

ISSN 0013-5380



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1992

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

2

УДК 621.372.001.57

Минимальные структуры математических моделей электрических цепей

БУТЫРИН П. А., ГРИШКЕВИЧ А. А.

С ростом сложности электрических цепей и систем все больший интерес представляют различные минимальные структуры их математических моделей и прежде всего минимальные по размерности системы уравнений [1] и минимальные разрезы графов [1—3]. Подобные структуры фактически определяют вычислительную сложность расчета электрических цепей (минимальные по размерности системы уравнений) и структурную надежность электрических систем (минимальные разрезы графов), позволяют проводить оптимальную декомпозицию цепей и систем и осуществлять рациональный выбор координатных базисов при расчете режимов. Будучи весьма интересными в прикладном отношении структурами сложных цепей и систем, они являются и «объектами в себе», поскольку сам факт минимальности определяет ряд таких уникальных свойств, которые могут быть использованы при описании этих структур. Некоторые из этих свойств исследовались в [4—7] применительно к минимальным разрезам и в [8, 9] применительно к минимальным системам уравнений.

В данной работе предлагается рассматривать и описывать указанные структуры как дистрибутивные решетки, т. е. множества с заданными операциями, удовлетворяющими определенным тождествам [11]. При этом удается решить задачу перечисления минимальных структур математических моделей электрических цепей, т. е. ответить на вопросы — сколько всего подобных структур и какие именно минимальные структуры имеются применительно к данной математической модели? При решении этих задач электрическую цепь будем считать заданной своим графом.

Теоретико-решетчатые свойства множества минимальных разрезов неориентированного графа. Пусть $G(V, E)$ есть связный неориентированный граф без петель, где V — множество вершин графа; E — множество неориентированных дуг графа. Обозначим $(A, B) = \{(i, j) : (i, j) \in E, A, B \subseteq V, i \in A, j \in B\}$ множество дуг, соединяющих вершины множеств A и B . В целях упрощения дальнейших рассуждений предположим, что между любыми двумя вершинами $i, j \in V$ имеются не более одной неориентированной дуги.

Разрезом называется подмножество множества дуг $r = (R, \bar{R})$, где $R \cap \bar{R} = \emptyset$, $R \cup \bar{R} = V$, $s, t \in V$, $s \neq t$, $s \in R$, $t \in \bar{R}$. Множество всех разрезов обозначим посредством \mathcal{R} . Каждому ребру $e \in E$ графа G поставим в соответствие число $c(e) > 0$, которое назовем весом (пропускной способностью) ребра.

Пропускную способность разреза $r = (R, \bar{R})$ определим при помощи $c(r) = \sum_{e \in (R, \bar{R})} c(e)$. Известно [8], что $c(r)$ является субмодулярной функцией.

В множестве разрезов \mathcal{R} графа G может быть выделено подмножество разрезов минимального веса:

$$\mathcal{M} = \{m : m = \arg \min_{r \in \mathcal{R}} c(r)\}. \quad (1)$$

Задача 1. Определить множество минимальных разрезов \mathcal{M} графа G , разделяющих вершины s и t .

Справедлива следующая теорема [12]. Пусть (X, \bar{X}) и (Y, \bar{Y}) — минимальные разрезы, разделяющие вершины s и t . Тогда $(X \cup Y, \bar{X} \cup \bar{Y})$ и $(X \cap Y, \bar{X} \cap \bar{Y})$ — также минимальные разрезы, раз-

деляющие вершины s и t . Указанное свойство следует из субмодулярности функции $c(r)$ и определения минимального разреза [9].

Между множествами $r \subseteq E$ и $R \subseteq V$ в неориентированном графе можно установить взаимно однозначное соответствие, так что знание одного множества позволяет однозначно определить другое.

В соответствии с указанным выше определим на множестве $\mathcal{M} = \{m_i; m_i = (M_i, \bar{M}_i)\}$ бинарные операции \vee, \wedge . Положим

$$\begin{cases} m_3 = m_1 \vee m_2; \\ m_4 = m_1 \wedge m_2; \end{cases} \quad (2)$$

где $M_3 = M_1 \cup M_2$; $M_4 = M_1 \cap M_2$.

Заметим, что введенное определение операций \vee, \wedge корректно, так как $m_3, m_4 \in \mathcal{M}$, и, таким образом, множество минимальных разрезов замкнуто относительно операций \vee, \wedge .

Дистрибутивной решеткой [11] называется непустое множество \mathcal{M} с бинарными операциями \vee, \wedge (и обозначается $\langle \mathcal{M}; \vee, \wedge \rangle$), которые для $\forall m_1, m_2, m_3$ удовлетворяют следующим тождествам:

$$\begin{aligned} m_1 \vee m_2 &= m_2 \vee m_1; \\ m_1 \wedge m_2 &= m_2 \wedge m_1; \\ (m_1 \vee m_2) \vee m_3 &= m_1 \vee (m_2 \vee m_3); \\ (m_1 \wedge m_2) \wedge m_3 &= m_1 \wedge (m_2 \wedge m_3); \\ m_1 \vee (m_1 \wedge m_2) &= m_1; \\ m_1 \wedge (m_1 \vee m_2) &= m_1; \\ (m_1 \wedge m_2) \vee (m_1 \wedge m_3) &= m_1 \wedge (m_2 \vee m_3). \end{aligned}$$

Теорема 1. Множество минимальных разрезов \mathcal{M} с введенными на нем операциями является дистрибутивной решеткой¹.

Решетка $\langle \mathcal{M}; \vee, \wedge \rangle$ может быть охарактеризована как множество с отношением частичного порядка \leq . Трактовка множества \mathcal{M} как частично упорядоченного множества позволяет наиболее естественным и наглядным образом характеризовать теоретико-порядковые свойства минимальных разрезов.

В множестве минимальных разрезов вводится отношение частичного порядка: $m_1 \leq m_2$ тогда и только тогда, когда $m_1 \wedge m_2 = m_1$ ($m_1 \vee m_2 = m_2$), т. е. $m_1 \leq m_2 \Leftrightarrow M_1 \subseteq M_2$.

Два разреза $m_1, m_2 \in \mathcal{M}$ называются сравнимыми, если $m_1 \leq m_2$ или $m_2 \leq m_1$, в противном случае — несравнимыми (символика $m_1 \parallel m_2$). Говорят, разрез m_1 покрывает разрез m_2 (и обозначается $m_1 \supset m_2$), если $m_1 > m_2$ ($m_1 \geq m_2, m_1 \neq m_2$) и не существует такого m , что $m_1 > m > m_2$.

Подмножество разрезов $A \subseteq \mathcal{M}$ есть цепь, если все элементы этого множества попарно сравнимы, и антицепь — если $\forall m_1, m_2 \in A \Rightarrow m_1 \parallel m_2$. Цепь (антицепь) A называется нетривиальной, если $|A| \geq 2$.

Графически частично упорядоченные множества (решетки) могут изображаться с помощью диаграмм [11]. Элементы изображаются в виде маленьких кружков; кружки, соответствующие элементам m_1, m_2 , соединяются прямой линией тогда и только тогда, когда один из них покрывает другой; если $m_1 \supset m_2$, то кружок, соответствующий элементу m_1 , помещается выше кружка, соответствующего элементу m_2 . Возможность графического изображения решеток в виде диаграмм является ценным свойством, поскольку позволяет весьма наглядно интерпретировать различные их свойства, что в дальнейшем и будет широко использоваться.

Пример. Пусть имеется граф $G(V, E)$ (см. рис. 1, а), где $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 5)\}$. Каждой дуге $\forall e \in E$ присвоим вес $c(e) = 1$. В этом случае весом разреза $r = (R, \bar{R})$ является число ребер, соединяющих R и \bar{R} . Множество минимальных разрезов \mathcal{M} графа G может быть представлено в виде $\mathcal{M} = \{m_i = (M_i, \bar{M}_i); i = 1, 2, \dots, 6\}$, где $m_1 = \{(1, 3), (1, 2)\} = (\{1\}, \{2, 3, 4, 5\})$; $m_2 = \{(3, 5), (1, 2)\} = (\{1, 3\}, \{2, 4, 5\})$; $m_3 = \{(1, 3), (2, 4)\} = (\{1, 2\}, \{3, 4, 5\})$; $m_4 = \{(3, 5), (2, 4)\} = (\{1, 2, 3\}, \{4, 5\})$; $m_5 = \{(1, 3), (4, 5)\} = (\{1, 2, 4\}, \{3, 5\})$; $m_6 = \{(3, 5), (4, 5)\} = (\{1, 2, 3, 4\}, \{5\})$ (см. рис. 1, а).

Операции \vee, \wedge над разрезами выполняются весьма просто. Например, $m_2 \vee m_3 = (\{1, 3\} \cup \{1, 2\}; \{2, 4, 5\} \cap \{3, 4, 5\}) = (\{1, 2, 3\}; \{4, 5\}) = m_4$; $m_2 \wedge m_4 = (\{1, 3\} \cap \{1, 2, 3\}; \{2, 4, 5\} \cup \{4, 5\}) = (\{1, 3\}; \{2, 4, 5\}) = m_2$. Ясно, что $m_2 \parallel m_3, m_2 \leq m_4$.

Можно убедиться, что отношение покрытия в множестве \mathcal{M} описывается совокупностью выражений: $m_6 \supset m_5, m_6 \supset m_4, m_5 \supset m_3, m_4 \supset m_3, m_4 \supset m_2, m_3 \supset m_1, m_2 \supset m_1$. С учетом отношения покрытия диаграмма решетки $\langle \mathcal{M}; \vee, \wedge \rangle$ приведена на рис. 1, б.

Из решетки минимальных разрезов (рис. 1, б) видно, что, например, множества $\{m_1 \leq m_2 \leq m_4\}$ или $\{m_1 \leq m_3 \leq m_5\}$ образуют цепи, а множества $\{m_2 \parallel m_3\}$ или $\{m_5 \parallel m_4\}$ — антицепи.

Представление множества минимальных разрезов в дистрибутивной решетке минимальных разрезов. Применим к множеству минимальных разрезов с введенными на нем операциями теорию представлений (конечных разложений) дистрибутивных решеток [13].

Минимальный разрез $p \in \mathcal{M}$ называется неприводимым (\vee -неприводимым), если для $\forall m_1, m_2$ из соотношения $p = m_1 \vee m_2$ вытекает $p = m_1$ или $p = m_2$.

Обозначим через \mathcal{P} множество неприводимых разрезов решетки $\langle \mathcal{M}; \vee, \wedge \rangle$. Очевидно, что \mathcal{P} является частично упорядоченным множеством как подмножество частично упорядоченного множества \mathcal{M} . Множество антицепей частично упорядоченного множества \mathcal{P} обозначим через $A(\mathcal{P})$.

Теорема 2. Множество минимальных разрезов взаимно однозначно соответствует множеству антицепей частично упорядоченного множества неприводимых минимальных разрезов.

¹ Более сильное свойство выявлено в работе **Бутырин П. А., Гришкевич А. А.** Гейтингова алгебра минимальных разрезов // Проблемы теорет. кибернетики: Тез. докладов VII Всесоюз. конф. ч. 1. — Иркутск, 1985, с. 38—39.

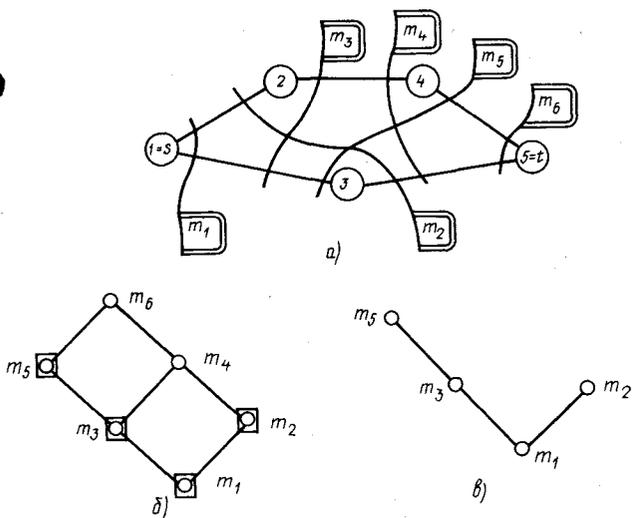


Рис. 1

На основе указанного соответствия множество минимальных разрезов графа в дистрибутивной решетке минимальных разрезов может быть описано аналитически:

$$M = \bigcup_{A \in \mathcal{A}'(\mathcal{P})} (\bigvee_{a \in A} a) = \mathcal{P} \dot{\cup} \left(\bigcup_{A \in \mathcal{A}'(\mathcal{P})} (\bigvee_{a \in A} a) \right), \quad (3)$$

где $\mathcal{A}'(\mathcal{P})$ — множество нетривиальных антицепей множества \mathcal{P} .

Пример. Перебором подмножеств множества \mathcal{M} графа G (см. рис. 1, а), что удобно производить на основе диаграммы (рис. 1, б), можно получить $\mathcal{P} = \{m_1, m_2, m_3, m_5\}$. Неприводимые элементы решетки $\langle \mathcal{M}; \vee, \wedge \rangle$ на рис. 1, а отмечены двойной линией, а на рис. 1, б — квадратами. Диаграмма частично упорядоченного множества \mathcal{P} приведена на рис. 1, в.

Совокупности разрезов $\{m_1, m_2\}$, $\{m_1, m_3\}$, $\{m_1, m_5\}$, $\{m_3, m_5\}$, $\{m_1, m_3, m_5\}$ образуют цепи. Множество нетривиальных антицепей $\mathcal{A}'(\mathcal{P}) = \{\{m_2, m_3\}, \{m_2, m_5\}\}$.

Для графа, представленного на рис. 1, а, множество разрезов, состоящее из шести элементов, может быть описано посредством подмножества неприводимых разрезов, состоящего из четырех элементов

$$M = \mathcal{P} \cup (m_2 \vee m_3) \cup (m_2 \vee m_5) = \mathcal{P} \cup m_4 \cup m_6.$$

Декомпозиционный подход к определению множества минимальных разрезов. Аналитическое представление (3) служит основой декомпозиционного подхода к определению множества минимальных разрезов графа. При таком подходе на первом этапе находится совокупность неразложимых минимальных разрезов графа, а на втором этапе по множеству неприводимых разрезов синтезируется все множество минимальных разрезов.

Рассмотрим способ определения неразложимых минимальных разрезов графа.

Поток f из источника s в сток t в форме узлы-дуги [14] есть функция $f: E \rightarrow \mathbf{R}^+$, отображающая

множество дуг в множество неотрицательных чисел и удовлетворяющая ограничениям

$$\sum_i f(i, j) - \sum_k f(j, k) = \begin{cases} -v(f), & \text{если } j=s; \\ 0, & \text{если } j \neq s, t; \\ v(f), & \text{если } j=t. \end{cases}$$

По произвольному потоку f в графе G рекуррентным образом может быть выделено множество узлов M по следующим правилам: 0°. $S \subseteq M$. 1°. Если $i \in M$ и $f(i, j) < c(i, j)$, то $j \in M$. 2°. Если $j \in M$ и $f(i, j) > 0$, то $i \in M$.

Метод построения множества M есть метод пометок Форда, Фалкерсона [14].

Известно [12, 14], что если f — максимальный поток, то при использовании метода пометок помечается множество

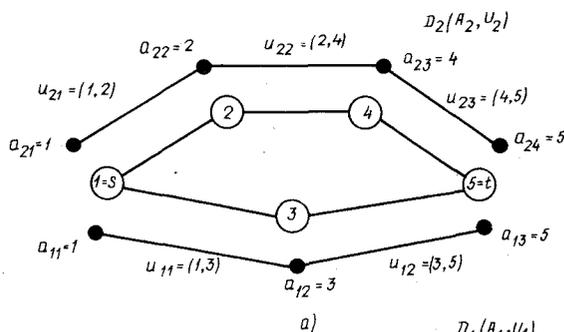
$$M = \bigcap \{M_j : m_j \in \mathcal{M}, S \subseteq M_j, m_j = (M_j, \bar{M}_j)\}.$$

Теорема 3. Пусть $c \in V$. Обозначим $\mathcal{M}_c = \{m = (M, \bar{M}) : m \in \mathcal{M}, c \in M\}$. Тогда если $\mathcal{M}_c \neq \emptyset$, то $p = \bigwedge_{m \in \mathcal{M}_c} m$ является неприводимым разрезом.

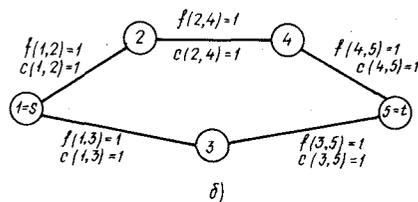
Ясно, что применение метода пометок к максимальному потоку f при условии $S = \{c\}$ позволяет алгоритмически получить неприводимый разрез $p = \bigwedge_{m \in \mathcal{M}_c} m$. Таким образом, обосновывается воз-

можность алгоритмического получения только неразложимых минимальных разрезов графа.

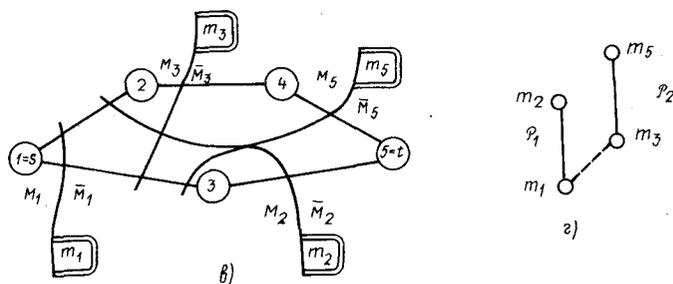
Для получения множества неприводимых минимальных разрезов необходимо: 1. Построить



а) $D_2(A_2, U_2)$



б) $D_1(A_1, U_1)$



в) P

Рис. 2

максимальный поток f . Для $\forall v \in V$ применить метод пометок в предположении, что $S = \{v\}$.

Синтез множества $\mathcal{M} \setminus \mathcal{P}$ заключается в определении всех нетривиальных антицепей $\mathcal{A}'(\mathcal{P})$ множества неприводимых разрезов.

Определение антицепей может быть описано следующим образом. Первоначально множество \mathcal{P} разлагается в прямую сумму цепей $\mathcal{P} = \bigcup \mathcal{P}_i$. Понятно, что элементы цепи не могут образовать нетривиальную антицепь. Затем путем перебора и сравнения элементов различных цепей выявляются несравнимые элементы, которые и будут искомыми антицепями.

Пример. Алгоритм определения двухэлементных разрезов графа.

Рассмотрение указанного алгоритма, во-первых, представляет практический интерес (подобные алгоритмы строились в [15, 16]) и, во-вторых, позволяет применительно к графам специального вида достаточно просто и наглядно проиллюстрировать теоретико-решетчатый подход. Под двухэлементными разрезами будем понимать разрезы веса два в предположении, что веса всех ребер одинаковы и равны единице. Предположим также, что в графе G нет одноэлементных разрезов, разделяющих вершины s и t .

Из теоремы Менгера [17] следует, что существуют две реберно непересекающиеся цепи, содержащие вершины $s, t \in V$ графа G . Обозначим цепи $D_i(A_i, U_i) \subseteq G(V, E)$, $i = 1, 2$, где $A_i = \{a_{ik} : k = 1, 2, \dots, n_i\}$, $U_i = \{u_{ik} : k = 1, 2, \dots, n_i - 1\}$, $u_{ik} = (a_{ik}, a_{i(k+1)})$; $a_{i1} = s$, $a_{i n_i} = t$. Для графа G (см. рис. 1, а) реберно непересекающиеся цепи $D_i(A_i, U_i)$, $i = 1, 2$ представлены на рис. 2, а.

Знание цепей позволяет определить максимальный поток f . Для этого достаточно положить $f(u_{ik}) = 1$, $i = 1, 2$, $k = 1, 2, \dots, n_i - 1$. Максимальный поток для графа G представлен на рис. 2, б. Можно показать, что для выделения всего множества неприводимых минимальных разрезов \mathcal{P} метод пометок достаточно применить для множества $A_1 \cup A_2 \subseteq V$.

Применяя метод пометок последовательно для множества $S = \{1\}, \{3\}, \{2\}, \{4\}$, помечаем множества M_1, M_2, M_3, M_5 , получая, соответственно, неприводимые разрезы m_1, m_2, m_3, m_5 (см. рис. 2, в).

Множество неприводимых двухэлементных разрезов графа может быть разложено в прямую сумму только двух подцепей $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$.

Если в цепях D_i , $i = 1, 2$ упорядочить вершины $a_{11} = 1 < a_{12} = 3 < a_{13} = 5$, $a_{21} = 1 < a_{22} = 2 < a_{23} = 4 < a_{24} = 5$, то видно, что при пометке какой-либо вершины цепи по правилу 2° помечаются все предшествующие вершины цепи. Это позволяет при пометке большей вершины использовать помеченное множество, полученное для меньшей вершины. Таким образом, в результате первого просмотра графа (просмотр вершин цепи D_1) выделяется упорядоченное множество разрезов (цепь) $m_1 < m_2$, а в результате второго просмотра графа (просмотр цепи D_2) — $m_3 < m_5$. Диаграмма этих цепей приведена на рис. 2, г. Указанные цепи

и дают разложение множества \mathcal{P} в прямую сумму подцепей $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$, где $\mathcal{P}_1 = \{m_1, m_2\}$, $\mathcal{P}_2 = \{m_3, m_5\}$.

Выбирая элементы одной подцепи и последовательно сравнивая их с элементами другой подцепи, можно определить все множество нетривиальных антицепей и, следовательно, синтезировать множество \mathcal{M} .

Для нахождения антицепей будем выбирать элементы цепи \mathcal{P}_1 и сравнивать их с элементами цепи \mathcal{P}_2 . Выберем элемент $m_1 \in \mathcal{P}_1$, так как $m_3 \geq m_1$, а в цепи \mathcal{P}_2 элементы упорядочены, то элементы цепи \mathcal{P}_2 не образуют антицепей с элементом m_1 . Поэтому дальнейший просмотр элементов цепи \mathcal{P}_2 можно не проводить. Выберем $m_2 \in \mathcal{P}_1$. Легко убедиться, что $m_2 \parallel m_3$, $m_2 \parallel m_5$, и множество $\mathcal{A}'(\mathcal{P}) = \{\{m_2, m_3\}, \{m_2, m_5\}\}$.

Окончательно по формуле (3) проводится синтез всего множества минимальных разрезов.

Метод [15] определения двухэлементных разрезов применим для графов невысокой размерности, так как использует матрицу путей. Методы [16] вместо матрицы путей при определении двухэлементных разрезов используют проверку графа на связность, что требует при определении каждого двухэлементного разреза просмотра графа. Предлагаемый метод использует всего два просмотра графа на этапе определения неприводимых двухэлементных разрезов. На этапе синтеза всего множества минимальных разрезов информация о графе не используется. Указанное говорит о более высокой эффективности представленного алгоритма по сравнению с известными.

Теоретико-решетчатые свойства множества минимальных разрезов ориентированного графа. Пусть $G(V, E)$ — ориентированный граф, $(i, j) \in E$ — ориентированная дуга, ведущая из вершины $i \in V$ в вершину $j \in V$.

Разрезом в смысле [12] назовем совокупность дуг $(R, \bar{R}) \cup (\bar{R}, R)$, $R \cup \bar{R} = V$, $s \in R$, $t \in \bar{R}$, а разрезом в смысле [14] — (R, \bar{R}) , $R \cup \bar{R} = V$, $s \in R$, $t \in \bar{R}$. Различие в приведенных определениях разреза заключается в том, что в одном случае под разрезом понимается совокупность дуг, соединяющих как R с \bar{R} , так и \bar{R} с R , а в другом случае — только совокупность ориентированных дуг, соединяющих R с \bar{R} . Ясно, что в случае неориентированного графа оба определения эквивалентны и совпадают с введенным ранее определением.

Обозначим $\mathcal{R}^H = \{r : r = (R, \bar{R}) \cup (\bar{R}, R) \subseteq E, s \in R, t \in \bar{R}\}$ множество разрезов в смысле [12], $\mathcal{R}^F = \{r : r = (R, \bar{R}) \subseteq E, s \in R, t \in \bar{R}\}$ множество разрезов в смысле [14].

Множество минимальных разрезов обозначим соответственно \mathcal{M}^H и \mathcal{M}^F . Для их определения воспользуемся (1), понимая под \mathcal{R} соответственно \mathcal{R}^H и \mathcal{R}^F .

Между множествами $(R, \bar{R}) \cup (\bar{R}, R) \subseteq E$ и $R \subseteq V$ в ориентированном графе можно установить взаимно однозначное соответствие. Следовательно, множество $\langle \mathcal{M}^H, \vee, \wedge \rangle$ является дис-

трибутивной решеткой, где \vee, \wedge — бинарные операции, определенные на \mathcal{M}^H согласно (2). Это утверждение аналогично утверждению теоремы 1.

Исследуем теоретико-решетчатые свойства множества \mathcal{M}^F .

Введем на множестве $\mathcal{M}^H = \{m_i : m_i = (M_i, \bar{M}_i) \cup (\bar{M}_i, M_i)\}$ отношение θ . Для любых $m_1, m_2 \in \mathcal{M}^H$ положим $m_1 \equiv m_2(\theta) \Leftrightarrow (M_1, \bar{M}_1) = (M_2, \bar{M}_2)$.

В этом случае θ есть отношение эквивалентности и, следовательно, разбивает множество \mathcal{M}^H на попарно непересекающиеся классы эквивалентностей $[18] [m]\theta = \{r : r \in \mathcal{M}^H, r \equiv m(\theta)\}$. Через $\mathcal{M}^H/\theta = \{[m]\theta : m \in \mathcal{M}^H\}$ будем обозначать множество классов эквивалентностей.

Теорема 4. Отношение эквивалентности θ , определенное на множестве \mathcal{M}^H , есть конгруэнция по отношению к операциям \vee, \wedge .

Операции \vee, \wedge , определенные на \mathcal{M}^H , обобщаются на \mathcal{M}^H/θ следующим образом: $[a]\theta \vee [b]\theta = [a \vee b]\theta$, $[a]\theta \wedge [b]\theta = [a \wedge b]\theta$. Из теоремы 4 следует корректность определения операций \vee, \wedge на множестве \mathcal{M}^H/θ .

Теорема 5. Множество \mathcal{M}^H/θ с введенными на нем бинарными операциями \vee, \wedge является дистрибутивной решеткой.

Рассмотрение фактормножества \mathcal{M}^H/θ фактически эквивалентно рассмотрению множества \mathcal{M}^F . Действительно, между множествами \mathcal{M}^H/θ и \mathcal{M}^F может быть установлено взаимно однозначное соответствие $[m]\theta \in \mathcal{M}^H/\theta \leftrightarrow (M, \bar{M}) \in \mathcal{M}^F$. Следовательно, множество \mathcal{M}^F может рассматриваться как дистрибутивная решетка.

Рассмотрение дистрибутивной решетки $\langle \mathcal{M}^F; \vee, \wedge \rangle$ позволяет говорить о большей общности теоретико-решетчатого подхода по сравнению с концепцией главных разбиений [10]. Дело в том, что декомпозиция ориентированного графа на блоки, соответствующие решетке $\langle \mathcal{M}^F; \vee, \wedge \rangle$, ввиду неоднозначного соответствия (R, \bar{R}) и R не может быть проведена.

Алгоритм определения множества минимальных разрезов \mathcal{M}^F ориентированного графа. Алгоритм (этап выделения множества неприводимых разрезов $\mathcal{P}^F \subseteq \mathcal{M}^F$ графа $G(V, E)$).

Вводятся множество неприводимых разрезов $P = \cup_i P_i$, множество помеченных вершин M , поток f из источника s в сток t в форме узлы-дуги, текущее значение пропускной способности ребра $\delta(e)$.

Шаг 1. Для всех $e \in E$ положить $\delta(e) = c(e)$, $P = \emptyset$. Шаг 2. Построить максимальный поток f (на основе одного из алгоритмов [19]). Шаг 3. Произвести цепное разложение потока f [14] и получить множество цепей $\mathcal{D} = \{D_i : i = 1, 2, \dots, l\}$. Шаг 4.1. Если $\mathcal{D} = \emptyset$, то идти к шагу 5. Иначе выбрать цепь $D_i = D_i(A_i, U_i)$ ($D_i \in \mathcal{D}$). Положить $\mathcal{D} = \mathcal{D} \setminus D_i$. Шаг 4.2. Применить метод пометок. Если $t \in M$, то $\forall u \in U_i$ положить $\delta(u) = c(u)$ и перейти к шагу 4.1. Иначе получаем разрез $m = (M, \bar{M})$. Шаг 4.3. Запомнить ми-

нимальный разрез $P_i = P_i \cup (M, \bar{M})$: Для $u = U_i \cap (M, \bar{M})$ положить $\delta(u) = \infty$. Перейти к шагу 4.2. Шаг 5. Кончаем.

В цикле, состоящем из шагов 4.2—4.3, можно использовать помеченное множество, построенное на предыдущей итерации. При записи алгоритма это опущено в целях упрощения изложения.

Для представленного алгоритма $P = \mathcal{P}^F$.

Предложенный алгоритм выделения множества неприводимых разрезов ориентированного графа $G(V, E)$ имеет временную сложность

$$O(\sigma(|V|, |E|) + l|E|),$$

где $\sigma(|V|, |E|)$ — трудоемкость шага 2 (процедуры нахождения максимального потока); $l|E|$ — сложность шагов 3 и 4. Цепное разложение может быть выбрано таким образом, что выполняется неравенство $l \leq |E|$.

При нахождении двухэлементных разрезов представленная оценка имеет вид $O(|E|)$.

Алгоритм (этап синтеза множества разрезов $\mathcal{M}^F | \mathcal{P}^F$).

Вводится множество минимальных разрезов \mathcal{M} .

Шаг 5. Положить $\mathcal{M} = P = \cup_{i=1}^d P_i$. Шаг 6. Найти $\circ = \bigwedge_{p \in P}$ нулевой элемент решетки мини-

мальных разрезов. Получить разложение множества $P \setminus \circ = \cup_{i=1}^d C_i$ на цепи C_i , где $\forall i \neq j \rightarrow C_i \cap C_j = \emptyset$; $\forall p_1, p_2 \in C_i$ $p_1 < p_2$ или $p_1 > p_2$. Шаг 7. Построить $\mathcal{T} = \{\alpha : \alpha = \{p_1, p_2, \dots, p_d\}; \forall i p_i \in P; 2 \leq d' \leq d; \forall i \neq j \exists i' \neq j' \text{ такие, что } p_i \in C_{i'}, p_j \in C_{j'}\}$. Шаг 8.1. Если $\mathcal{T} = \emptyset$, то идти к шагу 9. Иначе выбрать $\alpha \in \mathcal{T}$. Положить $\mathcal{T} = \mathcal{T} \setminus \alpha$. Шаг 8.2. Если α не является антицепью ($\exists i \neq j$ такие, что $p_i < p_j$ или $p_i > p_j$), то перейти к шагу 8.1. Шаг 8.3. Построить $m = \bigvee_{p \in \alpha} p$. Запомнить $\mathcal{M} = \mathcal{M} \cup m$. Идти

к шагу 8.1. Шаг 9. Кончаем.

Очевидно, что $l \geq d = d(\mathcal{P}^F)$, где $d(\mathcal{P}^F)$ — число Дилуорса множества \mathcal{P}^F .

Шаги 7, 8 алгоритма представляют полный перебор множества \mathcal{T} . Указанное позволяет получить временную сложность алгоритма синтеза множества разрезов $\mathcal{M}^F \setminus \mathcal{P}^F$ как $O(d|\mathcal{T}|)$.

В действительности перебор можно сократить, используя, например, следующее условие сокращения полного перебора множества \mathcal{T} при определении множества антицепей $\mathcal{A}(\mathcal{P}^F)$. Пусть $\alpha = \{b_1, b_2\} \in \mathcal{T}$, $b_1 \in P'_1$, $b_2 \in P'_2$, $b_1 \leq b_2$. Тогда: 1) $\forall \beta = \{b_1, b_3\}$, $b_3 \in P'_2$, $b_3 \geq b_2$ и $\forall \omega \in \mathcal{T}$, если $\beta \leq \omega$, то ω не является антицепью; 2) $\forall \gamma = \{b_4, b_2\}$, $b_4 \in P'_1$, $b_4 \leq b_1$ и $\forall \omega \in \mathcal{T}$, если $\gamma \leq \omega$, то ω не является антицепью.

Можно показать, что при синтезе множества двухэлементных разрезов представленная оценка имеет вид $O(|\mathcal{M}_2|)$, где \mathcal{M}_2 — множество двухэлементных разрезов.

Таким образом, получена линейная оценка $O(\max\{|E|, |\mathcal{M}_2|\})$ для алгоритма определения двухэлементных разрезов графа.

Пример. Для известного графа [16], приведенного на рис. 3, а, диаграмма решетки минимальных разрезов между вершинами 0 и 3, полученная на основе представленного алгоритма, дана на рис. 3, б. Неприводимые элементы на этом рисунке выделены двойной линией. Рассмотрение приведенной решетки допустимо, так как вершинные разрезы могут быть промоделированы реберными разрезами модифицированного графа [14].

Таким образом, при просмотре графа достаточно выделить $|\mathcal{P}| = 19$ неприводимых разрезов, по которым можно восстановить $|\mathcal{M}| = 49$ минимальных разрезов.

Теоретико-решетчатые свойства минимальных по размерности систем уравнений линейной электрической цепи. Пусть $G(V, E)$ есть граф электрической цепи, в которой все источники тока предполагаются удаленными, а источники напряжения — закороченными.

Если принять в качестве неизвестных напряжения на элементах A ($A \subseteq E$) и токи на элементах $E \setminus A$, то число уравнений N в методе смешанных величин (число неизвестных) выражается посредством

$$N = r(\mathcal{P}(G \cdot A)) + r(\mathcal{P}^+(G/A)),$$

где $G \cdot A$ — ограничение графа G на множество $A \subseteq E$; G/A — сжатие графа G через посредство множества $A \subseteq E$; $\mathcal{P}(\mathcal{G})$ — полигонный матроид графа \mathcal{G} , определенный на множестве дуг; \mathcal{P}^+ — матроид, двойственный к матроиду \mathcal{P} ; $r(N)$ — ранг матроида N . Ранг $r(\mathcal{P}(G)) = |V| - k(G)$, где $k(G)$ — число компонент связности графа G .

Задача 2. Построить минимальные по размерности системы уравнений линейной электрической цепи.

Известно [10], что

$$\min_{A \subseteq E} N = \min_{A \subseteq E} \{2r_{\mathcal{P}(G)}(A) + |E \setminus A| - r(\mathcal{P}(G))\} = r(\mathcal{P}(G) + \mathcal{P}(G)) - r(\mathcal{P}(G)), \quad (4)$$

где $r_{\mathcal{P}(G)}(A)$ — ранг множества A в матроиде $\mathcal{P}(G)$, $r(\mathcal{P}(G) + \mathcal{P}(G))$ — ранг суммы матроидов $\mathcal{P}(G) + \mathcal{P}(G)$.

Теорема 6 (критерий минимальности смешанной системы уравнений). Если для заданного графа электрической цепи, в котором все источники тока предполагаются удаленными, а источники напряжения — закороченными, выполняется

$$r(\mathcal{P}(G) + \mathcal{P}(G)) < \min \{2r(\mathcal{P}(G)), |E|\},$$

то существует смешанная система уравнений, порядок которой меньше порядка системы, полученной с помощью метода контурных токов или метода узловых напряжений.

Так как функция $r_{\mathcal{P}(G)}(A)$ субмодулярна, а функция $|E \setminus A|$ модулярна, то множество решений задачи минимизации

$$S = \{B : B = \arg \min_{A \subseteq E} \{2r_{\mathcal{P}(G)}(A) - |E \setminus A|\} \} \quad (5)$$

замкнуто относительно операций \cup, \cap [9].

Таким образом $\langle S; \cup, \cap \rangle$ является дистрибутивной решеткой. Поскольку каждому $B \in S$

взаимно однозначно соответствует минимальная по размерности система уравнений, то, следовательно, совокупность минимальных по размерности систем уравнений обладает структурой дистрибутивной решетки.

Пример. Рассмотрим граф $G(V, E)$ (см. рис. 4, а), где $E = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$.

Для представленного графа $|V| = 7$, $|E| = 12$, $r(\mathcal{P}(G)) = 6$, $r(\mathcal{P}^+(G)) = 6$, $r(\mathcal{P}(G) + \mathcal{P}(G)) = 11$.

Так как выполняется неравенство из теоремы 6 ($11 < \min \{12, 12\}$), то существует смешанная система, состоящая из пяти уравнений.

Множество решений задачи минимизации (5) $S = \{B_i : i = 1, 2, \dots, 5\}$, где $B_1 = \{10, 11, 12\}$, $B_2 = \{10, 11, 12, 8, 5\}$, $B_3 = \{10, 11, 12, 6, 9\}$, $B_4 = \{10, 11, 12, 5, 6, 8, 9\}$, $B_5 = \{10, 11, 12, 5, 6, 8, 9, 7\}$. Покажем, например, что $B_1 \in S$. Графы $G \cdot B_1$ и G/B_1 представлены на рис. 4, б. Ясно, что $r(\mathcal{P}(G \cdot B_1)) = 2 - 1 = 1$, $r(\mathcal{P}^+(G/B_1)) = 9 - (6 - 1) = 4$, $r_{\mathcal{P}(G)}(B_1) = r(\mathcal{P}(G \cdot B_1)) = 1$, $|E \setminus B_1| = 9$.

Диаграмма решетки $\langle S; \cup, \cap \rangle$ приведена на рис. 4, в. Неприводимые элементы решетки на этом рисунке выделены квадратами. Диаграмма частично упорядоченного множества неприводимых элементов приведена на рис. 4, г.

Совокупность минимальных по размерности систем уравнений для цепи (рис. 4, а) описывается $S = \{B'_i : i = 1, 2, \dots, 5\}$, где $B'_1 = \{u_{11}; I_1, I_7, I_8, I_9\}$, $B'_2 = \{u_{11}, u_8; I_1, I_7, I_9\}$, $B'_3 = \{u_{11}, u_9; I_1, I_7, I_8\}$, $B'_4 = \{u_{11}, u_8, u_9; I_1, I_7\}$, $B'_5 = \{u_{11}, u_8, u_9, u_7; I_1\}$.

Здесь $u_i(I_i)$ — неизвестное напряжение (ток) на элементе i .

Приложение 1. Доказательство теоремы 1.

Доказательство теоремы основывается на непосредственной проверке тождеств дистрибутивной решетки. Покажем, например, что выполняется

$$\begin{aligned} m_1 \wedge (m_1 \vee m_2) &= m_1 : m_1 \wedge (m_1 \vee m_2) = \\ &= (M_1, \bar{M}_1) \wedge ((M_1, \bar{M}_1) \vee (M_2, \bar{M}_2)) = \\ &= (M_1, M_1) \wedge (M_1 \cup M_2, \overline{M_1 \cup M_2}) = \\ &= (M_1 \cap (M_1 \cup M_2), \overline{M_1 \cap (M_1 \cup M_2)}) = (M_1, \bar{M}_1) = m_1. \end{aligned}$$

Доказательство остальных условий проводится аналогично.

Приложение 2. Доказательство теоремы 2.

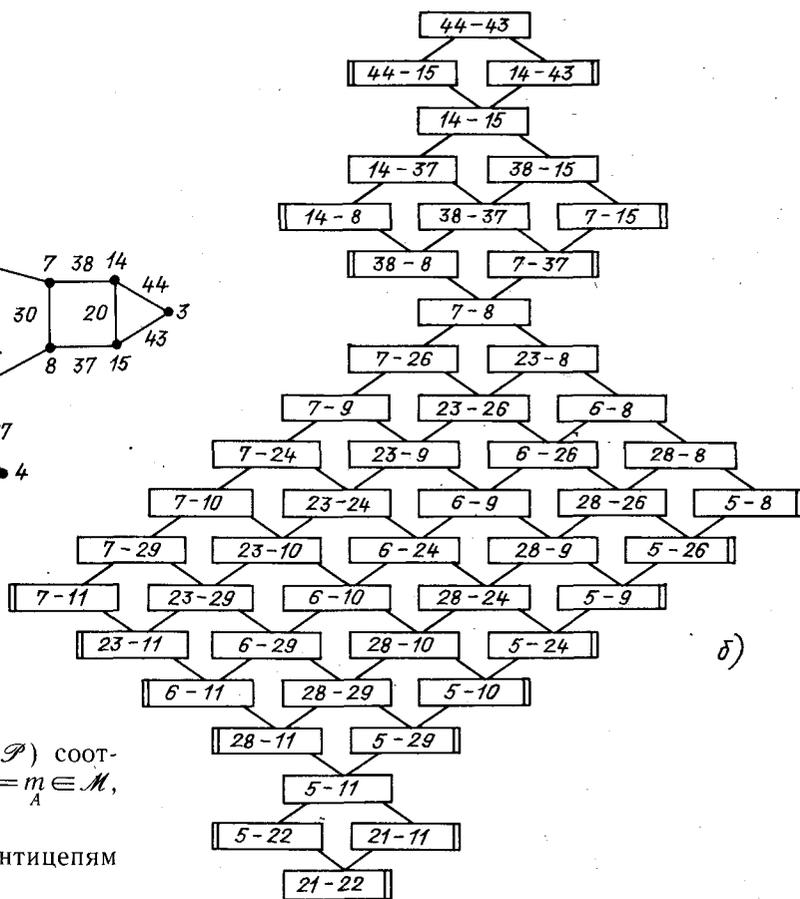
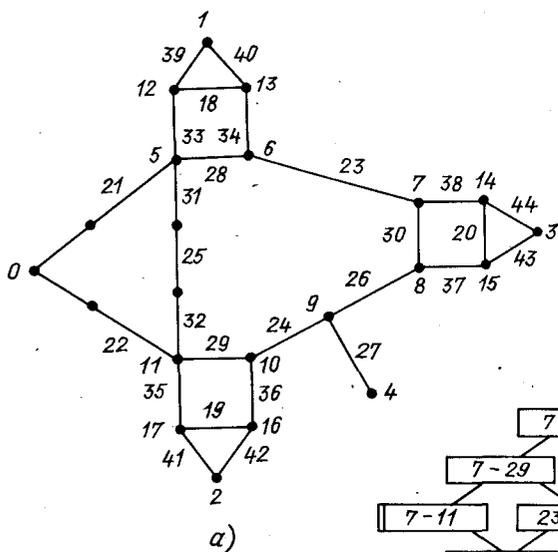
Во-первых, покажем, что каждому разрезу $m \in \mathcal{M}$ соответствует некоторая антицепь из множества $\mathcal{A}(\mathcal{P})$.

Разложением разреза m называется выражение $m = \bigvee_{p \in A} p$, где $A \subseteq \mathcal{P}$. Разложение называется несократимым, если $m \neq \bigvee_{p \in A'} p$, где $A' \subset A$ ($A' \neq A$).

Ввиду конечности решетки \mathcal{M} для каждого разреза $m \in \mathcal{M}$ существует разложение $m = \bigvee_A p$

и, следовательно, несократимое разложение $m = \bigvee_{A_m} p$ (достаточно вычеркнуть лишние элементы).

Легко показать, что в любом несократимом разложении неприводимые элементы попарно несравнимы, т. е. они образуют антицепь $A_m \in \mathcal{A}(\mathcal{P})$. Следовательно, каждому элементу $m \in \mathcal{M}$ соответствует антицепь $A_m \in \mathcal{A}(\mathcal{P})$.



Во-вторых, каждой антицепи $A \in \mathcal{A}(\mathcal{P})$ соответствует единственный разрез $\bigvee_{a \in A} a = m \in \mathcal{M}$, так как для $\forall a \in A \ a \in \mathcal{M}$.

В-третьих, покажем, что различным антицепям соответствуют различные разрезы.

Пусть $A_1, A_2 \in \mathcal{A}(\mathcal{P})$, $A_1 \neq A_2$. Тогда $\bigvee_{p \in A_1} p \neq \bigvee_{q \in A_2} q$. (Заметим, что если $p \in \mathcal{P}$ и $p \leq a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_k$, то $p \leq a_i$ при некотором i [13].) Предположим противное, допустив, что $\bigvee_{p \in A_1} p = p_1 \vee \dots \vee p_k = \bigvee_{q \in A_2} q = q_1 \vee q_2 \vee \dots \vee q_l$ и $A_1 \neq A_2$.

Для любого i имеем $p_i \leq \bigvee_{j=1}^l q_j$ и, следовательно, $p_i \leq q_j$ для некоторого j . Аналогично, $q_j \leq p_h$ для некоторого h . Так как элементы p_i, p_h попарно несравнимы, то $h=i$ и, следовательно, $p_i = q_j$. Повторяя рассуждение, приходим к выводу, что $A_1 = A_2$. Получаем противоречие.

Приложение 3. Доказательство теоремы 3.

Предположим противное, т. е. $p = a \vee b$ [$a, b \in \mathcal{M}$, $a = (A, \bar{A})$, $b = (B, \bar{B})$, $p = (P, \bar{P})$], причем $p \neq a$ и $p \neq b$.

Так как $c \in P$, то $c \in A$ или $c \in B$. Без уменьшения общности можно считать, что $c \in A$. Из последнего предположения следует, что $a \in \mathcal{M}_c$. Понятно, что $p \leq a/p = \bigwedge_{\mathcal{M}_c} m = (\bigwedge_{\mathcal{M}_c \setminus \{a\}} m) \wedge a = (\bigwedge_{\mathcal{M}_c \setminus \{a\}} m) \wedge (a \wedge a) = (\bigwedge_{\mathcal{M}_c} m) \wedge a = p \wedge a$. Рассмотрим две возможности.

1) $p = a$. В этом случае $p = p \vee b$ и получаем противоречие.

2) $p < a$ ($p \neq a$). Так как $\forall m_1, m_2 \in \mathcal{M}_c \ m_1 \leq m_1 \vee m_2$ (следует из тождества $m_1 \wedge (m_1 \vee m_2) = m_1$), то $a \leq a \vee b$. Следовательно, $p < a \vee b$. Вновь получаем противоречие. Итак, p действительно является неприводимым разрезом.

2

Рис. 3

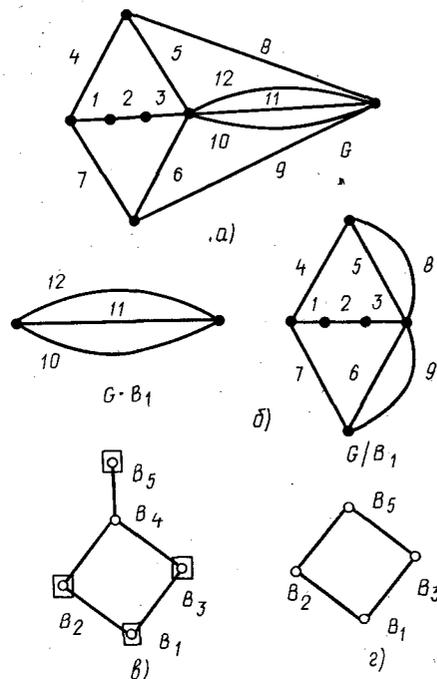


Рис. 4

Приложение 4. Доказательство теоремы 4.

Покажем, что θ есть конгруэнция по отношению к операции $\bigvee: \mathcal{M}^H \times \mathcal{M}^H \rightarrow \mathcal{M}^H$. То есть $\forall m_j \in \mathcal{M}^H, j=1, 2, 3, 4$, таких что $m_1 \equiv m_3(\theta)$, $m_2 \equiv m_4(\theta)$, справедливо $(M_5, \bar{M}_5) = (M_6, \bar{M}_6)$, где $m_5 = m_1 \vee m_2$, $m_6 = m_3 \vee m_4$.

Обозначим $D(A, U) \subseteq G(V, E)$ цепь, ведущую из s в t .

На основе некоторого максимального потока h из s в t в форме дуги-цепи [14] может быть выделено множество цепей $\mathcal{D} = \{D: h(D) \neq 0\} = \{D_i(A_i, U_i): i=1, 2, \dots, l\}$.

Предложение 1. Для $\forall D \in \mathcal{D}$ и $\forall m \in \mathcal{M}^H$ выполняется $|U \cap (M, \bar{M})| = 1$.

Предложение 2. Пусть $m \in \mathcal{M}^H$. Тогда $\forall e \in (M, \bar{M})$ существует $D \in \mathcal{D}$ такая, что $e \cap U \neq \emptyset$.

Утверждения предложений 1, 2 следуют из теоремы о максимальном потоке и минимальном разрезе [12]. Содержание утверждений интуитивно понятно: каждая цепь пересекает все разрезы, причем цепь пересекает только одно ребро каждого минимального разреза; и каждое ребро минимального разреза пересекается некоторой цепью (имеются в виду ребра (M, \bar{M})).

