

A large, stylized blue logo consisting of the letters 'E' and 'T'. The 'E' is on the left, and the 'T' is on the right, with the 'E' partially overlapping the 'T'. The word 'ЭЛЕКТРОТЕХНИКА' is written in white, italicized, sans-serif capital letters across the horizontal bar of the 'T'. Below the 'T' is the number '1' and the year '2002', both in white, italicized, sans-serif font.

**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**  
**1 2002**



ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ —  
КОЛЛЕКТИВНЫЙ ЧЛЕН АКАДЕМИИ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ НАУК РФ  
Издается с января 1930 года

---

#### УЧРЕДИТЕЛИ

ДЕПАРТАМЕНТ МАШИНОСТРОЕНИЯ МИНПРОМА РФ (г. МОСКВА)  
АО «ЭЛЕКТРОВЫПРЯМИТЕЛЬ» (г. САРАНСК)  
АООТ «ХОЛДИНГОВАЯ КОМПАНИЯ «ЭЛЕКТРОЗАВОД» (г. МОСКВА)  
АО «ЭЛЕКТРОНИКА» (г. ВОРОНЕЖ)  
АО «ВЭЛНИИ» (г. НОВОЧЕРКАССК)  
АССОЦИАЦИЯ ИНЖЕНЕРОВ СИЛОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ (г. МОСКВА)  
АССОЦИАЦИЯ «АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД» (г. МОСКВА)  
НТА «ПРОГРЕССЭЛЕКТРО» (г. МОСКВА)  
АО «РОСЭЛПРОМ» (г. МОСКВА)

#### СОВЕТ УЧРЕДИТЕЛЕЙ

ЧИБИРКИН В.В., МАКАРЕВИЧ Л.В., МЕЩЕРЯКОВ В.М., СОРИН Л.Н.,  
КОВАЛЕВ Ф.И. (председатель совета), ЮНЬКОВ М.Г., ПОДАРУЕВ А.И., ГЛОВАЦКИЙ А.В.

---

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор **КОЧЕТКОВ В.Д.**

БЕЛКИН Г.С., БРЯНЦЕВ А.М., ДАЦКОВСКИЙ Л.Х., ДОЛКАРТ В.М., КОПЫЛОВ И.П., ЛУРЬЕ А.И.,  
МАВЛЯНБЕКОВ Ю.У., МОСКАЛЕНКО В.В., НИКУЛИН А.А., РОЗАНОВ Ю.К.,  
СЛЕЖАНОВСКИЙ О.В. (зам. главного редактора), ТРУБАЧЕВ С.Г., ТУБИС Я.Б., ФИНКЕЛЬ Э.Э., ФЛОРЕНЦЕВ С.Н.

---

Содержание журнала можно бесплатно получить  
в INTERNET через службу ИНФОМАГ,  
организованную в Московском физико-техни-  
ческом институте.

Адрес сайта: <http://www.infomag.ru>

Журнал переводится на английский язык в полном  
объеме и выходит в США в издательстве  
"ALLERTON PRESS, INC" (18 West 27th Street New  
York, N.Y. 10001).

Подписаться на журнал можно в почтовых  
отделениях связи по объединенному каталогу  
Департамента почтовой связи. Подписной индекс  
— 71111.

В редакции можно подписаться на журнал с  
любого месяца и приобрести отдельные номера  
за прошлые и нынешний годы.

При перепечатке ссылка на журнал «Электро-техника»  
обязательна.

Мнение редакции не всегда совпадает с точкой зрения  
авторов статей.

За содержание рекламных материалов редакция  
ответственности не несет.

Рукописи статей не возвращаются.

---

**Издатель: ЗАО "Знак" 101000, Москва, Главпочтамт, а/я 648.**

---

**Адрес редакции: 123242, Москва, Зоологическая ул., 11, комн. 213 Телефон/факс: 254-11-52**

**E-mail [elektrotechnika@mtu-net.ru](mailto:elektrotechnika@mtu-net.ru)**

## СОДЕРЖАНИЕ

### ЭЛЕКТРОПРИВОД

- Волков А.В.** Анализ электромагнитных процессов и регулирование асинхронных частотно-управляемых электроприводов с широтно-импульсной модуляцией ..... 2
- Рубашев Г.М., Аптекарь Д.И., Чиканков Д.В., Федосеев В.К., Гончаров И.К.** Тиристорное токоограничивающее устройство для сетей 6,10 кВ переменного напряжения ..... 10
- Хашимов А.А., Арипов Н.М.** Исследования частотно-регулируемого асинхронного электропривода с реализацией способа управления по модулю тока статора двигателя ..... 14
- Аракелян А.К., Солодов К.В., Шаварин Н.И.** Оптимизация работы автономного инвертора тока в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе ..... 19

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

- Шапиро С.В., Кулинич В.А.** Каскадный синхронно-асинхронный генератор ..... 25
- Данилевич Я.Б., Сапожников В.А., Штайнле Л.Ю.** Синхронный генератор с постоянными магнитами для гидравлической турбины небольшой мощности на низкую частоту ..... 28
- Григораш О.В.** Асинхронные генераторы в системах автономного электроснабжения ..... 30
- Голубев А.Н., Субботин М.В.** Математическая модель синхронного двигателя с  $m$ -фазной обмоткой для стационарных режимов ..... 35
- Ещин Е.К.** Модель асинхронного электродвигателя в системе электроснабжения ..... 40
- Кухарский М.П.** Расчет вентиляционного шума электрических машин с учетом структурной составляющей ..... 43
- Литвинов Б.В., Давыденко О.Б.** Пульсация выходного напряжения бесконтактного тахогенератора постоянного тока, обусловленная вихревыми токами в магнитопроводе статора .. 47

### ИССЛЕДОВАНИЯ И РАСЧЕТЫ

- Казakov Ю.Б.** Численное определение положения магнитной жидкости в магнитожидкостном герметизаторе ..... 51
- Ваганов М.А., Новиков В.А., Савва С.В.** Мехатронные модули с управляемым электронагревом ..... 56

## CONTENTS

### ELECTRIC MOTOR DRIVE

- Volkov A.V.** Power factor of induction motor drives controlled by an cycloconverter with PWM ..... 2
- Rubashev G.M., Aptekar D. I., Chicankov D.V., Fedoseev V.K., Goncharov I.K.** Thyristor current limiting device for networks 6,10 kV alternating current ..... 10
- Chashimov A.A., Aripov N.M.** Study of the induction motor drive with frequency control by method using module of static's current ..... 14
- Arakelan A.K., Solodov K.V., Shavarin N.I.** Optimization of current fed inverter operating conditions in induction motor drives ..... 19

### ELECTRICAL MASHINES

- Shapiro S.V., Kulinich V.A.** The cascade synchronous-induction generator ..... 25
- Danilevich J. B., Sapojnikov V.A., Shtainle L.Y.** The permanent magnet synchronous generator for a low frequency small power hydraulic turbine .... 28
- Grigorash O.V.** Induction generators in separately operating power supply systems ..... 30
- Golubev A.N., Subbotin M.V.** An mathematical model of the synchronous motor with  $m$ -phase winding for stationary conditions ..... 35
- Eschin E.K.** A model of the induction motor in power supply system ..... 40
- Kucharskiy M.P.** A calculation of the electric motor ventilator's noise taking into account of the structural component ..... 43
- Litvinov B.V., Davidenco O.B.** Pulsation of contactless direct current speed indicating generator output voltage, given by whirling currents of stator magnetic circuit ..... 47

### RESEARCH AND CALCULATION

- Kazakov Y.B.** An numerical determination of the magnet liquid's state in the hermetic space ..... 51
- Vaganov M. A., Novikov V. A., Sawa S. V.** Mechatronic modules with controlled electric heating ..... 56

## Анализ электромагнитных процессов и регулирование асинхронных частотно-управляемых электроприводов с широтно-импульсной модуляцией<sup>1</sup>

ВОЛКОВ А.В., доктор техн. наук

ОАО НИИ "Преобразователь"

*Методами обобщенных векторов и операторного изображения выполнен анализ электромагнитных процессов для стационарных режимов работы асинхронных электроприводов при питании от автономного инвертора напряжения и непосредственного преобразователя частоты с широтно-импульсной модуляцией их выходного напряжения. Получены аналитические зависимости для максимального (пикового) и среднего значений, размаха пульсаций электромагнитного момента, для размаха пульсаций скорости двигателя применительно к релейному управлению в "трубке" модулем обобщенного вектора статорного тока двигателя.*

В последние годы с появлением высокочастотных силовых транзисторов и запираемых тиристоров стало технически осуществимым и актуальным промышленное создание асинхронных частотно-управляемых электроприводов с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) статорного напряжения двигателя: на основе автономного инвертора напряжения (АИН-ШИМ) и непосредственного преобразователя частоты (НПЧ-ШИМ) на полностью управляемых силовых ключах (последний тип преобразователей за рубежом получил название "матричных"). Вместе с тем для указанных видов асинхронного электропривода требуется дальнейшее совершенствование управления и остаются недостаточно исследованными электромагнитные процессы с учетом дискретных свойств применяемых преобразователей частоты и протекающих переходных процессов в асинхронном двигателе [1—3].

В представленной статье для предложенного автором релейного (разрывного) управления в "трубке" модулем обобщенного вектора статорного тока двигателя выполнен анализ стационарных (квазиустановившихся) электромагнитных процессов асинхронных электроприводов с АИН-ШИМ и НПЧ-ШИМ. Актуальность рассмотренного обусловлена как существующей потребностью в новых эффективных алгоритмах управления, так и необходимостью исследования их воздействия (с учетом протекающих электромагнитных процессов в преобразователе и двигателе) на регулировочные свойства этих электроприводов.

На рис.1 приведены блок-схемы трехфазных АИН-ШИМ (а) и НПЧ-ШИМ (б), выполненных на полностью управляемых силовых ключах с двухсторонней проводимостью. В каждой из фаз АИН-ШИМ содержится по два ключа:  $a1$  и  $a2$ ,  $b1$  и  $b2$ ,  $c1$  и  $c2$ , реализованных по схеме на рис.1,в, а в каждой из фаз АИН-ШИМ — по три силовых ключа:  $a1$ ,  $a2$ ,  $a3$ ;  $b1$ ,  $b2$ ,  $b3$  и  $c1$ ,  $c2$ ,  $c3$ , выполненных, например, согласно схемам на рис.1,з,д [3,4]. Электромагнитные процессы в трехфазном короткозамкнутом идеализированном АД при питании от АИН-ШИМ и НПЧ-ШИМ описываются исходной системой уравнений:

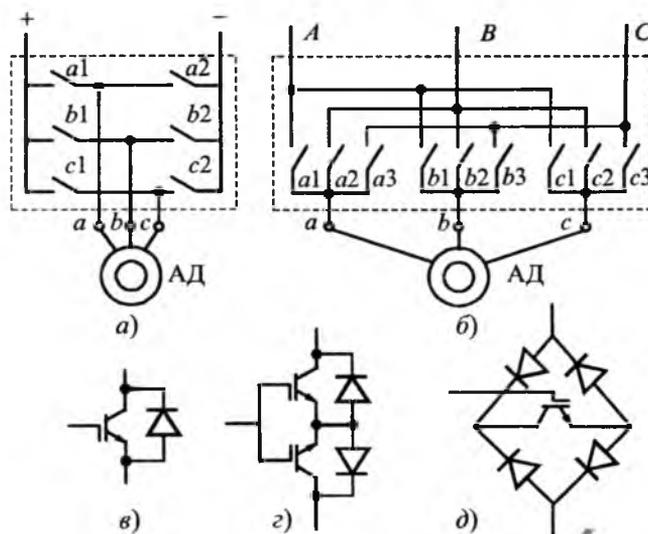


Рис.1. Блок-схемы трехфазных АИН-ШИМ (а) и НПЧ-ШИМ (б), а также варианты схем выполнения силовых ключей для АИН-ШИМ (в) и НПЧ-ШИМ (з,д)

<sup>1</sup> Печатается в порядке обсуждения.

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}(t) &= R_s \bar{I}(t) + (L_{\sigma s} + kL_{\sigma r}) \frac{d\bar{I}(t)}{dt} + k \frac{d\bar{\Psi}(t)}{dt}; \\ k R_r T \bar{I}(t) &= \bar{\Psi}(t) + T \frac{d\bar{\Psi}(t)}{dt} - j\omega \bar{\Psi}(t); \\ \mu(t) &= kI\Psi \sin(\theta_f - \theta_{\Psi}), \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $\bar{U}(t)$ ,  $\bar{I}(t)$ ,  $\bar{\Psi}(t)$  — обобщенные векторы статорного напряжения, тока и потокосцепления ротора АД соответственно;  $U$ ,  $I$ ,  $\Psi$  и  $\theta_U, \theta_I, \theta_{\Psi}$  — модули и фазовые углы (аргументы) соответствующих векторов  $\bar{U}(t)$ ,  $\bar{I}(t)$  и  $\bar{\Psi}(t)$ ;  $\mu(t)$  — электромагнитный момент двигателя;  $\omega$  — скорость двигателя;  $R_s, R_r$  и  $L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$  — параметры Т-образной схемы замещения АД (соответственно активные сопротивления и индуктивности рассеяния статора и ротора);  $T, k$  — электромагнитная постоянная времени ротора и коэффициент связи ротора соответственно;  $t$  — текущее время.

Система (1) записана в неподвижной относительно статора двигателя координатной системе при использовании общепринятой для машин переменного тока системы относительных единиц [5]. За ось отсчета фазовых углов обобщенных векторов в указанной неподвижной системе координат принята ось  $\alpha$ , совпадающая с магнитной осью обмотки фазы  $a$  статора двигателя.

Полагая силовые ключи идеальными (т.е. безынерционными и обладающими сопротивлением, равным нулю в открытом состоянии и бесконечности в закрытом состоянии) определим для соединения статорной обмотки трехфазного АД "в звезду" (без нулевого провода) возможные принимаемые значения  $\bar{U}_m$  обобщенных векторов выходного напряжения трехфазных АИН-ШИМ и НПЧ-ШИМ, которые приведены в табл.1 и 2 соответственно. При этом исходим из такого вида управления, при котором в любой момент времени каждая из фаз  $a, b, c$  статорных обмоток АД подключена к одной из групп (анодной "+" или катодной "-" на рис.1,а) в АИН-ШИМ либо к одной из фаз ( $A, B$  или  $C$ ) питающей сети для НПЧ-ШИМ (т.е. нет временных интервалов с полностью отсоединенными от напряжений одной или несколькими статорными обмотками двигателя). Очевидно, что этому управлению для произвольного момента времени соответствуют в каждой фазе АИН-ШИМ или НПЧ-ШИМ (рис.1,а,б) открытые состояния только одного из силовых ключей этой фазы, а всего одновременно открытыми в рассматриваемых преобразователях являются всегда три силовых ключа. В табл. 1,2 используются обозначения: "+" и "-" — соответственно от-

крытое и закрытое состояния силовых ключей;  $m$  — условный порядковый номер (индекс) обозначения обобщенного вектора выходного напряжения АИН-ШИМ или НПЧ-ШИМ;  $U_d$  — входное напряжение АИН-ШИМ;  $U_s, \omega_s, \alpha_0$  — соответственно амплитуда, угловая частота и начальный фазовый угол (при  $t = 0$ ) напряжений фаз  $A, B$  и  $C$  питающей сети, равных:  $U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0)$ ,  $U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - 2\pi/3)$  и  $U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 + 2\pi/3)$  соответственно.

При принятом управлении обобщенный вектор  $\bar{U}_m$  выходного напряжения АИН-ШИМ принимает  $m = 1, 2, \dots, 7$  значений (табл.1), которые можно задать следующей математической зависимостью:

$$\bar{U}_m = \left\{ 1 - \left[ \frac{7}{m} \right]^* \right\} U e^{j(m-1)\pi/3}, \quad (2)$$

где  $U = 2U_d/3$  — модуль указанного обобщенного вектора (для  $1 \leq m \leq 6$ );  $[ ]^*$  — обозначает математическую операцию выделения целой части числа.

Обобщенные векторы выходного напряжения  $\bar{U}_m$  АИН-ШИМ при  $1 \leq m \leq 6$  имеют равную амплитуду и характеризуются неподвижным пространственным расположением, отличающимся между собой на углы, кратные  $\pi/3$ ; при  $m = 7$  обобщенный вектор выходного напряжения принимает нулевое значение.

