2 \end{array}$$

Элементы этой матрицы обозначают глюоны. Каждый кварк в левом столбце может преобразоваться в любой кварк в верхнем ряду, испустив соответствующий глюон. Глюоны связывающие кварки разных цветов, обозначены через G_{R-G} , G_{R-B} , ..., где индексы снизу обозначают цвета связываемых кварков. Таких глюонов, очевидно, должно быть шесть.

В каждом процессе взаимодействия выполняется закон сохранения цветового заряда (каждого сорта). Например, красный кварк с зарядом R - G = $1/2$, испуская глюон с зарядом R - G = 1 , превращается в зеленый кварк с зарядом R - G = $-1/2$.

Бесцветные глюоны служат для того, чтобы обеспечить взаимодействие кварков одинакового цвета. Казалось бы, их нужно иметь три (красный-

красный, зеленый-зеленый, синий-синий), но в действительности достаточно только двух бесцветных глюонов (они обозначены через G_1, G_2), так что всего имеется восемь глюонов (цветовой октет глюонов). Но, по существу, взаимодействие глюонов и кварков определяются одной константой g (она входит в выражение для глюонных полей $F_{\mu\nu}^A$), которую обычно и называют цветным зарядом. Константа электронно-фотонного взаимодействия определяется как $\alpha = e^2/4\pi$, а константа кварк-глюонного взаимодействия как $\alpha = g_c^2/4\pi$.

Так как масса глюонов равна нулю, то радиус взаимодействия кварков, обусловленного обменом глюонами равен бесконечности, но размеры кварковых систем очень малы (порядка 10^{-13} см). Как это происходит - до конца не известно (проблема "конфайнмента" глюонов).

Таким образом, кварковые спиноры, в отличие от электронного, несут цветовые индексы, по которым проводится суммирование, а входящий в лагранжиан глюонный векторный потенциал G_μ , в отличие от фотонного, представляет собой матрицу в цветовом пространстве:

$$G_\mu = G_\mu^a \lambda_a / 2, \quad a = 1, 2, \dots, 8.$$

Здесь G_μ - векторные потенциалы восьми глюонных полей, а λ_a - восемь матриц Гелл-Манна. При этом ковариантная производная в КХД (теперь это тоже матрица) имеет вид

$$D_\mu = \partial_\mu - igG_\mu$$

Матрица напряженности глюонного поля имеет вид $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a \lambda_a / 2$.

Для глюонов напряженность поля $F_{\mu\nu}$ выражается через G_μ , более сложным образом, чем для фотонов:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu - ig[G_\mu G_\nu - G_\nu G_\mu]$$

Здесь g - константа сильного взаимодействия. Для фотонов A_μ - число, а не матрица, и коммутатор в выражении для $F_{\mu\nu}$ обращается в нуль. В случае же неабелевых калибровочных полей, какими являются глюоны, этот коммутатор отличен от нуля. Именно он определяет характер нелинейного самодействия глюонов и своеобразие глюонных сил.

Такой вид лагранжиана КХД вообще и тензора $F_{\mu\nu}$, в частности, диктуется требованием инвариантности лагранжиана относительно калибровочных преобразований:

В случае глюодинамики лагранжиан безмассового глюонного поля

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\mu}^a, \quad a = 1, 2, \dots, 8$$

1.2. Поле Янга-Миллса как обобщение поля Максвелла

Кроме того, было показано, что поле Янга-Миллса является обобщением электромагнитного поля Максвелла (Ryder, 1985).

Действительно, рассмотрим (Ryder, 1985) вращение некоторого вектора поля \vec{F} в трехмерном пространстве вокруг произвольной оси на бесконечно малый угол $\vec{\phi}$. Здесь величина $|\vec{\phi}|$ есть угол вращения, а вектор $\vec{\phi}/|\vec{\phi}|$ задает направление оси вращения. Переход от начального положения вектора к конечному будет определяться преобразованием:

$$\vec{F} \rightarrow \vec{F}' = \vec{F} - \vec{\phi} \times \vec{F},$$

Отсюда бесконечно малое вращение запишется в виде:

$$\delta\vec{F} = \vec{F}' - \vec{F} = -\vec{\phi} \times \vec{F},$$

В отличие от электродинамики, где вращение происходило в одной плоскости и было коммутативно, в трехмерном пространстве вращение в общем случае некоммутативно, что означает, что векторное произведение некоммутативно: $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$. Это усложняет теорию, и это усложнение имеет прямые физические следствия.

Будем считать, что те же самые соотношения имеют силу и в четырехмерном пространстве. Сначала отметим, что если угол $\vec{\phi}$ считать постоянной величиной, то последнее соотношение представляет собой предписание произвести вращение во внутреннем пространстве переменной \vec{F} на один и тот же угол $\vec{\phi}$ во всех точках пространства-времени. Мы можем предположить, что такое жесткое требование имеет место только в особых случаях. Если считать расстояния достаточно большими, то теория близкодействия не согласуется с таким требованием. Таким образом, следует считать, что $\vec{\phi} = \vec{\phi}(x^\mu)$. Тогда мы будем иметь:

$$\delta(\partial_\mu \vec{F}) = \partial_\mu \vec{F}' - \partial_\mu \vec{F} = -\partial_\mu \vec{\phi} \times \vec{F} - \vec{\phi} \times \partial_\mu \vec{F},$$

Другими словами, величина $\partial_\mu \vec{F}$ не преобразуется ковариантно, т.е. также, как \vec{F} . Чтобы добиться этого, мы должны построить ковариантную производную \vec{F} , подобную ковариантной производной в квантовой электродинамике.

Оказывается, что если ввести калибровочный потенциал \vec{W}_μ , аналогичный A_μ так, чтобы он преобразовывался по формуле:

$$\delta\vec{W}_\mu = -\vec{\phi} \times \vec{W}_\mu + \frac{1}{g} \partial_\mu \vec{\phi},$$

то ковариантная производная вектора \vec{F} запишется в виде:

$$D_\mu \vec{F} = \partial_\mu \vec{F} + g \vec{W}_\mu \times \vec{F},$$

Далее по аналогии с тензором напряженности электромагнитного поля вводится тензор $\vec{W}_{\mu\nu}$, удовлетворяющий такому же преобразованию, как и само поле \vec{F} :

$$\vec{W}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{W}_\nu - \partial_\nu \vec{W}_\mu + g \vec{W}_\mu \times \vec{W}_\nu,$$

Напряженность поля $\vec{W}_{\mu\nu}$ есть вектор, а потому произведение $\vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu}$ есть скаляр и может войти в лагранжиан, как и в случае электродинамики:

$$L = (D_\mu \vec{F}) \cdot (D^\mu \vec{F}) - m^2 \vec{F} \cdot \vec{F} - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu},$$

Уравнение движения выводится из этого лагранжиана как обычно:

$$D^\nu \vec{W}_{\mu\nu} = g \vec{J}_\mu,$$

где $\vec{J}_\mu = (D_\mu \vec{F}) \times \vec{F}$. Это уравнение аналогично паре уравнений Максвелла для 4-тока.

Продолжая рассуждения таким же образом (Ryder, 1985), можно получить и другую пару уравнений поля Янга-Миллса, которая также оказывается обобщением уравнений Максвелла.

С другой стороны, как показано в литературе (Ryder, 1985), эти соотношения в операторном виде представляют собой уравнения Янга-Миллса.

1.3. Введение взаимодействия в квантовой теории поля посредством теории калибровочных полей

Современная теория элементарных частиц известна также как теория калибровочных полей по той причине, что взаимодействие между частицами вводится в уравнения поля посредством калибровочных преобразований.

Но согласно (Ryder, 1985). «Калибровочные преобразования – это преобразования вращения в пространстве внутренней симметрии». Также известно (Ryder, 1985; Kaempffer, 1965), что эта процедура математически эквивалентна преобразованию векторов поля в криволинейном пространстве, которое ведет к появлению ковариантных производных.

В общем случае ковариантная производная произвольного поля ψ , преобразующегося по некоторому представлению произвольной группы определяется выражением (Kaempffer, 1965; Ryder, 1985):

$$\frac{D\psi}{dx^\mu} = D_\mu\psi = (\partial_\mu - igM^a A_\mu^a)\psi.$$

При этом генераторы представляются матрицами M^a , соответствующими представлению, к которому относится ψ .

"Вывод" ковариантных производных в случае калибровочной группы внутренней симметрии аналогичен выводу ковариантной производной вектора в общей теории относительности, где пространственно-временные оси в искривленном пространстве-времени сами изменяются при переходе от точки к точке. Ковариантная производная (контравариантного) вектора V^μ имеет вид

$$D_\nu V^\mu = \partial_\nu V^\mu + \Gamma_{\lambda\nu}^\mu V^\lambda.$$

Величины $\Gamma_{\lambda\nu}^\mu$, которые называются "коэффициентами связности", очевидно, играют роль, подобную роли векторных потенциалов A_μ^a . Название коэффициентов связности соответствует тому, что они связывают компоненты вектора в одной точке с его компонентами в соседней точке, из которой вектор перемещен путем параллельного переноса. В связи с данной аналогией некоторые физики называют величины A_μ^a связностями.

Нетрудно видеть связь вышеизложенных свойств уравнений хромодинамики с нашей теорией. Еще глубже она становится, если учесть, что уравнения Янга-Миллса можно рассматривать как обобщение уравнений Дирака.

1.4. Уравнение Янга-Миллса, как обобщение уравнения Дирака

Итак, как это следует из КХД (Akheizer and Rekalo, 1986; Okun, 1988), семейство夸克ов аналогично семейству лептонов, а уравнение Янга-Миллса для адронов является обобщением уравнения электрона Дирака.

Уравнение электрона Дирака с минимальным взаимодействием может быть записано в форме (Schiff, 1955):

$$\hat{\alpha}_\mu \left(\hat{p}_\mu + p_\mu^e \right) \psi + \hat{\beta} m_e c^2 \psi = 0, \quad (1.1)$$

Здесь $\hat{p}_\mu = \left\{ \hat{\varepsilon}, c\hat{\vec{p}} \right\}$, где $\mu = 0, 1, 2, 3$, $\hat{\varepsilon} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$, $\hat{\vec{p}} = -i\hbar \vec{\nabla}$ -

операторы энергии и импульса соответственно; $\hat{p}_\mu = \left\{ \hat{\varepsilon}_{ex}, c\hat{\vec{p}}_{ex} \right\} = j_\mu A_\mu$ -

минимальное взаимодействие с внешним полем, где $\varepsilon_{ex} = e\varphi$, $\vec{p}_{ex} = \frac{e}{c} \vec{A}$ -

энергия и импульс электрона во внешнем электромагнитном поле соответственно, (φ, \vec{A}) - 4-потенциал внешнего поля; c - скорость света, $-e$, m - электрический заряд и масса электрона соответственно, $\hat{\alpha}_o = \hat{1}$,

$\hat{\alpha}$, $\hat{\alpha}_4 \equiv \hat{\beta}$ - матрицы Дирака, а ψ - волновая функция электрона, называемая биспинором, представляет собой матрицу:

Для целей нашего исследования биспинорные уравнения Дирака (1.1) удобней записать отдельно для частицы и античастицы с массой и взаимодействием в принятом для нашего исследования виде (см. глава 2):

$$\left[\left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} + c\hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) + \left(\hat{\alpha}_o \varepsilon_{ex} + c\hat{\alpha} \vec{p}_{ex} \right) + \hat{\beta} m c^2 \right] \psi = 0, \quad (1.2)$$

$$\psi^+ \left[\left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} - c\hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) - \left(\hat{\alpha}_o \varepsilon_{ex} - c\hat{\alpha} \vec{p}_{ex} \right) - \hat{\beta} m c^2 \right] = 0, \quad (1.3)$$

где ψ^+ - эрмитово-сопряженная волновая функция электрона.

В КХД мы имеем кварки вместо электронов и глюоны вместо фотонов, между которыми имеется сильное взаимодействие вместо электромагнитного взаимодействия в КЭД. Уравнение Янга-Миллса для одного кварка может быть записано (Akhiezer and Rekalo, 1986; Okun, 1988; Marshak, 1967) подобно уравнению электрона Дирака (1.1):

$$\hat{\alpha}_\mu \left(\hat{p}_\mu + p_\mu^q \right) \psi_q + \hat{\beta} m_q c^2 \psi_q = 0, \quad (1.4)$$

где ψ_q - поле кварка, $p_\mu^q \equiv ig\vec{G}_\mu$, где $\vec{G}_\mu = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^8 G_\mu^a \lambda_a$ - потенциал поля

глюонов, λ_a , g , m_q - матрицы Гелл-Манна, заряд сильного взаимодействия и масса кварка, соответственно, а G_μ^a - потенциал глюонного поля.

Попытаемся теперь рассмотреть все эти особенности хромодинамики с точки зрения ЭДКВ.

2.0. «Одно-кварковая» теория адронов.

На основе вышеизложенного мы можем условно сказать (Marshak, 1967; Akhiezer and Rekalo, 1986; Okun, 1988), что адроны (мезоны и барионы) описываются двумя (мезоны) или тремя (барионы) уравнениями электрона Дирака типа (1.1) (или, что то же: (1.2)-(1.3)). Таким образом, условно, мы можем назвать уравнение электрона Дирака (1.1) «одно-кварковым» уравнением.

Но здесь мы должны принять во внимание одну существенную разницу между двумя теориями: *уравнение Дирака (1.1) не является уравнением свободного электрона в то время, как уравнение (1.4) есть уравнение «свободного» (в рамках одного адрона) кварка.* Члены внешнего поля используются в КЭД для описания взаимодействия между электроном и другими частицами. Аналогичный член в уравнении Янга-Миллса представляет собой внутреннее поле адрона, описывающее кварк-кварковое взаимодействие в одном и том же адроне.

Поскольку в одном адроне присутствует несколько кварков, предположим, что адроны представляют собой суперпозицию свернутых полуфотонов. На этом основании попытаемся найти уравнение, описывающее такую суперпозицию свернутых электромагнитных волн.

Напомним некоторые результаты теории криволинейных электромагнитных волн, полученные в предыдущих главах, которые нам понадобятся в дальнейшем.

3.0. Описание появления тока при сворачивании электромагнитных волн

В главе 2 книги мы показали, как при преобразовании сворачивания в электромагнитной волне возникают токи, которые порождают массу (что эквивалентно порождению внутреннего взаимодействия частей свернутой волны) и внешнее взаимодействие.

Поскольку подобное преобразование требуется также и для возникновения адронов, читателю понадобится вспомнить описание рождения токов в обоих формах описания – в дифференциальной геометрии и в криволинейном пространстве (пространстве Римана).

В связи с этим напомним также, что в то время, как матрицы Паули являются операторами вращения в пространстве двух измерений, матрицы фотона и матрицы Янга-Миллса, являются операторами вращения в пространстве трех измерений (Ryder, 1987).

Как показано в главах 2 и 4, в процессе сворачивания и разделения электромагнитного поля фотона происходит преобразование полей такое, что вместо полей плоской («линейной») электромагнитной волны мы получаем

некоторую волновую функцию ψ , соответствующую свернутому полу-периоду фотона:

$$\psi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ iH_x \\ iH_z \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

где $(E_x, E_z, -iH_x, -iH_z)$ есть электромагнитные вектора поля после преобразования сворачивания. В результате преобразования сворачивания мы получаем электромагнитные уравнения электрона, которые в операторной форме совпадают с уравнениями Дирака.

Действительно, подставляя в уравнения (1.2) и (1.3) (не учитывая в них внешнее взаимодействие), мы получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij^e \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = ij^m_z \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = -ij^e_z \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij^m_x \end{array} \right. , \quad (3.2') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial y} = -ij^e_x \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial y} = ij^m_z \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -ij^e_z \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = ij^m_x \end{array} \right. , \quad (3.2'')$$

где $j^e = i \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r_C} E$, $j^m = i \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r_C} H$, являются соответствующие

компоненты «мнимых» токов, в которых $r_C = \hbar/m_e c$ является удвоенным радиусом сворачивания ЭМ волны электрона.. Как мы показали в предыдущих главах, в случае линейно-поляризованной волны (см. глава 2) магнитный ток равен нулю. В случае циркулярно-поляризованной волны (см. глава 6) существует не равный нулю переменный магнитный ток.

Согласно нашей гипотезе, адрон (барион или мезон) в электромагнитном представлении можно представить суперпозицией двух или трех свернутых электромагнитных полуволн. Рассмотрим математическое описание рождения такой суперпозиции в электромагнитной и квантовой форме, параллельное приведенному в главе 2 описанию рождения одиночной свернутой полуволны, соответствующей по нашему предположению одному кварку.

4.0. Электромагнитное представление уравнения Янга-Миллса в рамках ЭДКВ

Очевидно, для того, чтобы получить уравнение Янга-Миллса мы должны составить систему из трех «одно-кварковые» уравнений без масс (взаимодействий), а затем «включить» взаимодействие между кварками. Проделаем это.

4.1. Квантовая форма «трех-кваркового» уравнения без масс и взаимодействия

Так как матрицы Паули являются (Ryder, 1985) генераторами вращения в 2D пространстве, для «трех-кваркового» электромагнитного представления мы должны использовать генераторы вращения в 3D пространстве, которыми являются известные 3x3 матрицы спина фотона $\hat{\vec{S}}$ группы O(3) (Ryder, 1985; Cronin, Greenberg and Teleldi, 1971):

$$\hat{S}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \hat{S}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \hat{S}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

(отметим, что эти матрицы совпадают с тремя из матриц Гелл-Манна, являющихся генераторами вращения группы SU(2)).

В качестве «трех-кварковых» уравнений для частиц и античастиц для описания суперпозиции трех полуфотонов, мы будем использовать уравнения Дирака без взаимодействия с фотонными матрицами:

$$\begin{aligned} \left({}^6\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c {}^6\hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) {}^6\psi &= 0 \\ {}^6\psi^+ \left({}^6\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c {}^6\hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где левый верхний индекс - число «6» - означает, что эти матрицы являются 6x6-матрицами следующего типа:

$${}^6\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{\vec{S}} \\ \hat{\vec{S}} & \hat{0} \end{pmatrix}, {}^6\hat{\alpha}_0 = \begin{pmatrix} \hat{S}_0 & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{S}_0 \end{pmatrix}, {}^6\hat{\alpha}_4 \equiv {}^6\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{S}_0 & \hat{0} \\ \hat{0} & -\hat{S}_0 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

Причем здесь $\hat{S}_0 = \hat{1}$, а волновая функция ${}^6\psi = \begin{pmatrix} \vec{E} \\ i\vec{H} \end{pmatrix}$ есть 6x1 матрица.

Каждое из уравнений (4.2) эквивалентно трем Дирак-подобным уравнениям криволинейных волн электронного типа. И, как нетрудно проверить, вышеприведенные матрицы дают правильные электромагнитные выражения билинейных форм теории:

энергии ${}^6\psi^+ {}^6\hat{\alpha}_0 {}^6\psi = \vec{E}^2 + \vec{H}^2 = 8\pi U$; вектора Пойнтинга $\vec{S}_P = \frac{1}{8\pi} {}^6\psi^+ {}^6\hat{\alpha} {}^6\psi$; и первого скаляра электромагнитного поля: ${}^6\psi^+ {}^6\hat{\alpha}_4 {}^6\psi = 2(\vec{E}^2 - \vec{H}^2) = 4\pi F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$.

4.2. ЭМ форма «трех-кваркового» уравнения без масс и взаимодействия

Из вышеизложенного следует, что барион (например, протон) может быть представлен посредством системы трех «одно-кварковых» уравнений. Найдем эти уравнения, допуская, что члены масс и взаимодействий равны нулю. Очевидно, в этом случае это должны быть просто уравнения трех линейных фотонов, т.е. трех пар скалярных уравнений Максвелла (одна пара для каждой координаты). Следовательно, должны существовать $6+6=12$ ЭМ скалярных уравнений для описания протона.

Используя ЭМ представление, из любого из уравнений (4.2) мы можем получить следующую систему уравнений электромагнитного поля Максвелла без токов:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ iH_x \\ iH_y \\ iH_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ H_z \\ -H_y \\ 0 \\ -iE_z \\ iE_y \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} -H_z \\ 0 \\ H_x \\ iE_z \\ 0 \\ -iE_x \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} H_y \\ -H_x \\ 0 \\ -iE_y \\ iE_x \\ 0 \end{pmatrix} = 0, \quad (4.4')$$

или

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) &= 0, & \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) &= 0, \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) &= 0, & \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) &= 0, \quad (4.4'') \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) &= 0, & \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned}$$

В случае суперпозиции трех фотонов (как электромагнитных волн Максвелла) мы из (4.4) получим:

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0, \quad a \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0, \quad a' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial z} = 0, \quad b \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0, \quad b' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0, \quad c \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad c' \\
 \end{array}
 \right. \quad (4.5')$$

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0, \quad a \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0, \quad a' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0, \quad b \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0, \quad b' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0, \quad c \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad c' \\
 \end{array}
 \right. \quad (4.5'')$$

Нетрудно видеть, что каждая пара уравнений a, b, c описывает отдельное кольцо; вектора поля уравнений (4.5') движутся по кольцам в плоскостях XOZ , ZOY , YOX соответственно; аналогично, вектора поля уравнений (4.5'') движутся по кольцам в плоскостях XOY , YOZ , ZOX соответственно.

В следующих параграфах мы рассмотрим описание в рамках ЭДКВ появления масс и взаимодействий в «трех-кварковых» уравнениях.

4.4. Описание возникновения масс, токов и взаимодействий в «трех-кварковых» уравнениях в рамках дифференциальной геометрии

ЭДКВ показывает, что появление членов масс (равнозначных членам внутреннего взаимодействия) и внешнего взаимодействия связано с движением трех векторов $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}_p$ по криволинейной траектории. Эти вектора позволяют построить подвижный трехгранник Френе-Серре (Gray, 1997). Но в отличие от случая ЭМ лептонов, в общем случае, когда вектора электромагнитного поля волны трех-кварковых частиц движутся вдоль пространственной криволинейной траектории, появляется не только дополнительный член, определяемый **кривизной**, но также член, который определяется **кручением** траектории.

Действительно, поскольку в этом случае мы имеем:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= -\frac{\partial E}{\partial t} \vec{n} - E \frac{\partial \vec{n}}{\partial t} \\ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \vec{b} + H \frac{\partial \vec{b}}{\partial t}\end{aligned}\quad (4.6)$$

где \vec{b} есть вектор бинормали, то согласно формуле Френе-Серре мы имеем:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{n}}{\partial t} &= -\nu_p K \vec{\tau} + \nu_p T \vec{b} \\ \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} &= -\nu_p T \vec{n}\end{aligned}, \quad (4.7)$$

где $T = \frac{1}{r_T}$ есть кручение траектории, а r_T есть радиус кручения. Таким

образом, токи смещения могут быть записаны в форме:

$$\begin{aligned}\vec{j}_i^e &= -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial E_i}{\partial t} \vec{n} + {}^\tau j_i^e \vec{\tau} + {}^b j_i^e \vec{b} \\ \vec{j}_k^m &= \frac{1}{4\pi} \frac{\partial H_k}{\partial t} \vec{b} + {}^n j_k^m \vec{n}\end{aligned}, \quad (4.8)$$

где ${}^\tau j_i^e = \frac{1}{4\pi} \omega_K E_i \cdot \vec{\tau}$ и ${}^b j_i^e = -\frac{1}{4\pi} \omega_T E_i \cdot \vec{b}$ представляют собой

электрические токи, а ${}^n j_i^m = \frac{1}{4\pi} \omega_T H_i \cdot \vec{n}$ - магнитный ток; $i, k = x, y, z$;

а $\omega_T = \frac{\nu_p}{r_T} \equiv cT$ есть угловая скорость кручения.

Таким образом, мы получаем следующее электромагнитное представление системы трех-кварковых уравнений, которые согласно нашей теории должно соответствовать уравнению Янга-Миллса:

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} = {}^{\tau}j_x^e + {}^b j_x^e, a \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = {}^n j_z^m, \quad a' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial z} = {}^{\tau}j_y^e + {}^b j_y^e, b \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = {}^n j_x^m, \quad b' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = {}^{\tau}j_z^e + {}^b j_z^e, c \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = {}^n j_y^m, \quad c' \\
 \end{array}
 \right. , (4.9)$$

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = {}^{\tau}j_z^e + {}^b j_z^e, a \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = {}^n j_x^m, \quad a' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = {}^{\tau}j_x^e + {}^b j_x^e, b \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial z} = {}^n j_y^m, \quad b' \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial H_y}{\partial x} = {}^{\tau}j_y^e + {}^b j_y^e, c \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial x} = {}^n j_z^m, \quad c' \\
 \end{array}
 \right. , (4.10)$$

Как мы отмечали при анализе электромагнитного представления уравнения электрона, заряд, масса и взаимодействие между частицами возникают одновременно в процессе сворачивания и разделения линейного фотона. Другими словами, возникновение токов при сворачивании линейного фотона одновременно описывает появление заряда, массы и взаимодействия электрона.

Поскольку в данном случае мы имеем, условно говоря, три электромагнитных уравнения электрона, то следует заключить, что массы ЭМ кварков, их заряды и взаимодействия между ними описываются девятью токами, входящими в уравнения (4.9) или (4.10). Можно предположить, что три из них, которые являются тангенциальными электрическими токами, определяют заряды и массы кварков. Но, в то же время, все токи вместе - три электрических тангенциальных, три электрических бинормальных и три магнитных нормальных - определяют взаимодействие ЭМ кварков между собой. Причем, поскольку мы имеем замкнутую систему, можно предположить, что, по крайней мере, один из токов может быть выражен через другие. В таком случае, имеются только восемь разных членов взаимодействия.

Отметим также, что в 3D-случае мы не можем математически последовательно записать электромагнитное Янг-Миллс-подобное уравнение, пользуясь обычной комплексной формой, поскольку последняя обслуживает только плоскую геометрию. В этом случае, очевидно, должна быть использована алгебра кватернионов Гамильтона, которая является расширением теории комплексных переменных на 3D-пространство.

4.5. Описание возникновения масс, токов и взаимодействий в рамках геометрии Римана

Как известно (Madelung, 1957; Korn and Korn, 1961), любой вектор $\vec{F}(\vec{r})$ может быть записан в следующих двух формах:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x^1, x^2, x^3) = F^1 \vec{e}_1 + F^2 \vec{e}_2 + F^3 \vec{e}_3 = F_1 \vec{e}^1 + F_2 \vec{e}^2 + F_3 \vec{e}^3, \quad (4.11)$$

где $F^1, F^2, F^3, F_1, F_2, F_3$ - абсолютные величины инвариантных и ковариантных векторов, а \vec{e}^i и \vec{e}_i - базовые единичные вектора, которые в общем случае меняются от точки к точке. Когда вектор движется вдоль криволинейной траектории, их частные производные имеют вид:

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial x^j} = \frac{\partial F^i}{\partial x^j} \vec{e}_i + F^i \frac{\partial \vec{e}_i}{\partial x^j} = \frac{\partial F_i}{\partial x^j} \vec{e}^i + F_i \frac{\partial \vec{e}^i}{\partial x^j}, \quad (4.12)$$

Можно показать, что для криволинейной траектории:

$$\frac{\partial \vec{e}_i}{\partial x^j} = \Gamma_{ij}^k \vec{e}_k = -\Gamma_{kj}^i \vec{e}^k, \quad (4.13)$$

где коэффициенты Γ_{ij}^k , называемые символами Кристоффеля или коэффициентами связности Кристоффеля, характеризуют перенос векторов по криволинейной траектории. Таким образом, например, для фотона, распространяющегося вдоль оси y -ов:

$$\begin{cases} \vec{E} = E_3 \vec{e}^3 \\ \vec{H} = H_1 \vec{e}^1 \end{cases}, \quad (4.14)$$

и мы получаем для производных уравнения Максвелла следующие выражения:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial E_3}{\partial x^0} \vec{e}^3 + E_3 \Gamma_{k0}^3 \vec{e}^k, & \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = \frac{\partial E_3}{\partial x^2} \vec{e}^3 + E_3 \Gamma_{k2}^3 \vec{e}^k \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial H_1}{\partial x^0} \vec{e}^1 + H_1 \Gamma_{k0}^1 \vec{e}^k, & \frac{\partial \vec{H}}{\partial y} = \frac{\partial H_1}{\partial x^2} \vec{e}^1 + H_1 \Gamma_{k2}^1 \vec{e}^k \end{cases}, \quad (4.15)$$

(Разумеется, аналогичные выражения можно получить для любых других направлений распространения фотонов).

Как мы видим, здесь появились дополнительные члены, которых не было в начальных линейных уравнениях Максвелла. Как и в случае рождения одной петли (ЭМ электрона или нейтрино), описание движения электромагнитных векторов поля вдоль криволинейной траектории типа трилистика

посредством геометрии Римана приводят к дополнительным членам того же самого типа, что мы получили в случае использования дифференциальной геометрии.

Таким образом, в ЭДКВ символы Кристоффеля (как и символы Риччи) не являются абстрактными математическими величинами. С одной стороны они имеют физический смысл, а именно, представляют собой касательные токи, которые появляются благодаря искривлению траектории и кручению электромагнитных векторов. С другой стороны, они имеют геометрический смысл: они определяются кривизной K и кручением T траектории движения волны.

Очевидно, трех-кварковые уравнения в квантовой форме можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} & \left[\left({}^6\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c {}^6\hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) - \left({}^6\hat{\alpha}_o \epsilon_i - c {}^6\hat{\alpha} \vec{p}_i \right) - {}^6\hat{\beta} m_i c^2 \right] \psi = 0 \\ & \psi^+ \left[\left({}^6\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c {}^6\hat{\alpha} \hat{\vec{p}} \right) + \left({}^6\hat{\alpha}_o \epsilon_i + c {}^6\hat{\alpha} \vec{p}_i \right) + {}^6\hat{\beta} m_i c^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

(где $i = 1, 2, 3$), которые, практически, совпадают с уравнениями Янга-Миллса (1.4).

5.0. Эвристические ЭМ модели адронов

Мы рассмотрели выше электромагнитные частицы, содержащие две или три петли, образованные криволинейными ЭМ волнами, как ЭМ адроны. Уравнение одной петли является уравнением Дирака, которое имеет гармоническое решение. Следовательно, можно представить ЭМ адрон как суперпозицию двух или трех гармонических колебаний. С другой стороны, ЭМ адроны являются пространственными волновыми пакетами. Согласно Шредингеру (Schreudinger, 1926) (см. также (Jammer, 1967), параграф 6.1) волновые пакеты, построенные из гармонических волн (колебаний), не имеют дисперсии, т.е. они являются стабильными частицами. Таким образом, мы можем в первом приближении строить модели адронов как пространственные пакеты или, другими словами, как суперпозиции двух или трех гармоник в трехмерном пространстве.