Предложение 3. Для $\forall m_j \in \mathcal{M}^H$ справедливости включения $A_{ij} = \{a_{ik}: k=1, 2, \dots, q_{ij}\} \subseteq M_j$, $\bar{A}_{ij} = \{a_{ik}: k=q_{ij}+1, \dots, n_i\} \subseteq \bar{M}_j$, $i=1, 2, \dots, l$, где $u_{iq_{ij}} = U_i \cap (M_j, \bar{M}_j)$.

Рассмотрим A_{ij}, \bar{A}_{ij} , $i=1, 2, \dots, l$, $j=1, 2, \dots, 6$. Так как $A_{i1} \cup A_{i2} \subseteq M_1 \cup M_2$, $A_{i3} \cup A_{i4} \subseteq M_3 \cup M_4$, $\bar{A}_{i1} \cap \bar{A}_{i2} \subseteq \bar{M}_1 \cup \bar{M}_2$, $\bar{A}_{i3} \cap \bar{A}_{i4} \subseteq \bar{M}_3 \cup \bar{M}_4$, а также $A_{i1} = A_{i3}$, $A_{i2} = A_{i4}$, $\bar{A}_{i1} = \bar{A}_{i3}$, $\bar{A}_{i2} = \bar{A}_{i4}$ для $i=1, 2, \dots, l$, то $u_{iq_{i5}} = u_{iq_{i6}}$ для $i=1, 2, \dots, l$. Ясно, что $(M_j, \bar{M}_j) = \{u_{iq_{ij}}: i=1, 2, \dots, l\}$, $j=5, 6$. И $(M_5, \bar{M}_5) = (M_6, \bar{M}_6)$.

Проведя аналогичные рассуждения, можно убедиться, что θ есть конгруэнция по отношению к операции \wedge .

Приложение 5. Доказательство теоремы 5.

Известно, что алгебра $\langle \mathcal{M}^H; \vee, \wedge \rangle$ есть дистрибутивная решетка, а отношение θ — конгруэнция по отношению к операциям \vee, \wedge , определенным на \mathcal{M}^H . И, следовательно, алгебра $\langle \mathcal{M}^H/\theta; \vee, \wedge \rangle$ есть дистрибутивная решетка как факторрешетка дистрибутивной решетки [11].

Приложение 6. Доказательство теоремы 6.

Справедливость представленного критерия следует из соотношения (4), неравенств $\min_{A \subseteq E} N < r(\mathcal{P}(G))$, $\min_{A \subseteq E} < r(\mathcal{P}^L(G))$ и тождества $\mathcal{P}(G) + \mathcal{P}^L(G) = |E|$.

Выводы. 1. При решении задач теоретической электротехники целесообразно использование теоретико-решетчатого подхода. На основе указанного подхода предложено описание ряда минимальных структур математических моделей электрических цепей (минимальных разрезов графа, минимальных по размерности смешанных систем уравнений) в форме дистрибутивных решеток, что позволяет компактно описывать такие структуры на основе подмножества неприводимых элементов соответствующих структур. Показано, что подобный подход позволяет описывать более широкий класс математических моделей по сравнению с методом главных разбиений.

2. Разработана алгоритмическая процедура определения множества минимальных разрезов графа, состоящая, во-первых, из алгоритма выделения неприводимых минимальных разрезов, и, во-вторых, из алгоритма синтеза по этому подмножеству всего искомого множества. Для алгоритмической процедуры получена оценка временной сложности $O(\sigma(|V|, |E|) + l|E| + d|\mathcal{P}|)$. Показано, что представленная процедура эффективнее известных алгоритмов на широком классе графов.

3. Для линейной электрической цепи сформулирован аналитический критерий $r(\mathcal{P} + \mathcal{P}) < \min\{2r(\mathcal{P}), |E|\}$ существования смешанной системы уравнений, порядок которой меньше порядка системы, полученной с помощью метода контурных токов или метода узловых напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутырин П. А., Гришкевич А. А. Минимальные структуры математических моделей электрических цепей.— III Международный симпозиум по теоретической электротехнике: Тез. докл. Ч. 2.— М.: МЭИ, 1985, с. 23—24.
2. Бутырин П. А., Гришкевич А. А. Применение дистрибутивных решеток для оценки связности сложных систем.— В кн.: Межвузовский научный сборник «Методы проектирования и анализа вычислительных систем, сетей и средств». М.: МЭИ, 1985, № 81, с. 47—51.
3. Бутырин П. А., Гришкевич А. А. Использование дистрибутивных решеток при оценке топологии сетевых систем.— Одиннадцатый Всесоюзный семинар по вычислительным сетям: Тез. докл. Ч. 1.— М.: 1986, с. 33—38.
4. Диниц Е. А., Карзанов А. В., Ломоносов М. В. О структуре системы минимальных реберных разрезов графа.— В сб. Исследования по дискретной оптимизации.— М.: Наука, 1976, с. 290—306.
5. Picard J.-C., Queyranne M. On the structure of all minimum cuts in a network and applications.— Mathematical Programming Study, 1980, vol. 13, p. 8—16.
6. Nakamura M. Boolean sublattices connected with minimization problems on matroids.— Math. Prog., 1982, vol. 22, p. 117—120.
7. Cunningham W. Minimum cuts, modular functions and matroid polyhedra.— Networks, 1985, vol. 15, p. 205—215.
8. Iri M. Application of matroid theory to engineering systems problems.— Proceedings of the 6-th Conf. on Probability Theory, 1979. Bucuresti, 1981, p. 107—127.
9. Iri M., Fujishige S. Use of matroid theory in operations research, circuits and systems theory.— Int. J. Systems Sci., 1981, vol. 12, N 1, p. 27—54.
10. Tomizawa N., Fujishige S. Historical survey of extensions of the concept of principal partition and their unifying generalization to hypermatroids.— Int. Symp. on Circuits and Systems, 1982, Rome, 1982, p. 142—145.
11. Гретцер Г. Общая теория решеток.— М.: Мир, 1982.— 456 с.
12. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях.— М.: Мир, 1974.— 520 с.
13. Айгнер М. Комбинаторная теория.— М.: Мир, 1982.— 558 с.
14. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях.— М.: Мир, 1966.— 276 с.
15. Allan R. N., Billinton R., De Oliveira M. F. An efficient algorithm for deducing the minimal cuts and reliability indices of a general network configuration.— IEEE Trans., 1976, vol. R-25, N 4, p. 226—233.
16. Фокин Ю. А. Вероятностные методы в расчетах надежности электрических систем: Учебное пособие.— М.: МЭИ, 1983.— 216 с.
17. Уилсон Р. Введение в теорию графов.— М.: Мир, 1977.— 208 с.
18. Шиханович Ю. А. Введение в современную математику.— М.: Наука, 1965.— 376 с.
19. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность.— М.: Мир, 1985.— 512 с.

Упрощенный метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы

ХАЧАТРЯН В. С., доктор техн. наук, ЭТМЕКЧЯН Э. А., канд. техн. наук, АРАКЕЛЯН В. П., инж.

Ереванский политехнический институт

Введение. Как известно, состояние электрической сети в математической модели оптимизации режимов электроэнергетической системы (ЭЭС) учитывается в виде условия связи типа равенств, представляющего собой либо уравнения баланса активных и реактивных мощностей [1, 2], либо уравнения установившегося режима [3—5]. Как в первом, так и во втором случае необходимо осуществить расчет установившегося режима, для чего требуется решение соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений, которое связано с большими вычислительными трудностями. Если добавить, что во многих вычислительных алгоритмах оптимизации режимов ЭЭС предусматривается решение на каждой итерации системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима, то нетрудно заметить, что для учета сети действительно требуется выполнение большого объема расчетных работ.

Безусловно, разработка метода учета состояния сети при оптимизации режима ЭЭС, обеспечивающего уменьшение объема вычислений, будет иметь определенный практический и теоретический интерес.

В настоящей работе рассматривается один из возможных методов учета состояния электрической сети, требующий минимального объема расчетных работ.

Построение системы эквивалентных уравнений. Предположим, что исследуемая ЭЭС состоит из $M+1$ узлов, из которых $\Gamma+1$ узлов является стационарным ($m, n=0, 1, 2, \dots, \Gamma$) и H узлов — нагрузочными ($i, j=\Gamma+1, \Gamma+2, \Gamma+H$).

Стационарный узел с нулевым индексом принимается за базисный, и для этого узла считается заданным комплексное напряжение $\dot{U}_0 = U_0$. Относительно остальных независимых стационарных и нагрузочных узлов считаются заданными комплексные мощности.

Представим уравнение состояния электрической сети в следующей блочно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix} -\dot{U}_{m0} \\ \dot{U}_{i0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{mn} & Z_{mj} \\ Z_{in} & Z_{ij} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -I_n \\ I_j \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\dot{U}_{m0}, \dot{U}_{i0}$ — столбцевые матрицы комплексных напряжений узлов m и i относительно напряжения базисного узла; I_n, I_j — столбцевые матрицы комплексных токов тех же узлов; Z_{mn}, Z_{ij} — квадратные подматрицы собственных и взаимных комплексных сопротивлений соответственно между стационарными и нагрузочными узлами; Z_{mj}, Z_{in} — прямоугольные подматрицы взаимных комплексных сопротивлений между стационарными и нагрузочными узлами.

Множество нагрузочных узлов H представим в виде одного эквивалентного нагрузочного узла,

при котором уравнение (1) примет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} -\dot{U}_{m0} \\ \dot{U}_{\text{эн.0}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{mn} & Z_{m \text{эн}} \\ Z_{\text{эн.}n} & Z_{\text{эн.эн}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -I_n \\ I_{\text{эн}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

В этом уравнении $\dot{U}_{\text{эн.0}}$ — комплексное напряжение вновь появившегося эквивалентного нагрузочного узла относительно напряжения базисного узла; $I_{\text{эн}}, Z_{\text{эн.эн}}$ — комплексный ток и собственное комплексное сопротивление эквивалентного нагрузочного узла; $Z_{m \text{эн}}, Z_{\text{эн.}n}$ — столбцевая и строчная матрицы взаимных комплексных сопротивлений между стационарными и эквивалентным нагрузочным узлами.

Значения полученных новых комплексных сопротивлений определяются из условия инвариантного преобразования электрических схем. В частности, из условия инвариантности комплексных мощностей независимых стационарных узлов можно установить следующее соотношение:

$$\sum_{m=1}^{\Gamma} \left[\sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H} (Z_{mj} I_j) - Z_{m \text{эн}} I_{\text{эн}} \right] I_m = 0. \quad (3)$$

Если учитывать, что для комплексного тока эквивалентного нагрузочного узла справедливо соотношение

$$I_{\text{эн}} = \sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H} I_j \quad (4)$$

то из (3) можем получить следующее выражение для сопротивления $Z_{m \text{эн}}$:

$$Z_{m \text{эн}} = \frac{\sum_{i=\Gamma+1}^M \sum_{j=\Gamma+1}^M \hat{I}_i Z_{mj} I_j}{\sum_{i=\Gamma+1}^M \sum_{j=\Gamma+1}^M \hat{I}_i I_j} \quad (5)$$

Можно заметить, что сопротивление (5) необходимо определить для всех независимых стационарных узлов относительно эквивалентного нагрузочного узла.

А из условия инвариантности комплексных мощностей нагрузочных узлов можно получить следующее соотношение:

$$\sum_{i=\Gamma+1}^{\Gamma+H} (\hat{I}_i Z_{in} - I_{\text{эн}} Z_{\text{эн.}n}) = 0; \quad (6)$$

$$\sum_{i=\Gamma+1}^{\Gamma+H} (\hat{I}_i Z_{ij} - \hat{I}_{\text{эн}} Z_{\text{эн.эн}}) = 0. \quad (7)$$

Из соотношения (6) можно установить следующее выражение для комплексного сопротив-

ления $Z_{энл}$:

$$Z_{энл} = \frac{\sum_{i=\Gamma+1}^M \sum_{j=\Gamma+1}^M \hat{T}_i Z_{in} I_j}{\sum_{i=\Gamma+1}^M \sum_{j=\Gamma+1}^M \hat{T}_i I_j} \quad (8)$$

а из соотношения (7) — выражение для комплексного сопротивления $Z_{энэн}$:

$$Z_{энэн} = \frac{\sum_{i=\Gamma+1}^M \sum_{j=\Gamma+1}^M \hat{T}_i Z_{ij} I_j}{\sum_{i=\Gamma+1}^M \sum_{j=\Gamma+1}^M \hat{T}_i I_j} \quad (9)$$

Можно заметить, что комплексные узловое сопротивление $Z_{mэн}$, $Z_{энл}$ и $Z_{энэн}$ зависят только от комплексных токов нагрузочных узлов.

Отсюда следует, что для каждого режима можно однозначно определить величины этих сопротивлений, и если известны также комплексные токи стационарных узлов, то, пользуясь (2), можно найти напряжения стационарных узлов:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_б + Z_{mn} I_n + Z_{mэн} I_{эн} \quad (10)$$

и напряжение эквивалентного нагрузочного узла:

$$\dot{U}_{эн} = \dot{U}_б + Z_{энл} I_n + Z_{энэн} I_{эн}. \quad (11)$$

Если вычесть из (10) уравнение (11), получим

$$\dot{U}_m - \dot{U}_{эн} = (Z_{mn} - Z_{энл}) I_n + (Z_{mэн} - Z_{энэн}) I_{эн}$$

или

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{эн} + (Z_{mn} - Z_{энл}) I_n + (Z_{mэн} - Z_{энэн}) I_{эн}. \quad (12)$$

Согласно первому закону Кирхгофа относительно токов можем записать следующее уравнение:

$$I_0 + \sum_{n=1}^{\Gamma} I_n + \sum_{i=\Gamma+1}^{\Gamma+H} I_i = 0. \quad (13)$$

Учитывая соотношение (4), уравнение (13) можно представить в следующем виде:

$$I_0 + \sum_{n=1}^{\Gamma} I_n + I_{эн} = 0, \quad (14)$$

откуда

$$I_{эн} = -I_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma} I_n \quad (15)$$

или в матричной форме

$$I_{эн} = -I_0 - I_n. \quad (16)$$

Если полученное соотношение (16) учитывать в (12), то получим:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{эн} + (Z_{mn} - Z_{энл}) I_n + (Z_{mэн} - Z_{энэн}) (-I_0 - I_n). \quad (17)$$

Представим полученное уравнение (17) в виде

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{эн} + (Z_{mn} - Z_{энл} - Z_{mэн} + Z_{энэн}) I_n + (-Z_{mэн} + Z_{энэн}) I_0. \quad (18)$$

Введем следующие обозначения:

$$Z_{m-n} = Z_{mn} + Z_{mn}^0; \quad (19a)$$

$$Z_{mn}^0 = Z_{энэн} - Z_{энл} - Z_{mэн}; \quad (19b)$$

$$Z_{mэн} = -Z_{mэн} + Z_{энэн}, \quad (19в)$$

и тогда уравнение (18) принимает следующий вид:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{бэн} + Z_{m-n} I_n, \quad (20)$$

или в алгебраической форме

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{бэн} + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{m-n} I_n, \quad (21)$$

где

$$\dot{U}_{бэн} = \dot{U}_{эн} + Z_{mэн} I_0. \quad (22)$$

Нетрудно заметить, что если в исходном уравнении (1) порядок матрицы коэффициентов характеризуется числом независимых узлов для электрической системы в целом, то в (21) этот порядок характеризуется лишь числом независимых стационарных узлов.

Если при классической постановке задачи оптимизации режимов для учета состояния сети требуется на каждой итерации решить уравнение (1), которое имеет большой порядок, то согласно предложенному методу на каждой итерации требуется решать уравнение (21), которое имеет несравненно меньший порядок.

Вычислительный алгоритм построения системы численных эквивалентных уравнений. Конкретные практические задачи решаются после построения системы численных нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима.

1. На основании заданных пассивных параметров исследуемой электрической системы строится неособенная матрица комплексных сопротивлений относительно всех узлов — нагрузочных и независимых стационарных:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{mn} & Z_{mj} \\ -Z_{in} & Z_{ij} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

2. Рассчитывается установившийся режим методом простой итерации, используя выражение (1). При этом считаются заданными активные и реактивные мощности как нагрузочных, так и независимых стационарных узлов, а для базисного (балансирующего) узла считается заданным комплексное напряжение $\dot{U}_б = U_б$ (с нулевым фазовым сдвигом). В результате определяются численные значения комплексных напряжений и токов как независимых стационарных, так и нагрузочных узлов. Данный установившийся режим называем базовым.

3. Используя полученные численные значения комплексных токов нагрузочных узлов $I_i(I_j)$, а также численные значения комплексных сопротивлений между нагрузочными, нагрузочными и стационарными узлами по формулам (5), (8) и (9) однозначно для данного базового установившегося режима определяем численные значения $Z_{mэн}$, $Z_{энл}$ и $Z_{энэн}$. В результате строится следующая

эквивалентная матрица преобразованной ЭЭС:

$$Z_{\Sigma} = \begin{bmatrix} Z_{mn} & Z_{m \Sigma} \\ Z_{\Sigma n} & Z_{\Sigma \Sigma} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

4. Используя численные значения элементов матрицы (24), устанавливаются численные значения элементов матрицы Z_{mn}^0 согласно выражению (19б) и затем по выражению (19а) — численные значения элементов матрицы Z_{mn} .

5. Зная численное значение напряжения базисного узла, а также комплексные токи независимых узлов из базового установившегося режима, с помощью (11) определяем численное значение комплексного напряжения эквивалентного нагрузочного узла \dot{U}_{Σ} .

6. Определяем \dot{U}_{Σ}^m , используя выражение (22), но для этого необходимо знать численное значение комплексного тока \dot{I}_0 базисного станционного узла.

Величина этого комплексного тока \dot{I}_0 определяется на основании выражения

$$\dot{I}_0 = - \left(\sum_{m=1}^{\Gamma} \dot{I}_m + \sum_{i=\Gamma+1}^M \dot{I}_i \right). \quad (25)$$

В результате уравнение (21) для базового режима превращается в тождество.

Если предположить, что при постоянстве комплексных мощностей нагрузочных узлов сопротивления $Z_{m \Sigma}$, $Z_{\Sigma n}$ и $Z_{\Sigma \Sigma}$ можно принять также постоянными, то (21) можно рассматривать как эквивалентное уравнение, написанное относительно независимых станционных узлов.

Таким образом, в результате реализации вышеприведенных шести пунктов можно установить численные значения \dot{U}_{Σ}^m и Z_{mn} , т. е. построить систему численных Z эквивалентных уравнений в виде (21).

Решение системы численных эквивалентных уравнений установившегося режима. Поскольку система эквивалентных уравнений (21) построена относительно независимых станционных узлов, то рассматриваются ее решения для следующих случаев.

Для станционных узлов типа P—Q.

При этом итерационный процесс организуется следующим образом:

1. Определяются численные значения комплексных токов независимых станционных узлов:

$$\dot{I}_n = \frac{P_n - jQ_n}{\dot{U}_n}, \quad (26)$$

где P_n и Q_n — заданные новые значения активных и реактивных мощностей независимых станционных узлов, которые отличаются от активных и реактивных мощностей при базовом режиме.

В качестве первого приближения для величины \dot{U}_n ($n=1, 2, \dots, \Gamma$) можно принять значения, полученные при базовом режиме.

2. Устанавливая численные значения \dot{I}_n ($n=1, 2, \dots, \Gamma$) для независимых станционных узлов, находим численное значение комплексного

тока \dot{I}_0 для базисного станционного узла согласно формуле

$$\dot{I}_0 = -(\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_{\Gamma} + \dot{I}_{\Sigma}), \quad (27)$$

или

$$\dot{I}_0 = - \left(\sum_{m=1}^{\Gamma} \dot{I}_m + \dot{I}_{\Sigma} \right), \quad (28)$$

где

$$\dot{I}_{\Sigma} = \sum_{i=\Gamma+1}^M \dot{I}_i. \quad (29)$$

Здесь \dot{I}_{Σ} является комплексным током эквивалентного нагрузочного узла, численное значение которого определено при расчете базового установившегося режима.

Разумеется, величину \dot{I}_{Σ} принимаем постоянной, и она изменяется, когда изменяются активные и реактивные мощности нагрузочных узлов.

3. Определяем \dot{U}_{Σ}^m согласно (22), в котором \dot{U}_{Σ} и $Z_{m \Sigma}$ считаются постоянными, их значения также были определены из базового установившегося режима. Таким образом, в выражении (22) на каждой итерации изменяется только величина \dot{I}_0 .

4. Зная численные значения элементов матрицы Z_{mn} , осуществляем первую итерацию, в результате которой устанавливаем численные значения напряжений \dot{U}_m ($m=1, 2, \dots, \Gamma$) независимых станционных узлов.

5. Завершая первую итерацию, переходим ко второй, при которой в (26) используются уже численные значения \dot{U}_m ($m=1, 2, \dots, \Gamma$), полученные в результате первой итерации.

6. Итерационный процесс считается завершенным, если обеспечиваются условия:

$$\left| \left[\frac{U_m'}{U_m''} \right]^{k+1} - \left[\frac{U_m'}{U_m''} \right]^k \right| \leq \left[\frac{\Delta U_m'}{\Delta U_m''} \right], \quad (30)$$

где U_m' , U_m'' — составляющие комплексных напряжений узла m ($m=1, 2, \dots, \Gamma$); $\Delta U_m'$ и $\Delta U_m''$ — заданные положительные величины, характеризующие сходимость итерационного процесса и точность решения соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений (21).

Для станционных узлов типа P—U. При этом итерационный процесс организуется таким же образом, как при станционных узлах типа P—Q.

Задавая предварительные численные значения реактивных мощностей для станционных узлов, по формуле (26) определяем численные значения комплексных токов этих же узлов. Затем осуществляем первую итерацию и определяем численные значения комплексных напряжений независимых станционных узлов.

Нетрудно заметить, что решение поставленной задачи было бы полноценным, если после его завершения получили бы также численные значения аргументов комплексных напряжений (поскольку модули заданы) и значения реактивных мощностей (поскольку активные мощности заданы).

Это означает, что численные значения вышеуказанных двух режимных параметров для каждого независимого станционного узла необходимо определить на каждой итерации.

Исходя из условия инвариантности заданных моделей комплексных напряжений (U^m), активных мощностей (P^m) и их полученных значений (U_m, P_m), из (21) можем установить выражения для аргументов ψ_{um} и реактивных мощностей Q_m при каждой итерации:

$$\psi_{um} = \arctg \frac{U_p^m}{U_a^m}; \tag{31}$$

$$Q_m = - [U_a^m(I_{pm} + \Delta I_{pm}) - U_p^m(I_{am} + \Delta I_{am})], \tag{32}$$

где

$$U_a^m = U_{am} + R_{mm}\Delta I_{am} - X_{mm}\Delta I_{pm}; \tag{33}$$

$$U_p^m = U_{pm} + R_{mm}\Delta I_{pm} + X_{mm}\Delta I_{am}. \tag{34}$$

С другой стороны,

$$\Delta I_{am} = \frac{1}{a}(a_{22}b_1 - a_{12}b_2); \tag{35}$$

$$\Delta I_{pm} = \frac{1}{a}(a_{11}b_2 - a_{21}b_1), \tag{36}$$

где

$$a = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}; \tag{37}$$

$$a_{11} = 2(R_{mm}U_{am} + X_{mm}U_{pm}); \tag{38}$$

$$a_{12} = 2(R_{mm}U_{pm} - X_{mm}U_{am}); \tag{39}$$

$$a_{21} = R_{mm}I_{am} + X_{mm}I_{pm} + U_{am}; \tag{40}$$

$$a_{22} = R_{mm}I_{pm} - X_{mm}I_{am} + U_{pm}; \tag{41}$$

$$b_1 = (U^m)^2 - (U_m)^2; \tag{42}$$

$$b_2 = P^m - P_m. \tag{43}$$

Величины U_{am} и U_{pm} являются составляющими комплексного напряжения \dot{U}_m , полученного на каждой итерации согласно (21).

Таким образом, устанавливая на каждой итерации численные значения реактивных мощностей независимых станционных узлов по формуле (32), итерационный процесс организуем аналогичным образом, как при станционных узлах типа $P-Q$. Итерационный процесс считаем законченным, когда обеспечивается условие (30).

Ниже в приложении рассматривается решение конкретной задачи для случая, когда все узлы (кроме базисного) являются узлами типа $P-Q$.

Приложение. Практическое применение метода. Для иллюстрации предложенного метода расчета установившегося режима рассмотрим схему замещения одной системы, состоящей из десяти узлов, приведенной в [6].

Исходная информация для расчета базового установившегося режима приведена в табл. 1.

Таблица 1

Узлы	P, МВт	Q, МВ·Ар	U, кВ ($\psi_u=0$)
ЭС-0	—	—	220
ЭН-1	110,0	50,0	—
ЭС-2	106,0	92,5	—
ЭН-3	60,0	28,0	—
ЭН-4	104,0	51,0	—
ЭС-5	85,0	-71,1	—
ЭН-6	100,0	48,0	—
ЭС-7	60,0	136,0	—
ЭН-8	94,0	45,0	—
ЭС-9	80,0	-5,8	—

На основании заданной схемы ЭЭС составляем Z-матрицу узловых сопротивлений — (П-1).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	8,033123+ +j14,745416	5,783197+ +j11,757369	4,215059+ +j9,461194	5,377247+ +j11,261219	5,883415+ +j11,905628	6,474235+ +j12,553975	5,997847+ +j12,003531	5,910250+ +j11,889756	5,648806+ +j11,672178	
2	5,783197+ +j11,757369	9,674698+ +j19,436823	5,926418+ +j13,450469	6,379246+ +j13,803617	7,661314+ +j15,706068	6,352487+ +j13,460825	6,365406+ +j13,607893	6,366290+ +j13,637000	6,383423+ +j13,703814	
3	4,215059+ +j9,461194	5,926418+ +j13,450469	7,060246+ +j16,471628	6,247065+ +j14,121791	5,854368+ +j13,255676	5,367360+ +j12,361754	5,752408+ +j13,113736	5,819743+ +j13,266166	6,054394+ +j13,583591	
4	5,377247+ +j11,261219	6,379246+ +j13,803617	6,247065+ +j14,121791	9,670754+ +j19,854652	7,761166+ +j16,402853	7,648280+ +j16,266476	8,531608+ +j17,798582	8,688258+ +j18,110260	9,211896+ +j18,749479	
5	5,883415+ +j11,905628	7,661314+ +j15,706068	5,844368+ +j13,255676	7,761166+ +j16,402853	12,960736+ +j24,558300	7,919311+ +j16,419788	7,851338+ +j16,413183	7,838028+ +j16,411114	7,806195+ +j16,413228	
6	6,474235+ +j12,553975	6,352487+ +j13,460825	5,367360+ +j12,361754	7,648280+ +j16,266476	7,919311+ +j16,419788	10,121498+ +j19,499125	9,046128+ +j18,121559	8,849916+ +j17,838144	8,249490+ +j17,284747	
7	5,997847+ +j12,003531	6,365406+ +j13,607893	5,752408+ +j13,113736	8,531608+ +j17,798582	7,851338+ +j16,413183	9,046128+ +j18,121559	15,622668+ +j32,530369	14,659060+ +j30,303590	11,277578+ +j25,656013	
8	5,910250+ +j11,889756	6,366290+ +j13,637000	5,819743+ +j13,266166	8,688258+ +j18,110260	7,838028+ +j16,411114	8,849916+ +j17,838144	14,659060+ +j30,303590	17,848902+ +j36,973976	11,779370+ +j27,338693	
9	5,648806+ +j11,672178	6,383423+ +j13,703814	6,054394+ +j13,583591	9,211896+ +j18,749479	7,806195+ +j16,413228	8,249490+ +j17,284747	11,277578+ +j25,656013	11,779370+ +j27,338693	13,811393+ +j30,967983	(П-1)

Таблица 2

Узлы	$\dot{U}_i = U_i' + jU_i''$	$\dot{I}_i = I_i' + jI_i''$
ЭС-0	220,00000 + j0,00000	0,67075 - j0,40754
ЭН-1	210,04433 - j6,19071	-0,51623 + j0,25326
ЭС-2	215,05803 - j3,06604	0,48666 - j0,43705
ЭН-3	211,81111 - j5,50473	-0,27965 + j0,13946
ЭН-4	208,62538 - j6,93780	-0,48983 + j0,26075
ЭС-5	210,12871 - j0,61917	0,40551 + j0,33717
ЭН-6	208,07375 - j7,40048	-0,47180 + j0,24747
ЭС-7	214,81770 - j8,95046	0,25235 - j0,64687
ЭН-8	210,38235 - j10,41153	-0,43515 + j0,23543
ЭС-9	212,23494 - j5,28636	0,37739 + j0,01713

На основе расчета базового установившегося режима в табл. 2 приведены численные значения узловых комплексных напряжений и токов.

Зная численные значения комплексных токов нагрузочных узлов (табл. 2), а также узловых комплексных сопротивлений (матрица Z) можно определить численные значения комплексных сопротивлений $Z_{m \text{ эн}}$, $Z_{\text{эн л}}$, $Z_{\text{эн эн}}$. В данном случае $Z_{m \text{ эн}}$ является столбцовой матрицей и имеет следующие числовые элементы:

$$Z_{m \text{ эн}} = \begin{bmatrix} 6,185085 + j13,171425 & 7,161669 + j14,949308 & 9,012394 + j18,390540 & 8,365216 + j17,820323 \end{bmatrix} \quad (\text{П-2})$$

где τ — знак транспортирования.

С другой стороны, $Z_{\text{эн л}}$ является строчной матрицей со следующими числовыми элементами:

$$Z_{\text{эн л}} = \begin{bmatrix} 6,164599 + j13,179177 & 7,103011 + j14,976976 & 8,844677 + j18,472241 & 8,214134 + j17,885582 \end{bmatrix} \quad (\text{П-3})$$

а сопротивление $Z_{\text{эн эн}}$ имеет следующее численное значение:

$$Z_{\text{эн эн}} = 7,467321 + j15,459564 \quad (\text{П-4})$$

Матрица Z_{mn} для данного случая будет иметь четвертый порядок со следующими численными значениями:

$$\begin{bmatrix} 4,792335 + j8,545785 & 1,840539 + j3,017231 & -1,197035 - j2,576209 & -0,548475 - j1,893629 \\ 1,802367 + j3,037147 & 6,163377 + j10,091580 & -0,687687 - j1,548802 & -0,102287 - j0,962098 \\ -1,344266 - j2,502260 & -0,796746 - j1,494769 & 5,232918 + j11,127152 & 1,518371 + j4,839455 \\ -0,679071 - j1,836121 & -0,194711 - j0,924506 & 1,535006 + j4,823063 & 4,699364 + j10,721643 \end{bmatrix} \quad (\text{П-5})$$

Затем определяем численное значение $U_{\text{эн}}$ на основании (11):

$$\dot{U}_{\text{эн}} = 209,609834 - j7,386918 \quad (\text{П-6})$$

Зная численное значение комплексного тока балансирующего узла из табл. 2, находим:

$$\dot{U}_{\text{эн.б}}^m = \begin{bmatrix} U_{\text{эн.б}}^2 \\ U_{\text{эн.б}}^5 \\ U_{\text{эн.б}}^7 \\ U_{\text{эн.б}}^9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 211,402402 - j6,374711 \\ 210,022800 - j7,169229 \\ 207,378986 - j8,723191 \\ 208,045467 - j8,604469 \end{bmatrix} \quad (\text{П-7})$$

Имея численные значения матриц Z_{mn} и $U_{\text{эн.б}}^m$, можно на основании (21) установить численные уравнения системы нелинейных эквивалентных уравнений. При этом можем проверить точность эквивалентирования исходной ЭЭС в ЭЭС с одним нагрузочным узлом.

Если подставить численные значения комплексных токов станционных узлов $\dot{I}_2, \dot{I}_5, \dot{I}_7, \dot{I}_9$ из табл. 2 в систему численных уравнений типа (21) и получить точные значения комплексных напряжений $\dot{U}_2, \dot{U}_5, \dot{U}_7$ и \dot{U}_9 (также приводимых в табл. 2), то можно говорить о совершенно точном адекватном преобразовании исходной ЭЭС.

В результате этого получим следующие численные значения комплексных напряжений независимых станционных узлов:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= 215,057032 - j3,046800; \\ \dot{U}_5 &= 210,127291 - j0,619471; \\ \dot{U}_7 &= 214,816669 - j8,951711; \\ \dot{U}_9 &= 212,233747 - j5,287158. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-8})$$

Сравнение рассчитанных по (П-8) численных значений комплексных напряжений с численными значениями из табл. 2 показывает их полное совпадение. Некоторое незначительное отклонение полученных численных значений соответствующих комплексных напряжений станционных узлов связано с различным округлением чисел.

Этим завершается построение системы численных эквивалентных уравнений, которая в матричной форме примет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_7 \\ \dot{U}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\text{эн.б}}^2 \\ U_{\text{эн.б}}^5 \\ U_{\text{эн.б}}^7 \\ U_{\text{эн.б}}^9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{2-2} & Z_{2-5} & Z_{2-7} & Z_{2-9} \\ Z_{5-2} & Z_{5-5} & Z_{5-7} & Z_{5-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-5} & Z_{7-7} & Z_{7-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-5} & Z_{9-7} & Z_{9-9} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_7 \\ \dot{I}_9 \end{bmatrix} \quad (\text{П-9})$$

где численные значения элементов квадратной матрицы приведены в виде (П-5).

После построения системы численных уравнений типа (П-9) переходим к решению конкретных примеров по расчету установившегося режима.

На основании (П-9) осуществляем расчет установившегося режима той же ЭЭС, но при этом исходная информация относительно станционных узлов изменяется, что отражено в табл. 3.

С учетом данной исходной информации рассчитан точный установившийся режим, а полученные численные значения узловых комплексных напряжений и токов приведены в табл. 4.

Таблица 3

Узлы	P, МВт	Q, МВ·Ар	U, кВ ($\psi_n=0$)
ЭС-0	—	—	220
ЭН-1	110,0	50,0	—
ЭС-2	80,0	70,2	—
ЭН-3	60,0	28,0	—
ЭН-4	104,0	51,0	—
ЭС-5	105,0	25,0	—
ЭН-6	100,0	48,0	—
ЭС-7	80,0	140,0	—
ЭН-8	94,0	45,0	—
ЭС-9	60,0	20,0	—

Таблица 4

Узлы	$\dot{U}_i=U_i+jU_i''$	$i_j=I_j+jI_j''$
ЭС-0	220,00000+j0,00000	0,69052-j0,07239
ЭН-1	215,69430-j9,16011	-0,49920+j0,25300
ЭС-1	221,42580-j7,34039	0,35049-j0,32869
ЭН-3	218,01360-j8,70130	-0,26960+j0,13911
ЭН-4	216,99410-j11,12431	-0,46600+j0,25890
ЭС-5	221,99839-j6,59260	0,46920-j0,12650
ЭН-6	216,48610-j11,32781	-0,44910+j0,24521
ЭС-7	224,42841-j12,89210	0,31950-j0,64211
ЭН-8	220,17910-j14,60791	-0,41131+j0,23160
ЭС-9	221,84451-j10,65666	0,26550-j0,10291

Теперь необходимо рассчитать тот же установившийся режим с использованием системы эквивалентных уравнений, приведенных в виде матричного уравнения (П-9).

Фактически необходимо по новому методу установить численные значения комплексных напряжений и токов независимых станционных узлов.

Здесь также итерационный процесс начинается с установлением предварительных численных значений комплексных токов независимых станционных узлов на основании формулы (26). При этом в качестве первоначального значения комплексного напряжения можно выбрать либо напряжение из базового режима, либо вещественное напряжение базисного узла.

Полученные результаты расчета (пять итераций) приведены в табл. 5.

Сравнение результатов, приведенных в табл. 5, с результатами табл. 4 показывает их полное совпадение, что доказывает работоспособность предложенного метода расчета установившегося режима.

С другой стороны, приведенные результаты позволяют заметить, что если при классическом

Таблица 5

Узлы	$\dot{U}=U'_m+jU''_m$	$I_m=I'_m+jI''_m$
ЭС-0	220,00000+j0,00000	0,69303-j0,07777
ЭС-2	221,42340-j7,34980	0,35730-j0,33160
ЭС-5	222,05140-j6,57620	0,46940-j0,12040
ЭС-7	224,40419-j13,09520	0,31499-j0,64630
ЭС-9	222,15630-j10,68870	0,26039-j0,10120

Z-методе матрица коэффициентов уравнений является матрицей 9-го порядка (табл. 4), то матрица системы эквивалентных уравнений — 4-го порядка (табл. 5). Это говорит о том, что предложенный новый метод действительно обеспечивает уменьшение не только требуемого объема памяти, но и объема вычислительных работ. Однако следует отметить, что для построения системы эквивалентных уравнений первоначально требуется определение полной Z-матрицы относительно всех независимых узлов исследуемой ЭЭС. После построения системы эквивалентных уравнений в памяти машины сохраняется только матрица, порядок которой характеризуется только числом независимых станционных узлов.

Выводы. 1. Построена упрощенная математическая модель установившегося режима ЭЭС, в основу которой положена система эквивалентных нелинейных алгебраических уравнений при Z-форме задания состояния сети.

2. Модель рекомендуется использовать в основном как подмодель в общей математической модели оптимизации режимов ЭЭС, а соответствующую систему нелинейных алгебраических уравнений — решать на каждой итерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Журавлев В. Г., Филиппова Т. А. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем.— М.: Энергоиздат, 1981.— 464 с.
2. Павлов Л. М., Лю Г. П. Наивыгоднейшее распределение активных нагрузок в сверхмощном энергообъединении.— Изв. вузов. Энергетика, 1975, № 8, с. 3—8.
3. Хачатрян В. С. Метод расчета оптимального режима энергосистем с тепловыми станциями при учете режимных ограничений.— Электричество, 1971, № 2, с. 10—15.
4. Гераскин О. Т. Оптимальные режимы энергосистем.— М.: ВИПКэнерго, 1980.— 24 с.
5. Carvalho M. F., Soares S. S., Ohishi T. A. Optimal active power dispatch by network flow approach.— IEEE Trans. on PAS, 1988, vol. 3, N 4, pp. 1640—1647.
6. Хачатрян В. С. Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших электрических систем.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 4, с. 45—57.

Переходные процессы в реле с несколькими короткозамкнутыми контурами

ЗЕКЦЕР Д. М., канд. техн. наук

Переходным процессам в реле с замедлением посвящена обширная библиография [1—8], причем особенно выделяется монография [4], в которой проведены всеохватывающие теоретические и экспериментальные исследования электромагнитных реле постоянного тока с большим замедлением. Однако в основном рассматриваются реле с одним [1, 2, 5] или двумя [4] короткозамкнутыми контурами, и поэтому система уравнений, описывающая переходные процессы во взаимно связанных контурах, состоит обычно из двух дифференциальных уравнений, которые не отображают связь процессов с местоположением демпферных контуров катушки. Следовательно, в результате решения этой системы уравнений получаем выражения только для двух токов: в намагничивающей обмотке и в одном демпферном контуре — также независимо от их местоположения на сердечнике. Кроме того, отсутствуют формулы для расчета электрического сопротивления медного каркаса катушки, а также для определения времени замедления срабатывания реле с коаксиально концентрическим расположением намагничивающей катушки и демпфирующей гильзы (имеют одну и ту же ось, и центры их симметрии совпадают) или выполненных в виде коаксиально-секционно расположенных катушки и демпфера (демпер размещается у основания или у торца сердечника). Отметим также неточности

при оценке зависимости замедления срабатывания и отпускания реле от взаимного расположения короткозамкнутых контуров [1, 4], когда считают, что время отпускания максимальное в случае расположения демпфирующей гильзы у основания сердечника и время срабатывания наибольшее при концентрическом расположении катушки и демпфера.

На самом деле подавляющее большинство реле с замедлением имеет три короткозамкнутых контура: каркас катушки, гильза, магнитопровод и отличается порядком расположения катушки и гильзы в зависимости от требуемого замедления на срабатывание, например, КДР5М (рис. 1, а) КДРМ5, КДР6М (рис. 1, б), КДРМ6, КМР, РКН, КДЗМ и т. д.

Многочисленные заводские экспериментальные исследования массовых партий реле постоянного тока с замедлением и ряд теоретических соображений опровергают отдельные неточные выводы, имеющиеся в существующей технической литературе, относительно зависимости замедления от взаимного расположения короткозамкнутых контуров.

В качестве конкретного примера рассматривается замедленное реле типа СР (КМР), широко применяемое в устройствах автоматики и телемеханики, в электрических схемах металлургических станков, автоматических дозаторов в химической промышленности и т. д. Это реле имеет три короткозамкнутых контура, совместно обеспечивающих замедление на отпускание якоря до 5 с. Ниже рассмотрены два случая влияния расположения обмотки и демпферного контура на переходные процессы в замедленных реле, срабатывающих при ненасыщенном режиме, что практически имеет место для всех реле с замедлением (СР, КДР5М, КДР6М). Особенно это относится к реле, работающим в повторно-кратковременном режиме, когда м. д. с. срабатывания в десятки раз меньше номинальной м. д. с.

При отсутствии насыщения стали индуктивность реле не зависит от величины тока, так как срабатыванию реле соответствует первоначальный линейный участок кривой намагничивания. Экспериментальные кривые намагничивания, снятые для реле с различным расположением демпферного контура, подтверждают это допущение. Необходимо еще отметить, что индуктивность при срабатывании реле не зависит от изменения воздушного зазора, так как время движения якоря (2 мс) значительно меньше времени нарастания тока до значения срабатывания (25 мс).

Обычно в электрических схемах контуры электромагнитного реле с замедлением представляют сосредоточенными эквивалентными параметрами [1—7]. Во время переходного процесса распределения индукции по сечению магнито-

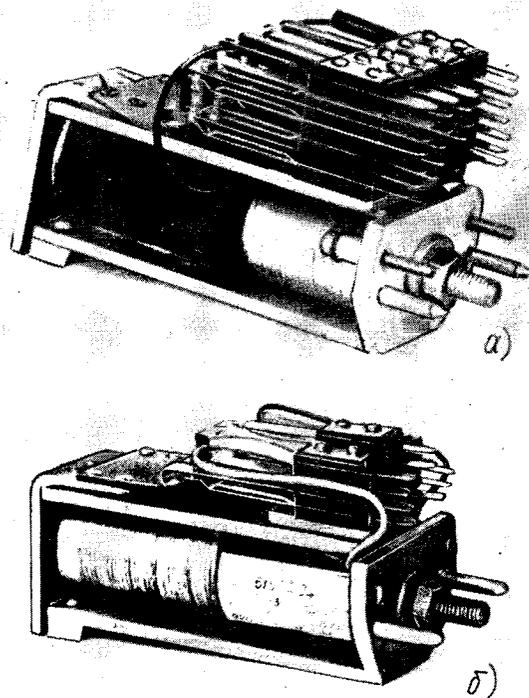


Рис. 1. Реле с катушкой около якоря, демпфер — у основания сердечника (а) и реле с катушкой — у основания сердечника, демпфер — около якоря (б)

провода предполагают равномерным по следующим соображениям:

электрическое сопротивление демпфирующей гильзы в 10—15 раз меньше электрического сопротивления стали (2×10^{-6} Ом \ll $2,3 \times 10^{-5}$ Ом);

ток в гильзе значительно превышает ток в стали, и постоянная времени индуктированных токов в медной гильзе более чем в шесть раз больше постоянной времени вихревых токов в стали [4];

при срабатывании и медленном отпуске характер поля и динамики и статике является по существу одинаковым — как отмечают специалисты ведущих релейных фирм США [7];

в электромагнитных реле постоянного тока с замедлением нарастание магнитного потока происходит медленно, и поэтому можно принять, что, как и в установившемся состоянии, магнитный поток распределен равномерно по сечению магнитопровода [4].

Отметим, что вихревые токи в магнитопроводе не оказывают практически влияния на динамику срабатывания реле постоянного тока с замедлением, особенно после замены стареющей стали (увеличение коэрцитивной силы с течением времени) на нестареющую электротехническую сталь, легированную титаном (в нашей стране) или кремнием (в США), что предопределило повышение удельного электрического сопротивления этой стали [8]. Поэтому вполне оправданной является замена различных контуров вихревых токов эквивалентными одновитковыми вторичными короткозамкнутыми обмотками. В зарубежной технической литературе [7] выводятся такие же приближенные уравнения в предположении, что влияние поля вихревых токов незначительно и что характер магнитного поля в каждый данный момент является таким же, как и характер статического поля. Многочисленные испытания подтвердили практическую допустимость таких ограничений.

Катушка расположена у рабочего зазора около якоря. В этом случае медная гильза не влияет на срабатывание реле, так как магнитный поток замыкается мимо нее: поток проходит через якорь и замыкается по воздуху от корпуса к сердечнику над демпфирующей гильзой. Благодаря этому реле имеет минимальное время срабатывания (20—30 мс). Только после срабатывания реле магнитный поток медленно распространяется вдоль сердечника, при этом поток первоначально замыкается через пути потока рассеивания и далее переходит к замыканию через демпфер [2]. В связи с этим процесс срабатывания реле будет описываться только тремя уравнениями: для обмотки катушки, медного каркаса катушки и для магнитопровода:

$$i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{13} \frac{di_2}{dt} + L_{14} \frac{di_4}{dt} = U;$$

$$i_3 r_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + L_{13} \frac{di_1}{dt} = 0;$$

$$i_4 r_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} + L_{14} \frac{di_1}{dt} = 0,$$

где r_1 — сопротивление катушки; r_3 — сопротивление магнитопровода; r_4 — сопротивление медного каркаса катушки; L_1, L_4, L_5 — индуктивности обмотки, каркаса обмотки и магнитопровода; L_{13}, L_{14} — соответствующие взаимные индукции; i_1 — ток в катушке; i_3 — ток в магнитопроводе; i_4 — ток в медном каркасе катушки.

После ряда преобразований получаем соотношения для токов:

$$1) i_1(t) = U(0,003 - 0,02e^{-5,9t} + 0,000013e^{-14t} - 0,001e^{-270t}),$$

исследования которого показали, что при $t=0$ ток $i_1=0$, а при $t=\infty$ ток $i_1=0,003U=0,15$ А (установившееся значение тока в обмотке);

$$2) i_3(t) = -\frac{U}{0,07 \cdot 10^{-1}}(0,035e^{-5,9t} - 0,005e^{-14t} - 0,03e^{-270t}),$$

исследования этого уравнения показали, что при $t=0$ ток $i_3=0$, а при $t=\infty$ ток $i_3=0$;

$$3) i_4(t) = -\frac{U}{0,007}(0,027e^{-5,9t} - 0,0021e^{-14t} - 0,025e^{-270t}),$$

исследования этого уравнения показали, что при $t=0$ ток $i_4=0$, а при $t=\infty$ ток $i_4=0$.

Для значений времени от 0 до 5 с были построены кривые $i_1=f(t)$, $i_3=f(t)$ и $i_4=f(t)$, приведенные на рис. 2, а.

Численные значения коэффициентов в выражениях для токов были определены после решения системы уравнений на основе преобразования Лапласа и в результате подстановки численных значений сопротивлений, индуктивностей и взаимных индукций в выражения для определителя и миноров, вычисленных по правилу Саррюса. Численные значения степеней экспоненциальной функции являются корнями кубического уравнения в результате вычисления определителя.

Отрицательные знаки перед правыми частями выражений для токов i_3 и i_4 означают, что эти токи имеют противоположное направление току i_1 . Действительно, при срабатывании реле в мед-

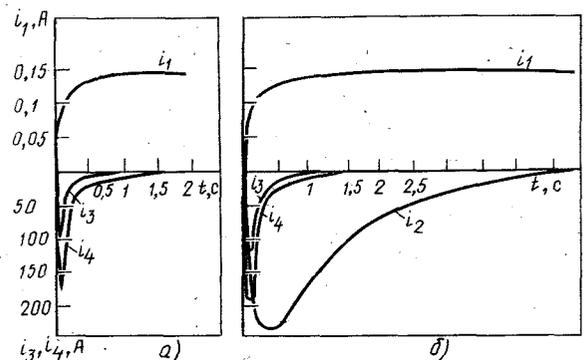


Рис. 2. Изменение тока срабатывания и индуктированных токов в короткозамкнутых контурах в зависимости от местоположения демпфера и катушки: а — катушка — около якоря, демпфер — у основания сердечника; б — катушка — у основания сердечника, демпфер — около якоря

ном каркасе обмотки и в стали магнитопровода индуцируются токи, поле которых препятствует изменению прежнего состояния реле.