Для НПЧ-ШИМ обобщенный вектор  $\bar{U}_m$  выходного напряжения принимает  $m = 1, 2, \dots, 25$  значений (табл.2), описываемых в общем виде выражением:

$$\bar{U}_m = U_m e^{j\theta_m} = \begin{cases} U_s e^{j[(\omega_s t + \alpha_0) + 2\pi(\lambda-1)/3]}, & m = 1, 2, 3; \\ U_s e^{j[(-\omega_s t + \alpha_0) + 2\pi(\lambda-1)/3]}, & m = 4, 5, 6; \\ \frac{2}{\sqrt{3}} U_s \left[ \cos \left( \omega_s t + \alpha_0 - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} \xi \right) \right] \times \\ \times e^{j2\pi(\lambda-1)/3}, & m = 7, 8, \dots, 24; \\ 0, & m = 25, \end{cases} \quad (3)$$

где значения коэффициентов  $\xi$  и  $\lambda$ , определяющих собой соответственно амплитуду  $U_m$  ( $7 \leq m \leq 24$ ) или фазовый угол  $\theta_m$  ( $1 \leq m \leq 24$ ) обобщенного вектора напряжения  $\bar{U}_m$ , варьируются из следующих рядов:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= 0; 1; 2; 3; 4; 5; \\ \lambda &= 1; 2; 3. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Таблица 1

m	$\bar{U}_m = U_m e^{j\theta_m}$	Состояние силовых ключей АИН-ШИМ					
		a1	a2	в1	в2	c1	c2
1	$2/3 U_d$	+	-	-	+	-	+
2	$2/3 U_d e^{j\pi/3}$	+	-	-	+	+	-
3	$2/3 U_d e^{j2\pi/3}$	-	+	-	+	+	-
4	$2/3 U_d e^{j\pi}$	-	+	+	-	+	-
5	$2/3 U_d e^{j4\pi/3}$	-	+	+	-	-	+
6	$2/3 U_d e^{j5\pi/3}$	+	-	+	-	-	+
7	0	+	-	+	-	+	-
		-	+	-	+	-	+

Таблица 2

m	$\bar{U}_m = U_m e^{j\theta_m}$	Состояние силовых ключей НПЧ-ШИМ								
		a1	a2	a3	в1	в2	в3	c1	c2	c3
1	$U_s e^{j(\omega_s t + \alpha_0)}$	+	-	-	-	+	-	-	-	+
2	$U_s e^{j(\omega_s t + \alpha_0 + 2\pi/3)}$	-	-	+	+	-	-	-	+	-
3	$U_s e^{j(\omega_s t + \alpha_0 + 4\pi/3)}$	-	+	-	-	-	+	+	-	-
4	$U_s e^{j(-\omega_s t + \alpha_0)}$	+	-	-	-	-	+	-	+	-
5	$U_s e^{j(-\omega_s t + \alpha_0 + 2\pi/3)}$	-	-	+	-	+	-	+	-	-
6	$U_s e^{j(-\omega_s t + \alpha_0 + 4\pi/3)}$	-	+	-	+	-	-	-	-	+
7	$2/\sqrt{3} U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - \pi/6)$	+	-	-	-	-	+	-	-	+
8	$2/\sqrt{3} U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - \pi/2)$	-	+	-	-	-	+	-	-	+
9	$2/\sqrt{3} U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - 5\pi/6)$	-	+	-	+	-	-	+	-	-
10	$2/\sqrt{3} U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - 7\pi/6)$	-	-	+	+	-	-	+	-	-
11	$2/\sqrt{3} U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - 3\pi/2)$	-	-	+	-	+	-	-	+	-
12	$2/\sqrt{3} U_s \cos(\omega_s t + \alpha_0 - 11\pi/6)$	+	-	-	-	+	-	-	+	-
13	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - \pi/6)] e^{j2\pi/3}$	-	-	+	+	-	-	-	-	+
14	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - \pi/2)] e^{j2\pi/3}$	-	-	+	-	+	-	-	-	+
15	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 5\pi/6)] e^{j2\pi/3}$	+	-	-	-	+	-	+	-	-
16	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 7\pi/6)] e^{j2\pi/3}$	+	-	-	-	-	+	+	-	-
17	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 3\pi/2)] e^{j2\pi/3}$	-	+	-	-	-	+	-	+	-
18	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 11\pi/6)] e^{j2\pi/3}$	-	+	-	+	-	-	-	+	-
19	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - \pi/6)] e^{j4\pi/3}$	-	-	+	-	-	+	+	-	-
20	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - \pi/2)] e^{j4\pi/3}$	-	-	+	-	-	+	-	+	-
21	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 5\pi/6)] e^{j4\pi/3}$	+	-	-	+	-	-	-	+	-
22	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 7\pi/6)] e^{j4\pi/3}$	+	-	-	+	-	-	-	-	+
23	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 3\pi/2)] e^{j4\pi/3}$	-	+	-	-	+	-	-	-	+
24	$2/\sqrt{3} U_s [\cos(\omega_s t + \alpha_0 - 11\pi/6)] e^{j4\pi/3}$	-	+	-	-	+	-	+	-	-
25	0	+	-	-	+	-	-	+	-	-
	0	-	+	-	-	+	-	-	+	-
	0	-	-	+	-	-	+	-	-	+

Из анализа (3) следует, что при питании от НПЧ-ШИМ могут создаваться: вращающиеся с угловой частотой  $\omega_s$  обобщенные векторы напряжения неизменной амплитуды  $U_s$  прямого ( $1 \leq m \leq 3$ ) и обратного ( $4 \leq m \leq 6$ ) направления; неподвижные в пространстве векторы напряжения с изменяющейся по косинусоидальному закону во времени амплитудой ( $7 \leq m \leq 24$ ), а также нулевое значение вектора выходного напряжения ( $m = 25$ ). При этом вращающиеся векторы ( $1 \leq m \leq 6$ ) за период времени изменения напряжения питающей сети плавно изменяют свой аргумент  $\theta_m$  в широких пределах — от нуля до  $2\pi$ . Неподвижные в пространстве векторы  $\bar{U}_m$  ( $7 \leq m \leq 24$ ) принимают лишь дискретные значения аргумента  $\theta_m$ , равные  $0, 2\pi/3, 4\pi/3$  или  $\pi/3, \pi, 5\pi/3$  соответственно — в зависимости от положительного или отрицательного знака косинусоидального сомножителя в выражении для их амплитуды из (3).

Очевидно, из приведенной в табл.2 для НПЧ-ШИМ совокупности векторов  $\bar{U}_m$  при  $7 \leq m \leq 24$  можно сформировать для произвольного момента времени  $t$  неподвижные в пространстве обобщенные векторы напряжения  $\bar{U}_{mm}$  с аргументами, равными  $0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3$  и  $5\pi/3$  рад, и наибольшими значениями амплитуды  $U_{mm}$ , пульсирующими (с шестикратной частотой по отношению к частоте  $\omega_s$  напряжения питающей сети) в диапазоне значений:

$$U_s \leq U_{mm} \leq \frac{2}{\sqrt{3}} U_s. \quad (5)$$

Для этого следует варьировать значения коэффициента  $\xi$  из (3) согласно следующим зависимостям:

$$\xi = \begin{cases} \xi_1 = [3\theta_s/\pi]^* \frac{\pi}{3} & \text{для } \theta_m = 0; 2\pi/3; 4\pi/3; \\ \xi_2 = [3(\theta_s + \pi)/\pi]^* \frac{\pi}{3} & \text{для } \theta_m = \pi/3; \pi; 5\pi/3, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\theta_s = (\omega_s t + \alpha_0) - [(\omega_s t + \alpha_0)/2\pi]^* 2\pi \quad (7)$$

— текущее значение аргумента обобщенного вектора напряжения питающей сети  $\bar{U}_s$ , ограниченное диапазоном изменения  $0 \leq \theta_s \leq 2\pi$ ;  $[ ]^*$  — математическая операция выделения целой части числа. При таком управлении для НПЧ-ШИМ неподвижные в пространстве обобщенные векторы  $\bar{U}_{mm}$  ( $7 \leq m \leq 24$ ) с наибольшим зна-

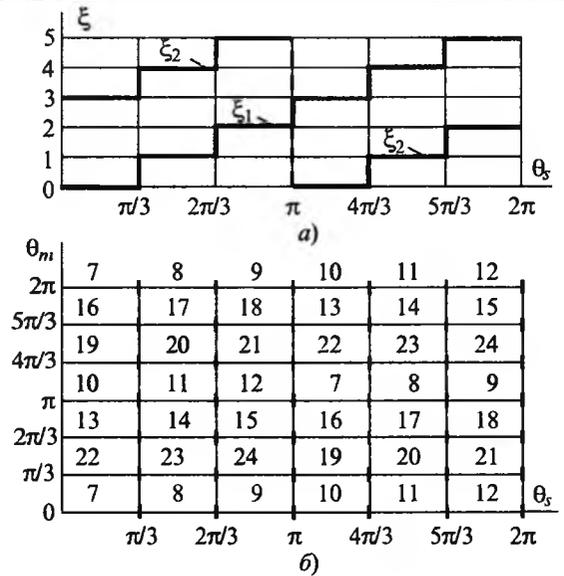


Рис.2. Зависимости для режима управления НПЧ-ШИМ с наибольшей амплитудой создаваемых неподвижных обобщенных векторов выходного напряжения:

а — для коэффициента  $\xi$ ; б — для индекса  $m$

чением амплитуды и аргументами  $\theta_m$ , равными  $0, 2\pi/3, 4\pi/3$  и  $\pi/3, \pi, 5\pi/3$  создаются путем изменения их тригонометрического аргумента

$$\theta_r = \omega_s t + \alpha_0 - \pi/6 - \pi\xi/3 \quad (8)$$

в зависимостях из (3) в следующих строго ограниченных пределах соответственно:

$$-\pi/6 \leq \theta_r \leq \pi/6 \text{ и } 5\pi/6 \leq \theta_r \leq 7\pi/6. \quad (9)$$

Для рассмотренного режима управления НПЧ-ШИМ приведены: на рис.2,а — зависимости изменения коэффициента  $\xi$ , рассчитанные из (6); на рис.2,б — диаграммы, иллюстрирующие выбор численных значений номера  $m$  в зависимости от текущего значения аргумента  $\theta_s$  обобщенного вектора напряжения питающей сети  $\bar{U}_s$  и от требуемого значения аргумента  $\theta_m$  обобщенного вектора напряжения  $\bar{U}_{mm}$  наибольшей амплитуды. Поскольку амплитуды неподвижных в пространстве обобщенных векторов  $\bar{U}_{mm}$  фактически задаются значениями максимальных текущих линейных напряжений питающей сети, а аргументы  $\theta_m$  полученных векторов различаются между собой на углы, кратные  $\pi/3$ , то формирование указанных векторов выходного напряжения НПЧ-ШИМ в данном режиме управления осуществляется по сути идентично схемам известных инверторных преобразователей частоты (с предварительным выпрямлением напряжений питающей сети трехфазной мостовой ди-

одной схемой и последующим инвертированием посредством автономного инвертора напряжения).

Рассмотрим для питания от АИН-ШИМ и НПЧ-ШИМ стационарные электромагнитные процессы АД на  $n$ -м интервале времени  $0 \leq t' < \tau_n$  длительностью  $\tau_n$ , далее называемом "межкоммутационным интервалом", между соседними коммутациями силовых ключей в указанных преобразователях. В стационарном режиме полагаем постоянными значения скорости  $\omega$  двигателя и частоты  $\omega_1$  основной гармоники статорного тока двигателя, а также примем допущение о неизменности амплитуд  $\Psi$ ,  $E$  и равномерности частот вращения  $\omega_\psi$ ,  $\omega_E$  обобщенных векторов потокосцепления  $\bar{\Psi}(t')$  ротора и ЭДС  $\bar{E}(t')$  ротора АД (равных соответствующим значениям амплитуд  $\Psi_1$ ,  $E_1$  и частоты  $\omega_1$  обобщенных векторов  $\bar{\Psi}_1$ ,  $\bar{E}_1$  их основных гармонических составляющих):

$$\left. \begin{aligned} \Psi &\approx \Psi_1 = \text{const}; \\ E &\approx E_1 = \text{const}; \\ \omega_\psi &= \omega_E = \omega_1 = \text{const}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где обобщенный вектор ЭДС ротора  $\bar{E}(t')$  определяется из соотношения:

$$\bar{E}(t') = d\bar{\Psi}(t')/dt. \quad (11)$$

С учетом изложенного первое уравнение системы (1) преобразуется к следующему виду:

$$\bar{U}_m(t') - k\bar{E}_1(0)e^{j\omega_1 t'} = R_s \bar{I}(t') + L_\sigma \frac{d\bar{I}(t')}{dt}, \quad (12)$$

где  $\bar{E}_1(0) = E_1 e^{j\theta_E}$  — начальное значение обобщенного вектора ЭДС ротора на рассматриваемом межкоммутационном интервале (при  $t' = 0$ );  $\theta_E$  — начальное значение аргумента указанного вектора;  $L_\sigma = (L_{\sigma s} + kL_{\sigma r})$  — суммарная индуктивность рассеяния двигателя.

В формуле (12) конкретные значения обобщенного вектора напряжения  $\bar{U}_m(t')$  на произвольном межкоммутационном интервале  $t'$  для АИН-ШИМ находятся из зависимости (2) или табл.1 в функции индекса  $m$ , а для НПЧ-ШИМ — из выражения (3) или табл.2 в функции текущего времени  $t$ , коэффициентов  $\xi$ ,  $\lambda$  или индекса  $m$ . В общем виде на межкоммутационном интервале  $t'$  обобщенный вектор напряжения  $\bar{U}_m(t')$  может быть описан зависимостями:

$$\bar{U}_m(t') = \begin{cases} \bar{U}_m(0), & 1 \leq m \leq 6; \\ 0, & m = 7 \end{cases} \quad (13)$$

— для АИН-ШИМ;

$$\bar{U}_m(t') = \begin{cases} \bar{U}_m(0) e^{j\omega_s t'}, & 1 \leq m \leq 3; \\ \bar{U}_m(0) e^{-j\omega_s t'}, & 4 \leq m \leq 6; \\ \bar{U}_m(0) \cos(\omega_s t + \theta_{\tau 0}), & 7 \leq m \leq 24; \\ 0, & m = 25 \end{cases} \quad (14)$$

— для НПЧ-ШИМ,

где  $\bar{U}_m(0)$  — начальное значение (при  $t' = 0$ ) обобщенного вектора выходного напряжения АИН-ШИМ или НПЧ-ШИМ на рассматриваемом межкоммутационном интервале;  $\bar{U}'_m(0)$ ,  $\theta_{\tau 0}$ ,  $\theta_{s0}$  — для НПЧ-ШИМ начальные значения (при  $t' = 0$ ) соответственно неподвижного в пространстве обобщенного вектора напряжения (без учета косинусоидальной модуляции амплитуды), тригонометрического аргумента из (8) и аргумента обобщенного вектора напряжения питающей сети из (7).

Запишем в операторном виде уравнение (12):

$$\bar{U}_m(p) - \frac{kE_1(0)}{p - j\omega_1} = \bar{I}(p)[R_s + pL_\sigma] - L_\sigma \bar{I}(0), \quad (15)$$

где  $\bar{U}_m(p)$ ,  $\bar{I}(p)$  — операторные изображения обобщенных векторов статорных напряжения  $\bar{U}_m(t')$  и тока  $\bar{I}(t')$  АД;  $\bar{I}(0)$  — начальное значение (при  $t' = 0$ ) обобщенного вектора статорного тока;  $p$  — оператор Лапласа.

Временным оригиналам  $\bar{U}_m(t')$  обобщенных векторов из (13) и (14) соответствуют следующие операторные изображения [6]:

$$\bar{U}_m(p) = \begin{cases} \bar{U}_m(0)/p, & 1 \leq m \leq 6; \\ 0, & m = 7 \end{cases} \quad (16)$$

— для АИН-ШИМ;

$$\bar{U}_m(p) = \begin{cases} \bar{U}_m(0)/(p - j\omega_s), & 1 \leq m \leq 3; \\ \bar{U}_m(0)/(p + j\omega_s), & 4 \leq m \leq 6; \\ \bar{U}'_m(0) = \left[ \frac{p \cos \theta_{\tau 0} - \sin \theta_{\tau 0}}{p^2 + \omega_s^2} \right], & 7 \leq m \leq 24; \\ 0, & m = 25 \end{cases} \quad (17)$$

— для НПЧ-ШИМ.

Подставив значения  $\bar{U}_m(p)$  из (16) и (17) в уравнение (15), решив операторным методом

данное уравнение и перейдя обратно к оригиналу [6], найдем временные решения для обобщенного вектора статорного тока  $\bar{I}(t')$  на межкоммутационном интервале в виде:

$$\bar{I}(t') = \begin{cases} \frac{\bar{U}_m(0)}{R_s} [1 - e^{-R_s t'/L_\sigma}] + \bar{X} + \bar{Y}, & 1 \leq m \leq 6; \\ \bar{X} + \bar{Y}, & m = 7 \end{cases} \quad (18)$$

— для АИН-ШИМ;

$$\bar{I}(t') = \begin{cases} \frac{\bar{U}_m(0) e^{j[\omega_s t' - \arctg(\omega_s L_\sigma / R_s)]}}{[R_s^2 + (\omega_s L_\sigma)^2]^{1/2}} [1 - e^{-(R_s/L_\sigma + j\omega_s)t'}] + \bar{X} + \bar{Y}, & 1 \leq m \leq 3; \\ \frac{\bar{U}_m(0) e^{-j[\omega_s t' - \arctg(\omega_s L_\sigma / R_s)]}}{[R_s^2 + (\omega_s L_\sigma)^2]^{1/2}} [1 - e^{-(R_s/L_\sigma - j\omega_s)t'}] + \bar{X} + \bar{Y}, & 4 \leq m \leq 6; \\ \frac{\bar{U}'_m(0)}{[R_s^2 + (\omega_s L_\sigma)^2]^{1/2}} \left\{ \cos[\omega_s t' + \theta_{T0} - \arctg(\omega_s L_\sigma / R_s)] - e^{-R_s t'/L_\sigma} \cos[\theta_{T0} - \arctg(\omega_s L_\sigma / R_s)] \right\} + \bar{X} + \bar{Y}, & 7 \leq m \leq 24; \\ \bar{X} + \bar{Y}, & m = 25 \end{cases} \quad (19)$$

— для НПЧ-ШИМ,

где

$$\bar{X} = \frac{\bar{E}_1(0) e^{j[\omega_1 t' - \arctg(\omega_1 L_\sigma / R_s)]}}{[R_s^2 + (\omega_1 L_\sigma)^2]^{1/2}} [1 - e^{-(R_s/L_\sigma + j\omega_1)t'}] \quad (20)$$

$$\bar{Y} = \bar{I}(0) e^{-R_s t'/L_\sigma}$$

Вытя из полученных решений (18) и (19) начальное значение  $\bar{I}(0)$  обобщенного вектора статорного тока, приняв во внимание малые (близкие к нулю) значения:  $R_s t'/L_\sigma$ ,  $R_s/\omega_s L_\sigma$ ,  $\omega_s t'$ ,  $\omega_1 t'$  (где  $t' < 10^{-3}$  с  $\approx 0,314$  о.е. — при частотах коммутации силовых ключей  $f_n \geq 1$  кГц;  $R_s/L_\sigma < 0,1$  о.е. — для общепромышленных АД мощностью свыше 3—5 кВт), разложив в ряд Тейлора экспоненциальные и тригонометрические функции от аргумента  $t'$  в этих решениях и ограничиваясь одним (первым) членом разложения:

$$\left. \begin{aligned} 1 - e^{-R_s t'/L_\sigma} &\approx R_s t'/L_\sigma; & \sin(\omega_s t') &\approx \omega_s t'; \\ 1 - e^{-(R_s/L_\sigma + j\omega_s)t'} &\approx R_s/L_\sigma + j\omega_s t'; & \cos(\omega_s t') &\approx 1; \\ 1 - e^{-\omega_s t'} &\approx \omega_s t'; & \arctg(\omega_s L_\sigma / R_s) &\approx \pi/2; \\ 1 - e^{-\omega_1 t'} &\approx \omega_1 t'; & \arctg(\omega_1 L_\sigma / R_s) &\approx \pi/2, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

получим приближенные зависимости для вычисления вектора приращения  $\Delta \bar{I}(t')$  статорного тока на межкоммутационном интервале при питании от АИН-ШИМ (для  $1 \leq m \leq 7$ ) и питания от НПЧ-ШИМ (для  $1 \leq m \leq 25$ ):

$$\Delta \bar{I}(t') = \bar{I}(t') - \bar{I}(0) \approx t' [\bar{U}_m(0) - k\bar{E}_1(0) - R_s \bar{I}(0)] / L_\sigma \quad (22)$$

Для последнего выражения при питании АД от АИН-ШИМ со значениями  $7 \leq m \leq 24$ , начальное значение обобщенного вектора напряжения  $\bar{U}_m(0)$ , учитывающее косинусоидальную модуляцию его амплитуды, определяется в виде

$$\bar{U}_m(0) = \bar{U}'_m(0) \cos \theta_{T0} \quad (23)$$

Как для АИН-ШИМ ( $1 \leq m \leq 7$ ), так и для НПЧ-ШИМ при управлении с использованием вращающихся ( $1 \leq m \leq 6$ ) или неподвижных ( $7 \leq m \leq 24$ ) обобщенных векторов напряжения  $\bar{U}_{mm}$  с наибольшими амплитудами  $U_{mm}$  из (5) или векторов с нулевой ( $m = 25$ ) амплитудой в основном диапазоне рабочих частот (скоростей) АД справедливо условие:

$$\text{Mod}[\bar{U}_m(0) - k\bar{E}_1(0)] \gg \text{Mod}[R_s \bar{I}(0)], \quad (24)$$

которое позволяет далее упростить формулу (22) для вычисления вектора приращения тока  $\Delta \bar{I}(t')$  к виду:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{I}(t') &= \Delta I e^{j\Delta \theta_U} \approx \frac{\Delta \bar{U}(0)}{L_\sigma} t'; \\ \Delta \bar{U}(0) &= \Delta U e^{j\Delta \theta_U} = [\bar{U}_m(0) - k\bar{E}_1(0)]; \\ \Delta I &= \Delta U t' / L_\sigma, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где  $\Delta \bar{U}(0)$ ,  $\Delta U$ ,  $\Delta \theta_U$  — результирующий вектор напряжения (задающий в (25) амплитуду и аргумент обобщенного вектора приращения тока  $\Delta \bar{I}$ ), его модуль и аргумент соответственно;  $\Delta I$  — модуль вектора приращения статорного тока; Mod — операция выделения модуля вектора.