Несмотря на свою простоту, предлагаемые модели позволяют объяснить многие особенности адронов. (Модели были построены при помощи программы MathCAD).

5.1. «Трех кварковая» модель

Мы предполагаем, что трех-петлевая (барионная) модель строится из трех гармонических колебаний. Следующие параметры колебаний дают трехпетлевую фигуру желаемого вида:

$$\omega_1 = 3, \quad \omega_2 = 2, \quad \omega_3 = 3,$$

$$\phi_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \phi_2 = \frac{\pi}{2}, \quad \phi_3 = 0,$$

$$r_1 = 2, \quad r_2 = 2, \quad r_3 = 2.$$

Аргумент функций имеет вид:

$$t_j := j \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N}, \text{ where где } N := 200, j := 0..N, k := 0..N, v_k := k,$$

Гармонические колебания описываются посредством функций (для каждой координаты):

$$X_{k,j} := r_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t_j - \phi_1)$$

$$Y_{k,j} := r_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t_j - \phi_2)$$

$$Z_{k,j} := r_3 \cdot \sin(\omega_3 \cdot t_j - \phi_3)$$

В результате мы получаем следующую трех-петлевую фигуру (рис. 1):

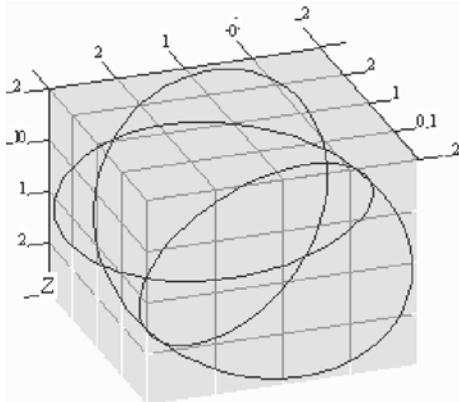


Рис. 1

Чтобы показать скручивание и вращение векторов поля, мы выбрали параметр t_j равным $t_j := j/2,2$. В этом случае мы получаем рис. 2:

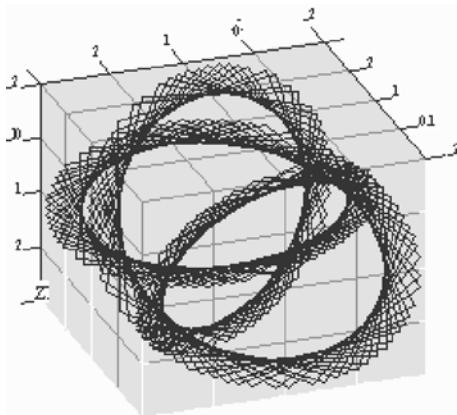


Рис. 2

Чтобы построить двух-петлевую (мезонную) модель, достаточно выбрать в вышеприведенной протонной модели $\omega_1 = 1$ и $\phi_1 = 0$, и положить $Z_{k,j} := 0$.

Мы надеемся, что дальнейшие исследования позволят построить более реалистичные модели, но уже эти модели дают нам возможность сравнить некоторые характеристики ЭМ адрон-подобных частиц и реальных адронов.

6.0. Обсуждение результатов

Вышеприведенное электромагнитное представление уравнений Янга-Миллса в рамках ЭДКВ позволяет нам объяснить некоторые особенности реальных адронов.

1. *Конфайнмент квarkов*: так как квarkам КХД соответствуют петли ЭДКВ, они не могут существовать в свободном состоянии.

2. *Соотношение масс и зарядов*. В приближении независимого существования петель, массы и заряды петель определяются частотами вращения полей каждой петли. Из предыдущего параграфа следует, что структура, сформированная тремя петлями, имеет устойчивость в смысле соизмеримости частот только при определенном соотношении круговых частот: в нашем примере $\omega_1 = \omega_3 \neq \omega_2$. Таким образом, массы и заряды двух из петель должны быть равны между собой и не равны массе и заряду третьей петли, как это действительно имеет место в случае барионов. Отсюда следует также и *дробность зарядов квarkов*.

3. *Нелинейность уравнений* Янга-Миллса является их характерной особенностью. ЭМ теория адронов объясняет природу этой нелинейности

4. *Аналогия глюонов и фотонов*: согласно вышеприведенной теории адрон-подобных частиц, виртуальные фотоны, посредством которых осуществляется взаимодействие между петлями, соответствуют глюонам.

Поскольку эти виртуальные фотоны (ЭДКВ-глюоны) обеспечивают взаимодействие между петлями, можно подозревать, что они являются продольными фотонами. Радиус действия этих частиц ограничен пространством адрона и не распространяется на бесконечность, что объясняет конфайнмент ЭМ глюонов.

Мы отдаём себе отчет в том, что предлагаемые выше «суперпозиционные» модели весьма отличны от топологических моделей, начало которым положил Кельвин и которые развиваются в последнее время в рамках современной теории струн. Но мы не нашли в современной физике естественного основания, кроме принципа суперпозиции, дающего возможность построить сложные многопетлевые конструкции. Требуется ли для этого следовать линии Кельвина, исходившего из вихревой теории, или есть возможность другого пути, покажут дальнейшие исследования.

Глава 8. Взаимодействие элементарных частиц с точки зрения ЭДКВ

Цель главы: 1) показать, что математические выражения, описывающие взаимодействие в ЭДКВ, эквивалентны математическим выражениям, описывающим взаимодействие в КТП; 2) показать, что ЭДКВ обуславливает единообразие описания взаимодействия, использующиеся в разных разделах физики.

1.0. Введение. Современное состояние проблемы описания взаимодействия.

1.1. Силовая и энергетическая формы описания взаимодействия.

Как известно, взаимодействие может быть представлено или как сила взаимодействия, или как энергия взаимодействия. Энергетическая форма описания взаимодействия является интегральной, а силовая форма по отношению к ней является дифференциальной. Причем, эти формы взаимосвязаны и определяются одна через другую. В классической физике сила равна градиенту потенциальной энергии. В общем случае зависимость более сложна, но тоже определяется операцией дифференцирования. Из этого следует особенность связи этих двух видов описания взаимодействия.

В частности, очевидно, что полной однозначности перехода от одного вида описания к другому нет. Например, всегда можно к энергии добавить некоторую функцию (по крайней мере, постоянную величину), так чтобы величина силы не изменилась.

Наиболее общие формы описания взаимодействия вводятся посредством лагранжева и гамильтонова подхода (Leech, 1958; Landau and Lifshitz, 1977). Напомним их вкратце.

1.2. Подходы Лагранжа и Гамильтона

1.2.1. Механическая система, состоящая из твердых тел (частиц)

Лагранжева механика работает в общем случае в n -размерном конфигурационном пространстве, которое включает все параметры, определяющие устойчивое состояние механической системы (координаты частиц, ориентацию твердого тела и т.д.). Точка x_ν в этом пространстве рисует эволюционную кривую $x_\nu(t)$ ($\nu = 1, 2, \dots, n$, где n - число независимых переменных), для описания которой вводится функционал $S(x(t))$, называемый действием. Постулируется, что только те кривые, для которых

действие достигает экстремума, соответствуют реальному движению (принцип Гамильтона).

Обычно рассмотрение ограничивается функционалом следующей формы:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$$

с функцией Лагранжа $L = L\left(x_\nu, \dot{x}_\nu\right)$, зависящей только от обобщенных координат и скоростей x_ν, \dot{x}_ν . Для одной материальной точки это выражение записывается следующим образом:

$$L = L\left(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t\right) = L(\vec{r}, \vec{v}, t), \quad (1.1)$$

где \vec{r}, \vec{v}, t есть радиус-вектор, скорость и время соответственно.

Условие экстремума для функционала:

$$\delta S = \delta \left(\int_{t_1}^{t_2} L dt \right) = 0, \quad (1.2)$$

приводит к уравнениям Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0, \quad (1.3)$$

Они представляют собой (в обычном случае) систему дифференциальных уравнений второго порядка, с решениями однозначно определяемыми начальными координатами и скоростями $x_\nu(0), \dot{x}_\nu(0)$.

В механике Гамильтона состояние системы описывается посредством точки (x, p) в $2n$ -размерном фазовом пространстве, где p есть импульс частицы.

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1.4)$$

Переход от механики Лагранжа к механике Гамильтона осуществляется посредством *преобразования Лежандра*. Оно определяет импульс и функцию Гамильтона следующим образом:

$$p\left(x, \dot{x}\right) = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}, \quad H(x, p) = p \dot{x} - L, \quad (1.5)$$

Функция Гамильтона зависит от координат и импульсов так, что она выражает скорости посредством импульсов, обращая определение импульсов $\dot{x} = x(x, p)$, с подстановкой результата в функцию Гамильтона.

1.2.2. Непрерывные системы (поля)

Для непрерывных полей функция Лагранжа определяется через плотность функции Лагранжа \bar{L} (часто называемой *лагранжианом*):

$$L = \int \bar{L} d\tau, \quad (1.6)$$

где $d\tau$ - элемент пространственного объема. Плотность функции Лагранжа зависит в общем случае от полевых функций и их производных, координат и времени:

$$\bar{L} = \bar{L}\left(\psi_\mu, \frac{\partial \psi_\mu}{\partial x_\nu}, x_\nu\right), \quad (1.7)$$

где $\mu = 1, 2, \dots, N$ (N есть число функций, описывающих поле); $\nu = 1, 2, \dots, n$ (n есть число независимых переменных). В этом случае функция действия запишется следующим образом:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dx^1 dx^2 \dots dx^n, \quad (1.8)$$

а уравнения Эйлера -Лагранжа в случае полей принимают вид:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x^\nu} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\psi}_\mu} - \frac{\partial \bar{L}}{\partial \psi_\mu} = 0, \quad (1.9)$$

Выражения лагранжиана подбираются, исходя из некоторых общих требований (в частности, требований симметрии или инвариантности), которые были выработаны в течение последнего столетия.

Подход Гамильтона в случае непрерывных систем реализуется следующим путем. Используя величину \bar{H} , называемую плотностью функции Гамильтона или гамильтонианом системы:

$$\bar{H} = \bar{H}\left(\psi_\nu, \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x_\nu}, \pi_\nu, x_\nu\right), \quad (1.10)$$

так что

$$H = \int \bar{H} d\tau, \quad (1.11)$$

преобразование Лежандра может быть переписано как:

$$\pi_v = \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\psi}_v}, \quad \bar{H} = \sum_v \pi_v \dot{\psi}_v - \bar{L}, \quad (1.12)$$

где π_v - каноническая плотность импульса.

Динамика определяется тогда посредством уравнений:

$$\dot{x} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \pi}, \quad \dot{\pi} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial x}, \quad (1.13)$$

Гамильтониан системы определяет полную энергию системы. Когда он известен, через него известным образом можно выразить все остальные характеристики системы. Именно этот способ наиболее часто используется для описания элементарных частиц и полей.

1.3. Силовое описание взаимодействия.

1.3.1. Консервативные системы материальных тел

В случае консервативных систем материальных тел (точек), т.е. систем, в которых силы являются градиентами потенциала, было найдено, что функция Лагранжа может быть выражена следующим образом:

$$L = L\left(x_v, \dot{x}_v\right) = T\left(x_v, \dot{x}_v\right) - V(x_v), \quad (1.14)$$

где $T\left(x_v, \dot{x}_v\right) = \sum_{v=1}^n \frac{m_v \vec{v}_v^2}{2}$ - суммарная кинетическая энергия системы

n частиц; $V(x_v) = V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - потенциальная энергия системы.

Это выражение можно переписать в виде:

$$L = L_{free} + L_{int}, \quad (1.15)$$

где первый член L_{free} отвечает энергии свободной частицы (в данном случае, кинетической энергии), а второй член L_{int} описывает энергию взаимодействия частиц (в данном случае, потенциальную энергию).

Отметим, что в релятивистской механике правильные уравнения движения получаются только тогда, когда вместо кинетической энергии T вводится кинетический потенциал:

$$K = m_0 c^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right), \quad (1.16)$$

Из уравнений Эйлера-Лагранжа получаем уравнения движения материальной точки (т.е. практически уравнение движения Ньютона):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\partial V}{\partial x_i}, \quad (1.17)$$

где соответствующие члены уравнения имеют следующие названия:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = Q_i \quad \text{- инерциальные силы}; \quad \frac{\partial T}{\partial x_i} = Q_{c-K} \quad \text{- обобщенная форма}$$

центробежной силы и силы Кориолиса; $\frac{\partial V}{\partial x_i} = Q_v$ - обобщенные силы взаимодействия.

1.3.2. Неконсервативные системы

В общем случае силы в природе не удается задать в виде градиента потенциала. В частности, это не имеет места в случае движения тел с околосветовыми скоростями. Но удивительным образом [3] в этом случае обобщенные компоненты силы могут быть заданы так, что сохраняется вид уравнений Эйлера-Лагранжа. Покажем это.

Оказывается, что вместо потенциала $V(x_v) = V(x_1, x_2, \dots, x_n)$, не зависящего от времени, часто можно задать функцию $M = M\left(x_v, \dot{x}_v\right)$ такую, что обобщенную силу, вместо $\frac{\partial V}{\partial x_i} = Q_v$, можно записать в виде:

$$Q_v' = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial M}{\partial x_i}, \quad (1.18)$$

Например, силу Лорентца можно выразить в вышеприведенном виде, если в качестве M - функции мы выберем следующее выражение:

$$M = e \left(\varphi - \frac{1}{c} \vec{v} \cdot \vec{A} \right), \quad (1.19)$$

где e - заряд тела, φ есть скалярный потенциал, а \vec{A} - векторный потенциал электромагнитного поля. Действительно, подставляя это выражение в выражение для обобщенной силы, получим:

$$F_i = \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \right] M = \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \right] e \left(\varphi - \frac{1}{c} \vec{v} \cdot \vec{A} \right), \quad (1.20)$$

Произведя дифференцирование и учитывая, что $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ и $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, нетрудно получить обычное выражение для силы Лоренца:

$$\vec{F} = e\vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B} = e\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B}, \quad (1.21)$$

Так как в данном случае энергия взаимодействия записывается в виде:

$$L_{\text{int}} = -M \left(x_\nu, \dot{x}_\nu \right), \quad (1.22)$$

нетрудно видеть, что функция M является энергией электромагнитного взаимодействия, соответствующая силе Лоренца. Действительно, используя известные определения 4-тока и 4-потенциала:

$$j_\nu = e\nu_\nu = e(ic, \vec{v}), \quad A_\nu = (i\varphi, \vec{A}), \quad (1.23)$$

мы получаем известное выражение энергии взаимодействия

$$M = -j_\nu A_\nu, \quad (1.24)$$

1.3.3. Описание взаимодействия в теории элементарных частиц

Согласно современным взглядам (Kaempffer, 1965) отсутствуют достаточно обоснованные аргументы, позволяющие теоретически вывести реально существующие взаимодействия.

Правило замены P_μ на $P_\mu + eA_\mu$ при наличии электромагнитного поля известно давно и успешно применяется для правильного описания экспериментальных ситуаций в тех случаях, когда представление электромагнитного поля классическими потенциалами имеет смысл. Обоснование этого выбора можно сделать, исходя из принципа калибровочной инвариантности, но сама калибровочная инвариантность в этом случае вводится как постулат, что не проясняет дело.

Отмечается (Kaempffer, 1965), что идентификация производной фазы ψ - функции с электромагнитными потенциалами, выражается посредством соотношения:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_\nu} = -eA_\mu, \quad (1.25)$$

(где $\phi(x)$ - фаза) приводит к существованию некоторых наблюдаемых эффектов, значение которых для представлений о взаимодействии впервые было осознано Аароновым и Бомом (Aharonov and Bohm, 1959).

Интересно, что можно сформулировать КЭД вообще не пользуясь потенциалами, если признать, что нелокальность присуща самому понятию фазы, зависящей от пути интегрирования, как это показал Манделстам (Mandelstam, 1962). Тогда более разумно, по-видимому, рассматривать эксперимент Ааронова-Бома как указание на существенную нелокальность, инвариантную ψ -функции в электромагнитном поле (Kaempffer, 1965; Райдер, 1987, стр. 124).).

В КТП (Kaempffer, 1965; Ryder, 1985; Frauenfelder, and Henley, 1974) постулируется, как и в случае движения материальных тел, что лагранжиан можно представить как сумму лагранжианов, отвечающих свободным частицам, и лагранжианов, соответствующих их взаимодействиям:

$$\bar{L} = \bar{L}_{\text{free}} + \bar{L}_{\text{int}}, \quad (1.26)$$

Здесь лагранжиан свободных частиц представляет собой сумму лагранжианов для каждой свободной частицы отдельно, а лагранжиан взаимодействия частиц представляет собой сумму лагранжианов взаимодействия каждой пары частиц в отдельности.

Например, в КЭД мы имеем

$$\bar{L}_{\text{free}} = \bar{L}_e + \bar{L}_\gamma, \quad (1.27)$$

где $\bar{L}_e, \bar{L}_\gamma$ есть лагранжианы свободного электрона и фотона соответственно. Лагранжиан взаимодействия либо постулируется, либо возникает благодаря принципу калибровочной инвариантности в виде формы «ток-на-ток» взаимодействие.

В Теории Стандартной Модели (ТСМ) лагранжианы свободных частиц и их взаимодействия являются обобщением лагранжиана для уравнения Дирака (Ryder, 1985; Frauenfelder, and Henley, 1974).

Остальная часть этой главы имеет целью показать, что ЭДКВ позволяет получить математическое описание взаимодействий, адекватное описанию в современной теории, как в классической, так и в квантовой.

2.0. Лагранжиан взаимодействия ЭДКВ в случае расстояний между частицами намного больших размера частиц (линейное приближение)

Поскольку вне частиц ЭДКВ является линейной теорией и совпадает с классической электродинамикой Максвелла-Лорентца, описание взаимодействия между частицами на расстояниях, больших размеров частиц, практически совпадает с таковым в классической теории.

Как известно, выражение плотности лагранжиана для электромагнитного поля имеет вид:

$$\bar{L} = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2), \quad (2.1)$$

где \vec{E} и \vec{H} есть электрическое и магнитное поля.

В этом случае, выражение для гамильтониана имеет вид:

$$\bar{H} = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2), \quad (2.2)$$

Известно (Landau and Lifshitz, 1978; Jackson, 1999), что основной инвариант электромагнитного поля (2.1) полностью определяет движение системы взаимодействующих полей (частиц) в классической электродинамике.

Покажем, что лагранжиан (2.1) и гамильтониан (2.2) позволяют получить также результаты, соответствующие описанию взаимодействия в современной квантовой теории поля. Эти результаты удобно объединить в теорему, называемую нами *теоремой суммирования взаимодействий*:

В случае системы взаимодействующих полей лагранжиан (гамильтониан) системы, благодаря принципу суперпозиции полей, автоматически разделяется на две части: части, соответствующей свободным частицам, и части, соответствующей их взаимодействию, причем:

1. лагранжиан (гамильтониан) системы свободных частиц определяется суммой лагранжианов (гамильтонианов) свободных частиц, каждый из которых определяется квадратами собственных полей этих частиц,

2. лагранжиан (гамильтониан) взаимодействия системы частиц представляет собой сумму лагранжианов (гамильтонианов), каждый из которых описывает взаимодействие одной пары частиц системы и не зависит от наличия других частиц.

3. лагранжиан (гамильтониан) взаимодействия любых двух частиц описывается перекрестными произведениями полей этих двух объектов.

Сначала докажем общую формулу теоремы.

Пусть система состоит из двух полей (частиц) 1 и 2, создающих соответственно электрические \vec{E}_1 , \vec{E}_2 и магнитные поля \vec{H}_1 , \vec{H}_2 .

Согласно принципу суперпозиции суммарное поле системы частиц равно сумме полей, создаваемых каждой частицей в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

Таким образом, для плотностей лагранжиана и гамильтониана двух взаимодействующих частиц получаем:

$$\bar{L} = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1^2 - \vec{H}_1^2) + \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_2^2 - \vec{H}_2^2) + , \quad (2.3)$$

$$+ \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1 \vec{E}_2 - \vec{H}_1 \vec{H}_2)$$

$$\bar{H} = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 + \vec{H}^2) = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1^2 + \vec{H}_1^2) + \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_2^2 + \vec{H}_2^2) + , \quad (2.4)$$

$$+ \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1 \vec{E}_2 + \vec{H}_1 \vec{H}_2)$$

Как мы видим, лагранжиан (гамильтониан) системы взаимодействующих частиц благодаря принципу суперпозиции полей действительно разбивается на две части, одна из которых определяется только собственными полями частиц, а вторая определяется полями пар частиц.

В том случае, если частица является фотоном, нетрудно видеть что члены первой части соответствуют лагранжианам (гамильтонианам) свободных частиц. В случае, если частица является электроном это показано в главе 2, посвященном исследованию лагранжиана (гамильтониана) электрона.

Нетрудно видеть, что, благодаря тому, что общий лагранжиан (гамильтониан) системы частиц определяется квадратом суммы полей, в случае любого количества частиц перекрестные члены будут определяться полями, принадлежащими только двум разным частицам.

Теперь нам требуется только доказать, что эти члены определяют взаимодействие частиц. Рассмотрим это доказательство.

2.1. Описание взаимодействия в случае электростатического поля.

Рассмотрим сначала случай, когда имеется только электростатическое поле (эта задача впервые рассмотрена Бриллюэном (Brillouin, 1970)).

Пусть мы имеем два заряда q_1 и q_2 , находящиеся на расстоянии r_a друг от друга. Величины поля в какой-то точке пространства P , находящейся на расстоянии r_1 и r_2 от зарядов определяются выражениями:

$$\vec{E}_1 = \frac{q_1}{r_1^2} \vec{r}_1^0, \vec{E}_2 = \frac{q_2}{r_2^2} \vec{r}_2^0, \quad (2.5)$$

Плотность энергии электрического поля в точке Р равна квадрату вектора электрического поля в этой точке:

$$\frac{1}{8\pi} \vec{E}^2 = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = \frac{1}{8\pi} [\vec{E}_1^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 + \vec{E}_2^2] = \frac{q_1^2}{8\pi r_1^4} + \frac{q_2^2}{8\pi r_2^4} + 2 \frac{q_1 q_2}{8\pi r_1^2 r_2^2} \cos \theta, \quad (2.6)$$

где θ - угол между векторами r_1 и r_2 . Тогда плотность Лагранжиана суммарного поля можно записать в виде:

$$\bar{L} = \bar{L}_{o1} + \bar{L}_{o2} + \bar{L}_{12}, \quad (2.7)$$

$$\text{где} \quad \bar{L}_{o1} = \frac{1}{8\pi} \vec{E}_1^2 = \frac{q_1^2}{8\pi r_1^4}, \quad \bar{L}_{o2} = \frac{1}{8\pi} \vec{E}_2^2 = \frac{q_2^2}{8\pi r_2^4},$$

$$\bar{L}_{12} = \frac{1}{4\pi} \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 2 \frac{q_1 q_2}{8\pi r_1^2 r_2^2} \cos \theta.$$

Здесь первый и второй члены, очевидно, представляют собой плотности Лагранжианов полей свободных частиц. Чтобы выяснить, что означает третий член, содержащий перекрестное произведение зарядов $q_1 q_2$, рассчитаем Лагранжиан, соответствующий этому члену, взяв интеграл по всему пространству:

$$L = \int \bar{L} d\tau, \quad (2.8)$$

Поскольку $\vec{E}_2 = -\text{grad} \varphi_2 = -\vec{\nabla} \varphi_2$, где $\varphi_2 = \frac{q_2}{r_2}$ - статический

потенциал для второго заряда,
получим:

$$L = -\frac{1}{4\pi} \int \vec{\nabla} \varphi_2 \cdot \vec{E}_1 d\tau, \quad (2.9)$$

Интегрируя по частям, получаем:

$$L = -\frac{1}{4\pi} \int \vec{\nabla} \varphi_2 \cdot \vec{E}_1 d\tau = -\frac{1}{4\pi} \varphi_2 (E_x + E_y + E_z) \Big|_{-\infty}^{\infty} + \frac{1}{4\pi} \int \varphi_2 (\vec{\nabla} \vec{E}) d\tau, \quad (2.10)$$

Здесь первый член равен нулю, а второй - согласно Максвеллу равен:

$$\vec{\nabla} \vec{E} = 4\pi \rho_e, \quad (2.11)$$

где ρ_e - плотность электрического заряда q_1 . Тогда, принимая, что $r_o \ll r_a$, получаем:

$$\bar{L}_{12} = \rho_e \varphi, \quad (2.12)$$

Это означает, что *лагранжиан, отвечающий третьему члену, является лагранжианом взаимодействия двух зарядов и имеет форму ток-на-ток взаимодействие для случая статического поля.*

2.2. Описание взаимодействия в случае магнитного поля

Теперь рассмотрим лагранжиан двух взаимодействующих зарядов, находящихся в движении. Здесь наряду с электрическим полем появится и магнитное поле. Таким образом, мы должны проанализировать общий вид Лагранжиана в случае произвольного движения электрических зарядов.

Прежде всего, возникает вопрос: не меняется ли электрическое поле в случае, когда заряды движутся? Вопрос можно переформулировать в более общем смысле: будет ли справедлива теорема Гаусса в случае, если заряды движутся? Эксперимент отвечает на это с полной определенностью положительно (Purcell, 1975). Следовательно, вышеприведенный анализ в отношении электрического поля будет справедлив также и в случае, если заряды не статичны, а движутся.

Таким образом, далее достаточно проанализировать только то слагаемое общего лагранжиана, которое содержит магнитное поле.

Магнитные поля в точке Р от каждой частицы имеют вид:

$$\vec{H}_1 = \frac{q_1}{r_1^2} [\vec{v} \times \vec{r}_1^0], \quad \vec{H}_2 = \frac{q_2}{r_2^2} [\vec{v} \times \vec{r}_2^0], \quad (2.13)$$

а плотность энергии определится выражением:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{8\pi} \vec{H}^2 &= \frac{1}{8\pi} (\vec{H}_1 + \vec{H}_2)^2 = \frac{1}{8\pi} [\vec{H}_1^2 + 2\vec{H}_1 \cdot \vec{H}_2 + \vec{H}_2^2] = \\
&= \frac{q_1^2}{8\pi r_1^4} [\vec{v} \times \vec{r}_1^0]^2 + \frac{q_2^2}{8\pi r_2^4} [\vec{v} \times \vec{r}_2^0]^2 + 2 \frac{q_1 q_2}{8\pi r_1^2 r_2^2} [\vec{v} \times \vec{r}_1^0] \cdot [\vec{v} \times \vec{r}_2^0]
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Для лагранжиана имеем

$$\bar{L} = \bar{L}_{o1} + \bar{L}_{o2} + \bar{L}_{12}, \tag{2.15}$$

где $\bar{L}_{o1} = \frac{1}{8\pi} \vec{H}_1^2$, $\bar{L}_{o2} = \frac{1}{8\pi} \vec{H}_2^2$ являются плотностями лагранжиана свободных частиц, а член $\bar{L}_{12} = \frac{1}{4\pi} \vec{H}_1 \cdot \vec{H}_2$ есть по нашим представлениям лагранжиан взаимодействия.

Докажем последнее утверждение. Вычислим функцию Лагранжа:

$$L_{12} = \int \bar{L}_{12} d\tau, \tag{2.16}$$

Поскольку $\vec{H}_2 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_2$, где $\vec{A}_2 = \frac{1}{c} \frac{i_2}{r_2} \vec{r}_2^o = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}_2}{r_2} d\tau_2$ - векторный потенциал от второго заряда (точнее, его тока), получим (учитывая, что \vec{j} - плотность электрического тока заряда q):

$$L_{12} = \frac{1}{4\pi} \int \vec{\nabla} \times \vec{A}_2 \cdot \vec{H}_1 d\tau, \tag{2.17}$$

Интегрируя по частям в скалярном виде, получаем:

$$L_{12} = \frac{1}{4\pi} \vec{A}_2 \vec{H} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \frac{1}{4\pi} \int \vec{A}_2 (\vec{\nabla} \times \vec{H}) d\tau, \tag{2.18}$$

Здесь первый член равен нулю, а во втором члене согласно Максвеллу:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \tag{2.19}$$

Тогда получаем:

$$L_{12} = L_{\text{int}} = \frac{1}{c} \vec{j} \cdot \vec{A}, \tag{2.20}$$

Это означает, что лагранжиан, отвечающий третьему члену, для случая магнитного поля движущихся зарядов, определяется перекрестным произведением полей двух частиц и имеет форму ток-на-ток взаимодействие.

Итак, в общем случае любых электромагнитных полей, мы получаем, что лагранжиан взаимодействия определяется коммутатором электрических и магнитных полей двух частиц и может быть записан в форме ток-на-ток взаимодействие:

$$\bar{L}_{\text{int}} = -j_\nu A_\nu, \quad (2.21)$$

Общий гамильтониан взаимодействия, очевидно, запишется следующим образом:

$$H = -\frac{1}{2} \int \left(\rho \varphi + \vec{j} \cdot \vec{A} \right) d\tau, \quad (2.22)$$

2.3. Случай электрически нейтральных систем

Нейтральная частица (такая, например, как нейтрин) по представлениям ЭДКВ также представляет собой электромагнитное поле (см. главу 6). Следовательно, лагранжиан (гамильтониан) взаимодействия нейтральных систем должен выражаться общим типом лагранжиана взаимодействия электромагнитных систем. Своеобразие таких систем заключается в следующем.

Как известно, на больших расстояниях от системы зарядов поле может быть разложено на электромагнитные моменты. Причем, заряд и ток системы, являющиеся нулевыми моментами системы, в некоторых случаях могут быть равны нулю (нейтральная система), в то время как другие моменты не равны нулю. Это означает, что эти системы способны взаимодействовать за счет последних. Энергия (или сила) взаимодействия таких систем значительно ниже энергии взаимодействия заряженных систем, но не равна нулю.

В частности, (Landau and Lifshitz, 1978; Jackson, 1999), для скалярного потенциала нетрудно получить разложение:

$$\varphi(r) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{Q_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta}{2r^5} + \dots, \quad (2.23)$$

где в случае непрерывного распределения зарядов имеем: $q = \int \rho(r') dV'$ - полный заряд системы, $\vec{p} = \int r' \rho(r') dV'$ - дипольный момент системы, $Q_{\alpha\beta} = \int \rho(r') (3x'_\alpha x'_\beta - r' \delta_{\alpha\beta}) dV'$ - тензор квадрупольного момента системы зарядов и т.д. (В случае системы точечных зарядов имеем суммы вместо интегралов).