Катушка расположена у основания сердечника или concentрически с сердечником. Процесс срабатывания описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{13} \frac{di_3}{dt} + L_{14} \frac{di_4}{dt} = U;$$

$$i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} = 0;$$

$$i_3 r_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + L_{13} \frac{di_1}{dt} = 0;$$

$$i_4 r_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} + L_{14} \frac{di_1}{dt},$$

где r_2 — сопротивление медного каркаса катушки; L_1, L_2, L_3, L_4 — индуктивности короткозамкнутых контуров; L_{12}, L_{13}, L_{14} — взаимоиנדукции соответствующих короткозамкнутых контуров; i_2 — ток в медном каркасе катушки.

В результате преобразований и вычислений получены уравнения:

$$i_1(t) = U(0,003 - 0,000194e^{-0,85t} - 0,00140e^{-4,8t} - 0,00008e^{-12,3t} - 0,0016e^{-43,7t});$$

$$i_2(t) = -\frac{U}{0,147}(1,2e^{-0,85t} - 0,66e^{-4,8t} + 0,047e^{-12,3t} - 0,589e^{-43,7t});$$

$$i_3(t) = -\frac{U}{0,147}(0,006e^{-0,85t} + 0,47e^{-4,8t} + 0,28e^{-12,3t} - 0,75e^{-43,7t});$$

$$i_4(t) = -\frac{U}{0,147}(0,008e^{-0,85t} + 0,61e^{-4,8t} + 0,27e^{-12,3t} - 0,89e^{-43,7t}).$$

Для значений времени от 0 до 5 с были построены кривые $i_1=f(t), i_2=f(t), i_3=f(t), i_4=f(t)$, приведенные на рис. 2, б, анализ которых показывает, что при размещении обмотки у якоря индуктированные токи в медном каркасе обмотки и в стали нарастают за 0,1 с, затухают за 1—1,5 с и их максимальная амплитуда меньше. В случае установки обмотки у стыка сердечника с ярмом, индуктированные токи нарастают медленнее, особенно основной замедляющий ток в медном каркасе катушки (за 0,7 с), затухают в течение длительного времени (до 5 с) и их максимальная амплитуда больше. Что касается токов в обмотках, то они нарастают мгновенно из-за большого объема меди.

Результаты экспериментальных исследований приведены на рис. 3. Время замедления на срабатывание, например, у реле СР с катушкой около якоря составляет 20 мс, а с демпферным контуром около якоря — 120 мс. При этом всегда время срабатывания у реле с демпферным контуром около якоря больше — независимо от контактной нагрузки (от одной до пятнадцати контактных групп и величины диаметра демпфера) (рис. 2). Аналогичные результаты получены при

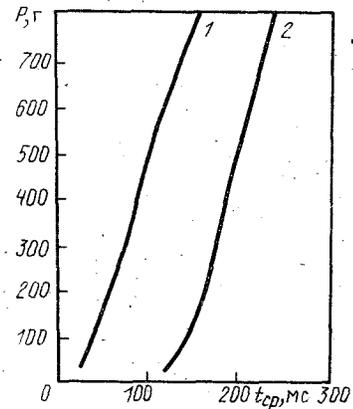


Рис. 3. Изменение времени срабатывания в зависимости от контактной нагрузки и местоположения катушки и демпфера для реле типа СР (КМР): 1 — катушка — около якоря, демпфер — у основания сердечника; 2 — катушка — у основания сердечника, демпфер — около якоря

испытаниях других реле с замедлением, например типа КДР5М и КДР6М.

На основании приведенных теоретических и экспериментальных исследований можно вывести следующие выражения для определения времени срабатывания электромагнитного реле постоянного тока с замедлением:

а) для случая равномерно распределенной катушки, расположенной коаксиально-концентрически с цилиндрической гильзой —

$$t_{cp} = \left(\frac{\omega^2 G_p}{r_k} + k_b \frac{G_p}{\pi \rho} + k_c \frac{G_p}{r_c} \right) \ln \frac{I}{I - I_{cp}},$$

$$\frac{l_r \ln \frac{D_r}{d_r}}$$

где ω — число витков катушки; G_p — магнитная проводимость; r_k — сопротивление катушки; l_r — длина гильзы; D_r и d_r — внешний и внутренний диаметры гильзы; ρ — удельное электрическое сопротивление материала гильзы; k_b — коэффициент электромагнитной связи гильзы с катушкой; k_c — коэффициент электромагнитной связи стали с медью катушки; r_c — сопротивление стали;

б) для случая расположения демпферной гильзы у основания сердечника —

$$t_{cp} = \left[\frac{\omega^2 G_0}{r_k} + k_k \frac{G_0 \left(2l_{ш} \ln \frac{D_{ш}}{d_{ш}} + l_k \ln \frac{D_k}{d_k} \right)}{2\pi \rho} + k_c \frac{G_0}{r_c} \right] \times$$

$$\times \ln \frac{I}{I - I_{cp}},$$

где $l_{ш}$ — толщина щечки каркаса катушки; $D_{ш}, d_{ш}$ — внешний и внутренний диаметры щечки; k_k — коэффициент электромагнитной связи каркаса катушки с катушкой; G_0 — магнитная проводимость для данной конструкции; l_k — длина каркаса катушки; D_k, d_k — внешний и внутренний диаметры каркаса;

в) для случая расположения демпферной гильзы у рабочего зазора сердечника —

$$t_{cp} = \left[\frac{\omega^2 G_s}{r_k} + k_k \frac{G_s \left(2l_{ш} \ln \frac{D_{ш}}{d_{ш}} + l_k \ln \frac{D_k}{d_k} \right)}{2\pi \rho} + \right.$$

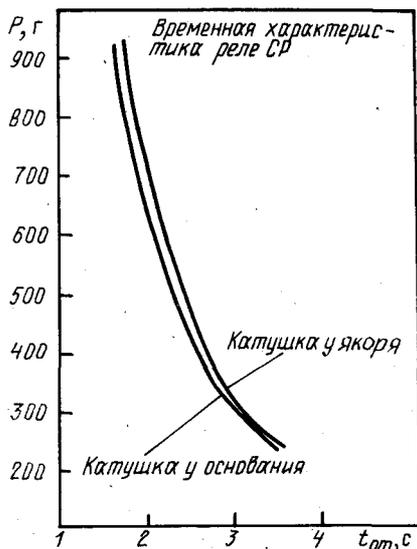


Рис. 4. Изменение замедления на отпускание якоря в зависимости от контактной нагрузки и местоположения катушки и демпфера для реле типа СР (КМР)

$$+ \frac{G_3 I_r \ln \frac{D_r}{d_r}}{2\pi\rho} + k_c \frac{G_3}{r_c} \ln \frac{I}{I - I_{cp}},$$

$$r_c = \frac{4\pi\rho_c (a^2 + b^2)}{l_c (a^2 + b^2) + \pi a b l_2 + \pi a b l_4},$$

что является результатом параллельного соединения электрических сопротивлений вихревым токам на различных участках Ш-образной магнитной системы с круглым сердечником и прямоугольным сечением яра и якоря.

Время срабатывания t_{cp} по результатам экспериментов составило: при концентрическом расположении демпферного контура вдоль всего сердечника — 80 мс, при размещении у основания сердечника — 25 мс и при размещении у рабочего зазора сердечника — 120 мс. Соответствующие расчетные времена составили 100, 20 и 120 мс.

При включении реле характер переходных процессов не зависит от местоположения демпферного контура (рис. 4), как это показывают экспериментальные кривые, снятые на одном и том же реле типа СР, но с различным положением демпфера: у якоря и у основания. При этом замедление на отпускание реле, как показали испытания, остается практически независимым от положения демпферного контура при любой контактной нагрузке (от одной до пятнадцати контактных групп) и от любого размера

медного демпфера. Такие же результаты получены при испытаниях других реле с замедлением, например, типа КДР5М и реле КДР6М. Физически это объясняется тем, что в процессе отключения медный демпферный контур в одном и в другом случае будет сцеплен примерно с одинаковыми потоками, так как при малых зазорах между притянутым якорем и полюсным наконечником сердечника магнитное рассеивание незначительно.

Выключение реле происходит в основном в насыщенном режиме для обеспечения независимости замедления на отпускание якоря от колебаний напряжения питания в отличие от случая включения реле. В связи с этим все переходные процессы анализируются графическим способом, используя дробную линеаризацию [1].

Изменение магнитного потока после прекращения действия намагничивающей обмотки происходит сравнительно медленно. Поэтому можно принять, что, как и в установившемся состоянии, во время спадания потока он распределен равномерно по сечению магнитопровода [2]. При этом выполняется условие неравенства $\rho_0 \Phi_{дл} \gg 1$ [4], что позволяет с достаточной точностью считать распределение индукции по сечению магнитопровода достаточно равномерным.

Экспериментальные значения времени отпускания t_0 составили: при расположении демпфирующей гильзы у основания сердечника 5÷6 с, у рабочего зазора — 4,9÷6 с и коаксиально-концентрически с обмоткой — 5,2÷6,2 с. Соответствующие расчетные значения составили 7,8 5,66 и 6,1 с. Таким образом подтверждается правильность принятых ограничений. Испытания проводились для одного и того же реле, при одной и той же регулировке. Менялись только местоположения катушки и демпфера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ступель Ф. А. Электромеханические реле.— Харьков: Изд. Харьковского госуниверситета, 1956.
2. Гордон А. В., Сливинская А. Г. Электромагниты постоянного тока.— М.: Госэнергоиздат, 1960.
3. Ротерс Дж. Электромагнитные механизмы.— М.: Госэнергоиздат, 1949.
4. Орлов Д. В. Электромагниты с замедлением.— М.: Энергия, 1970.
5. Клименко Б. В. Интегрирование уравнений динамики электромагнитов при наличии вторичных контуров.— Электричество, 1984, № 11.
6. Сотсков Б. С. Основы расчета и проектирования электромеханических элементов автоматических и телемеханических устройств.— Л.: Энергия, 1965.
7. Пик Р., Уэйгар Г. Расчет коммутационных реле.— Л.: Госэнергоиздат, 1961.
8. Зеккер Д. М. Повышение надежности электромагнитных реле.— Технология электротехнического производства, 1974, вып. 7(62).

[20.03.91]

Анализ чувствительности резервных защит распределительных сетей энергосистем

КЛЕЦЕЛЬ М. Я., канд. техн. наук, НИКИТИН К. И., канд. техн. наук

Павлодарский индустриальный институт

Дальнее резервирование — одно из относительно простых и дешевых средств обеспечения эффективности функционирования электрических систем. Но на линиях с ответвлениями оно часто не использовалось из-за трудностей обеспечения чувствительности релейной защиты [1, 2]. В последнее время появились предложения по созданию чувствительных устройств резервных защит на основе новых принципов [3] и совершенствования старых [4]. Однако и они в некоторых случаях оказываются недостаточно чувствительными, а вопрос о том, какую защиту установить в данном конкретном случае, по-прежнему решается перебором вариантов из-за отсутствия рекомендаций, определяющих возможную область использования защит в зависимости от их чувствительности. В предлагаемой статье сделана попытка найти пути дальнейшего повышения чувствительности и дать такие рекомендации на основе следующей методологии.

Параметр срабатывания защиты выражается через максимальный рабочий ток $I_{p \max}$, а значение параметра, которое она еще может выявить, — через минимальный ток короткого замыкания (к. з.) $I_{k \min}$, при котором имеет место это значение. Затем из формулы для определения коэффициента k_{χ} чувствительности защиты $I_{k \min}$ выражается через $I_{p \max}$, а k_{χ} принимается равным 1, 2 (в соответствии с [1] для всех резервных защит минимально допустимый $k_{\chi}=1, 2$). По полученным $I_{k \min}$ и проводится сравнение по чувствительности и определяется область возможного применения.

Традиционно применяемые принципы. Максимальная токовая защита (МТЗ). Ток $I_{k \min}$ для МТЗ определим из известных формул:

$$k_{\chi} = I_{k \min} / I_{c.з.}; \quad I_{c.з.} = k_{отс} k_{зап} I_{p \max}. \quad (1)$$

Для этого следует подставить в первую значение $I_{c.з.}$ из второй. Здесь $I_{c.з.}$ — ток срабатывания защиты; $k_{отс}$ и $k_{зап}$ — коэффициенты отстройки и самозапуска ($k_{отс}$ учитывает и необходимость обеспечения возврата реле).

При токах $I_{k \min} < I_{p \max}$ (короткое замыкание за трансформатором отвлечения) ток $I_{т.т.}$ через трансформаторы тока (ТТ) защиты равен

$$I_{т.т.} = I_{н.д.} + I_{k \min} - I_{тр.п.} \quad (2)$$

где $I_{н.д.}$ и $I_{тр.п.}$ — ток нагрузки линии и трансформатора минимальной мощности в доаварийном режиме ($I_{k \min}$ определяется при к. з. за этим трансформатором).

Значение $I_{т.т.}$ минимально при $I_{н.д.}=0$. Поэтому $I_{т.т.} = I_{k \min}$ и в (1), и далее используется $I_{k \min}$, а не $I_{т.т.}$ по (2).

Таким образом,

$$I_{k \min} = k_{\chi} k_{отс} k_{зап} I_{p \max}. \quad (3)$$

При $k_{\chi} k_{отс} = 1,45$ и $k_{зап} = 1-5$ имеем

$$I_{k \min} = (1,45-7,2) I_{p \max}.$$

Дистанционные защиты (ДЗ). Известно [1], что реле сопротивления имеет максимальную и минимальную чувствительность. Сопротивление срабатывания в первом случае можно представить в виде

$$z_{c.з. \max} = k_{\chi} z_{\kappa} = k_{\chi} U_{\kappa} / \sqrt{3} I_{т.т.} \quad (4)$$

а во втором (по условию отстройки от нагрузочного режима) —

$$z_{c.з.} = z_{н. \min} / k_{отс} = U_{p \min} / \sqrt{3} I_{p \max} k_{зап} k_{отс}, \quad (5)$$

где U_{κ} и $U_{p \min}$ — напряжения в месте установки защиты (МУЗ) при к. з. с $I_{k \min}$ и нагрузке с током $I_{p \max}$. В общем случае $z_{c.з. \max} \neq z_{c.з.}$, а отношение $z_{c.з.} / z_{c.з. \max}$ показывает [2], в какой мере параметры характеристики (ее размеры и форма) влияют на отстройку реле сопротивления от параметров нагрузочного режима. Если известна характеристика реле, то, определив по ней $z_{c.з. \max}$ и $z_{c.з.}$, например, в полярных координатах (тогда $z_{c.з. \max} = \rho(\varphi_{\kappa})$, а $z_{c.з.} = \rho(\varphi_{н.})$, где φ_{κ} и $\varphi_{н.}$ — углы между током и напряжением, подведенными к реле сопротивления при к. з. с $I_{k \min}$ и при нагрузке с $I_{p \max}$) и разделив почленно (4) на (5), получим

$$I_{k \min} = k_{\chi} k_{отс} k_{зап} I_{p \max} \frac{\rho(\varphi_{н.})}{\rho(\varphi_{\kappa})} \frac{U_{\kappa}}{U_{p \min}}. \quad (6)$$

Нетрудно показать, что при к. з. за трансформатором отвлечения при $I_{k \min} \leq I_{p \max}$ и реальных сопротивлениях системы $z_{\kappa} = (0,005-0,05) z_{н.}$ напряжение U_{κ} уменьшается не более чем на 5%, а при самозапуске нагрузки линии $U_{p \min}$ уменьшается от $U_{н.}$ до $0,6 U_{н.}$ с увеличением $k_{зап}$ от 1 до 5.

Поэтому здесь и далее принимается $U_{\kappa} = 0,95 U_{н.}$, $U_{p \min} = (1-0,6) U_{н.}$

Расчет $I_{k \min}$ ведется по (6) при $\varphi_{\kappa} = 70-90^{\circ}$, $\varphi_{н.} = 0-50^{\circ}$ и угле максимальной чувствительности реле сопротивления $\varphi_{м.ч.} = 65-80^{\circ}$. При этом сначала для каждого вида характеристики срабатывания (ХС) определяем $\rho(\varphi_{н.})$ и $\rho(\varphi_{\kappa})$. Например, для круговой характеристики с центром в начале координат

$$\rho(\varphi_{н.}) = \rho(\varphi_{\kappa}) = z_y, \quad (7)$$

где z_y — сопротивление уставки защиты. Тогда

$$I_{k \min} = (1,4-11,7) I_{p \max},$$

причем первая цифра соответствует $k_{зап} = 1,0$, а последняя — $k_{зап} = 5$. Аналогично получены $I_{k \min}$ (в долях от $I_{p \max}$) для круговых ХС, смещенных

в III квадрант — (0,6—7,8), в I квадрант — (0,6—5,2), проходящих через начало координат — (0,6—7,7), эллиптических ХС, смещенных в III квадрант — (0,4—9) и I квадрант — (0,2—9,7), треугольной ХС с вершиной в начале координат — (0,2—9,3), трапецидальной — (0,2—8,3).

Возможные принципы построения защит. Защиты, реагирующие на величины активной мощности и проводимости. По аналогии с МТЗ можно считать:

$$\left. \begin{aligned} P_{с.з} &\geq k_{отс} k_{зап} P_{р\max}; \\ k_{ч} &= P_{к\min} / P_{с.з}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{с.з} &= k_{отс} k_{зап} Y_{р\max} = \frac{k_{отс} k_{зап} \sqrt{3} I_{р\max}}{U_{р\min}}; \\ k_{ч} &= \frac{Y_{к\min}}{Y_{с.з}} = \frac{\sqrt{3} Y_{к\min}}{U_{к} Y_{с.з}}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $P_{с.з}$ и $Y_{с.з}$ — мощность и проводимость, при которых срабатывают соответствующие защиты; $P_{р\max}$ и $Y_{р\max}$ — максимальная мощность, передаваемая по линии в рабочем режиме, и проводимость; $P_{к\min}$ и $Y_{к\min}$ — мощность к. з. и проводимость при $I_{к\min}$.

Если защита реагирует на активную мощность, то

$$P_{к\min} = \sqrt{3} U_{к} I_{к\min} \cos \varphi_{к}; \quad (10)$$

$$P_{р\max} = \sqrt{3} U_{р\min} I_{р\max} \cos \varphi_{н}; \quad (11)$$

если на реактивную, то в (10) и (11) вместо косинусов надо подставить синусы.

Из (7), (10), (11) определяем $I_{к\min}$. Для защиты, реагирующей на активную составляющую, имеем

$$I_{к\min} = k_{ч} k_{отс} k_{зап} \frac{\cos \varphi_{н}}{\cos \varphi_{к}} \frac{U_{р\min}}{U_{к}} I_{р\max} \quad (12)$$

или

$$I_{к\min} = (5,7 - 13,2) I_{р\max}.$$

Аналогично определяется $I_{к\min}$ и для защиты, реагирующей на реактивную составляющую мощности:

$$I_{к\min} = (0,7 - 3,4) I_{р\max}.$$

Для защиты, реагирующей на проводимость,

$$I_{к\min} = k_{ч} k_{отс} k_{зап} \frac{U_{к}}{U_{р\min}} I_{р\max}. \quad (13)$$

Формула (13) совпадает с формулой (6) при условии (7), следовательно, эта защита имеет такую же чувствительность, как и дистанционная с круговой ХС с центром в начале координат.

Защиты, реагирующие на составляющие обратной последовательности. Защита, реагирующая на токи ОП. Защита должна отстраиваться от тока небаланса $I_{нб}$, обусловленного несимметрией сети и погрешностью фильтра. При этом

$$I_{с.з} = k_{отс} I_{нб}; \quad I_{нб} = (0,05 - 0,2) I_{р\max}. \quad (14)$$

При наличии нескольких линий, подключенных к общим шинам, защита должна отстраиваться от тока $1,43 I_{р\max}$ [1], возникающего в неповрежденных линиях при к. з. вблизи шин на одной из линий. Из схемы замещения обратной последовательности (ОП) для линии с ответвлениями следует:

$$I_{2т.т} = I_{2к} / A;$$

$$A = \left| \frac{(z_c + z_1) z_{н1} + (z_2 + z_{тр} + z_{н2})(z_c + z_1 + z_{н1})}{z_{н1} z_{н2}} \right|, \quad (15)$$

где $I_{2т.т}$ — ток ОП, протекающий через ТТ; $I_{2к}$ — ток ОП в месте к. з., z_1 и z_2 , $z_{тр}$ и $z_{н2}$ — сопротивления первого и второго участков линии, трансформатора и нагрузки наиболее удаленного от источника питания ответвления (последнего); второй участок — линия от точки присоединения предпоследнего ответвления до точки присоединения последнего; z_c — сопротивление системы; $z_{н1}$ — эквивалентное сопротивление всей нагрузки линии, кроме нагрузки $z_{н2}$ трансформатора с минимальной мощностью.

Используя (14), (15) и соотношения [5]

$$I_{к\min}^{(2)} = \sqrt{3} |I_{1к}|, \quad |I_{1к}| = |I_{2к}|$$

(где $I_{1к}$ — ток прямой последовательности), определим $I_{к\min}$:

$$I_{к\min} = \sqrt{3} k_{ч} k_{отс} I_{нб} A. \quad (16)$$

При $I_{нб} = (0,06 - 0,2) I_{р\max}$, $z_c = (0,5 - 0,001) z_{н1}$, $z_{н2} = (10 - 100) z_{н1}$, $z_1 = (0,1 - 0,001) z_{н1}$, $z_2 = (0,1 - 0,001) z_{н1}$ получим

$$I_{к\min} = (0,15 - 1,5) I_{р\max}.$$

Защиты, реагирующие на напряжение ОП и мощность ОП. Для них соответственно

$$\left. \begin{aligned} U_{2с.з} &= k_{отс} U_{нб}; \quad k_{ч} = U_2 / U_{2с.з}; \\ S_{2с.з} &= k_{отс} S_{нб}; \quad k_{ч} = S_2 / S_{2с.з} = I_{2т.т} U_2 / S_{2с.з}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где $U_{нб}$, $S_{нб}$ и $U_{2с.з}$, $S_{2с.з}$ — напряжения и мощности небаланса и срабатывания ОП; U_2 — напряжение ОП в МУЗ при $I_{к\min}$.

Учитывая, что $U_2 = I_{2т.т} z_c$, и предыдущие соотношения, легко найти $I_{к\min}$ для обеих защит. Для первой

$$I_{к\min} = \sqrt{3} k_{ч} k_{отс} \frac{A}{z_c} U_{нб}. \quad (18)$$

При $U_{нб} = (0,06 - 0,2) U_{н}$ получим

$$I_{к\min} = (1,0 - 500,0) I_{р\max}. \quad (19)$$

Для второй

$$I_{к\min} = A \sqrt{3 k_2 k_{отс} S_{нб} / z_c}.$$

При $S_{нб} = (0,004 - 0,04) S_{р\max}$ получим

$$I_{к\min} = (0,2 - 13,2) I_{р\max}.$$

Защиты, действующие при приращении измеряемых величин. Принцип их построения следующий [6]. Непрерывно измеряемый параметр в момент времени t_1 сравнивается с его значением в момент $t_2 = t_1 - \Delta t$. Если разность превышает определенное значение, то через заданное время защищаемая электроустановка отключается.

Защита, действующая при приращении модуля тока. Ток $I_{с.з}$ срабатывания защиты нужно отстраивать от наибольшего приращения в рабочем режиме, т. е.

$$I_{с.з} = (|I_{п.л}| - |I_{н.д}|) k_{отс}; \quad I_{п.л} = k_{зап} I_{р\ max}; \quad (20)$$

$$I_{с.з} = |I_{п.тр}| k_{отс}; \quad (21)$$

$$I_{с.з} = |I_{тр1}| k_{отс}; \quad (22)$$

где $I_{п.л}$ и $I_{п.тр}$ — токи самозапуска линии и трансформатора с наибольшей двигательной нагрузкой; $I_{тр1}$ — ток нагрузки трансформатора с наибольшей мощностью;

$$k_{ч} = \frac{\Delta I_k}{I_{с.з}} = \frac{|I_{т.т}| - |I_{р\ max}|}{I_{с.з}}; \quad (23)$$

ΔI_k — приращение тока при к.з. с $I_{к\ min}$; $I_{т.т}$ и $I_{н.д}$ — токи, протекающие через ТТ, соответственно в момент к.з. и на Δt раньше.

Наихудший случай — при $I_{н.д} = I_{р\ max}$.

Заметим, что отстройка по (20) делает рассматриваемую защиту равноценной МТЗ. $I_{к\ min}$ получим, подставляя $I_{с.з}$ по (20), (21), (22) в (23) с учетом (1) и считая, что в (20) $I_{н.д} = I_{р\ max}$:

$$I_{к\ min} = \sqrt{\frac{[k_{ч} k_{отс} \sqrt{I_{р\ max}^2 + I_{п.тр}^2 + 2I_{р\ max}} \times \times I_{п.тр} \cos(\varphi_{зап} - \varphi_n) - I_{р\ max} (k_{ч} k_{отс} - 1)]^2 - (I_{р\ max} - I_{трn})^2 \sin^2(\varphi_k - \varphi_n) - (I_{р\ max} - I_{трn}) \cos(\varphi_k - \varphi_n)}}{2}} \quad (24)$$

где $I_{трn}$ — ток нагрузки трансформатора с наименьшей мощностью.

При $I_{трn} = 0$, $I_{п.тр\ max}$, $I_{п.тр} = k_{зап} I_{тр1} = k_{зап} \cdot 0,3 I_{р\ max}$ имеем $I_{к\ min} = (0,22 - 2,15) I_{р\ max}$.

Защита, действующая при приращении мощности. По аналогии с предыдущей защитой можно записать:

$$\left. \begin{aligned} S_{с.з} &= k_{отс} (|I_{п.л}| \cdot |U_{с1}| - |I_{н.д}| \cdot |U_n|); \\ S_{с.з} &= k_{отс} |I_{п.тр1}| \cdot |U_{с2}|; \\ S_{с.з} &= k_{отс} |I_{тр1}| \cdot |U_n|; \quad k_{ч} = \Delta S_k / S_{с.з} = \\ &= (|I_{т.т}| \cdot |U_k| - |I_{н.д}| \cdot |U_n|) / S_{с.з}, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где $S_{с.з}$ и ΔS_k — мощность срабатывания защиты и приращение мощности при к.з. с $I_{к\ min}$; U_n , $U_{с1}$, $U_{с2}$ и U_k — напряжения на шинах подстанции, от которой отходит защищаемая линия, соответственно в нормальном режиме, при самозапуске нагрузки всей линии, нагрузке $I_{тр1}$ трансформатора с наибольшей двигательной нагрузкой и при к.з. с $I_{к\ min}$.

Из (25) легко получить

$$I_{к\ min} = \{k_{ч} k_{отс} [I_{п.тр1} U_{с2} - I_{р\ max} (U_n - U_{с2})] + I_{р\ max} (U_n - U_k)\} / U_k + I_{трn}. \quad (26)$$

При $U_{с2} = (1 - 0,8) U_n$ и $U_k = 0,95 U_n$ имеем

$$I_{к\ min} = (0,5 - 2,2) I_{р\ max}.$$

Приращение сопротивления и проводимости. Построение защиты на приращение сопротивления не имеет смысла, так как для ее действия необходимо, чтобы $z_{тр}^k > z_{тр}^n$ ($z_{тр}^k$ и $z_{тр}^n$ — сопротивления трансформатора при к.з. на его выводах со стороны низшего напряжения и при нагрузке), если она реагирует на увеличение сопротивления, или $z_{с.з} = \infty$ (из-за необходимости отстройки от подключения нагрузки после холостого хода линии), если на уменьшение. Но ни то, ни другое невозможно.

Защита, реагирующая на величину ΔG приращения проводимости, где

$$\Delta G = \frac{I + \Delta I}{U + \Delta U} - \frac{I}{U} = \frac{U \Delta I + \Delta U I}{U(U - \Delta U)},$$

должна отстраиваться от приращения ΔG_n и $\Delta G_{п.тр1}$ при самозапуске нагрузки линии и подключении трансформатора с нагрузкой $I_{тр1}$ на холостом ходу линии. Для этого необходимо, чтобы (по аналогии с предыдущими двумя защитами)

$$G_{с.з} = k_{отс} \Delta G_{п.л}; \quad (27a)$$

$$G_{с.з} = k_{отс} \Delta G_{п.тр1}; \quad (27б)$$

$$G_{с.з} = k_{отс} G_{тр1}; \quad (27в)$$

$$\Delta G_k / G_{с.з} = k_{ч}. \quad (27г)$$

Включение всей нагрузки линии от ключа управления выключателем не учитывается по тем же причинам, что и для защиты, действующей при приращении модуля тока.

Считая, что определяющей является отстройка по (27a), имеем

$$\begin{aligned} & [U_n (|I_{т.т}| - |I_{р\ max}|) + \Delta U_k I_{р\ max}] U_n \times \\ & \times (U_n - \Delta U) \geq [k_{отс} k_{ч} U_n (|I_{п.л}| - |I_{р\ max}|) + \\ & + \Delta U_{с1} I_{р\ max}] U_n (U_n - \Delta U_{с1}), \end{aligned} \quad (28)$$

где $\Delta U_k = U_n - U_k$; $\Delta U_{с1} = U_n - U_{с1}$.

Из (28) легко найти $I_{т.т}$, а затем из (2) — $I_{к\ min}$:

$$I_{к\ min} = \sqrt{\frac{[(k_{ч} k_{отс} U_k / U_{с1}) \sqrt{I_{р\ max}^2 + I_{п.л}^2 + 2I_{р\ max} I_{п.л}} \times \times \cos(\varphi_{зап} - \varphi_n) - I_{р\ max} U_k (k_{ч} k_{отс} - 1) / U_n]^2 \times \times (I_{р\ max} - I_{трn})^2 \sin^2(\varphi_k - \varphi_n) - (I_{р\ max} - I_{трn}) \cos(\varphi_k - \varphi_n)}}{2}} \quad (29)$$

При этом учитывается, что углы φ_n , φ_k и $\varphi_{зап}$ в общем случае различны ($\varphi_{зап}$ — угол между током и напряжением в МУЗ при самозапуске).

Подобным же образом определяется $I_{к\ min}$. Например, при отстройке по (27б), когда $\varphi_n \approx \varphi_{зап} \approx \varphi_k$:

$$I_{к\ min} = (0,5 - 2,2) I_{р\ max}.$$

Сопоставление рассматриваемых защит по чувствительности. Приведенный анализ показывает, что традиционные ДЗ способны отключать

$I_{к\min} \geq 0,2 I_{р\max}$, если можно не учитывать самозапуск двигательной нагрузки, а при учете — лишь $I_{к\min} \geq 0,6 I_{р\max}$. Как известно (например, [2]), $I_{к\min}$ в ряде случаев оказываются значительно меньшими.

Защиты, выделяющие токи ОП, могут отключать $I_{к\min} = (0,1 \div 0,6) I_{р\max}$, но только в случаях применения их на одиночных линиях, и нуждаются в дополнительных устройствах, реагирующих на трехфазные к.з. Рассмотренные защиты, измеряющие приращение тех или иных электрических величин, имеют примерно такую же чувствительность, как и направленные ДЗ. Таким образом, традиционные и проанализированные выше гипотетические защиты не всегда смогут удовлетворить требованиям чувствительности.

Сопоставление по чувствительности новых защит и некоторые пути ее дальнейшего повышения. Из вышеизложенного видно, что ДЗ и защиты, реагирующие на приращение измеряемых величин, были бы значительно чувствительнее, если не отстраивать их от режима самозапуска. Не отстраивать можно, если выводить защиту из работы на время t_n самозапуска всей нагрузки линии при включении ее от ключа управления и от устройства автоматического повторного включения, что технически выполняется достаточно просто (например, как в [3]), или за счет увеличения времени срабатывания защиты до $t_{с.з.} > t_n$. Это допустимо на линиях, питающих ЭД сравнительно небольшой мощности. Однако на таких линиях иногда $I_{к\min} < 0,2 I_{р\max}$ и необходимо дальнейшее повышение чувствительности, которого можно добиться измеряя приращение реактивной составляющей тока. Тогда $I_{с.з.}$ отстраивается от $I_{тр1} \sin \varphi$, а $I_{к\min} \geq (k_{отс} k_{\varphi} I_{тр1} \sin \varphi_1 + I_{трn} \sin \varphi_n) / \sin \varphi_k$, причем $I_{тр1} > I_{тр2} > \dots > I_{трn}$, где $I_{тр1}, \dots, I_{трn}$ и $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ — токи и углы номинальной нагрузки 1-го, 2-го, ..., n -го трансформаторов. В результате $I_{к\min} = (0,11 - 0,66) I_{р\max}$, но защита получается довольно сложной, и в ней задействованы цепи напряжения. Если $I_{к\min} \geq 0,4 I_{р\max}$, то лучше использовать токовую защиту [6], изменяющую уставку в зависимости от нагрузки линии. При малом количестве ступеней она достаточно проста и может оказаться предпочтительней и ДЗ, так как не связана с цепями напряжения.

При больших t_n выводить резервную защиту из работы на время $t_n + \Delta t$ нежелательно, нельзя увеличить и время $t_{с.з.}$ до $t_n + \Delta t$. В таких случаях нужно использовать защиты с принципами действия, позволяющими не учитывать самозапуск. К ним в первую очередь относится защита, реагирующая на токи ОП. Чтобы не отстраивать ее от упомянутого выше тока $1,43 I_{р\max}$, предлагается блокировать все резервные защиты (на токах ОП) неповрежденных линий. Это можно сделать с помощью простого устройства, содержащего максиселектор и схемы сравнения двух величин для каждой из линий, подключенных к общим шинам. Максиселектор выделяет наибольший из всех токов ОП в линиях,

который сравнивается с током ОП каждой линии. Схемы сравнения выдают запрещающий сигнал, если разность сравниваемых величин больше заданного значения. Последнее определяется небалансом фильтров тока ОП (ФТОП). Альтернативой защите с ФТОП является защита, реагирующая на разность модулей токов фаз. Она не отстраивается от упомянутого тока $1,43 I_{р\max}$ и в большинстве случаев не нуждается в рассмотренной блокировке, которая при большом числе присоединений, отходящих от общих шин, может значительно снизить надежность функционирования защиты. Если предлагаемая защита устанавливается на одиночной линии, то (как показали расчеты) при двухфазных к.з. за трансформатором отвлечения

$$I_{с.з.} = k_{отс} I_{нб}; I_{к\min} = (0,10 - 0,35) I_{р\max}.$$

Если защита устанавливается на линии, отходящей от общих шин, то

$$I_{с.з.} = k_{отс} \cdot 0,5 I_{р\max}; I_{к\min} = (0,65 - 0,7) I_{р\max}$$

($0,5 I_{р\max}$ получено в результате вычисления разности между токами в фазах неповрежденных линий при двухфазном к.з. вблизи шин на одной из отходящих линий).

Для работы при трехфазных к.з. защита на токах ОП и защита на разность модулей токов фаз дополняются приставкой, реагирующей на приращение тока. Однако из-за отстройки от приращения тока при самозапуске нагрузки линии или одного из трансформаторов чувствительность к этим к.з. может оказаться недостаточной.

В некоторых случаях чувствительность можно повысить, отличая самозапуск от трехфазного к.з. за трансформатором следующим образом. Измеряется разность $I_0 - I_t$ в первый момент увеличения тока и через время срабатывания защиты. Если $I_0 - I_t \geq I_s$ (I_s — заданное значение тока), то действие защиты запрещается. I_s формируется как $(I_0 + I_t) v k'_{отс}$, где v — суммарные погрешности трансформаторов тока и реле; $k'_{отс}$ — коэффициент отстройки, учитывающий изменение во времени сопротивления дуги при к.з.

Отметим, что оценки чувствительности всех защит проводились в предположении о таком затухании броска тока намагничивания (БНТ) $I_{БНТ}$ при включении силовых трансформаторов отвлечения на холостой ход, которое позволяет не считаться с этим током. В настоящее время от БНТ отстраивается лишь отсечка линий с ответвлениями и защита нулевой последовательности [7]. Опыт эксплуатации показывает, что в отношении применяемых резервных защит от междуфазных замыканий такой подход оправдан. Для новых защит, имеющих $I_{с.з.} \leq 0,5 I_{р\max}$, на наш взгляд, необходимо учитывать влияние БНТ. Грубо ориентировочные расчеты, проведенные на основе методики [8], показывают, что варианты, когда $I_{БНТ} \geq 0,5 I_{р\max}$, вполне реальны для трансформаторов мощностью $S_{тр} \geq 6,5$ МВ·А при $t_{с.з.} = 1 - 2$ с, так же как $I_{БНТ} > 0,1 I_{р\max}$ при $S_{тр} > 2,5$ МВ·А. Более точное определение

$I_{\text{БНТ}}$, от которого следует отстраиваться, требует дополнительных исследований. Поэтому пока ограничимся рекомендацией в указанных случаях для отстройки от БНТ дополнять новые защиты блокировками, применяемыми в дифференциальных защитах трансформаторов (после экспериментальной проверки такой необходимости) для тех же целей.

Выводы. 1. Защиты, реагирующие на приращение модуля тока, и дистанционные направленные защиты имеют примерно одинаковую чувствительность и являются наиболее чувствительными из известных. В большинстве случаев они могут отключать $I_{\text{к min}} \geq 0,6 I_{\text{р max}}$.

2. Если резервную защиту можно выводить из работы на время $t_{\text{п}}$ самозапуска или увеличивать время срабатывания до $t_{\text{с.з}} = t_{\text{п}} + \Delta t$, то наиболее чувствительной является защита, реагирующая на приращение реактивной составляющей тока. Она способна отключать $I_{\text{к min}} \geq 0,1 I_{\text{р max}}$. При $I_{\text{к min}} \geq 0,4 I_{\text{р max}}$ предпочтительней самонастраивающаяся токовая защита по [3] или ДЗ.

3. Когда $t_{\text{п}}$ велико и $0,5 I_{\text{р max}}$ следует использовать защиту, реагирующую на разность модулей токов фаз; при $I_{\text{к min}} < 0,5 I_{\text{р max}}$ — защиту на токах ОП или реагирующую на разность модулей токов фаз, но обе — с блокировкой при к.з. на линиях, отходящих от общих шин.

4. В некоторых случаях для повышения чувствительности резервных защит можно использовать приставки, отличающие трехфазное χ к.з. от тока самозапуска, и блокировки, применяемые в дифференциальных защитах трансформаторов для отстройки от БНТ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А. М. Релейная защита электрических систем.— М.: Энергия, 1976.
2. Рубинчик В. А. Резервирование отключения коротких замыканий в электрических сетях.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. А. с. 1238187 (СССР). Устройство для защиты от междуфазного короткого замыкания трехфазной электроустановки с автоматическим повторным включением / А. В. Богдан, М. Я. Клецель, К. И. Никитин. Оpubл. в Б. И., 1986, № 22.
4. Поляков В. Е., Клецель М. Я., Никитин К. И. Самонастраивающаяся токовая защита.— Изв. вузов. Энергетика, 1989, № 9.
5. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы.— М.: Энергия, 1970.
6. Поляков В. Е. Вопросы самонастройки релейных защит.— Изв. вузов. Энергетика, 1966, № 12.
7. Гельфанд Я. С. Релейная защита распределительных сетей.— М.: Энергоатомиздат, 1987.
8. Засыпкин А. С. Релейная защита трансформаторов.— М.: Энергоатомиздат, 1989.

[22.10.90]

УДК 621.313.323.-81.001.24

Операторные сопротивления ротора турбогенератора и их использование для определения электромагнитных параметров

ЯКУШОВ В. М.

Всесоюзный научно-исследовательский институт электроэнергетики

Анализ частотных характеристик входных сопротивлений турбогенераторов по осям d , q ротора при разомкнутой обмотке возбуждения, характеризующих массив ротора, показал, что они лежат довольно близко друг от друга, имеют один и тот же характер изменения, а также близкие фазовые характеристики. Наилучшее совпадение характеристик наблюдается у машин, имеющих приблизительно одинаковые геометрические размеры роторов [1, 2]. Этот факт позволил по экспериментальным частотным характеристикам (ч. х.) крупных турбогенераторов получить единые выражения для операторных сопротивлений $\chi_{d\tau}(p)$ и $\chi_{q\tau}(p)$, которые названы типовыми [1]. Используя типовые операторные сопротивления, по известным зна-

чениям χ_d , χ_q , χ'_d , χ''_d и χ''_q конкретного генератора можно определить его операторные сопротивления.

Типовые операторные сопротивления после подстановки в них параметров статора и ротора дают погрешность в определении частотных характеристик, достигающую 30%. Для уточнения расчетных частотных характеристик входных сопротивлений турбогенераторов было предложено [1, 2] выделять в массиве ротора отдельно частотные характеристики двух, трех эквивалентных демпферных контуров, называемые типовыми параметрами демпферных контуров, и представлять их в виде цепочек с постоянными параметрами. Эти цепочки позволяют с определенной точностью и для конкрет-

ных задач моделировать массив ротора и определять частотные характеристики входных сопротивлений машины при разомкнутой обмотке возбуждения $x_{q0}(js)$ и $x_{d0}(js)$ и известных параметрах x_{σ} , x_d , x_q . Если же дополнительно известны r_f и τ_f , то можно найти также частотные характеристики входных сопротивлений при замкнутой накоротко обмотке возбуждения $x_d(js)$. Вышесказанное дает возможность использовать типовые операторные сопротивления машины и типовые частотные характеристики массива ротора при исследовании устойчивости, когда отсутствуют их экспериментальные частотные характеристики, или известно ограниченное количество электромагнитных параметров. Однако следует отметить, что для расчета типовых частотных характеристик и типовых операторных сопротивлений в [1] использовались в основном частотные характеристики, полученные при замкнутой накоротко обмотке возбуждения; их приходилось пересчитывать применительно к разомкнутой обмотке возбуждения. Эти пересчеты неизбежно вносили погрешность в определение $x_{d0}(js)$, $x_{q0}(js)$ и соответственно в расчеты типовых частотных характеристик и операторных сопротивлений [3, 4]. Пользоваться типовыми частотными характеристиками ротора турбогенератора не всегда удобно для практических целей, поскольку при аналитических расчетах удобнее иметь аналитическое выражение ч. х., т. е. операторные сопротивления массива ротора.

В [2] выполнена аппроксимация экспериментальных ч. х. $x_{d0}(p)$ и $x_{q0}(p)$ путем разбиения опытной характеристики на три зоны и определения для каждой зоны своего аналитического выражения. Аппроксимирующие выражения неудобны для дальнейшего применения, а выражение для области высоких частот дает большие погрешности. Кроме того, требует уточнения, как могут влиять длины роторов на идентичность частотных характеристик генераторов при практически одинаковых диаметрах. Поэтому в данной работе ставилась задача исследования параметров массивных роторов различных турбогенераторов, полученных непосредственно из опытов, и определения операторного сопротивления обобщенного ротора (ОРТ), что предполагалось, упростит задачу по их использованию в различных расчетах, при синтезе электромагнитных параметров и позволит оценивать погрешность определения $x_{d0}(js)$, $x_{q0}(js)$ $x_d(js)$ по методике [1, 2].

Для исследования частотных характеристик массива ротора и его операторного сопротивления экспериментально методом гармонического воздействия были определены частотные характеристики входных сопротивлений машины при замкнутой накоротко и разомкнутой обмотке возбуждения.

В опытах применялась двухфазная схема питания, и питание всех трех фаз (рис. 1, а и б при продольном и поперечном положении неподвижного ротора). Результаты расчетов по данным измерений в соответствии с рис. 1, а и б

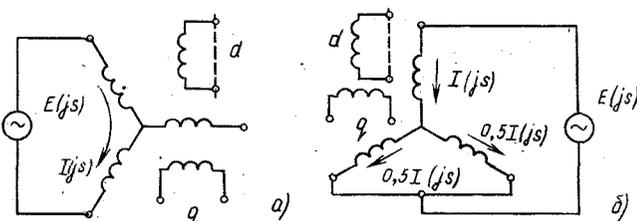


Рис. 1. Варианты схем питания обмоток испытуемой машины

практически не отличаются. В обмотку статора подавался ток с неизменной амплитудой, равной 1—2 % номинального, наложенный на постоянную составляющую, равную 3—5 % номинального тока статора. Этим достигалось подмагничивание статора, что позволило перемагничивание всей системы машины осуществлять на линейной части кривой намагничивания и получать однозначные результаты. Источником питания переменного тока инфранизкой частоты может быть генератор постоянного тока, возбуждаемый по специальной схеме «слежения». Схема обеспечивает синусоидальность сигнала и постоянство амплитуды тока в широком диапазоне инфранизких и низких частот (0,01—15 Гц) [5].

Тиристорный преобразователь, управляемый по той же схеме «слежения» позволяет получать те же синусоидальные сигналы, но с помехами, обусловленными коммутацией тиристоров. Для фильтрации коммутационных помех как тиристорного преобразователя, так и коллектора машины постоянного тока используются активные фильтры. Они устраняют помехи на 60—80 дБ при незначительном уменьшении амплитуды основного сигнала.

Схема измерения частотных характеристик входных сопротивлений показана на рис. 2. Сигнал от задающего генератора синусоидальных колебаний (ГСК) подается на усилитель У1, служащий для осуществления слежения за синусоидальностью сигнала на обмотках испытуемой машины, поступает на усилитель мощности (УМ), который возбуждает генератор постоянного тока (ГПТ) или тиристорный преобразователь (ТП). С ГПТ или ТП синусоидальный ток подается на обмотку статора при замкнутой накоротко или разомкнутой обмотке возбуждения (ОВ). С выхода фильтра Ф1 снимается и изменяется напряжение U , а с Ф2 — ток I . Установка фильтров Ф1 и Ф2 с полностью идентичными параметрами позволяет без искажения измерять фазовый сдвиг, а отношение выходного сигнала к входному — определять значение входного сопротивления машины для заданной частоты [6]. Входным и выходным сигналами являются соответственно и напряжение, снимаемые с фильтров Ф2 и Ф1. Для получения частотных характеристик $x_d(js)$, $x_q(js)$, $x_{d0}(js)$, $x_{q0}(js)$ и массива ротора $Z_{ap}(js)$ и $Z_{qp}(js)$ необходимо в соответствии с принятой схемой замещения рис. 3 из замеренного входного сопротивления неподвиж-

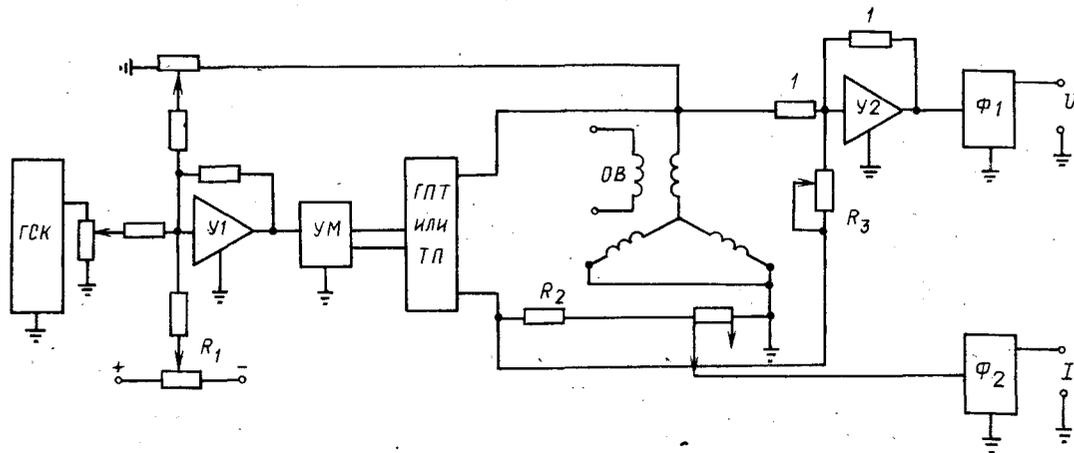


Рис. 2. Схема испытаний машины: ГСК — генератор синусоидальных колебаний; У1 и У2 — операционные усилители; УМ — усилитель мощности; ГПТ или ТП — генератор постоянного тока; ТП — тиристорный преобразователь; ОБ — обмотка возбуждения; Ф1 и Ф2 — активные фильтры

ной машине $Z_{d\text{нел}}(js)$ и $Z_{q\text{нел}}(js)$ вычитать активное сопротивление статора. В схеме на рис. 2 эта операция осуществляется автоматически с помощью усилителя У2, на один вход которого подается падение напряжения с обмоток машины, а на второй — напряжение, значение которого равно падению напряжения на активном сопротивлении статора с резистора R2. Настройка компенсации производится на постоянном токе путем изменения коэффициента передачи резистором R3. Эта операция значительно повышает точность замеров, особенно в диапазоне инфранизких частот. Таким образом, при компенсации активного сопротивления, частотная характеристика при замкнутой накоротко ОБ по продольной оси определяется выражением [6]:

$$x_d(js) = \frac{Z_{d\text{нел}}(js_i)}{js_i} \quad (1)$$

где $Z_{d\text{нел}}(js_i)$ — полное сопротивление неподвижной машины при включенной компенсации по продольной оси; s_i — скольжение, определяемое отношением частоты тока опыта к номинальной f_n .