Анализ зависимостей (22) и (25) свидетельствует о том, что на межкоммутационном интервале  $0 \leq t' \leq \tau_n$  высокочастотных АИН-ШИМ или НПЧ-ШИМ амплитуда  $I(t')$  обобщенного вектора статорного тока  $\bar{I}(t)$  АД во времени изменяется линейно. С учетом этого для стационарного режима АД при питании от АИН-ШИМ или НПЧ-ШИМ, реализующегося на базе частотно-токового способа управления модулем  $I(t)$  статорного тока "в трубке", справедливы временная и векторная диаграммы, приведенные на рис.3,а,б, а также следующие зависимости:

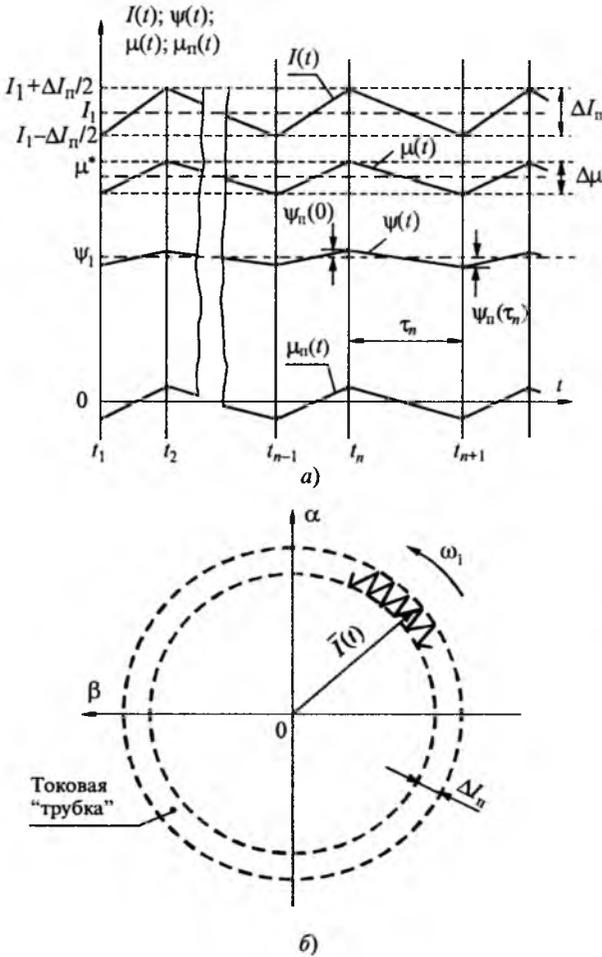


Рис.3. Временные диаграммы статорного тока электромагнитного момента и потокосцепления ротора двигателя (а) и векторная диаграмма статорного тока (б) для стационарного режима электропривода с АИН-ШИМ и НПЧ-ШИМ с релейным управлением в токовой "трубке"

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}(t) &= I(t)e^{j(\omega_1 t + \alpha'_0)}; \\ I(t) &= I_1 + I_n(t'); \\ I_n(t') &= (-1)^n \Delta I_n \left[ \frac{1}{2} - t'/\tau_n \right] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где  $I_1, I_n(t')$  — среднее значение амплитуды (или амплитуда обобщенного вектора основных гармоник) и модуляционная (периодическая) составляющая амплитуды обобщенного вектора статорного тока  $\bar{I}(t)$  двигателя соответственно;  $\Delta I_n$  — размах модуляционных пульсаций амплитуды вектора статорного тока;  $\omega_1$  — частота основной гармонической составляющей статорного тока;  $n \geq 1$  — натуральные числа, обозначающие номер рассматриваемого межкоммутационного интервала;  $\alpha'_0$  — начальное значение аргумента обобщенного вектора статорного тока (при  $t = 0$ );  $t'$  — время, отсчитываемое от начала и на протяжении рассматриваемого  $n$ -го межкоммутационного интервала инвертора.

Подставив значение  $\bar{I}(t)$  из формулы (26) во второе уравнение системы (1), решив оперативным методом данное уравнение, получим зависимость для вектора потокосцепления ротора  $\bar{\Psi}(t)$  на межкоммутационном интервале:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Psi}(t) &= \bar{\Psi}_1(t) + \bar{\Psi}_n(t'); \\ \bar{\Psi}_1(t) &= \Psi_1 e^{j(\omega_1 t + \alpha'_0 - \varphi)}; \\ \Psi_1 &= kR_r T I_1 / (1 + \beta^2 T^2)^{1/2}; \\ \varphi &= \arctg(\beta T); \\ \beta &= \omega_1 - \omega; \\ \bar{\Psi}_n(t') &= (-1)^n \frac{kR_r \Delta I_n}{1/T + j\beta} e^{j(\omega_1 t + \alpha'_0)} \times \\ &\times \left\{ [1 - e^{-(1/T + j\beta)t'}] \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_n(1/T + j\beta)} \right] - \frac{t'}{\tau_n} \right\} + \\ &+ \bar{\Psi}_n(0) e^{-(1/T - j\omega)t'} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

В системе (27) используются следующие обозначения:  $\bar{\Psi}_1(t), \Psi_1$  — основная составляющая обобщенного вектора потокосцепления ротора (создаваемая влиянием вектора  $\bar{I}_1(t) = I_1 e^{j(\omega_1 t + \alpha'_0)}$  основных гармонических составляющих статорного тока) и ее модуль соответственно;  $\bar{\Psi}_n(t'), \Psi_n(t')$  — модуляционная составляющая обобщенного вектора потокосцепления ротора (вызванная воздействием вектора  $\bar{I}_n(t') = I_n(t') e^{j(\omega_1 t + \alpha'_0)}$  модуляционных пульсаций статорного тока) и ее модуль соответственно;  $\bar{\Psi}_n(0), \Psi_n(0)$  — начальные значения (при  $t' = 0$ ) модуляционной составляющей вектора потокосцепления ротора  $\bar{\Psi}_n(t')$  и ее модуль соответственно;  $\beta$  — абсолютное скольжение двигателя;  $\varphi$  — угол между основными гармоническими составляющими обобщенных векторов статорного тока  $\bar{I}_1(t)$  и потокосцепления ротора  $\bar{\Psi}_1(t)$ .

С учетом нечетной симметрии графика изменения модуля  $I_n(t)$  модуляционной составляющей статорного тока в стационарном режиме (рис.3,а) и справедливости равенства

$$\Psi_n(\tau_n) = -\Psi_n(0), \quad (28)$$

а также в результате аппроксимации экспоненциальных составляющих в последнем уравнении

из (27) одним (первым) членом ряда разложения Тейлора

$$1 - e^{-(1/T + j\beta)\tau_n} \approx (1/T + j\beta)\tau_n, \quad (29)$$

найдем упрощенное выражение для расчета относительного значения  $\delta_\Psi$  амплитуды модуляционных пульсаций потокосцепления ротора:

$$\left. \begin{aligned} \delta_\Psi &= \Psi_n(0)/\Psi_n \approx \frac{\Delta I_n \tau_n}{4I_{\chi n} T}; \\ \Psi_n &= kR_r T I_{\chi n}; \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

где  $\Psi_n(0)$  и  $\Psi_n(\tau_n)$  — максимальные значения модуля  $\Psi_n(t')$  модуляционной составляющей потокосцепления ротора (соответствующие началу и концу  $n$ -го межкоммутационного интервала);  $\Psi_n$  и  $I_{\chi n}$  — номинальные значения амплитуды потокосцепления ротора и намагничивающей проекции статорного тока двигателя соответственно.

Для общепромышленных АД мощностью свыше 3 кВт (для которых  $T=0,2 \div 1$  с;  $I_{\chi n} = 0,2 \div 0,35$  о.е.;  $|\beta| < 0,05$ ) при питании от АИН-ШИМ или НПЧ-ШИМ с частотой модуляции  $f_n$  силовых ключей свыше 1 кГц (т.е. при  $\tau_n < 10^{-3} = 0,314$  о.е.) и размахом модуляционных пульсаций  $\Delta I_n \leq 0,1$  о.е. получим значение  $\delta_\Psi < 0,1\%$ . Это полностью подтверждает правомочность исходного допущения (10) о представлении в стационарных режимах обобщенных векторов потокосцепления  $\bar{\Psi}(t)$  и ЭДС  $\bar{E}(t)$  ротора их первыми гармоническими составляющими  $\bar{\Psi}_1(t)$  и  $\bar{E}_1(t)$ , а также правильность пользования (ввиду малых значений:  $\tau_n/T < 0,5\%$  и  $\beta\tau_n < 1,5\%$ ) формулами (29) и (30).

С учетом изложенного, из формул (26), (27) и третьего уравнения системы (1) найдем зависимости для определения текущего  $\mu(t)$  и среднего  $\mu^*$  значений, модуляционной (периодической) составляющей  $\mu_n(t)$  максимального (пикового) значения  $\mu_m$  и размаха пульсаций  $\Delta\mu$  электромагнитного момента АД (рис.3,а) при питании от АИН-ШИМ и НПЧ-ШИМ:

$$\left. \begin{aligned} \mu(t) &= \mu^* + \mu_n(t'); \\ \mu^* &= kI_1 \Psi_1 \sin \varphi = k^2 R_r T^2 I_1^2 \beta / (1 + \beta^2 T^2); \\ \mu_n(t') &= kI_n(t') \Psi_1 \sin \varphi = (-1)^n \left( \frac{1}{2} - \frac{t'}{\tau_n} \right) \frac{k^2 R_r T^2 I_1 \Delta I_n \beta}{1 + \beta^2 T^2}; \\ \mu_m &= \mu^* + |\mu_n(\tau_n)| = k^2 R_r T^2 I_1 (I_1 + \Delta I_n / 2) \beta / (1 + \beta^2 T^2); \\ \Delta\mu &= \frac{k^2 R_r T I_1 \Delta I_n}{(1 + \beta^2 T^2)^{1/2}} \sin \varphi = k^2 R_r T^2 I_1 \Delta I_n \beta / (1 + \beta^2 T^2). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Принимая во внимание для стационарных режимов равенство среднего значения  $\mu^*$  развиваемого электромагнитного момента двигателя и момента нагрузки  $\mu_c$  привода, а также полагая неизменным значение приведенного (к валу двигателя) момента инерции  $J$  привода, рассчитаем (из диаграммы модуляционной составляющей  $\mu_n(t)$  момента на рис.3,а и из уравнения движения электропривода) размах  $\Delta\omega$  пульсаций скорости двигателя в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= \omega_{\max} - \omega_{\min} = \frac{1}{J} \int_{\tau_{n-1}/2}^{\tau_{n-1}} \mu_n(t') dt' + \frac{1}{J} \int_0^{\tau_n/2} \mu_n(t') dt' = \\ &= \frac{\tau_{n-1} + \tau_n}{8J} \frac{k^2 R_r T^2 I_1^2 \Delta I_n \beta}{1 + \beta^2 T^2} = \frac{\tau_{n-1} + \tau_n}{8J} \Delta\mu, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $\omega_{\max}$ ,  $\omega_{\min}$  — максимальное и минимальное значения скорости двигателя в стационарном режиме на временном интервале  $t_n - \tau_{n-1}/2 \leq t \leq t_n + \tau_n/2$ .

Очевидно, для количественной оценки наибольшего значения размаха пульсаций  $\Delta\omega$  скорости в рассматриваемом стационарном режиме в формулу (32) следует подставить наибольшее значение суммы  $\tau_{n-1} + \tau_n$  — длительностей двух соседних (соответственно  $(n-1)$ -го и  $n$ -го) межкоммутационных интервалов.

В инженерных расчетах для упрощения вычислений наибольшего значения размаха пульсаций скорости можно перейти от формулы (32) к следующему неравенству:

$$\Delta\omega \leq \Delta\mu \tau_{\max} / 4J, \quad (33)$$

где  $\tau_{\max}$  — максимальная длительность межкоммутационного интервала в рассматриваемом стационарном режиме ( $\tau_{\max}$  легко определяется экспериментально с помощью осциллографа).

Из (33) следует, что при размахе пульсаций  $\Delta\mu \leq 0,1$  о.е. электромагнитного момента двигателей общепромышленных серий мощностью 3 кВт и выше (характеризующихся значениями момента инерции двигателя  $J \geq 10$  о.е.) в диапазоне модуляционных частот  $f_n > 3$  кГц (при  $\tau_{\max} < 1/f_n \approx 0,1$  о.е.) численные значения размаха  $\Delta\omega$  пульсаций скорости составляют менее  $0,25 \cdot 10^{-3}$  о.е., а расчетное относительное значение  $\Delta\omega/\omega$  размаха пульсаций скорости в диапазоне регулирования скорости  $D=1:1000$  не превышает 25%. Указанное малое значение размаха  $\Delta\omega$  пульсаций скорости подтверждает правомочность исходного допущения о неизменности значения скорости  $\omega$  двигателя в течение длительности межкоммутационного интервала для рассматриваемых электроприводов.

Проведенные экспериментальные исследования стационарных режимов асинхронных электроприводов с АИН-ШИМ (с двигателями: А-62-4 мощностью 14 кВт и А-91-4 мощностью 75 кВт) и НПЧ-ШИМ (с двигателем АО2-51-6 мощностью 5,5 кВт) свидетельствуют о хорошей степени приближения к линейному закону изменения обобщенного вектора статорного тока двигателя (определяемого расчетным путем через фактические контролируемые фазные значения статорных токов) в диапазоне модуляционных частот свыше 3 кГц — с относительным отклонением от зависимостей (26) менее 1—5% (наименьшие значения отклонений соответствуют нижнему диапазону скоростей этих приводов). Экспериментальными исследованиями также подтверждена (с отклонением для стационарных и динамических режимов в значениях статорных напряжений и токов не более 3—5%, по скорости — менее 1%) достоверность созданных цифровых моделей рассматриваемых электроприводов, в которых преобразователи представлены содержащими идеальные силовые ключи, а двигатель — идеализированной машиной (описываемой дифференциальными уравнениями в неподвижной относительно статора координатной системе). Отличие электромеханических процессов (потокосцепления ротора, электромагнитного момента, скорости), рассчитанных на моделях (методом Рунге-Кутты), и из приведенных зависимостей (27), (31) и (32), характеризуется относительной погрешностью менее 5%.

В целом же, как следует из проведенного анализа, релейное управление в "трубке" модулем обобщенного вектора статорного тока удовлетворяет по регулировочным свойствам большинству регулируемых (в том числе и широкодиапазонных) электроприводов, характеризуется в стационарных режимах неизменным максимальным (пиковым) значением  $\mu_m$  и размахом pulsa-

ций  $\Delta m$  электромагнитного момента, а также хорошим приближением фазных статорных токов  $I_A, I_B, I_C$  двигателя по форме к синусоидальным:

$$\left. \begin{aligned} I_A &= \left[ I_1 + (-1)^n \Delta I_n \left( \frac{1}{2} - t'/\tau_n \right) \right] \cos(\omega_1 t + \alpha'_0); \\ I_B &= \left[ I_1 + (-1)^n \Delta I_n \left( \frac{1}{2} - t'/\tau_n \right) \right] \cos(\omega_1 t + \alpha'_0 - 2\pi/3); \\ I_C &= \left[ I_1 + (-1)^n \Delta I_n \left( \frac{1}{2} - t'/\tau_n \right) \right] \cos(\omega_1 t + \alpha'_0 + 2\pi/3). \end{aligned} \right\} (34)$$

В отличие от известного релейного управления фазными статорными токами АД при неизменной ширине токовой "трубки" [7], предложенному релейному управлению (модулем обобщенного вектора статорного тока) соответствует из (34) переменное (модулируемое по косинусоидальному закону от  $\Delta I_n$  до нуля в периоде основной гармоники статорного тока) значение ширины фазной токовой "трубки".

#### Список литературы

1. Дацковский Л.Х., Роговой В.И., Абрамов В.И. и др. Современное состояние и тенденции в асинхронном частотно-регулируемом электроприводе (краткий аналитический обзор)//Электротехника. 1996. № 10. С.18-28.
2. Изосимов Д.Б., Козаченко В.Ф. Алгоритмы и системы цифрового управления электроприводами переменного тока//Электротехника. 1999. № 4. С.41-51.
3. Чехет Э.М., Мордач В.П., Соболев В.Н. Непосредственные преобразователи частоты для электропривода. Киев: Наукова думка, 1988.
4. Глазенов Г.А., Хрисанов В.И. Полупроводниковые системы импульсного асинхронного электропривода малой мощности. Л.: Энергоатомиздат, 1983.
5. Шрейнер Р.Т., Дмитренко Ю.А. Оптимальное частотное управление асинхронными электроприводами. Кишинев: Штиинца, 1982.
6. Гольдфарб Л.С., Балтрушевич А.В., Круг Г.К. и др. Теория автоматического управления М.: Высшая школа, 1968.
7. Бродовский В.Н., Иванов Е.С. Приводы с частотно-токовым управлением. М.: Энергия, 1974.