В случае произвольно движущихся зарядов состояние описывается, так называемыми, потенциалами Лиенара – Вихерта, которые тоже при определенных условиях могут быть разложены в ряд (см. подробности, например, в (Landau and Lifshitz, 1978; Jackson, 1999)).

Таким образом, своеобразие заключается в том, что *лагранжиан* (гамильтониан) взаимодействия нейтральных систем можно представить в виде ряда, некоторые члены которого будут равны нулю.

Поскольку теория ЭДКВ в качестве волновой функции рассматривает напряженности электромагнитного поля, а не потенциалы, возникает вопрос, существует ли в электродинамике возможность записать взаимодействие через напряженности полей? Как известно, такая возможность есть (Landau and Lifshitz, 1978; Jackson, 1999): напряженности электромагнитных полей движущегося заряда могут быть описаны следующим образом:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{e(1 - \vec{v}^2 / c^2)(\vec{n} - \vec{v} / c)}{R^2(1 - \vec{n} \cdot \vec{v} / c)^3} \Big|_{t'} + \frac{e\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{v} / c) \times \vec{v}]}{R^2(1 - \vec{n} \cdot \vec{v} / c)^3} \Big|_{t'}^{\bullet}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{e(1 - \vec{v}^2 / c^2)(\vec{v} \times \vec{n})}{R^2(1 - \vec{n} \cdot \vec{v} / c)^3} \Big|_{t'} + \frac{e\{c\vec{v} \times \vec{n} + \vec{n} \times [(\vec{v} \times \vec{v}) \times \vec{n}]\}}{R^2(1 - \vec{n} \cdot \vec{v} / c)^3} \Big|_{t'}^{\bullet}$$
(2.24)

где t' – запаздывающий момент времени.

Очевидно, лагранжиан (гамильтониан) системы может быть прямо выражен через эти величины, и, в принципе (если игнорировать математические трудности), все особенности нейтральных систем могут быть описаны в терминах напряженностей полей.

Можно подозревать (см. подробнее параграф 7 данной главы), что разложение полей по моментам может быть осуществлено и в случае непосредственного контакта электромагнитных систем, т.е. в случае, когда взаимодействие систем уже нельзя считать линейным.

2.4. Следствия теоремы

Итак, мы показали, что, действительно, перекрестное произведение полей отвечает взаимодействию ток-на-ток взаимодействие. Из этого следуют следующие важные следствия.

1. Энергия двух взаимодействующих объектов больше энергии свободных объектов на величину члена перекрестного произведения полей.

При этом возникает важный вопрос о том, как делится энергия взаимодействия двух объектов между ними. Рассмотрим один конкретный случай. Для упрощения записи будем говорить только об электрическом поле. Полная плотность энергии системы из двух частиц имеет вид:

$$u = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = u_{1o} + u_{\text{int}} + u_{2o}, \quad (2.25)$$

где $u_{1o} = \frac{1}{8\pi} \vec{E}_1^2$ и $u_{2o} = \frac{1}{8\pi} \vec{E}_2^2$ есть плотность энергии первой и второй частиц в свободном состоянии соответственно, а $u_{\text{int}} = \frac{1}{8\pi} [\vec{E}_1 \vec{E}_2 + \vec{E}_2 \vec{E}_1]$ есть плотность энергии взаимодействия этих частиц.

2. энергия взаимодействия делится поровну между двумя частицами (ниже мы покажем, что из этого положения следует третий закон Ньютона).

Отсюда следует, что плотности энергии взаимодействия каждой частицы равны друг другу:

$$u_{\text{int}1} = \frac{1}{8\pi} \vec{E}_1 \vec{E}_2 = u_{\text{int}2}, \quad (2.26)$$

а полные плотности энергии взаимодействующих частиц равны:

$$u_1 = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_1^2 + \vec{E}_1 \vec{E}_2) \quad \text{для первой частицы,} \quad u_2 = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}_2^2 + \vec{E}_1 \vec{E}_2) \quad \text{для второй частицы.}$$

Так как энергия, соответствующая плотности энергии частицы, определяется формулой $\mathcal{E} = \frac{1}{c^2} \int_0^\infty u d\tau$, то же самое заключение относиться и к энергии.

3. Тогда, в соответствие с известным соотношением $m = \frac{\mathcal{E}}{c^2}$, следует заключить, что масса каждого из взаимодействующих объектов увеличивается по сравнению с массой свободных объектов на половину члена перекрестного произведения.

Другими словами, масса взаимодействия двух объектов делится поровну между ними так что $m_{\text{int}1} = m_{\text{int}2}$, а для масс взаимодействующих частиц мы имеем $m_1 = m_{01} + m_{\text{int}1}$, $m_2 = m_{02} + m_{\text{int}2}$.

3.0. Силовая форма описания взаимодействия

Под силовой формой описания взаимодействий обычно понимают ньютоновскую форму механики (Leech, 1958). Мы покажем связь этой формы с ЭДКВ.

3.1. Первый закон Ньютона как следствие уравнений ЭДКВ

В формулировке Ньютона этот закон звучит следующим образом: «Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние».

В таком виде этот закон можно рассматривать как следствие второго закона механики Ньютона (хотя здесь есть свои трудности, которые нет смысла рассматривать в данном случае).

Очевидно, можно предположить, что инерционное движение осуществляется только в том случае, когда нет потери энергии. Связывая эту проблему с ЭДКВ и через нее с квантовой теорией поля, можно предположить, что оно должно описываться теорией, родственной теории сверхтекучести (тем более, что нелинейные уравнения ЭДКВ обнаруживают родство с уравнениями сверхпроводимости и сверхтекучести). Насколько правомерны эти предположения, должны показать последующие исследования.

3.1. Второй закон Ньютона как следствие уравнений ЭДКВ

Мы показали, что уравнения ЭМ частиц ЭДКВ тождественны уравнениям Дирака. Таким образом, наша задача может быть переформулирована следующим образом: показать связь ньютоновской механики с квантовой механикой (в общем случае, релятивистской).

Как известно (Багров, 1999; Shiff, 1955), одним из существенных успехов в решении вопроса о взаимосвязи классической и квантовой механики было доказательство теоремы Эренфеста (Ehrenfest, 1927). Было показано, что, если потенциальная энергия пренебрежимо мало изменяется в области нахождения волнового пакета, аппроксимирующего частицу, то движение волнового пакета будет аналогично движению соответствующей классической частицы. Для средних значений координаты, импульса и потенциала получаются уравнения, аналогичные классическим уравнениям движения:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{p}}{m}, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = -\text{grad}V, \quad (3.1)$$

где \vec{r} , \vec{p} , V есть радиус-вектор, импульс частицы и потенциал поля, соответственно; причем, автоматически, мы получаем связь силы с потенциалом: $\vec{F} = -\text{grad}V$, где \vec{F} - сила, действующая на частицу.

Замечательным фактом, подтверждающим основополагающее значение ЭДКВ, является доказательство Г. Лорентцем (Lorentz, 1916) электромагнитного происхождения массы.

Известно также, что нестационарному уравнению Шредингера в классической физике соответствует уравнение Гамильтона-Якоби.

Если же речь идет только об электромагнитном поле без частиц, то и в этом случае, как известно (Bo Thide, 2002; section 6.3), существует «теорема моментов», которая показывает справедливость закона Ньютона в отношении электромагнитного поля как материального носителя. (отметим, что, пользуясь матричным представлением электродинамики, нетрудно доказать «теорему моментов» в ЭДКВ (см. гл. 2)).

В рамках ЭДКВ не только нетрудно получить все вышеперечисленные результаты, но также обобщить их и установить связь между различными формулировками классической механики.

3.2. Третий закон Ньютона.

Напомним формулировку третьего закона Ньютона: «Для каждого действия существует равное и противоположное ему по направлению противодействие».

Нетрудно убедиться, что третий закон Ньютона следует из доказанной выше теоремы. Действительно, из соотношения (2.29) мы получаем:

$$\mathcal{E}_{\text{int1}} = \mathcal{E}_{\text{int2}} = \frac{1}{2} M, \quad (3.2)$$

Тогда, учитывая (1.19), имеем $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$. При этом, очевидно, в зависимости от того, какую из частиц мы выберем за действующее начало, направление силы будет противоположно по отношению к другому выбору. Таким образом, из вышеприведенного равенства энергий взаимодействия мы получаем соотношение $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, которое является математическим выражением третьего закона Ньютона.

4.0. Случай, когда расстояние между частицами порядка размера частиц (нелинейный случай)

Особенности перехода от линейного случая к нелинейному мы кратко рассмотрели в конце главы 2.

4.1. Взаимодействие и самодействие частиц

Результаты главы 2 показывают, что если нас не интересуют собственно сами внутренние поля, то мы можем пользоваться обычным линейным уравнением свернутой полуволны (уравнением Дирака). Рассмотрим в этом представлении взаимодействие частиц на любом малом расстоянии. В этом случае мы можем также воспользоваться принципом суперпозиции полей и записать:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{ex}}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_{\text{ex}}, \quad (4.1)$$

где индексом “0” мы обозначили характеристики изучаемой частицы, которую мы выше описывали без индекса. А индексом “*ex*” мы обозначили характеристики частицы, которая является «внешней» по отношению к данной частице.

Подставляя (4.1) в (2.1), мы получаем:

$$L' = i \frac{\omega_e}{8\pi} \left[\left(\vec{E}_0^2 - \vec{H}_0^2 \right) + 2 \left(\vec{E}_0 \vec{E}_{ex} - \vec{H}_0 \vec{H}_{ex} \right) + \left(\vec{E}_{ex}^2 - \vec{H}_{ex}^2 \right) \right], \quad (4.2)$$

Члены выражения (4.2) в случае взаимодействия частиц можно представить следующим образом:

$$i \frac{\omega_e}{8\pi} \left(\vec{E}_0^2 - \vec{H}_0^2 \right) = \frac{1}{2} \left(\vec{j}_0^e \vec{E}_{0n} - \vec{j}_0^m \vec{H}_0 \right)$$

$$i \frac{\omega_e}{4\pi} \left(\vec{E}_0 \vec{E}_{ex} - \vec{H}_0 \vec{H}_{ex} \right) = \left(\vec{j}_0^e \vec{E}_{ex} - \vec{j}_0^m \vec{H}_{ex} \right) = \left(\vec{j}_{ex}^e \vec{E}_0 - \vec{j}_{ex}^m \vec{H}_0 \right), \quad (4.3)$$

$$i \frac{\omega_e}{8\pi} \left(\vec{E}_{ex}^2 - \vec{H}_{ex}^2 \right) = \frac{1}{2} \left(\vec{j}_{ex}^e \vec{E}_{ex} - \vec{j}_{ex}^m \vec{H}_{ex} \right)$$

Проанализируем эти выражения.

Первое из них соответствует самодействию “0”-частицы, т.е. взаимодействию собственного тока этой частицы с собственным ее полем.

Нетрудно видеть, что второе выражение из (4.3) описывает взаимодействие “0”-частицы с “*ex*”-частицей. Как мы показали выше, перекрестное произведение векторов поля отвечает за взаимодействие частиц и приводит к минимальному взаимодействию. Используя выражение $\left(\vec{j}_{ex}^e \vec{E}_{in} - \vec{j}_{ex}^m \vec{H}_{in} \right)$, нетрудно получить уравнение Дирака для фермиона во внешнем поле (см. предыдущие главы).

Очевидно, последнее выражение из (4.3) описывает самодействие “*ex*”-частицы и не играет роли в описании “0”-частицы.

4.2. Лагранжианы и Гамильтонианы самодействия различных типов частиц в ЭДКВ

4.2.1. Лагранжиан самодействия векторной бозоноподобной частицы

Как мы показали в главе 2, благодаря криволинейному движению электромагнитной волны в волновом уравнении появляется некоторый дополнительный, соответствующий касательной компоненте тока смещения, так что мы имеем:

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} - \hat{\beta} m_p c^2 \right) \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} + \hat{\beta} m_p c^2 \right) \psi = 0, \quad (4.4)$$

которое представляет собой уравнение векторной частицы с массой покоя m_p и спином единица. В этом смысле это уравнение равносильно уравнению Прока.

Лагранжиан уравнения (4.1) может быть записан в форме:

$$L = \psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} + \hat{\beta} m_p c^2 \right) \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} - \hat{\beta} m_p c^2 \right) \psi, \quad (4.5)$$

который эквивалентен Лагранжиану уравнение подобное уравнению Клейна-Гордона с массовым членом (Schiff, 1955)

$$L = \partial_\mu \psi^+ \partial^\mu \psi - m_p^2 c^4 \psi^+ \psi, \quad (4.6)$$

Как мы отметили, волновая функция ψ , которая появляется после сворачивания электромагнитной волны и удовлетворяет уравнению (4.4), не идентична волновой функции Φ , существовавшей до сворачивания. Функция Φ является классическим линейным электромагнитным полем волны, которое удовлетворяет волновому уравнению, в то время, как функция ψ является не-классическим криволинейным полем волны, удовлетворяющим Клейн-Гордон-подобному уравнению (4.4).

Нетрудно показать, что Лагранжиан (4.5) может быть записан в форме:

$$L = \psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} + c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) \psi - \psi^+ \hat{\beta} m_p c^2 \hat{\beta} m_p c^2 \psi, \quad (4.7)$$

которая эквивалентна (4.6). Последний член здесь можно переписать как:

$$\psi^+ \hat{\beta} m_p c^2 \hat{\beta} m_p c^2 \psi = \psi^+ \psi m_p^2 c^4, \quad (4.8)$$

где в рамках ЭДКВ, где $\psi = \begin{pmatrix} E_x \\ iH_z \end{pmatrix}$, мы имеем:

$$\psi^+ \psi = E^2 + H^2, \quad (4.9)$$

и

$$\begin{aligned} m_p^2 c^4 &= \left(\epsilon^2 - c^2 \vec{p}^2 \right) = (\Delta\tau)^2 \left(U^2 - c^2 \vec{g}^2 \right) = \\ &= \frac{(\Delta\tau)^2}{(8\pi)^2} \left[(\vec{E}^2 + \vec{H}^2)^2 - 4 (\vec{E} \times \vec{H})^2 \right], \end{aligned} \quad (4.10)$$

или с учетом соотношения Фирца (Cheng and Li, 1984) соотношение (4.10) можно представить в форме:

$$m_p^2 c^4 = \frac{(\Delta\tau)^2}{(8\pi)^2} \left[(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + 4 (\vec{E} \cdot \vec{H})^2 \right], \quad (4.10')$$

выражения (4.10) и (4.10') можно переписать в виде:

$$m_p^2 c^4 = M^2 \left[(\psi^+ \psi)^2 - 4 (\psi^+ \hat{\alpha} \psi)^2 \right], \quad (4.11')$$

или

$$m_p^2 c^4 = M^2 \left[(\psi^+ \hat{\beta} \psi)^2 + 4 (\psi^+ \hat{\alpha}_5 \psi)^2 \right], \quad (4.11'')$$

где $M = \Delta\tau/8\pi$. Таким образом, сворачивание фотона приводит к появлению у него массы, заключенной во втором члене выражения (4.6). Последний соответствует самодействию поля фотона.

Нетрудно видеть, что в этом виде этот член имеет сходство с потенциалом Хиггса, посредством которого производится спонтанное нарушение симметрии в КТП (Okun, 1988).

Как это известно (Ryder, 1985; Bilenkii, 1982; Okun, 1988), спонтанное нарушение симметрии заключается в том, что из безмассового векторного поля, имеющего два спиновых состояния (типа линейного фотона), и безмассового скалярного поля ϕ (подобного полю ядра) возникает массивная векторная частица с тремя проекциями изоспина. Примечательно, что это *нарушение возникает при нелинейном взаимодействии поля ϕ с самим собой*, энергию самодействия которого можно записать в виде потенциала $V(\phi) = \lambda^2 (\phi^2 - \eta^2)^2$, где $|\phi|^2$ есть изоскаляр, λ есть безразмерный параметр, η есть параметр, имеющий размерность массы. Нетрудно проследить аналогию с процессом рождения частиц в ЭДКВ.

Отметим, что в рамках CWED нарушение симметрии также имеет место, когда возникает масса частиц при закручивании и разделении фотона.

4.2.2. Лагранжиан самодействия фермиона Дирака

Лагранжиан фермионов может быть записан в следующем виде:

$$L = \psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} \mp c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} \pm \hat{\beta} m c^2 \right) \psi, \quad (4.12)$$

Этот Лагранжиан нетрудно представить в виде суммы:

$$L = L_0 + L', \quad (4.13)$$

где

$$L_0 = \psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\varepsilon} \mp c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} \right) \psi, \quad (4.14)$$

$$L' = \psi^+ \left(\pm \hat{\beta} m c^2 \right) \psi, \quad (4.15)$$

Отметим, что благодаря уравнению Дирака мы имеем
 $L = \psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} \mp c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \pm \hat{\beta} m c^2 \right) \psi = 0$ откуда:

$$\psi^+ \left(\pm \hat{\beta} m c^2 \right) \psi = \psi^+ \left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} \mp c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) \psi, \quad (4.16)$$

Проанализируем физический смысл (4.16). Рассмотрим уравнение Эйлера-Лагранжа, которое соответствует (4.12). Принимая во внимание соответствие волновой функции матрице электромагнитного поля, получаем (см. глава 2):

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{j}_\tau^m, \\ \text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j}_\tau^e, \end{cases} \quad (4.17)$$

где

$$\vec{j}_\tau^e = i \frac{\omega}{4\pi} \vec{E}, \quad \vec{j}_\tau^m = i \frac{\omega}{4\pi} \vec{H}, \quad (4.18)$$

причем

$$\psi^+ \hat{\beta} \psi = \vec{E}^2 - \vec{H}^2, \quad (4.19)$$

Используя (4.18), соотношение (4.19) можно представить и в другом виде:

$$L' = i \frac{\omega_e}{8\pi} \left(\vec{E}^2 - \vec{H}^2 \right) = \frac{1}{2} \left(\vec{j}_\tau^e \vec{E} - \vec{j}_\tau^m \vec{H} \right), \quad (4.20)$$

Таким образом, эта часть лагранжиана фермионов является лагранжианом самодействия и отвечает за взаимодействие собственного тока фермиона с собственным полем фермиона.

5.0. О массе взаимодействующих частиц

Как мы показали выше, масса частицы эквивалентна энергии самодействия частицы. На этой основе можно проанализировать, как меняется масса частицы, когда имеет место ее взаимодействие с другими частицами.

Рассмотрим уравнение Дирака с внешним полем:

$$\left[\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) + \left(\hat{\alpha}_o \epsilon_{ex} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{ex} \right) + \hat{\beta} m c^2 \right] \psi = 0, \quad (5.1)$$

Поскольку масса электрона соответствует внутреннему полю электрона:

$$\hat{\beta} m_e c^2 = \hat{\alpha}_o \epsilon_{in} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{in}, \quad (5.2)$$

мы можем записать (5.1) в виде:

$$\left[\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) + \left(\hat{\alpha}_o \epsilon_{ex} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{ex} \right) + \left(\hat{\alpha}_o \epsilon_{in} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{in} \right) \right] \psi = 0, \quad (5.3)$$

Аналогично с (5.2) мы можем утверждать, что внешнему полю (полю взаимодействия) также соответствует некоторая масса, добавочная по отношению к массе электрона:

$$\hat{\alpha}_o \epsilon_{ex} - c \hat{\alpha} \cdot \vec{p}_{ex} = \hat{\beta} m_{ad} c^2, \quad (5.4)$$

Используя (5.4), получим:

$$\left[\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) + \hat{\beta} (m_e + m_{ad}) c^2 \right] \psi = 0, \quad (5.6)$$

или

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) \psi = -\hat{\beta} (m_e + m_{ad}) c^2 \psi, \quad (5.7)$$

Запишем правую часть уравнения (5.7) через токи (4.18). Используя выражение массового члена через токи электромагнитного представления и учитывая, что

$$\omega = \frac{mc^2}{\hbar}, \text{ получим:}$$

$$mc^2 \vec{E} = -i4\pi\hbar\vec{j}, \quad (5.8')$$

или

$$mc^2 \psi = -i4\pi\hbar\vec{j}, \quad (5.8'')$$

Подставляя (5.8) в (5.7), получим:

$$\left(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon} - c \hat{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} \right) \psi = -i\hat{\beta} 4\pi\hbar(j_e + j_{ad}), \quad (5.9)$$

Из сравнения вышеприведенных формул мы можем в рамках ЭДКВ сделать следующие заключения:

- 1) в уравнении Дирака в квантовой форме внешнее поле можно рассматривать как добавку к массе самого электрона;
- 2) в уравнении Дирака в электромагнитной форме (т.е. в уравнении свернутого полифотона) внешнее поле выступает как добавка к собственному току электрона, т.е. как некоторый внешний ток;
- 3) внешнее поле можно рассматривать как внешнюю среду, обладающую некоторыми поляризационными свойствами, которые, очевидно, можно характеризовать переменными электрической и магнитной проницаемостями. В этом случае можно добавочный ток выразить через поляризацию среды, как это делается в классической электродинамике;

4) отсюда следует, что взаимодействие элементарных частиц можно рассматривать как их рассеяние при их прохождении через «среду» - поле других частиц..

6.0. О связи показателя преломления волн де Броиля с гамильтонианом взаимодействия.

Нетрудно видеть, что в рамках ЭДКВ уравнения взаимодействия электрона с другими заряженными частицами (или, по-другому: уравнения движения электрона в поле других частиц) можно представить в виде уравнений классической электродинамики сред с комплексными векторами и параметрами:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \text{rot} \vec{H} &= -\frac{4\pi}{c} (\vec{j}^e + \vec{j}_{ex}^e) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \text{rot} \vec{E} &= \frac{4\pi}{c} (\vec{j}^m + \vec{j}_{ex}^m) , \\ \text{div} \vec{E} &= 4\pi (\rho^e + \rho_{ex}^e) \\ \text{div} \vec{H} &= 4\pi (\rho^m + \rho_{ex}^m) \end{aligned} \quad (6.1)$$

где ρ - плотности зарядов и \vec{j} - плотности токов самой частицы. Токи и заряды \vec{j}_{ex} и ρ_{ex} обусловлены взаимодействием данной частицы с другими частицами.

В случае, если поля других частиц или физического вакуума представить как среду с некоторыми параметрами, можно записать указанные уравнения в известных терминах поляризации среды . (Landau and Lifshitz, 1978; Jackson, 1999; Purcell, 1975; Bo Thide, 2002).

Как пример такого представления можно указать уравнение Шредингера, которое для частицы во внешнем поле может быть записано через «квантовый» показатель преломления среды. Наиболее наглядно соответствие между электродинамикой оптических волн и электродинамикой волн де Броиля выглядит в случае стационарного уравнения Шредингера (в остальных случаях выражения более сложны и требуют введения комплексного показателя преломления).

Действительно, стационарное уравнение Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (\varepsilon - \varepsilon_{\text{int}}) \psi = 0 , \quad (6.2)$$

(где ε есть собственные значения гамильтониана, $\varepsilon_{\text{int}} = e\varphi(r)$ есть энергия взаимодействия) аналогично (Ebert, 1957) оптическому волновому уравнению,

определеняющему распространение света в среде, показатель преломления которой изменяется в пространстве:

$$\nabla^2 \psi + \left(\frac{2\pi n}{\lambda_0} \right)^2 \psi = 0, \quad (6.3)$$

где $n = n(r)$ есть показатель преломления, λ_0 есть длина волны в вакууме;

причем длина волны $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ соответствует длине волны де

$$\text{Бройля } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m(\epsilon - \epsilon_{\text{int}})}}.$$

Введение именно показателя преломления в уравнение Дирака выполнить сложнее, а в общем случае, вероятно и невозможно. Как известно в электромагнитной теории в общем случае свойства среды характеризуются комплексными магнитной и электрической проницаемостями, через которые показатель преломления можно выразить только в частном случае.. При этом уравнения (1.1)-(1.4) должны содержать вместо напряженностей электрического и магнитного полей векторы индукции электрического и магнитного полей $\vec{D} = f_1(\vec{E})$ и $\vec{B} = f_2(\vec{H})$.

Таким образом, введение комплексных проницаемостей в уравнения ЭДКВ (или в соответствующие им квантовые уравнения) должно быть сопряжено с введением дополнительных комплексных функций, отражающих действие внешнего или внутреннего поля.

7.0. Электромагнитное представление расчета взаимодействия по теории S-матрицы рассеяния

В ЭДКВ элементарные частицы суть свернутые электромагнитные волны. Из вышеизложенного следует, что эти волны при их движении в пространстве (пустом или характеризуемом определенными свойствами) опосредуются волнами де Бройля. Это дает возможность говорить, что при их прохождении через среду (т.е. при их взаимодействии с внешними полями) происходит их преломление, дифракция, интерференция и рассеяние, как и для обычных световых волн («линейных» фотонов). Взаимопревращение частиц при столкновении (в том числе процесс рождение пар в поле ядра) можно в таком случае рассматривать как дисперсию волн де Бройля. Это означает, что матрица рассеяния в ЭДКВ выполняет ту же роль, что и матрица рассеяния в оптике. С другой стороны, тесная связь ЭДКВ с квантовой теорией поля указывает на связь матрицы рассеяния в ЭДКВ с матрицей рассеяния в квантовой теории поля. Покажем эту связь.

7.1. Основы существующей квантовой теории расчета взаимодействия по теории S-матрицы

Взаимодействие элементарных частиц (столкновения и рассеяния в различных случаях) описываются в современной теории поля посредством матрицы рассеяния (см., например, (Akhiezer and Berestetskii, 1965). Напомним основы этого описания.

Матрицей рассеяния называется оператор, переводящий состояние системы до рассеяния (или до реакции) в состояние после рассеяния. Понятие матрицы рассеяния было введено Гейзенбергом в 1943 г., однако фактически его корни содержались уже в классической механике и оптике.

В квантовой теории поля функции ψ , ψ^+ , A_μ заменяются операторами $\hat{\psi}$, $\hat{\psi}^+$, \hat{A}_μ , которые удовлетворяют таким же перестановочным соотношениям (для одного и того же момента времени), как и для свободных полей.

Для оператора плотности энергии взаимодействия (гамильтониана) получаем

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\bar{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{c} \hat{j}_\mu \hat{A}_\mu = -e\hat{N}(\psi^+ \hat{\alpha}_\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi}), \quad (7.1)$$

где $\hat{j}_\mu = -ec(\psi^+ \alpha^+ \mu \hat{\psi})$ - плотность тока, а \hat{N} - символ нормального произведения, (позволяющий переходить в представлении взаимодействия к произведениям для разных моментов времени).

Вводя обозначение $\hat{A} = \hat{\alpha}_\mu \hat{A}_\mu$, перепишем формулу (7.1) следующим образом:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -e\hat{N}(\hat{\psi}^+ \hat{A} \hat{\psi}), \quad (7.2)$$

Используя теорию возмущений, точное решение уравнения Шредингера в представлении взаимодействия:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi_a(t)}{\partial t} = \hat{H}_{ai}(t) \Phi_a(t_0), \quad (7.3)$$

где \hat{H}_{ai} есть оператор энергии взаимодействия, можно представить в виде ряда:

$$\Phi_a(t) = \hat{S}_a(t, t_0) \Phi_a(t_0), \quad (7.4)$$

где $\hat{S}_a(t, t_0)$ есть оператор, введенный Дайсоном, который является унитарным и называется \hat{S}_a - матрицей. Он через энергию взаимодействия преобразует вектор заданного начального состояния $\Phi_a(t_0)$ в момент времени t_0 в вектор конечного состояния $\Phi_a(t)$ в момент времени t . Для того, чтобы избежать учета влияния взаимодействия на близких расстояниях, используется матрица рассеяния для моментов времени $t_0 = -\infty$ и $t = +\infty$.

В КЭД можно показать, что отдельные члены S - матрицы являются интегралами от смешанных произведений операторов $\hat{\psi}$, $\hat{\bar{\psi}}$, \hat{A} . Используя вторую теорему Вика, эти произведения можно представить в виде суммы нормальных произведений тех же операторов с соответствующими множителями. Каждому такому нормальному произведению можно сопоставить граф (диаграмму) Фейнмана (Akhiezer and Berestetskii, 1965).

Члену n S -матрицы соответствуют графы с n вершинами. Так как в электродинамике n -й член пропорционален множителю $(e/\hbar c)^n = (1/137)^n$, то полученные от него матричные элементы также будут пропорциональными $(e/\hbar c)^n$. Графы, изображающие такие процессы, называются графами n -го порядка. Один и тот же граф, соответствующий некоторомуциальному произведению операторов полей, может описывать ряд различных процессов рассеяния. Члены, графы Фейнмана которых отличаются только перестановкой индексов вершин, называются эквивалентными. Эквивалентные произведения описывают одну и ту же совокупность процессов и равны между собой.

Первому члену S - матрицы соответствует один граф Фейнмана первого порядка. Второму члену S - матрицы соответствует 6 различных графов Фейнмана второго порядка типа $(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi}) (\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})$. Третий член S - матрицы описывает все эффекты третьего порядка и насчитывает 15 графов, которые имеют тип $(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi}) (\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi}) (\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})$. И т.д.

7.2. Гамильтониан нелинейной теории поля

Как мы отмечали, гамильтониан является полной энергией системы. Например, в случае взаимодействия двух элементарных частиц эта энергия складывается из суммы трех частей: собственной энергии исследуемой частицы, энергии ее взаимодействия с другой частицей и энергии взаимодействия исследуемой частицы с физическим вакуумом (последний член соответствует учету поляризации физического вакуума).

Как мы показали, ЭДКВ, в общем случае, является нелинейной теорией. Следовательно, лагранжиан системы должен содержать члены со всеми возможными инвариантами электромагнитного поля. Таким образом, лагранжиан нелинейной теории поля можно записать как некоторую функцию от инвариантов поля:

$$\bar{L} = f_L(I_1, I_2), \quad (7.5)$$

где $I_1 = (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)$, $I_2 = (\vec{E} \cdot \vec{H})$ есть инварианты электромагнитного поля.