Аналогично находим выражение частотной характеристики при разомкнутой обмотке возбуждения

$$x_{d0}(js_i) = \frac{Z_{d0\text{нел}}(js_i)}{js_i} \quad (2)$$

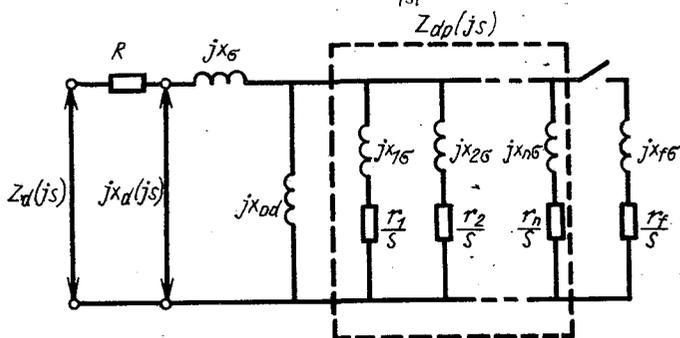


Рис. 3. Схема замещения машины по оси d

В соответствии с классической схемой замещения машины (рис. 3) частотные характеристики массива ротора любого турбогенератора могут быть получены путем вычитания из комплексного сопротивления $x_{d0}(js)$ индуктивного сопротивления рассеяния статора x_σ и взаимоиנדукции x_{ad} . Выражение частотной характеристики массива ротора по продольной оси будет иметь вид

$$Z_{dp}(js) = [x_{d0}(js) - x_\sigma] x_{ad} / [x_d - x_{d0}(js)] \quad (3)$$

Поскольку данные частотных испытаний позволяют довольно просто определять операторные сопротивления машины [7], которые в общем виде представляют собой отношение двух полиномов:

$$x_{d0}(p) = x_d \frac{D'(p)}{M'(p)}; \quad x_d(p) = x_d \frac{D(p)}{M(p)} \quad (4)$$

выражение (3) с учетом (4) можно преобразовать в операторное сопротивление массива ротора по продольной оси:

$$Z_{dp}(p) = \frac{[D'(p) - \frac{x_\sigma}{x_d} M'(p)] jx_{ad}}{M'(p) - D'(p)} = \frac{kA(p)}{B(p)} \quad (5)$$

Формула для операторного сопротивления массива ротора по поперечной оси имеет запись, аналогичную (5), ее можно получить, заменив индекс d на q.

Рассмотрение кривых логарифмических амплитудно-частотных характеристик (ЛАЧХ) входных сопротивлений турбогенераторов, отличающихся по мощности, конструкции, диаметрам и длинам роторов, указывает на то, что по продольной оси при разомкнутой обмотке возбуждения (рис. 4) эти кривые имеют одинаковый характер изменения. Это обусловлено идентичностью параметров демпферных контуров массивных роторов для рассматриваемого диапазона скольжений. Зона малых скольжений характеризуется малым активным и большим индуктивным сопротивлениями, поскольку рассеяние минималь-

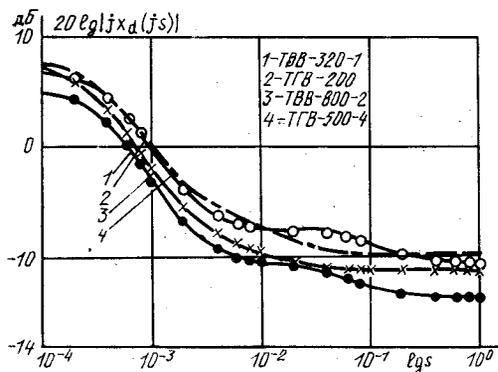


Рис. 4. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) входного сопротивления $x_{d0}(js)$ некоторых типов турбогенераторов по продольной оси. Обмотка возбуждения разомкнута.

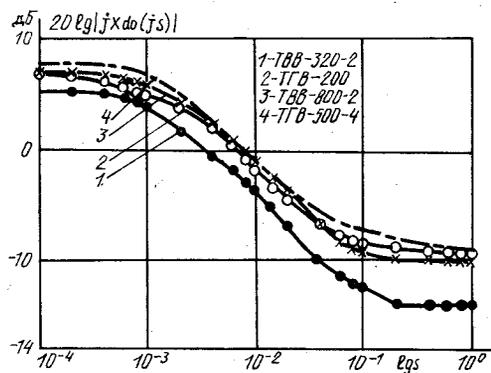


Рис. 5. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики входного сопротивления $x_{q0}(js)$ некоторых типов турбогенераторов по поперечной оси. Обмотка возбуждения разомкнута.

но, а магнитная связь максимальна. В точке $s=1$ резко увеличивается активное сопротивление (в 2—3 раза), так как токи вытесняются в поверхностный слой бочки ротора, и уменьшается индуктивное сопротивление из-за увеличения потока рассеяния в зазоре. Степень рассеяния определяет разброс характеристик для точки $s=1$ и области, прилегающей к ней. Аналогичная картина наблюдается и в поперечной оси (рис. 5). Однако из-за того, что у машин различной конструкции замыкание части потока рассеяния по большому зубу ротора происходит по-разному, разброс кривых увеличивается, и индуктивное сопротивление характеризуется, как правило, большими чем по продольной оси значениями.

Замкнутая накоротко обмотка возбуждения не влияет на электромагнитные параметры по поперечной оси. Но по продольной оси, особенно в области малых скольжений, проявляется мощное шунтирующее действие короткозамкнутой обмотки возбуждения (рис. 6). Оно ослабевает в зоне скольжений близких к $s=1$, где в большей степени проявляется действие контуров массива; здесь наблюдается небольшой разброс кривых, однако индуктивное сопротивление машины меньше, чем при разомкнутой обмотке возбуждения. Это обусловлено влиянием обмотки возбуждения, хотя и значительно меньшим.

Таким образом, несмотря на различные длины и диаметры роторов (табл. 1), входные сопротивления по продольной оси $x_{d0}(js)$ машин разной мощности отличаются мало (рис. 6). С полным правом это относится и к поперечной оси, хотя в области скольжений близких к $s=1$ разброс

Таблица 1

Параметры	Тип машины			
	ТГВ-200	ТВВ-320-2	ТГВ-500-4	ТВВ-800-2
Число полюсов	2	2	2	2
Диаметр ротора, мм	1075	1075	1600	1200
Длина ротора, мм	510	6100	4700	7200

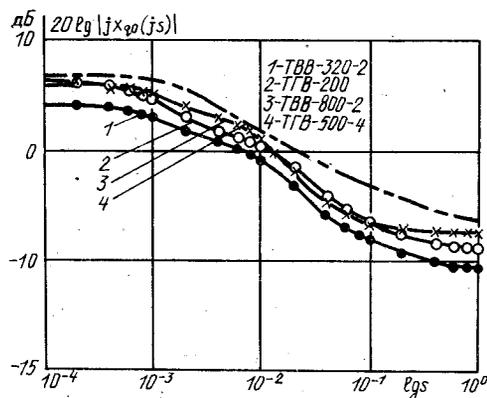


Рис. 6. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики входного сопротивления $x_d(js)$ некоторых типов турбогенераторов при замкнутой накоротко обмотке возбуждения.

несколько больше (рис. 5). Операторные сопротивления $x_{d0}(p)$ и $x_{q0}(p)$ практически характеризуют параметры массива по продольной и поперечной осям и, если выделить из них индуктивные сопротивления рассеяния статора x_{σ} и взаимоиндукции x_{ad} и x_{aq} , то в соответствии с (5) получим операторные сопротивления массива ротора того или иного турбогенератора по продольной $Z_{dp}(p)$ и поперечной $Z_{qp}(p)$ осям.

В табл. 2 приведены формулы операторных сопротивлений массива ротора некоторых турбогенераторов. Эти выражения по коэффициентам полинома числителя, знаменателя и их порядка довольно сильно отличаются, однако их кривые ЛАЧХ и ФЧХ идут очень близко. На рис. 7 и 8 показаны ЛАЧХ и ФЧХ $Z_{dp}(js)$ и $Z_{qp}(js)$ некоторых типов турбогенераторов. Обращает на себя внимание тот факт, что ЛАЧХ расположены близко друг от друга (рис. 7 и 8) и имеют общий характер изменения фазы. Следовательно, если компактный пучок кривых заменить одной средней кривой, то с определенной степенью точности можно получить операторные сопротивления ротора, общие для целого ряда турбогенераторов, или иначе — обобщенного ротора турбогенераторов (ОРТ).

Таблица 2

Тип генератора	Ось d	Ось q
ТГВ-200	$Z_{dp}(p) = \frac{0,735 (0,000625p^4 + 0,0655p^3 + 1,32p^2 + 4,58p + 1)}{p (0,0058p^3 + 0,282p^2 + 1,89p + 1)}$	$Z_{qp}(p) = \frac{0,989 (0,0006p^3 + 0,0856p^2 + 1,54p + 1)}{p (0,00465p^2 + 0,31p + 1)}$
ТВВ-320-2	$Z_{dp}(p) = \frac{0,638 (0,004p^4 + 0,3p^3 + 3,0p^2 + 5,1p + 1)}{p (0,038p^3 + 0,749p^2 + 2,23p + 1)}$	$Z_{qp}(p) = \frac{1,596 (0,00037p^4 + 0,0528p^3 + 0,856p^2 + 2,6p + 1)}{p (0,00383p^3 + 0,22p^2 + 1,3p + 1)}$
ТГВ-500-4	$Z_{dp}(p) = \frac{1,53 (0,0000057p^4 + 0,00918p^3 + 0,287p^2 + 1,35p + 1)}{p (0,001186p^3 + 0,102p^2 + 0,828p + 1)}$	$Z_{qp}(p) = \frac{2,6 (0,0000046p^4 + 0,00199p^3 + 0,1046p^2 + 0,836p + 1)}{p (0,000121p^3 + 0,02069p^2 + 0,404p + 1)}$
ТВВ-800-2	$Z_{dp}(p) = \frac{1,374 (0,0166p^3 + 0,533p^2 + 2,1p + 1)}{p (0,174p^2 + 1,178p + 1)}$	$Z_{qp}(p) = \frac{1,65 (0,000362p^3 + 0,1169p^2 + 2,09p + 1)}{p (0,032p^2 + 0,696p + 1)}$

Для получения аналитических выражений кривых ОРТ $Z_{dp}(js)$ и $Z_{qp}(js)$ необходимо выполнить аппроксимацию усредненных кривых и найти параметры схемы замещения в соответствии с рис. 3.

Аппроксимация осуществляется по методике, изложенной в [7], и позволяет с погрешностью до 3% получить аналитические выражения $Z_{dp}(p)$ и $Z_{qp}(p)$ усредненного ротора или ОРТ.

Аппроксимация усредненных кривых дает выражения ОРТ:

$$\left. \begin{aligned} Z_{dp}(p) &= \frac{1,374 (0,01316p^3 + 0,6466p^2 + 2,5523p + 1)}{p (0,159p^2 + 1,445p + 1)}; \\ Z_{qp}(p) &= \frac{1,596 (0,000368p^4 + 0,0528p^3 + 0,856p^2 + 2,6p + 1)}{p (0,00383p^3 + 0,22p^2 + 1,3p + 1)} \end{aligned} \right\} (6)$$

С помощью выражений (6) можно рассчитать частотные характеристики любого турбогенератора. Для этого рассмотрим аналитические выражения $Z_{dp}(js)$ и $Z_{qp}(js)$ и их связь со схемой замещения, что позволит наглядно проследить за предлагаемой методикой расчета.

Из схемы замещения (рис. 3) следует:

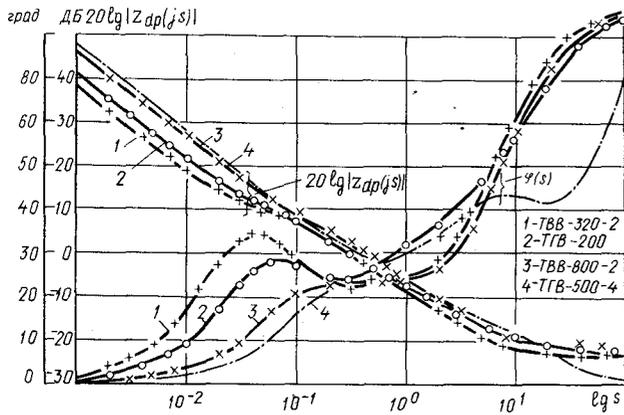


Рис. 7. Логарифмические амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики сопротивления массива ротора по оси d

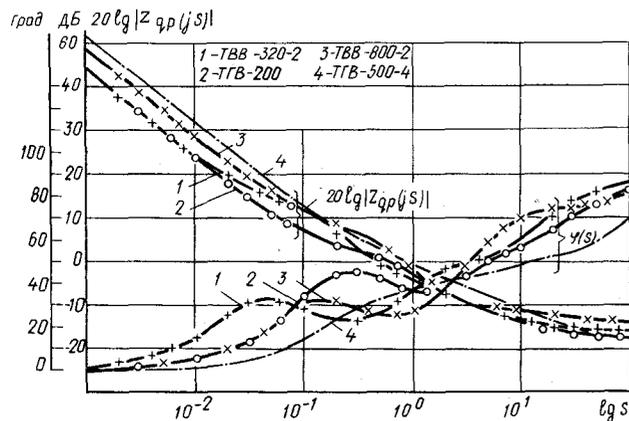


Рис. 8. Логарифмические амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики сопротивления массива ротора по оси q

$$\begin{aligned} Z_{dp}(js) &= \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i/s + jx_{oi}}} = \frac{\omega_n \prod_{i=1}^n (1 + js\omega_n\tau_i)}{\sum_{i=1}^n 1/r_i} = \\ &= \frac{\omega_n R_\Sigma \prod_{i=1}^n (1 + js\omega_n\tau_i)}{s\omega_n \prod_{i=1}^{n-1} (1 + js\omega_n\tau_{si})} \end{aligned}$$

где ω_n — номинальная частота;

$$\tau_i = \frac{\omega_n L_{oi}}{\omega_n r_i} = \frac{x_{oi}}{\omega_n r_i};$$

τ_{si} — производные постоянные времени, получаемые из решения однородного уравнения степени n, коэффициенты которого являются функцией постоянных τ_i ;

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} = \frac{1}{R_\Sigma}$$

Замена множителя $js\omega_n$ на оператор p дает выражение операторного сопротивления:

$$Z_{dp}(p) = \frac{j\omega_n R_\Sigma \sum_{i=1}^n (1 + p\tau_i)}{p \prod_{i=1}^{n-1} (1 + p\tau_{si})} \quad (7)$$

С другой стороны, выражение $Z_{dp}(js)$ можно получить из (5). Выполнив необходимые преобразования, получаем

$$Z_{dp}(p) = \frac{jx_{ad}A \prod_{i=1}^n (1+p\tau_i)}{\rho B \prod_{i=1}^{n-1} (1+p\tau_{ai})}, \quad (8)$$

где A, B — свободные члены выражений числителя и знаменателя.

Правые части (7) и (8) тождественно равны, следовательно, коэффициенты полиномов числителя и знаменателя (7) соответственно равны коэффициентам числителя и знаменателя (8) при одинаковых показателях степени, а также

$$\omega_n R_\Sigma = x_{ad} \frac{A}{B} = k_d. \quad (9)$$

Коэффициенты числителя определяются постоянными времени τ_i , при этом

$$x_{oi} = \omega_n r_i \tau_i, \quad (10)$$

а коэффициенты знаменателя:

$$\left. \begin{aligned} \text{для } p^1 \quad R_\Sigma \sum_{i=1}^n \frac{\tau_k}{r_i} &= \sum_{i=1}^{n-1} \tau_{ai}; \\ \text{для } p^n \quad R_\Sigma \sum_{i=1}^n \frac{\tau_k}{r_i} &= \prod_{i=1}^n \tau_{ai}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Определение из (9) значения R_Σ и решение уравнений (11) позволяют найти параметры активных сопротивлений r_i , а через постоянные времени τ_i в соответствии с (10) — индуктивные сопротивления рассеяния x_{oi} .

Поскольку кривые ОРТ $Z_{dp}(js)$ и $Z_{qp}(js)$, рассматриваемые в данной работе, описываются отношением двух полиномов третьей степени по продольной оси и четвертой степени — по поперечной оси, то схема замещения ОРТ будет

иметь соответственно три параллельных ветви по оси d и четыре по оси q . Параметры в относительных единицах этих ветвей в соответствии с (6) даны в табл. 3.

Используя схему замещения машины (рис. 3), параметры ОРТ по соответствующей оси при заданных значениях синхронных сопротивлений машины и индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора x_σ , можно получить операторные сопротивления машины по обеим осям при разомкнутой обмотке возбуждения:

$$\left. \begin{aligned} x_{d0}(p) &= x_\sigma + \frac{1}{1/x_{ad} + 1/Z_{dp}(p)}; \\ x_{d0}(p) &= \frac{A(p) + \frac{x_\sigma x_{ad}}{k_d} B(p)}{A(p) + \frac{x_{ad}}{k_d} B(p)}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Операторное сопротивление турбогенератора с учетом обмотки возбуждения при известных ее параметрах τ_f и r_f получают путем параллельного сложения $Z_{dp}(p)$ и $Z_{of}(p)$. Тогда сопротивление массива ротора вместе с обмоткой возбуждения в общем виде дают следующее выражение:

$$\begin{aligned} Z_{dof}(p) &= \frac{1}{1/Z_{dp}(p) + 1/Z_{of}(p)}, \\ \text{где } Z_{of}(p) &= \rho x_{of} + r_f, \\ \text{или} \\ Z_{dof}(p) &= \frac{k_{d1}(1+p\tau_{of}) \prod_{i=1}^n (1+p\tau_i)}{\rho(1+p\tau_{o(i+1)}) \prod_{i=1}^{n-1} (1+p\tau_{ai})} = \\ &= \frac{k_{d1}(A'_{n+1}p^{n+1} + A'_n p^n + \dots + A_1 p + 1)}{\rho(B'_n p^n + B'_{n-1} p^{n-1} + \dots + B'_1 p + 1)} = \frac{k_{d1} A'(p)}{B'(p)}, \quad (13) \end{aligned}$$

Таблица 3

Ось машины	x_{o1}	r_1	x_{o2}	r_2	x_{o3}	r_3	x_{o4}	r_4
d	6,799	0,00954	1,117	0,0137	0,138	0,0197	—	—
q	6,46	0,0092	2,25	0,0242	0,6	0,027	0,236	0,94

Тип турбогенератора	Число полюсов	Параметры ротора		Погрешность определения ч. х., %					
		диаметр, мм	длина, мм	$x_{df}(p)$			$x_{d0}(p)$		
				ОРТ	[1]	[2]	ОРТ	[1]	[2]
ТВВ-165-2	2	1000	3950	7,4/1,6	10,0/2,6	—	11,4/4,2	18,7/7,3	—
ТГВ-200	2	1075	5100	7,3/2,3	10,4/3,3	—	13,2/4,5	6,3/4,0	14,4/7,5
ТВВ-320-2	2	1075	6100	5,3/3,85	5,7/4,0	—	11,7/4,4	7,4/4,1	11,5/6,8
ТГВ-500-4	4	1600	4700	10,9/5,2	8,5/5,3	—	3,58/2,4	10,5/5,8	—
ТВВ-800-2	2	1200	7200	9,0/4,9	11,7/5,5	—	2,47/2,8	12,5/7,7	8,4/5,7

Примечание. В числителе указана амплитудная, а в знаменателе — фазовая погрешности.

где
$$k_{d1} = \frac{\omega_n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_f}};$$

A'_{n+1}, B'_n — коэффициенты полиномов числителя и знаменателя после перемножения с новым сомножителем.

Используя операции, которые применялись при выводе (12), получаем операторное сопротивление машины с учетом замкнутой накоротко обмотки возбуждения:

$$x_d(p) = \frac{A'(p) + \frac{x_\sigma x_{ad}}{k_{d1} x_d} B'(p)}{A'(p) + \frac{x_{ad}}{k_{d1}} B'(p)} \quad (14)$$

Выражения (12) и (13) имеют одинаковый вид, однако порядок полиномов $A'(p)$ и $B'(p)$ на единицу больше, чем у полиномов (12), что обусловлено контуром обмотки возбуждения.

Подставив в (12) выражения полиномов ОРТ (6) и значения k_q и k_{d1} , получаем выражения операторных сопротивлений машины при разомкнутой обмотке возбуждения для поперечной оси:

$$x_{q0}(p) = \frac{(1 + 2,6p + 0,856p^2 + 0,0528p^3 + 0,000365p^4) + \frac{x_\sigma x_{aq}}{1,596 x_q} (p + 1,3p^2 + 0,22p^3 + 0,00383p^4)}{(1 + 2,6p + 0,856p^2 + 0,0528p^3 + 0,000365p^4) + \frac{x_{aq}}{1,596} (p + 1,3p^2 + 0,22p^3 + 0,000383p^4)}, \quad (15)$$

а для продольной оси:

$$x_{d0}(p) = \frac{(1 + 2,55p + 0,65p^2 + 0,01316p^3) + \frac{x_\sigma x_{ad}}{1,374 x_d} (p + 1,445p^2 + 0,159p^3) + \frac{x_{ad}}{1,374} (p + 1,445p^2 + 0,159p^3)}{(1 + 2,55p + 0,65p^2 + 0,01316p^3) + \frac{x_{ad}}{1,374} (p + 1,445p^2 + 0,159p^3)}, \quad (16)$$

где

$$k_d = \frac{314,14}{1/0,00954 + 1/0,1369 + 1/0,0197} = 314,14 \cdot 0,004376 = 1,374;$$

$$k_q = \frac{314,14}{1/0,0092 + 1/0,0242 + 1/0,027 + 1/0,94} = 314,14 \cdot 0,00508 = 1,596.$$

Таблица 4

ОРТ	$x_{q0}(p)$	
	[1]	[2]
9,5/5,0	14,6/5,4	—
15,2/5,2	12,5/5,0	13,1/7,6
4,8/2,4	9,2/4,6	9,0/5,8
13,5/7,1	14,1/7,2	—
6,3/5,1	10,4/6,6	11,8/9,2

Коэффициенты полиномов $A'(p)$ и $B'(p)$ определяются по известным параметрам схемы замещения, полученным из операторных сопротивлений $Z_{dp}(p)$ и $Z_{qp}(p)$:

$$\left. \begin{aligned} A'_0 &= 1; \\ A'_1 &= 2,5523 + \tau_f; \\ A'_2 &= 0,6466 + 2,5523 \tau_f; \\ A'_3 &= 0,01316 + 0,6466 \tau_f; \\ A'_4 &= 0,01316 \tau_f. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Для полинома знаменателя:

$$\left. \begin{aligned} B'_0 &= 1; \\ B'_1 &= (325,46 + 228,53 \tau_f + 2,5523/r_f) 0,0043757; \\ B'_2 &= (34,264 + 325,46 \tau_f + 0,6466/r_f) 0,0043757; \\ B'_3 &= (34,264 \tau_f + 0,01316/r_f) 0,0043757; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$k_{d1} = \frac{\omega_n}{228,53 + 1/r_f} = \frac{314,14 r_f}{228,53 r_f + 1} \quad (19)$$

Подставив рассчитанные по (17) — (19) коэффициенты в (14), получаем выражение операторного сопротивления машины при замкнутой накоротко обмотке возбуждения.

Используя операторные сопротивления ОРТ, полученные на основе экспериментальных данных целого ряда машин, по известным значениям сопротивления рассеяния статора x_σ , индуктивных синхронных сопротивлений x_d и x_q , а также параметров обмотки возбуждения r_f и τ_f определяются операторные сопротивления $x_d(p)$, $x_{d0}(p)$, $x_{q0}(p)$.

Это, в свою очередь, дает возможность построить частотные характеристики и определить недостающие экспериментальные параметры заданного генератора или рассчитать их из полученной схемы замещения.

По параметрам схем замещения массива ротора, полученным в [1, 2], можно рассчитать операторные сопротивления ОРТ, однако в указанных работах этот важный момент был оставлен без внимания. Кроме того, вследствие неполной информации об экспериментальных частотных характеристиках параметры схем замещения в [1] получены с определенной погрешностью, а в [2] не даны четкие выражения для расчета операторных сопротивлений машины из-за разбиения частотной характеристики на три зоны, в каждой из которых определяется свое аналитическое выражение. Это подтверждают расчеты по определению операторных сопротивлений ОРТ с использованием данных, приведенных в [1, 2], и определению по ним частотных характеристик целого ряда турбогенераторов в сопоставлении с их экспериментальными частотными характеристиками, найденными методом гармонического воздействия. Некоторые результаты этих расчетов приведены в табл. 4. Как видно из таблицы частотные характеристики машины, полученные с помощью ОРТ, отличаются от эксперименталь-

ных данных не более чем на 15%. По рассчитанным частотным характеристикам могут быть получены электромагнитные параметры, если таковые отсутствуют.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукашов Э. С., Калюжный А. Х., Гамм Б. З. Определение и использование в расчетах типовых характеристик и параметров демпферных контуров турбогенераторов.— *Электричество*, 1977, № 7, с. 27—32.
2. Рогозин Г. Г., Заболотный И. Л. Параметры эквивалентных контуров схем замещения ротора обобщенного турбогенератора.— *Электротехника*, 1980, № 5, с. 5—10.
3. Калюжный А. Х. Типовые частотные характеристики и определение параметров контуров на роторе крупных турбогенераторов.— *Труды СибНИИЭ. Применение частотных методов в электроэнергетическом исследовании*. Новосибирск, 1972, вып. 21, ч. 1, с. 118—132.

4. Калюжный А. Х., Соколов Ю. В. Аппроксимация частотных характеристик отношением заданных полиномов и определение параметров эквивалентных контуров ротора синхронных и асинхронных машин.— *Труды СибНИИЭ. Автоматическое обеспечение задач автоматизированных систем управления в энергетике*, 1974, вып. 28, с. 13—29.

5. Соколов Н. И., Якушов В. М. Усовершенствованная методика определения частотных характеристик синхронных и асинхронных машин.— В кн.: *Доклады научно-технической конференции МЭИ по итогам научно-исследовательских работ за 1966—1967 гг.*, 1967, с. 44—51.

6. Соколов Н. И., Якушов В. М. Определение частотных характеристик синхронных машин методом гармонического воздействия.— *Труды ЭНИИ. Применение частотных методов в электроэнергетике*, вып. 65, 1977, с. 13—28.

7. Якушов В. М. Определение электромагнитных параметров электрических машин переменного тока по экспериментальным частотным характеристикам входных сопротивлений с использованием графоаналитической методики аппроксимации — *Сб. научных трудов ВНИИЭ. Электромагнитные и тепловые испытания мощных электрических машин*.— М.: Энергоатомиздат, 1988, с. 55—68.

[14.02.91]

УДК 621.314.632.018.782.3

Анализ динамики однофазных мостовых выпрямителей при синусоидальном токе на входе

МЕРАБИШВИЛИ П. Ф., доктор техн. наук, ВАДАЧКОРИЯ Г. В., канд. техн. наук

В настоящее время в ряде областей народного хозяйства широко применяются электрические цепи с вентильными преобразователями различного назначения. Установившиеся и переходные процессы в таких цепях с высокой точностью можно исследовать методом припасовывания [1], однако такой подход сопряжен со значительными математическими трудностями. Поэтому совершенствование известных и разработка новых методов анализа электромагнитных процессов в цепях с вентильными преобразователями, пригодных для инженерной практики, имеют важное значение.

Вопросам исследования и расчета переходных процессов в цепях с вентильными преобразователями, питаемых от источника напряжения, посвящено значительное число работ [2—4]. Однако на практике нередко встречаются случаи, когда вентильные устройства (ВУ) питаются от источника тока [3—5].

В данной статье предлагается метод анализа динамики электромагнитных процессов однофазных мостовых схем выпрямителя при синусоидальном токе на входе ВУ. Анализ основан на использовании теоремы об активном двухполюснике [6] и спектрально-операторного метода [2].

На основе использования теоремы об активном двухполюснике по отношению к ВУ вся остальная часть цепи, содержащая источники

энергии, может быть заменена одним эквивалентным источником энергии с определенным значением напряжения или тока и соответствующим внутренним сопротивлением. Следовательно, следуя теореме об активном двухполюснике, питающую часть цепи по отношению к ВУ можно представить в двух вариантах: с источником напряжения и с источником тока. Эти варианты схемы в обобщенном виде приведены на рис. 1, где A — активный двухполюсник с произвольным числом источников энергии; Z_2 — полное сопротивление нагрузки.

Если выразить все параметры в операторной форме, то для рассматриваемой схемы, представляющей активный двухполюсник эквивалентным источником тока, можно записать следующую систему уравнений:

$$I(p) = I_1(p) + U_1(p)/Z_0(p); \quad (1)$$

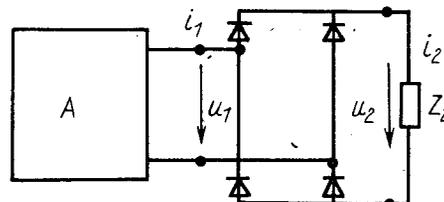


Рис. 1

$$U_2(p) = I_2(p)Z_2(p), \quad (2)$$

где $I(p)$ — операторный ток короткого замыкания активного двухполюсника — ток эквивалентного источника тока; $Z_0(p)$ — операторное входное сопротивление пассивного двухполюсника, получающегося из заданного активного двухполюсника, после того как все э.д.с. источников напряжения приравнены нулю [6].

Для нахождения неизвестных i_1, i_2, u_1, u_2 необходимы еще два уравнения, выражающих связь между входными и выходными величинами ВУ. В соответствии со спектрально-операторным методом уравнения связи выражаются с помощью коммутационных функций по току и напряжению. Форма или закон изменения этих функций определяются силовой схемой вентиляльного устройства и законом изменения состояния вентиля [2].

В цепях с вентильными преобразователями в режиме источника тока первоначально происходит преобразование входного тока i_1 , а напряжение u_1 на входе ВУ формируется со стороны выхода как результат воздействия преобразованного тока на параметры нагрузки. Поэтому уравнение связи между мгновенными значениями входных и выходных величин ВУ можно представить в следующем виде:

$$i_2(t) = \rho_i(t)i_1(t); \quad (3)$$

$$u_1(t) = \rho_u(t)u_2(t), \quad (4)$$

где $\rho_i(t), \rho_u(t)$ — коммутационные функции по току и напряжению.

Для решения системы (1) — (4) сначала выразим уравнения (3), (4) также в операторной форме. Для этого коммутационные функции, которые являются периодическими функциями, представим в виде рядов Фурье:

$$\rho_u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{uk} \sin(k\omega t + \psi_{uk}); \quad (5)$$

$$\rho_i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{ik} \sin(k\omega t + \psi_{ik}), \quad (6)$$

где B_{uk}, A_{ik} — амплитуды и ψ_{uk}, ψ_{ik} — начальные фазы гармоник ($k=1, 3, 5, \dots$).

Задача может решаться при учете любого числа гармоник коммутационных функций. Однако с целью упрощения примем, что учитывается только k -я гармоника. Тогда уравнения связи (3), (4) в операторной форме примут вид

$$I_2(p) = \dot{a}_k^* I_1(p - jk\omega) + \dot{a}_k I_1(p + jk\omega), \quad (7)$$

$$U_1(p) = \dot{b}_k^* U_2(p - jk\omega) + \dot{b}_k U_2(p + jk\omega), \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_k &= \dot{a}_{k0} e^{-j\psi_{ik}}, \quad \dot{b}_k = \dot{b}_{k0} e^{-j\psi_{uk}}; \\ \dot{a}_k^* &= \dot{a}_{k0} e^{j\psi_{ik}}, \quad \dot{b}_k^* = \dot{b}_{k0} e^{j\psi_{uk}}; \\ \dot{a}_{k0} &= jA_{ik}/2, \quad \dot{a}_{k0}^* = -jA_{ik}/2; \\ \dot{b}_{k0} &= jB_{uk}/2, \quad \dot{b}_{k0}^* = -jB_{uk}/2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

($k=1$ или $k=3$, или $k=5$ и т. д.).

Система уравнений (1), (2), (7), (8) характе-

ризует переходные и установившиеся процессы в преобразователе. Для решения полученной системы операторных уравнений необходимо свести ее с начала к уравнению с одним неизвестным [2]. С этой целью поступим следующим образом. Заменим p в (2) на $(p \pm jk\omega)$ и полученное значение $U_2(p \pm jk\omega)$ подставим в (8). Тогда уравнение (8) примет вид

$$U_1(p) = \dot{b}_k I_2(p + jk\omega) Z_2(p + jk\omega) + \dot{b}_k^* I_2(p - jk\omega) \times Z_2(p - jk\omega). \quad (10)$$

Заменим в (10) значения $I_2(p \pm jk\omega)$ соответствующими значениями, полученными из (7) в результате замены p на $p \pm jk\omega$:

$$\left. \begin{aligned} I_2(p + jk\omega) &= \dot{a}_k I_1(p + j2k\omega) + \dot{a}_k^* I_1(p); \\ I_2(p - jk\omega) &= \dot{a}_k^* I_1(p) + \dot{a}_k I_1(p - j2k\omega). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

С учетом (11) уравнение (10) примет вид

$$U_1(p) = \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega) [\dot{a}_k I_1(p + j2k\omega) + \dot{a}_k^* I_1(p)] + \dot{b}_k^* Z_2(p - jk\omega) [\dot{a}_k^* I_1(p) + \dot{a}_k I_1(p - j2k\omega)]. \quad (12)$$

Подставим (12) в (1). Тогда с учетом того, что $I(p) \cdot Z_0(p) = U_0(p)$, получим

$$U_0(p) = I_1(p) [Z_0(p) + \dot{a}_k^* \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega) + \dot{a}_k \dot{b}_k^* Z_2(p - jk\omega)] + \dot{a}_k \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega) I_1(p + j2k\omega) + \dot{a}_k^* \dot{b}_k^* \times Z_2(p - jk\omega) I_1(p - j2k\omega), \quad (13)$$

где $U_0(p)$ — изображение по Лапласу напряжения холостого хода активного двухполюсника.

Если ввести обозначения

$$\left. \begin{aligned} U_0(p) &= \Phi(p); \\ \dot{a}_k \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega) &= C_k(p); \quad \dot{a}_k^* \dot{b}_k^* Z_2(p - jk\omega) = Q_k(p); \\ Z_0(p) + \dot{a}_k^* \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega) + \dot{a}_k \dot{b}_k^* Z_2(p - jk\omega) &= D_k(p), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

то (13) примет вид

$$\Phi(p) = C_k(p) I_1(p + j2k\omega) + D_k(p) I_1(p) + Q_k(p) I_1(p - j2k\omega). \quad (15)$$

Из полученного функционального уравнения в отличие от обычных операторных уравнений невозможно непосредственно найти искомую величину $I_1(p)$, так как здесь одновременно фигурируют три неизвестных величины: $I_1(p), I_1(p \pm j2k\omega)$. Поэтому для решения уравнения (15) заменим оператор p двумя сопряженными операторами $p \pm j2\lambda k\omega$ (где $\lambda=0, 1, 2, \dots$) и для сокращения записи введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(p \mp j2\lambda k\omega) &= \Phi_{\mp 2\lambda k}; \quad I_1(p \mp j2\lambda k\omega) = I_{\mp 2\lambda k}; \\ C_k(p \mp j2\lambda k\omega) &= C_{\mp 2\lambda k}; \quad D_k(p \mp j2\lambda k\omega) = D_{\mp 2\lambda k}; \\ Q_k(p \mp j2\lambda k\omega) &= Q_{\mp 2\lambda k}; \quad I_1[p \mp j2k\omega(1-\lambda)] = \\ &= I_{\mp 2k(1-\lambda)}; \\ I_1[p \mp j2k\omega(1+\lambda)] &= I_{\mp 2k(1+\lambda)}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В результате указанной замены получаем следующую бесконечную систему рекуррентных уравнений:

$$C_{\mp 2\lambda k} I_{2k(\mp \lambda + 1)} + D_{\mp 2\lambda k} I_{\mp 2\lambda k} + Q_{\mp 2\lambda k} I_{2k(\mp \lambda - 1)} = \Phi_{\mp 2\lambda k} \quad (\lambda=0, 1, 2, \dots). \quad (17)$$

Используя известную методику решения бесконечных систем уравнений [2, 7] для тока на входе ВУ, получаем

$$I_1(p) = \frac{E_0}{d_0} + \operatorname{Re} \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^\lambda \frac{E_{2\lambda k}}{d_{2\lambda k}} \prod_{i=0}^{2k(\lambda-1)} \frac{C_{i2\lambda}}{d_{i2\lambda}}, \quad (18)$$

где

$$E_0 = \Phi_0 = \Phi(p) = U_0(p); \quad d_0 = D_0 = D(p); \quad c_0 = C(p);$$

$$E_{2\lambda k} = \Phi_{2\lambda k} \frac{d_{2k(\lambda-1)}}{Q_{2k\lambda}} - E_{2k(\lambda-1)};$$

$$d_{2\lambda k} = D_{2\lambda k} \frac{d_{2k(\lambda-1)}}{Q_{2k\lambda}} - C_{2k(\lambda-1)}; \quad c_{2\lambda k} = C_{2\lambda k} \frac{d_{2k(\lambda-1)}}{Q_{2k\lambda}}.$$

Найдя ток на входе ВУ по формуле (18), из системы (1), (2), (7), (8) легко определяем выражения остальных искомых величин. При практическом использовании решения (18) необходимо брать конечное число членов этого ряда. Как показали исследования [2], достаточно точную характеристику переходного процесса дает основной член этого решения:

$$I_1(p) = \frac{\Phi(p)}{D(p)} = \frac{U_0(p)}{Z_0(p) + 2\operatorname{Re}[\dot{a}_k \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega)]}. \quad (19)$$

Зная $I_1(p)$, на основе (7) для тока на выходе ВУ получаем

$$I_2(p) = 2\operatorname{Re}[\dot{a}_k I_1(p + jk\omega)], \quad (20)$$

где вещественная часть Re берется только по отношению j , а параметр p при этом должен считаться вещественным числом.

С учетом теоремы об эквивалентном источнике напряжения из (19) можно видеть, что величина $2\operatorname{Re}[\dot{a}_k \dot{b}_k Z_2(p + jk\omega)] = Z_{23}(p)$ — эквивалентное сопротивление нагрузки ИЕП при наличии в схеме преобразователя ВУ.

Таким образом, можно предложить следующий порядок определения операторных выражений токов на входе и выходе ВУ. В соответствии с теоремой об активном двухполюснике на базе питающей части схемы ВУ определяются напряжение холостого хода (или ток короткого замыкания) и внутреннее сопротивление такого двухполюсника. По законам изменения состояния вентиля устанавливаются коммутационные функции и, следовательно, значения коэффициентов \dot{a}_k , \dot{b}_k . В результате на основе (19), (20) определяются изображения по Лапласу токов на входе и выходе ВУ.

Проиллюстрируем применение вышеполученных результатов для расчета электромагнитных процессов в сложной преобразовательной цепи, когда источником питания является индуктивно-емкостный преобразователь ИЕП [5, 8], а нагрузкой — активное сопротивление R_2 (рис. 2). С учетом этого выражение (19) при $k=1$ будет иметь вид

$$I_1(p) = \frac{U_0(p)}{Z_0(p) + 2R_2 \operatorname{Re}[\dot{a}_1 \dot{b}_1]}, \quad (21)$$

где $R_{23} = R_2 + R_B$; R_B — эквивалентное сопротивление одновременно работающих вентилях.

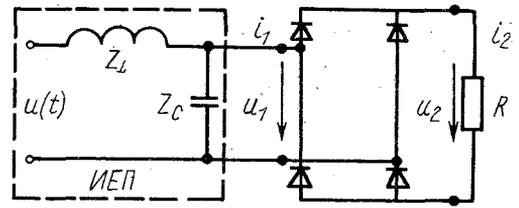


Рис. 2

С целью сокращения объема записи определим коммутационные функции и, следовательно, коэффициенты \dot{a}_1 , \dot{b}_1 сначала без учета начальной фазы гармоник, т. е. примем, что $\psi_{i1} = 0$. Тогда $\psi_{u1} = 0$, так как при чисто активном характере сопротивления нагрузки $\psi_{u1} = \psi_{i1}$.

Предположим далее, что выпрямитель представляет собой идеальный коммутирующий элемент (такое допущение часто применяется при анализе выпрямительных схем). Тогда нетрудно показать, что в течение всех положительных полупериодов тока i_1 , $i_2 = i_1$, $u_1 = u_2$, $\rho_i(t) = 1$, $\rho_u(t) = 1$, а в течение всех отрицательных полупериодов тока i_1 , $i_2 = -i_1$, $u_1 = -u_2$, $\rho_i(t) = -1$, $\rho_u(t) = -1$. Следовательно, коммутационные функции по напряжению и по току одинаковы и представляют меандр с амплитудой, равной единице. Тригонометрический ряд меандра с амплитудой, равной единице, и при $\psi_{u1} = \psi_{i1} = 0$ имеет вид

$$\rho_i(t) = \rho_u(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\omega t}{k}. \quad (22)$$

С учетом (5), (6), (9) при $k=1$ на основе (22) имеем

$$\dot{a}_{10} = \dot{b}_{10} = jA_{i1}/2 = jB_{u1}/2 = j2/\pi.$$

Тогда согласно (9) для тех случаев, когда начальные фазы гармоник коммутационных функций отличаются от нуля

$$\dot{a}_1 = \dot{b}_1 = j2e^{-j\psi_{i1}}/\pi = j2e^{-j\psi_{u1}}/2. \quad (23)$$

На рис. 3 изображены графики коммутационных функций и соответствующие временные диаграммы токов и напряжений на входе и выходе ВУ, а также диаграмма напряжений $u(t)$ источника питания. Из рис. 3 видно, что начальные фазы коммутационных функций и начальные фазы тока и напряжений на входе ВУ одинаковы. Поэтому в дальнейшем принимается, что $\psi_{u1} = \psi_{i1} = \psi_B$.

Следуя теореме об активном двухполюснике на базе питающей части схемы ВУ (рис. 2), для $U_0(p)$ и $Z_0(p)$ имеем

$$U_0(p) = \frac{U(p)Z_C(p)}{Z_L(p) + Z_C(p)}; \quad Z_0(p) = \frac{Z_L(p)Z_C(p)}{Z_L(p) + Z_C(p)}. \quad (24)$$

Так как $Z_L(p) = pL$, $Z_C(p) = 1/pC$, то

$$U_0(p) = \frac{U(p)}{p^2LC + 1}; \quad Z_0(p) = \frac{pL}{p^2LC + 1}. \quad (25)$$

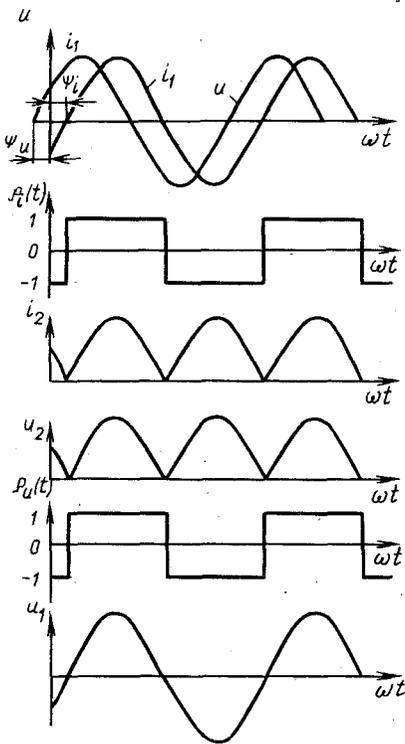


Рис. 3

Форма кривой напряжения источника питания синусоидальная. Поэтому предполагаем, что $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, имеем

$$U(p) = U_m \frac{\dot{a}(p+j\omega) + \dot{a}^*(p-j\omega)}{p^2 + \omega^2}, \quad (26)$$

где $\dot{a} = -je^{j\psi_u}/2$; $\dot{a}^* = je^{-j\psi_u}/2$.

Если учесть также, что на частоте питающего напряжения в схеме ИЕП должно выполняться условие $\omega^2 LC = 1$ [5, 8], то на основании (23), (25) и (26) выражение (21) можно записать в виде

$$I_1(p) = \sqrt{2}I \frac{\dot{a}(\bar{p}+j) + \dot{a}^*(\bar{p}-j)}{(\bar{p}^2+1)F(\bar{p})} = \sqrt{2}I \frac{\bar{p} \sin \psi_u + \cos \psi_u}{(\bar{p}^2+1)F(\bar{p})}, \quad (27)$$

где $\bar{p} = p/\omega$, $F(\bar{p}) = m\bar{p}^2 + \bar{p} + m$; $m = \bar{Z}_{23} = \bar{R}_{23} = 8(n+n_b)/\pi^2$ — эквивалентное сопротивление нагрузки ИЕП в относительных единицах; $n = R_2/\omega L$, $I = U/\omega L$ — относительное значение сопротивления нагрузки и ток нагрузки ИЕП при отсутствии ВУ в схеме рис. 2; $n_b = R_b/\omega L$.

Назовем критическим сопротивлением нагрузки ИЕП такое наименьшее значение его сопротивления $m_{кр}$, при котором корни полинома $F(\bar{p})$ вещественные и равные. Тогда с учетом условия $\bar{p}_1 = \bar{p}_2$ находим $m_{кр} = 0,5$ ($\bar{p}_1 = \bar{p}_2 = -1$). Если $m > m_{кр}$, то корни полинома $F(\bar{p})$ комплексные и сопряженные. Корни \bar{p}_1, \bar{p}_2 вещественные и различные, если выполняется неравенство $m < m_{кр}$.

При критическом значении сопротивления нагрузки ($m = m_{кр} = 0,5$) на основе (27) с помощью

известного способа [6] оригинал тока i_1 на входе ВУ запишется в виде

$$i_1(\bar{t}) = \sqrt{2}I \{ -\cos(\pi\bar{t} + \psi_u) + e^{-\pi\bar{t}} [\cos \psi_u + \pi\bar{t}(\cos \psi_u - \sin \psi_u)] \}, \quad (28)$$

где

$$\bar{t} = 2t/T.$$

Правильность полученного результата проверим, подставив в правую часть значение $\bar{t} = 0$. Эта проверка дает для тока i_1 значение нуль.

Применим к левой и правой частям (27) обратное преобразование Лапласа. Тогда для оригинала тока на входе ВУ, когда все корни знаменателя в (27) различны ($m \neq m_{кр} = 0,5$), получим

$$i_1(\bar{t}) = \sqrt{2}I [-\cos(\pi\bar{t} + \psi_u) + \sum_{k=1}^2 a(\bar{p}_k) e^{\bar{p}_k \pi \bar{t}}], \quad (29)$$

где $a(\bar{p}_k) = (\cos \psi_u + \bar{p}_k \sin \psi_u) / (4m\bar{p}_k^3 + 3\bar{p}_k^2 + 4m\bar{p}_k + 1)$; $\bar{p}_k = p_k/\omega$ — корни полинома $F(p) = mp^2 + p + m$; $\bar{p}_{1,2} = (-1 \pm \sqrt{1 - 4m^2})/2m$.

Если учесть, что корни \bar{p}_1, \bar{p}_2 полинома $F(\bar{p})$ в (29) характеризуют затухающие составляющие тока $i_1(\bar{t})$, то согласно (28) и (29) принужденная составляющая тока на входе ВУ в установившемся режиме отстает по фазе на угол $\varphi = \pi/2$ от напряжения источника питания.

Определим теперь ток на выходе ВУ. Для этого воспользуемся уже полученным решением (27) и уравнением (20). Заменяя \bar{p} в (27) на $\bar{p} + j$ и подставляя полученные выражения в (20), для выпрямленного тока получаем:

$$I_2(\bar{p}) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{M(\bar{p})}{N(\bar{p})}, \quad (30)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M(\bar{p}) &= \bar{p}(1+m\bar{p})[(\bar{p}^2+4)\cos\varphi + \\ &+ \bar{p}(2\sin\alpha - \bar{p}\cos\alpha)] + (1+2m\bar{p})[(\bar{p}^2+ \\ &+ 4)\sin\varphi + \bar{p}(2\cos\alpha + \bar{p}\sin\alpha)]; \\ N(\bar{p}) &= \bar{p}(\bar{p}^2+4)[\bar{p}^2(1+m\bar{p})^2 + (1+2m\bar{p})^2], \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$\alpha = \psi_u + \psi_i = 2\psi_u - \varphi$, $\varphi = \psi_u - \psi_i$ — сдвиг фаз между напряжением источника питания и током на выходе ИЕП.

Используя для (30) предельную теорему Лапласа, можно определить постоянную составляющую выпрямленного тока:

$$I_{2d} = \lim_{\bar{p} \rightarrow 0} \bar{p} I_2(\bar{p}) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \sin \varphi. \quad (32)$$

При начальном значении оригинала из (29) получим $\lim_{\bar{p} \rightarrow \infty} \bar{p} I_2(\bar{p}) = i_2(0) = 0$. Это совпадает с реаль-

ными нулевыми начальными значениями тока нагрузки, с учетом которого получено выражение (30).