## Тиристорное токоограничивающее устройство для сетей 6, 10 кВ переменного напряжения<sup>1</sup>

РУБАШЕВ Г.М., канд. техн. наук,  
АПТЕКАРЬ Д.И., ЧИКАНКОВ Д.В., ФЕДОСЕЕВ В.К., ГОНЧАРОВ И.К., инженеры

В настоящее время рядом электротехнических фирм США, Японии освоен новый класс электротехнического оборудования — быстродей-

ствующие тиристорные токоограничивающие устройства (ТОУ), позволяющие создавать мощные безреакторные сети 6, 10 кВ. Схема ТОУ содержит, как правило, два основных элемента — мощный тиристорный ключ и токоограничива-

<sup>1</sup> Печатается в порядке обсуждения.

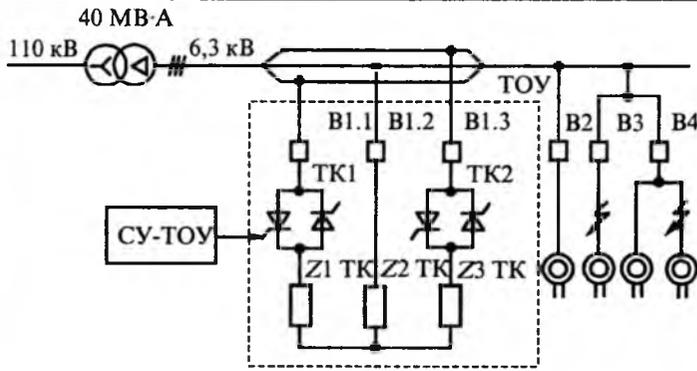


Рис.1. Схема включения токоограничивающего устройства

ющий реактор. Токоограничивающий контур включается в питающую сеть серийным или шунтовым образом.

В настоящей статье рассмотрены результаты разработки и промышленных испытаний ТОУ шунтового типа. Идея шунтирования цепи на период коммутации выключателя известна в электротехнике давно. Однако только в настоящее время оказалось возможным разработать ТОУ для сетей 6, 10 кВ на отечественной элементной базе — силовых тиристорах и пр. При этом реализован принцип, в соответствии с которым в системе электроснабжения устанавливается одно ТОУ, синхронно работающее с выключателями сети произвольной конфигурации.

На рис.1 показана система электроснабжения с общим ТОУ. В системе электроснабжения имеется трансформаторная и двигательная нагрузка. Релейная защита такой сети имеет несколько ступеней селективности. Алгоритм действия ТОУ при этом следующий.

При достижении первой ударной волны тока КЗ установка ТОУ включается, отводя апериодическую составляющую аварийного тока. При

реальных параметрах сетей время действия ТОУ на указанном интервале составляет 1—3 периода переменного напряжения.

Отключают ТОУ на время, гарантирующее срабатывание устройств релейной защиты фидеров системы электроснабжения. Включают ТОУ на период коммутации аварийного тока выключателей, не имеющих ступени селективности. Отключают ТОУ после отключения поврежденного участка сети.

Повторяют шунтирование столько раз, сколько ступеней селективности в системе электроснабжения.

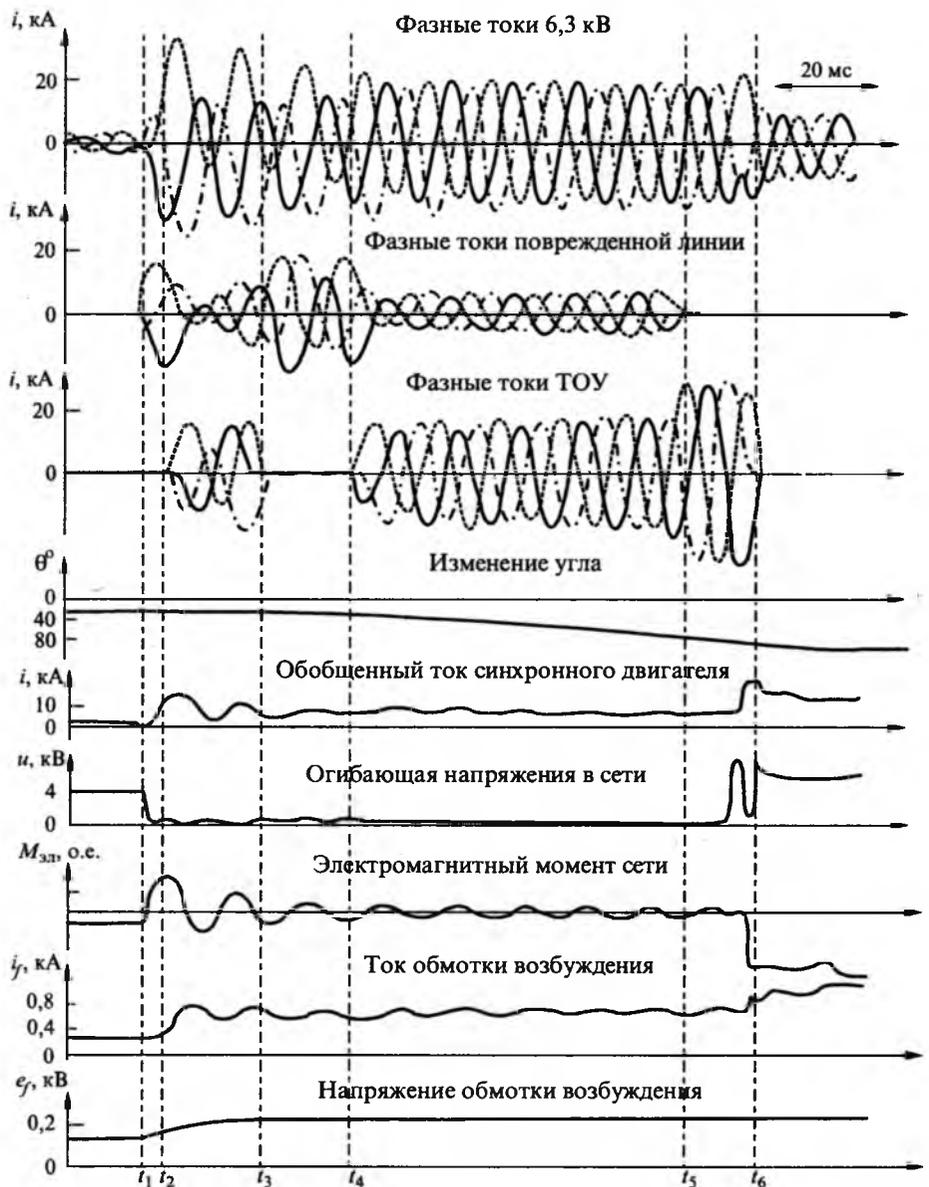


Рис.2. Кривые электромагнитных переходных процессов при действии бесконтактного ТОУ в сети с синхронными двигателями:

$t_1$  — момент КЗ;  $t_2$  — момент включения ТОУ;  $t_3$  — момент отключения выключателя поврежденного присоединения;  $t_4$  — момент отключения ТОУ

При действии ТОУ сеть делится на ряд контуров, в которых токи в установившихся и переходных режимах не должны превосходить значений, допустимых для элементов сети.

Установившееся значение тока  $I_B$  протекающего через выключатель поврежденного фидера для простейшего случая установки ТОУ между трансформатором и сосредоточенной нагрузкой при отсутствии подпиток тока КЗ, определяется соотношением:

$$I_B = \frac{E_c Z_{TK}}{Z_{TP}(Z_{TK} + Z_c) + Z_{TK} Z_c} \quad (1)$$

Значение токоограничивающего сопротивления

$$Z_{TK} = \frac{I_B Z_{TP} Z_c}{E_c - I_B (Z_{TP} + Z_c)} \quad (2)$$

В формулах (1), (2)  $I_B$  — модуль допустимого значения тока в выключателе поврежденного фидера;  $Z_{TP}$  — сопротивление питающего трансформатора, сопротивление сети от точки включения трансформатора до точки КЗ;  $E_c$  — ЭДС сети.

Минимум тока через тиристорный ключ, обеспечивающий условие  $|I_B| < |I_0|$ , где  $I_0$  допустимый ток отключения, обеспечивается при условии:

$$\text{Im}Z_{TK} / \text{Re}Z_{TK} = \text{Im}Z_c / \text{Re}Z_c \quad (3)$$

Практически значение  $Z_{TK}$ , выбранное с учетом формулы (3), может быть увеличено с учетом того, что ТОУ работает в режиме токоограничения параллельно с дугой коммутирующего аппарата. При этом значение активной составляющей, выбранное с учетом формул (2), (3), может быть увеличено, например, для серийных малообъемных выключателей примерно в 5—8 раз.

При наличии в сети распределенной двигательной нагрузки и действии ТОУ сеть делится на ряд контуров. Для реальных конфигураций сетей расчет выполняется по трех-, четырехконтурным схемам замещения. При этом в стационарном режиме токораспределение определяется соотношением:

$$i_{TK(k)} = \left( \sum_{j=1}^8 \prod_{i=1}^3 Z_{kij} \right) E_\phi / \det A, \quad (4)$$

где  $i_{TK(k)}$  — ток в контуре тиристорного ключа;  $Z_{kij}$  — параметр схемы замещения;  $E_\phi$  — фазная ЭДС;  $A$  — определитель структурного ключа в схеме замещения.

В переходном режиме ток в контурах определяется по формуле:

$$\bar{i}(t) = Qe^{J(t-t_0)} Q^{-1} i(t_0) + \int_{t_0}^t Qe^{J(t-s)} Q^{-1} f(s) ds, \quad (5)$$

где  $Q$  — матрица параметров;  $J$  — нормальная Жорданова форма.

На рис.2 показаны рассчитанные на ЭВМ электромагнитные процессы в сети с синхронными двигателями при действии ТОУ.

Одной из рациональных областей использования ТОУ является его применение при рекон-

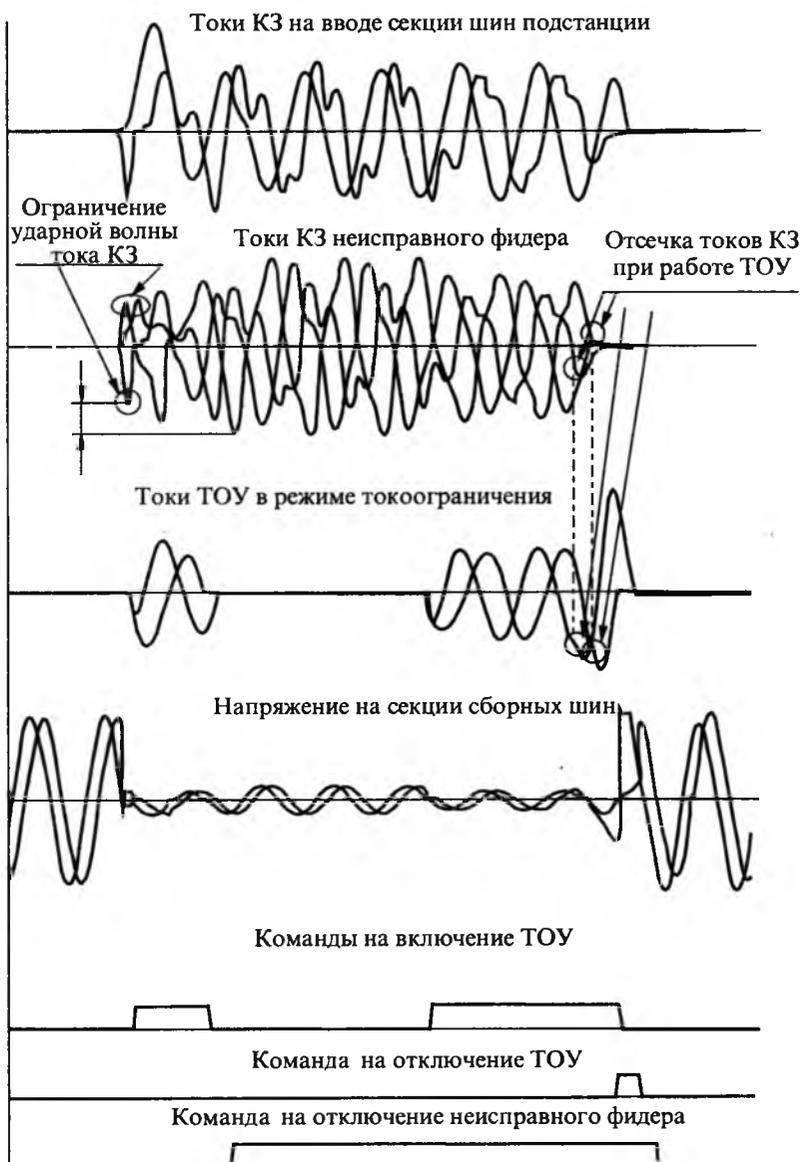


Рис.3. Работа ТОУ при удаленном КЗ от секции сборных шин подстанции

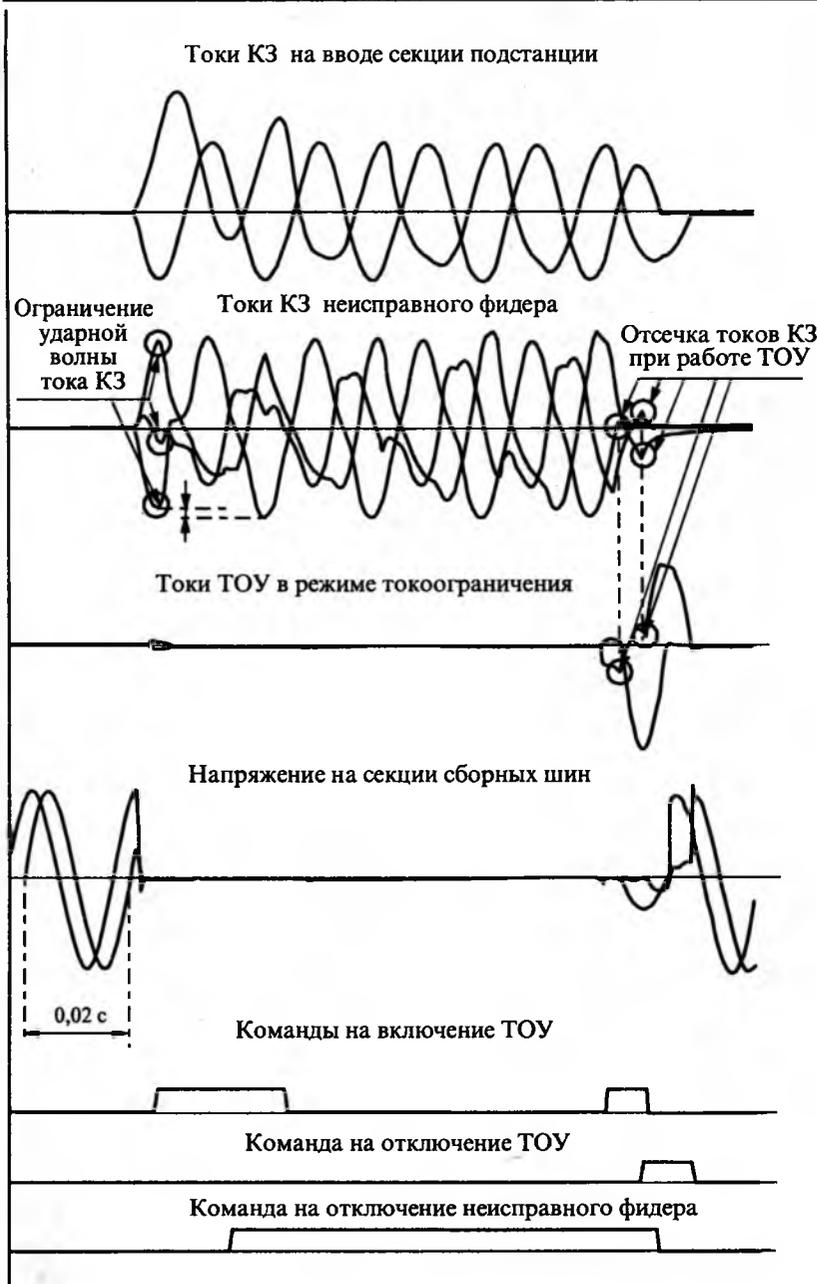


Рис.4. Работа ТОУ при близком коротком замыкании от секции сборных шин подстанции

струкциях районных подстанций РАО ЕЭС. Основными преимуществами использования ТОУ при реконструкциях являются:

— сохранение существующих кабельных коммутаций, увеличение срока их службы за счет уменьшения термического и динамического воздействия на кабели;

— возможность сохранения типонаминов коммутационной аппаратуры, несмотря на возможное увеличение аварийных токов в связи с увеличением мощности подстанции после реконструкции;

— проведение реконструкции без остановки подстанции — конструктивно ТОУ размещается в габаритах стандартных распределительных устройств;

— снижение потерь электроэнергии за счет отказа от реакторов и сокращение сроков реконструкции.

В настоящее время ИЭЭ осуществил реконструкцию подстанции "Западная" в Пермских городских электросетях в соответствии с рассмотренным методом.

На рис.3,4 приведены осциллограммы испытаний ТОУ при реальных КЗ на фидере, подключенном к сборным шинам подстанции при близком и удаленном повреждении. Как видно из приведенных осциллограмм, при действии ТОУ достигается глубокое токоограничение, примерно в 5—7 раз.

Области использования ТОУ в системах РАО ЕЭС разнообразны — при реконструкциях подстанций, в системах собственных нужд электростанций для создания без реакторных сетей, в частности, для увеличения термической стойкости кабельных коммуникаций в сетях 6, 0,4 кВ, при формировании установок управляемых реакторов и т.д.

По всем вопросам, связанным с внедрением ТОУ обращаться в Институт энергетической электроники РАН:

191119, Санкт-Петербург,  
ул. Днепропетровская, д.33  
Телефон: (812)164-07-03  
Факс: (812) 112-35-34  
E-mail: [ipe@ipe.ru](mailto:ipe@ipe.ru)  
<http://www/ipe.ru>

# Исследования частотно-регулируемого асинхронного электропривода с реализацией способа управления по модулю тока статора двигателя

ХАШИМОВ А.А., АРИПОВ Н.М.

Приведены функциональная схема и принцип действия асинхронного электропривода, в котором реализован способ управления по модулю тока статора двигателя в транзисторно-тиристорной структуре преобразователя частоты по схеме "широтно-импульсный регулятор-инвертор напряжения". Разработана методика расчета и проведен анализ электромагнитных процессов, осуществлено экспериментальное исследование разработанного электропривода.

Are brought a function chart and principle of action of the asynchronous electric drive, in which way of regulation on the module of the current stator of the engine in transistor-tiistor structure of the converter of frequency under the circuit "pulse-width regulator-inverter of a voltage" is realized. A technique of account is developed and analysis of electromagnetic processes is spent, experimental research of the developed electric drive is carried out.