Гамильтониан однозначно определяется через лагранжиан системы. Если функция (7.5) известна, то, пользуясь формулой (1.5), нетрудно рассчитать гамильтониан системы, который, в общем случае, будет теперь функцией различных степеней векторов электромагнитного поля

$$\bar{H} = f_H(\vec{E}, \vec{H}), \quad (7.6)$$

Очевидно, для каждой данной задачи функция f_L имеет свой особый частный вид, который заранее неизвестен, так же, как и вид функции f_H .

Оказалось, что приближенный вид функции f_H можно найти на основании волнового уравнения Шредингера (или Дирака), воспользовавшись так называемым методом возмущений.

В общем случае эта процедура выглядит следующим образом. Предполагается, что существует разложение функции f_H в степенной ряд Тейлора – Маклорена, коэффициенты разложения которого на этом этапе неизвестны. Задача, в основном, сводится именно к вычислению этих коэффициентов. Решение ищется для каждого члена разложения отдельно, начиная с первого. Обычно для первого члена разложения это есть задача для свободной частицы, решение которой уже известно. Используя затем уравнение с двумя первыми членами, находят коэффициент для второго члена разложения. Затем, используя уравнение для трех первых членов, находят коэффициент для третьего члена разложения. Таким путем можно в принципе получить решение с любой желаемой точностью.

7.3. Разложение лагранжиана в ряд Тейлора-Маклорена

Степенной ряд Тейлора - Маклорена в случае функций от двух переменных $\xi = f(x, y)$ в некоторой окрестности точки (x_0, y_0) выглядит следующим образом:

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \\ + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \left((x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^k f(x_0, y_0) + O(\rho^n), \quad (7.7)$$

где $\rho = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$, $O(\rho^n)$ - остаток ряда, а обозначения имеют следующий смысл:

$$\begin{aligned} & \left((x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x_0, y_0) \equiv \\ & \equiv (x - x_0) \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}, \\ & \left((x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f(x_0, y_0) \equiv (x - x_0)^2 \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} + \\ & + 2(x - x_0)(y - y_0) \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y} + (y - y_0)^2 \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2}, \end{aligned}$$

И т.д.

В случае, когда $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ имеем формулу Маклорена.

Очевидно, какова бы ни была функция $f_L(I_1, I_2)$, разложение содержит примерно один и тот же набор членов, отличающихся постоянными коэффициентами, некоторые из которых могут быть равны нулю. В качестве примера разложения можно привести разложение лагранжиана квантовой электродинамики при учете поляризации физического вакуума (Akhiezer and Berestetskii, 1965; Schwinger, 1951; Trueba and Ranada, 2000).

В общем случае разложение имеет вид:

$$L_M = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{B}^2) + L', \quad (7.8)$$

где

$$\begin{aligned} L' = & \alpha (\vec{E}^2 - \vec{B}^2)^2 + \beta (\vec{E} \cdot \vec{B})^2 + \gamma (\vec{E}^2 - \vec{B}^2)(\vec{E} \cdot \vec{B}) + \\ & + \xi (\vec{E}^2 - \vec{B}^2)^3 + \zeta (\vec{E}^2 - \vec{B}^2)(\vec{E} \cdot \vec{B})^2 + \dots \end{aligned}$$

есть часть, отвечающая за нелинейное взаимодействие (здесь $\alpha, \beta, \gamma, \xi, \zeta, \dots$ - постоянные коэффициенты).

Соответствующий Гамильтониан запишется следующим образом:

$$\bar{H} = \sum_i E_i \frac{\partial L}{\partial E_i} - L = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 + \vec{B}^2) + \bar{H}', \quad (7.9)$$

где часть Гамильтониана, ответственная за нелинейное взаимодействие, будет определяться рядом:

$$\begin{aligned} \bar{H}' = & \alpha \left(\vec{E}^2 - \vec{B}^2 \right) \left(3\vec{E}^2 - \vec{B}^2 \right) + \beta \left(\vec{E} \cdot \vec{B} \right)^2 + \\ & + \xi \left(\vec{E}^2 - \vec{B}^2 \right) \left(5\vec{E}^2 + \vec{B}^2 \right) + \zeta \left(3\vec{E}^2 - \vec{B}^2 \right) \left(\vec{E} \cdot \vec{B} \right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (7.10)$$

Нетрудно отсюда получить квантовое представление гамильтониана нелинейной теории. Заменив вектора электромагнитного поля волн на квантовую волновую функцию, получим ряд следующего вида:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \left(\psi^+ \hat{\alpha}_0 \psi \right) + \sum c_{1i} \left(\psi^+ \hat{\alpha}_i \psi \right) \left(\psi^+ \hat{\alpha}_j \psi \right) + \\ & + \sum c_{2i} \left(\psi^+ \hat{\alpha}_i \psi \right) \left(\psi^+ \hat{\alpha}_j \psi \right) \left(\psi^+ \hat{\alpha}_k \psi \right) + \dots \end{aligned} \quad (7.11)$$

где $\hat{\alpha}_i$ есть матрицы Дирака, c_i - коэффициенты разложения.

7.4. Сравнение представлений КЭД и ЭДКВ

Как было сказано выше, члены, графы Фейнмана которых отличаются только перестановкой индексов вершин, называются эквивалентными. Причем эквивалентные произведения описывают одну и ту же совокупность процессов и равны между собой. Возникает вопрос: чем можно объяснить наличие такой эквивалентности (т.е. наличие определенного числа членов одинаковой степени)?

Вышеприведенный электромагнитный гамильтониан взаимодействия в квантовой форме в первом приближении содержит сумму членов типа диаграмм второго порядка $(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})$. Продолжая разложение и вычисляя члены разложения третьего порядка, получим, очевидно, сумму членов типа диаграмм третьего порядка: $(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})(\hat{\bar{\psi}} \hat{A} \hat{\psi})$. И т.д. Таким образом, нетрудно видеть, что выражение (7.10) является электромагнитным представлением разложения S -матрицы квантовой теории поля. Это доказывает, что все особенности квантово-полевых расчетов энергии взаимодействия элементарных частиц могут быть представлены электродинамическими формами ЭДКВ.

Отметим, что, пользуясь вышеизложенным анализом, можно выяснить электродинамический смысл особенностей теории S -матрицы в рамках ЭДКВ.

7.5. О физическом смысле членов разложения гамильтониана

Как мы видим, члены ряда лагранжиана и гамильтониана содержат довольно ограниченное число однотипных элементов, таких, как $(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)$, $(\vec{E} \cdot \vec{B})^2$, $(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$ и некоторые др. Можно предположить, что каждый элемент члена ряда, и каждый член разложения гамильтониана

нелинейной теории имеет некоторый постоянный физический смысл. Например, очевидно, что первый член разложения Гамильтониана $(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)$, соответствующий члену $(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$ лагранжиана, отвечает за взаимодействие токов электронов и фотонов. Второй член разложения $(\vec{E} \cdot \vec{B})^2$ соответствует члену $(\vec{E} \cdot \vec{B})$ Лагранжиана, который, согласно исследованиям, отвечает токам спиральности электромагнитного поля (согласно ЭДКВ токи спиральности есть собственные токи нейтральных элементарных частиц (см. глава 6).

В этом случае можно провести аналогию между разложением полей по электромагнитным моментам (2.23) и разложением S -матрицы рассеяния на элементы, отвечающие за особенности взаимодействия отдельных частиц. Но подробный анализ физического смысла членов разложения лагранжиана и гамильтониана нелинейной теории требует отдельного исследования и лежит за пределами цели данной монографии.

Глава 9. Образование спектров элементарных частиц в рамках ЭДКВ

Цель главы: показать, что в рамках ЭДКВ в качестве возбужденных или связанных состояний простейших ЭМ частиц, подобных электронам и протонам, могут возникать спектры более сложных электромагнитных частиц.

1.0. Введение

По современным представлениям, все элементарные частицы являются связанными состояниями небольшого набора частиц: кварков, глюонов, лептонов и некоторых др. Например, согласно (Готтфрид и Вайскопф, 1988): «нуклон есть просто основное состояние сложного спектра частиц, который мы назвали спектром барионов. Аналогично пионы, являются низшими состояниями мезонного спектра».

1.1. Электромагнитные элементарные частицы ЭДКВ

Под элементарными частицами ЭДКВ мы подразумеваем электромагнитные частицы, возникающие и описываемые в рамках ЭДКВ. Как мы показали, им можно сопоставить реально существующие элементарные частицы, описываемые квантовой теорией поля, и существование которых подтверждено экспериментами.

В общем случае каждая элементарная частица определяется набором различных характеристик: массой, спином, электрическим зарядом, сильным и слабым «зарядами» (т.е. характеристиками, определяющими интенсивность электромагнитного, сильного и слабого взаимодействий), числами «родства» (числами, благодаря которым одно семейство частиц отличается от другого – лептонные, барионные и другие числа), и т.д.

Частицы, характеризуемые одинаковыми характеристиками, кроме какой-то одной из них, составляют спектр элементарных частиц по этой переменной характеристике. Например, если в качестве такой переменной характеристики принимается масса частиц, говорят о спектрах масс элементарных частиц.

Согласно современной теории существуют несколько ограничивающих условий композиции элементарных частиц, которые можно назвать законами сохранения характеристик: закон сохранения энергии-импульса, закон сохранения углового момента, законы сохранения электрического заряда и зарядов других взаимодействий, законы сохранения чисел «родства» и т.п. Существуют также несколько законов (принципов), таких как принцип неопределенности Гейзенберга, накладывающие ограничения на переход от одного семейства или спектра частиц к другому.

Как известно, существующая теория поля не может объяснить появление большинства характеристик элементарных частиц и не в состоянии вывести

большинство законов сохранения этих характеристик: они вводятся как результат экспериментов.

Если говорить, например, о спектрах масс частиц, то существуют следующие ограничения на образование таких спектров:

1) согласно закону сохранения энергии-импульса *покоящиеся свободные легкие частицы не могут распадаться на более тяжелые, но тяжелые частицы могут распадаться на более легкие.*

2) тем не менее, согласно принципу неопределенности Гейзенберга, *тяжелые частицы не могут содержать в себе более легкие частицы в готовом виде (например, нейтрон не может содержать в себе электрон именно как свободную частицу).*

Выводы квантовой теории, несомненно, правильны, поскольку подтверждены экспериментами, и мы должны показать, что они являются следствием ЭДКВ.

2.0. Гипотеза формирования спектров элементарных частиц в ЭДКВ

В рамках ЭДКВ электромагнитные свернутые волны (ЭМ частицы) обладают теми же характеристиками, что и квантовые элементарные частицы. Как мы видели (см. предыдущие главы), здесь появляются свернутые гармонические волны, обладающие целым и полуцелым спином, заряженные и нейтральные, и т.д. Масса частиц в рамках ЭДКВ есть «остановленная» энергия свернутой (стоячей) волны. Таким образом, грубо говоря, тяжелой частице по нашим представлениям соответствует свернутая волна высокой частоты, а более легкой частице – свернутая волна более низкой частоты. Таким образом, мы должны объяснить существование спектров частиц, составленных по всем этим характеристикам.

Простым линейным гармоническим волнам в классической электродинамике (будем в дальнейшем обозначать последнюю кратко КЛЭД) соответствуют свернутые гармонические волны в ЭДКВ. Существует ли в КЛЭД возможность существования нескольких волн в качестве некоторого материального образования – элементарной частицы, в котором могут накладываться характеристики различных волн?

Как мы знаем, такая возможность, действительно, существует и заключается в суперпозиции линейных волн, которая приводит к разнообразным формам существования нормальных гармонических волн и к появлению сложных негармонических волн, которые "состоят" из гармонических волн различной частоты.

По аналогии с представлениями классической теории ЕМ волн, нелинейным обобщением которой является наша теория, мы предполагаем, что:

причиной усложнения ЕМ частиц и появления спектров частиц является суперпозиция простых (гармонических) **свернутых** волн, а причина существования характерных распадов частиц является распадом сложных (составных) свернутых волн на более простые.

Целью нашей статьи будет показать, что такая суперпозиция существует, и ее описание полностью соответствует современным теоретическим представлениям и находится в полном согласии с экспериментальными данными.

Поскольку ЭДКВ является нелинейным обобщением классической (линейной) электродинамики, можно предполагать, что возможность математического описания образования спектров волн должна существовать уже в КЛЭД. Кроме того, поскольку математическое описание ЭДКВ полностью совпадает с математическим описанием квантовой электродинамики (КЭД), мы должны показать, что аналогичные формы существуют и в КЭД. Поэтому дальнейшее изложение мы будем строить на сопоставлении этих трех областей - КЛЭД, ЭДКВ и КЭД - описания волновых элементарных образований природы.

2.1. Суперпозиция линейных волн

Как известно (Крауфорд, 1974), сложная система волн может быть представлена суперпозицией более простых волн, называемых *модами* (термины: *простое гармоническое колебание*, *гармоника*, *нормальное колебание*, *собственное колебание*, *нормальная мода* или просто *мода*, являются почти тождественными). Свойства каждой моды сложной системы очень похожи на свойства простого гармонического осциллятора.

Во многих физических явлениях движение системы представляет собой суперпозицию двух гармонических колебаний, имеющих различные угловые частоты ω_1 и ω_2 . Эти колебания могут, например, соответствовать двум нормальным модам системы, имеющей две степени свободы. Известным примером такой системы может служить молекула аммиака (Крауфорд, 1974).

Это справедливо также и для квантово-механических волн (волн де Броиля), описываемых квантовыми волновыми функциями. Проиллюстрировать это можно на примере образования спектра энергий электрона на орбите атома водорода. Действительно, спектр энергий электрона в системе электрон-протон есть с общей точки зрения спектр масс электрона. Можно говорить об основной массе (основной энергии) в невозбужденном состоянии, и о большом количестве масс электрона в возбужденных состояниях, когда электрон получает дополнительные порции энергии (массы). Эти порции очень малы по сравнению с основной энергией (массой) электрона, чего мы не можем сказать про массы частиц, появляющихся при распадах элементарных частиц. Но, тем не менее, это не исключает того, что это явления одного и того же типа. Увеличение массы электрона происходит за

счет поглощения фотонов, а уменьшение – за счет испускания фотонов. С другой стороны, мы, действительно, не можем сказать, что фотон содержится в электроне в готовом виде.

Нетрудно также показать (Крауфорд, 1974), что изменение энергии электрона в результате возбуждения фотоном соответствует гипотезе о возникновении новых частиц благодаря суперпозиции волн.

Рассмотрим установившиеся состояния для электрона в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, координаты которых

$z = -\frac{L}{2}$ и $z = +\frac{L}{2}$. Предположим также, что состояние электрона

определяется суперпозицией основного состояния и первого возбужденного состояния:

$$\psi(z, t) = \psi_1(z, t) + \psi_2(z, t), \quad (2.1)$$

где $\psi_1(z, t) = A_1 e^{-i\omega_1 t} \cos k_1 z$, $k_1 L = \pi$,

$\psi_2(z, t) = A_2 e^{-i\omega_2 t} \sin k_2 z$, $k_2 L = 2\pi$

Вероятность нахождения электрона в положении z в момент времени t равна

$$\begin{aligned} |\psi(z, t)|^2 &= \left| A_1 e^{-i\omega_1 t} \cos k_1 z + A_2 e^{-i\omega_2 t} \sin k_2 z \right|^2 = \\ &= A_1^2 \cos^2 k_1 z + A_2^2 \sin^2 k_2 z + 2A_1 A_2 \cos k_1 z \cdot \sin k_2 z \cdot \cos(\omega_2 - \omega_1)t \end{aligned}, \quad (2.2)$$

Мы видим, что выражение для вероятности имеет член, который совершает гармонические колебания с частотой биений между двумя боровскими частотами ω_1 и ω_2 . Среднее положение электрона в пространстве ямы находится посредством выражения:

$$\bar{z} = \frac{\int z |\psi|^2 dz}{\int |\psi|^2 dz} = \frac{32L}{9\pi^2} \frac{A_1 A_2}{A_1^2 + A_2^2} \cos(\omega_2 - \omega_1)t, \quad (2.3)$$

где интегрирование ведется от одной стенки $-L/2$ до другой $+L/2$.

Очевидно, частота излучения определяется частотой биений. Действительно, электрон заряжен и поэтому он будет испускать электромагнитное излучение той же частоты, с которой он осциллирует. Из уравнения (2.3) мы видим, что среднее положение заряда осциллирует с частотой биений $\omega_2 - \omega_1$. Поэтому частота излучения равна частоте биений между двумя стационарными состояниями:

$$\omega_{rad} = \omega_2 - \omega_1, \quad (2.4)$$

В рамках ЭДКВ ненормированная квантовая волновая функция является просто полем ЭМ волны. Как следствие этого, квадрат такой волновой функции (т.е. плотность вероятности в рамках КЭД) является плотностью энергии. В качестве примера такой задачи в рамках ЭДКВ мы рассмотрим расчет более общего случая интерференции между волнами различных частот.

Предположим, что имеем две световые волны 1 и 2, имеющие электрические поля \vec{E}_1 и \vec{E}_2 . Полное поле в фиксированной точке пространства P будет суперпозицией \vec{E}_1 и \vec{E}_2 . Используя комплексное представление колебаний, напишем выражение для суперпозиции колебаний:

$$\vec{E}(t) = E_1 e^{-i(\omega_1 t + \varphi_1)} + E_2 e^{-i(\omega_2 t + \varphi_2)}, \quad (2.5)$$

Поток энергии пропорционален среднему значению величины $\vec{E}^2(t)$ за период Т «быстрых» колебаний, происходящих со средней частотой:

$$\begin{aligned} 2 \langle E^2(T) \rangle &= |E(t)|^2 = |E_1 e^{-i(\omega_1 t + \varphi_1)} + E_2 e^{-i(\omega_2 t + \varphi_2)}|^2 = \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cdot \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + (\varphi_1 - \varphi_2)] \end{aligned}, \quad (2.6)$$

Как видим, поток энергии меняется с относительно медленной частотой биений $\omega_2 - \omega_1$.

3.0. Суперпозиция свернутых электромагнитных волн

Итак, мы должны показать, что суперпозиция свернутых электромагнитных волн существует и благодаря ей можно получить все те результаты, которые известны из теории линейных электромагнитных волн. Другими словами, нужно показать, что в этом случае действительно возникают ряды (спектры) частиц, каждая из которых представляет собой усложнение за счет наложения других более простых свернутых волн.

3.1. Действительные и комплексные решения волнового уравнения, как отражение объективной реальности

Запишем волновое уравнение в двух формах:

| (КЛЭД форма) | (ЭДКВ форма) |
|--|---|
| $\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \vec{\nabla}^2 \right) \vec{\Phi}(y) = 0,$ | $\left[(\hat{\alpha}_o \hat{\epsilon})^2 - c^2 (\hat{\alpha} \hat{p})^2 \right] \Phi = 0,$ |
| где $\vec{\Phi}(y) = \{E_x, E_z, H_x, H_z\}$ | |

| | |
|--|---|
| | где $\Phi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ iH_x \\ iH_z \end{pmatrix}$, $\hat{\varepsilon} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$, $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$, а $\hat{\alpha}_0$; $\hat{\alpha}$; $\hat{\beta} \equiv \hat{\alpha}_4$ - матрицы Дирака, |
|--|---|

Они имеют решения, которые могут быть записаны как в виде действительных периодических (в частности, тригонометрических) функций, так и в виде комплексных (в частности, экспоненциальных) функций

| | |
|---|---|
| $\vec{\Phi}(\vec{r}, t) = \vec{\Phi}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ | $\Phi = \Phi_0 e^{-i(\omega t \pm ky)}$ |
| $\vec{\Phi}(\vec{r}, t) = \vec{\Phi}_0' \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ | или $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t \pm ky)}$, $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{-i(\omega t \pm ky)}$, |

В настоящее время считается, что представление решения волнового уравнения (или уравнения колебаний) в комплексном виде является чисто формальным математическим приемом, поскольку окончательные решения должны быть действительными. Отмечается также, что использование комплексного представления диктуется только причинами удобства, поскольку во многих случаях математические операции с экспоненциальными функциями выполняются значительно проще, чем с тригонометрическими.

Мы показали (см. глава 2), что в рамках ЭДКВ экспоненциальные решения имеют реальное значение, если понимать их в геометрическом смысле, как описание движения волны по криволинейной круговой траектории (или, по-другому, как сумму двух линейных взаимно-перпендикулярных колебаний). (Мы отмечали, что благодаря этому факту решениями волновых уравнений квантовой теории являются не действительные, а комплексные волновые функции).

Таким образом, можно предположить, что наличие действительных и комплексных решений волнового уравнения является отражением существования в природе двух типов реальных объектов: линейных и свернутых (криволинейных) волн; при этом действительные функции описывают «линейные» волны, а комплексные функции описывают криволинейные (свернутые) волны.

Как известно, все явления суперпозиции волн и их распада описываются теорией Фурье (Фурье анализ), в которой показано, что любое поле может быть составлено из гармонических волн или разложено на гармонические волны.

Благодаря анализу Фурье, функции, описывающие сложные периодические и непериодические процессы негармонического типа, могут быть представлены суммой гармонических функций:

| | |
|---|--|
| <p>Действительная форма:</p> $f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin(n\omega t)),$ <p>где a_n, b_n есть коэффициенты Фурье.</p> | <p>Комплексная форма:</p> $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-in\omega t},$ <p>где c_n есть коэффициенты Фурье.</p> |
|---|--|

Нетрудно видеть, что теория Фурье позволяет говорить как об анализе (разложении), так и о синтезе (сложении) волн в зависимости от того, в какую сторону мы читаем вышеприведенные выражения. При этом анализ-синтез Фурье позволяет работать одинаково как с действительными, так и с комплексными функциями. Из этого следует, что теория Фурье настолько же справедлива в случае свернутых волн, как и в случае линейных волн.

Из этого следует чрезвычайно важный вывод о том, что весь аппарат Фурье анализа-синтеза функций в комплексном представлении является математическим аппаратом, описывающим суперпозицию (синтез) и разложение (анализ) сложных свернутых волн (т.е. сложных электромагнитных элементарных частиц).

Другими словами, комплексное представление электромагнитных волн и весь аппарат анализа-синтеза Фурье представляют собой математический инструмент ЭДКВ в такой же мере, как аппарат действительных функций анализа-синтеза Фурье представляет собой математический инструмент обычной линейной теории Максвелла-Лорентца..

Благодаря этому нелинейная теория свернутых волн является теорией, в которой принцип суперпозиций имеет место так же, как в линейной теории.

Именно поэтому вся теория Максвелла-Лорентца может быть записана в комплексном виде и выглядит в такой форме просто и последовательно.

Переход от свернутых волн к линейным (т.е. к одной из составляющих свернутой волны) соответствует переходу от комплексных значений к действительным (которое осуществляется вычислением реальной части комплексного значения величин и функций).

Рассмотрим теперь некоторые детали теории анализа-синтеза Фурье в случае суперпозиции свернутых волн

4.0. Элементарные частицы как волновые пакеты.

Как известно, в случае суперпозиции более чем двух линейных гармонических бегущих волн образуются *волновые группы* или *волновые*

пакеты: ограниченные в пространстве образования, которые переносят энергию и перемещаются с некоторой групповой скоростью.

В квантовой механике волновой пакет (ФЭС, 1960 т.1; стр. 310) есть понятие, обозначающее поле волн материи, сосредоточенное в ограниченной области. Вероятность обнаружить частицу отлична от нуля лишь в области, занимаемой волновым пакетом. Чем меньше размеры пакета, тем более локализована частица. Это волновое поле можно считать результатом суперпозиции определенного набора плоских волн (отсюда название - "пакет волн"), соответствующих разным длинам волн и, следовательно, разным импульсам частицы. Возможность подобного разложения на плоские волны есть простой результат возможности разложить любую функцию в ряд или интеграл Фурье.

Применять понятие волнового пакета имеет смысл тогда, когда используемые в нем волновые числа \vec{k} группируются вблизи некоторого \vec{k}_0 с небольшим разбросом $\Delta\vec{k}$, $\Delta k \ll k_0$. В этом случае все волновое поле - весь волновой пакет - будет в течение значительного времени перемещаться как целое, мало деформируясь, с групповой скоростью $k_0 u = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0}$, соответствующей скорости частицы, описываемой этим волновым пакетом. Как известно, *расплывания волнового пакета не будет, если он разлагается на стоячие волны, т.е. если в разложении для каждого вектора \vec{k} входит и вектор $-\vec{k}$ с такой же амплитудой.*

Таким образом, зная, что суперпозиция линейных волн приводит к образованию линейных волновых пакетов, последовательно заключить, что суперпозиция свернутых волн приводит к образованию свернутых волновых пакетов, т.е. сложных электромагнитных элементарных частиц.

Характерно, что представление волновой функции суммой (рядом Фурье (в случае периодической функции или интегралом Фурье в случае непериодической функции)) содержит отрицательные частоты, которые в линейной теории не имеют места. Как известно (Матвеев, 1985; стр. 61), в классической оптике принимается во внимание, что $e^{i\omega t}$ описывает комплексный единичный вектор, проведенный из начала координат, и при увеличении t вращающийся около этого начала в положительном направлении (по правилу правого винта). Комплексный единичный вектор $e^{-i\omega t}$ вращается в отрицательном направлении.

Таким образом, обращение к отрицательным частотам связано с изменением базисных функций, с помощью которых осуществляется Фурье-

преобразование, а именно с переходом к вращающимся комплексным векторам как базисным функциям Фурье-преобразования. Это полностью соответствует нашим представлениям о соответствии математического аппарата Фурье требованиям ЭДКВ.

В качестве простого примера образования волнового пакета, рассмотрим пакет, образованный эквидистантным, прямоугольным частотным спектром волн равной амплитуды. Описание суперпозиции таких волн может быть сделано как в действительном (Крауфорд, 1974), так и в комплексном виде (Матвеев, 1985; стр.76), что отражает существование линейного и нелинейного мира частиц.

Найдем точное выражение для импульса $\psi(t)$, образованного суперпозицией N различных гармонических компонент, имеющих равную амплитуду A , одинаковую начальную фазу (равную нулю) и частоты, равномерно распределенные между самой низкой частотой ω_1 и самой высокой частотой ω_2 . В общем случае мы имеем:

| (действительная форма) | (комплексная форма) |
|---|--|
| $\psi(t) = A \cos \omega_1 t + A \sum_{n=1}^{N-1} \cos(\omega_1 + n\delta\omega) t +$ $+ A \cos \omega_2 t$ | $\psi(t) = A \sum_{n=0}^{N-1} e^{i(\omega_1 t + n\delta\omega t)}$ |

где $\delta\omega$ - частота, на которую отличаются две соседние компоненты, $n = 1, 2, 3, \dots, N-1$ и $\omega_2 = \omega_1 + N\delta\omega$.

Эта формула представляет собой сложную волновую функцию $\psi(t)$ в виде линейной суперпозиции большого числа строго гармонических компонент. Оказывается, что эту сумму можно выразить в виде, являющемся обобщением случая для двух колебаний:

$$\psi(t) = A(t) \cos \omega_m t, \quad (4.1)$$

где $A(t) = A \frac{\sin(0,5N\delta\omega \cdot t)}{\sin(0,5\delta\omega \cdot t)}$ - переменная амплитуда,

$\omega_m = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ - есть средняя частота волнового пакета.

Амплитуда $A(t)$ описывает огибающую пакета волн. Можно показать (Крауфорд, 1974; стр. 268), что для пакета волн справедливы соотношения неопределенности, соответствующие соотношению неопределенности Гейзенberга.

Поскольку свернутые волны уже по своему происхождению представляют собой ограниченные объекты, можно предположить, что электромагнитные частицы должны быть сложены не из бесконечных рядов Фурье, а представлены суммой ограниченного числа гармоник - свернутых волн.

Чтобы описать синтез сложных частиц-пакетов, покажем, что любой волновой пакет можно представить в виде суммы волновых суб-пакетов (пакетов, образованных частичным набором волн полного пакета). В этом случае, очевидно, суперпозицию нескольких больших пакетов можно рассматривать не как суперпозицию отдельных гармоник, их составляющих, а как суперпозицию суб-пакетов, их составляющих.

Рассмотрим разбиение большого пакета на два суб-пакета. Представим импульс $\psi(t)$ (см. выше (4.1)) в следующем виде:

$$\begin{aligned}\psi(t) &= A \cos \omega_1 t + A \sum_{n=1}^{N-1} \cos(\omega_1 + n\delta\omega)t + A \cos \omega_2 t = \\ &= (A \cos \omega_1 t + A \sum_{m=1}^{N_1-1} \cos(\omega_1 + m\delta\omega)t + A \cos \omega_2 t) + , \quad (4.2) \\ &+ (A \cos \omega_1 t + A \sum_{l=1}^{N_2-1} \cos(\omega_1 + l\delta\omega)t + A \cos \omega_2 t)\end{aligned}$$

где $N = N_1 + N_2$, $\omega_2^+ = \omega_1 + N_1\delta\omega$, $\omega_1^+ = \omega_1 + (N_1 + 1)\delta\omega = \omega_2^+ + \delta\omega$.

Таким образом, мы можем представить пакет $\psi(t)$ в виде двух суб-пакетов:

$$\psi(t) = \psi_1(t) + \psi_2(t), \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}\text{где } \psi_1(t) &= A \cos \omega_1 t + A \sum_{m=1}^{N_1-1} \cos(\omega_1 + m\delta\omega)t + A \cos \omega_2^+ t \\ \psi_2(t) &= A \cos \omega_1^+ t + A \sum_{l=1}^{N_2-1} \cos(\omega_1^+ + l\delta\omega)t + A \cos \omega_2 t.\end{aligned}$$

Удобно ввести обозначение для нормальной гармоники $\psi(t)$, а для пакета волн - $\Sigma \psi(t)$, где сигма означает сумму гармонических волн (в частности, суб-пакет). Тогда представление пакета в виде суммы суб-пакетов можно записать в виде:

$$\Sigma \psi(t) = \Sigma \psi_1(t) + \dots + \Sigma \psi_2(t) = \sum_i \Sigma \psi_i(t), \quad (4.4)$$

Из вышеприведенных вычислений видно, что разложение на суб-пакеты не является однозначным, поскольку суб-пакеты можно сгруппировать из

гармонических волн различным образом. Можно предположить, что возможность распада одной и той же частицы по разным каналам можно рассматривать как возможность распада волнового пакета свернутых волн на различные суб-пакеты (т.е. на различные суммы частичных волновых пакетов).

Пользуясь вышеприведенными рассуждениями, нетрудно доказать также, что суперпозиция суб-пакетов приводит к тем же следствиям, что взаимодействие отдельных гармонических волн, т.е. приводит к биениям и связанному с этим (независимому от других невзаимодействующих суб-пакетов) изменению энергетического уровня (а также изменению энергетического уровня основных пакетов).