Так как для рассматриваемой схемы ИЕП $\varphi = \pi/2$, то для коэффициента постоянной слагающей тока на выходе выпрямителя найдем, что $E_0 = I_{2d}/I = 2\sqrt{2}/\pi = 0,9$. В самом деле, при синусоидальном токе $[i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i)]$ на входе мостовой схемы выпрямителя и при чисто активном характере сопротивления нагрузки между значениями тока на входе и выходе ВУ соблюдается соотношение $i_d = |i|$ [4]. Тогда среднее значение или постоянная слагающая выпрямлен-

ного тока равна по определению $I_d = \frac{1}{\pi} \int_{-\psi_i}^{\pi - \psi_i} i_d \times d\omega t = 2\sqrt{2}I/\pi$ и $E_0 = I_d/I = 2\sqrt{2}/\pi$.

Таким образом, полученный результат указывает на достоверность предлагаемой методики анализа стационарных и переходных процессов в однофазных мостовых схемах выпрямителя при синусоидальном токе на входе ВУ.

Полагая в (31) $\varphi = \pi/2$, выражение (30) можно переписать в виде

$$\bar{I}_2(\bar{p}) = \frac{(1 + 2m\bar{p})[\bar{p}(2 \sin 2\psi_u - \bar{p} \cos 2\psi_u) + \bar{p}^2 + 4]}{\bar{p}(\bar{p}^2 + 4)H(\bar{p})} - \frac{\bar{p}(\bar{p} + m\bar{p}^2)(\bar{p} \sin 2\psi_u + 2 \cos 2\psi_u)}{\bar{p}(\bar{p}^2 + 4)H(\bar{p})}, \quad (33)$$

где $\bar{I}_2(\bar{p}) = I_2(\bar{p})/I_d$; $I_d = 2\sqrt{2}I/\pi$; $H(\bar{p}) = \bar{p}^2(1 + m\bar{p})^2 + (1 + 2m\bar{p})^2$, $m > 0$.

На основе известных способов [2, 6] можно найти также значение тока во временной области. По аналитическим выражениям $I_2(p)$, $I_1(p)$, $i_2(t)$, $i_1(t)$ нетрудно определить остальные неизвестные из приведенных выше уравнений и по схеме рис. 2.

Нетрудно показать, что при всех возможных значениях $m(m > 0)$ уравнение $H(\bar{p}) = 0$ не имеет нулевые и чисто мнимые корни. Следовательно, все корни полинома $H(\bar{p})$ характеризуют затухающие составляющие тока. Тогда, применяя к (33) теорему разложения, оригинал искомого тока запишем в виде:

$$\bar{i}_2(\bar{t}) = 2 \cos^2(\pi\bar{t} + \psi_u) + \sum_{k=1}^4 b(\bar{p}_k) e^{\bar{p}_k \pi \bar{t}}, \quad (34)$$

где $\bar{i}_2(\bar{t}) = i_2(\bar{t})/I_d$; $\bar{p}_k = p_k/\omega$ — корни полинома $H(\bar{p})$;

$$b(\bar{p}_k) = \{(1 + 2m\bar{p}_k)[\bar{p}_k^2 + 4 + \bar{p}_k(2 \sin 2\psi_u - \bar{p}_k \cos 2\psi_u)] - \bar{p}_k^2(1 + m\bar{p}_k)(\bar{p}_k \sin 2\psi_u + 2 \cos 2\psi_u)\} / \{\bar{p}_k^2[48m^2 + 5(1 + 8m^2)\bar{p}_k^2 + 7m^2\bar{p}_k^4 + 15] + 4m\bar{p}_k(3\bar{p}_k^4 + 12\bar{p}_k^2 + 8) + 4\}; \quad (35)$$

$$\bar{p}_k = \frac{1}{2m} (\pm \sqrt{1 - 8m^2 \pm 4m\sqrt{4m^2 - 1}} - 1). \quad (36)$$

На основе (36) можно сделать вывод, что свободная составляющая тока нагрузки состоит из двух слагаемых, каждая из которых изменяется по гармоническому закону с определенным затуханием. Это следует из того предположения, что обе пары корней \bar{p}_k полинома $H(\bar{p})$ комплексно-сопряженные. При этом как коэффициент затуха-

ния $\text{Re}(\bar{p}_k)$, так и частота колебаний $\text{Im}(\bar{p}_k)$ для обеих слагаемых свободного тока равны, если $m = m_{кр} = 0,5$. При заданном значении $m > m_{кр}$ составляющие свободного тока имеют разные частоты и одинаковые коэффициенты затухания, а при $m < m_{кр}$ — одинаковые частоты и разные коэффициенты затухания.

В случае, когда $m > m_{кр} = 0,5$, из (36) получается, что $\text{Re}(\bar{p}_k) = -1/2m$. Следовательно, в данном случае ($m > m_{кр}$) с увеличением эквивалентной относительной нагрузки ИЕП длительность протекания переходных процессов увеличивается. Результаты расчетов по (36) показывают также, что в зоне «одинаковой частоты» ($m < m_{кр}$) с увеличением m частота колебаний свободного тока увеличивается.

Как известно, при затухающем синусоидальном колебании процесс можно считать практически установившимся, когда множитель $e^{\text{Re}(\bar{p}_k)\pi\bar{t}}$ достигает значения $e^{\text{Re}(\bar{p}_k)\pi\bar{t}} \approx e^{-3}$. Следовательно, в случае когда $m > m_{кр}$, для определения длительности переходного процесса можно воспользоваться приближенным выражением $\bar{t} \approx 6m/\pi$ или $\bar{t} \approx 0,95mT$, так как в данном случае $\text{Re}(\bar{p}_k) = -1/2m$.

В качестве примера на рис. 4 изображены кривые переходного и свободного токов $\bar{i}_2(\bar{t})$, $\bar{i}_{2св}(\bar{t})$, построенные по выражению (34) при $m = 0,81$ ($n \approx 1$).

Рассматривая графики рис. 4, можно заметить, что некоторое преимущество с точки зрения быстроты установления тока нагрузки ИЕП достигается в случае, когда в момент пуска ($\bar{t} = 0$) преобразователя начальная фаза источника питания равна нулю. Из рис. 4 следует также, что в рассмотренных случаях длительность переходного процесса не превышает времени одного периода питающего напряжения. Примерно такой же

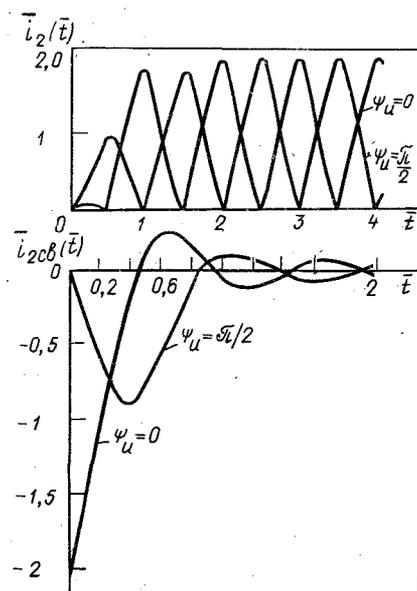


Рис. 4

результат получается и при расчете по выражению $t \approx 0,95mT$. В схемах ИЕП как обычно $n \leq 2$ ($m \leq 1,62$). Поэтому в наихудшем случае ($n=2$) $t \approx 1,5T$.

Согласно вышеизложенному второй член в (34) характеризует затухающие составляющие тока. Поэтому можно сделать вывод о том, что при работе на выпрямитель ток нагрузки ИЕП не зависит от величины нагрузки. Это свойство присуще и реальным Г-образным преобразователям, что подтверждается экспериментом. Эксперименты проводились на лабораторном образце преобразователя ($x_L = x_C = 15,8$ Ом; $Q = x_L/R_L = 13$) в двух вариантах: при наличии и отсутствии в схеме преобразователя ВУ (рис. 2). Судя по внешним характеристикам преобразователя, которые были получены с помощью данных эксперимента, можно заключить, что ИЕП работоспособна и при нагрузке, включенной через выпрямитель, так как степень стабилизации тока нагрузки преобразователя в обоих вариантах эксперимента получилась одинаковой, и наклон функции $I_2(n)$ был обусловлен в основном конечной добротностью (Q) дросселя.

Если учесть, что $I_d = 2\sqrt{2}I/\pi$, то на основе (34) в установившемся режиме работы преобразователя для тока нагрузки имеем

$$i_2(\bar{t}) = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I \cos^2(\pi\bar{t} + \psi_u). \quad (37)$$

Тогда действующие значения тока нагрузки

$$I_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I. \quad (38)$$

Таким образом, выражение для тока нагрузки ИЕП при работе на выпрямитель отличается от соответствующего выражения при работе непосредственно на активную нагрузку лишь множителем $2\sqrt{3}/\pi$.

В заключение отметим, что изложенный метод анализа динамики в однофазных мостовых схемах выпрямителя можно эффективно использовать и для решения более сложных задач преобразовательной техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поссе А. В. Обоснование замены выпрямителя эквивалентным генератором для расчета переходных процессов.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1965, № 4.
2. Мерабишвили П. Ф., Ярошенко Е. И. Нестационарные электромагнитные процессы в системах с вентилями.— Кишинев: Штиинца, 1980.
3. Здрок А. Г., Салютин А. А. Выпрямительные устройства электропитания и управления.— М.: Энергия, 1975.
4. Комар В. Г. Работа полупроводниковых выпрямителей в цепях управления.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1952.
5. Милях А. Н., Кубышин Б. Е., Волков И. В. Индуктивно-емкостные преобразователи.— Киев: Наукова думка, 1964.
6. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 1.— Л.: Энергия, 1967.
7. Курош А. Г. Курс высшей алгебры.— М.: Наука, 1971.
8. Вадачкория Г. В. Параметрические источники тока с внутренней компенсацией реактивной мощности нагрузки — Электричество, 1988, № 7.

[17.06.91]

ВНИМАНИЮ РУКОВОДИТЕЛЕЙ УЧЕБНЫХ ИНСТИТУТОВ, ПРЕДПРИЯТИЙ И ОРГАНИЗАЦИЙ!

Журнал принимает для опубликования объявления о продаже и покупке научно-технической литературы, документации, оборудования, аппаратуры, приборов, а также об оказываемых и требуемых услугах и др.

Письмо о гарантии оплаты объявления должно быть подписано руководителем и главным бухгалтером организации. Текст объявления необходимо приложить на отдельном листе.

УДК 621.311.24:621.313.332.001.57

Математическая модель для выбора асинхронных генераторов двухмашинных ветроагрегатов

ВАСЬКО П. Ф., ПЕКУР П. П.

Киев

Ветроэлектрические агрегаты с асинхронными генераторами являются перспективными установками для создания ветроэлектрических станций большой мощности, работающих в составе электроэнергетических систем [1]. Основным недостатком этих агрегатов заключается в уменьшении выработки энергии при малых скоростях ветра. Увеличение выработки может быть достигнуто путем использования в схеме электромеханического преобразователя ветроагрегата двух асинхронных генераторов с различными значениями числа пар полюсов и номинальной мощности. Такое решение позволяет увеличить выработку энергии в результате перевода ветроколеса в режим работы с переменной частотой вращения при постоянной частоте сети, а также реализовать плавный пуск и электродинамическое торможение агрегата, резервирование электропитания исполнительных двигателей и схемы управления при исчезновении напряжения в сети.

В данной статье описана математическая модель оптимального выбора асинхронных генераторов с короткозамкнутым ротором для двухмашинных ветроагрегатов и приведены результаты оптимизации для агрегатов мощностью 250 и 500 кВт.

Использование двух генераторов безусловно приводит к увеличению годовой выработки энергии ветроагрегатом, но вместе с этим происходит увеличение стоимости силовой электрической части, растут амортизационные и эксплуатационные расходы. Поэтому целесообразность использования двухмашинного варианта требует обоснования, которое может быть получено в результате решения оптимизационной задачи. Задача сводится к выбору критерия оптимальности, формированию целевой функции и определению значений независимых переменных, соответствующих ее экстремальному значению [2, 3]. Значения независимых переменных должны удовлетворять ограничениям, обеспечивающим нормальное функционирование ветроагрегата.

Применительно к данной задаче в качестве критерия оптимальности будем использовать минимум приведенных затрат, учитывающих вели-

чину капиталовложений, амортизационные и эксплуатационные расходы. Этот критерий находит широкое применение при технико-экономическом обосновании различных энергетических установок, в том числе электрических станций и асинхронных машин [4; 5].

Исходное выражение для определения приведенных затрат имеет вид [4]:

$$Z = \frac{100K\Phi}{T_n} + C, \quad (1)$$

где Z — приведенные затраты (коп/кВт·ч); K — удельные капиталовложения (руб/кВт); Φ — величина, обратная сроку окупаемости (1/год); T_n — число часов работы в году на номинальной мощности (ч/год); C — себестоимость электрической энергии (коп/кВт·ч).

Величина себестоимости энергии для ветроагрегата определяется по формуле

$$C = \frac{100}{\mathcal{E}}(a\Phi + F)(1 + e), \quad (2)$$

где \mathcal{E} — годовая выработка электроэнергии (кВт·ч); a — средневзвешенная норма амортизационных отчислений (о. е.); Φ — стоимость основных фондов (руб); F — годовой объем заработной платы обслуживающего персонала (руб); e — коэффициент эксплуатационных и прочих затрат (о. е.).

Так как ветроагрегат содержит два генератора, то в последующем изложении все параметры генератора большей мощности будут обозначаться индексом 1, а параметры генератора меньшей мощности — индексом 2. Следовательно, номинальная мощность агрегата соответствует установленной мощности генератора P_1 , и удельные показатели K , T_n в (1) могут быть определены через P_1 . Учитывая изложенное, а также определяя значение K через стоимость агрегата и затраты на строительные-монтажные работы, преобразуем выражение (1) к виду:

$$Z = \frac{100}{\mathcal{E}(P_1, n_1, P_2, n_2)} C B \Phi + C, \quad (3)$$

где $C = C'(P_1, n_1) + C_1(P_1, n_1) + C_2(P_2, n_2)$; P_1, P_2, n_1, n_2 — номинальные значения мощности и синхронных оборотов соответствующего генератора; C — стоимость агрегата (руб); C' — стоимость агрегата без учета стоимости генераторов, коммутационно-измерительной аппаратуры и кабельной продукции (руб); C_1, C_2 — стоимости соответствующего генератора, аппаратуры и кабельной продукции к нему (руб); b — коэффициент, учитывающий стоимость строительно-монтажных работ (о. е.).

Подставляя (2) в (3) и выполняя преобразования, получаем окончательное выражение для приведенных затрат:

$$Z = \frac{100}{\mathcal{E}(P_1, n_1, P_2, n_2)} \{ [C'(P_1, n_1) + C_1(P_1, n_1) + C_2(P_2, n_2)] [b\varphi + a(1 + e)] + F(1 + e) \}. \quad (4)$$

В выражении (4) численные значения величин b, φ, a, e, F определяются нормативными документами или техническим заданием на разработку агрегата, а значения C', C_1, C_2 — в результате эскизного проектирования. Независимыми переменными являются P_1, n_1, P_2, n_2 . Годовая выработка электроэнергии \mathcal{E} является функцией электрических параметров генераторов, годового распределения повторяемостей скоростей ветра, изменения скорости ветра по времени $v(t)$ и может быть вычислена для ветроагрегата с двумя трехфазными генераторами по формуле

$$\mathcal{E} = \sum_{q=1}^2 \mathcal{E}_q = \sum_{q=1}^2 T_q \sum_{l=1}^{L_q} \Pi_l \left[\frac{3}{\tau} \int_0^\tau \text{Re } \dot{E}_c \dot{I}_q^*(t) dt \right], \quad (5)$$

где \mathcal{E}_q — выработка q -го генератора за время работы T_q ; L_q — число градаций скоростей ветра, на которых работает q -й генератор; Π_l — повторяемость скорости ветра l -й градации за время T_q ; τ — интервал осреднения скорости ветра; \dot{E}_c — комплексное значение электродвижущей силы в сети, приведенное к зажимам генератора; \dot{I}_q^* — сопряженный комплекс тока якоря q -го генератора; t — текущее время.

Расчет генерируемого тока $I_q(t)$ в (5) выполняется по Г-образной схеме замещения асинхронной машины [6] с учетом параметров электрической сети:

$$\begin{aligned} \dot{I}_q(t) &= \dot{I}_{1q}(t) + \dot{I}_{2q} = \\ &= \frac{\dot{E}_c}{\xi_q \{ R_c + \xi_q [R'_{1q} + R''_{2q}/s_q(t)] + j[X_c + \xi_q(X'_{1q} + X''_{2q})] \}} + \\ &+ \frac{\dot{E}_c}{R_c + R_{1q} + j(X_{c\mu} + X_{\mu q} + X_{1q})}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\xi_q = 1 + \frac{X_c}{X_{\mu q} + X_{1q}}$; $j = \sqrt{-1}$; R_c, X_c — эквивалентные активное и реактивное сопротивления электрической сети, приведенные к зажимам генератора; $R'_{1q}, R''_{2q}, X'_{1q}, X''_{2q}, X_{\mu q}, R_{1q}, X_{1q}$ — па-

раметры схемы замещения q -го генератора; $s_q(t)$ — скольжение q -го генератора в функции времени.

Скольжение генератора однозначно вычисляется через угловую скорость вращения ветроколеса:

$$s_q(t) = 1 - k p_q \omega_{\text{вк}}(t) / 2\pi f, \quad (7)$$

где k — передаточное число редуктора; p_q — число пар полюсов q -го генератора; $\omega_{\text{вк}}$ — угловая скорость вращения вала ветроколеса; f — частота сети.

Временная зависимость $\omega_{\text{вк}}(t)$ определяется в процессе численного решения дифференциального уравнения движения вала ветроколеса:

$$J_{\text{вк}} \frac{d\omega_{\text{вк}}}{dt} = M_{\text{вк}}[v(t), \omega_{\text{вк}}] - M_{c.t.}(\omega_{\text{вк}}) - M_q(\omega_{\text{вк}}), \quad (8)$$

где $J_{\text{вк}}$ — суммарный момент инерции всех вращающихся масс, приведенный к валу ветроколеса; $v(t)$ — временная зависимость скорости ветра; $M_{\text{вк}}[v(t), \omega_{\text{вк}}]$ — механическая характеристика ветроколеса; $M_{c.t.}(\omega_{\text{вк}})$ — механическая характеристика сопротивления сил трения ветродвигателя; $M_{pq}(\omega_{\text{вк}})$ — механическая характеристика потерь q -го генератора; $M_q(\omega_{\text{вк}})$ — механическая характеристика нагрузки (электромагнитный момент q -го генератора в функции угловой скорости вращения вала ветроколеса).

Для описания в уравнении (8) зависимости $v(t)$ будем использовать двумерную последовательность случайных величин, соответствующих амплитудам и продолжительностям порывов скорости ветра [7]. За продолжительность i -го порыва ветра принимается минимальное значение ϵ , при котором выполняется условие:

$$\sum_{m=0}^{\epsilon} \frac{\lambda^m}{m!} \exp(-\lambda) \geq x_i, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \epsilon; \quad (9)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, H,$$

где λ — параметр, численно равный средней продолжительности порыва ветра; x_i — псевдослучайное число, равномерно распределенное на интервале (0, 1); H — количество шагов при моделировании скорости ветра на интервале осреднения t .

Значение i -й амплитуды порыва скорости ветра v_i вычисляется по формуле:

$$v_i = v_l \left[1 + \frac{K_n + 1}{3} (-2 \ln x_{1,i})^{1/2} \sin(2\pi x_{2,i}) \right] - v'_i; \quad (10)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, H,$$

где

$$K_n = 1 + \frac{1,42 + 0,3013 \ln 990/v_l - 4}{\ln(h/\mu)}$$

$$v'_i = \frac{v_l(K_n - 1)}{H} \sum_{i=1}^H \{ t_{ni} [(-2 \ln x_{1,i-1})^{1/2} \sin(2\pi x_{2,i-1}) + 6 \sum_{i=1}^H t_{ni} + (-2 \ln x_{1,i})^{1/2} \sin(2\pi x_{2,i})] \}$$

при $x_{1,0} = 1, x_{2,0} = 0$.

Здесь v_l — средняя скорость ветра l -й градации, м/с; K_p — коэффициент порывистости ветра, о. е.; h — высота оси ветроколеса над поверхностью земли, м; μ — шероховатость подстилающей поверхности, м; t_{pi} — продолжительность i -го порыва ветра.

Запишем функциональные зависимости составляющих правой части уравнения (8). Механическая характеристика ветроколеса рассчитывается в соответствии с теорией ветродвигателей [8]:

$$M_{вк}[v, \omega_{вк}] = 0,5\pi R_{вк}^3 \rho v^2 \bar{M}_{вк}(z), \quad z = \omega_{вк} R_{вк} / v, \quad (11)$$

где $R_{вк}$ — радиус ветроколеса; ρ — плотность воздуха; $\bar{M}_{вк}(z)$ — относительный момент ветроколеса; z — быстроходность ветроколеса.

Зависимость $M_{ст}(\omega_{вк})$ вычисляется с использованием конкретных конструкторских данных трансмиссии. На начальном этапе разработки ветроагрегата она может быть представлена с достаточной точностью в виде

$$M_{ст}(\omega_{вк}) = |\gamma M_{вк, ном}| \operatorname{sign} \omega_{вк}, \quad (12)$$

где γ — коэффициент пропорциональности; $M_{вк, ном}$ — номинальный момент ветроколеса.

Зависимость $M_{пг}(\omega_{вк})$ определяется по номинальным данным генераторов:

$$M_{пг}(\omega_{вк}) = 0,0125 \left| \frac{P_{гk}}{\eta_{г ном} \omega_{г ном} (1 - s_{г ном})} \right| \operatorname{sign} \omega_{вк}, \quad (13)$$

где $\eta_{г ном}$, $s_{г ном}$, $\omega_{г ном}$ — номинальные значения к. п. д., скольжения и угловой синхронной скорости вращения q -й асинхронной машины в двигательном режиме.

Электромагнитный момент генераторов вычисляется с учетом электрических потерь в роторе:

$$M_g = -3k p_q I_q^2 \xi_q^2 R_{2q}'' [1 - s_q(t)] / 2\pi f s_q(t). \quad (14)$$

Подставляя в (14) вместо $s_q(t)$ выражение (7), получаем последнюю составляющую правой части уравнения (8):

$$M_g(\omega_{вк}) = -3 \frac{\omega_{вк}}{2\pi f} k^2 p_q^2 I_q^2 \xi_q^2 R_{2q}'' / (2\pi f - k p \omega_{вк}). \quad (15)$$

Решая уравнение (8) относительно $\omega_{вк}$ и подставляя $\omega_{вк}(t)$ в выражения (7) — (5), определяем токи генераторов и годовую выработку электроэнергии ветроагрегатом, после чего по выражению (4) вычисляется значение приведенных затрат.

Уравнения (6) — (8) не учитывают переходных электромагнитных процессов, однако это упрощение не оказывает практического влияния на результат расчета генерируемой мощности, так как электромагнитная постоянная времени генераторов значительно меньше механической постоянной времени ветроколеса [7].

Для минимизации приведенных затрат сформулируем ограничения на независимые переменные P_1 , n_1 , P_2 , n_2 и их функции.

1. Номинальные значения мощности и оборотов дополнительного генератора меньше соответ-

ствующих значений основного генератора. Предельные значения мощности и оборотов основного генератора определяются аэродинамическими свойствами ветроколеса и величиной расчетной скорости ветра v_p :

$$P_2 < P_1 \leq P_{пред}; \quad n_2 < n_1 \leq 30kz_{опт} v_p / \pi R_{вк}, \quad (16)$$

где $z_{опт}$ — оптимальное значение быстроходности ветроколеса, вычисляемое из условия

$$(d/dz)[z\bar{M}_{вк}(z)] = 0.$$

Значение $P_{пред}$ определяется с учетом выражения (11) по формуле

$$P_{пред} = 0,5\pi R_{вк}^2 \rho v_p^3 z_{опт}^2 \bar{M}_{вк}(z_{опт}). \quad (17)$$

Численное значение v_p указывается в техническом задании на разработку ветроагрегата либо может быть вычислено для заданного района расположения агрегата из условия

$$v_p \Rightarrow \max (v_l^3 \Pi_l), \quad l = 1, 2, 3, \dots, L_1. \quad (18)$$

2. Мощность дополнительного генератора должна быть достаточной для разгона ветроколеса с неподвижного состояния до номинальных оборотов при прямом пуске от сети и в период штиля с целью проведения пуско-наладочных и ремонтных работ на различных системах ветроагрегата:

$$\int_0^{T_2} \frac{I_2^2(t)}{\theta_2 I_{2ном}^2} dt \leq 1; \quad T_2 = \int_0^{0,95\omega_{2ном}} \frac{J_{вк} k}{M_2(\omega_2)} d\omega, \quad (19)$$

где θ_2 , $I_{2ном}$, $\omega_{2ном}$ — постоянная времени нагрева, номинальные ток и угловая скорость вращения вала дополнительного генератора в двигательном режиме; T_2 — время разгона ветроколеса до дополнительным генератором.

3. Нижняя и верхняя границы интервала изменения рабочих скоростей ветра определяются из условий:

$$\int_0^{\tau} \operatorname{Re} \dot{E}_c J_2^*(t) dt > 0; \quad v_l < v_p; \quad (20)$$

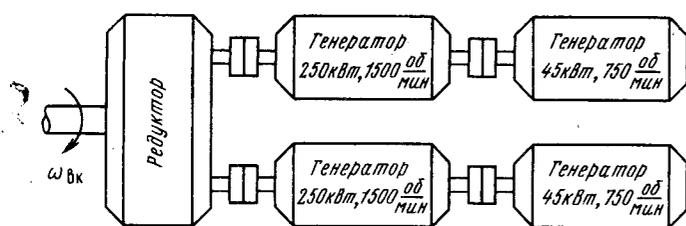
$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} [I_1(t) / I_{1ном}]^2 dt = 1; \quad v_l \geq v_p,$$

где $I_{1ном}$ — номинальное значение тока основного генератора.

4. Включение в работу основного генератора осуществляется при выполнении одного из условий:

$$\int_0^{\tau} \operatorname{Re} \dot{E}_c J_1^*(t) dt > \int_0^{\tau} \operatorname{Re} \dot{E}_c J_2^*(t) dt; \quad (21)$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} [I_2(t) / I_{2ном}]^2 dt = 1.$$



Полученные формулы (4) — (21) представляют собой математическую модель для минимизации приведенных затрат на выработку энергии двухмашинного ветроэлектрическим агрегатом путем оптимального выбора асинхронных генераторов с короткозамкнутым ротором. Особенность модели заключается в дискретности значений независимых переменных и их функций. Сетка шкалы номинальных мощностей и оборотов генераторов является неравномерной. Связь между переменными в выражении (4) оказывается алгоритмической, что предопределяет выбор численного метода исследований. Анализ и выбор численных алгоритмов минимизации применительно к решению аналогичных алгоритмов минимизации применительно к решению аналогичных задач приведены в [9]. Существенное влияние на эффективность алгоритмов оказывает выбор начальных значений. В данном случае значительное сокращение возможного числа узлов расчетной сетки достигается в результате выполнения условия (19). Численное интегрирование уравнения (8), выполняемое в процессе минимизации, осуществляется в соответствии с рекомендациями в [10].

С помощью разработанной математической модели был осуществлен оптимальный выбор асинхронных генераторов с короткозамкнутым ротором серии 4А для ветроэлектрических агрегатов мощностью 250 и 500 кВт, предназначенных для параллельной работы с электроэнергетической системой. Оба агрегата развивают номинальную мощность при скорости ветра 13,6 м/с. При выполнении оптимизационных расчетов рассматривалось расположение агрегатов в Крыму. Годовое распределение повторяемостей скоростей ветра соответствовало данным метеостанции Мысовое [11].

Агрегат мощностью 250 кВт имеет ветроколесо диаметром 24 м с тремя жестко закрепленными лопастями, использующими эффект саморегулирования мощности при скоростях ветра больше расчетной. Аэродинамическая характеристика ветроколеса описывается выражениями:

$$\bar{M}_{вк}(z) = 5,9 \cdot 10^{-7} z^{18,36} \exp(-3,55z) + 0,07$$

при $z < 5,5$;

$$\bar{M}_{вк}(z) = 0,01z + 0,14 \text{ при } z \geq 5,5.$$

Оптимальным сочетанием параметров генераторов и передаточного числа редуктора являются: $P_1 = 250$ кВт, $n_1 = 1000$ об/мин, $P_2 = 45$ кВт, $n_2 = 600$ об/мин, $k = 20$ о. е. Применение двух генераторов позволяет уменьшить величину приведенных затрат на выработку электроэнергии примерно на 10 % по сравнению с одномашинным вариантом.

Агрегат мощностью 500 кВт имеет трехлопастное ветроколесо диаметром 31,5 м с изменяющимся углом установки лопастей относительно плоскости вращения при скоростях ветра больше расчетной. Аэродинамическая характеристика ветроколеса при начальном значении угла установки лопастей описывается выражениями:

$$\bar{M}_{вк}(z) = 0,012z^{4,1} \exp(-0,96z) + 0,0055$$

$$\bar{M}_{вк}(z) = \begin{cases} \text{при } z < 5; \\ -0,008z + 0,12 \text{ при } z \geq 5. \end{cases}$$

Кинематическая схема агрегата приведена на рисунке и содержит редуктор с двумя выходными валами, каждый из которых соединен с двумя генераторами различной мощности и частоты вращения. Оптимальным сочетанием параметров генераторов и передаточного числа редуктора являются: $P_1 = 250$ кВт, $n_1 = 1500$ об/мин, $P_2 = 45$ кВт, $n_2 = 750$ об/мин, $k = 25$ о. е. Применение двух различных генераторов снижает величину приведенных затрат на 14 % по сравнению с одномашинным вариантом.

Выводы. 1. Разработана математическая модель для минимизации приведенных затрат на выработку электрической энергии двухмашинными ветроагрегатами путем оптимального выбора асинхронных генераторов с короткозамкнутым ротором.

2. Применение в ветроагрегатах двух генераторов различной номинальной мощности и частоты вращения позволяет снизить приведенные затраты на выработку электрической энергии на 10—15 % по сравнению с одномашинным вариантом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лятхер В. М. Ветровые электростанции большой мощности.— М.: Информэнерго, 1987.
2. Чернуцкий И. Г. Оптимальный параметрический синтез: электротехнические устройства и системы.— Л.: Энергоатомиздат, 1987.
3. Геминтерн В. И., Каган Б. М. Методы оптимального проектирования.— М.: Энергия, 1980.
4. Кириллин В. А. Развитие энергетики.— М.: Международный центр научной и технической информации, 1981.
5. Критерий оптимальности при проектировании серий асинхронных двигателей общего назначения / А. П. Воскресенский, Г. Н. Емельянова, В. Е. Черепанов и др.— В кн.: Исследование и развитие асинхронных двигателей. Тез. докл. междунар. конф.— Владимир: Информэлектро, 1978.
6. Асинхронные двигатели серии 4А: справочник / Э. А. Кравчик, М. М. Шлаф, В. И. Афонин и др.— М.: Энергоиздат, 1982.
7. Денисенко Г. И., Васьюк П. Ф., Пекур П. П. Стохастическое моделирование параметров ветра для задач ветроэнергетики.— Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1990, № 2.
8. Ветроэлектрические станции / В. Н. Андрианов, Д. Н. Быстрицкий, К. П. Вашкевич и др.— М.: Госэнергоиздат, 1960.
9. Стронгин Р. Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы).— М.: Наука, 1978.
10. Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения).— М.: Наука, 1975.
11. Справочник по климату СССР. Ветер.— Л.: Гидрометеоздат, 1967.

Экспериментальное определение тока через тело человека при напряжении 220 В

СЛОБОДКИН А. Х., СТРОГАНОВ А. М.

Исследования в целях обеспечения электробезопасности в промышленности, сельском хозяйстве и в быту ведутся в различных направлениях: совершенствуются традиционные виды устройств защитного отключения (УЗО), разрабатываются принципиально новые УЗО с улучшенными характеристиками [1, 2], уточняются нормы допустимых напряжений прикосновения и токов [3, 4], разрабатываются различные по подходу математические модели, позволяющие произвести численную оценку влияния параметров системы «человек — электроустановка — защита — среда» на вероятность электропоражения (например, [4, 5]).

Исход воздействия тока зависит от ряда факторов, в первую очередь — от значения и рода тока, а также от длительности протекания тока через тело человека. Известно много работ (например, [6—9]), в которых исследованы различные аспекты влияния тока на человека, зависимости тока через тело человека от места приложения электродов, от пути тока через тело и т. д. Подробное описание многих таких исследований и частичное обобщение результатов приведено в [8]. Недостатком большей части исследований является то, что они не отражают электрические параметры тела человека при напряжениях сети 220 В, так как измерения проводились при напряжениях 2—6 В. В тех немногих численных исследованиях, где измерения проводились при напряжении 220 В [9], приведены лишь результаты единичных экспериментов без учета статистики для множества испытуемых. Эта ограниченность исследований объясняется опасностью для испытуемых измерениями при напряжении 220 В. Учитывая что тело человека является нелинейным элементом электрической цепи и недостаточно изучено, авторы провели специальные исследования, которые дополняют имеющиеся знания в данной области.

Обеспечение безопасности испытуемых. Главным ограничивающим фактором при измерениях электрических параметров тела человека при прохождении тока через испытуемого является опасность поражения и болевое ощущение. С учетом этого в данных исследованиях для исключения возможности электропоражения и уменьшения болевого ощущения испытательное напряжение U_i подводилось к электродам, которые прикладывались к малоуязвимым участкам тела, и подавалось на строго фиксированное время $t_i = 0,02$ с. Из [10] следует, что опасность возникновения фибрилляции за время 0,02 с ничтожно мала. Чтобы ток не затрагивал область грудной клетки, испытательные электроды прикладывались к ладони правой руки в местах, где отсутствуют акупунктурные точки: один электрод накладывался на бугор (основание большого пальца), другой — на противобугор (основание мизинца). Уча-

стие в экспериментах было добровольным, все испытуемые были информированы заранее о характере ощущения. Благодаря этому исключались внезапность и опасное (шокирующее) влияние «фактора внимания» испытуемых. Все измерения проводились в присутствии врача.

Для большей безопасности измерение электрического тока через человека проводилось в два этапа: первый — при напряжении 100 В, второй — при напряжении 220 В. Измеренный на первом этапе ток I_{100} через испытуемого использовался (с учетом полученного эмпирически коэффициента нелинейности $K_n = 15—25$, связанного с нелинейной зависимостью сопротивления тела человека от напряжения) для определения тока при напряжении 220 В по очевидному выражению

$$I_{220} = \frac{220}{100} K_{n, \text{cp}} I_{100}, \quad (1)$$

где среднее значение кратности увеличения тока из-за нелинейности сопротивления тела человека от напряжения было выбрано равным $K_{n, \text{cp}} = 20$.

Измерения в два этапа позволили: освободить от экспериментов тех, у кого возникали очень сильные болевые ощущения и страх перед вторым измерением (в данной работе прошли измерения 66 человек, двое из них отказались продолжить измерения при 220 В); скорректировать влияние «фактора внимания»; выбрать масштаб осциллографирования, чтобы осциллограмма не вышла за пределы кадра.

Измерительный комплекс. В состав измерительного комплекса входят запоминающий осциллограф типа С8-13 и специально разработанные авторами электронный синхрокоммутатор и контактное устройство. Измерительный комплекс работает следующим образом. Испытуемый касается в заданных точках ладонью электродов и нажимает на них. Когда сила нажатия достигает установленного значения, происходит автоматический одноразовый пуск осциллографа; изображение на его экране «запоминается». Благодаря этому фиксируется осциллограмма тока за любое, заранее установленное на осциллографе время развертки луча. Повторный запуск осуществляется при повторном нажатии на электроды. Такая система обеспечивает прохождение тока через испытуемого в течение промежутка времени, строго равного времени развертки луча (t_i).

Электронный синхрокоммутатор синхронизируется напряжением сети и обеспечивает запуск луча в строго фиксированный момент времени (фазу) напряжения сети. Подача испытательного напряжения на электроды осуществляется электронным ключом в момент прохождения луча электронно-лучевой трубки осциллографа через заранее выбранное положение на экране. Такая система управления осциллографом позволяет совмещать на экране любое число осциллограмм,

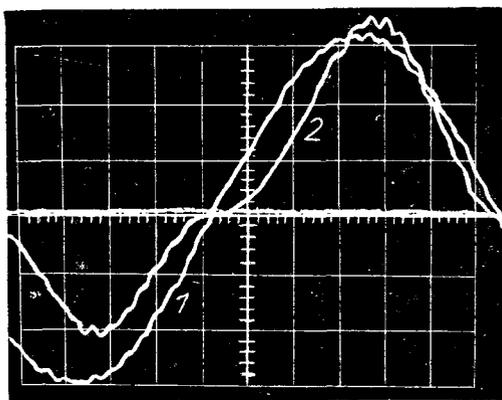


Рис. 1. Осциллограмма тока через человека при синусоидальном напряжении 220 В частотой 50 Гц: 1 — кривая напряжения; 2 — кривая тока через тело человека

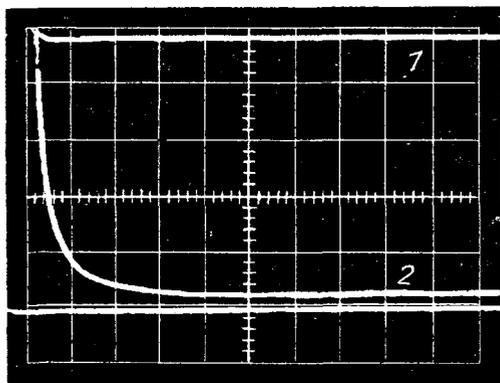


Рис. 2. Осциллограмма тока через тело человека при постоянном напряжении 180 В: 1 — напряжение; 2 — ток через человека

так как момент включения всегда и для всех осциллограмм будет совпадать. Накладывая таким образом осциллограммы, напряжения сети и тока через человека (рис. 1), снятые в два приема, получаем на экране изображение, по которому определяется фазовый угол тока через человека.

Для повышения точности измерений изображения на экране осциллографа фотографировались, затем через фотоувеличитель воспроизводились с увеличением в 20 и 40 раз.

Этот измерительный комплекс позволяет измерять ток через участок тела человека также и при подключении к электродам постоянного напряжения. Осциллограмма тока через человека в этом случае приведена на рис. 2.

Программа и методика исследований. При воздействии синусоидального напряжения по осциллограммам измерялись:

- мгновенные значения токов через ладонь одной руки ($I_{1л}$) для мужчин и женщин отдельно;
- фазовые углы тока через тело человека;
- область высоких значений сопротивления тела человека при низких напряжениях;

значения токов и соответствующих им углов для последующего разложения кривой тока в ряд Фурье;

мгновенные значения тока в петле «рука — рука» ($I_{р.р}$);

амплитудные значения тока в зависимости от площади электродов и давления на них руки испытуемого;

время реакции человека на воздействие электрического тока.

При воздействии напряжения постоянного тока с длительностью прохождения тока $t_i \leq 10$ мс:

определялись активная и емкостная составляющие сопротивления тела человека, соответствующие характеру изменения тока через человека;

сравнивались зависимости $i(t)$ для человека и различных схем замещения.

Методика измерения мгновенных значений токов сводилась к измерению ординат на увеличенном изображении осциллограммы и умножению ее на установленный масштаб. Фаза тока через человека измерялась в точке прохождения тока через нуль между первым и вторым полупериодами.

Вблизи перехода через нуль (т. е. при низких напряжениях) наклон кривой тока значительно меньше, чем на других участках, что соответствует высокому сопротивлению тела. Наклон кривой изменяется плавно, поэтому задать границы области высокого сопротивления можно условно, например, установив границу на уровне q -й доли амплитудного значения тела. С учетом этого область высокого сопротивления через фазовые углы (в градусах) определяется по выражению

$$\Delta(q) = \varphi[qI_{1л}(1)] - \varphi[qI_{1л}(2)], \quad (2)$$

где $\varphi[qI_{1л}(1)]$ — фаза мгновенного значения q -й части тока $I_{1л}(1)$ первого полупериода; $\varphi[qI_{1л}(2)]$ — то же для второго полупериода.

При обработке результатов осциллографирования выделялись два значения: $q = 1/50$ и $1/20$. Таким образом при необходимости можно рассмотреть нелинейный участок тока, заданный точками $\varphi = (0)$, $\varphi_1 = (I_{1л}/50)$, $\varphi_2 = (I_{1л}/20)$, и по ним расчетным путем оценить количественно показатели нелинейности сопротивления тела человека.

Методика разложения в ряд Фурье соответствует [11]. При этом полупериод разбивался на 20 участков, для каждого участка измерялось мгновенное значение тока и по этим значениям на ЭВМ вычислялись составляющие ряда: $I_{(n)}$ и $\varphi_{(n)}$ — амплитуда и начальная фаза n -й гармоники.

Выше отмечалось, что для обеспечения безопасности испытуемых электроды прикладывались к ладони правой руки. При этом измерялся ток через одну ладонь ($I_{1л}$). Значение тока, протекающего по петле «рука — рука», определялось с помощью так называемого топографического коэффициента $K_{топ}$, который вычислялся для диапазона напряжений, не представлявшего опасности и не связанного с болезненными ощущениями, из соотношения

$$K_{топ} = \frac{I_{р.р}(U_i)}{I_{1л}(U_i)}, \quad (3)$$

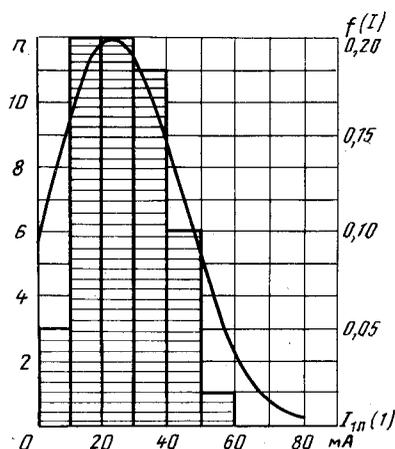


Рис. 3. Гистограмма и плотность вероятности действующего значения тока первого полупериода $I_{1л}(1)$ для мужчин

где $I_{р.р}(U_i)$ и $I_{1л}(U_i)$ — токи через соответствующие тела при заданном напряжении U_i .

Результаты исследований. Типичная форма тока через человека при напряжении 220 В приведена на осциллограмме рис. 1. Для всех 64 участников эксперимента (45 мужчин и 19 женщин) форма тока была одинакова, и кривые отличались лишь масштабом. На рис. 3 приведена гистограмма амплитудных значений тока первого полупериода $I_{1л}(1)$ для мужчин и соответствующее ей распределение плотности вероятности. Плотность вероятности определялась по формуле

$$f(I) = m_i \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4)$$

а M и σ определялись по гистограммам измеренных токов:

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i x_i; \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - M)^2}, \quad (6)$$

где M — математическое ожидание случайной величины; σ — среднеквадратичное отклонение; x — текущее значение случайной величины; m_i — масштабный множитель, имеющий размерность, мА/дел.

Аналогично определялись параметры распределения других указанных в программе исследований величин: $\lambda = I_{1л}(2)/I_{1л}(1)$ — отношение амплитуды второго полупериода к первому; φ — угла сдвига фазы тока через человека по отношению к напряжению; $\Delta(1/50)$ и $\Delta(1/20)$ — области высоких значений сопротивления на уровне 1/50 и 1/20 от значения тока $I_{1л}(2)$. Значения параметров распределения этих величин приведены в таблице.

Гармонический анализ формы кривой тока через тело человека проводился для каждого из семи интервалов гистограммы на рис. 3. Коэффициенты корреляции между амплитудами $r(A)$ и фазами $r(\varphi)$ для первой, третьей и пятой гармоник соот-

Исследуемая величина	Экспериментальные значения параметров нормального распределения исследуемых величин			
	Для мужчин		Для женщин	
	M	σ	M	σ
$I_{1л}(1)$, мА (амплитудное значение)	24,2	20,2	40,4	21,7
$I_{1л}(1 \text{ эф})$, мА (эффективное значение)	17,1	14,3	28,6	15,3
$I_{р.р.}(1 \text{ эф})$, мА (эффективное значение)	20	14,3	33	15,3
λ	1,44	1,67	1,45	1,11
φ , град	0,2	1,72	0,1	1,4
$\Delta(1/50)$, град	4,5	0,854	5,1	1,15
$\Delta(1/20)$, град	11,5	2,14	11,9	1,85

* Параметры распределения тока $I_{р.р.}(1)$ определялись по выражению (3)

ветственно равны $r_{13}(A) = 0,98$; $r_{13}(\varphi) = 0,934$; $r_{15}(A) = 0,39$; $r_{15}(\varphi) = 0,315$. Отношение амплитуды третьей гармоники (A_3) к первой (A_1) для всех семи интервалов составляет $a = A_3/A_5 = 0,22 \pm 12\%$.

Для определения численного значения топографического коэффициента $K_{\text{топ}}$ по (3) производились измерения токов $I_{1л}(U_i)$ и $I_{р.р.}(U_i)$ при напряжениях $U_i = 50, 75, 100, 125$ и 150 В на восьми испытуемых. Измерения начинались при $U_i = 50$ В. При отсутствии неприятных ощущений испытательное напряжение повышалось до следующего значения. График зависимости $K_{\text{топ}}(U_i)$ приведен на рис. 4. Экстраполяция зависимости $K_{\text{топ}}(U_i)$ до напряжения 220 В позволяет сделать в первом приближении вывод о своеобразной стабилизации $K_{\text{топ}}$ около среднего значения $1,15 \pm 30\%$. Сопоставление этих результатов с данными в [9], а также собственные исследования авторов объясняют такой характер зависимости $K_{\text{топ}}(U_i)$ существенным снижением составляющей сопротивления кожи в общем сопротивлении тела человека при $U_i = 220$ В.

При проведении данных измерений была замечена значительная нестабильность параметров тела человека. Так, например, при осциллографировании тока через один и тот же участок тела с интервалом между измерениями 1 с наблюда-

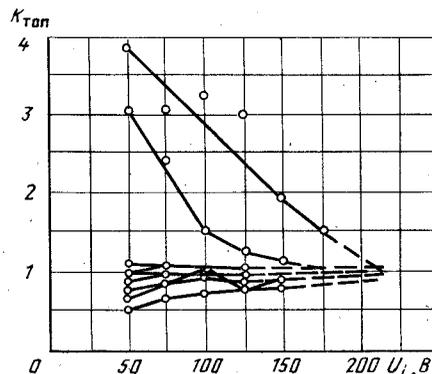


Рис. 4. Зависимость топографического коэффициента от приложенного напряжения для восьми испытуемых

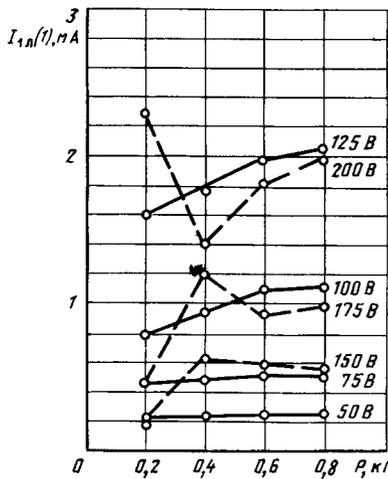


Рис. 5. Семейство зависимостей тока $I_{1n}(1)$ от силы нажатия на электроды при различных напряжениях: —○— для испытуемого А; —○— для испытуемого Б

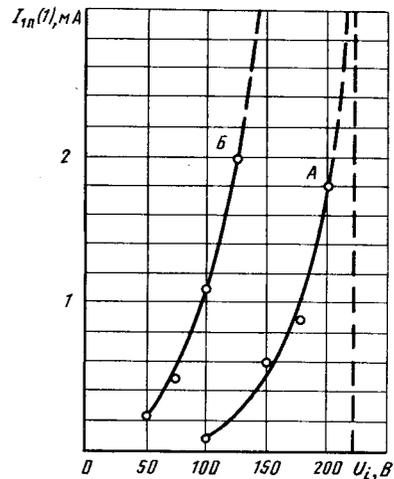


Рис. 6. Семейство зависимостей тока $I_{1n}(1)$ от площади электродов при различных напряжениях: —○— для испытуемого А; —○— для испытуемого Б

лись несовпадения абсолютных значений токов до 20 %. При этом установлено, что для испытуемых, у которых вследствие высокого сопротивления кожи токи $I_{1n}(1)$ значительны, стабильность этих токов от замера к замеру больше, чем для испытуемых с малыми токами. Это можно объяснить тем, что у людей с невысокими значениями сопротивления физиологические и физические под воздействием психосоциальных факторов приводят к меньшему влиянию на общее сопротивление и, следовательно, к меньшему разбросу результатов измерений токов $I_{p.p}(1)$ и $I_{1n}(1)$. Именно поэтому численное значение топографического коэффициента более стабильно для людей, у которых значения токов $I_{p.p}(1)$ и $I_{1n}(1)$ выше, хотя эти измерения и производятся при меньших напряжениях (рис. 4).