Создание широкодиапазонного и высококачественного асинхронного электропривода (ЭП) требует обеспечения закона поддержания постоянства наиболее инерционного параметра двигателя — потокосцепления ротора. Для реализации данного закона разработан способ управления по модулю тока статора двигателя с использованием упрощенной структуры системы без датчика по скорости, функциональная схема которого изображена на рис.1. Автономный инвертор напряжения (АИН) преобразователя частоты (ПЧ) выполнен по трехфазной мостовой схеме с коммутацией тиристоров по закону  $\Theta = 180^\circ$ . С помощью силовых транзисторных ключей *СТК1* и *СТК2* в звене постоянного тока реализуется широтно-импульсное регулирование (ШИР) напряжения на несущей частоте. При этом ШИР осуществляется коммутацией одного транзисторного ключа, в то время как другой транзисторный ключ постоянно включен. Такой алгоритм работы уменьшает динамические потери коммутации СТК.

Создание широкодиапазонного и высококачественного асинхронного электропривода (ЭП) требует обеспечения закона поддержания постоянства наиболее инерционного параметра двигателя — потокосцепления ротора. Для реализации данного закона разработан способ управления по модулю тока статора двигателя с использованием упрощенной структуры системы без датчика по скорости, функциональная схема которого изображена на рис.1. Автономный инвертор напряжения (АИН) преобразователя частоты (ПЧ) выполнен по трехфазной мостовой схеме с коммутацией тиристоров по закону  $\Theta = 180^\circ$ . С помощью силовых транзисторных ключей *СТК1* и *СТК2* в звене постоянного тока реализуется широтно-импульсное регулирование (ШИР) напряжения на несущей частоте. При этом ШИР осуществляется коммутацией одного транзисторного ключа, в то время как другой транзисторный ключ постоянно включен. Такой алгоритм работы уменьшает динамические потери коммутации СТК.

Анализ электромагнитных процессов в электроприводе при реализации способа управления по модулю тока статора двигателя затруднен. Вследствие неопределенности моментов переключения состояний инвертора не представляется возможным установить начальные условия на границе интервала повторяемости. Однако задача может быть решена в общем виде при нулевых начальных условиях на основании системы уравнений Горева-Парка для АД записанных с использованием результирующих векторов электрических и магнитных величин [2]. Способы линеаризации этих уравнений известны [3], но также вызывают определенные слож-

Входной сигнал  $I_m$  (модуль тока статора) задает уставку по току, определяющую максимальный выходной ток преобразователя. На основе сравнения сигналов  $I_s$  с датчика тока *ДТ* (рис.1) и уставки по току  $I_m$  системой управления *СУ* формируется сигнал для переключения тиристоров. На время прохождения данного сигнала выключаются оба СТК и снимаются управляющие напряжения с тиристоров, что позволяет выключить все тиристоры инвертора.

Суть разработанного способа управления по модулю тока статора зак-

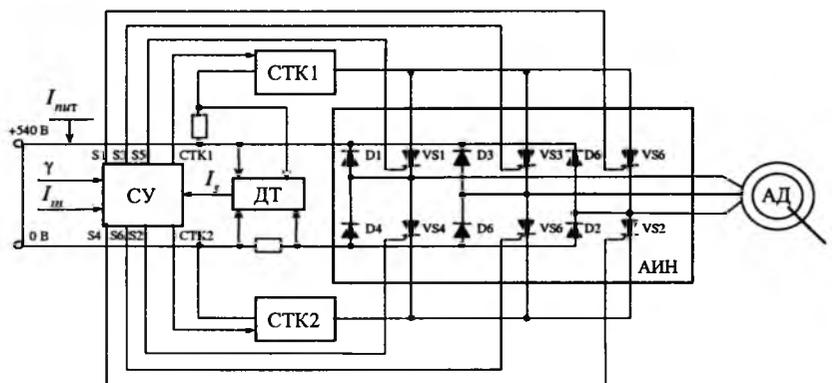


Рис.1. Функциональная схема частотно-регулируемого асинхронного электропривода

ности. Поэтому рассмотрим другой подход к анализу электромагнитных процессов при нулевых начальных условиях.

В квазиустановившемся режиме работы электропривода и при постоянной структуре инвертора уравнения Горева-Парка приводятся к следующим уравнениям в относительных единицах, описывающим квазиустановившийся режим электропривода при  $\omega_k = 0$  (неподвижная система координат  $\alpha$ - $\beta$  статора АД с короткозамкнутым ротором)

$$\begin{cases} \bar{U}_s = R_s \bar{i}_s + p \bar{\Psi}_s; \\ 0 = R_r \bar{i}_r + (p - j\alpha) \bar{\Psi}_r; \\ \bar{\Psi}_s = X_s \bar{i}_s + X_m \bar{i}_r, \quad \bar{\Psi}_r = X_m \bar{i}_s + X_r \bar{i}_r; \\ \bar{M} = \bar{\Psi}_s \bar{i}_s, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{U}_s, \bar{i}_s, \bar{i}_r, \bar{\Psi}_s, \bar{\Psi}_r$  — результирующие векторы напряжений, токов и потокосцеплений статора и ротора;  $\bar{M}$  — вектор момента двигателя;  $X_s, X_r, X_m$  — соответствующие значения сопротивлений индуктивности статора и ротора, а также взаимной индуктивности;  $p$  — оператор дифференцирования  $d/dt$ .

Для полного описания АД необходимо добавить уравнения равновесия моментов на выходном валу

$$\bar{M} - \bar{M}_H = J \frac{d\bar{\omega}}{dt}, \quad (2)$$

где  $\bar{M}_H, J$  — соответственно момент нагрузки и момент инерции.

Разлагая результирующие векторы  $\bar{U}_s, \bar{i}_s, \bar{i}_r, \bar{\Psi}_s, \bar{\Psi}_r$  по вещественной ( $\alpha$ ) и мнимой ( $\beta$ ) неподвижным осям комплексной плоскости, уравнения (1) представим в форме пространства состояний, где в качестве переменных состояния могут быть выбраны проекции потокосцеплений либо токов на вещественную и мнимую оси. В последнем случае система уравнений (1) преобразуется к виду [4]:

$$p\mathbf{i} = \mathbf{A}\mathbf{i} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{A}$  — квадратичная матрица состояний размерностью  $[4 \times 4]$ ;  $\mathbf{B}$  — матрица управления размерностью  $[4 \times 2]$ ;  $\mathbf{i}$  — вектор переменных состояния размерностью  $[4 \times 1]$ ;  $\mathbf{u}$  — вектор управляющих воздействий размерностью  $[2 \times 1]$ .

Элементы матриц определены следующими соотношениями:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sigma} \begin{bmatrix} -R_s/X_s & vK & K_s R_r/X_r & vK_s \\ -vK & -R_s/X_s & -vK_s & K_s R_r/X_r \\ K_r R_s/X_s & -vK_r & -R_r/X_r & -v \\ vK_r & K_r R_s/X_s & v & -R_r/X_r \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{\sigma X_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -K_r & 0 \\ 0 & -K_r \end{bmatrix}; \quad \mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{\alpha s} \\ u_{\beta s} \end{bmatrix},$$

где  $\sigma = 1 - L_m^2/(L_s L_r)$  — результирующий коэффициент рассеяния;  $K = L_m^2/(L_s L_r)$  — результирующий коэффициент связи;  $K_s = L_m/L_s$ ;  $K_r = L_m/L_r$  — коэффициенты связи статора и ротора;  $v$  — относительная частота вращения ротора.

Решение уравнения состояния (3) имеет вид:

$$\mathbf{i}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{i}(0) + (e^{\mathbf{A}t} - 1) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}.$$

С другой стороны, отдельное решение уравнения (2) в относительных единицах имеет вид:

$$v(t) = v(0) + (M - M_H)t/H,$$

где  $H$  — относительный момент инерции.

Если рассматривать электромагнитные процессы на периоде несущей частоты ШИР  $T_0$ , где  $T_0 \ll T_s$  и  $v = \text{const}$ , то их анализ можно провести на основе рекуррентного решения уравнений с переменными параметрами:

$$\begin{cases} \mathbf{i}(m+1) = e^{\mathbf{A}(v(m))T_0} \mathbf{i}(m) + [e^{\mathbf{A}(v(m))T_0} - 1] \mathbf{A}^{-1} (v(m)) \mathbf{B} \mathbf{u}(k); \\ v(m+1) = v(m) + T_0 [M(\mathbf{i}(m)) - M_H]/H; \\ \mathbf{u}(k+1) = \mathbf{T} \mathbf{u}(k), \end{cases} \quad (4)$$

где  $t = mT_0$ ,  $T_s = X_s/R_s$  — электромагнитная постоянная времени статора;  $\mathbf{T}$  — матрица симметрии,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,86 \\ 0,86 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

При этом начальные условия следующие:

$$\mathbf{i}(0) = 0; \quad v(0) = 0; \quad \mathbf{u}(0) = [\gamma U_d, 0]. \quad (5)$$

На каждом шаге  $m$  рекуррентной процедуры переменные элементы матрицы  $\mathbf{A}$  и момент  $M$  постоянны и изменяются при переходе к следующему шагу  $m+1$ . Здесь же вычисляется значение модуля тока статора

$$|\bar{i}_s| = \sqrt{i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2}, \quad (6)$$

и в случае его совпадения с уставкой  $I_m$  рекуррентная процедура по  $k$  переходит на следующий шаг  $k+1$ .

Представленная процедура расчета позволяет смоделировать электромагнитные процессы по гладкой составляющей в реальном электроприводе. При этом используется следующий алгоритм расчета. Исходными данными являются параметры АД-4А100S4У5 и начальные условия

(5). Далее вводятся значения управляющих воздействий  $\gamma$  и  $I_m$ , а также момента нагрузки  $M_n$ . На основе этих данных проводятся рекуррентные циклы расчета уравнений (4), (6) и выводятся графики электромагнитных и электромеханических процессов. Выход из цикла осуществляется при установившемся значении периода  $T_n$  основной частоты коммутации АИН ( $\omega_n = 6\omega_1$ ).

С помощью разработанной программы были определены электромагнитные процессы в переходном и установившемся режимах работы электропривода при различных управляющих и возмущающих воздействиях. Результаты расчетов представлены на рис.2, 3, на которых изображены: *a* — модуль вектора тока статора  $\bar{i}_s$  и его проекции на оси координат, совмещенные с вектором напряжения, где  $\bar{i}_{sx}$  активная составля-

ющая, а  $\bar{i}_{sy}$  — реактивная составляющая (проекция  $\bar{i}_{sx}$  является током в цепи питания АИН); *b* — годографы векторов тока  $\bar{i}_s$  и потокосцепления ротора  $\bar{\Psi}_r$ ; *в* — частота вращения ротора  $\omega$  и электромагнитный момент  $M$ .

Результаты расчета установившегося режима при  $\gamma = 0,04$ ,  $M_n = 1$  Н·м,  $I_m = 4$  А (это нижний диапазон регулирования частоты вращения) показывают, что пульсации по частоте составляют 20% при 100 % пульсации момента. Однако потокосцепление ротора остается практически постоянным. При увеличении напряжения на выходе ШИР и модуля тока в 2,5 раза ( $\gamma = 0,1$ ;  $I_m = 10$  А, рис.2) средние значения частоты вращения и момента остаются почти неизменными ( $\omega_{cp} = 6,0$  с<sup>-1</sup>;  $M_{cp} = 1$  Н·м), но при этом увеличивается модуль потокосцепления ротора  $\Psi_r$ .

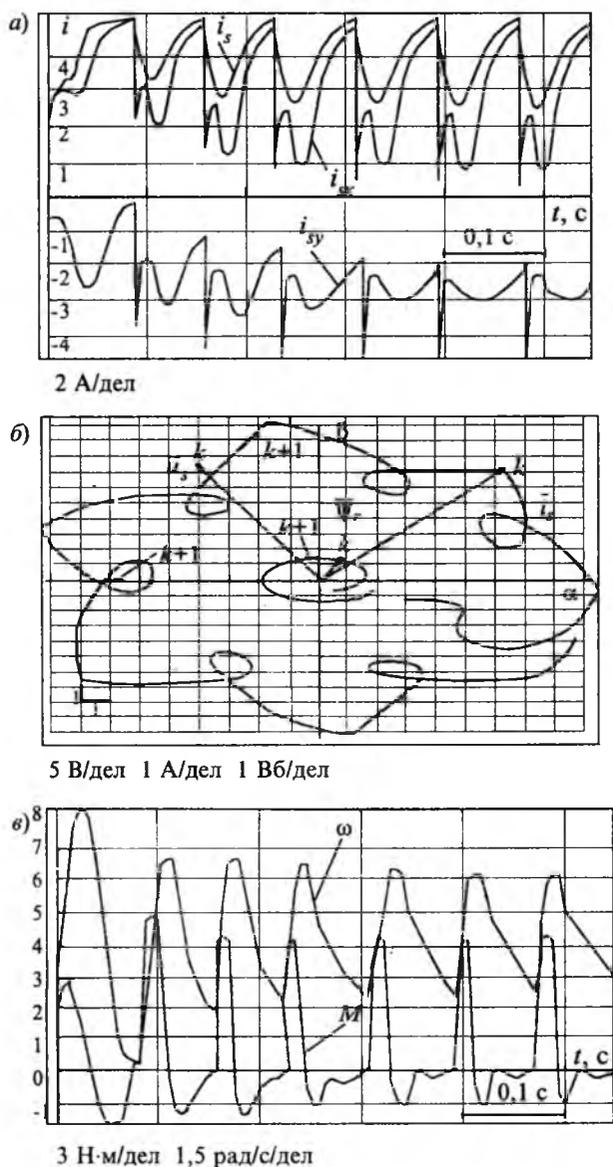


Рис.2. Результаты вычислений по формулам (4) при  $\gamma = 0,1$ ,  $M_n = 1$  Н·м,  $I_m = 10$  А

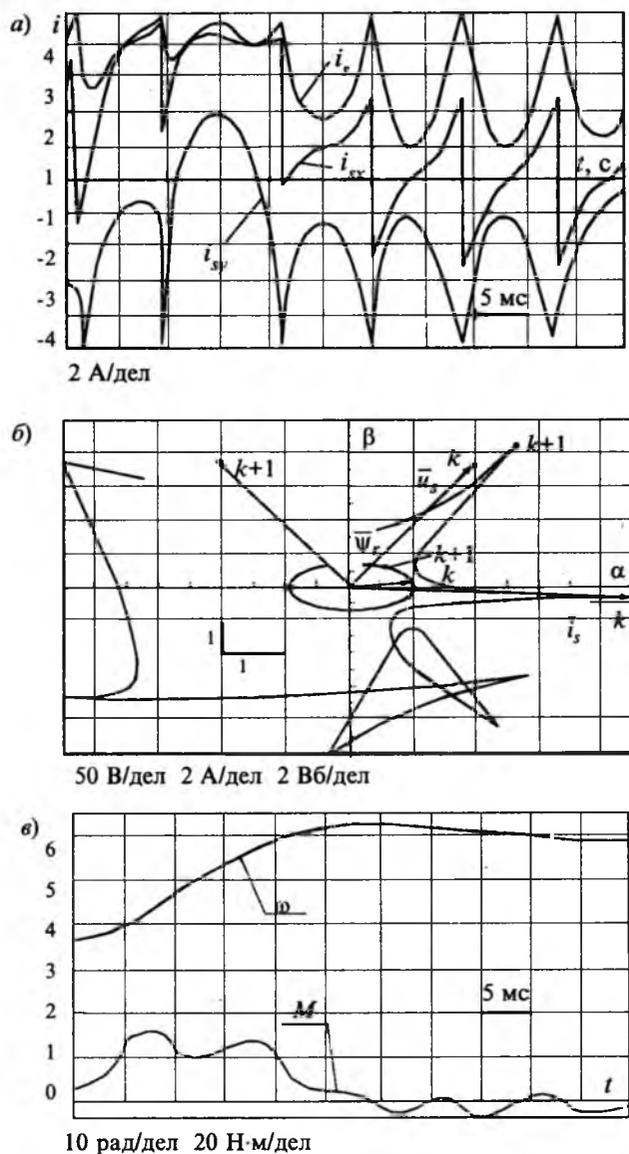


Рис.3. Результаты вычислений по формулам (4) при  $\gamma = 0,45$ ,  $M_n = 1$  Н·м,  $I_m = 10$  А

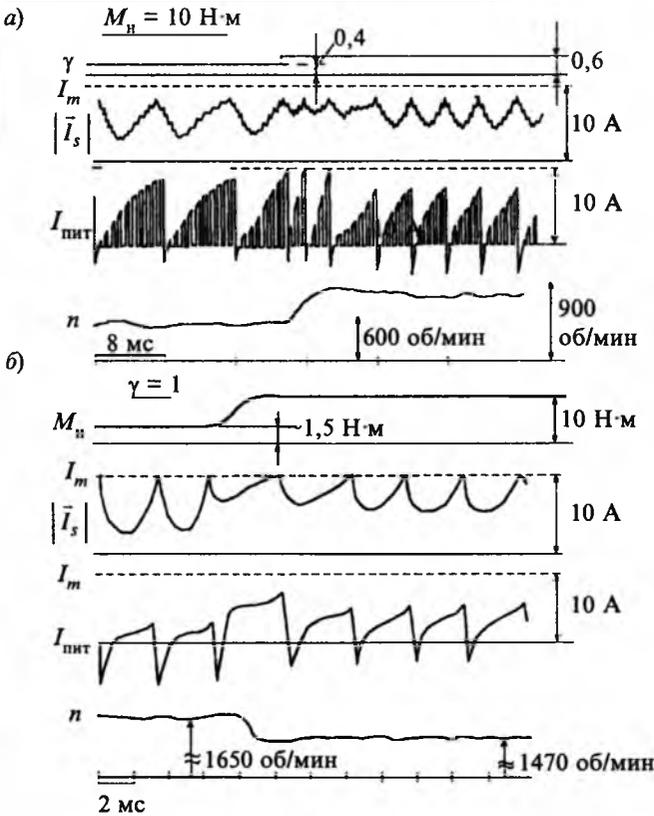


Рис.4. Осциллограммы электромагнитных процессов в электроприводе

Если увеличить только напряжение ( $\gamma = 0,45, I_m = 10 \text{ A}, M_n = 1 \text{ Н·м}$ , рис.3), то значение модуля  $\Psi$ , остается тем же, что и в предыдущем случае ( $\gamma = 0,1$ ), а среднее значение частоты вращения возрастает ( $\omega_{cp} = 5,8 \text{ с}^{-1}$ ). Здесь следует обратить внимание на эпюры проекции тока  $I_{sx}$ , которые указывают на возвратно-поступательный характер потребления энергии в цепи питания АИН. Данный режим работы АД близок к режиму ХХ, которому свойственно такое потребление тока. При набросе номинального момента нагрузки ( $M_n = 10 \text{ Н·м}, \gamma = 0,45, I_m = 10 \text{ A}$ ), средняя частота вращения ротора и основная частота коммутации АИН уменьшаются одновременно на 10%, а потокосцепление  $\Psi$ , не изменяется.