Кроме криволинейности в ЭДКВ существует еще одно серьезное отличие от линейной электродинамики: в ЭДКВ наряду с полными, точнее полнопериодными (бозонными) свернутыми волнами существуют полупериодные (фермионные) свернутые волны. Это создает множество дополнительных вариантов суперпозиции волн, которых нет в линейной электродинамике. Кроме того, криволинейность вводит в физику еще одну характеристику частиц – токи.

Нетрудно понять, что наложение свернутых волн по сравнению с линейными имеет больше вариантов в пространственном расположении волн, а, следовательно, и более сложное математическое описание. Действительно, это мы могли видеть в связи с описанием адронов (см. глава 7).

Нетрудно видеть, что принцип суперпозиции не обеспечивает стабильности или, по крайней мере, метастабильности сложных электромагнитных частиц. Таким образом, мы должны дополнительно выяснить условия стабильности свернутых волн.

5.0. Условия квантования элементарных частиц в ЭДКВ

Поскольку электромагнитные частицы представляют собой пространственные образования, здесь следует говорить о пространственных пакетах, которые образованы наложением волн различного направления в пространстве (в простейшем случае, наложением гармонических волн, распространяющихся по трем взаимно-перпендикулярным осям координат).

Как известно (Шпольский, 1951; стр. 323-324), при наложении гармонических волн образуются фигуры Лиссажу двух различных типов. При соизмеримых (т.е. образующих отношения в виде рациональной дроби) частотах волн образуются стоячие волны, при несоизмеримых частотах движение волн называется условно-периодическим и является неустойчивым.

В физике волн и колебаний существует два вида задач, приводящих к возникновению сложных колебаний.

Примером одного типа задач является колебание всего объема тела (шара, цилиндра, тора и т.п.), посредством которого мы моделируем частицу. Весьма подходящим механическим примером является колебание шара, приготовленного из гидрофобной жидкости, помещенного в воду (например, шар из минерального масла в воде). В микромире объектом, который обладает подобными колебаниями, является капельная модель ядра.

К этому же типу задач относятся задачи на колебание вихревых колец в жидкости и газе, изучавшиеся Кельвином (назовем условно такие задачи задачами Кельвина). В случае линейного вихря, рассмотренного в работе (Lord Kelvin, 1867) им были получены соответствующие точные решения. Здесь Кельвин сравнивает спектры излучения атомов, полученные незадолго до этого Бунзеном, с возможными спектрами колебания вихрей. Сопоставление такого типа колебаний с наблюдаемыми результатами имеется в работах (Вихревые движения жидкости. Сб. статей, 1975), а также (Копьев и Чернышев, 2000). (Нужно учесть, что Кельвин в своих статьях использует термин «атом» в смысле атома Демокрита, как мельчайшего неделимого образования, т.е. в современной терминологии, как обозначение элементарных частиц).

Некоторые характерные заключения Кельвина мы приводим ниже:

«Автор хочет привлечь внимание к очень важной особенности вихревого атома. Динамическая теория этого предмета требует, чтобы окончательная конституция простых тел имела один или более основных периодов вибрации, как имеет струнный инструмент с одной или более струнами.

Как показывают эксперименты, вихревой атом имеет совершенно определенные основные моды вибрации, зависящие исключительно от того движения, существование которого составляет этот процесс. Открытие этих фундаментальных мод ставит очень интересную чисто математическую проблему. Даже для простого кольца Гельмгольца трудности анализа этого предмета имеют очень серьезный характер. Автор сделал попытку решать эту проблему для бесконечно длинного, прямого цилиндрического вихря. Для этого случая он получил решения, соответствующие возможному описанию бесконечно малой вибрации.

Один очень простой результат, который он уже может представить - следующий. Пусть такой вихрь будет представлен его частью, отличающейся от точной круглой фигуры бесконечно малым гармоническим отклонением порядка i . Эта форма распространяется как волна вокруг оси цилиндра в том же самом направлении, как и вращение вихря, с угловой скоростью, составляющей часть $(i-1)/i$ от угловой скорости этого вращения. Следовательно, поскольку число гребней в целой окружности равно i , для гармонического отклонения порядка i существуют $(i-1)$ периодов колебаний за период обращения вихря. Для случая ($i=1$) нет никакой вибрации, и решение

описывает просто бесконечно мало перемещенный вихрь с его круговой неизмененной формой. Случай $i=2$ соответствует эллиптической деформации круглой секции; поэтому в этом случае период вибрации есть просто период вращения. Эти результаты, конечно, применимы к кольцу Гельмгольца, когда диаметр приблизительно круглой секции является малым по сравнению с диаметром кольца, как это имеет место в кольцах дыма, показанных Обществу.

Самые низкие основные моды двух видов поперечных колебаний кольца, таких как колебания, которые были отмечены в экспериментах, должны быть намного более серьезными, чем эллиптическая вибрация секции. Вероятно, что колебания, которые излучают накаленные пары натрия, похожи на те, которые обнаруживаются на кольцах дыма».

Примерами другого типа задач являются колебания звуковых и электромагнитных волн в различного типа замкнутых полостях, поверхности которых можно считать неподвижными. Такие полости называются резонаторами и поэтому этот тип задач мы будем условно называть резонансными. Такому типу задач посвящено множество исследований в классической физике. Примерами такого типа задач являются также задачи на отыскание собственных значений волновых функций в квантовой механике, которые мы рассмотрим вкратце ниже.

И тот, и другой тип задач приводит к решениям типа стоячих волн, имеющих относительную временную устойчивость.

Таким образом, можно предположить, что стабильность (или относительная стабильность, называемая метастабильностью) электромагнитных частиц связана с условием образования стоячих волн.

Как известно, условием возникновения стоячих волн является соразмерность длины волны и размера тела (объема), в котором она распространяется. Поэтому при поиске возможных решений задач подобного типа основополагающую роль играют ограничения, накладываемые на распространение волн или, другими словами, граничные условия, накладываемые на волновые функции.

Ниже мы покажем, что из этих граничных условий следуют условия квантования характеристик электромагнитных элементарных частиц

5.1. Волновое уравнение классической электродинамики

Из уравнений Максвелла-Лорентца нетрудно получить (Матвеев, 1989) волновое уравнение для электрического и магнитного векторов поля:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \vec{\nabla}^2 \right) \vec{F}(\vec{r}, t) = 0, \quad (5.1)$$

где \vec{F} есть та или другая ЭМ волновая функция (вектор поля).

Общее гармоническое решение этого волнового уравнения имеет комплексную $F(\vec{r}, t) = F(\vec{r})e^{-i\omega t}$ или тригонометрическую

$F(\vec{r}, t) = F_0 \cos(kx - \omega t)$ формы, где $\omega = 2\pi f$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ так что $\omega = ck$ (здесь ω - угловая частота, k называется волновым числом).

Подставляя это решение в (5.1) мы находим для $F(\vec{r})$ следующее уравнение для стационарных волн:

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2)F(\vec{r}) = 0, \quad (5.2)$$

где $k = \omega/v = 2\pi/v$, $T = 2\pi/\lambda$, T есть период, а λ длина волны.

Уравнение (5.3) называется уравнением Гельмгольца и является универсальным для описания координатной зависимости характеристик гармонических волн.

В рамках этого уравнения построена теория Кирхгофа дифракции и интерференции света, которая блестяще подтверждается громадным экспериментальным материалом.

5.2. Решение электромагнитного волнового уравнения для резонатора

Чтобы проанализировать решение волнового уравнения для резонатора, рассмотрим (Вайнштейн, 1957) прямоугольный ящик с металлическими стенками со сторонами a , b и d как модель резонатора. Покажем, что это решение представляет собой стоячие электромагнитные волны.

Согласно (5.2) электрическое поле должно удовлетворять уравнениям $(\vec{\nabla}^2 + k^2)\vec{E}(\vec{r}) = 0$ и $\vec{\nabla}\vec{E} = 0$ с граничным условием $\vec{E}_{II} = 0$ на стенках полости (поскольку внутри стенок электрическая энергия быстро рассеивается благодаря токам и поляризации, напряженность электрического поля внутри стенок быстро падает до нуля). Тем не менее, может существовать электрическое поле перпендикулярное к стенкам, поскольку на стенах может быть поверхностный заряд. Это определяет возможное решение:

$$\begin{aligned} \vec{E}_x &= E_{0x} k_x \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z \\ \vec{E}_y &= E_{0y} k_y \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \\ \vec{E}_z &= E_{0z} k_z \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z \end{aligned} \quad (5.3)$$

Например, взяв какое-нибудь x , для которого $\sin k_x x = 0$, получим второй и третий члены в (5.3) равными нулю, но первый член не будет равен нулю.

Используя (5.3), из $\operatorname{div} \vec{E} = 0$ мы имеем

$$\vec{\nabla} \vec{E} = (E_{0x} k_x + E_{0y} k_y + E_{0z} k_z) \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z = 0,$$

если выбрать \vec{k} так, что $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$.

При этом волновое уравнение требует выполнения соотношений $k_x = m\pi/a$, $k_y = n\pi/b$, $k_z = l\pi/d$, $\omega^2 = c^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$ или $\omega = c\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$, где (l, m, n) есть положительные целые числа, например, $(1, 1, 0)$ или $(3, 2, 4)$. Другими словами, каждая возможная стоячая электромагнитная волна в ящике соответствует точке в пространстве (k_x, k_y, k_z) , которой соответствуют три положительных целых числа.

Если мы хотим также получить общее решение и для магнитного поля, нетрудно убедиться, что магнитное поле удовлетворяет тем же самым уравнениям и краевым условиям, как и электрическое поле, и, следовательно, решение для него будет выглядеть точно также, как и для электрического поля. Другой путь получения решения – воспользоваться соотношением, следующим из теории Максвелла: $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{E} / i\omega$.

Таким образом, характер общего решения задачи ЭМ волн в полости – стоячие электромагнитные волны.

Нетрудно видеть, что описание возникновения резонанса линейных волн, изложенное выше, если произвести его в комплексной форме, будет соответствовать возникновению резонанса криволинейных (свернутых) волн, т.е. ЭМ элементарных частиц.

Покажем теперь, что решения квантовых волновых уравнений для стационарных состояний дают идентичные результаты.

6.0. Квантовые волновые уравнения и их решения для стационарных волн.

Де Бройль предположил, что материальные частицы наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые свойства так, что энергии ε и импульсу \vec{p} частицы в корпускулярной картине соответствуют частота ω и длина волны λ в волновой картине. Де Бройль показал, что при этом из релятивистских преобразований строго следуют соотношения:

$$\varepsilon = \hbar\omega \text{ и } \vec{p} = \frac{\hbar}{2\pi\lambda} \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} = \hbar\vec{k}$$

причем волновые свойства материальной частицы описываются такой же по виду формулой плоской волны, как и для электромагнитной волны:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{-i\omega t} = \psi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = \psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - \omega t)}$$

При этом закон дисперсии для волны де Бройля нетрудно найти из закона сохранения энергии-импульса частицы:

$$\frac{\varepsilon^2}{c^2} = m_0^2 c^2 + \vec{p}^2$$

Отсюда, подставляя значения для энергии и импульса, получим дисперсионное соотношение для волн материи:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{m_0 c^2}{\hbar^2} + \vec{k}^2$$

Нетрудно видеть, что в рамках ЭДКВ это дисперсионное соотношение удовлетворяет уравнению свернутого фотона (см. глава 2).

Рассмотрим теперь, какому волновому уравнению соответствует это дисперсионное соотношение.

6.1. Уравнение Гельмгольца для волн де Бройля.

Уравнение Гельмгольца (5.3) описывает волны разнообразной природы в однородных средах и вакууме с *постоянной частотой* ($\omega = \text{const}$). *Постоянство длины волны не предполагается*.

Соотношение Планка $\varepsilon = \hbar\omega$ показывает, что условие $\omega = \text{const}$ влечет за собой удовлетворение равенства $\varepsilon = \text{const}$. Следовательно, уравнение Гельмгольца можно применить для волн де Бройля при описании движения корпускул в потенциальных полях, когда их полная энергия постоянна:

$$\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p = p^2/2m + \varepsilon_p = \text{const} , \quad (6.1)$$

где $\varepsilon_k = p^2/2m$ есть кинетическая энергия, $\varepsilon_p(\vec{r}) \equiv V(\vec{r})$ - потенциальная энергия корпускулы в поле. Из соотношения де Бройля $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ с учетом (6.1) следует равенство:

$$\vec{k}^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(\varepsilon - \varepsilon_p) , \quad (6.2)$$

Подставляя выражение (6.2) для \vec{k}^2 в (5.3) получаем уравнение:

$$\left(\vec{\nabla}^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(\varepsilon - \varepsilon_p) \right) F(\vec{r}) = 0 , \quad (6.3)$$

называемое *стационарным уравнением Шредингера*.

Нетрудно показать, что существующие методы расчета энергий, импульсов, моментов импульсов и других характеристик состояния частиц в

квантовой теории поля являются расчетами резонансных состояний элементарных частиц в различного типа резонаторах, называемых обычно в квантовой теории поля потенциальными ямами. С математической точки зрения эти задачи называются задачами на собственные значения.

Рассмотрим связь этих задач с ЭДКВ.

7.0. Принципы формирования спектров элементарных частиц в КЭД

Первые расчеты квантовых систем касались движения электрона на орбитах атома водорода. Формулы для квантования характеристик электрона в атоме водорода сначала были найдены эмпирически (формулы Бальмера, Пашена и т.д.). Затем было показано, что они получаются как следствие условий квантования Бора, которые фактически являются условиями целочисленности длин волн на соответствующих орбитах движения электрона.

Обобщение правил квантования Бора было произведено независимо Вильсоном и Зоммерфельдом. Они показали, что в случае систем с любым количеством степеней свободы можно найти такие обобщенные координаты q_1, q_2, \dots, q_f , в которых движение системы разделяется на f гармонических колебаний; в этом случае известное правило квантования осциллятора применимо для любой из степеней свободы. Благодаря этому мы получаем f квантовых условий:

$$\oint p_1 dq_1 = \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) \hbar, \quad \oint p_2 dq_2 = \left(n_2 + \frac{1}{2} \right) \hbar, \dots, \quad \oint p_f dq_f = \left(n_f + \frac{1}{2} \right) \hbar, \quad (7.1)$$

где целые числа n_1, n_2, \dots, n_f называются *квантовыми числами*.

Как пример приложения этих правил приведем результаты расчета водородоподобного атома. Положение электрона в пространстве при его движении вокруг ядра характеризуется тремя полярными координатами r, ϑ, ψ , характеризующими радиальное, «экваториальное» и «широтное» или азимутальное движения соответственно. Поэтому квантовые условия в этом случае принимают вид

$$\oint p_r dr = \left(n_r + \frac{1}{2} \right) \hbar, \quad \oint p_\vartheta d\vartheta = \left(n_\vartheta + \frac{1}{2} \right) \hbar, \quad \oint p_\psi d\psi = \left(n_\psi + \frac{1}{2} \right) \hbar, \quad (7.2)$$

Обобщенные импульсы p_r, p_ϑ, p_ψ вычисляются по общему правилу: нужно сначала написать выражение кинетической энергии в полярных координатах r, ϑ, ψ :

$$\varepsilon_k = \frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \sin^2 \vartheta \dot{\psi}^2 \right), \quad (7.3)$$

и затем найти производные по обобщенным скоростям, которые представляют собой соответствующие импульсы:

$$p_r = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \dot{r}} = m \dot{r}, \quad p_\vartheta = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \dot{\vartheta}} = mr^2 \dot{\vartheta}, \quad p_\psi = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \dot{\psi}} = mr^2 \sin^2 \vartheta \dot{\psi}, \quad (7.4)$$

Затем, используя (7.2), можно получить формулы квантования импульсов, определяемые радиальным, «экваториальным» и «широтным» квантовыми числами: n_r, n_ϑ, n_ψ .

Как показал де Бройль, правила Вильсона-Зоммерфельда определяют условия *целочисленности* электронных длин волн на различных замкнутых траекториях. Отметим, что поскольку все поля можно разложить на осцилляторы, следует считать это правило справедливым для любых квантовых систем.

Нетрудно видеть, что эти правила в рамках ЭДКВ являются естественными правилами резонанса свернутых электромагнитных волн, если учесть правила квантования их энергий по Планку-де Бройлю.

Результаты, получаемые согласно правилам квантования Вильсона-Зоммерфельда, оказались впоследствии решениями волнового уравнения для стоячих волн де Бройля - уравнения Шредингера - в условиях различного рода потенциальных ям (Шпольский, 1951). Таким образом, уравнение Шредингера является уравнением для расчета резонансных состояний электронной волны в потенциальных ямах (резонаторах) различного типа, границы движения волны в которых определяются потенциальной энергией системы. Отметим, что при этом краевые условия выражаются теми же соотношениями, что и в классической электромагнитной теории (см. выше параграф 5.2):

$$\psi(a) = 0, \quad \psi(b) = 0, \quad \psi(d) = 0, \quad (7.5)$$

Нетрудно показать что, эта задача совершенно тождественна задаче о стоячих колебаниях струны, мембранны или эластичного тела. Отличие заключается только в том, что *волновой вектор* сложным образом зависит от пространственных координат (или, другими словами, дисперсионное соотношение определяется потенциальной функцией системы и меняется от точки к точке согласно (6.2)).

Действительно, нетрудно себе представить, что среда в электромагнитном резонаторе может обладать дисперсией, зависящей от пространственных координат по тому же закону, что и потенциальная энергия потенциальной

ямы квантово-механической задачи. Вспоминая, что в рамках ЭДКВ ЕМ волновая функция тождественна волновой функции квантовой механики, легко понять, что граничные условия в квантово-механической задаче должны совпадать с граничными условиями, требуемыми в КЛЭД и ЭДКВ.

8.0. Своеобразие расчета спектров ЭМ элементарных частиц

Итак мы показали, что волновые спектры в ЭДКВ возникают таким же образом, как и в КЛЭД и КЭД, но эти спектры в то же самое время являются спектрами электромагнитных частиц.

Своеобразие задачи о расчете собственных спектров элементарной частицы по сравнению с расчетом стационарных состояний для частицы в поле других частиц (решение для уравнения Шредингера или Дирака) заключается в том, что мы в данном случае не имеем внешнего поля, т.е. внешнего потенциального ящика, а таким ящиком служит сама частица. Мы должны рассчитать резонансные состояния частицы самой по себе, как резонатора.

Поскольку теперь речь идет о спектре энергий самой частицы, следует предположить, что исходным уравнением должно служить нелинейное уравнение для частицы данного рода, в частности, например, нелинейное уравнение Гейзенберга.

Но как показали исследования группы Гейзенberга и других независимых исследователей, решение нелинейных задач наталкивается на большие математические трудности. Несмотря на ряд успехов, окончательных решений не получено до сих пор.

Поэтому мы попытаемся сначала наметить пути решения задачи о спектре масс частиц, исходя из резонансных условий, описанных выше. Этот путь соответствует тому, который был пройден атомной физикой при решении вопроса об уровнях энергий водорода и водородоподобных атомов.

Глава 10. Резонансная теория масс элементарных частиц.

Цель главы: 1) выработать подход к расчету спектра масс элементарных частиц в рамках ЭДКВ; 2) показать, что этот подход подтверждается экспериментальными данными.

1.0. Введение. Обзор существующих подходов

1.1. Равносильность энергетических и массовых спектров

Как известно ни классическая, ни квантовая теории не смогли еще объяснить природу масс элементарных частиц и вывести численные значения масс.

Основными экспериментальными фактами здесь являются следующие: 1) массы элементарных частиц составляют дискретный спектр значений; 2) по современным представлениям, все элементарные частицы являются возбужденными состояниями небольшого набора частиц, представляющих нижнее значение спектра масс.

Предполагается, что дискретность спектра масс элементарных частиц аналогична дискретному спектру энергий возбуждения атома. Согласно формуле $\varepsilon = mc^2$ каждому стационарному уровню энергии ε соответствует своя масса покоя m (c - скорость света).

1.2. Энергетические (массовые) спектры электрона в атоме водорода, как пример расчета спектра масс

Первый расчет спектра энергий-масс электрона в атоме водорода был основан на известной теории Бора, в которой квантование вводилось отдельным постулатом. Этот подход может быть использован, как мы покажем в своем месте, для расчета спектра масс элементарных частиц. Но он не раскрывает причин квантования.

Причины квантования были указаны де Броилем, показавшем, что элементарные частицы в стационарном состоянии могут быть рассмотрены как стоячие волны, условия образования которых есть условия целочисленности длин волн, имеющие место для волн любой природы.

Рассмотрим несколько подробнее анализ движения электрона в атоме водорода с точки зрения теории де Броиля.

1.2.2. Анализ квантования энергий электрона в атоме водорода по де Броилю

В своей диссертации де Броиль показал (Broglie, de, 1925; Силва и Лошак, 1972), что постулированные Бором орбиты для движения электрона вокруг

ядра атома водорода могут быть получены из условия, что длина орбиты L должна содержать целое число n длин волн электрона $L = \lambda n$ (см. рис 1):

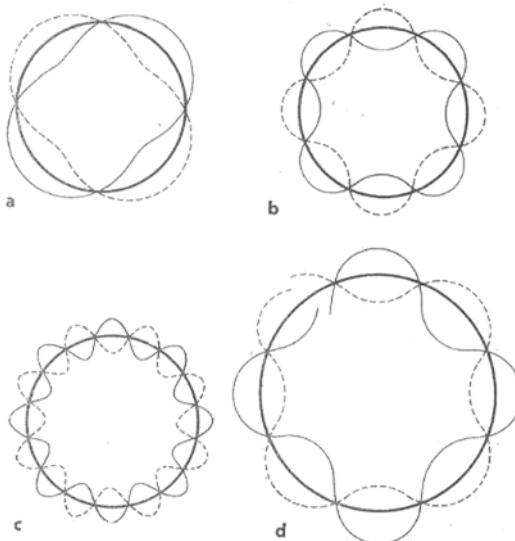


Рис. 1.

где $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{2\pi\hbar}{p}$ - длина волны частицы по де Броилю, h, \hbar - обычная и перечеркнутая постоянные Планка, v - абсолютная величина скорости частицы, $p = mv$ - абсолютное значение импульса частицы. Для а, б и с это условие выполняется, когда $n = 2, 4$ и 8 , соответственно. В случае д это условие не выполняется и движение оказывается неустойчивым, что приводит к самоуничтожению волны в результате интерференции. Математически этому соответствует требование однозначности волновой функции.

Аналогичное условие имеет место и для эллиптических орбит электрона в атоме водорода (см. также (Шпольский, 1951)). Этот случай несколько сложнее, так как длина волны де-Броиля в разных точках эллиптической орбиты различна вследствие того, что скорость электрона не постоянна, и необходимо пользоваться общим условием квантования:

$$\int \frac{ds}{\lambda} = \int_0^T \frac{m\beta^2 c^2}{h\sqrt{1-\beta^2}} dt = n, \quad (1.1)$$

где ds - элемент длины траектории (орбиты), T - период обращения, $\beta = v/c$, dt - элемент времени.

Таким образом, расчет уровней электрона в атоме водорода с волновой точки зрения нужно рассматривать, как расчет резонансных условий

электронной волны де Броиля в потенциальной яме (резонаторе), образованной электромагнитным полем ядра.

Из вышеизложенного следует, что условие стационарности соответствует резонансным условиям, которые адекватны условиям целочисленности стоячих волн.

Такой взгляд на причину появления квантованных уровней энергии электрона позволяет рассчитывать последние и в других подобных случаях.

Например, приближенной моделью 3-мерного короткодействующего потенциала может служить сферическая потенциальная яма некоторого радиуса R (Наумов, 1984).

Оценим энергию основного состояния частицы массы m , находящейся в такой яме: стационарным квантово-механическим состояниям частицы отвечает образование ее стоячих волн де Броиля на соответствующих классических орбитах. В рассматриваемой задаче это означает, что на большом круге сферы радиуса R должно укладываться целое число волн де Броиля:

$$2\pi R = n\lambda = n \frac{2\pi\hbar}{p} = n \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m\varepsilon}}, \quad (1.2)$$

Отсюда для энергии состояния получаем: $\varepsilon_n = \frac{\hbar^2 n^2}{2mR^2}$.

Как мы отмечали выше (см. глава 9), точное решение этой и других подобных задач дает уравнение Гельмгольца для волн де Броиля, (волновое уравнение Шредингера); при этом результат отличается от приближенного только постоянным множителем π^2 .

Характерно, что тогда, как для стоячих электромагнитных волн в резонаторах энергия пропорциональна первой или второй степени квантового числа, в решениях уравнения Шредингера для различных потенциальных ям связь между энергией и квантовым числом может быть и другая. Например, для кулоновской потенциальной ямы атома водорода $\varepsilon_n = -R_y/n^2$, где n - номер стационарной круговой орбиты, R_y - энергия Ридберга.

Очевидно, разнообразие условий квантования энергии связано с различием дисперсионных соотношений. Тогда как для электромагнитных волн в однородной среде дисперсионное соотношение не зависит от координат и времени, в задачах теории поля эти соотношения определяются пространственной зависимостью потенциальной энергии, которая может быть весьма разнообразной (условно говоря, мы имеем ЭМ волны в неоднородной среде с соответствующими дисперсионными соотношениями).

Отметим одну замечательную особенность, которую имеет решение уравнения Шредингера для электрона в потенциальной яме конечной глубины. Решение показывает (Матвеев, 1989; Шифф, 1959), что в этом случае имеется конечное число собственных значений энергии. Можно ли распространить этот вывод на элементарные частицы (в частности, на семейство лептонов), остается под вопросом.

Попытки расчета массо-энергетических спектров на основе представления о резонансном поведении частиц, существуют с давних пор. Но существующие расчеты базируются на допущениях и догадках, которые не могут быть доказаны в рамках квантовой теории поля. Мы кратко упомянем наиболее последовательные из них, дающие достаточно точные предсказания.

1.3. Существующие эмпирические расчеты масс

1.3.1. Квазиклассические подходы к расчету масс

Согласно им основная частица уподобляется потенциальной яме (или, что то же, резонатору определенной конфигурации). Спектр масс частиц возникает при попадании в потенциальную яму дополнительных резонансных фотонов. Характеристики фотонов изменяют характеристики основной частицы (массу, спин).

Одна из первых попыток квазиклассического расчета (для масс мюона и пиона) принадлежит Путилову (Путилов, 1964). Отметим, что этот расчет не учитывает экспериментальных фактов, обнаруженных позже (существование тау-лептона, действие закона сохранения лептонного числа, и т.п.) и должен рассматриваться только как пример соответствующей методики расчета.

Второй, намного более подробный расчет (для большого числа известных в то время частиц) изложен в статье Kenny (Kenny, 1974). Здесь уже имеется довольно подробное теоретическое обоснование метода расчета и получены впечатляющие по объему результаты. Но расчет произведен по аналогии с теорией Бора; в результате, в качестве потенциальной зависимости использовалось, фактически, кулоновское выражение. Рассчитанные численные значения масс без серьезного обоснования соотносятся с массами известных частиц, что ведет к нарушению законов сохранения квантовых чисел и пр.. Может ли это служить основанием для утверждения о том, что дисперсионные отношения, характеризующие элементарные частицы, как волны, не соответствуют кулоновскому потенциалу, сказать трудно.

Группой ученых Ю.Л. Ратис, Ф.А. Гареев и др., см. (Ratis and Gareev, 1992; Гареев, Казача, Ратис, 1996; Гареев, Казача, Барабанов, 1998) для вычисления масс адронных резонансов предложены новые условия квантования для импульсов продуктов распада адронных резонансов, которые можно рассматривать как известные условия квантования Бора-Вильсона-Зоммерфельда. Многочисленные соответствия с экспериментальными

результатами является весьма точными и позволяют считать, что под полу-
эмпирической формулой расчета, предложенной авторами, имеется веское
основание.

1.3.2. Квантовые подходы к расчету масс

Поскольку в КТП размеры частиц не учитываются, в ней не может быть и
речи об использовании резонансного подхода к расчету характеристик частиц.
Но здесь распространены расчеты на основе идеи о составных частицах. Мы
покажем ниже, что этот подход, тем не менее, имеет тесную связь с
резонансными моделями.

Как отмечают в своем обзоре А. Риверо и А. Гспонер (Rivero and Gsponer,
2005), один из первых возможных подходов к оценке масс элементарных
частиц был основан на известной модели Намбу-Барута (Nambu, 1952; Barut,
1979). В частности, для лептонов Барут получил следующую формулу:

$$m(N) = m_e \left(1 + \frac{3}{2\alpha} \sum_{n=0}^{n=N} n^4 \right),$$

которая дает удовлетворительные значения для

обоих тяжелых лептонов (здесь m_e - масса электрона, α - постоянная тонкой
структуры). В этом подходе постулируется, что для вычисления масс тяжелых
лептонов к массе покоя электрона необходимо добавить квантуемую

$$\text{собственную магнитную энергию величиной } (3/2)\alpha^{-1} \sum_{n=0}^{n=N} n^4,$$

где n есть

новое квантовое число, которое для $n = 1$ дает массу мюона, для $n = 2$ -
массу таона: $m_\tau = 1786,08 \text{ MeV}$,

Недавно похожее выражение было получено из других соображений. В
статье (Rodrigues and Vaz, 1998) для массы мюона, как возбужденного
состояния электрона (который наделяется свойствами кварка) получена

$$\text{формула: } m_l = \left(1 + \frac{q_m^n}{e} \right) m_e, \text{ где } q_m^n = \frac{3e}{2\alpha} n.$$

Для мюона при $n = 1$

$$\text{получается: } m_\mu = \left(1 + \frac{3}{2\alpha} \right) m_e = 206,55 m_e.$$

Предполагая, что таон

является возбужденным состоянием мюона, авторы получают:

$$m_l = \left(1 + \frac{3}{2\alpha} \right) m_e + \frac{q_m^n}{e} m_e = \left(1 + \frac{3}{2\alpha} \right) m_e + \frac{3}{2\alpha} n,$$

что при $n = 16$ n

дает для массы таона значение, близкое к экспериментальному
 $m_\tau = 3494 m_e = 1781,9 \text{ MeV}$.

Нельзя не отметить существование другой удачной эмпирической формулы - формулы И. Коиде. Как пишут в своем обзоре авторы (Риверо и Гспонер, 2005) «в конце 1981 г. И. Коиде, работая над некоторой композитной моделью кварков и лептонов, имел счастливый или несчастный случай наткнуться на очень простое соотношение между массами трех заряженных лептонов: $(m_e + m_\mu + m_\tau) = \frac{2}{3}(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2$, которое дает предсказание $1777 \text{ ГэВ}/c^2$ для массы тау-лептона».