Зависимости тока $I_{1n}(1)$ от силы контактного нажатия и площади электродов определялись на двух испытуемых. У испытуемого А ток $I_{1n}(1) = 5$ мА, у испытуемого Б — $I_{1n}(1) = 40$ мА. Для большей информативности эти зависимости определялись при различных напряжениях U_i . Результаты измерений приведены на рис. 5 и 6. По данным, полученным при проведении этих измерений, были построены графики зависимости тока $I_{1n}(1)$ от испытательного напряжения U_i (рис. 7).

Наблюдаемое на рис. 5 незначительное увеличение тока при увеличении силы нажатия объясняется в [9] некоторым ростом числа контактирующих с электродом потовых желез и нервных окончаний. Такое же объяснение может быть приемо и для зависимости $I_{1n}(1)$ от площади электродов на рис. 6. Из этих же графиков видно, что зависимости для испытуемого Б отличаются меньшим разбросом измеренных значений, чем испытуемого А. Поэтому характер зависимостей лучше прослеживается на испытуемых с большими значениями $I_{1n}(1)$. Для испытуемого А с малым током $I_{1n}(1)$ разброс измеренных значений

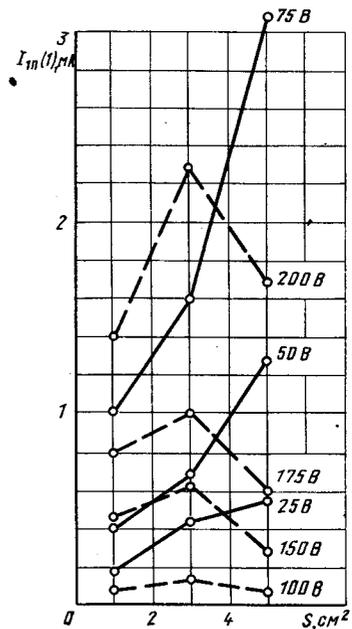


Рис. 7. Усредненная зависимость тока $I_{1n}(1)$ от напряжения для двух испытуемых — А и Б

большой, и данные не укладываются в плавную линию.

Измерение времени реакции испытуемого — отдергивания руки от электродов — производилось на 25 испытуемых; на пяти — по одному разу, на 20 — от двух до четырех раз. Измерения проводились при напряжении 150 В, а в трех случаях — дополнительно при 200 В. Установлено, что время реакции при 220 В и 150 В отличается на значение, не превышающее разброса времени реакции при напряжении 150 В. Из результатов измерений следует, что если человек при попадании под напряжение имеет возможность отдергиванием руки освободиться от токоведущих частей, то время протекания тока через человека будет находиться в пределах $t_p = 0,1 - 0,18$ с.

В процессе проведения указанных измерений путем опроса испытуемых после каждого замера выяснялось субъективное ощущение человека на воздействие электрического тока. Сопоставляя значения тока, плотности тока и длительности протекания тока с интенсивностью болевых ощущений, можно установить качественные зависимости:

токи 15—20 мА и более при длительности воздействия 20 мс вызывают сильные болевые ощущения, при которых происходит произвольное отдергивание рук;

при увеличении длительности воздействия до 100 мс интенсивность болевого ощущения возрастает существенно;

при уменьшении плотности в местах соприкосновения руки испытуемого с электродами интенсивность болевого ощущения снижается.

При воздействии на испытуемого прямоугольного импульса напряжения продолжительностью до 10 мс кривая зависимости тока через тело человека имеет вид, зафиксированный на осциллограмме рис. 2. Исследования показали, что такую же зависимость $i(t)$ можно получить с погрешностью порядка 10 %, моделируя тело человека схемой замещения, описываемой линейным дифференциальным уравнением второго порядка. Используемый при проведении данной работы измерительный комплекс позволяет определить исходные данные для вычисления корней характеристического уравнения, описывающего зависимость $i(t)$ для человека. Установлены значения параметров «быстрой» и «медленной» составляющих переходного процесса¹. Более точного совпадения реальной зависимости и модели можно добиться, применив в схеме замещения нелинейные элементы, а для математического описания — нелинейные дифференциальные уравнения.

Выводы. 1. Специфической особенностью человека как элемента электрической цепи под напряжением 200—220 В является значительный разброс значений тока через тело как для одного испытуемого, так и для множества людей, что обуславливает необходимость статистического подхода к определению электрических параметров человека. В статье приведены числовые значения статистических показателей для тока через тело человека при напряжении 220 В.

2. Существенное влияние таких факторов, как выделение пота, психологическая реакция при повторных измерениях, болевые ощущения и др., на ток дает основания считать результаты изме-

рений, полученные на трупах и на моделирующих животных, не отражающими в полной мере особенности живого человека.

3. Гармонический состав тока через человека практически не зависит от абсолютного значения тока первого полупериода и может считаться для всех людей одинаковым. При увеличении длительности протекания тока его форма приближается к синусоидальной.

4. Математическое ожидание амплитудного значения тока через человека за первый полупериод составляет 24,2 мА для мужчин и 40,4 мА для женщин. Следовательно, устройства защитного отключения с уставкой срабатывания 100 мА произведут отключение лишь после нарастания тока через человека до значений, превышающих 100 мА, что по [9] произойдет через 100—130 мс. При этом даже самые быстродействующие УЗО не уменьшат болевых ощущений и их шокирующих последствий. Расчеты показывают, что по этим же причинам УЗО с уставкой срабатывания 100 мА вообще не срабатывает в 45—50 % всех возможных случаев попадания под напряжение 220 В мужчин и 20—25 % — женщин.

5. При проектировании системы обеспечения электробезопасности с использованием УЗО необходимо учитывать время реакции человека $t_p = 0,1—0,18$ с. Это же время должно учитываться при обосновании быстродействия УЗО; для УЗО индивидуальной защиты собственное время отключения необходимо обеспечить по возможности меньшим, а для УЗО групповой селективной защиты собственное время отключения должно превышать время реакции человека.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 1012381 (СССР). Способ защитного отключения сети переменного тока при касании человеком токоведущих частей / А. Х. Слободкин. Оpubл. в Б. И., 1983, № 14.
2. А. с. 1513562 (СССР). Устройство для защитного отключения в сети переменного тока / А. Х. Слободкин. Оpubл. в Б. И., 1989, № 37.
3. ГОСТ 12.1.038-82. ССБТ. Электробезопасность. Предельно допустимые уровни напряжения прикосновения и токов.
4. Яковс А. И., Луковников А. В. Электробезопасность в сельском хозяйстве.— М.: Колос, 1981.
5. Слободкин А. Х. Математическое моделирование электротравматизма в сетях напряжением 380/220 В с глухозаземленной нейтралью с учетом характеристик защитного отключения.— Труды ВНИИР, 1976, вып. 5.
6. Киселев А. П. Тело человека как элемент электрической цепи.— Труды МИИТ, 1966, вып. 226.
7. Долин П. А. Основы техники безопасности в электроустановках.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
8. Манойлов В. Е. Основы электробезопасности.— Л.: Энергоатомиздат, 1985.
9. Бигельмайер Г., Микш Й. К вопросу о влиянии кожи на импеданс тела человека. / Пер. с немецкого.— М.: ВЦП, № Г-23969, 1981.
10. Первичные критерии электробезопасности при кратковременных воздействиях токов промышленной частоты / М. С. Богушевич, С. П. Власов, Н. Л. Гурвич и др.— Электричество, 1975, № 5.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.— М.: Наука, 1984.

¹ Эти исследования не дают непосредственного представления о характере тока через тело человека при воздействии синусоидального напряжения и поэтому в данной статье подробно не приводятся. В то же время этот метод позволяет устанавливать зависимость физического и психологического состояния человека от параметров переходного процесса, количественными показателями которого могут являться корни характеристического уравнения. Эти исследования представляют самостоятельную задачу.

Математическое моделирование асинхронного генератора с тиристорным регулированием

КОСТЫРЕВ М. Л., доктор техн. наук,
ШТАНОВ А. Н., канд. техн. наук

Самарский политехнический институт

В автономных системах генерирования переменного тока, в частности в малой гидроэнергетике, перспективны асинхронные емкостные генераторы (АЕГ) с тиристорным регулированием [1—4]. Тиристорные регуляторы обеспечивают стабилизацию выходного напряжения за счет компенсации избыточного емкостного тока конденсаторов возбуждения. Статья посвящена построению математической модели АЕГ с регулятором, выполненным по схеме управляемого трехфазного тиристорного моста, выводы постоянного тока которого объединены через реактор (рис. 1) [1—3].

Моделированию электромагнитных и электро-механических процессов в АЕГ без тиристорного регулирования посвящено большое число работ. Тиристорный регулятор оказывает существенное влияние на протекание электромагнитных процессов в электрической машине. В известных работах, касающихся рассматриваемого в статье асинхронного генератора с тиристорным регулированием (АГТ) [1, 2], описаны математические модели для анализа характеристик и электро-механических процессов методом полезной составляющей, в то время как электромагнитные процессы исследованы лишь экспериментально.

Для исследования электромагнитных процессов в машинно-вентильной системе требуется система дифференциальных уравнений. В статье использованы уравнения асинхронной машины в неподвижных осях координат $\alpha\beta$ с допущениями по Парку — Гореву, с учетом эффекта насыщения магнитопровода машины.

Выбор неподвижных осей координат $\alpha\beta$, жестко связанных со статором, обусловлен наличием тиристоров в цепи статора, что обеспечивает совпадение форм напряжений и токов в реальной фазе A и преобразованной фазе α [5] без дополнительного преобразования координат на каждом шаге интегрирования. С учетом сказанного, уравнения асинхронной машины имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} R^S i_\alpha^S + L^S p i_\alpha^S + L^{SR} p i_\alpha^R &= -e_\alpha^S; \\ R^S i_\beta^S + L^S p i_\beta^S + L^{SR} p i_\beta^R &= -e_\beta^S; \\ L^{SR} p i_\alpha^S + \omega L^{SR} i_\beta^S + R^R i_\alpha^R + L^R p i_\alpha^R + \\ + \omega L^R i_\beta^R &= 0; \\ -\omega L^{SR} i_\alpha^S + L^{SR} p i_\beta^S - \omega L^R i_\alpha^R + R^R i_\beta^R + \\ + L^R p i_\beta^R &= 0; \\ L^{SR} &= f(\Psi^2), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где S, R — индексы для статора и ротора; $p = d/dt$ — символ дифференцирования по времени; ω — «электрическая» частота вращения ротора; $f(\Psi^2)$ — функция насыщения:

$$\Psi^2 = \frac{2}{3} (\omega_1 L^{SR}) (i_\alpha^2 + i_\beta^2); \quad (2)$$

$$i_\alpha^2 = (i_\alpha^S)^2 + (i_\alpha^R)^2; \quad (3)$$

$$i_\beta^2 = (i_\beta^S)^2 + (i_\beta^R)^2; \quad (4)$$

ω_1 — приведенная частота в обмотках машины.

При моделировании использована система относительных единиц, в которой за базовые величины приняты номинальные. Насыщение учитывается с помощью кривой намагничивания $E = f(I_m)$, полученной экспериментально или при расчете. В i -й точке кривой намагничивания

$$L_i^{SR} = E_i / I_{mi}. \quad (5)$$

Промежуточные значения функции $L^{SR}(I_m)$ определяются интерполированием кубическим сплайном. Как показали проведенные исследования, коммутация тока в тиристорах регулятора происходит практически мгновенно, без характерного для управляемых выпрямителей перекрытия токов в соседних тиристорах, что обусловлено шунтирующим действием конденсаторной батареи. Передний фронт импульсов тока в фазах тиристорного регулятора жестко связан с соответствующими фазами трехфазных напряжений на его входе через угол регулирования $\alpha \approx \pi/2$. В режиме непрерывного тока тиристорного регулятора длительности положительных и отрицательных импульсов фазного тока равны $\pi/3$, а промежуток между ними — $\pi/6$. В режиме прерывистого тока каждый из этих импульсов распадается на два меньшей длительности, причем передний фронт каждой пары импульсов также оказывается сдвинутым на угол регулирования α .

Отмеченная однозначность между приложенными напряжениями и возникающими в фазах

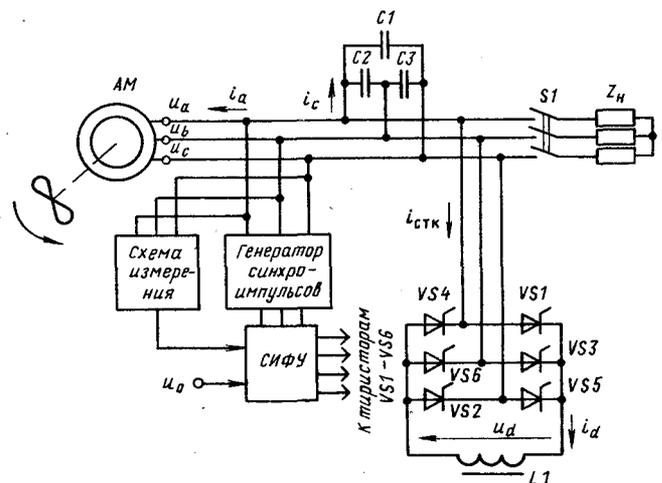


Рис. 1. Схема автономного генератора с тиристорным регулированием

тиристорного регулятора токами позволяет применить при математическом моделировании последнего метод коммутационных функций. Для получения системы дифференциальных уравнений минимального порядка использовано представление коммутационных функций в виде тригонометрических функций дискретного аргумента [6], что позволяет учитывать влияние тиристорных цепей только лишь двумя уравнениями для ортогональных цепей осей координат α и β , считая вентили идеальными ключами.

Коммутационные функции F_a, F_b, F_c позволяют установить связь между токами фаз тиристорного регулятора i_a^T, i_b^T, i_c^T и током i_d в реакторе:

$$[i_{abc}^T] \neq \begin{vmatrix} i_a^T \\ i_b^T \\ i_c^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{vmatrix} i_d, \quad (6)$$

причем

$$[F_{abc}] = \begin{vmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{vmatrix} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \begin{vmatrix} \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{3}n - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{2\pi}{3}\right) \end{vmatrix}, \quad (7)$$

где n — целочисленная функция ($n=0, 1, 2, \dots, m-1, m$); m — число пульсаций тиристорного преобразователя; $m=6$).

При известной частоте ω :

$$n = \text{entier}\left(\frac{\omega t}{\pi/3}\right), \quad (8)$$

entier — обозначение целой части выражения, заключенного в скобки.

Преобразование коммутационных функций F_a, \dots, F_c к координатным осям $\alpha\beta$ выполняется с помощью ортогональной матрицы преобразования $[A_{\alpha\beta}]$ [7]:

$$[A_{\alpha\beta}] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix}; \quad (9)$$

$$[F_{\alpha\beta}] = [A_{\alpha\beta}]^{-1} [F_{abc}]. \quad (10)$$

С учетом (7), (9) и (10) можно записать коммутационные функции в ортогональных осях $\alpha\beta$ (рис. 2):

$$\begin{vmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{vmatrix} = \sqrt{2} \begin{vmatrix} \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right) \\ -\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Ток i_d в цепи реактора является суммой токов по осям координат α и β . Он определяется из условия баланса мощности с учетом инвариантности преобразования:

$$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} (i_\alpha F_\alpha + i_\beta F_\beta). \quad (12)$$

После умножения обеих частей выражения (12) на полное сопротивление Z_d в цепи реактора можно выразить напряжение на реакторе:

$$u_d = \sqrt{\frac{3}{2}} (u_\alpha F_\alpha + u_\beta F_\beta). \quad (13)$$

Ток и напряжение в цепи дросселя в выражениях (12), (13) представлены в реальных непроброзованных осях координат, множитель

$\sqrt{\frac{3}{2}}$ обеспечивает инвариантность мощности при преобразовании.

Уравнение (13) связывает преобразованные фазные напряжения u_α и u_β с напряжением u_d на реакторе. Эквивалентная схема замещения АГТ, построенная с учетом (1), (13) и дополненная цепями с емкостями возбуждения C_α, C_β и цепями, учитывающими нагрузку Z_α^h, Z_β^h , изображена на рис. 3.

Система уравнений электрического равновесия для эквивалентной схемы замещения АГТ содержит следующие независимые переменные:

токи статора и ротора асинхронной машины $i_\alpha^S, i_\beta^S, i_\alpha^R, i_\beta^R$;

индуктивность L^{SR} , являющаяся функцией результирующего вектора потокосцепления;

э. д. с. в контурах статора e_α^S, e_β^S ;

токи нагрузки i_α^h, i_β^h ;

ток в цепи реактора i_d .

С учетом (1), (13) получаем полную систему уравнений АГТ:

$$\begin{aligned} R_\alpha^S i_\alpha^S + L^S p i_\alpha^S + L^{SR} p i_\alpha^R &= -e_\alpha^S, \\ R_\beta^S i_\beta^S + L^S p i_\beta^S + L^{SR} p i_\beta^R &= -e_\beta^S, \\ L^{SR} p i_\alpha^S + \omega L^{SR} i_\beta^S + R_\alpha^R i_\alpha^R + L^R p i_\alpha^R + \omega L^R i_\beta^R &= 0, \\ -\omega L^{SR} i_\alpha^S + L^{SR} p i_\beta^S - \omega L^R i_\alpha^R + R_\beta^R i_\beta^R + L^R p i_\beta^R &= 0, \\ L^{SR} &= f(\Psi^2), \end{aligned} \quad (14)$$

$$i_\alpha^S - i_\alpha^h - i_d F_\alpha - C_\alpha p e_\alpha^S = 0;$$

$$i_\beta^S - i_\beta^h - i_d F_\beta - C_\beta p e_\beta^S = 0;$$

$$L_\alpha^h p i_\alpha^h + R_\alpha^h i_\alpha^h + e_\alpha^S = 0;$$

$$L_\beta^h p i_\beta^h + R_\beta^h i_\beta^h + e_\beta^S = 0;$$

$$L_d p i_d + R_d i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} (e_\alpha^S F_\alpha + e_\beta^S F_\beta).$$

Эти уравнения позволяют исследовать электромагнитные процессы как при симметричных распределениях по фазам сопротивлений нагрузки $Z^h = R^h + pL^h$ и возбуждающих емкостей C , так и при несимметриях при условии включения фаз асинхронной машины по схемам «треугольник» и «звезда» с изолированной нейтралью.

Матрицы сопротивления нагрузки $[R_{\alpha\beta}^h]$ и возбуждающей емкости $[C_{\alpha\beta}]$ получают преобразованием [7] вида:

$$[Z_{\alpha\beta}] = [A_{\alpha\beta}]^{-1} [Z_{abc}] [A_{\alpha\beta}].$$

В симметричных режимах сопротивления фаз

$$Z = Z_a = Z_b = Z_c = Z_\alpha = Z_\beta.$$

Система уравнений (14) содержит как дифференциальные, так и нелинейные алгебраические уравнения. Кроме того, параметры коэффициен-

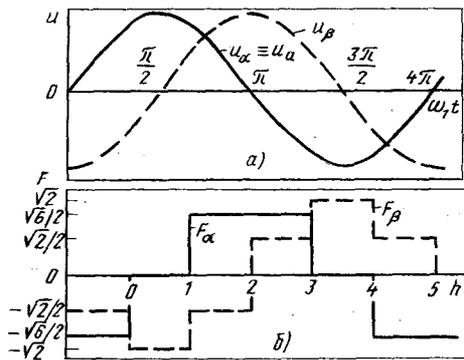


Рис. 2. Фазные напряжения генератора в ортогональных осях $\alpha\beta$ (а) и коммутационные функции F_α, F_β (б)

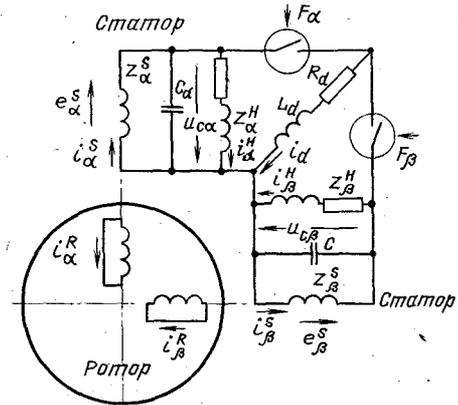


Рис. 3. Эквивалентная схема замещения генератора

тов дифференциальных уравнений могут иметь существенно различные значения, что обуславливает жесткость системы уравнений (14). Поэтому для решения системы (14) выбран неявный метод численного интегрирования, при котором устойчивость вычислительного процесса и необходимая точность численного интегрирования обеспечиваются выбором порядка метода и шага интегрирования [8].

Дифференциальные уравнения сводятся к алгебраическим с помощью численных разностей, т. е. вместо матрицы производных $[p]$ в соответствующем уравнении подставляется вспомогательная матрица $[B] = \alpha[g_{k-1}]$ — для метода первого порядка; $[B] = \beta_1[g_{k-1}] - \beta_2[g_{k-2}]$ — для метода второго порядка.

Здесь α, β_1, β_2 — коэффициенты формул неявного интегрирования; $[g]$ — матрица независимых переменных; k — индекс, о начинающий, что решение осуществляется для момента времени t_k .

Для метода первого порядка $\alpha = 1/h$, (h — шаг интегрирования).

Для метода второго порядка

$$\alpha = (2h_1 + h_2) / [h_1(h_1 + h_2)];$$

$$\beta_1 = (h_1 + h_2) / (h_1 h_2);$$

$$\beta_2 = h_1 / [h_2(h_1 + h_2)];$$

$$h_1 = t_k - t_{k-1}; \quad h_2 = t_{k-1} - t_{k-2}.$$

Совместное решение системы уравнений (14) позволяет определить мгновенные значения токов и напряжений в различных элементах схемы АГТ, а также мгновенную частоту тока в обмотках статора:

$$\omega_1 = p \arctg \frac{i_a}{i_b} \quad (15)$$

где i_a, i_b находятся по (3), (4).

При работе тиристорного регулятора в АГТ имеет место шестикратная за период коммутация тиристорov, вызывающая процесс энергетического обмена между магнитными полями асинхронной машины и реактора, определяемый режимом нагрузки.

Для количественной и качественной оценки этого энергообмена удобно использовать дифференциальные скольжения [9]:

$$S_d = (\omega_1 - \omega) / \omega_1,$$

где ω_1 — мгновенная частота вращения поля статора, определяемая по (15).

Коммутационные функции F_α, F_β однозначно определяются значением целочисленной функции n .

Поскольку угловая частота вращения ω_1 в АГТ в общем случае переменная [определяемая выражением (15)], для определения значения n невозможно использовать выражение (8). Асинхронный генератор с тиристорным регулятором представляет собой замкнутую систему регулирования, в которой угол регулирования α определяется как выходным напряжением, так и алгоритмом управления тиристорами регулятора. Для предложенной авторами схемы АГТ [3] значение n определяется как:

$$\begin{aligned} n=1 &\in (/u_c/ > u_0) \cap (u_a > 0) \cap (u_a > u_b); \\ n=2 &\in (/u_a/ > u_0) \cap (u_c < 0) \cap (u_c < u_a); \\ n=3 &\in (/u_b/ > u_0) \cap (u_b > 0) \cap (u_b > u_c); \\ n=4 &\in (/u_c/ > u_0) \cap (u_a < 0) \cap (u_a < u_b); \\ n=5 &\in (/u_a/ > u_0) \cap (u_c > 0) \cap (u_c > u_a); \\ n=0 &\in (/u_b/ > u_0) \cap (u_b < 0) \cap (u_b < u_c). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь u_0 — напряжение уставки регулятора; u_a, u_b, u_c — фазные напряжения АГТ, определяются на каждом шаге интегрирования:

$$[u_{abc}] = [A_{\alpha\beta}] [u_{\alpha\beta}]. \quad (17)$$

При необходимости учета электромеханических переходных процессов в уравнения АГТ добавляются уравнения электромагнитного момента M , механического равновесия и нелинейной характеристики приводного двигателя (например, турбины):

$$M = \frac{1}{2} p_n L^{SR} (i_a^S i_b^R - i_b^S i_a^R);$$

$$M_{\text{мех}} = M + \frac{J}{p_n} p \Omega_{\text{мех}}; \quad (18)$$

$$M_{\text{мех}} = F(\Omega_{\text{мех}}),$$

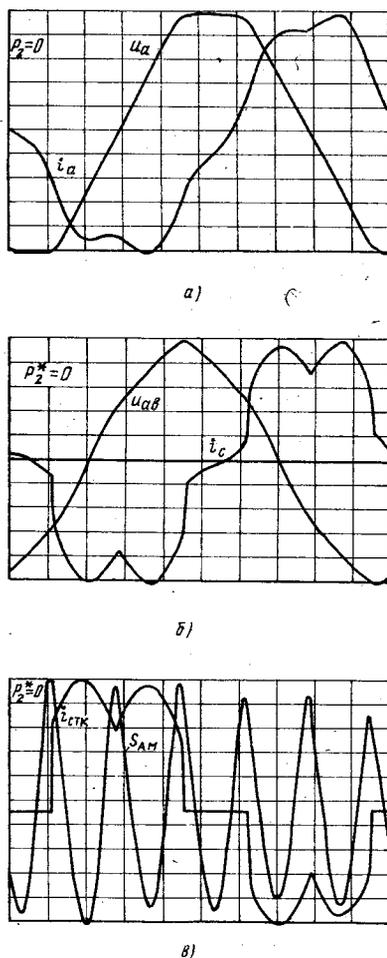


Рис. 4. Результаты расчета: а — фазные ток i_a и напряжение u_a ; б — ток в конденсаторе i_c и линейное напряжение u_{ab} ; в — ток в фазе статического тиристорного компенсатора i_{CTK} и мгновенное скольжение s_{AM}

где p_n — число пар полюсов в машине; J — момент инерции вращающихся частей; $\Omega_{мех}$ — круговая частота вращения ротора; $\Omega_{мех} = \omega/p_n$.

Для исследования рабочих процессов в АГТ на основе полученных уравнений разработана программа на Фортране-4. При использовании ЕС ЭВМ 1035 время расчета одного периода выходного напряжения АГТ с шагом интегрирования $h = 1,5^\circ$ (эл) составляет 1,5–2 мин.

Расчетные кривые электромагнитных процессов в АГТ мощностью порядка 2,2 кВ·А, выполненном на базе серийной асинхронной машины типа 4А90Л4УЗ при емкости конденсаторов возбуждения 68 мкФ на фазу, представлены на рис. 4: а — фазные ток и напряжение асинхронной машины в режиме холостого хода ($P_2^* = 0$); б — ток в конденсаторе возбуждения и выходное линейное напряжение генератора; в — ток в фазе тиристорного регулятора и мгновенное сколь-

жение асинхронной машины в режиме холостого хода.

Исследования, проведенные с использованием разработанной математической модели и на опытных образцах мощностью 2, 16, 50 кВт, показали, что АГТ удовлетворяет требованиям современных стандартов. Отклонение амплитуды напряжения в установившемся режиме и изменении нагрузки от холостого хода до номинальной при постоянной частоте вращения ротора не превышает $\pm 3,5\%$, коэффициент гармоник — 8%.

Сравнение расчетных амплитудных значений токов и напряжений, включая основные высшие гармонические (5-, 7-, 11-ю), с данными экспериментальных исследований показало, что их максимальное расхождение составляет 10% при анализе квазиустановившихся режимов и 18% для переходных режимов.

Вывод. Разработана математическая модель, позволяющая анализировать методом мгновенных значений электромагнитные и электромеханические процессы в автономном асинхронном емкостном генераторе с тиристорным регулированием при установившихся и переходных процессах, для симметричных и несимметричных режимов работы, при включении фаз асинхронной машины по схемам «треугольник» и «звезда» с изолированной нейтралью, с учетом насыщения магнитопровода в замкнутой системе автоматического регулирования напряжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brennen M., Abbondanti A. Static exciters for induction generators.— IEEE Trans. on Ind. Appl., 1977, vol. IA-13, N 5, p. 422—428.
2. A low-cost AC generating systems suitable for use with small hydroplants / J. Boys, J. Elder, M. Forster, J. Woodward.— Trans. N. Z. Inst. Eng. Elec., Mech., Chem. Eng. Sec., 1981, vol. 8, N 3, p. 75—85.
3. А. с. 1467734 (СССР). Генераторный источник электроэнергии / М. Л. Костырев, А. Н. Штанов и др. Публ. в Б. И., 1989, № 11.
4. Асинхронный нагрузочный генератор с компенсационным вентиляльным преобразователем / С. В. Хватов, В. Г. Титов и др.— Электричество, 1978, № 10.
5. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. Математическое моделирование электрических машин.— М.: Высшая школа, 1980.
6. Костырев М. Л., Скороспешкин А. И., Грачев П. Ю. Электромагнитные процессы в асинхронной машине с выпрямителем при ступенчатом напряжении на статоре.— Электротехника, 1982, № 7.
7. Хэнкок Н. Матричный анализ электрических машин / Пер. с англ.— М.: Энергия, 1967.
8. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем.— М.: Советское радио, 1976.
9. Лищенко А. И., Лесник В. А., Фаренюк А. П. Дифференциальные уравнения и расчет переходных процессов асинхронного генератора с учетом насыщения.— Техническая электродинамика, 1984, № 1.
10. Костырев М. Л., Мотовилов Н. В., Княев В. М. Моделирование электромагнитных процессов в электромеханических вентиляльных системах с асинхронными машинами.— Электронное моделирование, 1985, том 7, № 2.

Система технической диагностики и контроля гидрогенераторов малых ГЭС

ДАНИЛЕВИЧ Я. Б., чл.-корр. РАН
КАЛИНИНА Г. И., канд. техн. наук

ВНИИэлектромаш

В последние годы вновь возродился интерес к малым ГЭС, к которым по современным представлениям относятся гидростанции мощностью до 30 МВт при единичной мощности агрегатов до 10 МВт и диаметре рабочего колеса турбины до 3 м.

Вновь возрождаемые малые ГЭС будут комплектоваться как горизонтальными, так и вертикальными генераторами. В соответствии с предполагаемой потребностью горизонтальные машины будут выполняться на частоты вращения 500—1500 об/мин, в диапазоне мощностей 500—4000 кВт; вертикальные — на частоты вращения 187,5—500 об/мин и мощности 500—10 000 кВт. Номинальные напряжения гидрогенераторов 0,4; 6,3 и 10,5 кВ. Коэффициент мощности генераторов всех типов принимается равным 0,8.

ВНИИэлектромаш разработаны и Тираспольским заводом «Электромаш» изготовлены головные образцы генераторов малых ГЭС — горизонтального для Эшкаконской МГЭС и вертикального для Курской МГЭС. Основные данные гидрогенераторов приведены ниже:

Параметр	Горизонтальный гидрогенератор	Вертикальный гидрогенератор
Мощность, кВ·А	750	625
Напряжение, кВ	6,3	6,3
Частота вращения, об/мин		
номинальная	1000	428,6
угольная	2000	1070
К. п. д., %	94,4	94,5
Удельная масса, кг/кВ·А	5,85	11,4
О. к. з., отн. ед.	0,57	1,12
Переходное индуктивное сопротивление, %	22,3	26,2

Особенностью гидрогенераторов для малых ГЭС является то, что они должны работать в широком диапазоне изменения их мощности, в режиме частых включений и остановок, допускать переход в компенсаторный режим, включение в сеть методом самосинхронизации. Для обеспечения работы гидрогенераторов в подобных режимах в конструкции генераторов предусмотрены необходимые запасы механической прочности, применена терморезистивная изоляция обмоток статора и ротора с использованием вакуумно-нагнетательной технологии, при которой достигается монолитное соединение обмотки и сердечника, улучшается теплоотдача от обмоток к охлаждающему воздуху. Другим важным обстоятельством является применение умеренных значений электромагнитных нагрузок.

В результате по данным исследований вновь созданные гидрогенераторы характеризуются относительно невысокими значениями превышений температур активных и конструктивных частей.

Так превышение температуры меди обмотки статора гидрогенератора Эшкаконской МГЭС в режиме установившегося короткого замыкания при номинальном токе статора составило 43 К, активной стали в режиме холостого хода при номинальном напряжении — 29 К.

Тем не менее, учитывая необходимость обеспечения высокого уровня надежности при работе гидрогенераторов в сложных условиях эксплуатации, представляется необходимым их оснащение современными средствами контроля и диагностики. Выполненный анализ показал, что нормальное функционирование гидрогенераторов малых ГЭС может быть достигнуто при применении аппаратуры теплового контроля обмотки статора, сегментов подпятника и вкладышей подшипников, масла масляной ванны, воздуха; для горизонтальных гидрогенераторов с маховиками необходима дополнительная система периодического вибрационного контроля. Для машин, выполняемых на напряжение 10,5 кВ, является целесообразным применение системы контроля за состоянием изоляции обмотки статора, представленной на рис. 1.

В гидрогенераторах малых ГЭС представляется рациональным процесс диагностирования состояния генераторов осуществлять на двух уровнях (рис. 2). На первом (нижнем) уровне достаточно производить контроль по предупредительным уставкам, накапливать ретроспективную информацию. Последнее необходимо для выявления остаточного ресурса генераторов, идентификации возможного дефекта. Для системы теплового контроля на нижнем уровне осуществляются:

- сбор, первичная обработка измерительной информации;
- контроль превышения сигнальных и предельно допустимых температур и скоростей нагрева; сигнализация о выходе контролируемых параметров за уставки;
- накопление информации для оценки остаточного ресурса гидрогенераторов.

Функции второго (верхнего) уровня диагностирования целесообразно осуществлять с помощью передвижной диагностической службы. Такая служба должна быть оснащена аппаратурой, обеспечивающей анализ технического состояния гидрогенераторов малых ГЭС, идентификацию возможного дефекта генераторов.

ВНИИэлектромаш совместно с ЕрПИ разработана, прошла испытания и внедряется для опытной эксплуатации система оперативного контроля АСОК-30. Система выполнена на базе микро-ЭВМ «Электроника-60». Имеет модульный принцип построения и предполагает максималь-

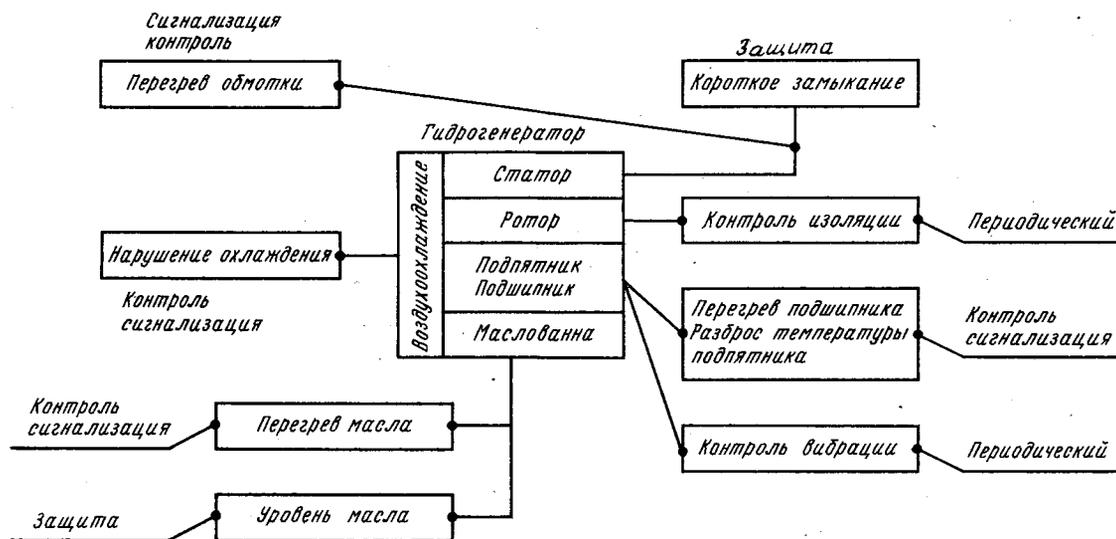


Рис. 1. Система контроля, защиты и сигнализации гидрогенератора

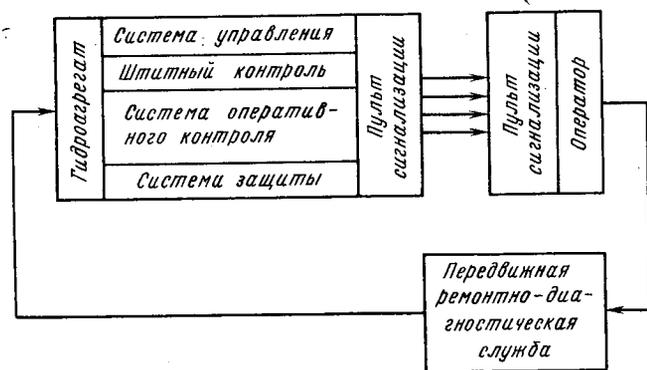


Рис. 2. Автоматизированный комплекс для малых ГЭС

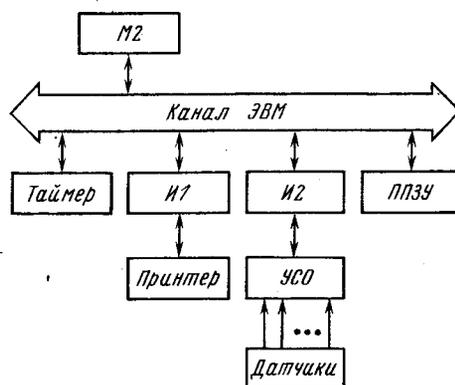


Рис. 3. Структурная схема системы

ное использование штатных устройств. На структурной схеме (рис. 3): М2 — процессор с объемом оперативной памяти 8 кбайт; ППЗУ — плата постоянной памяти объемом 4 кбайт; И2 — плата параллельного интерфейса, присоединяющая к каналу ЭВМ выход АЦП, блок выборки режима и пульт управления; И1 — плата для сопряжения печатающего устройства (принтера) с каналом ЭВМ. Блок питания БПС-6-1 (на схеме не указан) обеспечивает систему постоянным стабилизированным напряжением $+5$ и ± 12 В. Аналоговая информация от встроенных датчиков поступает в блок преобразования ПСН (на схеме рис. 3 не указан) узла сопряжения системы с объектом УСО. Блок ПСН представляет собой мостовую схему, в одну из плеч которой по двухпроводной схеме включаются датчики.

Сопrotивление линии каждого измерительного канала компенсируется при начальной настройке системы. Снимаемое с диагонали моста напряжение подается на дифференциальный усилитель. Опрос проводится последовательно по всем каналам, результаты накапливаются в ОЗУ (на схеме рис. 3 не показано) в кодах. Преобра-

зование аналоговой информации в восьмиразрядный код осуществляется в аналого-цифровом преобразователе, в качестве которого используется серийно выпускаемый Ф 7077/2 с пределами изменения ± 1 В. Управление работой 30-канального коммутатора и запуск АЦП осуществляются как в автоматическом режиме, так и ручном «по вызову». Цикл опроса, обработки и регистрации задается программно. Аппаратные средства системы дополнительно включают комбинированный прибор Щ 4313 для контроля в ручном режиме одного из датчиков с индикацией номера выбранного датчика.

Система имеет аппаратную часть, предназначенную для реализации автоматического и ручного режимов. Переключение режимов осуществляется с помощью микротумблера «автомат/ручной».

Рассмотрим работу системы АСОК по диагностированию теплового состояния гидрогенераторов малых ГЭС. Как указывалось выше, процесс диагностирования теплового состояния включает первичную обработку измерительной информации, контроль превышения сигнальных и предель-

но допустимых температур и скоростей нагрева. Разработанные алгоритмы (рис. 4) оперативной диагностики выявляют абсолютные значения температур, осуществляют сравнение с предупредительными и сигнальными уставками, позволяют определить скорость изменения температуры. Операция сравнения производится по отдельным кодовым словам и реализуется путем суммирования по модулю.

Для выявления достоверности показателей контроль осуществляется дважды; кроме того, в алгоритм заложена операция сравнения показателей одного и того же узла. Для вычисления тенденций изменения параметров (тренда) предусматривается запоминание всех текущих параметров за последний цикл.

Алгоритм включает ряд подпрограмм.

1. Внешняя основная — подпрограмма таймера. Данная программа представляет собой машинные часы, которые ведут отсчет времени в виде даты, числа часов, числа минут. После каждого дискретного изменения времени (1 мин) полученное значение сравнивается с $TZAP$ (время запуска); $TZAP$ — время, при котором происходит запуск программы опроса датчиков. Оно хранится в фиксированной ячейке памяти и модифицируется после завершения работы программы опроса датчиков:

$$TZAP = TIME + TM,$$

где $TIME$ — текущее время; TM — шаг опроса, формирующийся в программе опроса датчиков.

Если в результате сравнения обнаружилось, что $TIME = TZAP$, то управление передается программе опроса датчиков. В момент передачи управления программа таймера выводит на печать текущее время. После отработки программы опроса датчиков управление вновь возвращается к основной программе таймера.

2. Подпрограмма опроса датчиков. Данная подпрограмма состоит из трех. Это подпрограммы связи с коммутатором, анализа опроса, вывода результатов на печать. После старта программы опроса датчиков управление передается подпрограмме связи с коммутатором, которая организует опрос датчиков и записывает значения их температуры в фиксированную область памяти, адрес которой помещает в \emptyset -й регистр.

3. После этого управление получает подпрограмма анализа температуры (результатов опроса). Данная подпрограмма выполняет следующие действия:

проверку исправности канала; если код температуры датчика равен \emptyset (произошел обрыв цепи), то вместо показаний на печать выдается номер канала и «неисправность». В аппаратную часть при этом посылается сигнал;

проверку достоверности показаний датчика; значение кода температуры должно лежать в пределах допустимых:

$$V_{min} < V_i < V_{max};$$

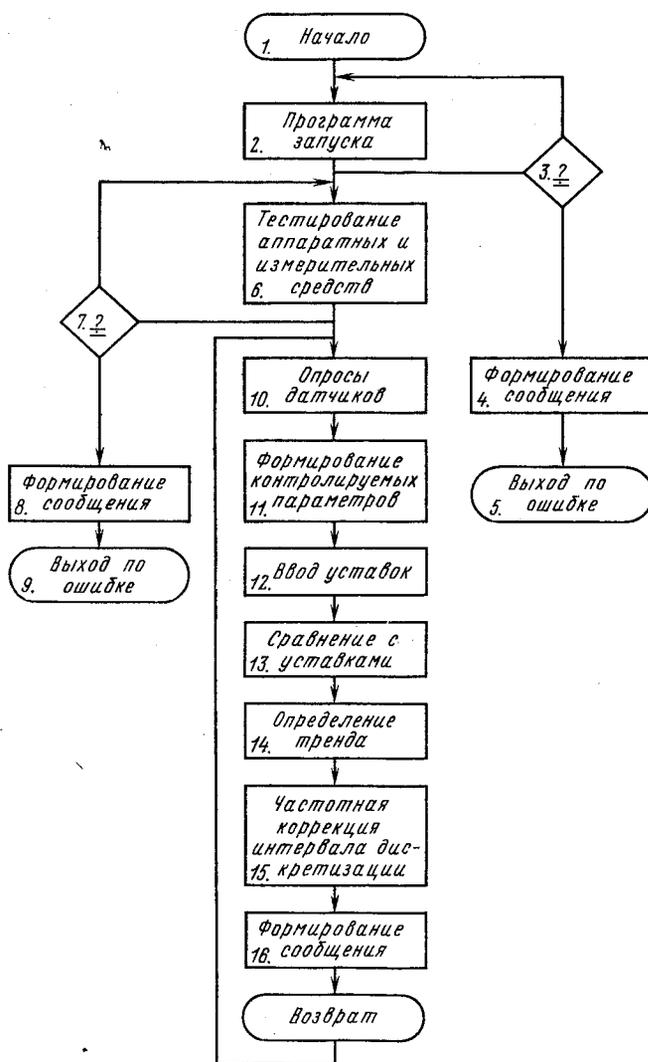


Рис. 4. Алгоритм диагностики теплового состояния

вычисление адреса уставок; по номеру канала определяется смещение относительно адреса блока уставок; адрес уставки определяется путем сложения адреса блока уставок и смещения;

сравнение кода с уставками и изменение шага опроса; если температура датчика не превышает 1-ю уставку, то $TM-2$ ч; если температура датчика превышает 1-ю уставку, но не превышает вторую, то $TM-1$ ч; при превышении второй уставки в аппаратную часть поступает сигнал $TM-30$ мин;

вычисление тренда; для этого из памяти предыдущих значений температуры извлекаются коды температуры;

значение текущей температуры записывается в память предыдущих значений;

выдачу на печать строки:

номер канала — температура — тренд.

4. Выдача на печать осуществляется путем обращения к нескольким подпрограммам печати: подпрограмма печати «шапки» таблицы; подпрограмма печати строки: номер канала — неисправность;

00 04:32

CHAN	TEM'C	DEV'C	CHAN	TEM'C	DEV'C	CHAN	TEM'C	DEV'C
00	000	000	10	028	001	20	003	001
01	054	000	11	028	000	21	007	000
02	055	001	12	028	000	22	041	001
03	054	000	13	028	000	23	012	000
04	055	000	14	056	000	24	027	000
05	054	000	15	055	000	25	007	001
06	053	001	16	000	000	26	007	000
07	022	000	17	007	000	27	001	001
08	028	000	18	007	000	28	007	000
09	030	001	19	007	000	29	000	000

Рис. 5. Листинг с информацией о температуре отдельных частей гидрогенератора

подпрограмма печати строки: номер канала — температура — тренд;

подпрограмма печати закрытия таблицы.

Система АСОК при ее использовании для диагностирования теплового состояния гидрогенераторов малых ГЭС работает в комплекте с термопреобразователями сопротивления ТСМ-50М в диапазоне температур 0—110 °С. Статическая погрешность системы в этом диапазоне температур составляет 2 % и обусловлена ошибкой квантования ($\pm 0,5$ °С), нелинейностью характе-

ристики термопреобразователя (1 °С), погрешностью температурной нестабильности линии связи при двухпроводном подключении датчика.

На рис. 5 показано информационное поле листинга, включающее данные о цикле опроса, состоянии программной и аппаратной части, номер измерительного канала, данные о температуре, ее изменении (тренде). Дополнительно на печать выводится текущее время.

Система диагностики гидрогенераторов малых ГЭС дополняется системой защиты и сигнализации (рис. 3), которая обеспечивает защиту агрегата от многофазных замыканий в обмотке статора, низкого уровня масла в масляных ваннах, аварийно высокой температуры масла подпятника, подшипника и воздуха системы охлаждения.

Для гидрогенераторов мощностью 200 кВт и менее может быть применена упрощенная система оперативного теплового контроля на базе встроенных измерительных средств. Для подобной системы является достаточным обеспечение сигнализации о достижении предельных значений температур с индексацией измерителя, в котором такое предельное значение отмечено.

[14.02.91]

УДК 621.318.2:621.78

Магнитотвердые сплавы системы Fe-Cr-Co — универсальные материалы для роторов синхронных гистерезисных электродвигателей

БОРУТА В. С., ВИНТАЙКИН Б. Е.,
ЛИБМАН М. А., ПОТАПОВ Н. Н.

Синхронные гистерезисные электродвигатели (СГД) находят широкое применение для приводов электромеханических систем различного назначения. Технические возможности СГД в значительной степени зависят от параметров магнитотвердого материала, из которого изготовлена активная часть ротора. Магнитное состояние таких материалов характеризуется семейством вложенных друг в друга частных петель гистерезиса, вершины которых находятся на начальной кривой намагничивания, измеренной в координатах индукция — напряженность поля [1]. При этом для сравнительной оценки сплавов используется комплекс магнитных параметров (табл. 1), определяемых по предельной петле гистерезиса (индукция насыщения B_s), петле с вершиной в

точке максимальной проницаемости (напряженность H_{mp} и индукция B_{mp}) и петлям, отвечающим фиксированным значениям индукции B_m (коэффициент прямоугольности B_r/B_m , B_r — остаточная индукция; относительная коэрцитивная сила H_c/H_m , H_c — коэрцитивная сила; коэффициент выпуклости $K_v \approx (B_r/B_m)(H_c/H_m)$; температурный коэффициент поля ТКП = $\{H(T_1) - H(T_0)\} / H(T_0)(T_1 - T_0)$, $H(T_1)$ и $H(T_0)$ — соответственно значения напряженности при фиксированном значении индукции и температуры T_1 и T_0).