Из этого можно сделать вывод, что при данном способе управления ЭП абсолютное скольжение и потокосцепление  $\Psi$ , поддерживаются постоянными и определяются заданием модуля тока статора  $I_m$ .

Представленные эпюры токов в различных режимах работы ЭП позволяют более точно определить характер электромагнитных нагрузок на силовые полупроводниковые элементы ПЧ и сделать правильный их выбор.

Следует заметить, что задача анализа электромагнитных процессов в ЭП при реализации способа управления по модулю тока статора

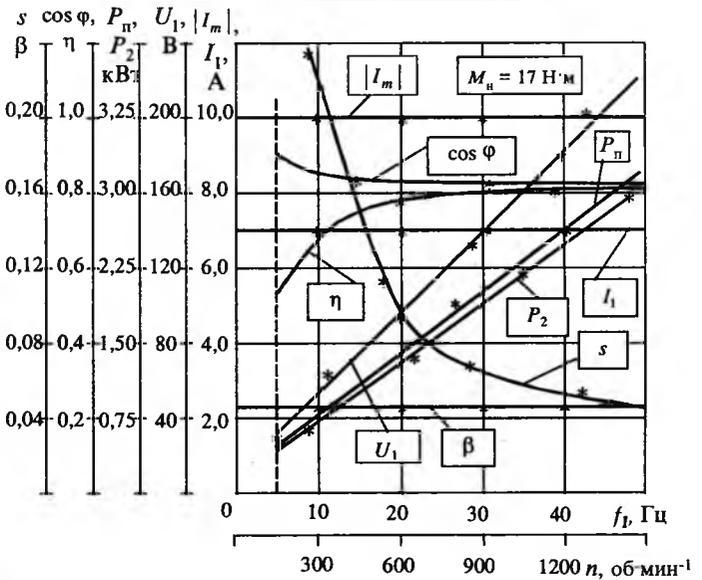


Рис.5. Экспериментальные регулировочные характеристики электропривода при постоянной нагрузке  $M_n = \text{const}$

двигателя поставлена и решена впервые. Результаты этого анализа проверены экспериментально с использованием макетного образца электропривода.

Экспериментальные данные подтверждают правильность выводов о свойствах статистических характеристик двигателя в системе с управлением по модулю тока статора двигателя.

На рис.4 приведены осциллограммы электромагнитных процессов, полученные при экспериментальном исследовании электропривода перемоточной машины ПМ-1500 с АД4AI00S4Y5 ( $P_n = 3,0 \text{ кВт}$ ). При этом на рис.4,а приведены переходные процессы по скорости  $n$ , модулю тока статора  $|I_s|$  и току в источнике питания  $I_{пит}$ , обусловленные ступенчатым изменением управляющего воздействия  $\gamma$  при постоянном моменте нагрузки  $M_n = 10,0 \text{ Н·м}$ . На рис.4,б показаны переходные процессы по тем же переменным, вызванные изменением момента нагрузки  $M_n$  при постоянном управляющем воздействии  $\gamma = 1$ . Данные результаты показывают устойчивую реакцию системы на ступенчатые управляющее и возмущающее воздействия.

На рис.5 показаны экспериментальные регулировочные характеристики электропривода при постоянном моменте нагрузки  $M_n = 17,0 \text{ Н·м}$  с ограничением модуля тока статора двигателя равным  $|I_m| = 10 \text{ A}$ . Абсолютное скольжение  $\beta$  поддерживается постоянным на уровне  $\beta_c = s_n = 0,043$  (т.е. обеспечивая работу двигателя с максимальным КПД при номинальном моменте). Из кривых видно, что напряжение двигателя не обращается в нуль при нулевой частоте

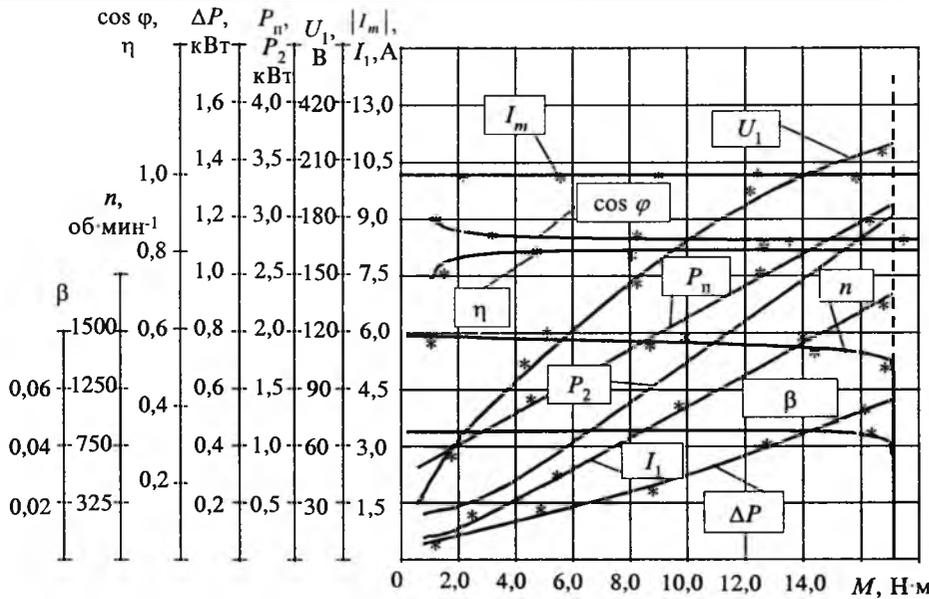


Рис.6. Экспериментальные рабочие характеристики электропривода при модуле тока статора  $|I_m| = 10 \text{ A}$

те ( $\alpha = 0$ ), его избыток необходим для возбуждения потока двигателя.

Ток статора  $I_1$  с возрастанием частоты  $f_1$  увеличивается в некоторой степени в основном за счет роста потерь в стали двигателя. Так как с увеличением частоты  $f_1$  увеличивается скорость АД, в том же направлении изменяются и мощность на валу двигателя  $P_2$ , а также потребляемая мощность  $P_n$ , а скольжение  $s$  убывает по гиперболическому закону. Коэффициент мощности  $\cos \phi$  с уменьшением частоты  $f_1$  незначительно увеличивается, так как напряжение двигателя изменяется практически пропорционально

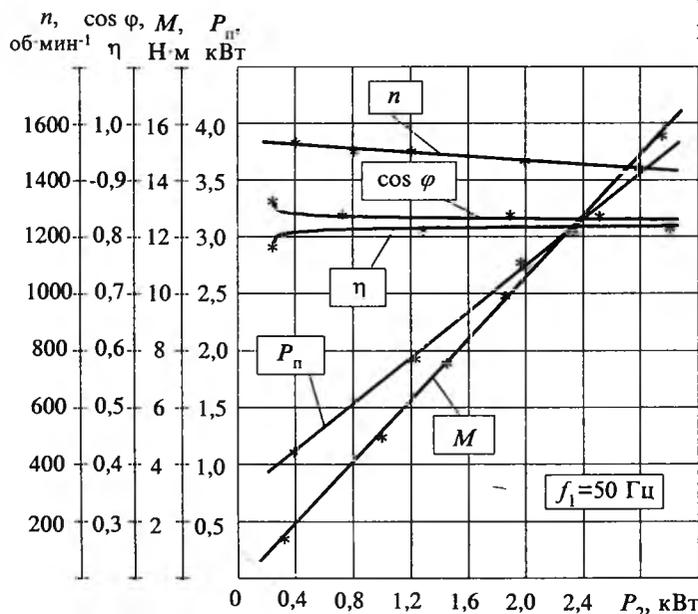


Рис.7. Экспериментальные нагрузочные характеристики электропривода при частоте  $f_1 = 50 \text{ Гц}$  ( $\alpha = 1,0$ )

частоте  $f_1$ , а потребляемая мощность  $P_n$  не столь резко. КПД  $\eta$  с ростом частоты  $f_1$  увеличивается, так как полезная мощность двигателя  $P_2$  при  $M_n = \text{const}$  в отличие от потребляемой мощности  $P_n$  изменяется практически пропорционально изменению частоты  $f_1$ .

На рис.6 представлены рабочие характеристики электропривода в зависимости от нагрузки при ограничении модуля тока статора двигателя на уровне  $|I_m| = 10 \text{ A}$ . С ростом нагрузки ток статора  $I_1$  двигателя растет практически

по линейному закону вследствие роста его составляющих. Из-за роста тока двигателя наблюдается увеличение потребляемой из сети мощности  $P_n$  и суммарных потерь  $\Delta P$ . В связи с увеличением активной составляющей тока и активной мощности двигателя в зоне малых нагрузок растет и коэффициент мощности  $\cos \phi$ . В дальнейшем с ростом нагрузки  $\cos \phi$  остается неизменным. При малых нагрузках полезная мощность  $P_2$  также изменяется практически линейно в отличие от потребляемой мощности  $P_n$ , которая растет менее интенсивно. КПД при определенной нагрузке достигает максимума ( $\eta = \eta_n$ ), а при дальнейшем увеличении нагрузки остается неизменным.

На рис.7 представлены экспериментально снятые нагрузочные характеристики системы  $f_1 = 50 \text{ Гц}$  ( $\alpha = 1,0$ ). Как видно, с увеличением частоты мощность, потребляемая двигателем, увеличивается. Скорость двигателя изменяется по достаточной жесткой характеристике ( $\delta < 0,1$ ). Данные характеристики также подтверждают, что КПД в режиме ограничения модуля тока статора ( $\Psi_s = \text{const}$ ,  $\beta = \text{const}$ ) зависит только от частоты статора  $f_1$  и не зависит от нагрузки.

Хорошая сходимость расчетных характеристик с данными экспериментальных исследований полностью подтверждают правильность результатов, полученных на основе теоретического анализа и предложенной методики расчета. Это позволяет считать созданную математическую модель электропривода с управ-

лением по модулю тока статора двигателя пригодной для инженерных расчетов и анализа электромагнитных процессов в данной системе.

### Выводы

1. Приведены функциональная схема и принцип действия электропривода с реализацией способа управления по модулю тока статора двигателя. Регулирование частоты вращения вала АД осуществляется посредством задания сигнала  $\gamma$ , который по существу определяет средний модуль выходного напряжения инвертора, частота коммутации инвертора устанавливается автоматически в зависимости от нагрузки на валу двигателя и сигнала модуля тока статора  $I_m$ .

2. Проведенный анализ расчетных электромагнитных процессов и экспериментальные исследования показали, что асинхронный электропривод, в котором реализован способ управления по модулю тока статора двигателя в транзисторно-тиристорной структуре преобразователя частоты, позволяет обеспечить режим постоянства потокосцепления ротора, при котором энергетические и эксплуатационные показатели частотно-регулируемого электропривода будут улучшенными. Анализ показывает, что при управлении асинхронным электроприводом в установленном диапазоне изменение частоты (10:1) КПД и  $\cos \phi$  двигателя зависят только от частоты и не зависят от нагрузки.

### Список литературы

1. Арипов Н.М., Глазенко Т.А., Герман-Галкин С.Г. Некоторые вопросы исследования и разработок силовых полупроводниковых преобразователей электроприводов для автоматизации технологических процессов в шелковой промышленности//Проблемы преобразовательной техники: Тез. докл. V науч.техн.конф. 16.20.09. 1991. Киев. 1991. С. 12—14.
2. Ковач К.П., Рац Н. Переходные процессы в машинах переменного тока. М.: Госэнергоиздат. 1963.
3. Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. М.: Энергоиздат, 1982.
4. Герман-Галкин С.Г., Лебедев В.Д., Марков Б.А., Чичерин Н.И. Цифровые электроприводы с транзисторными преобразователями. Л.: Энергоатомиздат, 1986.

**Хашимов Арипджан Адылович** — доктор технических наук, профессор, проректор, заведующий кафедрой "Электропривод и автоматизация промышленных установок" Ташкентского государственного технического университета. Окончил энергетический факультет Ташкентского политехнического института в 1962 г. Защитил докторскую диссертацию по теме «Теория и методы расчета асимметричных режимов частотно-управляемых асинхронных электроприводов» в 1990 г.

**Арипов Назиржан Мукарамович** — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой "Электропривод" Ферганского политехнического института (ФерПИ). Окончил инженерно-физический факультет Ташкентского политехнического института в 1971 г. Защитил кандидатскую диссертацию по теме "Исследования частотно-управляемого асинхронного электропривода с широтно-импульсным регулированием напряжения" в 1976 г.

## Оптимизация работы автономного инвертора тока в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе

АРАКЕЛЯН А.К., СОЛОДОВ К.В., ШАВАРИН Н.И.

*Рассмотрена проблема работы асинхронного электропривода на базе автономного инвертора тока. Представлены аналитические выражения для расчёта коммутационных углов, обеспечивающих исключение гармоник тока. Даны рекомендации по их практическому применению.*

Преобразователи частоты (ПЧ), составной частью которых является автономный инвертор тока (АИТ), широко используются в электроприводе для регулирования частоты вращения асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором (АД). Основное достоинство ПЧ данного типа, по сравнению с ПЧ с автономным инвертором напряжения (АИН), заключается в возможности реализации рекуперативного торможения двигателя без использования дополнительного силового оборудования. Это свойство имеет особое значение при использовании ПЧ

в установках, обеспечивающих частые пуски и торможения двигателей относительно большой мощности.

Однако при использовании силовой схемы на вентилях тиристорного типа с отделёнными от нагрузки конденсаторами и 120-градусного принципа управления ПЧ обладает рядом существенных недостатков [1]. Вследствие того, что нагрузка носит активно-индуктивный характер, на выходе АИТ необходимо устанавливать устройство ограничения коммутационных перенапряжений. Потери и шумы в двигателе при пита-



сов, поскольку конденсаторы и индуктивности двигателя образуют замкнутый колебательный LC-контур. Для исключения резонансных процессов, ослабления пульсаций скорости, а также снижения потерь и уровня шумов в двигателе предлагается использовать широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) и метод выборочного исключения гармоник, которые реализуются в БУИ [2, 3, 6, 7].

Метод формирования последовательности импульсов с помощью трапецеидальной ШИМ показан на рис.2. Существует два способа изменения данной последовательности: изменение модуляционного индекса  $M$ , который представляет собой отношение амплитуды модуляционного сигнала трапецеидальной формы  $A_m$  к амплитуде сигнала несущей частоты треугольной формы  $A_c$ , и изменение числа импульсов  $N$  на половине периода. Регулируя модуляционный индекс и число импульсов можно регулировать амплитуду гармонических составляющих в сигнале выходного тока инвертора. К токовым ШИМ сигналам предъявляются следующие требования [2]: отсутствие модуляции в центральной 60-градусной зоне; симметрия при разделении сигнала пополам и на четыре части; последовательность импульсов на интервале 150—180° имеет обратное зеркальное отображение последовательности импульсов на интервале 0—30°; число импульсов всегда нечётное.

Указанные требования гарантируют, что в любой момент времени будут включены только два запираемых ключа. Кроме того, сигнал тока не содержит гармоник, кратных трём, и чётных гармоник.

Для подавления специфических гармонических составляющих тока используется метод выборочного исключения гармоник. Для формы сигнала с

$N$  импульсами число неизвестных коммутационных углов  $n_\alpha$ , которые полностью определяют форму сигнала, высчитывается по соотношению:

$$n_\alpha = (N - 1)/2.$$

Для исключения резонансных процессов предлагается использовать режим выборочного исключения гармоник [2, 7]. Длительность импульсов выбирается из условия исключения конкретной гармоники. Для реализации режима выборочного исключения гармоник необходимо разложить последовательность токовых импульсов в ряд Фурье и произвести расчёт соответствующих коммутационных углов.

Рассмотрим случаи при  $N = 3, 5, 7$ . Если предположить, что ток в звене постоянного тока идеально сглажен, то ток фазы  $A$  на выходе АИТ представляет собой прямоугольные импульсы с амплитудой  $I_d$ . В силу симметрии кривых токов ряд Фурье

$$i_{IA}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t]$$

при выбранной точке начала координат состоит только из нечётных косинусных составляющих. Коэффициенты ряда, определяемые по формулам Эйлера, для режима работы с количеством импульсов на половине периода  $N=3$  (рис.3,а) принимают следующий вид:

$$a_n = \frac{4I_d}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi+\alpha_1}{6}} \cos n\alpha \cdot d\alpha + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi-\alpha_1}{2}} \cos n\alpha \cdot d\alpha \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{\pi} \left[ \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_0^{\frac{\pi+\alpha_1}{6}} + \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi-\alpha_1}{2}} \right] =$$

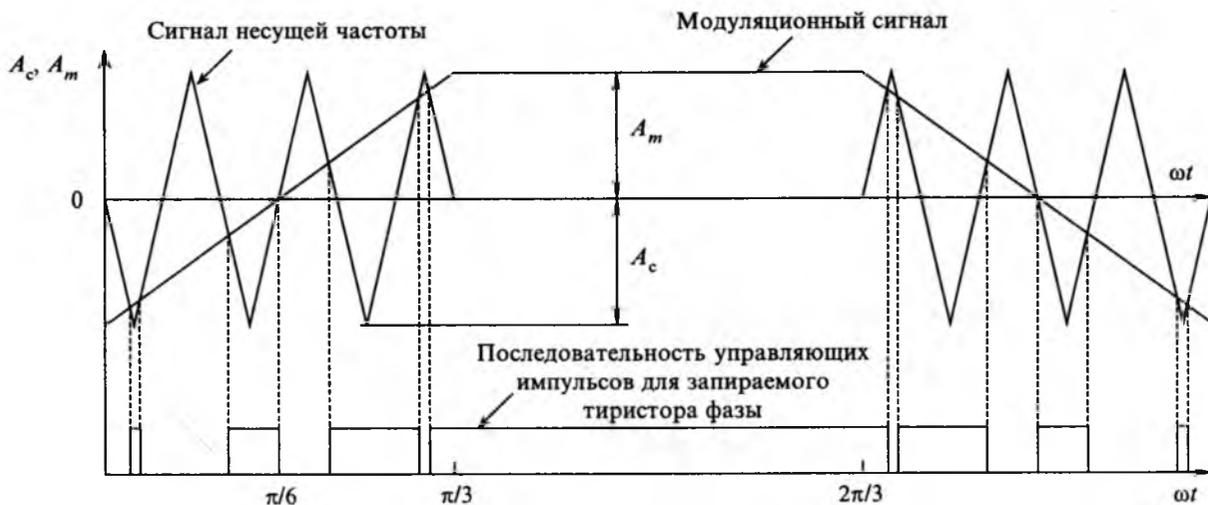


Рис.2. Метод формирования ШИМ последовательности импульсов

$$= \frac{4I_d}{n\pi} \left[ \sin n \left( \frac{\pi}{6} + \alpha_1 \right) + \sin n \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right) - \sin n \frac{\pi}{3} \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{3} \left[ 2 \cos n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) - 1 \right].$$

При таком управлении в кривой тока будут отсутствовать гармоники кратные трём, так как в этом случае  $\sin \frac{n\pi}{3} = 0$ , а ряд будет состоять

из гармоник с номерами  $n = 6q \pm 1$ , где  $q = 0, 1, 2, 3 \dots$ . Выберем значение  $\alpha_1$  таким образом, чтобы 5-я гармоника тока была равна нулю. Это возможно при выполнении следующего условия:

$$2 \cos 5 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) - 1 = 0.$$

Решением данного уравнения является угол  $\alpha_1 = 18^\circ$ .