Мы покажем, что в рамках ЭДКВ существует последовательный подход, не противоречащий основам квантовой теории поля, позволяющий вполне строго получить формулы, близкие формулам Барута, Путилова, Родригеса – Ваза, а также вывести формулу группы Ю.Л. Ратис, Ф.А. Гареев и др. (В отношении формулы И. Коиде мы пока не можем сказать, имеет ли она какое-либо обоснование).

2.0. Элементарные частицы как резонаторы

Согласно нашей теории (см. глава 9) элементарные частицы формируются как волновые (мета)стабильные образования. Следовательно, их характеристики (в данном случае, энергии-массы частиц) должны рассчитываться, исходя из закономерностей волновой теории.

Мы предполагаем, что

1) все элементарные частицы делятся на две группы: а) абсолютно стабильные частицы – электрон, нейтрино, протон и их античастицы, и б) и все остальные частицы, являющиеся метастабильными.

2) метастабильные элементарные частицы являются составными частицами, возникающими на основе суперпозиции абсолютно стабильной частицы и добавочных частиц.

3) метастабильность таких образований обеспечивается условиями резонанса и соответствующими законами сохранения, причем абсолютно стабильные частицы можно рассматривать как потенциальные ямы

Как мы отметили выше, конкретный результат расчета существенно зависит от выражения потенциальной энергии (дисперсионного соотношения), т.е. конфигурации ямы и ее размеров. Поскольку мы не имеем сведений о распределении поля внутри элементарных частиц, то в разных случаях мы можем опираться только на какие-то более или менее правдоподобные гипотезы. В случае электрона и всех частиц, нижайшим состоянием распадов которых является электрон, можно предположить, что мы имеем дело с тороидальным резонатором.

Что мы можем сказать о свойствах этого резонатора или, более конкретно, о дисперсионном соотношении, описывающем пространство внутри такого резонатора? Если рассматривать электрон как круговой *высокочастотный* ток,

то его заряд за счет скин-эффекта вытесняется на поверхность, а, значит, внутри него поле отсутствует. Если ток электрона постоянный, то распределение можно рассчитать на основе закона Кулона, но какой вклад вносит сюда электромагнитные поля волны, мы не знаем. В случае сложных частиц – мезонов и барионов, положение может быть еще более сложным. Поэтому на данном этапе мы ограничимся рассмотрением самых простейших случаев, не связывая себя конкретными предположениями.

3.0. Постановка задачи расчета массы сложной частицы

В качестве простейшей реакции образования сложной (составной) частицы можно рассматривать переход электрона e^- в атоме на более высокий уровень энергии:

$$e^-(\mathcal{E}_n) + N = \gamma + e^-(\mathcal{E}_b) + N, \quad (3.1)$$

где $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_b$, \mathcal{E}_b – основная энергия электрона, \mathcal{E}_n – энергия любого из уровней электрона, γ – фотон (гамма-квант), а N означает поле ядра, служащее в данном случае резонатором. Отметим, что формально таким же образом описывается и реакция рождения электрон-позитронной пары из фотона:

$$\gamma + N = e^- + e^+ + N, \quad (3.2)$$

Запись (3.1) можно рассматривать как указание на то, что электрон в массо-энергетическом состоянии \mathcal{E}_n «слагается» из электрона в состоянии \mathcal{E}_b и фотона. Этому соответствует постановка задачи описания образования сложной частицы путем решения волнового уравнения для данной потенциальной ямы (будем для краткости называть эту задачу прямой). В частности, для реакции (3.1) таким уравнением является уравнение Шредингера (т.е. уравнение Гельмгольца для волн де Броиля), а для реакции (3.2) – уравнение Дирака. Решение уравнения Шредингера дает спектры, которые разрешены (позволены) потенциальной ямой (резонатором) системы (в данном случае, полем протона). Но это решение никак не учитывает и не описывает конкретную причину образования того или иного уровня.

Другая постановка задачи (обратная задача вычисления массы частицы) возникает в случае, если мы запишем (3.1) в обратном направлении:

$$\gamma + e^-(\mathcal{E}_b) + N = e^-(\mathcal{E}_n) + N, \quad (3.3)$$

Здесь исходные частицы γ -квант и электрон $e^-(\mathcal{E}_b)$ фигурируют как причина возникновения сложной частицы. В этом случае, очевидно, для

вычисления энергии-массы любой сложной частицы $e^-(\varepsilon_n)$ необходимо знать экспериментальные характеристики волн (частиц), которые реально образовали этот уровень энергии.

Нетрудно видеть, что эти задачи соотносятся как необходимое и достаточное условия образования спектров.

Нетрудно понять, что задача первого типа сводится к решению нелинейных волновых уравнений типа нелинейного уравнения Гейзенберга. К сожалению, при решении последнего, несмотря на ряд достижений (в частности, действительно, было показано существование спектров масс частиц), возникли не преодоленные до сих пор трудности. Поэтому мы попытаемся решать эту задачу в линейном приближении, учитывая известные интегральные характеристики исходной частицы (в данном случае электрона).

Краткому анализу кинематических и волновых свойств частиц будет посвящен следующий параграф (в дальнейшем речь будет идти о релятивистских величинах, если не будет отмечено другое). Для простоты будем иметь в виду вышеприведенные реакции с участием электрона (3.1) и (3.2). В этих реакциях электрон проявляет себя одновременно как частица и волна. Рассмотрим отдельно обе стороны поведения электрона

4.0. Кинематико-волновые характеристики частиц

Указанные реакции в общем виде можно представить следующим образом:



где через X_0 мы обозначили составную частицу; индексы 1 и 2 относятся к частицам, суперпозиция которых создает составную частицу. Для каждой из частиц справедлив закон сохранения энергии-импульса:

$$\varepsilon_0^2 = c^2 p_0^2 + m_0^2 c^4, \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_1^2 = c^2 p_1^2 + m_1^2 c^4, \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_2^2 = c^2 p_2^2 + m_2^2 c^4, \quad (4.4)$$

где энергии и импульсы определяются релятивистскими соотношениями: $\varepsilon = mc^2 \delta$, $\vec{p} = m\vec{v}\delta$, где $\delta = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = \vec{v}/c$, \vec{v} - вектор скорости частицы. Кроме того, в релятивистской механике следующим выражением вводится кинетическая энергия частицы:

$$\varepsilon_k = mc^2(\delta - 1) = \delta mc^2 - mc^2, \quad (4.5)$$

Поскольку $v < c$, выражения, содержащие δ , можно разложить в ряд Маклорена (ограничиваясь здесь 4-мя первыми членами):

$$\delta = 1 + \left\{ \frac{1}{2} \beta^2 + \frac{3}{8} \beta^4 + \frac{5}{16} \beta^6 + \frac{35}{128} \beta^8 + \dots \right\}, \quad (4.6)$$

$$\beta\delta = 0 + \beta + 0 + \frac{1}{2} \beta^3 + \dots, \quad (4.7)$$

и получить для энергий и импульса следующие выражения:

$$\varepsilon = mc^2 + mc^2 \left\{ \frac{1}{2} \beta^2 + \frac{3}{8} \beta^4 + \frac{5}{16} \beta^6 + \frac{35}{128} \beta^8 + \dots \right\}, \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \varepsilon - mc^2 = mc^2 \left\{ \frac{1}{2} \beta^2 + \frac{3}{8} \beta^4 + \frac{5}{16} \beta^6 + \frac{35}{128} \beta^8 + \dots \right\} = \\ &= \frac{1}{2} m v^2 + \frac{3}{8} m \left(\frac{v^4}{c^2} \right) + \frac{5}{16} m \left(\frac{v^6}{c^4} \right) + \frac{35}{128} m \left(\frac{v^8}{c^6} \right) + \dots \end{aligned}, \quad (4.9)$$

$$p = m v + \frac{1}{2} m \frac{v^3}{c^2} + \dots, \quad (4.10)$$

При достаточно малых скоростях движения, когда $\beta < 1$, из (4.8-4.10) мы получаем в первом приближении:

$$\varepsilon \approx mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \varepsilon_{cl}; \quad p \approx m v = p_{cl}; \quad \varepsilon_k \approx \frac{1}{2} m v^2 = \varepsilon_{kcl}; \quad (4.11)$$

где индексом «*cl*» обозначены величины классической механики.

Согласно законам сохранения энергии и импульса мы имеем:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (4.12)$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \quad (4.13)$$

Не сужая рамок задачи, мы можем рассматривать случай, когда частица X_0 неподвижна, что означает $\vec{p}_0 = 0$. Тогда из (4.2) мы получаем $\varepsilon_0 = m_0 c^2$, а из (4.12): $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$. Вводя обозначение $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = p_r$, из (4.14) получим известное кинематическое выражение:

$$m_0 c^2 = \sqrt{m_1^2 c^4 + c^2 p_r^2} + \sqrt{m_2^2 c^4 + c^2 p_r^2}, \quad (4.14)$$

Рассматривая частицы 1 и 2 как составные части частицы 0, мы можем, следуя примеру Бора, просто постулировать квантование импульса и попытаться сопоставить решение с экспериментальными данными (примерно так были получены формулы группы Ю.Л. Ратис, Ф.А. Гареев и др.) Но такой

подход не дает объяснения и обоснования причины квантования. Для выяснения последней воспользуемся подходом де Бройля.

5.0. Анализ связи волновых характеристик с кинематическими

Согласно де Бройлю энергия частицы связана с частотой волны де Бройля, а импульс частицы с длиной волны формулами: $\nu = \epsilon/h$ (или $\omega = \epsilon/\hbar$) и $\lambda = h/p$. Волна де Бройля возникает как чисто релятивистский эффект, связанный с относительным движением электрона по отношению к другим телам (в частности, протону). Как показывает анализ де Бройля, ее появление можно связать с релятивистским эффектом Доплера, но глубинные причины этого явления остаются для нас неизвестными.

В общем случае для электрона с энергией ϵ и скоростью v частота и длина волны будут определяться выражениями:

$$\nu = \frac{\epsilon}{h} = \frac{mc^2}{h} + \frac{\epsilon_k}{h} = \nu_0 + \nu(v), \quad (5.1)$$

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (5.2)$$

где $\nu_0 = mc^2/h$ - постоянная частота, соответствующая неподвижному электрону, $\nu(v)$ - частота, связанная с движением электрона, а величины ϵ , ϵ_k и p определяются рядами (4.8)-(4.10)

В нерелятивистском приближении из (5.1) и (5.2) получаем:

$$\nu = \frac{\epsilon}{h} \approx \frac{mc^2}{h} + \frac{1}{2}mv^2/h, \quad (5.3)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{h}{mv}, \quad (5.4)$$

Проанализируем полученные выражения.

Во-первых, отметим интересную особенность волны де Бройля: в общем случае, она как бы состоит из суммы бесконечного ряда волн, частоты которых складываются арифметически. При этом существует некоторая «основная» волна очень высокой частоты ν_0 , которая не зависит от движения частицы, а также ряд волн, частоты которых зависят от скорости движения частицы и соответствуют отдельным членам разложения $\nu(v)$. Величины частот этих волн намного меньше частоты основной волны, так что эти волны как бы модулируют основную волну. Какую роль в природе играют эти волны по

отдельности, мы не знаем, но их сумма определяет все волновые эффекты движения частиц: движение электрона в атоме, дифракцию электрона на щели, и пр..

Во-вторых, из вышеизложенного следует очень важное следствие: частота «основной» волны V_0 частицы определяет комптоновскую длину волны «голой» (т.е. без учета поляризации физического вакуума) покоящейся частицы, а значит, в соответствии с нашей теорией, определяет ее электромагнитный радиус. Действительно, согласно нашей теории радиус голого электрона равен:

$$r_e = \frac{\hbar}{m_e c} \equiv \lambda_e = \frac{1}{c V_0}, \quad (5.5)$$

где λ_e есть комптоновская (перечеркнутая) длина волны электрона.

В-третьих, при нулевой скорости движения частицы длина волны де Броиля равна бесконечности, что для классического осциллятора соответствует нулевой частоте колебаний. Но для частоты волны де Броиля в этом случае мы получаем не нулевую, а очень большую частоту осциллятора V_0 порядка 10^{15} Гц.

Нетрудно видеть, что в случае атома водорода образование новых уровней электрона происходит не за счет того, что сам электрон, как резонатор, поглощает фотон. Размер электрона соответствует длинам волн фотонов, энергии которых намного больше энергий переходов электрона между уровнями атома. Соответственно этому, длины волн фотонов, энергии которых соответствуют переходам в атоме водорода, намного меньше. Но, зато, как мы знаем, эти длины соизмеримы с длинами волн де Броиля для электрона в атоме водорода. Таким образом, для атома (водорода и др. атомов) следует говорить не об электроне, как резонаторе, а о резонаторе, образованном потенциальной ямой ядра.

Можно сказать, что в этом случае природа придумала хитроумный механизм, при котором большой и постоянной частоте собственной волны покоящегося электрона соответствует частота дополнительной волны, изменяющаяся от нуля до бесконечности в зависимости от скорости движения электрона как частицы. При этом длина волны этой дополнительной волны может быть соизмерима в зависимости от скорости частицы не только с размером атома, но и с размером щели дифракционной решетки – величиной явно макроскопической.

Попытаемся теперь показать, что спектр масс элементарных частиц можно объяснить аналогично спектру масс электрона в атоме водорода, с учетом того, что в этом случае сама частица служит резонатором для дополнительных частиц, захваченных ее полем.

6.0. К расчету спектров масс элементарных частиц

6.1. Прямая задача

Примерами простейших реакций рождения и распада элементарных частиц служат (см. (Review of Particle Properties, 1994)):

- 1) реакция рождения пар $\gamma + N = e^- + e^+ + N$;
- 2) распад мюона $\mu^\pm = e^\pm + \nu + \bar{\nu}(99\%)$, $= e^\pm + \nu + \bar{\nu} + \gamma(1\%)$,

и таона $\tau^\pm = \mu^\pm + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu(17,37\%)$, $\mu^\pm + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu + \gamma(3,6\%)$,

где

$$m_e = 0,51 MeV, \quad m_\mu = 105,6 MeV, \quad m_\tau = 1777 MeV, \\ m_{\nu_e} < 3 eV, \quad m_{\nu_\mu} < 0,19 MeV, \quad m_\nu \approx 1 eV \quad , \quad (6.1)$$

Мы можем рассматривать эти реакции, как суперпозицию закрученных фотонов и полуфотонов. В таком случае мюон или таон можно представлять себе состоящим из «электронной» линейно-поляризованной полуволны и двух «нейтриноных» циркулярно поляризованных полуволн с противоположным направлением вращения.

Аналогично можно рассмотреть и другие реакции, без нарушения соответствующих законов сохранения, например:

$$3) \text{распады пионов } \pi^\pm = \mu^\pm + \nu_\mu(99,98\%),$$

$$\pi^0 = 2\gamma(98,79\%); \quad = e^+ + e^- + \gamma(1,19\%),$$

$$\text{где } m_{\pi^0} = 134,97 MeV; \quad m_{\pi^\pm} = 139,57 MeV$$

Будем рассматривать частицу X_0 (см. (4.1)) как заданный резонатор, а частицы X_1 , X_2 как неизвестные волны, удовлетворяющие резонансным условиям этого резонатора.

Поскольку единственная частица, о размерах которой мы можем говорить с некоторой долей уверенности, есть электрон, то мы будем иметь в виду первые три из перечисленных реакций, в которых электрон является нижайшим состоянием спектра масс. (Здесь, вместо фигурирующего в подходе Путилова одного фотона со спином 1, имеем нейтрино и антинейтрино со спинами половина, направленными в противоположные стороны; поэтому для упрощения расчета масс два нейтрино будем рассматривать как один фотон).

Согласно нашей теории уравнением электрона является уравнение свернутого полуфотона или (в квантовой форме) уравнение Дирака. Свободному уравнению Дирака удовлетворяет любая масса, а не только масса электрона. Опираясь на это, рассмотрим уравнение электрона Дирака с внешним полем:

$$[\hat{\alpha}_o(\hat{\epsilon} - \epsilon_{ph}) + c\hat{\alpha}(\hat{p} - \vec{p}_{ph}) + \hat{\beta}mc^2] \psi = 0, \quad (6.2)$$

Сгруппируем здесь массо-энергетическую часть в квадратных скобках:

$$(\hat{\alpha}_o\hat{\epsilon} + c\hat{\alpha}\hat{p}) - (\hat{\alpha}_o\epsilon_{ph} + c\hat{\alpha}\vec{p}_{ph}) + \hat{\beta}mc^2 \psi = 0, \quad (6.3)$$

В этом случае решение дает ψ - функцию (т.е. электромагнитное поле электрона как полуфотона), которая принимает дискретный ряд значений, таких, что величине ψ^2 должен соответствовать дискретный ряд энергий-масс электрона:

$$m(n) = [(\hat{\alpha}_o\epsilon_{ph} + c\hat{\alpha}\vec{p}_{ph}) - \hat{\beta}mc^2] = \hat{\beta}(m_e + m_{ad})c^2, \quad (6.4)$$

где $m_{ad} = m_{ad}(n)$ есть добавочная масса, принимающая дискретный ряд значений в зависимости от $n = 1, 2, 3, \dots$. Очевидно, эта добавочная энергия-масса соответствует энергии частиц («линейных» и свернутых фотонов и полуфотонов), инициирующих переход электрона с уровня энергии $m_e c^2$ на уровень энергии $(m_e + m_{ad})c^2$.

Попытаемся преобразовать массовый член уравнения Дирака так, чтобы в него входили размеры частиц или, другими словами, длины волн этих частиц, когда они находятся в покое. Подставляя (6.4) в (6.2) и учитывая, что $\hat{\epsilon} = i\hbar\partial/\partial t$, $\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$, получим

$$\left[\left(\hat{\alpha}_o \frac{\partial}{\partial t} - c\hat{\alpha}\vec{\nabla} \right) + i\hat{\beta}c \frac{(m_e + m_{ad})c}{\hbar} \right] \psi = 0, \quad (6.5)$$

Массовый член в (6.5) (без коэффициента $i\hat{\beta}c$) можно представить следующим образом:

$$\frac{(m_e + m_{ad})c}{\hbar} = \frac{m_e c}{\hbar} + \frac{m_{ad} c}{\hbar} = \frac{1}{\lambda_e} + \frac{1}{\lambda_{ad}}, \quad (6.6)$$

где λ_e , λ_{ad} - длины волн Комптона электрона (перечеркнутые) и добавочной массы соответственно (где по определению $\lambda_c = \hbar/mc = \lambda_c/2\pi$, причем величина $\lambda_c = \hbar/mc$ также называется длиной волны Комптона). Поскольку добавочные волны должны укладываться в основной волне целое число раз (т.е. должны быть с ней соизмеримы), они должны удовлетворять условию квантования:

$$\lambda_{ad} = \kappa \frac{\lambda_e}{n} \text{ или } \hat{\lambda}_{ad} = \kappa \frac{\hat{\lambda}_e}{n}, \quad (6.7)$$

где κ - число, характеризующее условие возникновения резонанса (продольный, поперечный и т.п.); $n = 1, 2, 3, \dots$ - целое число (квантовое число). В случае распространения волны по длине окружности (как в случае (1.2)) мы имеем $\kappa = 2\pi$. В случае распространения вдоль радиуса шара $\kappa = 4$, вдоль радиуса цилиндра $\kappa = 2$. Можно предположить, что в общем случае различных конфигураций частиц и полей постоянная κ может принимать и другие значения.

Таким образом, для массового члена в уравнении Дирака (т.е. для массы сложной элементарной частицы) мы получаем:

$$\frac{c}{\hbar} m_{ep} = \frac{(m_e + m_{ad})c}{\hbar} = \frac{1}{\hat{\lambda}_e} + \frac{1}{\hat{\lambda}_{ad}} = \frac{1}{\hat{\lambda}_e} \left(1 + \frac{\hat{\lambda}_e}{\hat{\lambda}_{ad}} \right), \quad (6.8)$$

Так как величина $\alpha = e^2/\hbar c = r_0/\hat{\lambda}_e \approx 1/137$ представляет собой электромагнитную постоянную, то $\hat{\lambda}_e = r_0/\alpha$ (где $r_0 = e^2/m_e c^2$ - классический радиус электрона). Учитывая это, из (6.8) получим:

$$\frac{c}{\hbar} m_{ep} = \frac{1}{\hat{\lambda}_e} \left(1 + \frac{\hat{\lambda}_e}{\hat{\lambda}_{ad}} \right) = \frac{\alpha}{r_0} \left(1 + \frac{r_0}{\alpha \hat{\lambda}_{ad}} \right), \quad (6.9)$$

Как мы показали, голый размер электрона соответствует длине волны Комптона и при поляризации в физическом вакууме (см. главы 5 и 9) уменьшается в $1/\alpha \approx 137$ раз. Таким образом, вместо (6.7), мы должны с учетом поляризации вакуума записать:

$$\lambda_{ad} = \kappa \frac{r_0}{n} \text{ или } \hat{\lambda}_{ad} = \kappa \frac{r_0}{2\pi n}, \quad (6.10)$$

Отсюда $\frac{r_0}{\hat{\lambda}_{ad}} = \frac{2\pi}{\kappa} n$, что при подстановке в формулу (6.9), дает для массы сложной частицы следующую расчетную формулу:

$$m_{ep} = \left(1 + \frac{2\pi}{\kappa \alpha} n \right) m_e \approx \left(1 + \frac{2\pi}{\kappa} 137 \cdot n \right) m_e, \quad (6.11)$$

Подставляя возможные численные значения, получим:

1) для $n = 0$ получаем тривиальный случай массы электрона $m_{ep} = m_e$

2) для $\kappa = 4$, $n = 1$ получаем $m_{ep} = 110,2$ МэВ (что с точностью 4,3% соответствует $m_\mu = 105,6$ МэВ)

3) для $\kappa = 4$, $n = 16$ получаем $m_{ep} = 1755$ МэВ (что с точностью 1,2% соответствует $m_\tau = 1777$ МэВ)

4) для $\kappa = \pi$, $n = 1$ получаем $m_{ep} = 140,25 MeV$ (что с точностью 0,5% соответствует $m_{\pi^\pm} = 139,57$ МэВ).

Отметим, что результаты 3) и 4) близки результатам, полученным Путиловым (Путилов, 1964)..

Несмотря на удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений масс известных частиц, не следовало бы делать поспешных выводов, учитывая возможность случайных совпадений. Но последовательность теоретического вывода формулы масс делает случайное совпадение маловероятным. Это подтверждают также расчеты масс частиц согласно обратной задаче.

6.2. Обратная задача.

Здесь будем рассматривать частицу X_0 реакции (4.1) как неизвестный резонатор, а частицы X_1 , X_2 как заданные волны, в результате слияния которых появляется этот резонатор.

В каждом резонаторе имеется, по крайней мере, три размера L_j ($j = 1, 2, 3$), которые определяют длины резонансных волн. (Отметим, что в случае элементарных частиц состоящих из нескольких петель, число независимых размеров может быть больше, но это не влияет на общий ход рассуждения). В соответствие с требованиями возникновения стоячих волн в резонаторе, мы можем записать, по крайней мере, три резонансных условия:

$$L_j / \lambda_i = \kappa n_{ij}, \quad (6.12),$$

где i - номер частицы, определяющий количество частиц, участвующих в синтезе (в нашем примере $i = 1, 2$), $n_{ij} = 1, 2, 3, \dots$ - целое число, κ_j - постоянный безразмерный коэффициент, определяющий условия резонирования (резонанс поперечный, продольный, в пол-волны, в целую волну и т.д.). Поскольку согласно де Бройлю $\lambda_i = h/p_i$, то (6.12) можно переписать в виде:

$$p_{ij} \cdot L_j = \kappa_j h n_{ij}, \quad (6.13)$$

Отсюда при $n_{ij} = 1$ получаем следующее условие для нижайших состояний частицы X_0 :

$$p_{ij0} = \kappa_j \cdot \frac{h}{L_j} = \text{const} , \quad (6.14)$$

Тогда для любого другого «возбуждённого» состояния частицы X_0 мы имеем:

$$p_{ij} = \kappa_j \frac{h}{L_j} n_{ij} = p_{ij0} \cdot n_{ij} , \quad (6.15)$$

В случае 2-х сливающихся частиц ($i = 2$) мы имеем для нижайших импульсов и квантовых чисел значения, зависящие только от индекса j , а именно: $p_{1j} = p_{2j} = p_{j0}$ и n_j . Таким образом, зная только одно число для данного резонанса p_{j0} , мы можем рассчитать по (4.16) спектры значений масс для разных j .

В работах группы Ратис, Гареев et all (Ratis and Gareev, 1992; Гареев, Казача et al, 1998; и др.) подобраны значения p_{j0} для большой группы адронных резонансов, которые дают весьма обнадеживающее подтверждение нашим расчетам.

В случае, если количество частиц X_i больше 2-х (т.е. $i > 2$), расчеты отсутствуют. Для вычисления спектров, в этом случае, необходимо иметь дополнительные соотношения между p_{ij} для разных i . Возможно, соотношения, полученные в параграфе 4, могут быть полезными в этом случае.

В качестве образца, из нескольких десятков результатов, представленных в статье (Гареев, Казача, и др., 1998), нами приведены значения только нескольких резонансов (см. ниже приложение). (Отметим, что в работе (Гареев, Барабанов, и др., 1997) содержится анализ несколько сотен резонансов, удовлетворяющих вышеизданным условиям).

Приложение (данные взяты из (Гареев, Казача, и др., 1998)) :

Таблица 1. Инвариантные массы резонансов, распадающихся по бинарным каналам с импульсами, кратными 29,7918 MeV/c: $P_n = n \times 29,7918 \text{ MeV/c}$

| Резонансы | Каналы распада | P_{exp} | n | P_{exp}/n | M_{exp} | M_{th} | ΔM |
|----------------|-------------------|-----------|----|-------------|-----------|----------|------------|
| π^\pm | $\mu^\pm \nu_\mu$ | 29,79 | 1 | 29,79 | 139,56 | 139,56 | -- |
| $\rho(770)$ | $\pi^\pm \pi^\mp$ | 358 | 12 | 29,83 | 768,5 | 767,56 | 0,94 |
| $f_2(1810)$ | $\pi^\pm \pi^\mp$ | 896,70 | 30 | 29,89 | 1815 | 1809,17 | 2,17 |
| $\rho_5(2350)$ | $p\bar{p}$ | 714,75 | 24 | 29,87 | 2359 | 2359,31 | 0,31 |
| X(2850) | $p\bar{K}^0$ | 171,08 | 6 | 28,51 | 2850 | 2850,0 | 0,0 |

Таблица 2. Инвариантные массы резонансов, распадающихся по бинарным каналам с импульсами, кратными 26,1299 MeV/c: $P_n = n \times 26,1299 \text{ MeV/c}$

| Резонансы | Каналы распада | P_{exp} | n | P_{exp}/n | M_{exp} | M_{th} | |
|---------------|----------------------|-----------|-----|-------------|-----------|----------|------|
| π^0 | $\mu^\pm e^\mp$ | 26,12 | 1 | 26,12 | 134,97 | 134,97 | -- |
| D^0 | $\bar{K}^0 f_0(980)$ | 549 | 21 | 26,14 | 1864,5 | 1863,97 | 0,53 |
| D^\pm | $\bar{K}^0 \pi^\pm$ | 862 | 33 | 26,12 | 1869,3 | 1869,11 | 0,19 |
| Λ_c^+ | $\Xi(1530)^0 K^+$ | 471 | 18 | 26,17 | 2284,9 | 2284,25 | 0,65 |
| B^0 | $e^+ e^-$ | 2639 | 101 | 26,13 | 5279,2 | 5278,24 | 0,96 |

Глава 11. Обсуждение результатов и следствий ЭДКВ

Постановка задачи, принятая в нашей книге, существует давно. В XIX веке в период первых экспериментальных результатов, обнаруживших существование элементарных частиц, появилась идея микрочастиц, сформированных из электромагнитного поля. Наибольшего развития эти идеи достигли в работах В. Томсона (lorda Кельвина), Дж. Дж. Томсона, Лармора и Г. Лорентца. Как теперь становится понятно, эти попытки не могли привести к окончательным результатам, поскольку были основаны на линейной теории поля и не учитывали квантования электромагнитного поля (только в последних работах Дж. Дж. Томсона была довольно успешная попытка включить квантованность в классическую схему, оно она не получила дальнейшего развития (Томсон, 2004)).

Существовали также попытки придать этим идеям законченный математический вид в рамках нелинейной теории поля. Еще в 1912 году Г. Ми предложил использовать нелинейные уравнения электромагнитной теории для описания, как частиц (электрона), так и поля.

Но все эти идеи и теории вскоре потеряли актуальность вследствие развития новых представлений и нового подхода к изучению природы - квантовой теории, с которой они, какказалось, не имели точек соприкосновения.

Как показано в нашем исследовании, многие догадки и результаты, полученные в ранних работах по этой теме, имеют серьезное основание в ЭДКВ. В этом смысле все указанные теории могут рассматриваться как предтечи предлагаемой нами теории, хотя последняя была развита совершенно независимо от них и на другом базисе.

Многие вопросы изложенной выше теории ЭМ элементарных частиц требуют более углубленного исследования. Но полученные результаты позволяют подвести первые итоги. Здесь мы кратко перечислим их и отметим трудности, которые еще предстоит преодолеть.

1.0. О размере электрона

В предлагаемой теории все частицы имеют размеры, если под ними понимать радиусы сворачивания петель. Мы показали, что это не противоречит уравнениям Дирака и Янга-Миллса. В последних, радиус сворачивания петель и масса являются взаимозаменяемыми константами частицы, что не меняет характера решения этих уравнений, но существенно меняет их интерпретацию.

Несмотря на отсутствие противоречия с математикой существующей квантовой теории поля, можно предполагать, что введение в теорию поля «размера» частиц вызовет недоверие к теории, ибо предположение о

неточечности электрона как-будто противоречит теоретическим представлениям квантовой теории, а более того, как-будто противоречит экспериментальным данным. Проанализируем этот вопрос подробнее.