В соответствии с современными требованиями [2] магнитотвердый материал, предназначенный для изготовления ротора СГД, в частности в конструкциях максимальной жесткости, должен обеспечивать возможность получения мо-

Таблица 1

Комплекс магнитных параметров, характеризующий магнитотвердые сплавы для роторов СГД

Наименование параметра	Требуемый уровень	Реализуемый уровень для сплава	
		26X15KMT	21X15K3FT
$H_{m\mu}$, кА/м	2—30	2—30	2—30
B_s , Тл	$\geq 1,2$	1,3	1,4
$B_{m\mu}$, Тл	$\geq 1,0$	1,2	1,3
B_r/B_m	0,7—0,92	0,7—0,92	0,7—0,92
H_c/H_m	0,7—0,9	0,7—0,9	0,7—0,9
или K_v	0,5—0,8	0,5—0,8	0,5—0,8
(при $B_m = 1,0$ Тл)			
ТКП, % °С			
(при $B_m = 1,0$ Тл);	$\leq 0,1$	0,1—0,3	0,03—0,05
$T_0 = 20, T_1 = 100$ °С		($H_{m\mu} < 15$ кА/м)	
		0,05—0,1	
		($H_{m\mu} \geq 15$ кА/м)	

нолитной активной части и удовлетворять ряду требований, важнейшими из которых являются универсальность и низкие значения ТКП.

Под универсальностью понимается возможность независимого управления величинами $H_{m\mu}$, с одной стороны, и B_r/B_m и H_c/H_m (или K_v) — с другой, в пределах, указанных в табл. 1.

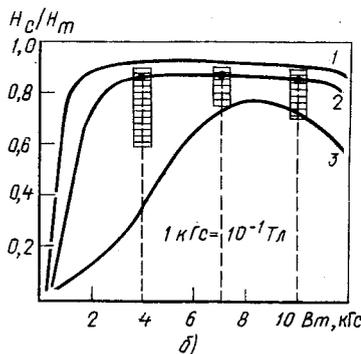
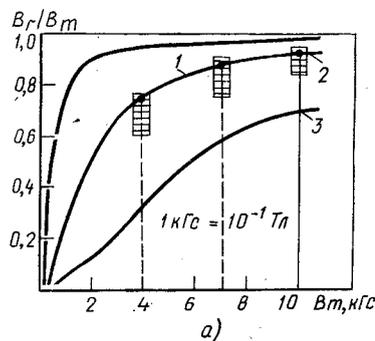
Ранее в [2, 3] указывалось, что за исключением термостабильности требуемый комплекс магнитных свойств, в принципе, может быть реализован в магнитотвердых сплавах на основе системы Fe—Cr—Co, содержащих 15 % кобальта.

Нами разработаны новые материалы для активной части роторов СГД на основе сплавов той же системы, содержащие 21—26 % Cr, 15 % Co и легированные незначительным (1—3 %) количеством молибдена и титана (26X15KMT) и ванадия и титана (21X15K3FT). Высококоэрцитивное состояние в этих сплавах формируется в результате двухступенчатой термической обработки, включающей термомагнитную (ТМО) и дополнительную (ДО). В результате ТМО происходит распад высокотемпературного α -твердого раствора на две, ориентированные вдоль направления действия внешнего магнитного поля, изоморфные фазы α_1 и α_2 , обогащенные соответственно ферромагнитными элементами (железом и кобальтом) и хромом. При ДО происходит дальнейшее концентрационное расслоение между фазами α_1 и α_2 . Описанный механизм формирования высококоэрцитивного состояния и особенности фазовой диаграммы системы Fe—Cr—Co (асимметричная форма области расслоения [4]) позволяют регулировать значение напряженности поля максимальной проницаемости для сплавов 26X15KMT и 21X15K3FT в достаточно широких пределах (табл. 1), что полностью соответствует требованиям по этому параметру, предъявляемым к сплаву.

В случае сплава 26X15KMT термическая обработка, обеспечивающая регулирование значения $H_{m\mu}$, представляет собой контролируемое охлаждение в интервале температур 700—600 °С в магнитном поле и последующий отпуск различной длительности последовательно при температурах 600, 580 и 560 °С. Продолжительность и температура отпуска и определяют требуемое значение напряженности поля максимальной проницаемости.

Для сплава 21X15K3FT ТМО представляет собой контролируемое охлаждение в интервале температур 700—640 (630, ..., 570) °С, при этом изменение значения $H_{m\mu}$ осуществляется варьированием температуры окончания термомагнитной обработки. Окончательное формирование магнитных свойств в сплаве 21X15K3FT происходит в результате ДО, представляющей собой последовательную совокупность отпусков от температуры окончания ТМО до 500 °С (или контролируемое охлаждение в этом температурном интервале) общей продолжительностью до 20 ч. Использование при термической обработке внешнего магнитного поля позволяет путем изменения его напряженности (от 5 до 50 кА/м) эффективно управлять значениями отношений B_r/B_m , H_c/H_m и K_v (табл. 1), а также формой зависимостей B_r/B_m и H_c/H_m от индукции B_m (см. рисунок).

Существенно отметить, что регулирование напряженности поля максимальной проницаемости, с одной стороны, и коэффициента прямоугольности и относительной коэрцитивной силы, с другой, может осуществляться совершенно независимо.



Зависимость отношений B_r/B_m (а) и H_c/H_m (б) от текущего значения индукции B_m для сплава 21X15K3FT в состоянии с $H_{m\mu} \approx 10$ кА/м, полученном после термообработки, включающей контролируемое охлаждение в магнитном поле 50 (1) и 10 (2) кА/м и без поля (3)

Предложенные для сплава 21Х15КЗФТ режимы термической обработки позволяют получать весьма низкие значения ТКП во всем интервале значений H_{mi} , для сплава же 26Х15КМТ низкие значения ТКП могут быть реализованы только для относительно высоких (≥ 15 кА/м) значений напряженности поля максимальной проницаемости (табл. 1).

Для сплавов, используемых в роторах СГД, существенное значение имеют не только магнитные, но и другие физические параметры. В этой связи приведем (табл. 2) данные о физических (электрическое сопротивление R , температурный коэффициент линейного расширения β , плотность d) и механических (предел прочности σ , относительное удлинение δ) свойствах разработанных сплавов.

Таблица 2

Физико-механические свойства разработанных сплавов

R , Ом·мм ² /м	$\beta \cdot 10^6$, 1°/С	d , г/см ³	σ_B , Н/мм ²	δ , %
0,8—0,85	9,9—10,0	7,88	500—530 (после закалки) 600—900 (в высококоэрцитивном состоянии; в зависимости от значения напряженности поля максимальной проницаемости)	30 —

Весьма важной особенностью предлагаемых материалов является то обстоятельство, что формирование высококоэрцитивного состояния в них не связано с процессом пластической деформации. Это позволяет получать требуемые магнитные свойства в массивных (диаметром 20—50 мм и более) прутках или трубах различного диаметра (20—50 мм и более) и толщины (1,5—2,0 мм

и более). Следовательно, сплавы 26Х15КМТ и 21Х15КЗФТ могут использоваться в качестве материалов для изготовления монолитной активной части ротора.

Универсальные магнитотвердые сплавы на основе системы Fe—Cr—Co имеют существенные преимущества перед используемыми в настоящее время [1] сплавами типа 5ХВ и 12КМВ, которые характеризуются фиксированным значением поля максимальной проницаемости, а также сплавами типа 35КХ, 35КФ и 52КФ, в которых требуемый уровень магнитных свойств реализуется лишь в тонких (0,2—1,3 мм) листах, что делает в принципе невозможным использование этих материалов для изготовления монолитных активных частей. Таким образом, сплавы 26Х15КМТ и 21Х15КЗФТ могут заменить практически все (около 12 марок) магнитотвердые сплавы, используемые в настоящее время в роторах СГД.

Отметим, что несмотря на существенное снижение содержания кобальта в предложенных сплавах, по сравнению с другими, используемыми в роторах СГД, это количество все же достаточно велико. Поэтому важнейшей задачей в плане разработки новых сплавов для роторов СГД является снижение содержания кобальта при сохранении магнитных и физико-механических свойств на достигнутом уровне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прецизионные сплавы. Справочник. Под ред. Б. В. Молотилова.— М.: Металлургия, 1983.
2. Никаноров В. С., Селезнев А. П., Яковлев Б. А. Повышение технико-экономических показателей гистерезисных электродвигателей.— Изв. вузов. Электромеханика, 1987, № 3.
3. Миляев И. М., Селезнев А. П., Яковлев Б. А. Термоманитная обработка низкокобальтовых сплавов в циркулярном магнитном поле.— VIII Всесоюзная конференция по постоянным магнитам.— М.: Информэлектро, 1985.
4. Тонкая кристаллическая структура магнитомягких сплавов Fe—Cr—Co / Е. З. Винтайкин, А. А. Баркалая, И. С. Беляцкая, В. М. Сахно.— ФММ, 1977, т. 43, вып. 4.

[25.04.91]

Регулирование фазы вектора напряжения сети вентильным фазоповоротным устройством

ГРИНШТЕЙН Б. И., ТОЛСТОВ Ю. Г.

ЭНИН им. Г. М. Кржижановского

Вопросы повышения статической и динамической устойчивости систем, оптимизации потоков распределения мощности и повышения пропускной способности электропередач становится все более актуальными по мере развития электроэнергетических систем. Быстродействующее управление этими системами может достигаться различными способами, в том числе с помощью вставок постоянного тока (ВПТ), накопителей энергии (СПИН), фазоповоротных трансформаторов и устройств.

Успешное развитие высоковольтной мощной тиристорной преобразовательной техники в последнее десятилетие позволяет провести исследование и разработку фазоповоротных устройств на этой основе для осуществления поперечного, продольного или поперечно-продольного регулирования напряжения в определенных точках электросистем при передаче или распределении энергии. Обладая относительной простотой и высокой надежностью фазоповоротные тиристорные устройства в ряде случаев могут быть и более экономичными (с точки зрения капитальных затрат) по сравнению с ВПТ и СПИН, если не рассматривать обеспечение связи электросистем с разными частотами.

С точки зрения принципа регулирования напряжения фазоповоротные тиристорные устройства можно разделить на схемы, в которых осуществляется фазовое регулирование включения тиристоров, и на схемы, в которых тиристоры используются только как ключи. Не проводя в данной статье детального сравнения обоих родов схем, следует отметить, что в схемах с фазовым регулированием приходится разрабатывать дополнительно фильтры высших гармоник, содержание которых определяется углом фазового поворота [1—4].

На рис. 1 показана схема тиристорного фазоповоротного устройства, выполненного по схеме второго рода, когда фазовое регулирование включения тиристоров отсутствует [5]. Эта схема обеспечивает максимальное возможное число ступеней поворота фаз при заданном числе обмоток питающего трансформатора. Так, при четырех вторичных обмотках трансформатора обеспечивается 80 ступеней. Все ступени напряжения одинаковы, но при этом ступени поворота фазы будут различными.

Если фазное напряжение линии \dot{u}_n , а наибольшее напряжение вольтодобавочного трансформатора \dot{u}_b , то при n ступенях приращение напряжения на одной ступени будет \dot{u}_b/n , а первое приращение угла поворота определится как

$$\Delta\psi_1 = \arctg \frac{u_b}{nu_n} \quad (1)$$

При добавлении еще одной ступени напряжения \dot{u}_b/n угол поворота

$$\Delta\psi_1 + \Delta\psi_2 = \arctg \frac{2u_b}{nu_n}, \quad (2)$$

т. е.

$$\Delta\psi_2 = \arctg \frac{2u_b}{nu_n} - \Delta\psi_1 = \arctg \frac{2u_b}{nu_n} - \arctg \frac{1u_b}{nu_n}. \quad (3)$$

Величина полного приращения фазы* при включении очередного k -го приращения напряжения

$$\Delta\psi_k = \arctg\left(\frac{k}{n} \frac{u_b}{u_n}\right) - \arctg\left(\frac{k-1}{n} \frac{u_b}{u_n}\right) - \dots - \arctg\left(\frac{1}{n} \frac{u_b}{u_n}\right). \quad (4)$$

Однако практическая реализация данной схемы связана с необходимостью более детального

* По отношению к фазе выходного напряжения ЛЭП при замкнутном фазоповоротном трансформаторе.

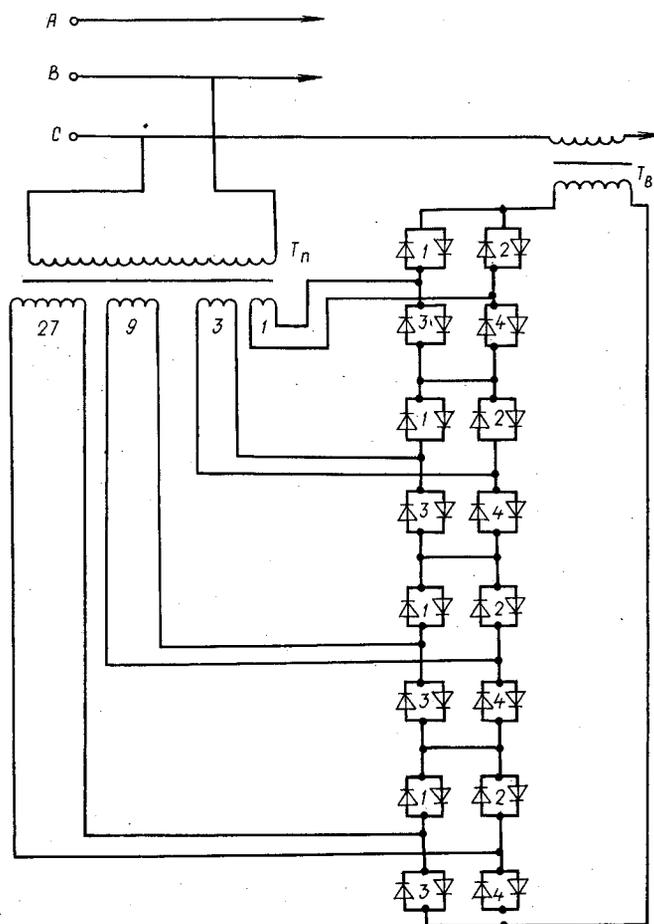


Рис. 1

рассмотрения процессов, протекающих при переключении обмоток трансформатора, и определения основных алгоритмов работы системы управления, данные о которых отсутствуют в известных публикациях. С этой целью рассмотрим алгоритмы коммутаций тиристоров и процессы, протекающие при этом.

Алгоритмы коммутаций тиристоров ключей при регулировании угла поворота. Как будет показано ниже, коммутация вентиляей ключей может осуществляться «поключно» и «повентильно». При поключной коммутации управляющие сигналы подаются или снимаются одновременно на обоих вентилях ключа. При повентильной коммутации управление подается на каждый тиристор ключа отдельно в зависимости от режима работы передачи.

Управление при поключной коммутации значительно проще, чем при повентильной, однако при несоблюдении определенных условий при поключной коммутации могут возникать кратковременные аварийные режимы (короткие замыкания обмоток питающего трансформатора и обрывы в цепи питания вольтодобавочного трансформатора), что может оказаться недопустимым условием эксплуатации трансформатора.

Повентильная коммутация позволяет избежать таких режимов, однако за счет существенного усложнения алгоритма, а следовательно и реализации системы управления переключения ключей.

Рассмотрим вначале повентильную коммутацию, а затем и поключную. Следует различать три коммутационные операции:

1. Подключение секции обмотки питающего трансформатора к вольтодобавочному трансформатору.
2. Отключение секции обмотки питающего трансформатора от вольтодобавочного трансформатора.
3. Переключение полярности напряжения на выходе секции и обмотки, питающей вольтодобавочный трансформатор.

Алгоритм переключения. На рис. 2 изображена схема включения секции обмотки питающего трансформатора T_n через ключи 1, 2, 3, 4 к обмотке вольтодобавочного трансформатора T_b . Когда питающая обмотка (секция) трансформатора T_n отключена от обмотки T_b , то ключи 1 и 3 за-

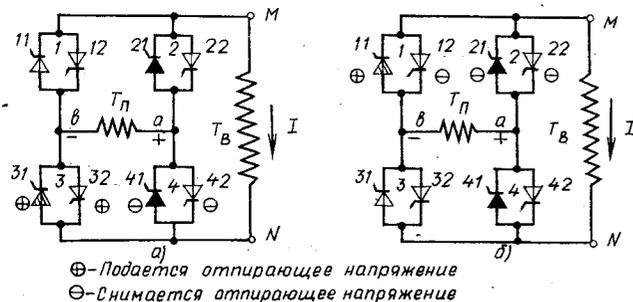


Рис. 2

перты, у ключей 2 и 4 вентили 21 и 41 включены и через них замыкается ток I вольтодобавочного трансформатора. Это исходное состояние схемы показано на рис. 2, а. Предположим, что необходимо обмотку T_n включить на обмотку T_b так, чтобы вывод a обмотки T_n оказался подключенным к клемме M , а вывод b — к N . Но a уже подключен к M через вентиль 21. Поэтому достаточно подать отпирающий сигнал на 31 и одновременно снять управление с 41 и 42. При этом под влиянием э. д. с. T_n вентиль 41 запретится, а вентиль 31 отперется. Если не учитывать реактанс рассеяния T_n , то коммутация тока I с вентиля 41 на 31 произойдет мгновенно.

Вентиль 32 можно отпереть одновременно с 31. Вентиль 32 при этом не включится, так как полярность э. д. с. T_n противоположна направлению проводимости вентиля 32. Переключение тока с вентиля 31 на вентиль 32 произойдет при изменении направления тока I . Если при том же исходном состоянии схемы необходимо напротив к клемме M подключить вывод b , а к клемме N — a , то (рис. 2, б) подается импульс управления на вентиль 11 и одновременно снимается управление с вентиля 21 и 22. При этом мгновенной коммутации с 21 на 11 не произойдет, так как вентиль 11 не включится, ибо в этом режиме его проводящее направление противоположно полярности э. д. с. T_n . Коммутация произойдет, когда поменяется полярность э. д. с. T_n .

Следует заметить, что при одновременной подаче импульсов управления на оба вентиля ключа 1 (на 11 и 12) возникает короткое замыкание обмотки T_n через вентили 12 и 12. Поэтому отпирающий сигнал на вентиль 12 следует подавать не одновременно с отпирающим сигналом на вентиль 11, а лишь после того как запретится вентиль 21, т. е. после изменения полярности напряжения на T_n или после изменения направления тока I . Если при перемене направления тока отпирание 12 запаздает, то возникнет обрыв цепи питания обмотки T_b работающего в режиме трансформатора тока, что может привести к большим перенапряжениям на выходных обмотках вольтодобавочного трансформатора.

Рассмотрим теперь алгоритм подключения T_n при другом направлении тока (рис. 3). Как видно из рис. 3, при необходимости подключения клеммы M к зажиму a , а N — к зажиму b необходимо снять управление вентилями 42 и 41 и отпереть вентиль 32. Коммутация тока с вентиля 42

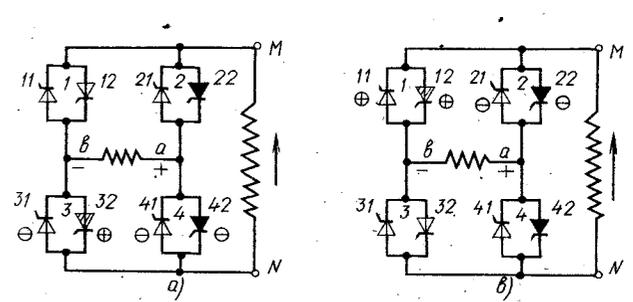


Рис. 3

на вентиль 32 произойдет лишь после изменения полярности э. д. с. обмотки T_n или изменения направления тока.

Во избежание возникновения короткого замыкания T_n отпирать вентиль 31 следует после изменения полярности э. д. с. T_n . При необходимости подключения клеммы M к v и N к a (рис. 3, б) снимается импульс управления с вентиля 22 и 21, и отпирается вентиль 12. Под влиянием э. д. с. T_n происходит мгновенная коммутация тока с вентиля 22 на вентиль 12. Вентиль 11 можно отпирать одновременно с 12.

При противоположной полярности u_d коммутация (для состояний вентилях рис. 2, б и 3, а) будет происходить мгновенно. Для состояний вентилях, изображенных на рис. 2, а и 3, б коммутация должна осуществляться так же, как было описано для состояний рис. 2, б и 3, а при прямой полярности u_d .

Из рассмотренных выше процессов коммутации ключей, при изображенных на рис. 2 и 3 полярностях напряжения u_d на T_n , наиболее благоприятными являются: при включении vN, aM — случай 2, а, при включении vM, aN — случай 3, б. В этих случаях коммутация происходит практически мгновенно, можно одновременно подавать управляющие импульсы на оба вентиля включаемого ключа и одновременно с этим снимать управляющие импульсы с вентилях отключаемого ключа, т. е. в этих случаях возможно поключное управление. При этом не возникают ни короткое замыкание трансформатора T_n , ни обрыв тока в обмотке трансформатора T_v . Рассмотрим теперь более детально условия, необходимые для обеспечения поключного управления. Рассмотрим случаи подключения обмоток T_n к обмоткам T_v при различных сочетаниях между полярностью напряжения на T_n и направлениями тока в обмотке T_v . Условимся о следующем: напряжение на обмотке T_n будем считать положительным, если конец обмотки a имеет положительный потенциал, и конец той же обмотки b будет иметь отрицательный потенциал. При положительном потенциале на v и отрицательном на a напряжение на T_n будем считать отрицательным.

Что касается тока в обмотке T_v , то будем считать ток положительным, если он направлен от начала обмотки M к концу N , и отрицательным — в противоположном случае.

На рис. 4 и 5 изображены кривые тока i в обмотке T_v , напряжения u_d на обмотке T_n и напряжения u_c сети. Заштрихованы на рисунках «согласованные» области, т. е. области (во времени), в которых ток i и напряжение u_d имеют одинаковые знаки (либо оба «+», либо оба «-»). На рис. 4, а и б рассмотрены случаи, когда ток i отстает от напряжения u_c , а на рис. 5, а и б ток i опережает напряжение u_c .

Если подключение нужно произвести так, чтобы напряжение u_d опережало на $\pi/2$ напряжение сети u_c (рис. 4, а и 5, а), что приводит к повороту вектора \dot{i}_v в сторону опережения, то такое подключение будем называть прямым присоединением. Если необходимо подключить добавочное

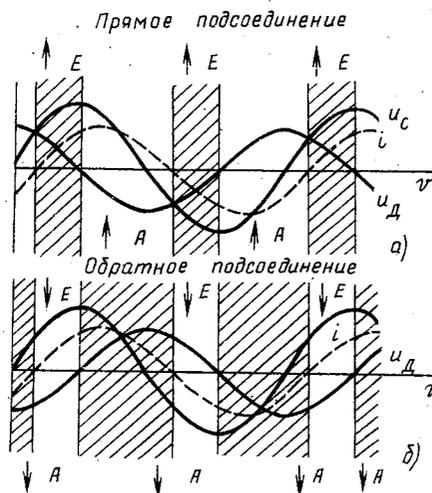


Рис. 4

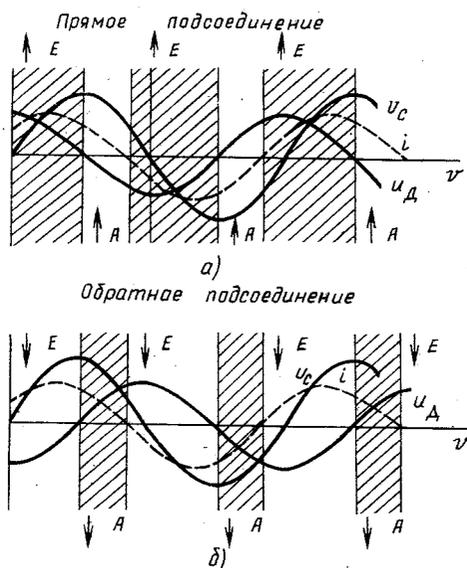


Рис. 5

напряжение u_d так, чтобы оно отставало по фазе от u_c на $\pi/2$, то такое подключение назовем обратным присоединением (рис. 4, б и 5, б). При обратном подключении произойдет поворот вектора \dot{i}_v относительно \dot{i}_c в сторону отставания.

Эту же терминологию сохраним и для отключения: отключение при опережающем u_d будем называть отключением при прямом присоединении и при отстающем u_d — отключением при обратном присоединении.

Для того чтобы обеспечить наиболее благоприятное подключение при прямом подсоединении, необходимо производить его в согласованных областях (рис. 6, а характеризует подключение при прямом подсоединении трансформатора T_n к T_m ключами 3 и 4, когда u_d и i положительны, а рис. 6, б — когда u_d и i отрицательны.

Напротив, для обратных подсоединений благоприятными являются несогласованные области. Схемы таких подключений при обратном присоединении с помощью ключей 1 и 2 изображены на

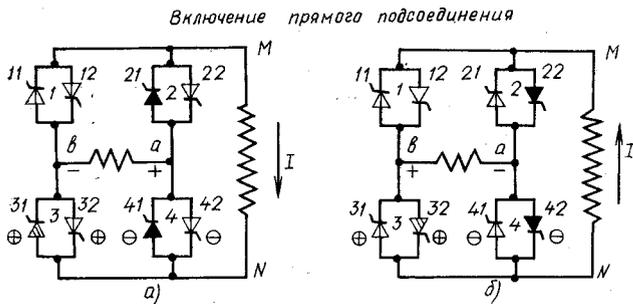


Рис. 6

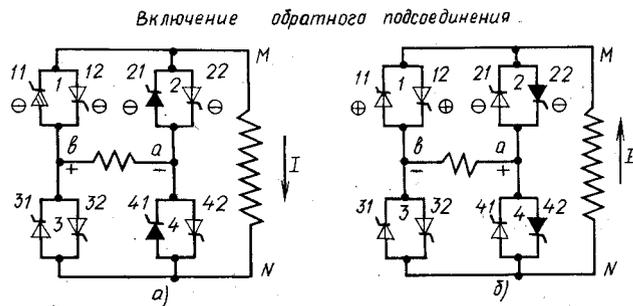


Рис. 7

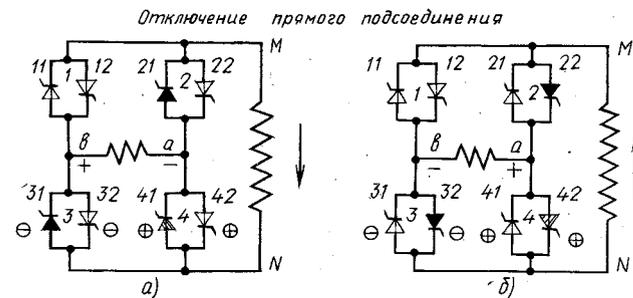


Рис. 8

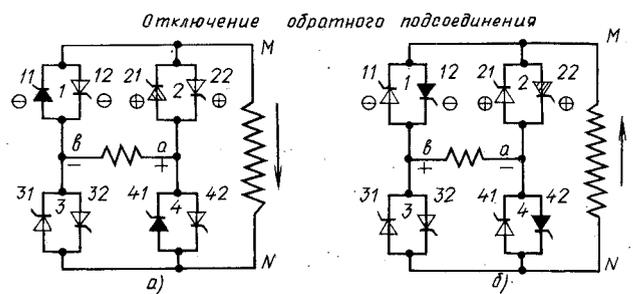


Рис. 9

рис. 7, а и б. Аналогичным образом можно образовать и алгоритмы отключения. Отключение питания вольтодобавочного трансформатора состоит в закорачивании его обмотки и одновременном отключении источника питания. Эти две операции проводятся одновременно, так как при преждевременном отключении источника питания (до закорачивания обмотки T_B) произойдет обрыв цепи

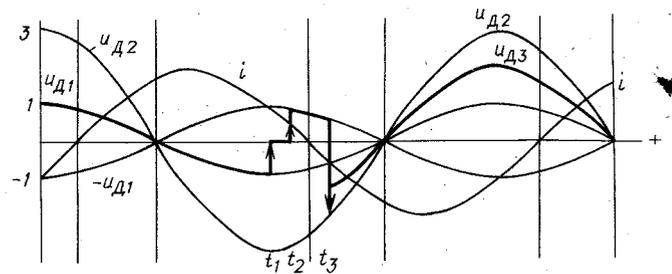


Рис. 10

тока T_B , что недопустимо; при запаздывании отключения при закорачивании T_B будет закорочена и обмотка T_n , что также недопустимо. Схемы благоприятных отключений для прямого подсоединения с помощью ключей 3 и 4 и обратного подсоединения посредством ключей 1 и 2 изображены на рис. 8, а и 9, б.

Как видно из этих рисунков, отключение прямого присоединения необходимо производить в несогласованных областях, а отключение обратного присоединения — в согласованных. Что касается переключения с прямого присоединения на обратное или наоборот, то оно должно производиться в два этапа: первый — отключение прямого присоединения, второй — включение обратного присоединения. Пример процесса присоединения обмотки T_B с напряжения питания u_d на напряжение питания u_{d2} изображен на диаграмме рис. 10. Вначале подключено напряжение u_d с амплитудой 1. В момент t_1 , посредством ключей 3 и 4 обмотки 1 происходит отключение этого напряжения (в несогласованной области). В этой же области в момент t_2 посредством ключей 1 и 2 происходит подключение обратного присоединения той же обмотки — 1. Наконец, в момент t_3 в согласованной области происходит прямое присоединение посредством ключей 3 и 4 обмотки 3 с амплитудой +3. В результате общая амплитуда присоединенного напряжения оказывается равной $-1+3=+2$ условным единицам, что и отражено на рис. 10.

Необходимо отметить, что каждая обмотка T_n образует вместе с относящимися к ней четырьмя ключами как бы самостоятельный модуль. Таких модулей может быть сколько угодно в зависимости от необходимости числа и величины ступеней регулирования угла поворота вектора i . В любом эксплуатационном режиме всегда должны быть включены два несоседних ключа каждого модуля (например, 1 и 3, 1 и 4, 2 и 3, 2 и 4, но не 1 и 2 или 3 и 4).

Каждый модуль является достаточно автономным, и любые переключения внутри модулей можно производить независимо друг от друга в любой последовательности, одновременно или с заданными задержками относительно друг друга. Это свойство схемы рис. 1 является ее существенным достоинством, снимающим многие ограничения с системы управления.

Рассмотренный выше алгоритм переключения ключей не является единственным. Так, при составлении алгоритма мы исходили из того, что,

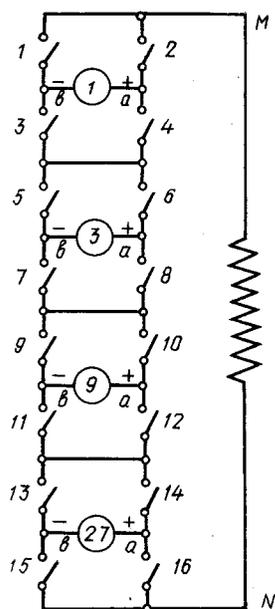


Рис. 11

например, закорачивание обмотки T_b всегда происходит через два соседних четных ключа (например, 2 и 4). Однако закорачивание можно производить и через два соседних нечетных ключа или через несколько последовательных четных или последовательно соединенных нечетных ключей, однако изложенные принципы построения алгоритмов применимы во всех возможных вариантах, а выбор того или иного варианта может определяться конструктивными соображениями, вопросами экономии, помехозащищенности и т. п.

Таблица соединений. Для организации системы управления ключами удобно пользоваться таблицей соединений, приведенной ниже. В этой таблице 40 строк и 9 столбцов. Таблица соответствует повороту фазы ФПУ в сторону опережения. В каждой строке указаны 8 позиций включенных ключей. Всех ключей 16, из которых 8 включенных (указаны в соответствующей строке) и остальные 8 выключены (разомкнуты).

В первом столбце указаны номера позиций. При переходе от одной какой-либо позиции к последующей величина поперечного напряжения вольтодобавочного трансформатора увеличивается на одну условную единицу (за единицу взята э. д. с. секции T_n с минимальным числом витков).

В строке 0 все секции T_n отключены (разомкнуты все нечетные ключи). В строке 1 включена первая секция в прямом направлении, остальные секции не подключены, подводимое к T_b напряжение равно условной единице. В строке 2 включена вторая секция в обратном направлении и вторая — в прямом. Подводимое к T_b напряжение равно $3-1=2$ условным единицам и т. д. Для поворота фазы в обратном направлении в сторону отставания нужно составить еще одну таблицу соединений, которая будет также иметь 40 позиций (от -1 до -40). Таким образом, общее число позиций равно 80.

0	2	4	6	8	10	12	14	16
1	2	3	6	8	10	12	14	16
2	1	4	6	7	10	12	14	16
3	2	4	6	7	10	12	14	16
4	2	3	6	7	10	12	14	16
5	1	4	5	8	10	11	14	16
6	2	4	5	8	10	11	14	16
7	2	3	5	8	10	11	14	16
8	1	4	6	8	10	11	14	16
9	2	4	6	8	10	11	14	16
10	2	3	6	8	10	11	14	16
11	1	4	6	7	10	11	14	16
12	2	4	6	7	10	11	14	16
13	2	3	6	7	10	11	14	16
14	1	4	5	8	9	12	14	15
15	2	4	5	8	9	12	14	15
16	2	3	5	8	9	12	14	15
17	1	4	6	8	9	12	14	15
18	2	4	6	8	9	12	14	15
19	2	3	6	8	9	12	14	15
20	1	4	6	7	9	12	14	15
21	2	4	6	7	9	12	14	15
22	2	3	6	7	9	12	14	15
23	1	4	5	8	10	12	14	15
24	2	4	5	8	10	12	14	15
25	2	3	5	8	10	12	14	15
26	1	4	6	8	10	12	14	15
27	2	4	6	8	10	12	14	15
28	2	3	6	8	10	12	14	15
29	1	4	6	7	10	12	14	15
30	2	4	6	7	10	12	14	15
31	2	3	6	7	10	12	14	15
32	1	4	5	8	10	11	14	15
33	2	4	5	8	10	11	14	15
34	2	3	5	8	10	11	14	15
35	1	4	6	8	10	11	14	15
36	2	4	6	8	10	11	14	15
37	2	3	6	8	10	11	14	15
38	1	4	6	7	10	11	14	15
39	2	4	6	7	10	11	14	15
40	2	3	6	7	10	11	14	15

Если отпирание тиристоров внутри одной секции, включение тиристоров производить не однократно (для перехода от одной ступени к другой), а периодически, в определенном порядке, то напряжение, полученное на выходе секции, можно регулировать плавно от нуля до полного напряжения секции. Это даст возможность не только ступенчатого, но и плавного регулирования фазы фазоповоротного устройства.

Однако при этом напряжение на выходе секции будет несинусоидальным, что, разумеется, нельзя отнести к положительным свойствам такого способа регулирования. Доля высших гармоник выходного напряжения секции от полного напряжения секции будет небольшой, и если полное напряжение одной секции невелико по отношению к полному напряжению питания вольтодобавочного трансформатора, то при регулировании секции самого малого напряжения, высшие гармоники по отношению к полному напряжению питания будут невелики. Однако при большом числе ступеней ступенчатое регулирование практически ничем не будет отличаться от плавного, и в таком случае не имеет смысла вводить регулируемую секцию, особенно, если учесть, что это влечет за собой очень значительное усложнение системы управления.

Выводы. 1. Рассмотрены режимы, возникающие при переключении обмоток вольтодобавочного трансформатора фазоповоротного устройства.

2. На основе сделанного рассмотрения составлен алгоритм переключения ключей, позволяющий избежать коротких замыканий обмоток трансформатора и обрывов последовательных цепей.

3. Указанные результаты могут быть использованы при практической реализации фазоповоротного устройства ключевого типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arnold C. P., Duke R. M., Arrilaga J. Transient stability improvement using thyristor controlled quadrature voltage injection.— IEEE Trans. Power App. and Systems, 1981, vol. PAS-100, N 3, p. 1388—1392.

2. Mathur R. M., Basati R. S. A thyristor controlled static phase-shifter for AC power transmission.— IEEE Trans. Power App. and Systems, 1981, vol. PAS-100, N 5, p. 2650—2655.

3. Jrvani M. R., Mathur R. M. Suppressing transient shaft stresses of turbine-generators using a static phase shifter.— IEEE Trans. on Energy Conversion, 1986, vol. EC-1, N 1, p. 186—192.

4. Гринштейн Б. И., Тимошенко А. Л., Толстов Ю. Г. Анализ гармонических составляющих в схеме фазоповоротного устройства на основе тиристорных преобразователей.— В кн.: Анализ функционирования и управления режимами сложных электроэнергетических систем.— М.: ЭНИН им. Г. М. Кржижановского, 1989.

5. Guth G., Baker R., Eglin P. Static thyristor controlled regulating transformer for AC-transmission.— Int. Conf. Thyristor and Variable Static Equip. AC and DC Transmiss., London, 1981.

[20.05.91]

1-я Европейская конференция по вопросам надежности, стандартизации и спецификации промышленных электрических приводов 25—27 мая 1992 г.

Милан, Италия

Основные направления:

Надежность

Требования к надежности;
методы достижения надежности продукции;
обеспечение требуемой надежности готовой продукции на стадии проектирования;
роль производства для поддержания надежности продукции;
надежность и развитие электропривода на основе программируемых средств.

Стандартизация

Влияние стандартов на проектирование электрических приводов;
установление номинальных параметров;
взаимное влияние преобразователя электроэнергии и двигателя;

взаимное влияние преобразователя и питающей сети;
стандарты, связанные с техникой безопасности;
электромагнитная совместимость;
вибрация и шумы;
информация и обработка данных;
связь между подсистемами электропривода.

Спецификация

паспортизация;
спецификация комплектных электроприводов и их компонент;
системная спецификация, включая вопросы качества;
методы испытаний;
проблемы гарантий качества.

Потенциальные докладчики должны представить рукописи своих докладов на английском языке (в записи на стандартных дискетах) до 31 марта 1992 г. Более полная информация:

CONFERENCE MANAGER Dr. Ciro Attaianesi, Dipartimento di Ingegneria Elettrica Università degli Studi di Napoli "Federico II", via Claudio, 21-80125 Napoli (Italy)
tel. +39 81 768 3232/+39 81 7683495
fax +39 81 768 3223/+39 81 616897
telex 722392 INGENA I
e-mail UNPAGANO INACRIA I

УДК 538.311.001.24

Заключительные замечания авторов статей, открывших дискуссию по проблеме определения электромагнитных сил в магнитном поле

ЛЬВОВА Е. Л. — «Электричество», 1984, № 6 и ИВАНОВА-СМОЛЕНСКОГО А. В. — «Электричество», 1985, № 7

ЛЬВОВ Е. Л., доктор техн. наук

МЭИ

В дискуссии, начало которой относится к 1984 г., обсуждались и истолковывались как классические работы по электромагнитным силам в магнетиках, так и новые предложения. По ряду вопросов высказывались прямо противоположные мнения. В ходе дискуссии было опубликовано более 20 статей и заметок¹.

Настоящая аннотация ставит своей целью помочь читателю уяснить, какие проблемы обсуждались в дискуссии, и указать источники, где ставилась та или иная проблема и где она подвергалась критике. Авторы предложений и критических замечаний указаны в аннотации. Библиографические ссылки даны на классические работы и статьи упоминаемых авторов в журнале «Электричество».

1. Проблема выражения электромагнитных сил в магнетиках как результата взаимодействия магнитного поля с амперовыми молекулярными токами поставлена Максвеллом в § 637 Трактата [1].

В рамках концепции Ампера — Максвелла выражения для плотности объемных сил получены И. Е. Таммом [2, § 66] для пара- и диамагнитных сред и Е. Л. Львовым [3] для ферромагнетиков.

2. Проблема эквивалентности модели Ампера физической картине поля поставлена А. В. Ивановым-Смоленским [8], который усматривал неэквивалентность модели Ампера в отношении напряженности и энергии, а С. И. Фролов [9] постулировал условие взаимной независимости тока и индукции в качестве условия применимости формулы Ампера.

Доводы А. В. Иванова-Смоленского [8] против модели Ампера оспаривались Е. Л. Львовым [4, 5]. Возражения основывались на разъяснениях И. Е. Тамма [2, § 62] относительно связи напряженности микроскопического поля с макроскопической индукцией. Постулат Фролова критиковался в статье [5].

В статьях Б. А. Алиевского [10] и Д. Г. Ашмарина и Н. А. Серихина [11] обсуждался момент скручивания статора униполярной машины. Авторы пришли к выводу, что модель Ампера приводит к значительному скручивающему моменту, которого в действительности не наблюдается, и потому отвергли модель Ампера.

Критика расчетов авторов [10] и [11], использовавших модель Ампера, приведена в статье Е. Л. Львова [5]. Возражения основывались на использовании авто-

рами выражений, пригодных для определения результирующей силы, в то время как для вычисления момента необходимо располагать распределением сил по объему магнитопровода.

3. Проблема истинного распределения электромагнитных сил по объему и поверхности намагниченного тела обсуждалась в статьях Е. Л. Львова [3] — [5], А. В. Иванова-Смоленского [6] — [8] и ряда других авторов.

В [4] — [5] отмечалось, что формально математическими преобразованиями объемные силы приводятся к поверхностным, эквивалентным в отношении результирующей силы, действующей на расположенное в неполяризованной среде намагниченное твердое тело. Указывалось, что при этом теряется информация относительно истинного распределения сил, которой необходимо располагать, например, при расчете упругих деформаций в теле или определении вращающего момента. Было обращено внимание на то, что при решении упомянутых задач необходимо учитывать силу взаимодействия элемента магнетика с элементами, принадлежащими той же трубке намагниченности. При определении результирующей силы в этом нет необходимости, так как указанные силы взаимно компенсируются.

В [6] — [8] А. В. Иванова-Смоленского и придерживающихся тех же воззрений авторов формальное преобразование объемных сил к поверхностным рассматривалось как физическая реальность. Подтверждение правильности тех или иных представлений можно было искать в эксперименте, где измеряются деформации в намагниченном теле (см. ниже, п. 8).

4. Гидродинамическая аналогия между магнитными явлениями и вихревым движением жидкости была постулирована Максвеллом в работе [12], предшествовавшей Трактату [1].

В работе [6] А. В. Иванов-Смоленский дал свою трактовку уравнения баланса сил [12] и сопроводил ее обоснованием, рассматривая электромагнитную силу как производную магнитной энергии при виртуальном перемещении элемента объема магнетика. Полученную формулу он квалифицировал как единственно правильную.

Возражения против истолкования А. В. Ивановым-Смоленским виртуального перемещения и корректности доказательства приведены в статье Е. Л. Львова [4].

¹ Выступления в дискуссии см. «Электричество», 1988, № 9, 10, 11 и 1990, № 3, 5, 11.

5. Определение потенциальной функции магнитного поля и выражение силы через градиент потенциальной функции дано Максвеллом в Трактате [1].

В работе [8] А. В. Иванов-Смоленский полагает, что при выводе формулы для объемной плотности сил в Трактате Максвеллом были допущены «некоторые неточности», считая, что силу следует определять из закона электромеханического преобразования энергии, а не из потенциальной функции.

Критика возражений А. В. Иванова-Смоленского и истолкование положений аналитической механики и закона электромеханического преобразования энергии приведены в статье Е. Л. Львова [5].

6. Определение электромагнитной силы методами магнетостатики дано в работе А. Эйнштейна и И. Лауба [13] и несколько ранее в редакторских примечаниях Дж. Дж. Томсона к третьему английскому изданию Трактата Максвелла. Дж. Дж. Томсоном показано также, что выражение объемных сил, полученное из магнетостатики, преобразуется в формулу Максвелла из Трактата.

А. В. Иванов-Смоленский в статье [8] отвергает магнетостатическую формулу Эйнштейна — Лауба на том основании, что она преобразуется в формулу Максвелла из Трактата, которую автор считает ошибочной. Само доказательство магнетостатической формулы в статье не комментируется.

7. В статье [14] В. А. Кузнецов, постулируя число независимых критериев подобия, установил, что только формула А. В. Иванова-Смоленского (см. выше п. 4) удовлетворяет условиям подобия.

Е. Л. Львов [5] счел доводы В. А. Кузнецова некорректными, так как число независимых критериев должно определяться из самих уравнений, а не предписываться заранее.

8. В статьях Е. Л. Львова и М. А. Молодцовой [15], Д. Г. Ашмарина и Н. А. Серихина [11], А. В. Иванова-Смоленского, В. И. Цуканова и А. В. Давыдова [16] приведены расчетные и экспериментальные значения деформаций в магнитопроводах под действием электромагнитных сил.

В работе [15] исследовались деформации в ферромагнитном тороиде. Экспериментальные данные оказались близкими к расчетным значениям для амперовых моделей магнетика и примерно на три порядка больше, чем для других моделей.

Результаты эксперимента оспаривались А. В. Ивановым-Смоленским, В. И. Цукановым и А. В. Давыдовым [16], Л. А. Бибером [17] и Э. С. Фрнджибашяном [18], полагавшими, что при измерении относительных деформаций порядка 10^{-7} существенное влияние на результат оказали побочные факторы, такие как температурная деформация, магниторезистивный эффект в тензодатчиках и др. Оценки погрешностей от побочных факторов, показавшие их малость, приведены в статье Е. Л. Львова [5].

Экспериментальные значения угла скручивания статора униполярной машины сравнивались в [11] с расчетными значениями. Расчетный угол, определенный по модели Ампера, оказался на три порядка больше эк-

спериментального. Расчеты авторов подвергнуты критике в статье Львова [5] на том основании, что в них не учитывалось реальное место приложения сил. Там же приведены расчеты, аннулирующие парадоксальный результат.

В работе [16] измерялась и сравнивалась со значениями, рассчитанными по различным формулам, радиальная деформация замкнутого гофрированного магнитопровода. Деформация, рассчитанная по модели Ампера, по данным авторов оказалась на три порядка выше экспериментальной. В статье Е. Л. Львова [5] оспаривались расчеты авторов [16] в отношении распределения электромагнитных сил по длине магнитопровода и определения деформаций по известному распределению сил. Отмечались также побочные факторы, влияющие на деформацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме.— В кн.: Избранные сочинения по теории электромагнитного поля.— М.: Гостехиздат, 1954.
2. Тамм И. Е. Основы теории электричества. 3-е изд.— М.— Л.: ГИТТЛ, 1946.
3. Львов Е. Л. Интегральные выражения для пондермоторных сил в магнитном поле.— Электричество, 1984, № 6.
4. Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках.— Электричество, 1987, № 10.
5. Львов Е. Л. Ответ автора.— Электричество, 1990, № 11.
6. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям.— Электричество, 1985, № 7.
7. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.— Электричество, 1985, № 9.
8. Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры в магнетиках».— Электричество, 1987, № 10.
9. Фролов С. И. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия).— Электричество, 1988, № 9.
10. Алиевский Б. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия).— Электричество, 1988, № 10.
11. Ашмарин Д. Г., Серихин Н. А. Экспериментальное определение электромагнитных сил в униполярной машине постоянного тока.— Электричество, 1988, № 9.
12. Максвелл Дж. К. О физических силовых линиях.— В кн.: Избранные сочинения по теории электромагнитного поля.— М.: Гостехиздат, 1954.
13. Эйнштейн А., Лауб И. О пондермоторных силах, действующих в электромагнитном поле на покоящиеся тела.— В кн.: Эйнштейн А. Собрание научных трудов, т. 1.— М.: Наука, 1965.
14. Кузнецов В. А. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия).— Электричество, 1988, № 11.
15. Львов Е. Л., Молодцова М. А. Упругие деформации в ферромагнитном тороиде, вызываемые магнитным полем.— Электричество, 1988, № 9.
16. Иванов-Смоленский А. В., Цуканов В. И., Давыдов А. В. Экспериментальное исследование упругих деформаций в ферромагнитных токах под действием магнитного поля.— Электричество, 1988, № 9.
17. Бибер Л. А. Об измерении деформаций в ферромагнитных телах под действием магнитного поля (дискуссия).— Электричество, 1988, № 9.
18. Фрнджибашян Э. С. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия).— Электричество, 1988, № 11.

Открытая журналом «Электричество» дискуссия по проблеме определения электромагнитных сил (ЭМС) в магнитном поле заинтересовала многих ученых, специализирующихся в области электромеханики и электротехники. Участниками дискуссии не только проанализированы и сопоставлены все выполненные ранее работы по определению ЭМС в магнитном поле, но и проведены новые весьма интересные по своим результатам теоретические и экспериментальные исследования, которые существенно расширили и углубили наши представления о физической природе ЭМС и позволили рекомендовать формулы, пригодные для их расчета.

Участники дискуссии пришли к согласию в том, что электромагнитная сила \vec{F} , действующая на выделенный объем V магнитного поля, может быть выражена как через объемную \vec{j} и поверхностную \vec{j}_s плотности ЭМС¹, так и через натяжение \vec{T}_n на поверхности S , выделяющей этот объем:

$$\vec{F} = \int_V \vec{j} dV + \int_{S_p} \vec{j}_s dS = \int_S \vec{T}_n dS, \quad (1)$$

где S_p — поверхность разрыва магнитной проницаемости $\mu = \mu_0 \mu_r$ внутри объема V .