При увеличении числа исключаемых гармоник возрастает число уравнений, которые необходимо решить для нахождения коммутационных углов. Диаграмма тока фазы для режима работы с количеством импульсов  $N=5$  приводит-

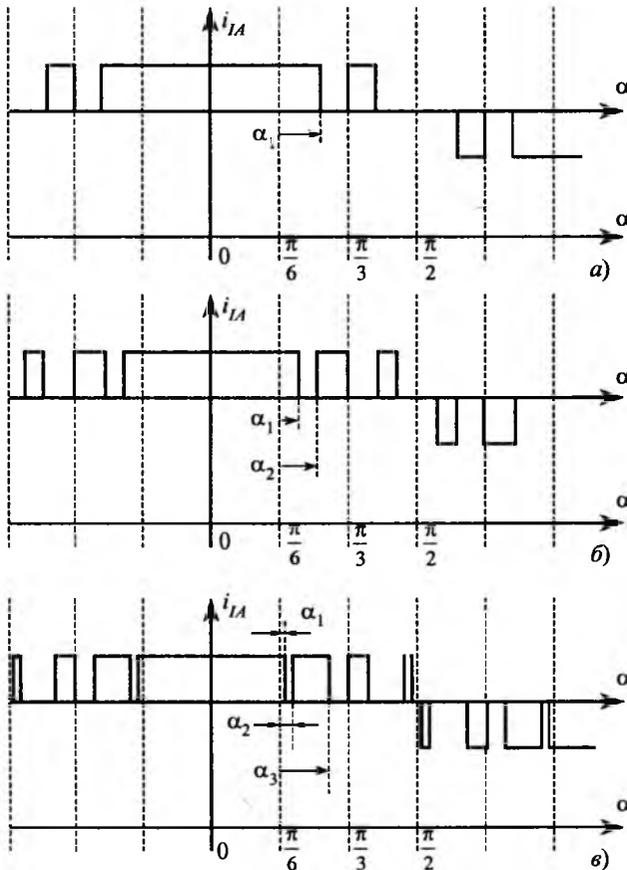


Рис.3. Ток на выходе инвертора при: а —  $N=3$ ; б —  $N=5$ ; в —  $N=7$

ся на рис.3,б и коэффициенты ряда в этом случае имеют следующий вид:

$$a_n = \frac{4I_d}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6} + \alpha_1} \cos n\alpha \cdot d\alpha + \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha_2}^{\frac{\pi}{3}} \cos n\alpha \cdot d\alpha + \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha_2}^{\frac{\pi}{2} - \alpha_1} \cos n\alpha \cdot d\alpha \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{\pi} \left[ \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_0^{\frac{\pi}{6} + \alpha_1} + \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_{\frac{\pi}{6} + \alpha_2}^{\frac{\pi}{3}} + \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_{\frac{\pi}{2} - \alpha_2}^{\frac{\pi}{2} - \alpha_1} \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{n\pi} \left[ \sin n \left( \frac{\pi}{6} + \alpha_1 \right) + \sin n \frac{\pi}{3} - \sin n \left( \frac{\pi}{3} - \alpha_2 \right) + \right.$$

$$\left. + \sin n \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right) - \sin n \left( \frac{\pi}{3} + \alpha_2 \right) \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{3} \left[ 1 + 2 \cos n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) - 2 \cos n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) \right].$$

Выберем значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  таким образом, чтобы 5- и 7-я гармоники тока были равны нулю. Это имеет место при выполнении условий:

$$1 + 2 \cos 5 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) - 2 \cos 5 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) = 0;$$

$$1 + 2 \cos 7 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) - 2 \cos 7 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) = 0.$$

Для решения систем с количеством уравнений не менее 2 использовалась программа Mathcad 7. В результате получили:  $\alpha_1 = 7,93^\circ$  и  $\alpha_2 = 13,75^\circ$ .

Для режима работы  $N=7$  диаграмма фазного тока приводится на рис.3,в. В этом случае коэффициенты ряда определяются выражением:

$$a_n = \frac{4I_d}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6} + \alpha_1} \cos n\alpha \cdot d\alpha + \int_{\frac{\pi}{6} + \alpha_2}^{\frac{\pi}{6} + \alpha_3} \cos n\alpha \cdot d\alpha + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha_3}^{\frac{\pi}{2} - \alpha_1} \cos n\alpha \cdot d\alpha + \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha_2}^{\frac{\pi}{2} - \alpha_1} \cos n\alpha \cdot d\alpha \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{\pi} \left[ \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_0^{\frac{\pi}{6} + \alpha_1} + \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_{\frac{\pi}{6} + \alpha_2}^{\frac{\pi}{6} + \alpha_3} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_{\frac{\pi}{2} - \alpha_3}^{\frac{\pi}{2} - \alpha_1} + \frac{\sin n\alpha}{n} \Big|_{\frac{\pi}{2} - \alpha_2}^{\frac{\pi}{2} - \alpha_1} \right] =$$

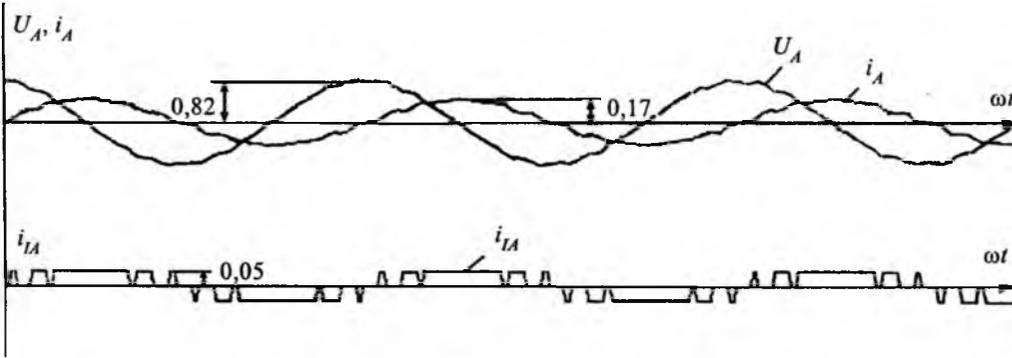


Рис.4. Моделирование режима выборочного исключения гармоник при  $N=5$  (переменные в относительных единицах):

$U_A$  — фазное напряжение на статоре АД;  $i_A$  — фазный ток на статоре АД;  $i_{1A}$  — ток на выходе автономного инвертора тока

$$= \frac{4I_d}{\pi} \left[ \sin n \left( \frac{\pi}{6} + \alpha_1 \right) + \sin n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_3 \right) - \sin n \left( \frac{\pi}{6} + \alpha_2 \right) + \sin n \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_3 \right) - \sin n \frac{\pi}{3} + \sin n \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right) - \sin n \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) \right] =$$

$$= \frac{4I_d}{\pi} \sin \frac{n\pi}{3} \left[ 2 \cos n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) + 2 \cos n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_3 \right) - \frac{1}{2} + 2 \cos n \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) \right].$$

Выберем значения  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  таким образом, чтобы 5-, 7- и 11-я гармоники тока были равны нулю. Это имеет место при выполнении следующих условий:

$$2 \cos 5 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) + 2 \cos 5 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_3 \right) - 1 - 2 \cos 5 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) = 0;$$

$$2 \cos 7 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) + 2 \cos 7 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_3 \right) - 1 - 2 \cos 7 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) = 0;$$

$$2 \cos 11 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_1 \right) + 2 \cos 11 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_3 \right) - 1 - 2 \cos 11 \left( \frac{\pi}{6} - \alpha_2 \right) = 0.$$

Совместным решением этих уравнений получаем:  $\alpha_1 = 2,24^\circ$ ,  $\alpha_2 = 5,6^\circ$  и  $\alpha_3 = 21,26^\circ$ .

Таблица

Номер исключаемой гармоники	Угол коммутации, град			Номер исключаемой гармоники	Угол коммутации, град		
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
5	18			17, 23	23,39	25,10	
7	21,43			5, 7, 11	2,24	5,60	21,26
11	24,55			5, 7, 13	4,21	8,04	22,45
13	25,38			5, 7, 17	6,91	11,96	25,57
17	26,47			5, 7, 19	7,72	13,36	27,92
19	26,84			5, 11, 13	7,81	11,03	22,13
5, 7	7,93	13,75		5, 11, 17	10,16	14,02	23,34
5, 11	12,96	19,14		5, 11, 19	11,05	15,37	24,15
5, 13	14,48	21,12		5, 13, 17	11,24	14,92	22,98
5, 17	16,43	24,26		5, 13, 19	12,07	16,10	23,52
5, 19	17,04	25,56		5, 17, 19	13,59	17,44	22,94
7, 11	15,23	19,37		7, 11, 13	9,51	11,64	23,27
7, 13	16,58	20,79		7, 11, 17	11,70	14,12	24,17
7, 17	18,49	23,08		7, 11, 19	12,57	15,22	24,69
7, 19	19,17	24,02		7, 13, 17	12,69	14,97	24,16
11, 13	19,00	21,74		7, 13, 19	13,49	15,94	24,53
11, 17	20,51	23,14		7, 17, 19	14,97	17,30	24,50
11, 19	21,10	23,75		11, 13, 17	14,55	15,97	25,06
13, 17	21,19	23,45		11, 13, 19	15,24	16,71	25,32
13, 19	21,71	23,94		13, 17, 19	17,08	18,23	25,84
17, 19	22,67	24,48		13, 17, 23	18,03	19,22	26,16

Расчитанные аналогично коммутационные углы для исключения различных комбинаций гармонических составляющих приводятся в таблице.

Для исследования электромагнитных процессов разработана математическая модель системы: преобразователь частоты — асинхронный двигатель. При составлении модели, динамические уравнения АД были представлены в неподвижной системе координат [4, 8], причём уравнения статора АД выражены в трёхфазной системе координат, а уравнения ротора — в двухфазной [9]. Моделировалась система частотно-токового управления с формированием частоты скольжения с использованием режи-

мов ШИМ и выборочного исключения гармоник. Программа моделирования написана на языке PASCAL. На рис.4 приведены графики, полученные в результате моделирования режима выборочного исключения гармоник для двигателя 4АН280М4У3 мощностью 160 кВт при числе импульсов  $N=5$  на частоте 35 Гц.

### Выводы

1. Рассмотрена усовершенствованная структура частотно-регулируемого асинхронного электропривода, использующая частотно-токовый принцип управления с формированием частоты скольжения. Использование на выходе АИТ конденсаторов позволяет исключить переключения, которые возникают в фазах АД в результате отключения запираемых тиристоров, и произвести фильтрацию высших гармонических составляющих тока, обеспечивая синусоидальность тока и напряжения в фазах статора АД.

2. При регулировании выходной частоты АИТ предлагается использовать два режима работы, которые позволяют оптимизировать работу электропривода. В диапазоне верхних частот, для исключения резонансных процессов, предлагается использовать режим выборочного исключения гармоник. Помимо явления резонанса критериями выборочного исключения гармоник могут являться: ограничение греющих потерь или шумов в АД; ограничение гармоник электромагнитного момента и т.д. Число импульсов в токовой последовательности выбирается из условия поддержания постоянной коммутационной частоты, чтобы обеспечить низкие коммутационные потери. Поскольку при снижении выходной частоты число уравнений, которые необходимо решить для нахождения коммутационных углов возрастает, то в диапазоне низких частот предлагается использовать режим ШИМ. В этом случае регулирование частоты коммутаций обеспечивается изменением модуляционного индекса. Возможно регулирование модуляционного индекса в функции какого-либо критерия, например минимизации пульсаций скорости или ошибки позиционирования. Выбор приоритетного критерия в обоих диапазонах зависит от требований, предъявляемых к конкретному электроприводу.

### Список литературы

1. Бернштейн А.Я., Гусяцкий Ю.М., Кудрявцев А.В., Сарбатов Р.С. Тиристорные преобразователи частоты в электроприводе. М.: Энергия, 1980.
2. Wu B., Dewan Shashi B., Slemon Gordon R. PWM-CSI inverter for induction motor drives//IEEE Transactions on industry applications. 1992. Vol. 28, No.1 P. 64—71.
3. Hombu M., Ueda S., Ueda A., Matsuda Y. A new current source GTO inverter with sinusoidal output voltage and current//IEEE Transactions on industry applications. 1985. Vol. IA-21, No. 5. P. 1192—1198.
4. Liu C., Hwu C., Feng Y. Modeling and Implementation of a Microprocessor-Based CSI-Fed Induction Motor Drive Using Field-Oriented Control//IEEE Transactions on industry applications. 1989. Vol. 25, No.4. P. 588—597.
5. Гусяцкий Ю.М., Жуков С.В. Алгоритмы и структуры микропроцессорных систем управления асинхронным электроприводом//Электричество. 1990. №12. С.25—33.
6. Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. М.: Энергоатомиздат, 1982.
7. Namuduri C., Sen P.C. Optimal pulse width modulation for current source inverters//IEEE Transactions on industry applications. 1986. Vol. IA-22, No.6. P.1052—1072.
8. Копылов И.П., Фильц Р.В., Яворский Я.Я. Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат// Изв. вузов. Электромеханика. 1986. №3. С. 22—33.
9. Ишханов П.Э., Чуриков А.М. Исследование электромагнитных процессов в асинхронном электродвигателе с преобразователем частоты//Приводная техника. 1998. №3. С.12—16.

**Аракелян Александр Карапетович** — профессор кафедры систем автоматического управления электроприводами (САУЭП) Чувашского государственного университета им. И.Н.Ульянова (ЧГУ). Окончил энергетический факультет Азербайджанского индустриального института им. М.Азизбекова в 1953 г. Защитил докторскую диссертацию по теме "Развитие теории электромеханических систем с синхронным двигателем, питаемым от преобразователя с независимым инвертором тока" в 1999 г.

**Солодов Константин Владимирович** — аспирант Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова (ЧГУ), магистр техники и технологии. Окончил электротехнический факультет ЧГУ в 1999 г.

**Шаварин Николай Иванович** — доцент кафедры систем автоматического управления электроприводами (САУЭП) Чувашского государственного университета им. И.Н.Ульянова (ЧГУ). Окончил электротехнический факультет ЧГУ в 1977 г. Защитил докторскую диссертацию по теме "Разработка тиристорных электроприводов с процессорным управлением и низкой чувствительностью к изменению параметров" в 1987 г.

## Каскадный синхронно-асинхронный генератор

ШАПИРО С.В., КУЛИНИЧ В.А.

*Описаны принцип действия, устройство и основные расчетные соотношения каскадного синхронно-асинхронного генератора, который, по мнению авторов, может быть использован в качестве источника электрической энергии на ветро- и гидроэлектростанциях взамен многополюсных синхронных машин с явно выраженными полюсами.*

В настоящее время на гидро- и ветроэлектростанциях применяются многополюсные синхронные генераторы. Выбор большого числа пар полюсов диктуется малыми частотами вращения ротора, обусловленными относительно низкой скоростью движения "рабочего тела" — воды или воздуха. Как правило, их выполняют с вертикальной осью вращения и весьма сложным подпятником.

В то же время есть возможность, практически не меняя расход активных материалов (массу обмоточных проводов и электротехнической стали магнитопровода), создать более компактную, более транспортабельную конструкцию тихоходного генератора. К тому же такой генератор не нуждается в контактных кольцах, так как его входные обмотки расположены на статоре [1].

На рис. 1 дана структурная схема каскадного синхронно-асинхронного генератора. Как видим, он представляет собой каскад из  $2m$  электромашинных агрегатов одинаковых габаритов, расположенных на одном валу. Этот вал приводится в движение гидро- или ветротурбиной  $T$ . Первый из агрегатов (1) представляет собой обращенный синхронный генератор, обмотка возбуждения которого  $w_b$  располагается на статоре, а трехфазная якорная обмотка  $w_{1,2}$  — на роторе. Следующий агрегат (2) является асинхронным преобразователем частоты. Его первичная обмотка  $w_{2,1}$  расположена на роторе и питается от якорной обмотки генератора 1.

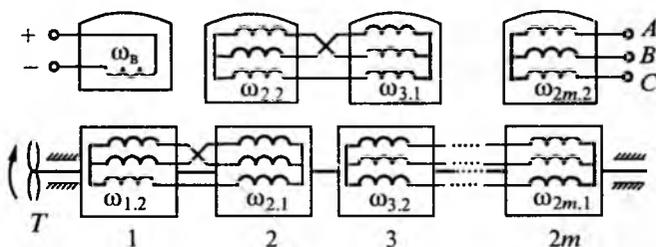


Рис.1. Структурная схема каскадного многоступенчатого синхронно-асинхронного генератора

Последовательность фаз трехфазной обмотки  $w_{2,1}$  обратная по отношению к последовательности фаз обмотки  $w_{1,2}$ . Благодаря этому магнитное поле ротора агрегата 2 вращается в ту же сторону, что и сам ротор (рис.2). Скорость пересечения магнитными силовыми линиями ротора обмоток статора  $w_{2,2}$  равна арифметической сумме скоростей ротора и его магнитного поля.

$$\omega_{c2} = \omega + \omega_{p2}. \quad (1)$$

Здесь  $\omega_{c2}$  и  $\omega_{p2}$  — угловая скорость вращения магнитного поля агрегата 2 относительно его статора и ротора.

Наведенная в трехфазных обмотках  $w_{2,2}$  ЭДС подается на входные клеммы статорной обмотки  $w_{3,1}$  агрегата 3. При этом вновь последовательность фаз меняется на противоположную. Поэтому магнитное поле, создаваемое обмоткой  $w_{3,1}$ , вращается в направлении, противоположном направлению вращения ротора агрегата 3. Ясно, что относительно обмотки  $w_{3,2}$  это поле движется с угловой скоростью

$$\omega_{p3} = \omega + \omega_{c3}. \quad (2)$$

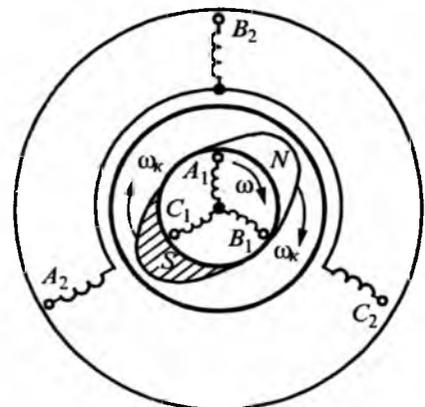


Рис.2. Модель движения вращающегося магнитного поля в зазоре двухполюсного асинхронного преобразователя частоты в режиме тормоза

Пропорционально на каждой ступени каскада увеличивается частота наводимой ЭДС и вырабатываемая мощность.