Большинство физиков-теоретиков старшего поколения, не только классической эпохи, но также и основатели квантовой теории поля – П. Дирак, И. Томонага, Р. Фейнман и др. (см. например, (Dirac, 1978; Feynman, 1965)), считали, что представление элементарных частиц точечными есть уступка ограниченности нашего знания. Кратко с ситуацией позволяет ознакомиться выдержка из статьи С. Томонага (Томонага, 1949) «*Теория обрезания и размеры частиц*: ...*Уже в старой электронной теории (Лоренца) предположение о конечных размерах электрона устранило расходимости. Можно ли подобными соображениями воспользоваться в осовремененной теории элементарных частиц?* Дело в том, что в этой теории размеры элементарных частиц не фигурируют.... Если бы каким-то образом удалось ввести в теорию конечные размеры электрона, то ... такая теория (была бы) очень привлекательна, так как, по-видимому, отвечает действительности.... Однако придать электрону конечные размеры в рамках современной теории исключительно трудно. Известно, что конечность размеров элементарных частиц тесно связана с формулой теории в виде теории квантовых полей. И пока мы не откажемся от этой формулы, нам не удастся ввести в теорию представление о размерах элементарных частиц».

Покажем, что появление размера электрона в ЭДКВ не противоречит современным теории и эксперименту. Сначала убедимся, что нет противоречия с теорией.

Первый теоретический аргумент в пользу того, что электрон точечный связан с описанием электрона в КЭД. Что означает точечность частицы в КЭД? Как известно, в уравнении электрона Дирака отсутствует такой параметр, как размер электрона (точнее сказать: считается, что он отсутствует). Отсутствие размера электрона описывается в популярной научной литературе словами: «у электрона нет размеров», или «электрон имеет нулевой размер», или «электрон есть точечное образование». Действительно, точечность или нулевой размер означают отсутствие объекта (ноль вводится в математику именно как отсутствие предмета счета). Таким образом, строго говоря, все три высказывания свидетельствуют только о том, что такой параметр, как размер электрона, в данной теории просто не существует. Они ни в коем случае не свидетельствуют о том, что у реального электрона отсутствует такой параметр, как размер. Достаточно сказать, что если бы электрон был точкой, то у него ни в коем случае не могло быть магнитного момента, определяемого, как известно, радиусом движения тока электрона.

Но, если предположить, что электрон имеет размер, то как, в таком случае, теория столь точно описывает реальный неточечный объект?

Как известно, из-за «точечности» (т.е. отсутствия размера) электрона в КЭД (как и в классической электродинамике) возникают бесконечности массы и заряда электрона. Именно, для того чтобы избавиться от них была введена (подобрана) искусственная операция перенормировки (грубо говоря, операция замены бесконечных величин конечными, или, по другому, операция обрезания соответствующих расходящихся интегралов). Поскольку эксперимент прекрасно подтверждает расчеты, сделанные с помощью операции перенормировки, мы в рамках КЭД можем вообще не упоминать о размерах электрона, и это не влияет на результаты вычислений. Но это никак не доказывает отсутствия размера: мы просто совершили (как говорил Фейнман) фокус, чтобы получить правильный результат.

Эта ситуация тождественна той, которую мы имеем в классической механике при расчете движения планет – объектов явно неточечных. С достаточной точностью все движения планет описываются теорией, в которой все массы планет и Солнца сосредоточены в одной точке – в центре шаров моделирующих звезды и планеты. Доказывает ли это, что Солнце – точка?

Второй теоретический аргумент точечности электрона связан якобы с СТО. В чем он заключается? Приведем его описание по учебнику (Ландау и Лифшиц, 1962; Параграф 15): «*Элементарные частицы в теории относительности. ...Легко видеть, что теория относительности делает вообще невозможным существование абсолютно твердых тел... Из сказанного вытекают определенные выводы, относящиеся к рассмотрению "элементарных" частиц, т.е. частиц, о которых мы считаем, что их механическое состояние полностью описывается заданием трех координат и трех компонент скорости движения как целого. Очевидно, что если бы элементарная частица обладала конечными размерами, т.е. была бы протяженной, то она не могла бы деформироваться, так как понятие деформации связано с возможностью независимого движения отдельных частей тела. Но, как мы только что видели, теория относительности показывает невозможность существования абсолютно твердых тел.*

Таким образом, мы приходим к результату, что в классической (неквантовой) релятивистской механике частицам, которые мы рассматриваем как элементарные, нельзя приписывать конечных размеров. Другими словами, в пределах классической теории элементарные частицы должны рассматриваться как точечные... Хотя квантовая механика существенно меняет ситуацию, однако и здесь теория относительности делает крайне трудным введение точечного взаимодействия».

Проанализируем «доказательство» точечности, предлагаемое этими авторами. Несомненно, справедливо, что «*теория относительности делает вообще невозможным существование абсолютно твердых тел*». Но какое отношение имеют элементарные частицы к абсолютно твердому телу?

Почему они должны быть абсолютно твердыми телами (понятие, которое в классической механике является просто некоторой условной абстракцией)?

Ландау вводит (т.е. постулирует) понятие элементарности следующим образом: он называет элементарными такие частицы, «о которых мы считаем, что их механическое состояние полностью описывается заданием трех координат и трех компонент скорости движения как целого». (Отметим, что это понятие элементарности не совпадает с понятием элементарности многих других авторов: в частности, под элементарными понимаются частицы, которые, по крайней мере, на данном этапе развития физики не могут быть разложены на другие частицы). Далее, пользуясь собственным определением, Ландау совершенно справедливо доказывает, что такая частица должна быть абсолютно твердым телом (правильнее было бы сказать – «твёрдой» точкой), а поскольку это противоречит СТО, значит, этого не может быть, и значит, частица не имеет размеров. Таким образом, он сначала постулирует некоторое понятие элементарности, тождественное твердости, а затем доказывает, что такая элементарность требует, чтобы частица была точечной. Проще, по-видимому, было постулировать сразу, что элементарная частица точечна и не увязывать этот вопрос с авторитетом СТО. Если «механическое состояние полностью описывается заданием трех координат и трех компонент скорости движения как целого», то мы, тем самым, изначально постулируем точечность частицы.

Вот, что говорят об этом «доказательстве» точечности элементарных частиц по Ландау известные физики (Ахиезер и Рекало, 1979) *стр. 132*: «Здесь следует отметить, что еще сравнительно недавно считалось, что элементарная частица не может иметь размеров и должна обязательно быть точечной. Такой взгляд был связан с тем, что неточечная частица рассматривалась как твердый недеформируемый шарик. Например, в известном учебнике Ландау и Либшица ... написано: (см. вышеупомянутую цитату). Но в действительности существование размеров частицы не эквивалентно ее недеформируемости».

Таким образом, СТО никакого отношения не имеет к точечности элементарных частиц и никак ее не требует, если не создавать искусственную подмену понятий.

Существует также **третий теоретический аргумент** точечности частиц, который связан с дальнейшим развитием теории поля и, фактически, представляет собой смесь первых двух.

После обнаружения взаимопревращения элементарных частиц для описания их взаимодействия был разработан так называемый «метод вторичного квантования» (название, которое, как неоднократно отмечалось, не отражает существа этого метода и вносит только путаницу). Основой этого метода является разложение всех полей в экспоненциальные ряды Фурье и

объявление самих экспонент заготовками реальных частиц (называемых виртуальными частицами). На основе уравнений Максвелла (для бозонов) и Дирака (для фермионов) вводятся операции рождения и уничтожения экспонент, как рождение и уничтожение реальных частиц (бозонов и фермионов). Расчеты, построенные с помощью теории вторичного квантования (включающей немалое число дополнительных гипотез и элементов, типа перенормировки, матрицы рассеяния, диаграмм Фейнмана и т.п.), прекрасно подтверждаются экспериментом. Поскольку в рамках теории вторичного квантования частицы также не имеют размеров, т.е. точечны, т.е. описываются тремя координатами и т.д., то это служит аргументом для утверждения, что теория вторичного квантования доказывает точечность элементарных частиц. Мы уже достаточно говорили выше о такого рода доказательствах и не будем повторяться.

Теперь рассмотрим, **что же подтверждает эксперимент**. Что понимают физики, когда говорят, что из эксперимента следует, что электрон точечный? Вот краткий, но полный ответ на этот вопрос (Наумов, 1984):

«Когда говорят, что электрон точечный, то фактически имеют в виду, что квантовая электродинамика справедлива на сколь угодно малых расстояниях. Экспериментально она проверена вплоть до расстояния $2 \times 10^{-18} \text{ м}$. В такой ситуации естественно считать электрон истинно элементарной частицей, не состоящей ни из каких субчастиц.»

На первый взгляд, поскольку в КЭД электрон рассматривается как точечная частица, то из «КЭД справедлива на каком угодно расстоянии» действительно следует вывод о том, что «электрон точечный». Но, нетрудно видеть, что при таком выводе мы допустили существенную некорректность.

На самом деле корректный вывод должен звучать следующим образом: 1) «КЭД, как теория поля, из-за точечности электрона, дает бесконечности и не подтверждается экспериментом»; 2) «введение в КЭД процедуры перенормировки, искусственно обрезающей бесконечности, дает конкретные числовые результаты, подтверждаемые экспериментом». В силу пункта 2 эксперимент действительно подтверждает математический расчет, но мы уже не имеем права утверждать, что в КЭД электрон является точечным; это утверждение справедливо только для случая 1. Исторически, обрезание было введено именно для того, чтобы ликвидировать последствия признания электрона точечным. Другими словами, отсюда следует, что процедура перенормировки есть прием *искусственного введения* размера электрона.

Но подтверждаются ли результаты собственно ЭДКВ экспериментальными результатами?

Очевидно, да. В границах ЭДКВ электрон представляет собой электромагнитное поле и ничего более. В рамках ЭДКВ эксперименты заключаются в «пропускании» электромагнитным полем

электромагнитного же поля частиц. Разумеется, ничего кроме электромагнитного поля в таком случае обнаружить невозможно, на каком бы расстоянии от центра частицы мы не пытались это сделать. Другими словами, у электрона невозможно обнаружить никакой «сердцевины» (керна). Таким образом, в отношении ЭДКВ полностью справедливы вышеупомянутые утверждения, полученные в рамках КЭД: «ЭДКВ справедлива на каком угодно расстоянии», а также: «в рамках ЭДКВ естественно считать электрон частицей, не состоящей из каких бы то ни было субчастиц». Другими словами, эксперимент никак не противоречит электромагнитному происхождению электрона, а скорее подтверждает его.

К сожалению, среди молодых физиков-теоретиков сейчас существует почти религиозное убеждение в том, что все элементарные частицы именно по своей природе являются точечными. Более того, утверждение о точечности переносится даже на фотон, хотя, безусловно, показано, что размеры фотона в рамках КЭД неопределены (точнее определены не точнее области, характеризуемой длиной волны фотона (Ахиезер и Берестецкий, 1969; стр.36-37).

Проблема размера частиц подводит к весьма интересному результату ЭДКВ, который решает многочисленные споры и сомнения, длиющиеся уже не один десяток лет – есть ли в квантовой механике «скрытые параметры», можно ли их ввести, не разрушая квантовую механику, позволяет ли квантовая механика ввести скрытые параметры и т.д. И здесь оказывается частично прав фон Нейман, доказавший, что в данную схему КМ нельзя ввести скрытых параметров, но также правы де Бройль, Бом и др., которые показали, что доказательство фон Неймана ограниченно рамками существующей интерпретации.

2.0. О «скрытых параметрах»

Оказывается, в существующие уравнения **ничего нельзя больше ввести потому, что все, что нужно, в них уже есть**. Как мы показали, в уравнении электрона Дирака уже есть размер электрона, но он «скрыт» не особенностями квантовой теории, а формой, в которой мы ее представляем и интерпретируем.

Таким образом, до тех пор, пока мы не знаем о том, что в уравнении Дирака содержится радиус электрона, он действительно является «скрытым» параметром. Но, с другой стороны, он «скрыт» только принятой и канонизированной формой и его наличие в этом смысле никак не противоречит квантовой механике.

Одновременно мы можем понять возникновение и других «скрытых» параметров электрона – например, параметров, так называемого «Циттербевегунг» - «дрожательного» или, более правильно, колебательного движения релятивистского электрона, обнаруженного еще Шредингером. Из уравнения Дирака следует совершенно строго, что неподвижный электрон

испытывает колебательное движение, имеющее: 1. амплитуду, равную половине длины волны Комптона, и 2. частоту колебания, равную скорости света, деленную на половину длины волны Комптона; причем, 3. электрон всегда имеет скорость света. До сих пор это решение уравнения Дирака считается артефактом (т.е. дефектом) теории. Нетрудно понять, что если отождествить «Циттергевенг» с вращением поля полу-фотона (см. рис. 4), то эти «скрытые» параметры перестают быть «скрытыми». Действительно, поле электрона всегда движется со скоростью света; действительно, согласно ЭДКВ радиус движения (амплитуда движения) равен половине длины волны Комптона, а частота вращения равна линейной скорости деленной на радиус движения, как и полагается при движении по кругу.

Таким образом, проблема «скрытых параметров» снимается тем, что мы их «открываем» или, лучше сказать, обнаруживаем в известных уравнениях и их решениях. (Другие такие «скрытые» параметры обсуждаются в тексте книги).

Еще один вопрос может возникнуть у читателя: можно ли обойтись в ЭДКВ без перенормировок и регуляризации?

Как известно, в процедуру перенормировки в КТП входят две совершенно разные операции: 1) переход от «голых» характеристик к экспериментальным; 2) учет отсутствия размеров частиц (т.е. их точечность) в теории. Первая операция необходима для учета поляризации физического вакуума и, очевидно, должна присутствовать в любой теории. Вторая операция вызвана искусственно созданными причинами и, разумеется, может быть устранена.

Если предлагаемая теория строится с учетом размеров электрона, то бесконечности просто не возникают, и все расчеты могут быть сделаны точно (с учетом возможностей математики). Если мы не учитываем размеры электрона, то в теории, разумеется, появляются бесконечности и, действительно, в этом случае требуется введение дополнительных операций, подобных перенормировке и пр.. Здесь же отметим следующее: уже в классической нелинейной электромагнитной теории поля возможность описания одной и той же частицы как точечной и неточечной существует и известна с давних пор (см. глава 3).

Трудность решения большинства других вопросов, по-видимому, связана с отсутствием полной теории физического вакуума. В настоящее время эта задача осознана как первостепенная в теории сильных взаимодействий, поскольку идеи хромодинамики непосредственно связаны со структурой физического вакуума (нарушение его симметрии, появление масс частиц, бозоны Хиггса и пр. – для их понимания и описания требуется хорошая модель физического вакуума).

3.0. Принцип неопределенности

Как утверждают все учебники, между классической и квантовой теорией существует пропасть. Утверждается также, что логика построения квантовой

теории не имеет ничего общего с обычной логикой классической физики (например, см. характерное заглавие статьи: (Багров, 2000). Постулируется в связи с этим, что мы не имеем права задавать «классические» вопросы в квантовой теории и отвечать, пользуясь соображениями классической физики; в частности запрещается строить физические модели.

Как показывает изучение вопроса (Андраде э Силва и Лошак, 1972; с. 56), доказательств истинности подобных запрещений не существует. Этот запрет на наглядность, не следует из квантовой механики, а является отражением определенных философских идей.

Те ограничения, которые действительно следуют из квантовой механики, связаны с принципом неопределенности. Но дело в том, что этот принцип не является только квантовым. Как известно еще со времен Релея, соотношение неопределенности возникает в теории любых волн и его толкование является почти тривиальным: принцип неопределенности свидетельствует о том, что волна может насчитывать только отрезки, кратные длине волны, но не может содержать куски волны, меньшие одной длины волны. Справедливость такого принципа не только для фотонов, но и для всех частиц микромира является еще одним свидетельством в пользу того, что частицы - это трансформированные ЭМ волны.

Отметим также, что, вводя постулат о размере фотона, мы ни в чем не нарушили принципа неопределенности: размер фотона в одну длину волны следует именно из принципа неопределенности для любых волн. Скорее всего, в этом заключается физический смысл принципа неопределенности Гейзенberга: он определяет связь минимальных параметров, присущих частице.

4.0. Коммутационные соотношения между динамическими переменными в квантовой механике

По образному выражению Дирака: “квантовая механика - это классическая механика на некоммутативной алгебре”. Это особенно относится к квантовой механике в форме матричной механики Гейзенберга, где это соответствие проявляется очень наглядно; действительно, заменив классические величины и выражения на матричные операторы, мы с учетом некоммутативности динамических переменных получаем квантовую механику. (“Самое значительное в механике Гейзенберга - это то, что динамические переменные являются элементами алгебры, в которой умножение некоммутативно” – (Дирак, 1983; стр. 11) Разумеется, то же самое относится и к волновой механике Шредингера.

Теория ЭДКВ единственным образом логично объясняет появление некоммутативности в физике: некоммутативность появляется при переносе векторов по криволинейной траектории. Другими словами, некоммутативность

свидетельствует о том, что объекты микромира представляют собой вектора, движущиеся по замкнутой криволинейной траектории.

5.0. Операторный метод как следствие математических особенностей электродинамических соотношений

С точки зрения наших представлений становится возможным объяснить операторный метод построения квантовой механики.

Как известно, в квантовой теории каждой физической величине классической физики сопоставляется оператор квантовой теории и сохраняются классические же соотношения между ними (с учетом соотношений коммутации). Эти постулаты дают правильные результаты, и новая физика не задается вопросом, почему такое соответствие имеет место, хотя считается, что между квантовой и классической физикой существует непроходимый барьер. Посмотрим, что лежит в основе перехода к операторному методу записи.

Основными операторами квантовой механики являются операторы энергии и импульса, вводимые известными соответствиями:

$$\varepsilon \rightarrow \hat{\varepsilon} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{p} \rightarrow \hat{\vec{p}} = -i\hbar \vec{\nabla},$$

Посредством них из классического выражения сохранения энергии можно записать волновое уравнение второго порядка:

$$\hat{\varepsilon}^2 \psi = c^2 \hat{\vec{p}}^2 \psi + m^2 c^4 \psi,$$

а также - волновое уравнение первого порядка (уравнение Дирака):

$$\hat{\varepsilon} \psi = c \hat{\vec{\alpha}} \hat{\vec{p}} \psi + \hat{\beta} m c^2 \psi,$$

В электромагнитном виде, первому соответствуют уравнения:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - c^2 \vec{\nabla}^2 \vec{E} + 4\pi\sigma_e \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - c^2 \vec{\nabla}^2 \vec{H} + 4\pi\sigma_m \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0,$$

где последние члены дают при закручивании соответствующие токи:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \rightarrow i\sigma_e \vec{E},$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \rightarrow i\sigma_m \vec{H},$$

где σ_e, σ_m - "вакуумные" проводимости соответствующих токов.

Уравнение Дирака, как мы видели, соответствует уравнениям Максвелла с соответствующими мнимыми токами:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \text{rot } \vec{H} = i \frac{4\pi}{c} \sigma_e \vec{E},$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \text{rot } \vec{E} = i \frac{4\pi}{c} \sigma_m \vec{H},$$

Таким образом, операторы и операторные соответствия в квантовой физике существуют не в силу особенности квантовой механики, а благодаря тому, что эти операторы обслуживают уравнения электромагнитного поля первого и второго порядка для свернутых электромагнитных волн.

6.0. Волновые пакеты и солитоны

На ранних этапах развития квантовой механики широко использовалось представление частиц в виде волновых пакетов. При этом многие особенности квантовой механики нашли почти классическое представление. Единственный недостаток волновых пакетов - их дисперсия - отсутствует у свернутых волн в силу их монохроматичности и гармоничности. Таким образом, следует признать, что модель частиц в виде волновых пакетов имеет под собой гораздо более существенное основание, чем предполагалось ранее.

Нетрудно также видеть, что свернутые ЭМ волны могут быть рассмотрены как солитоны, привлекая к рассмотрению многие стороны теории нелинейных волн, известные в физике.

7.0. Статистическая интерпретация волновой функции электрона

Эта интерпретация, как известно, была предложена Борном по аналогии с расчетом интенсивности интерференционной картины от прохождения ЭМ волн: в корпускулярной (фотонной) интерпретации ЭМ волн интенсивность пропорциональна квадрату волновой функции (т.е. квадрату напряженности поля). Борновская интерпретация становится физически очевидной, если принять, что электрон тоже представляет собой ЭМ волну, а его стационарное состояние представляет собой интерференционную картину взаимодействия электрона с полем ядра. В этом случае квадрат ψ - функции описывает плотность энергии ЭМ волны. Интеграл от квадрата ψ - функции по любому малому объему представляет собой часть энергии электрона, содержащейся в этом объеме. Интеграл по всему пространству даст полную энергию электрона, т.е. $\varepsilon_e = m_e c^2$. Отнесенный к энергии единичного электрона, этот интеграл можно истолковать, как вероятность нахождения электрона в данном

объеме, что и представляет собой вероятностную интерпретацию квадрата ψ - функции.

Но в случае расчета электронных оболочек (облаков) в атомах статистическая интерпретация становится, пожалуй, чисто формальной. В этом случае полезнее вернуться к изначальному содержанию квадрата ψ - функции, как плотности энергии ЭМ поля. Тогда становится понятным, что электронное облако представляет собой распределение энергии электрон-волны при его интерференции с полем ядра и другими электронами.

8.0. Материя, как стационарная интерференционная система свернутых ЭМ волн

Если принять, что все элементарные частицы представляют собой свернутые ЭМ волны, то все системы, образованные из них - атомы, молекулы, материя на любом уровне сложности, тоже являются некоторыми ЭМ волновыми образованиями. Очевидно, что взаимодействие волн, в том числе и свернутых, должно приводить к возникновению сложных интерференционных картин. Устойчивые интерференционные картины и являются формами материи. Пожалуй, существование материи на различных уровнях ее организации служит некоторым основанием для утверждения единого электромагнитного происхождения материи: для осуществления устойчивого взаимодействия всех уровней материи между собой необходимо, чтобы они все имели единое происхождение. Например, звуковые волны не могут интерферировать с электромагнитными; следовательно, в основу материи должны быть положены только волны ЭМ природы.

С этой точки зрения любую форму материи можно представить себе в виде голографической фотографии. Голографическое изображение состоит из стационарного распределения максимумов и минимумов световых волн, взаимно однозначно связанных с объектом изображения. Расположение и интенсивность этих максимумов и минимумов в принципе можно рассчитать математически и записать в виде определенных таблиц - матриц. Точно так же квантово-механическое описание структуры атома или молекулы дает интерференционную картину распределения энергии в пространстве, описываемую матрицами. Вот почему задачи квантовой механики - это задачи на собственные значения, т.е. задачи на отыскание устойчивых пучностей и узлов интерференционной картины.

Если система стационарна, то интерференционная картина тоже стационарна, и мы получаем стационарные решения. *Различные переходы системы из одного состояния в другое представляют собой преобразование интерференционной картины, т.е. смещения, скачки по прежней терминологии, максимумов и минимумов энергии поля.* "Скачки" электронов,

которые были камнем преткновения для многих физиков, становятся теперь вполне понятным явлением.

Адекватным математическим аппаратом описания интерференции является теория матриц. Матрица это - по сути дела есть числовая "интерференционная" таблица, где каждый максимум описан числом, причем все эти максимумы изменяются не независимо один от другого: изменение интерференционной картины соответствует изменению всей таблицы. *Свойства матриц (сопряженность, эрмитовость, унитарность и т.п.), очевидно, являются отражением определенных физических свойств интерференционной картины.*

Если вспомнить, что интерференционная картина полностью определяется фазами волн, точнее, их разностью (а не их амплитудами или другими параметрами), то становится понятным, почему лагранжиан и уравнения квантовой теории поля должен быть инвариантны относительно фазовых преобразований.

9.0. Фазовая и калибровочная инвариантность

Как известно, в современных квантовых теориях элементарных частиц основополагающую роль играет принцип калибровочной инвариантности (именно по этой причине их даже называют калибровочными теориями). Попытаемся понять, что служит основанием для этого.

История развития понятия "калибровочная инвариантность" и ее значимость в современной теории изложена в ряде статей (например, достаточно подробно в статье Ч.Янга (Янг, 1980), и мы не будем останавливаться на этом вопросе. Основная идея использования этой инвариантности та, что в том или ином виде она может служить исходным принципом построения лагранжиана теории поля, который должен быть инвариантен относительно калибровочных преобразований, наряду с ранее известными преобразованиями, такими, например, как преобразования Лорентца.

Отметим существенный для нас факт (Янг, 1980): "калибровочная инвариантность означает физически то же самое, что фазовая инвариантность". Почему это важно, становится ясным, если мы вспомним, что квантово-механической характеристикой электромагнетизма оказывается локальная фазовая инвариантность: "Как только калибровочная инвариантность понята как фазовая инвариантность, становится ясным, что ключевой является идея неустранимого фазового множителя".

Принимая реальность электромагнитное происхождения элементарных частиц, мы должны предположить, что фазовая инвариантность, являющаяся основой электродинамики, представляет с некоторыми вариациями фундамент построения ЭМ элементарных частиц. Напротив, если бы обнаружился факт строгой калибровочной неинвариантности теорий элементарных частиц, то это

должно было бы служить серьезным основанием для недоверия к концепции электромагнитного происхождения материи.

В заключение этого параграфа рассмотрим связь фазовой инвариантности с принципом Гамильтона или, более конкретно, инвариантность лагранжиана относительно фазы электромагнитной волны.

Рассмотрим выражение для интервала:

$$(dS)^2 = (c \ dt)^2 - (dr)^2, \quad (9.1)$$

Во-первых, нетрудно показать, что это выражение связано с релятивистским законом сохранения энергии. Действительно, разделим его на квадрат дифференциала собственного времени $(d\tau)^2$:

$$\left(\frac{dS}{d\tau}\right)^2 = \left(\frac{c \ dt}{d\tau}\right)^2 - \left(\frac{d\vec{r}}{d\tau}\right)^2, \quad (9.2)$$

Так как:

$$\frac{dS}{d\tau} = c, \quad \frac{c \ dt}{d\tau} = \frac{\varepsilon}{mc}, \quad \frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\vec{p}}{m}, \quad (9.3)$$

то после подстановки получаем:

$$\varepsilon^2 - c^2 \vec{p}^2 = m^2 c^4, \quad (9.4)$$

т.е. закон сохранения энергии.

Разделив (9.1) на первую степень $d\tau$, получим линейное выражение для дифференциала интервала:

$$\frac{dS}{d\tau} dS = \frac{c \ dt}{d\tau} c \ dt - \frac{d\vec{r}}{d\tau} d\vec{r}, \quad (9.5)$$

После подстановки (9.3) в (9.5) получим:

$$mc \ dS = \varepsilon \ dt - \vec{p} \ d\vec{r}, \quad (9.6)$$

Если речь идет об электромагнитной волне, в том числе и свернутой, то энергия и импульс являются постоянными. Тогда выражение (10.6) можно проинтегрировать, полагая для простоты постоянную интегрирования равной нулю:

$$mcS = \varepsilon \ t - \vec{p} \vec{r}, \quad (9.7)$$

Правая часть (9.7) представляет собой фазу электромагнитной волны (фотона), и, следовательно, уравнение (9.7) отражает связь между интервалом S пространства-времени и фазой электромагнитной волны. Таким образом, ЭМ волна может быть представлена выражением:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i \frac{1}{\hbar} (\alpha t - \vec{p} \vec{r})} = \vec{E}_0 e^{\frac{mc}{\hbar} S}, \quad (9.8)$$

или, вводя длину волны Комптона: $\lambda = \frac{\hbar}{mc}$, получим:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i \frac{S}{\lambda_c}}, \quad (9.9)$$

С другой стороны, величина:

$$mcS \equiv S_H, \quad (9.10)$$

является действием по Гамильтону для движения свободной частицы в релятивистской динамике (Ландау и Лифшиц, 1962), а значит инвариантность фазы действительно соответствует инвариантности Лагранжиана и действия относительно фазовых преобразований.

Используя (9.10), запишем (9.9) в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i \frac{S_H}{\hbar}}, \quad [9.11]$$

Как известно, ψ - функция введена Шредингером (Шредингер, 1976) (см. первое сообщение) выражением, совпадающим с (9.11), а именно, он положил:

$$\psi = e^{i \frac{S_H}{\hbar}}, \quad (9.12)$$

что еще раз доказывает, что ψ - функция и свернутая ЭМ волна представляют собой одно и то же. (Отметим, что на основании этого подхода Фейнманом был развит метод исследования динамики частиц - интегралы по траекториям, имеющий смысл, близкий классическому подходу с точки зрения принципа Гамильтона).

10.0. Строение ядер и атомов с точки зрения интерференционного принципа строения материи

С точки зрения нашей теории материя представляет собой устойчивую интерференционную систему свернутых ЭМ волн, которая определяется разностями фаз взаимодействующих волн. Амплитуда волн, как известно, определяет только относительную величину максимумов, т.е. определяет яркость картины, но не ее вид. Как в таком случае можно объяснить существование атомов и молекул, как интерференцию элементов вещества между собой?

Для интерференции волн, как известно, необходимо чтобы волны были когерентны. Это означает, что они должны быть одной частоты, монохроматичны и иметь постоянную разность фаз (глобально или локально). Например, рассмотрим, как образуется интерференционная картина

взаимодействия электрона и протона в атоме водорода? Решение уравнения Шредингера для атома водорода показало, что электрон как бы размазан по околод-нуклоновому пространству и даже частично проникает внутрь нуклона. Объяснения этому странному факту найдено не было, и он был трактован как свидетельство неклассичности атомных объектов.

С точки зрения нашей теории картина размазанности электрона как раз и представляет собой интерференционную картину взаимодействия электрона и протона. Но здесь существует трудность, без преодоления которой невозможно двигаться вперед. Для интерференции необходимо, чтобы частота электронной волны совпадала с частотой протонной волны.

Если представлять протон как целостную волну, то частота ее должна сильно отличаться от электронной. Единственное решение может существовать в том случае, если внутри протона существует электронная (точнее, позитронная) волна той же частоты, что электронная волна на орбите. Но по современным представлениям протон не содержит в готовом виде никаких частиц, а они образуются только в момент излучения нуклоном (ядром) этой частицы. Можно предполагать, в согласии с нашими представлениями, что позитрон находится в протоне не в свободном состоянии, а в виде некоторой волны, моделирующей основную волну высокой частоты. В таком случае орбитальный электрон взаимодействует именно с внутренним позитроном на одной частоте. Некоторым подтверждением нашему рассуждению служит тот факт, что в потенциальную функцию уравнения Шредингера входит всего лишь один параметр протона - заряд. В этом случае основная масса протона должна обеспечиваться какой-то другой волной, более высокой частоты, чем частота электрона. На этой частоте протон должен взаимодействовать с другими нуклонами. В этом случае становится понятным существование независимых друг от друга электромагнитного и ядерного взаимодействий, а также зарядовая независимость ядерных сил.