В ходе дискуссии было выяснено, что формула (1) одинаково пригодна как для расчета силы, действующей на часть магнитного тела, так и для расчета силы, действующей на магнитное тело целиком.

Было показано, что формула (1) может быть применена для расчета силы в нелинейных магнитных средах. Для этого необходимо в формулы для определения удельных ЭМС \vec{j} , \vec{j}_s и \vec{T}_n ввести соответствующую данному магнитному состоянию статическую магнитную проницаемость $\mu = \mu_0 \mu_r = \vec{B} / \vec{H} = \vec{j}_\mu(x, y, z)$.

Основное внимание в дискуссии было уделено рассмотрению следующих четырех формул для объемной плотности электромагнитных сил \vec{j} :

1. Первой формулы для \vec{j} , предложенной Дж. К. Максвеллом в 1861 г. в статье «О физических силовых линиях» [1] и доработанной Л. Больцманом [4]:

$$\vec{j}^{M1} = \vec{J} \times \vec{B} - 0,5 H^2 \text{grad } \mu, \quad (2)$$

и соответствующей ей формулы для натяжения:

$$\vec{T}_n^{M1} = (1/\mu) (\vec{B} B_n - 0,5 \bar{n} B^2) = \mu (\vec{H} H_n - 0,5 \bar{n} H^2) = 0,5 \bar{n} \mu (H_n^2 - H_\tau^2) + \bar{\tau} \mu H_n H_\tau. \quad (2a)$$

2. Второй формулы для \vec{j} , предложенной Дж. К. Максвеллом в 1873 г. в его основном труде «Трактате об электричестве и магнетизме» [2]:

$$\vec{j}^{M2} = \vec{J} \times \vec{B} + \mu_0 \text{grad} (\vec{M} \vec{H}) |_{\vec{M}=\text{const}} = \vec{J} \times \vec{B} + 0,5 \mu_0 (\mu_r - 1) \text{grad } H^2 \quad (3)$$

и соответствующей ей формулы для натяжения:

$$\vec{T}_n^{M2} = \vec{T}_n^{M1} + 0,5 \mu_0 (\mu_r - 1) \bar{n} H^2. \quad (3a)$$

¹ Формулы для поверхностной плотности ЭМС \vec{j}_s на поверхности S_p , отделяющей среду a с магнитной проницаемостью μ_a от среды b с магнитной проницаемостью μ_b , вытекают из формул для объемной плотности \vec{j} . Поверхностная плотность \vec{j}_s понимается как сила, приходящаяся на единицу поверхности бесконечно тонкого слоя, в котором скачкообразное изменение магнитной проницаемости μ от μ_a до μ_b заменено линейным изменением μ по толщине слоя, а объемная плотность \vec{j} , связанная с изменением μ , — постоянна по толщине слоя.

3. Первой формулы для \vec{j} , предложенной Е. Л. Львовым в его статье [8]:

$$\vec{j}^{L1} = \vec{J} \times \vec{B} + (\text{rot } \vec{M}) \times \vec{B} = \mu_r (\vec{J} \times \vec{B}) + \mu_r [\bar{\tau} H_\tau H_n | \text{grad } \mu] - H_\tau^2 \text{grad } \mu \quad (4)$$

и соответствующей ей формулы для натяжения:

$$\vec{T}_n^{L1} = (1/\mu_0) (\vec{B} B_n - 0,5 \bar{n} B^2) = \mu_0 (\vec{H} H_n - 0,5 \bar{n} H^2) = \mu_r \vec{T}_n^{M1}, \quad (4a)$$

где $\vec{H} = \mu_r \vec{H}$ — напряженность поля в математической модели магнитного поля Тамма, с помощью которой выведены формулы (4) и (4a).

4. Второй формулы для \vec{j} , предложенной Е. Л. Львовым в той же статье:

$$\vec{j}^{L2} = \vec{J} \times \mu_0 \vec{H} + \mu_0 (\vec{M} \text{grad}) (\vec{H} + 0,5 \vec{M}) = \vec{J} \times \vec{B} + 0,5 \mu_0 [(\text{rot } \vec{M}) \times \vec{M}] + 0,5 \mu_0 \text{grad} [(\mu_r + 1) H], \quad (5)$$

и соответствующей ей формулы для натяжения:

$$\vec{T}_n^{L2} = 0,5 \bar{n} \mu_0 (\mu_r^2 H_n^2 - H_\tau^2) + 0,5 \bar{\tau} \mu_0 (\mu_r^2 + 1) H_n H_\tau. \quad (5a)$$

Все участники дискуссии, за исключением Е. Л. Львова, пришли к заключению, что электромагнитные силы в магнитном поле могут быть правильно рассчитаны только с помощью первых формул Максвелла для удельных ЭМС — (2) и (2a). Это заключение основано на том, что из числа рассмотренных формул только формулы (2) и (2a) выведены [3, 5, 13, 17, 18] с помощью математической модели магнитного поля Максвелла в виде предложенной им системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}; \quad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}; \\ \vec{M} = (\mu_r - 1) \vec{H}; \quad \text{div } \vec{B} = 0. \quad (6)$$

В математической модели магнитного поля Максвелла адекватно отражена природа намагничивающего действия молекулярных токов в магнетиках. Эти токи не принимают участия в создании напряженности магнитного поля \vec{H} , создаваемой токами проводимости с плотностью \vec{J} . Под действием напряженности \vec{H} в соответствии с гипотезой Ампера возникает пространственная переориентация молекулярных токов, которая проявляется в появлении дополнительной намагниченности $\vec{M} = (\mu_r - 1) \vec{H}$ и увеличении индукции от $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ (при $\mu_r = 1$) до $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ (при $\mu_r > 1$).

Справедливость формул Максвелла для удельных ЭМС (2) и (2a) подтверждается как специально поставленными экспериментами [19, 20], в которых измерялись деформации магнитных тел под действием магнитного поля, так и измерениями деформаций различных элементов электрических машин (например, зубцов их сердечников) под действием магнитного поля [16, 15].

Что касается всех остальных формул для удельных ЭМС, то в ходе дискуссии выяснилось, что они выведены [это относится к формулам (4), (4a), (5), (5a)] или могут быть выведены [как показано в [7] и [15] для формулы (3)] с помощью математической модели магнитного поля Тамма, в которой реальная магнитная среда с магнитной проницаемостью $\mu = \mu_0 \mu_r$ заменена немагнитной средой с магнитной проницаемостью μ_0 , а намагничивающее действие молекулярных токов в магнетике отражено не вполне адекватным

образом или с помощью дополнительных объемных токов проводимости, распределенных с плотностью $\bar{J}_m = \text{rot } \bar{M}$, или с помощью дополнительных поверхностных токов, распределенных по поверхности элементарных трубок магнитного поля с плотностью $\bar{j}_m = \bar{M} \times \bar{n}$, где $\bar{M} = (\mu_r - 1)\bar{H}$ и \bar{n} — нормаль к поверхности трубок поля².

Модель Тамма предназначена для воспроизведения в немагнитной среде индукции \bar{B} того поля, которое заранее рассчитано с помощью уравнений Максвелла и характеризуется известными распределениями \bar{J} , \bar{B} , \bar{H} , $\mu = \mu_0 \mu_r = \bar{B}/\bar{H}$ и $\bar{M} = (\mu_r - 1)\bar{H}$. Магнитное поле, образующееся в немагнитной среде модели Тамма под действием заданных токов проводимости с плотностью \bar{J} и дополнительных намагничивающих токов с плотностью \bar{J}_m , определяется с помощью системы уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \bar{H} = \bar{J} + \bar{J}_m; \quad \text{div } \bar{B} = 0, \quad (7)$$

где \bar{B} и \bar{H} — индукция и напряженности поля в модели Тамма.

Поскольку $\bar{J} = \text{rot } \bar{H}$, $\bar{J}_m = \text{rot } \bar{M}$ и $\bar{M} = (\mu_r - 1)\bar{H}$, из уравнений (7) следует, что напряженность поля в модели Тамма увеличена по сравнению с действительной в μ_r раз:

$$\bar{H} = \bar{H} + \bar{M} = \mu_r \bar{H}. \quad (8)$$

Это обеспечивает воспроизведение в модели Тамма действительной индукции:

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} = \mu_0 \mu_r \bar{H} = \bar{B}. \quad (9)$$

Откуда следует, что объемная плотность энергии магнитного поля \bar{W} в модели Тамма также не воспроизводится и превосходит действительную плотность этой энергии W в μ_r раз:

$$\bar{W} = 0,5 \bar{B} \bar{H} = 0,5 B (\mu_r H) = \mu_r W. \quad (10)$$

Вследствие выявленной участниками дискуссии неполноты модели Тамма в отношении воспроизведения напряженности \bar{H} (8) и объемной плотности энергии магнитного поля W (10) выведенные с ее помощью формулы для объемной плотности ЭМС (3), (4), (5) и для натяжений (3а), (4а), (5а) существенно отличаются от формул Максвелла (2), (2а), позволяющих правильно рассчитать ЭМС в магнитном поле.

Дискуссия дала также ответ на естественный возникающий вопрос, чем объясняется различие между формулами (3), (4), (5) для \bar{f} или соответственно формулами (3а), (4а), (5а) для \bar{T}_n , которые получены с помощью одной и той же математической модели — модели Тамма.

Объясняется это тем, что только при выводе формулы (4) для \bar{f} модель Тамма была использована вполне последовательно и объемная плотность ЭМС $\bar{f}^{\text{пл}}$ понималась как сила, возникающая в результате взаимодействия объемных токов с плотностью $\bar{J} + \bar{J}_m = \text{rot } \bar{H} + \text{rot } \bar{M}$ с магнитной индукцией $\bar{B} = \mu_0 \mu_r \bar{H} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M})$.

Несовпадение формул (3), (5), выведенных также с помощью модели Тамма [7, 8], с формулой (4) в пер-

вую очередь объясняется тем, что при выводе этих формул составляющая объемной плотности ЭМС, приложенная к магнетику, определялась как результат взаимодействия магнитного поля не с объемными токами \bar{J}_m , а с поверхностными токами $\bar{j}_m = \bar{M} \times \bar{n}$ на поверхности элементарных трубок поля. При этом не учитывалось наложение и частичная взаимная компенсация поверхностных токов \bar{j}_m на соприкасающихся поверхностях соседних элементарных трубок магнитного поля, охваченных этими токами.

К несовпадению формул (3) и (5) с формулой (4) привело также и то, что при выводе этих формул силы, действующие на поверхностные токи \bar{j}_m , определялись не по индукции $\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M})$, а по индукции $\bar{B} = \mu_0 \bar{H}$ при выводе (3) и по индукции $\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + 0,5\bar{M})$ при выводе (5).

Если бы при выводе формул (3), (5) наложение и взаимная компенсация токов \bar{j}_m на соприкасающихся поверхностях соседних трубок поля были учтены путем замены системы поверхностных токов \bar{j}_m на эквивалентную систему объемных токов $\bar{J}_m = \text{rot } \bar{M}$, а силы, действующие на токи, были определены по правильно найденной индукции магнитного поля $\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M})$, то формулы (3), (5) превратились бы в формулу (4), выведенную Е. Л. Львовым.

Сопоставление результатов расчетов электромагнитных сил, выполненных с помощью формул (3), (4), (5), (3а), (4а), (5а), с результатами расчетов по первым формулам Максвелла (2), (2а), которые подтверждены экспериментальными данными [(15), (16), (19), (20)], показывает, что наиболее существенно (на несколько порядков) отличаются от экспериментальных данных результаты расчетов по формулам Е. Л. Львова (4), (5), (4а), (5а); в то время как данные расчетов по вторым формулам Максвелла (3), (3а) отличаются от экспериментальных данных не более чем в несколько раз.

Особой позиции в отношении оценки формул для объемной плотности ЭМС (2), (3), (4), (5) и соответствующих им формул для натяжений (2а), (3а), (4а), (5а) придерживается Е. Л. Львов. Он считает правильными выведенные им с помощью модели Тамма формулы (4), (4а), (5), (5а), а формулы Максвелла (2), (2а), (3), (3а) — ошибочными.

В пользу такой оценки формул Е. Л. Львов приводит следующие доводы:

1. Формула (2) представлена Максвеллом в [1] в незаконченном виде, а ее доработка к виду (2), выполненная Больцманом в [4], сделана некорректно.

2. Математическая модель магнитного поля Тамма, используемая для вывода формул (4), (5), правильно воспроизводит действие молекулярных токов, создающих намагниченность \bar{M} , и в ней образуются такие же напряженности поля \bar{H} и энергия магнитного поля $W = BH/2$ как в оригинале или в модели магнитного поля Максвелла.

3. Формула (5) подтверждается экспериментальными данными, приведенными в [10].

Однако критическое замечание Е. Л. Львова в адрес формулы Максвелла (2) представляется другим участникам дискуссии малоубедительным, поскольку он анализирует только первоначальный вывод этой формулы, приведенной Больцманом в [4], и игнорирует многочисленные доказательства формулы (2), проведенные с помощью математической модели магнитного поля Максвелла в [3, 5, 13, 17, 18], которые подтверждают корректность доработки, осуществленной Больцманом.

Участники дискуссии не согласны с Е. Л. Львовым и в том, что математическая модель Тамма, с помощью которой выведены его формулы (4), (5), воспроизводит магнитное поле в магнетике с такой же полнотой,

² Перед расчетом в модели Тамма магнитного поля или объемной плотности ЭМС поверхностные токи с плотностью $\bar{j}_m = \bar{M} \times \bar{n}$ должны быть предварительно заменены эквивалентными в отношении образования поля объемными токами с плотностью $\bar{J}_m = \text{rot } \bar{M}$.

как и модель Максвелла, и что в модели Тамма правильно воспроизводятся не только индукция \vec{B} , но и напряженность \vec{H} и энергия магнитного поля $W=BH/2$ (см. ранее). Если бы Е. Л. Львов был прав и в модели Тамма действительно воспроизводились бы такие же \vec{H} и $W=BH/2$ как в модели Максвелла, то эта модель не отличалась бы от модели Максвелла, а выведенные с ее помощью формулы для объемной плотности ЭМС совпали бы с формулой (2).

Не представляются достоверными, как показано в дискуссии [26, 27], и экспериментальные исследования, проведенные Е. Л. Львовым совместно с М. А. Молодцевой [10], которые подтверждают его формулу (5).

Главный итог проведенной дискуссии состоит в выявлении формул для объемной плотности ЭМС и натяжения, с помощью которых можно правильно рассчитать электромагнитные силы в магнитном поле. Дискуссия показала, что этими формулами являются формулы Максвелла (2) и (2а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maxwell J. C. On physical lines of force.— Philosophic magazine, 1861, N 21.
2. Maxwell J. C. A treatise on electricity and magnetism.— Oxford Clarendon Press, 1873, vol. 1 and vol. 2.
3. Helmholtz H. Über die auf das innere Magnetisch oder dielectricisch Polarisirter Körper wirkende Kräfte.— Annalen der Physik, 1881, N 13.
4. Boltzman L. Vorlesungen über Maxwells Theorie der Elektrizität und des Lichtes. Teil 1, 1891 und Teil 2, 1893.— Leipzig: Barth.
5. Cohn E. Das electromagnetische Feld.— Leipzig: Hirzel, 1890.
6. Абрагам М. Теория электричества. Т. 1. Введение в теорию электричества Максвелла.— Л.— М.: ГОНТИ, 1939.
7. Тамм И. Е. Основы теории электричества. 9-е изд.— М.: Наука, 1976.
8. Львов Е. Л. Интегральные выражения для пондеромоторных сил в магнитном поле.— Электричество, 1984, № 6.
9. Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках.— Электричество, 1987, № 10.
10. Львов Е. Л., Молодцева М. А. Упругие деформации в ферромагнитном тороиде, вызываемые магнитным полем.— Электричество, 1938, № 9.
11. Львов Е. Л. Ответ автора (дискуссия по статье Львова Е. Л. и Иванова-Смоленского А. В.).— Электричество, 1990, № 11.
12. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям.— Электричество, 1985, № 7.
13. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.— Электричество, 1985, № 9.
14. Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры поля в магнетиках».— Электричество, 1987, № 10.
15. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах.— М.: Высшая школа, 1989.
16. Иванов-Смоленский А. В. Сопоставление формул Максвелла с другими формулами для расчета электромагнитных сил в магнитном поле.— Электричество, 1990, № 11.
17. Аванесов М. А. Вывод формулы для натяжений в магнитном поле на основе понятия пробной оболочки.— Электричество, 1988.
18. Абрамкин Ю. В. Об определении электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.— Электричество, 1988, № 10.
19. Иванов-Смоленский А. В., Цуканов В. И., Давыдов А. В. Экспериментальное исследование упругих деформаций под действием электромагнитных сил.— Электричество, 1988, № 9.
20. Ашмарин Д. Г., Серихин Н. А. Экспериментальное определение электромагнитных сил в униполярной машине постоянного тока.— Электричество, 1988, № 9.
21. Кузнецов В. А. Анализ формул для определения электромагнитных сил с позиций теории подобия.— Электричество, 1988, № 11.
22. Бут Д. А. О различных подходах к определению электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе.— Электричество, 1990, № 3.
23. Данилевич Я. Б. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках.— Электричество, 1990, № 5.
24. Абрамкин Ю. В. О различных подходах к расчету объемной плотности электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе.— Электричество, 1990, № 11.
25. Николаиде А. Сопоставление некоторых формул для расчета объемной плотности электромагнитных сил в магнитном поле.— Электричество, 1990, № 5.
26. Бибер Л. А. Об измерении деформаций в ферромагнитных телах под действием магнитного поля.— Электричество, 1988, № 9.
27. Гаспарян В. Р. Об измерении упругих деформаций в ферромагнитных телах под действием магнитного поля.— Электричество, 1990, № 3.

От редакции

Проблема определения электромагнитных сил (ЭМС) в магнитном поле, которой посвящена завершившаяся дискуссия, приобрела особую актуальность в последние годы, когда появилась реальная возможность численно рассчитывать с помощью ЭВМ электромагнитные поля и силы в сложных нелинейных магнитных системах (электрических машинах и аппаратах, трансформаторах, реакторах и др.).

Именно поэтому журнал стремился привлечь внимание читателей к этой проблеме и опубликовал, начиная с 1984 г., более десяти статей по вопросам расчета ЭМС в магнитном поле.

В связи с тем, что в статьях Е. Л. Львова и А. В. Иванова-Смоленского высказывались несовпадающие точки зрения, в 1987 г. была открыта дискуссия по проблеме расчета ЭМС в магнитном поле, в ходе которой было опубликовано около 20 сообщений.

Цель дискуссии состояла в анализе различных формул, предложенных для объемной плотности ЭМС в магнитном поле, и выявления соотношений, с помощью которых можно правильно рассчитать электромагнитные силы, действующие на выделенный объем магнитного поля в линейных или нелинейных магнитных средах.

Хотя мнение Е. Л. Львова не совпало с мнением остальных участников дискуссии, редакция считает проведенную дискуссию по проблеме определения ЭМС в магнитном поле весьма успешной как с точки зрения широты охвата проблемы, так и по достигнутым результатам. Дискуссия в определенной мере углубила наши представления о физической природе ЭМС в магнитном поле и достигла своей цели.

В заключение редакция журнала выражает благодарность авторам, принявшим участие в дискуссии.

УДК [537.2+612.014.42]091

Исследования «животного» электричества в XVIII в.

Самые изобретательные и тонкие экспериментаторы — те, кто дают полный простор своему воображению и отыскивают связь между самыми отдаленными понятиями.

Джозеф Пристли (1733—1804)

На стыке, казалось бы, далеких друг от друга областей знания иногда рождаются гениальные открытия и изобретения. Ярким примером тому служит история борьбы идей, затронувшей в XVIII в. физиологию и физику.

В 1745 г. была изобретена лейденская банка (конденсатор со стеклянным диэлектриком), которая позволила накапливать и хранить относительно большой заряд. Разрядив лейденскую банку через свое тело, голландский физик Питер ван Мюссенбрук (1692—1761) сравнил испытанное им ощущение с ударом ската, обитающего в Средиземном море, и высказал предположение об электрическом действии этой рыбы. С тех пор и вошел в употребление термин «электрическая рыба» [1, с. 637; 2, с. 96]. Любопытно, что в работе, изданной в 1712 г., немецкий врач Энгельбрехт Кемпфер (1651—1716) сравнивал действие ската с молнией, а ведь электрическая природа молнии была экспериментально доказана лишь в 1752 г. Предположение (к сожалению, не подтвержденное никакими опытами) об электрическом действии ската высказал также голландский ученый Вильгельм Якоб ван с'Гравесанде (1688—1742) [3, с. 190].

Латинское название ската — *torpedo* — образовано от корня, означающего «цепление, остолбенение». Такое состояние вызывается ударом этой рыбы, описанной еще Аристотелем (384—322 гг. до н. э.). Древние римляне лечили ударами ската подагру и хромоту. Подобная практика существует у народов Западной Африки.

Таковыми же свойствами, как скат, обладают и некоторые другие рыбы. В 1751 г. французский натуралист Мишель Адансон (1727—1806) высказал предположение об электрическом действии сома, который водится в Южной Америке (известие об этой рыбе пришло в Европу в 1671 г.).

Некоторые опыты с электрическими рыбами провел французский ученый Пьер Байен (1725—1798), но они остались незамеченными [3, с. 191].

У Мюссенбрука мы находим важное замечание: если касаться ската сургучовой палочкой, никакого эффекта не будет; если же коснуться ската металлическим прутом, ощущается удар; удар чувствуется как в воде, так и на воздухе (если вынуть рыбу из воды на непродолжительное время). Мюссенбрук не дает определенного ответа на поставленный им вопрос, отличается

ли электричество ската от обычного («искусственного») электричества [4, с. 392—393]. Впоследствии этот вопрос приобретет основополагающее значение.

Обстоятельное исследование, посвященное выяснению действия ската, принадлежит члену Лондонского Королевского общества (академии наук) Джону Уолшу (1725?—1795). Оно изложено в письме Уолша Франклину от 12 июля 1772 г. из французского портового города Ла-Рошель в Бискайском заливе [5].

Уолш писал изобретателю молниеотвода: «Тот, кто предсказывал и доказал, что грозную молнию с громом из атмосферы несет с собой электричество, со вниманием выслушает, что в глубине морей электричество несет более кроткую молнию, тихую и невидимую. Тот, кто исследовал заряженную банку, с удовольствием услышит, что ее законы действуют и в живых банках. Тот, кто стал электриком благодаря разуму, будет с уважением слушать об электрике по инстинкту, которого природа с рождения одарила чудесным аппаратом и способностью пользоваться им».

Уолш подтвердил предположение своего соотечественника, натуралиста по призванию и военного врача по должности, Эдварда Бэнкрофта (ум. 1821) о том, что удары электрической рыбы ощущаются только при одновременном касании двух точек ее тела: одной на спине, а другой на брюхе. Уолш идентифицировал парные электрические органы ската, изображение которых было дано в работе итальянского врача Стефано Лоренцинчи, изданной в 1678 г.

В настоящее время известно, что электрические органы рыб состоят из многочисленных собранных в столбики пластинок — видоизмененных мышечных, нервных и железистых клеток. Процессы в электрических рыбах хорошо моделируются современными схемами с переключаемыми конденсаторами на МОП-транзисторах [3]. Электрические органы у рыб служат для защиты, нападения, внутривидовой сигнализации и пространственной ориентации. Рыбы производят разряды сериями залпов. Мощность разряда в импульсе у ската *Torpedo occidentalis* достигает 6 кВт.

Вернемся однако к исследованиям Уолша. Ученому удалось направить разряды ската по цепочке из четырех человек. Подобные опыты проводились с лейденской банкой с 1746 г. Хотя удары в опытах Уолша были относительно слабыми, их всё же ощущали все четыре человека. Уолш разнообразил свои опыты примерно так

же, как это делалось с лейденской банкой: ската разряжали через длинную проволоку, которую держали два человека, находившиеся на изоляторах, при этом один человек, держа проволоку в одной руке, касался ската свободной рукой снизу, а другой человек — сверху, и оба ощущали удары. При замене проволоки стеклом или сургучом никакого эффекта не получалось. Всё это свидетельствовало в пользу гипотезы об электрическом действии ската.

Когда ската вынимали из воды на короткое время, удары ощущались примерно в четыре раза сильнее.

В исследовании со скатом Уолшу не удалось получить электрическую искру. Точно так же ему не удалось наблюдать притяжение или отталкивание бузиновых шариков и т. п. Но и на этом этапе он был убежден в электрическом действии рыбы. Он писал: «Как искусственное электричество пролило свет на природное действие ската, так, в свою очередь, действие ската при надлежащем рассмотрении может пролить свет на искусственное электричество, в особенности в тех отношениях, в которых они кажутся отличающимися друг от друга».

В самом деле, опыты Уолша побудили его выдающегося соотечественника Генри Кавендиша (1731—1810) провести пионерские исследования электрических цепей; ток в цепях протекал при разряде через них лейденской банки [7, с. 487; 8]. Эти исследования позволили Кавендишу опровергнуть возражения некоторых ученых против выводов Уолша. Отвечая на вопрос, как можно удостовериться в том, что скат создает электричество, если морская вода — хороший проводник, Кавендиш объяснил, что всё дело в разветвленных цепях. Электричество, говорит Кавендиш, разветвляется обратно пропорционально сопротивлению цепей. Сопротивление тела человека примерно такое же, как сопротивление соленой воды, поэтому часть электричества ската пройдет через вас и вы ощутите удар даже в воде, заключает Кавендиш. При рассмотрении этого вопроса ученый пользуется понятием линий тока, установившимся лишь в XIX в.

А вот как ответил Кавендиш на замечание о том, что скат не дает искр и не притягивает легких тел. Необходимо различать, говорит Кавендиш, количество электричества и напряжение (Кавендиш пользуется термином «интенсивность электризации»); ощущение электрического удара зависит и от количества электричества, и от напряжения, которое у ската относительно невысокое. Кавендиш сделал батарею из 49 лейденских банок, соединенных параллельно. Он заряжал ее от электризационной машины настолько слабо, что искры при разряде были видны только под микроскопом. Но батарея давала такой же ощутимый удар, как скат. У себя дома в ванне Кавендиш, развлекая своих коллег, демонстрировал на них действие «ската» из дерева и кожи, укрыв лейденские банки.

Развивая идеи Кавендиша, Уолш установил, что если прикоснуться к одному из полюсов электрического органа ската и одновременно к точке между ними, то удар будет более чем в два раза слабее по сравнению с тем, когда касаются двух полюсов.

Исследованием электрических рыб, в частности электрического угря, занялся также член Королевского общества Джон Хантер (род. 1728). В его статье 1775 г. мы встречаем термин «животное электричество» [9]. Это понятие сыграло важнейшую роль в истории науки.

«Первооткрыватель животного электричества» [9] Джон Уолш тоже хотел исследовать электрического угря, обитающего в Южной Америке, но, будучи членом парламента, не мог надолго отлучиться из Англии.

По современным данным, разность потенциалов на концах электрических органов угря *Electrophorus electricus* может достигать 1,2 кВ. В некоторых случаях угорь создает кратковременные импульсы мощностью $500 \text{ В} \times 2 \text{ А} = 1000 \text{ Вт}$. Он оглушает человека и, по некоторым сообщениям, убивает лошадей. Длина электрического угря обычно превосходит 1 м (имеются сообщения об угрях длиной до 2,5 м). Электрические органы рыбы находятся в хвостовой части, составляющей около 4/5 длины тела. Положительный полюс электрических органов находится в задней части, а отрицательный — в передней. Самый сильный удар получается тогда, когда голова и хвост рыбы одновременно касаются наиболее удаленных друг от друга точек тела жертвы.

С большими трудностями Уолшу доставили живых электрических угрей, и в августе 1776 г. ему удалось получить от угря электрическую искру — в промежутке между фольговыми проводниками, наклеенными на стекло (рыба была на воздухе, в воде опыт не получился) [1, с. 645].

Был еще один факт, свидетельствовавший об электрическом действии некоторых рыб. О действии тока разряда лейденской банки и молнии на магнитную стрелку было известно задолго до исторических опытов Эрстеда 1820 г. (см., например, замечание Франклина, датированное 1751 г. [10, с. 84]). Подобным образом в опытах Г. В. Шиллинга, изложенных в письме 1769 г., наблюдалось воздействие электрического угря на магнитную стрелку, причем эффект проявлялся, когда магнитная стрелка находилась как в воде, возле угря, так и вне сосуда с угрем [11].

Все эти опыты с электрическими рыбами, несомненно, послужили стимулом для выдающихся исследований Луиджи Гальвани (1737—1798) по «животному электричеству».

Когда в 1780 г. или несколько ранее профессор анатомии и акушерства Гальвани приступил к электрофизиологическим опытам на лягушках, одни ученые считали «животное электричество» присущим лишь электрическим рыбам, а другие приписывали его вообще любым живым существам. В настоящее время известно, что электрические процессы происходят во всех живых организмах, но, с точки зрения развития электрофизиологии, правы оказались первые из упомянутых ученых.

Гальвани, как и другие физиологи его времени, исходил из неких «животных эссенций», подобных «электрическому флюиду», но не идентичных ему [3, с. 191]. Было удобно «объяснять» различные явления, включая психологические, загадочными «эссенциями» и «флюидами». А ведь цитированные выше работы Уолша, Кавендиша и Шиллинга показали, что электричество ската и других электрических рыб во всех своих проявлениях не отличается от «искусственного» электричества, только характеризуется относительно низким напряжением.

Однако теоретические заблуждения не помешали итальянскому ученому произвести опыты, навечно вошедшие в историю науки.

Препараты Гальвани представляли собой совместно вычлененные из только что умерщвленной лягушки спинной мозг, бедренные нервы и задние конечности без кожи. Касаясь спинного мозга проводником, идущим от электризационной машины, Гальвани наблюдал конвульсии задних конечностей лягушки (раздражение нервов и мышц электричеством было известно давно).

Многочратно повторив и разнообразив опыт по возбуждению конвульсий электричеством, Гальвани и его ассистенты получили неожиданный результат: мышцы сокращались даже тогда, когда к препарату прикасались просто заземленным проводником (например, скальпелем, который держали в руке, стоя на полу),

если при этом расположенная поблизости электризационная машина (не соединенная с препаратом!) давала искру. Полагают, что необходимость искры в этом опыте первой заметила жена Гальвани [12, т. I, с. 39].

Гальвани и его ассистенты предположили, что такой же эффект должен получиться под действием грозовых разрядов. И в самом деле, когда исследователи вывесили препарат на открытом воздухе, то при грозовом разряде происходило сокращение мышц лягушки — препарат действовал как «грозоотметчик».

Но самое интересное было впереди: конвульсии наблюдались и при отсутствии разрядов атмосферного электричества. Препарат был подвешен на железной решетке с помощью медных крючков, воткнутых в спинной мозг. Прижимая крючки к решетке, Гальвани наблюдал сильные сокращения мышц. Ученый понял, что успех опыта обусловлен разнородностью металлов (в данном случае — железа и меди). Гальвани получил подобные конвульсии в помещении без всяких электрических разрядов: в знаменитом опыте, проведенном осенью 1786 г., экспериментатор замыкал цепь «мышца — железная проволока — медный крючок — нерв». В последовавшей серии опытов ученый экспериментировал с различными сочетаниями металлов, наблюдая конвульсии различной силы.

Так, в октябре 1786 г. было открыто явление «гальванизма» — возникновение тока при замыкании цепи из двух разнородных металлов через электролит (термин XIX в.).

Опыт Гальвани объясняется контактной разностью потенциалов между металлом и электролитом и реакцией мышцы на электрический ток, но Гальвани интерпретировал свое открытие иначе. В работе, изданной в 1791 г., он объяснил конвульсии лапок лягушки при замыкании цепи через нерв и мышцу разрядом «нервно-электрического флюида», якобы накопленного в мышце, которую он угодил лейденской банке.

У физиков были основания сомневаться в таком объяснении. Во-первых, как уже упоминалось, была показана тождественность электричества рыб и «искусственного» электричества. Во-вторых, аналогия между мышцей и лейденской банкой подрывалась собственными опытами Гальвани, который отметил сам, что сильные конвульсии наблюдаются только тогда, когда «гальваническая цепь» (по позднейшей терминологии) содер-

жит два разнородных металла; в то же время лейденская банка разряжается через любую проводящую цепь.

Первостепенную важность «гальванизма» понял Алессандро Вольта (1745—1827), который одно время, вслед за Гальвани, считал мышцу лягушки источником электричества, но в 1792 г. отверг эту интерпретацию и сделал правильный вывод о том, что мышца лягушки — это лишь чувствительный индикатор электрического тока, обусловленного наличием разнородных металлов во влажной среде.

Так был намечен путь к изобретению источника постоянного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Sigaud de la Fond J.-R.** Précis historique et expérimental des phénomènes électriques.— Paris: Rue et Hôtel Serpente, 1781.— 744 p.+9 pl.
2. **Albrecht G.** Geschichte der Elektrizität.— Wien; Pest; Leipzig; Hartleben, 1885.— 336 S.— (Elektro-technische Bibliothek.— Bd. 28).
3. **Льоци М.** История физики / Пер. с итал. Э. Л. Бурштейна.— М.: Мир, 1970.— 464 с.
4. **Musschenbroek P. van.** Cours de physique expérimentale / Traduit par. J.-R. Sigaud de la Fond.— T. 1er.— Paris: Guillyn, 1769.— 472 p.+tab.
5. **Walsh J.** Of the electric property of the torpedo // Philosophical Transactions of the Royal Society of London.— 1773.— Vol. 63.— Pt. 2.— P. 461—477.
6. **Marguerre H.** Fische als Hochspannungsquellen // Elektronik.— 1990.— H. 17.— S. 47—48.
7. **Heilbron J. L.** Electricity in the 17th and 18th Centuries: A Study of Early Modern Physics.— Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1979.— 607 pp.
8. **Cavendish H.** An account of some attempts to imitate the effects of the torpedo by electricity // Phil. Trans.— 1776.— Vol. 66.— P. 196—225.
9. **Hunter J.** An account of the Gymnotus electricus // Phil. Trans.— 1775.— Vol. 65.— Pt. 2.— P. 395—407.
10. **Франклин В.** Опыты и наблюдения над электричеством / Пер. с англ. В. А. Алексеева; ред., ст. и комм. Б. С. Сотина.— М.: Изд-во АН СССР, 1956.— 272 с.— (Классики науки).
11. **Schilling G. W.** Sur les phénomènes de l'Anguille Tremblante / Traduit de l'Allemand // Nouveaux Mémoires de L'Académie Royale des Sciences et Belles—Lettres.— 1770.— (Berlin, 1772).— P. 68—74.
12. **Du Bois-Reymond E.** Untersuchungen über thierische Elektrizität.— In 2 Bdn.— Berlin: Reimer, 1848—1860.

КРЫЖАНОВСКИЙ Л. Н.

Януш Брониславович Данилевич

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения крупного специалиста в области электрических машин, заведующего отделом ВНИИэлектромаш, главного конструктора по турбо- и гидрогенераторам, члена-корреспондента АН СССР, доктора технических наук, профессора Януша Брониславовича Данилевича.

Януш Брониславович Данилевич родился 6 декабря 1931 г. в Вильнюсе. После окончания средней школы поступил в Ленинградский политехнический институт, который с отличием закончил в 1955 г. Вся дальнейшая творческая деятельность Я. Б. Данилевича связана с Институтом электромеханики АН СССР, переименованным в дальнейшем во ВНИИэлектромаш. Здесь он окончил аспирантуру, защитил в 1961 г. кандидатскую диссертацию, а в 1973 — докторскую. В 1976 г. ему было присвоено звание профессора, в 1987 г. он избран членом-корреспондентом АН СССР.

Я. Б. Данилевич является автором и соавтором более 300 научных печатных работ, в том числе 17 книг и монографий, 50 изобретений и патентов. Его научные труды посвящены расчетам электромагнитных полей, параметров и потерь в электрических машинах, обоснованию конструкции турбо- и гидрогенераторов, исследованию влияния режимов на их конструкцию. Работы Я. Б. Данилевича неоднократно докладывались на международных и всесоюз-



ных конференциях и симпозиумах, широко признаны в СССР и за рубежом.

Большой цикл работ Я. Б. Данилевича посвящен использованию явления сверхпроводимости в турбогенераторах, им выполнены исследования электродинамики, теплофизики, аэродинамики, термодинамики и механики сверхпроводниковых турбогенераторов. Я. Б. Данилевич является главным конструктором первого опытно-промышленного сверхпроводникового турбогенератора мощностью 20 МВ·А, 3000 об/мин, который успешно работал в системе Ленэнерго в режиме синхронного компенсатора.

В последние годы Я. Б. Данилевич в качестве главного конструктора по турбо- и гидрогенераторам осуществил разработку генераторов различных типов для работы в системе энергосбережения: гидрогенераторов для микро-, мини- и малых ГЭС, электрооборудования для ветростанций, турбогенераторов небольшой и средней мощности.

Я. Б. Данилевич является автором всех стандартов СССР по турбо- и гидрогенераторам, руководит международным секретариатом подкомитета 2А «Турбогенераторы» международной электротехнической комиссии (МЭК), им выпущены все международные стандарты по турбогенераторам.

Член-корреспондент АН СССР Я. Б. Данилевич — член бюро ОФТПЭ АН СССР, член редколлегии журнала «Электричество», на учредительном собрании Ассоциации инженеров-электриков СССР избран ее президентом.

За успехи, достигнутые в научной работе, Я. Б. Данилевич награжден орденом Трудового Красного Знамени и медалями. Он лауреат премии АН СССР им. П. Н. Яблочкова и премии ЦП НТОЭП им. акад. Б. Е. Веденеева.

Свой юбилей Я. Д. Данилевич встречает в расцвете творческих сил и энергии. Горячо поздравляем Януша Брониславовича, желаем ему здоровья, новых успехов в его деятельности.

Николай Николаевич Шереметьевский

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет Герою Социалистического Труда, действительному члену Академии наук СССР, доктору технических наук, профессору Николаю Николаевичу Шереметьевскому.

В 1939 г., еще будучи студентом, Н. Н. Шереметьевский начал работать в ВЭИ им. В. И. Ленина. В 1940 г. окончил Московский энергетический институт. После перевода в 1941 г. во ВНИИЭМ он неизменно трудится в этом институте, последовательно занимая должности начальника экспериментального цеха, старшего научного сотрудника, начальника лаборатории, заместителя директора по научной работе, директора (с 1974 по 1991 г.), советника.

В 1948 г. Н. Н. Шереметьевский защитил кандидатскую диссертацию, в 1959 г. ему была присуждена ученая степень доктора технических наук, а в 1969 г. присвоено ученое звание профессора.

При непосредственном участии Н. Н. Шереметьевского созданы автоматические системы и электротехнические элементы автоматики, получившие широкое применение на различных объектах.

Заметное место в научной деятельности Н. Н. Шереметьевского занимают вопросы создания автоматизированных электротехнических комплексов для космической техники. Им внесен большой вклад в решение научно-технической проблемы по созданию систем пространственной стабилизации и ориентации космических объектов и систем ориентации их солнечных батарей. Н. Н. Шереметьевский — соавтор изобретений различных автоматических систем и устройств, получивших широкое применение в космической технике, таких, например, как силовые гироскопы (гиродины) на управляемом электромагнитном подвесе.

При личном участии Н. Н. Шереметьевского проведен большой комплекс научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по созданию космических аппаратов и космических метеорологических и природно-ресурсных систем. В ходе их разработки были решены сложнейшие комплексные



научно-технические задачи, связанные с обеспечением широких энергетических возможностей аппаратов с одновременной минимизацией энергопотребления отдельных бортовых систем, быстродействием и точностью выполняемых технических функций, а также с разработкой и внедрением автоматизированных систем наземных испытаний.

Существенные научно-технические результаты достигнуты в работах по проблеме «Автоматизация», которые возглавлял Н. Н. Шереметьевский в качестве научного руководителя. Разработаны и освоены в серийном производстве перспективные, ориентированные на специфические процессы электротехнического оборудования микроэлектронные средства управляющей вычислительной техники. В них нашли воплощение обширные теоретические и экспериментальные исследования по оптимальной архитектуре микроэлектроники, выбору элементной базы, технологии многослойного печатного монтажа, методам сигнатурного контроля и т. д.

Переход от аналоговых методов управления к цифровым при решении проблемы автоматизации электротехнического оборудования заметно повышает его экономичность,

производительность, надежность, долговечность.

Н. Н. Шереметьевский является одним из основателей отечественной научной школы автоматики и электромеханики, вносящей большой вклад в обеспечение научно-технического прогресса народного хозяйства. Он — автор более 170 научных работ и 30 изобретений, посвященных вопросам теории и практики создания автоматизированных систем различного назначения.

Большое внимание профессор Н. Н. Шереметьевский уделяет подготовке и повышению квалификации научных кадров. Он был научным руководителем 20 аспирантов, большинство из которых успешно защитило кандидатские диссертации. Он возглавляет базовую кафедру МИРЭА, действующую при ВНИИЭМ.

Н. Н. Шереметьевскому присущи незаурядный организаторский талант, умение выделить узловой момент в той или иной проблеме, четко сориентировать и сплотить исполнителей на решение задач.

Н. Н. Шереметьевский ведет большую научно-общественную работу. Он является председателем Научного совета АН СССР по информатике, вычислительной технике и автоматизации, членом Научного совета ГКНТ СССР по проблеме исследования природных ресурсов Земли с помощью средств космической техники, постоянным членом Технического комитета по космосу Международной федерации по автоматическому управлению ИФАК, а также членом рабочей группы по космической энергетике при Международной астрономической федерации МАФ. Входит в состав редакционных советов журналов «Микропроцессорные средства и системы» и «Электротехника». Уже более 17 лет Н. Н. Шереметьевский возглавляет специализированный совет при ВНИИЭМ по защите докторских диссертаций.

Плодотворная научно-производственная деятельность, отличив-

тельной чертой которой всегда были целеустремленность и связь с практическими задачами, принесла Н. Н. Шереметьевскому широкую известность. В 1979 г. он был избран членом-корреспондентом, в 1984 г. — действительным членом АН СССР.

За большие заслуги в развитии советской науки и техники Н. Н. Шереметьевский удостоен звания Героя Социалистического Труда, награжден орденами Ленина, Октябрьской революции, Трудового Красного Знамени, многими медалями. Он лауреат Ленинской

премии и дважды лауреат Государственной премии СССР, заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

Друзья и товарищи, коллеги по работе желают Николаю Николаевичу новых успехов, доброго здоровья и счастья!

Группа товарищей и учеников

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Митюшкин К. Г., Морозкин В. П., Негушил А. В., Розанов Ю. К., Пишиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адрес редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80
101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Редакторы по направлениям тематики: **Евсеев Б. Н.** (электрические машины, электропривод, электрический транспорт); **Макаршин Б. Д.** (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы); **Прилуцкий А. Л.** (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор З. Б. Драновская

Сдано в набор 11.12.91. Подписано в печать 15.01.92. Формат 60×88 ¹/₈.
Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,82. Усл. кр.-отт. 9,31. Уч.-изд. л. 9,31. Тираж 3461 экз.
Заказ 6908. Цена 2 р.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Набрано на ордена Трудового Красного Знамени
Чеховском полиграфическом комбинате
Министерства печати и информации Российской Федерации
142300, г. Чехов Московской области
Отпечатано в Подольском филиале ПО «Периодика»
142110, г. Подольск, ул. Кирова, 25

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

Бутырин П. А., Гришкевич А. А. Минимальные структуры математических моделей электрических цепей	1	Butyrin P. A., Grishkevitch A. A. — Minimum Structures for Mathematical Models of Electric Circuits	1
Хачатрян В. С., Этмекчян Э. А., Аракелян В. П. Упрощенный метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы	9	Khatchatrian V. S., Etmekchian E. A., Arakelian V. P. — A Simplified Method for Calculating the Steady of an Electric Power System	9
Зекцер Д. М. Переходные процессы в реле с несколькими короткозамкнутыми контурами	15	Zektser D. M. — Transients in Relays With Several Shorted Loops	15
Клецель М. Я., Никитин К. И. Анализ чувствительности резервных защит распределительных сетей энергосистем	19	Kletsel M. J., Nikitin K. I. — Analysis of the Sensitivity of Back-Up Protections for Distribution Networks in Power Systems	19
Якушов В. М. Операторные сопротивления ротора турбогенератора и их использование для определения электромагнитных параметров	23	Yakushov V. M. — Operational Impedances of the Rotor of a Turbo-Generator and Their Application in Finding Electromagnetic Parameters	23
Мерабшвили П. Ф., Вадачкория Г. В. Анализ динамики однофазных мостовых выпрямителей при синусоидальном токе на входе	30	Merabishvili P. F., Vadachkoria G. V. — Dynamical Analysis of Single-Phase Rectifier Bridges With a Sinusoidal Current Applied	30
СООБЩЕНИЯ		REPORTS	
Васько П. Ф., Пекур П. П. Математическая модель для выбора асинхронных генераторов двухмашинных ветроагрегатов	36	Vasko P. F., Pekur P. P. — A Mathematical Model for Selecting Induction Generators in Two-Machine Wind-Driven Units	36
Слободкин А. Х., Строганов А. М. Экспериментальное определение тока через тело человека при напряжении 220 В	40	Slobodkin A. H., Stroganov A. M. — Finding Experimentally the Current Through the Human Body Due to a Voltage of 220 V	40
Костырев М. Л., Штанов А. Н. Математическое моделирование асинхронного генератора с тиристорным регулированием	45	Kostyrev M. L., Shtanov A. N. — Mathematical Simulation of a Thyristor Controlled Induction Generator	45
Данилевич Я. Б., Калинина Г. И. Система технической диагностики и контроля гидрогенераторов малых ГЭС	49	Danilevitch J. B., Kalinina G. I. — A System of Technical Diagnostics and Control of Water-Wheel Generators in Small Hydro-Electric Power Stations	49
Борута В. С., Винтайкин Б. Е., Либман М. А., Потапов Н. Н. Магнитотвердые сплавы системы Fe—Cr—Co — универсальные материалы для роторов синхронных гистерезисных электродвигателей	52	Boruta V. S., Vintaikin B. E., Libman M. A., Potapov N. N. — Magnetically Hard Alloys of the Fe—Cr—Co — System. Universal Materials for the Rotors of Hysteresis Synchronous Motors	52
Гринштейн Б. И., Толстов Ю. Г. Регулирование фазы вектора напряжения сети вентильным фазоповоротным устройством	55	Grinshtein B. I., Tolstov U. G. — Network Voltage Phase Control With a Static Phase-Shifter	55
ДИСКУССИИ	61	DISCUSSION	61
ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ	66	FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING	66
ХРОНИКА	69	CHRONICLE	69

 К СВЕДЕНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Программа деятельности Союза немецких электротехников (VDE) на 1992 г.

Заседания специалистов VDE и другие мероприятия с их участием:

- | | |
|------------------------------|--|
| 18.—19.2.1992
Баден-Баден | Средства программного обеспечения для автоматизации и связи (специалисты GMA, IIG, GI) |
| 16.—18.3.1992
Бад-Наухайм | Сенсорная технология и ее применение (специалисты GMA, ITG) |
| 28.—30.4.1992
Дюссельдорф | Международный симпозиум IMEKO по экспериментальной механике |
| 26.—27.5.1992
Вюрцбург | Системы изоляции в электроснабжении: срок службы, диагностика, тенденции развития (специалисты ETG, GET) |
| Май — июнь
1992
Берлин | Автоматическое управление на электростанциях и в энергосистемах (симпозиум IFAC) |
| 30.8—5.9.1992
Париж | СИГРЭ: Международная конференция по высоким напряжениям |
| 8.—11.9.1992
Мюнхен | Автоматическое управление в космосе. 12-й симпозиум IFAC |
| 22.—26.9.1992
Потсдам | 21-я Международная конференция по молниезащите (ICLP) |
| Сентябрь 1992 г. | 18-я Европейская конференция по твердотельным полупроводниковым схемам (ESSCIRC'92) |
| Сентябрь 1992 г. | 22-я Европейская исследовательская конференция по твердотельным полупроводниковым устройствам (ESSDEPC'92) |
| Сентябрь 1992 г. | 22-я Европейская конференция по микроволновой технике (EuMC'92) |
| 27.9.—1.10.1992
Берлин | 18-я Европейская конференция по оптической связи (ECOC'92) |
| 5.—10.10.1992
Дюссельдорф | Международный конгресс по измерительной технике и средствам автоматизации (Interkama'92) |
| 14.—15.10.1992
Брауншвейг | Микроэлектроника в системах распределения энергии (специалисты ETG, GME) |
-
-