Но эти предположения должны быть уложены также и в квarkовую схему строения нуклонов, что сделать непросто, поскольку, хотя квarks и сопоставляются лептонам, но имеют и ряд иных свойств, чем электрон-позитрон.

11.0. Дуализм волна-частица

В предлагаемой теории дуализм перестает быть загадкой, а становится совершенно естественным представлением, связанным с точкой зрения, под которой мы рассматриваем частицы: если мы рассматриваем их внутреннюю структуру или их взаимодействие с другими частицами, то, разумеется, их следует рассматривать как волны; если мы их рассматриваем как некоторый объект, отличный от других и способный существовать самостоятельно, то

удобно их рассматривать как частицы, т.е. как ограниченные в пространстве объекты.

Разумеется, дуализм существует только формально, как полезный инструмент теории, хотя последовательной картиной является волновая. Но представлять объекты классической механики, например, камни и планеты, в виде сгустка волн, не имеет никакого смысла, а в отношении расчета ставит, пожалуй, непреодолимые трудности.

12.0. Преобразования Лорентца как преобразования электромагнитного поля

Известно, что преобразования Лорентца были им найдены из анализа уравнений Максвелла и в первую очередь были связаны с электродинамикой, в частности, с вопросом об электромагнитном происхождении массы. Поскольку вопрос о природе массы не был разрешен ни в пользу электромагнитной, ни в пользу другой какой-либо массы, но эксперимент подтвердил выводы из преобразований Лорентца для любого вида материи, Пуанкаре и Эйнштейном было предложено считать, что эти формулы справедливы для любой массы, независимо от ее происхождения. В дальнейшем как-то сам собой забылся вопрос: отчего электродинамические по сути преобразования Лорентца оказались справедливыми для всей материи?

Исходя из нашей теории нетрудно ответить на этот вопрос: поскольку всякая материя имеет электромагнитное происхождение, можно сказать “состоит” из электромагнитных волн, то, разумеется, преобразования Лорентца должны быть справедливы для всей материи. В таком случае релятивистская механика является некоторой формой электродинамики, на чем мы еще остановимся ниже.

13.0. 4-х мерная форма физических теорий как следствие волнового строения элементарных частиц

Формулы преобразования Лорентца оказались справедливыми только для канонических пар переменных типа «вектор + скаляр» (всего 4 величины), но не для каждой величины, отдельно входящей в пару, как это было в механике Ньютона (преобразования Галилея). Планком, Пуанкаре и Минковским была построена механика, целиком опирающаяся на совокупности таких пар величин, которая получила название механики специальной теории относительности (механики СТО). Причем предложено было считать, что в природе вне пар величин не существуют отдельные величины, и природа представляет собой 4-мерный мир.

Вполне правомерен вопрос: почему возможно такое объединение (т.е. выделение канонически сопряженных по Гамильтону переменных)? Или, другими словами, какие физические закономерности строения мира делают возможным такое объединение: координат и времени, энергии и импульса,

частоты и волнового вектора, мощности и силы, скалярного и векторного потенциала, нулевых компонент и векторов скорости и ускорения, плотности заряда и плотности тока и т.д.?

Сравнивая 4-х вектора, мы видим, что, несмотря на кажущееся разнообразие, они связаны друг с другом совершенно определенными соотношениями, вне которых это объединение не имеет никакого смысла. Этими соотношениями являются преобразования Лорентца. Следовательно, одновременное присутствие в формуле преобразования пар физических величин делает возможным считать их связанными физически. Нет ли в физике величин, которые, подобно формулам преобразования Лорентца, содержали бы одновременно пары соответствующих величин? Оказывается, единственной такой величиной является фаза волны:

$$\vartheta = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon t - \vec{p} \vec{r}) = (\omega t - \vec{k} \vec{r}), \quad (13.13)$$

Характерно, что величины:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \varepsilon, \quad \text{grad } \vartheta = -\vec{p}, \quad (13.14)$$

составляют 4-х вектор, который удовлетворяет уравнению сохранения:

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right)^2 - (\text{grad } \vartheta)^2 = m^2 c^4, \quad (13.15)$$

которое соответствует уравнению Гамильтона-Якоби для действия (Ландау и Лифшиц, 1962) (напомним, что действие для волны совпадает практически с фазой).

Для плоской волны, когда $t = 0$, имеем:

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial \vartheta_{\text{пл}}}{\partial t} \right)^2 - (\text{grad } \vartheta_{\text{пл}})^2 = 0, \quad (13.16)$$

Это же уравнение описывает распространение фронта плоской ЭМ волны (Фок, 1955). Интересно, что Фок находит преобразования Лорентца и доказывает инвариантность интервала из уравнения распространения фронта волны, которое он выводит из уравнений Максвелла и постулата Эйнштейна о постоянстве скорости света

Итак, как мы видим, именно благодаря тому, что канонические пары физических величин входят одновременно в фазу волны, они могут быть объединены в 4-мерный комплекс, ибо фаза волны не может существовать без какого-либо из своих компонентов. Но означает ли это, что эти пары величин образуют новую физическую сущность? Очевидно, оснований для такого

утверждения нет, ибо то же самое мы имеем и в классической теории любых волн (звуковых сжатия, кручения и т.д.), но потребности в 4-объединении там не возникала. Нетрудно проверить, что физика в четырехмерном виде не дает никаких новых результатов по сравнению с физикой, использующей разделенное понимание этих величин, ибо они всегда измеряются независимо друг от друга. Единственно, что 4-х мерный подход подтверждает - это то, что материальный мир построен из электромагнитных волн.

14.0. Связь ЭДКВ с теорией струн

Сравним ЭДКВ со структурой современной теории струн, описанной одним из создателей этой теории (Шварц, 1989; стр. 104):

«Струны могут иметь две различные топологии, которые называются открытыми и замкнутыми. Открытые струны – это отрезки линий со свободными концами, в то время как замкнутые струны представляют собой петли с топологией окружности и не имеют свободных концов... Различные квантово-механические возбуждения (нормальные моды) струны для каждого решения данной теории струн интерпретируются как спектр элементарных частиц. Возбуждения могут включать в себя вращательные и колебательные степени свободы струны и возбуждения различных «внутренних» степеней свободы, которыми она обладает. Внутренние степени свободы обусловлены симметрией групп Ли, суперсимметрией и т.д. Теория струн дает единый подход к богатому миру элементарных частиц, рассматриваемых как различные моды возбуждений единственной фундаментальной струны».

Нетрудно видеть большое число точек соприкосновения двух теорий. Можно предположить, что теория струн случайно нашла математику, описывающую элементарные частицы реального (а не планковского) масштаба, но в погоне за обобщением на теорию тяготения и универсализацией теории придала этой математике чрезвычайно сложный вид.

Таким образом, ЭДКВ связывает в единое целое представления о мире, развитые различным способом и посредством различных математических аппаратов.

15.0. Теория де Бройля дуализма волна-частица

Как известно, гипотеза де Бройля о том, что движение каждой частицы сопровождается некоторой фазовой волной, явилась исходным пунктом построения Шредингером волновой механики. Менее известно, что эта гипотеза полностью обоснована математически (Бройль, де, 1925). Мы же покажем, что она, фактически, следует из ЭДКВ.

В связи с тем, что исходный пункт теории де Бройля имеет непосредственную связь с нашей теорией, приведем несколько цитат из работы де Бройля:

«Рассмотрим движущееся тело, масса покоя которого равна m_0 ; движение происходит по отношению к определенному наблюдателю со скоростью $v = \beta c$ ($\beta < 1$). Вследствие принципа эквивалентности упомянутое тело должно обладать внутренней энергией $m_0 c^2$. Квантовые соотношения наводят на мысль приписать эту внутреннюю энергию некоторому периодическому явлению, частота которого равна $V_0 = m_0 c^2 / h$. Для покоящегося наблюдателя полной энергией является

величина $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, и соответствующей частотой будет $V = \frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$.

Однако, если на внутреннее периодическое явление смотрит покоящийся наблюдатель, то частота данного явления ему будет казаться более низкой и равной $V_1 = V_0 \sqrt{1 - \beta^2}$, т. е. наблюдателю процесс покажется протекающим пропорционально $\sin 2\pi V_1 t$. Частота V_1 , совершенно отлична от V ; однако эти частоты связаны согласно основной теореме, дающей нам физическую интерпретацию величины V ...

Наша теорема заключается в следующем: Если внутреннее явление в движущемся теле совпадает в начальный момент по фазе с волной, то это фазовое соответствие будет сохраняться и в дальнейшем. ...

Мы, далее, склоняемся к тому допущению, что, быть может, каждое движущееся тело сопровождается волной и что разделение движения тела и распространения волны является невозможным.

Эта мысль может быть выражена также другим способом. Группа волн с очень мало отличающимися частотами имеет «групповую скорость» U , которая недавно была изучена лордом Рэлеем и которая в обычной теории является скоростью «распространения энергии». Эта групповая скорость связана с фазовой скоростью $1/U = d(v/v)/dV$. Если частота V равна

$\frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, а величина v равна $\frac{c}{\beta}$, то мы получаем соотношение

$U = \beta c$, так что можно сказать: скорость движущегося тела является скоростью распространения энергии группы волн, обладающих при очень мало отличающихся значениях β частотами $\frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ и скоростями c/β .

...Попытка распространения предыдущих положений на случай переменной скорости является, хотя и весьма трудной, но очень заманчивой

задачей. Если движущееся тело описывает в какой-либо среде кривую траекторию, то мы говорим, что существует силовое поле; в каждой точке поля может быть подсчитана потенциальная анергия i , проходя через эту точку, тело обладает скоростью, которая определяется из условия постоянства значения его полной энергии. По-видимому, естественно предположить, что фазовая волна должна иметь в некоторой точке скорость i частоту, определяемые тем значением, которое имела бы величина β , если бы тело находилось в данной точке. Распространяясь, фазовая волна обладает постоянной частотой V и непрерывно изменяющейся скоростью U .

Быть может, какой-либо новый электромагнетизм даст нам законы данного сложного распространения, однако окончательный результат ясен, по-видимому, заранее. Именно, лучи фазовой волны совпадают с динамически возможными траекториями. В самом деле, траектория лучей может быть здесь подсчитана с помощью принципа Ферма так же, как в средах с переменной дисперсией...».

Далее из гипотезы о внутреннем периодическом движении и вышеприведенных формул де-Бройль выводит свои формулы для частоты и длины волны частицы.

Постулат де Бройля о внутреннем периодическом движении частицы не следует из КТП. Но, с другой стороны, это движение обязательно должно существовать как причина появления волн де Бройля.

В нашей теории внутреннее периодическое движение частиц является основой формирования и существования ЭМ элементарных частиц, тем самым, давая объяснение гипотезе де Бройля. Как показал де Бройль, при наличии этого внутреннего движения эффекты замедления времени и сокращения размеров тел, следующие из СТО, достаточны для того, чтобы вывести все формулы для описания волны де Бройля (можно также сказать, что волна де Бройля возникает благодаря релятивистскому Доплер-эффекту, которому подвергается частица). В этом смысле можно утверждать, что появление волн де Broglie есть следствие 6-го постулата CWED.

К сожалению, объем книги не позволяет рассмотреть и дать интерпретацию многим другим результатам КТП с точки зрения ЭДКВ.

Литература к книге

(На английском языке)

Aharonov, Y. and Bohm, D. (1959). Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. *Phys. Rev. (Ser. 2)* **115**, 485-491.

Archibald, W.J. (1955). *Canadian Journal of Physics*, **33**, 565.

Barut, A. O. (1979). Lepton Mass Formula. *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1251 (1979)]

Becker, R. (1933). *Theorie der Electricitaet, Band II, Electronentheorie*, Teubner Verlag, Leipzig und Berlin. New York

Bethe, H. A. (1964) *Intermediate Quantum Mechanics*. W. A. Benjamin, Inc., New York - Amsterdam, Part II, Chapt. 17.

Bialynicki-Birula, I. (1983). Nonlinear Electrodynamics: Variations on a theme by Born and Infeld etc., World Scientific, Singapore.

Bilenkii, S.M. (1982). *Introduction to the Physics of Electroweak Interactions*, Oxford, UK: Pergamon

Bilenky, S.M., Giunti, C. and Kim, C.W. (2000) *Finally neutrino has mass*. Journal: *Int. J. Mod. Phys. A* **15**, 625 Preprint: KIAS-P99011, DFTT 08/99, hep-ph/9902462.

Bo Thide, (2002). Electromagnetic field theory, Upsilon Books, Uppsala, (<http://www.plasma.uu.se/CED/Book>)

Born, M. (1953). *Proc. Phys. Soc.*, **66**, 402C, 501.

Born, M. and Infeld, L. (1934). Foundations of the new Field Theory, *Proc. Roy. Soc. A* **144**, 425

Brillouin, L. (1970). *Relativity reexamined*, Academic Press, New York and London.

Campolattoro, A.A. (1980). *International Journal of Theoretical Physics*, **19**, No 2, p.99-126.

Cheng T.-P. and Li, L.-F. (1984). *Gauge Theory of Elementary Particle Physics* Clarendon Press, Oxford.

Cheng, T.-P. and Li, L.-F. (2000) *Problems and Solution*, Clarendon Press, Oxford.

Cronin J. A., Greenberg D.F., Telegdi. V. L. (1971). University of Chicago graduate problems in physics. Addison Wesley Publishing Co., Problem 6.7.

Dirac P. A. M., (1931). "Quantised singularities in the electromagnetic field". *Proc. Roy. Soc.*, A33, 60

Dirac, P. A. M. (1931). *Proceeding Royal Society*, **A33**, 60.

Ebert, H. (1957). *Physikalisches Taschenbuch*, F. Vieveg und Sohn, Braunschweig

Ehrenfest P. (1927). *Zs. F. Phys.*, **45**, 455

Eisenhart, L. P. (1960). *A Treatise on the Differential Geometry of Curves and Surfaces*. New York: Dover.

Euler, H. (1936). *Ann. D. Phys.* **26**, 398.

Euler, H. Heisenberg W., (1936). *Zs. f. Phys.* **98**, 714

Euler, H. Kockel B., (1935). *Naturwiss.*, **23**, 246

Feinman, R. P (1965). Nobel lecture.

Fermi, E. (1960). *Notes on quantum mechanics*. The University of Chicago press., (Section 34-4).

Feynman, R. P., Leighton, R. B., and Sands, (1989). *The Feynman Lectures on Physics, Vol. 2*.

Fock V., (1929). J. Phys. Rad., 10, 392-405 (1929); Z. Phys., 57 , 261-277;

Fock V., Ivanenko D., (1929). C.R., Phys. Zs., 30, 648.

Fock, V. (1929a) "Geometrisierung der Diracschen Theorie des Electrons", *Z. Phys.* 57 (1929) 261-277;

Fock, V. (1929b) "L'Equation d'Onde de Dirac et la Geometrie de Riemann", *J. Phys. Rad.* 10 392-405;

Fock, V. (1932). *The principles of the quantum mechanics*. Leningrad, (Part III, Chapt. I, § 5) (in Russian)

Fock, V. and Ivanenko, D. (1929). C.R., *Phys. Zs.* 30, 648

Frauenfelder, H. and Henley, E.M. (1974). Subatomic physics, Prentice-Hall, Inc., New Jersey,.

Georgi, H. (1982). A unified theory of elementary particles and forces. - *Sci. Am.*, 244, No.4, P.40 (1981); UFN, t.136, vol.2, .

Glashow, S.L. (1961). *Nucl. Phys.*, **22**, 597.

Goenner, H. F. M. (2004). Living Reviews Relativity, 7, (Online Article: <http://www.livingreviews.org/lrr-2004-2>)

Gottfried, K. and Weisskopf, V.F. (1984). *Concepts of Particle Physics*. Oxford.

Grawford, F.S. (1970). *Waves*. Berkeley physics course.

Gray A., (1997). Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press, p. 186.

Infeld L. und van der Waerden B. L., (1933). *Berliner Berich.*, S. 380.

Jackson, J.D. (1999). *Classical Electrodynamics*, 3rd ed., 808 pp. Wiley, New York.

Jammer, M (1967). The conceptual development of quantum mechanics. McGraw-Hill book Company,

Kaempfer, F. A. (1965). *Concepts in quantum mechanics*, Academic Press, New York and London

Kelvin, Lord. On Vortex Atoms. *Proc. Of the Royal Soc. Of Edinburgh*, Vol. VI, 1867, pp. 94-105; reprinted in *Phil. Mag. Vol. XXXIV*, 1867, pp. 15-24.

Kenny J. (1974). An electromagnetic inertial mass theory applied to elementary particles. *Intern. Jour. of Theor. Phys.*, vol. 13, No. 5, pp. 341-361].

Kockel, B. (1937). *Zs. f. Phys.* **107**, 153

Koga, T. (1975). *International Journal of Theoretical Physics*, **13**, No 6, p.377-385.

Korn, G.A. and Korn, Th. M., (1961). Mathematical handbook for scientists and engineers.

Lamb. H. (1931). *Lehrbuch der Hydrodynamik*, 2 Aufl. Leipzig, B.G.Treubner

Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1977). The Classical Theory of Fields (Course of

Theoretical Physics, V. 2)

Larmor, J.J. (1900). Aether and Matter. Cambridge. Ch. 6.

Leech, J. W. (1958). Classical mechanics, London: Methuen and Co. Ltd.

Lorentz, H.A. The theory of electrons. Leipzig. B.G. Teubner, 1916.

Madelung, E. (1957). Die mathematischen hilfsmittel des physikers. Springer verlag, Berlin.

Mandelstam S., (1962)]. Ann. Phys. New York, **19**, 1

MathWord, Möbius strip: <http://mathworld.wolfram.com/MoebiusStrip.html>

Messiah, A., (1973). Quantum mechanics, Volum 2, North-Holland.

Mie, G. (1912a). Grundlagen einer Theorie der Materie. – Ann. der Physik, **37**, 511.

Mie, G. (1912b). Grundlagen einer Theorie der Materie. – Ann. der Physik, **39**, 1.

Mie, G. (1913). Grundlagen einer Theorie der Materie. – Ann. der Physik, **40**, 1.

Nambu, Y. (1952). An empirical mass spectrum of elementary particles. Prog. Theor. Phys. 7 (1952) 595-596

Nambu Y. and Jona-Lasinio G., (1961) *Phys. Rev.*, **122**, No.1, 345-358.

Nambu Y. and Jona-Lasinio G., (1961a) *Phys. Rev.*, **124**, 246.

Naumov, A.I. (1984). Physics of atomic nucleus and elementary particles (in Russian). Moscow.

Nishidzhima, K. (1982). “Weak interactions at high energy”, UFN, т.136, vol.2m.

Okun L. B., (1982). Leptons and Quarks, North Holland.

Pauli, W. and Weiskopf, V. (1934). *Helv. Acta*, 7, 709

Peak L. and Varvell K., The physics of the standard model. Part 4, Lectures 4-15.

Pich, A.(2000) Aspects of quantum chromodynamics. (arXiv: hep-ph/0001118 v.1.

Pleban'ski, J. (1970). Lecture Notes on Nonlinear Electrodynamics, NORDITA, Copenhagen.

Purcell, E. M. (1975). Electricity and magnetism, Berkeley physics course, v.2, McGraw-hill book Co.

Ratis, Yu.L. and Gareev, F.A. (1992). Preprint JINR E2-92-3, Dubna; Preprint JINR E2-92-158, Dubna

Review of Particle Properties, (1994). *Phys. Rev. D*50, Part 1.

Rivero, A., and Gsponer, A. (2005).The strange formula of Dr. Koide. E-print arXiv:hep-ph/0505220 v1

Rodrigues, W.A. and Vaz, J. (1998). From electromagnetism to relativistic quantum mechanics. *Found. Phys.* 28, 5, (1998).

Rodrigues, W.A., Jr. (2002). E-print arXiv: math-ph/0212034 v1.

Ryder, L.H. (1985) *Quantum field theory*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press., Cambridge, UK.

Salam, A. (1969). Proc. of the 8th Nobel Symposium on Elementary particle theory, relativistic groups and analicity, edited by N. Svartholm,

Schreudinger, E. (1926). *Naturwissenschaften*, Bd.14, S.664-666

Schroedinger E., (1932). *Berliner Berich.*, S.105.

Schroedinger, E.(1929);(1930);(1931a);(1931); Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss., (Berl.Ber.) (Phys.-math. kl.), S. 668-682 (1929); S. 418-428 (1930); S. 63-72 (1931); S. 238-347 (1931).

Schwarzschild, R. (1903). Goet. Nachr.math.-naturw. Kl., S.125.

Schwinger, J. (1951). *Phys. Rev.*, **82**, 664.

Schiff L.T., (1955). Quantum Mechanics, 2nd edition, McGraw-Hill Book Company, Jnc, New York.

Scrinzi, A., Geissler, M. Brabec, Th. (2001). *Phys. Rev. Lett.* v. 86, p. 412.

Sokolov, A. and Ivanenko, D. (1952) *The quantum field theory* (in Russian), Moscow-Leningrad.

Sommerfeld, A. (1958). A. Electrodynamics. Moscow.

Ternov, A. I. (2000). *Electromagnetic features of massive neutrino*. SOJ, No. 10, (in Russian).

Thomas, L.H. (1926). *Nature*, **117**, p. 514

Tomson, J.J. (1924). Electricity and matter. London

Tonnelat M.-A., (1959). *Les Principes de la Theorie Electromagnetique et de la Relativite*. Masson et C., Paris.

Trefoil knot: <http://mathworld.wolfram.com/TrefoilKnot.html>

Trueba, J.L. and Ranada, A.F. (2000). Helicity in classical electrodynamics and its topological quantization. *APEIRON*, vol. 7, No. 1-2, January-April 2000.

Van der Waerden, B. L. (1929) „Spinoranalyse“, *Gott. Nachr.* 100-109.

Weinberg, S. (1967). *Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1264.

Weisskopf, V. (1936). *Kgl. Danske Vidensk. Selskab., Mat.-fys. Medd.*, **14**, 6, 1.

(Статьи и книги на русском языке, в том числе и переводные)

Андраде э Силва Ж.Л., Лошак Ж. (1972). Поля, частицы, кванты. (пер. с фр.). М., Наука., Стр. 56.

Ахиезер А.И. и Берестецкий, В.Б. (1969). КЭД. Наука. Москва.

Ахиезер А.И. и Рекало М.П. (1986). Элементарные частицы. М., Наука.

Ахиезер А.И., Рекало М.П. (1979). Биография элементарных частиц."Наукова Думка", Киев.

Багров, В.Г., (2000) Открытие неклассической логики поведения квантовых объектов - одно из удивительных достижений современной физики. СОЖ, , ФИЗИКА

Багров В.Г. (1999). Переход от квантовой механики к классической. СОЖ, ФИЗИКА

Бете, Г., Гофман, Ф.,Швебер, С. Мезоны и поля, тт. 1 и 2 . ИЛ., т.1, стр.299

Бройль де. Л., (1925). Попытка построения теории световых квантов (пер. с фр. В сб. статей под ред. Л.С. Полака «Вариационные принципы механики», ГИФ-МЛ, М., 1959, стр. 631; см. там же «Исследование по теории квантов», стр. 647).

Вайнштейн, Л.А. (1957). Электромагнитные волны. Москва, Советское Радио.

Гареев Ф.А., Казача Г.С., Ратис Ю.Л.(1996). ЭЧАЯ, 27, 97 (1996); Изв. РАН, сер. физ. 60, 121 (1996).

Гареев Ф.А., Барабанов М.Ю., Казача Г.С. Препринт ОИЯИ Р2-97-292. Дубна, 1997

Гареев, Ф.А., Казача, Г.С., Барабанов, М.Ю. (1998). Бальмероподобная формула для массового распределения резонансов элементарных частиц. Вестник Омского университета, Вып. 3. С. 25-27. Омский госуниверситет, 1998

Гейзенберг, В. (1968). Введение в единую полевую теорию элементарных частиц. М., Мир.

Гелл-Манн, Марри (1984). Вопросы на будущее. В сб. статей переводов, Фундаментальная структура материи. М., Мир.

Готтфрид, К., Вайскопф, В. (1988). Концепции физики элементарных частиц (перевод). Москва.

Давыдов, А.С. (1963). Квантовая механика. М., Наука.

Джеммер, М. (1985). Эволюция понятий квантовой механики. М., Наука.

Джорджи, Г. (1982). Объединенная теория элементарных частиц и сил. УФН, т. 136, вып. 2.

Дирак, П.А.М. (1983). Пути физики. М., Энергоатомиздат.

Иваненко, Д. , Соколов, А. (1949). Классическая теория поля (новые проблемы). М.-Л., ГИТГЛ.

Кельвин, В. (1867). О вихревом атоме (в книге: Томсон Дж. Дж. Электричество и магнетизм.)

Копьев В.Ф., Чернышев С.А. (2000). Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерация звука. УФН, том 170, №. 7.

Крауфорд, Ф. (1974). Волны. Берклеевский курс физики (перевод), М.

Ландау, Л.д. и Лифшиц, У.М. (1962). Теория поля. М., Физматгиз.

Лорентц, Г.А. (1934). Теория электронов. Л.-М., ОНТИ ГТТИ.

Маршак, Р.Е. (1967). Теоретические полевые модели элементарных частиц (пер. с англ.):

Матвеев, А.Н. (1985). Оптика. М., ВШ

Матвеев, А.Н. (1989). Атомная физика. М., ВШ,

Мессия, Альберт. (1979). Квантовая механика. Т.2. (перевод).

Наумов, А.И. (1984). Физика атомного ядра и элементарных частиц. М., Просвещение. стр. 138.

Никольский, В.К. (1932). Классическая динамика электрона. Л., ЛГУ.

Нишиджима, К. (1982). Слабые взаимодействия при высокой энергии. УФН, т. 136, вып. 2.

Норден, А.П. (1948). Дифференциальная геометрия. ГУПИ, Москва.

Окунь Л.Б. (1988). Физика элементарных частиц. М., Наука.

Парселл, Э. (1975). Электричество и магнетизм. М., Наука.

Паули, В. (1983). Теория относительности, М., Наука, стр.285. (перевод)

Путилов, К.А. (1964). “Возможно ли модельное представление мезонов?”.
В сб. под ред. Терлецкого Я.П. “Поле и материя”, изд.
Московского ун-та, 1971.

Райдер, Л. (1987). Квантовая теория поля. М., Мир.,

Рашевский, П.К. (1967). Риманова геометрия и тензорный анализ. М., Наука.

Сб. переводов. Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. Киев.
Наукова Думка.

Сб. переводов. (1962). «Теоретическая физика XX века», М., ИЛ.

Сб. статей (1975) Вихревые движения жидкости. Механика. Новое в
зарубежной науке №. 21. Под ред. А.Ю. Ишлинского, Г.Г. Черного.
Мир, Москва,

Сб. статей переводов. (1959). Нелинейная квантовая теория поля. М., ИЛ.,

Соколов, А. и Иваненко, Д. (1952). Квантовая теория поля, Москва-
Ленинград.

Тернов, А.И. (2000). Электромагнитные характеристики массивных нейтрино.
СОЖ, №. 10

Томонага, С. (1949). О расходимостях в теории элементарных частиц. В сб. ст.
пер. с япон.,
«Перспективы квантовой физики», Киев, «Наукова Думка», 1982.

Томсон, Дж. Дж. (2004). Электричество и магнетизм. (статья «Структура
света»). Перевод: Москва-Ленинград, 1928 г. Репринтное издание:
РХД, Москва-Ижевск,).

Тоннела, М.-А. (1962). Основы электромагнетизма и теории относительности.
М., ИЛ.

Фиников, С.П. (1936). Дифференциальная геометрия. ГУПИ, Москва.

Фок В.А. (1955). Теория пространства, времени и тяготения. М., ГИТТЛ.

Фок, В.А. (1932). Начала квантовой механики. Ленинград, ЛГУ.

ФЭС, (1960) т.1, стр. 310 Волновой пакет. М..

Шварц, Дж. (1989). Суперструны. В сб. статей: Физика за рубежом, А, '89, М.
Мир. (Перевод статьи: Schwarz J. H. – Physics Today. November 1987, p. 33)

Шифф, Л. (1959). Квантовая механика. М., ИЛ.,

Шпольский Э.В. (1950). Атомная физика, т.II, М.-Л., стр.496.

Шпольский, Э.В. (1951). Атомная физика, т. 1, М-Л.

Шредингер, Э. (1976). Избранные труды по квантовой механике. М., Наука.

Эберт, Г. (1963). Краткий справочник по физике. М., ФМ.

Энтони, С. (1986). УФН, т. 150, вып. 4, с. 579.

Янг, Ч. (1980). Эйнштейн и физика второй половины XX века. УФН, т.132,
вып.1.

Оглавление

| | Стр |
|--|------------|
| Введение. | 3 |
| Глава 1. Аксиоматический базис теории. | 4 |
| Глава 2. Теория ЭМ электрона..... | 7 |
| Глава 3. Нелинейные теории электрона классической физики как приближения ЭДКВ | 31 |
| Глава 4. Квантовые и электромагнитные формы теории электрона в ЭДКВ | 47 |
| Глава 5. Эвристическая модель ЭМ электрона | 64 |
| Глава 6. Теория массивного ЭМ нейтрино | 78 |
| Глава 7. Теория ЭМ адронов | 96 |
| Глава 8. Взаимодействие элементарных частиц с точки зрения ЭДКВ | 115 |
| Глава 9. Образование спектров элементарных частиц в рамках ЭДКВ | 145 |
| Глава 10. Резонансная теория масс элементарных частиц | 164 |
| Глава 11. Обсуждение результатов и следствий ЭДКВ | 181 |
| Литература | 201 |

**Издание выпущено
в рамках проекта «Книга по требованию»**

Кирьяко Александр Георгиевич

**ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН,
АДЕКВАТНАЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ**

Научное издание

Печатается без издательского редактирования

Оригинал-макет автора

Менеджер проекта: К. Молочникова

Подписано в печать 5.08.2006. Заказ №4192. Формат 70x90/16.

Печать цифровая.

Усл. печ. листов 1,6. Тираж 20 экз.

Издательство «BODlib»

По вопросам реализации обращаться по адресу:

197342, Санкт-Петербург, ул. Белоостровская, д. 22

info@bodlib.ru
www.bodlib.ru

Отпечатано в типографии «Printissa»
197342, Санкт-Петербург, ул. Белоостровская, д. 22

www.printissa.ru