Далее на остальных ступенях каскада процесс повторяет либо то, что происходит в агрегате 2 (ступени с четными номерами —  $4, 6, \dots, 2m$ ), либо то, что происходит в агрегате 3 (с нечетными номерами —  $5, 7, \dots, 2m-1$ ).

Статорная обмотка ступени каскада с номером  $2m$  является одновременно выходной обмоткой генератора, подключенной к нагрузке или промышленной сети.

Основное соотношение между электрической мощностью  $P_{k-1}$ , подаваемой на первичную обмотку  $w_{k,1}$  агрегата с номером  $k$ , и передаваемой следующей ступени  $(k+1)$  обмоткой  $w_{k,1}$   $P_k$  определяется соотношением (см. рис.2).

$$P_k = P_{k-1} \frac{\omega_{k-1} + \omega}{\omega_{k-1}}, \quad (3)$$

где  $\omega_{k-1}$  — угловая скорость вращения магнитного поля, создаваемого обмоткой  $w_{k,1}$ , относительно этой обмотки.

На рис. 2 для определенности в качестве первичной обмотки выбрана обмотка ротора. Нетрудно видеть, что все приводимые рассуждения сохраняются, если отнести их к обращенному агрегату — со статорной обмоткой в качестве первичной, а роторной — вторичной.

Доказательством соотношения (3) служит равенство вращающих моментов  $M_c = M_p = M$ , приложенных к обмоткам  $w_{k,1}$  и  $w_{k,2}$

$$P_k = M\omega_k; \quad P_{k-1} = M\omega_{k-1}. \quad (4)$$

В свою очередь равенство этих моментов обусловлено третьим законом Ньютона.

Значение  $\omega_k$  определяется частотой напряжения  $f_{k-1}$ , подаваемого на зажимы  $A_1, B_1, C_1$  (рис. 2):

$$\omega_k = \frac{2\pi f_{k-1}}{p_k}, \quad (5)$$

где  $p_k$  — число пар полюсов агрегата  $k$ .

Следует отметить, что целесообразно принимать число пар полюсов  $p_k$  всех ступеней каскада одинаковым:

$$p_1 = p_2 = \dots = p_{2m}. \quad (6)$$

Однако ради общности выводов не будем учитывать это ограничение.

В свою очередь частота ЭДС, наводимой в обмотке  $w_{k,2}$ , пропорциональна угловой скорости вращения магнитного поля относительно статора  $\omega_k$ :

$$f_k = \frac{\omega_k p_k}{2\pi} = \frac{(\omega_{k-1} + \omega) p_k}{2\pi}. \quad (7)$$

Применяя последовательно формулы (6) и (7) к агрегатам  $1, 2, \dots, k$ , получаем:

$$f_k = \frac{\omega \sum_{k'=1}^k p_{k'}}{2\pi}; \quad \omega_k = \omega \sum_{k'=1}^k p_{k'}. \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что выходная частота генератора  $f = f_{2m}$  равна

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \sum_{k=1}^{2m} p_k = \frac{n}{60} \sum_{k=1}^{2m} p_k, \quad (9)$$

где  $n = \frac{60\omega}{2\pi}$  — число оборотов вала в минуту [1].

Из формулы (9) следует, что суммарное число пар полюсов описываемого в данной статье генератора равно такому у обычного синхронного гидрогенератора с таким же числом оборотов ротора [1].

Покажем, что и расход активных материалов у данного устройства такой же, как и у применяемых в настоящее время. Известно, что

$$D^2 l = C_A \frac{pP}{f}, \quad (10)$$

где  $D$  — диаметр цилиндрической поверхности ротора любой электрической машины;  $l$  — длина этой поверхности;  $P$  — расчетная мощность машины (в нашем случае — выходная мощность каждой ступени  $P_{k+1}$ ;  $C_A$  — машинная постоянная (постоянная Арнольда).

Дабы не загромождать выкладки второстепенными величинами, пренебрежем сначала влиянием потерь на  $P$  (в стали, обмотках, механические и т.п.) как в нашем генераторе, так и в прототипе. Аналогично примем, что постоянная  $C_A$  также одинакова для всех электромашинных агрегатов, рассматриваемых в статье. В конце статьи дадим уточнения, связанные с учетом принятых допущений.

Применяя принцип геометрического подобия электрических машин, формулу (10) можно переписать следующим образом:

$$M_a \equiv P_\Sigma \equiv V_r \equiv \Gamma = \frac{pP}{60f}, \quad (11)$$

где  $M_a$  — масса активных материалов;  $P_\Sigma$  — суммарные потери;  $\Gamma$  — габаритный фактор электромашинного агрегата.

Из формул (3), (6) и (7) получаем:

$$\frac{P}{60f} = \frac{P_{2m}}{60f} = \frac{P_k}{60f_k} = \frac{P_1}{60f_1}; \quad (12)$$

$$\frac{\Gamma_{2m}}{P_{2m}} = \frac{\Gamma_k}{P_k} = \frac{\Gamma_1}{P_1} = \frac{P}{60f}. \quad (13)$$

Сумма всех габаритных факторов каскадного генератора

$$\sum_{k=1}^{2m} \Gamma_k = \Gamma_1 \sum_{k=1}^{2m} p_k = \frac{P}{60f} \sum_{k=1}^{2m} p_k. \quad (14)$$

Габаритный фактор многополюсного генератора с той же выходной мощностью  $P$  и той же частотой  $f$  равен

$$\Gamma_{с.г} = \frac{P}{60f} P, \quad (15)$$

где

$$p = \frac{60f}{n},$$

т.е. согласно (9)

$$P = \sum_{k=1}^{2m} P_k. \quad (16)$$

Следовательно, суммарный габаритный фактор каскада рис.1 равен габаритному фактору синхронного генератора, рассчитанного на те же мощность  $P$ , частоту  $f$  и число оборотов вала  $n$ .

Если же все  $p_k$  одни и те же (6), то из (8), (12)

$$f_k = k \frac{P_1 n}{60}; \quad P_k = k P_1; \quad \Gamma_k = \Gamma_1 = \frac{P}{60f}. \quad (17)$$

Как видим, действительно, каскад рис.1 можно рассматривать, как распределенные по отдельным электрическим машинам пары полюсов тихоходного синхронного генератора.

Это обстоятельство позволяет уточнить, насколько соответствует тождество (11) нашему каскаду. Определенности ради примем, что  $p_1 = 2$ . Тогда одно полюсное деление отдельного агрегата каскада имеет вид рис.3,а. На рис.3,б показано одно полюсное деление многополюсного генератора. Для корректности сравнения примем, что высота ярем магнитной системы статора  $h_{я.с}$  и ротора  $h_{я.р}$ , а также размеры пазов  $h_{п}$  и их число у обоих вариантов совпадают. Также совпадают длина пазового промежутка  $l_{\delta}$ , аксиальная и удельная плотность  $d_{п}$  активных материалов внутри пазовой зоны. Плотность электротехнической стали  $d_{ст}$ , из которой изготовлены ярма статора и ротора, естественно, одинакова для обоих вариантов. С учетом сказанного легко установить, что массы активных материалов одного полюсного деления много-

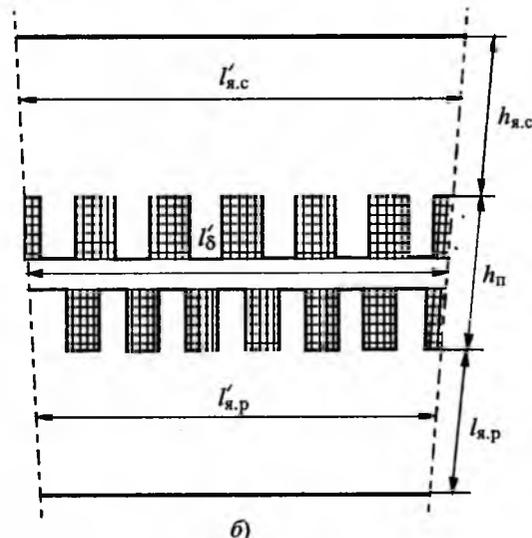
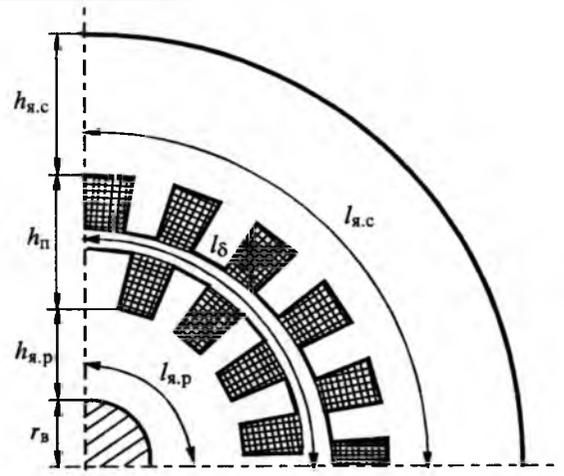


Рис.3. Полюсное деление одной ступени синхронно-асинхронного каскада (а) и многополюсного синхронного генератора (б)

полюсной синхронной машины и одного агрегата описываемого каскада одинаковы.

Действительно, масса участка рис.3,а

$$M_k = \frac{\pi}{4} l \{ d_{ст} [(r_{в} + 2h_{я} + h_{п})^2 - (r_{в} + h_{я} + h_{п})^2] + d_a [(r_{в} + h_{я} + h_{п})^2 - (r_{в} + h_{я})^2] + d_{ст} [(r_{в} + h_{я})^2 - r_{в}^2] \}, \quad (18)$$

а рис.3,б

$$M_{с.г} = 2h_{я} l_{\delta} d_c + h_{п} l_{\delta} d_a. \quad (19)$$

Учитывая, что  $l_{\delta}$  одинакова для обоих вариантов, причем для рис.3,а

$$l_{\delta} = \frac{2}{\pi} (r_{в} + h_{я} + 0,5h_{п}), \quad (20)$$

Нетрудно подсчитать, что  $M_k = M_{с.г}$ . Что касается потерь, то за исключением механических

и добавочных, которые составляют не более 20% общих, основные потери в обмотках и магнитопроводе у описываемого синхронного генератора также практически одинаковы. Впрочем, потери в стали у нашего генератора даже меньше. Действительно, если расход электрической стали у обоих генераторов одинаков и составляет  $M_{ст}$ , то потери в ней у сравниваемых машин равны для каскада

$$\Delta P_{с.к} = \frac{M_{ст} p_1}{p} \gamma_{ст} \left[ \sum_{k=1}^{2m-1/p_1} \left( k \frac{p_1}{p} \right)^{1,3} + 0,5 \right]; \quad (21)$$

$$\Delta P_{с.г} = 0,5 M_{ст} \gamma_{ст}, \quad (22)$$

где  $\gamma_{ст}$  — удельные потери в стали при выходной частоте  $f$ .

При выводе формулы (21) учитывалось, что удельные потери в стали пропорциональны частоте в степени 1,3 [2]. В свою очередь частота магнитного потока изменяется от ступени к ступени согласно (17) пропорционально номеру ступени  $k$ . Частота потока статора ступени 1 равна нулю, частота потоков ротора ступеней 1 и 2 —  $\frac{fp_1}{p}$ ; статоров ступеней 2 и 3 —  $\frac{2fp_1}{p}$ ; роторов ступеней 3 и 4 —  $\frac{3fp_1}{p}$  и т.д. Принимаем

также массы сердечников ротора и статора каскада одинаковыми (напомним, что, начиная с формулы (17), мы считаем все  $p_k = p_1$ ).

Формула (22) выведена на том основании, что поток в полюсах ротора многополюсного синхронного генератора не меняется и, следовательно, потери есть только в статоре.

При  $\frac{p_1}{p} \ll 1$ ,  $\Delta P_{с.г}$  можно рассчитать с помо-

щью замены суммы на интеграл:

$$\begin{aligned} \Delta P_{с.к} &= M_{ст} \gamma_{ст} \left[ \sum_{k=1}^{(2m-1)/p_1} \left( k \frac{p_1}{p} \right)^{1,3} + 0,5 \right] \frac{p_1}{p} \cong \\ &\cong M_{ст} \gamma_{ст} \int_0^1 x^{1,3} dx = \frac{M_{ст} \gamma_{ст}}{2,3}, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$x = k \frac{p_1}{p}; \quad dx = \frac{dp_1}{p}.$$

Сравнивая правые части (22) и (23) заключаем, что в предлагаемом нами генераторе потери в стали на  $\left(1 - \frac{2}{2,3}\right) = 13\%$  меньше, чем в традиционном.

Таким образом, весьма громоздкий и малотранспортабельный традиционный синхронный генератор можно в ветро- и гидроэнергетике заменить значительно более технологичным каскадным синхронно-асинхронным генератором. При этом технико-экономические показатели второго не хуже, а по некоторым показателям лучше, чем у первого.

#### Список литературы

1. Свидетельство на полезную модель № 17363. Тихоходный синхронный генератор/С.В.Шапиро, В.А.Кулинич/Открытие. Изобретения. 2001. № 9.
2. Электротехнический справочник. Т.2. М.: Энергоатомиздат, 1986.

Шапиро Семён Вольфович — доктор технических наук, профессор, зав.кафедрой физики Уфимского технологического института сервиса.

Кулинич Валентин Александрович — доктор технических наук, профессор.

## Синхронный генератор с постоянными магнитами для гидравлической турбины небольшой мощности на низкую частоту

ДАНИЛЕВИЧ Я.Б., САПОЖНИКОВ В.А., ШТАЙНЛЕ Л.Ю.

В России имеется значительное количество водотоков, характеризующихся относительно небольшими напорами и расходами, для использования которых необходимы агрегаты на низкие частоты вращения. Применение мультипликаторов в таких агрегатах нецелесообразно из-

за недостаточной надежности и повышенных потерь. Поэтому представляют практический интерес генераторы киловаттной мощности на частоты вращения порядка 100 об/мин. Асинхронные генераторы на такие параметры не эффективны из-за низкого коэффициента мощности.

Ø816

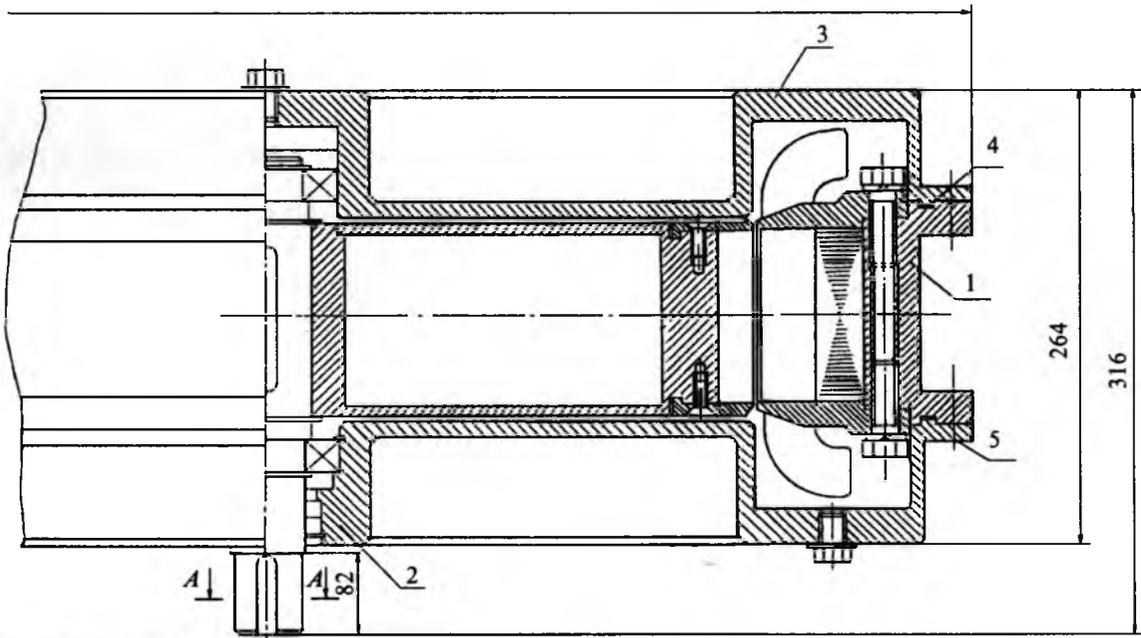


Рис.1. Общий вид генератора:

1 — статор; 2 — ротор с крышкой нижней 5; 3 — крышка верхняя; 4 — прокладка

**Основные показатели генератора**

Мощность полная, кВ·А .....	3,33
Мощность активная, кВт .....	3,0
Частота вращения, об/мин .....	75
Коэффициент мощности .....	0,9
Напряжение, В .....	220
Частота, Гц .....	50
Число фаз .....	3
Сопряжение фаз .....	Звезда
Число пар полюсов .....	40
КПД, % .....	90

Генераторы целесообразно выполнять с возбуждением от постоянных магнитов. Были применены постоянные магниты типа NdFeB с высокоэнергетическими параметрами  $B_r \approx 1,06$  Тл и  $H_c \approx 950$  кА/м.

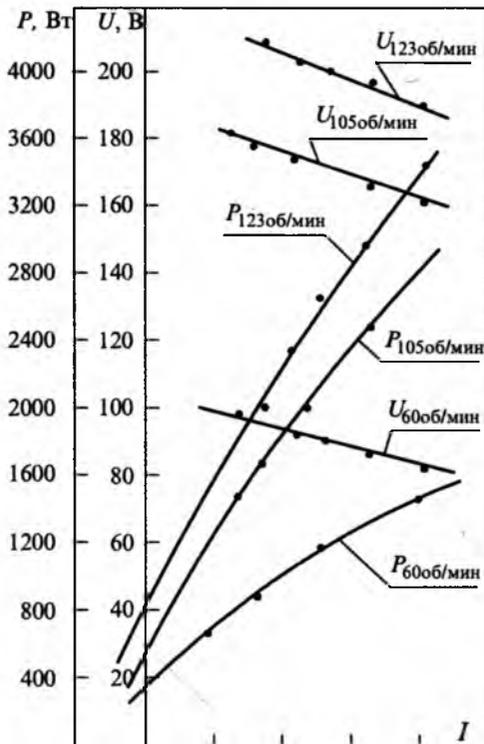


Рис.2. Зависимость мощности и напряжения от тока нагрузки

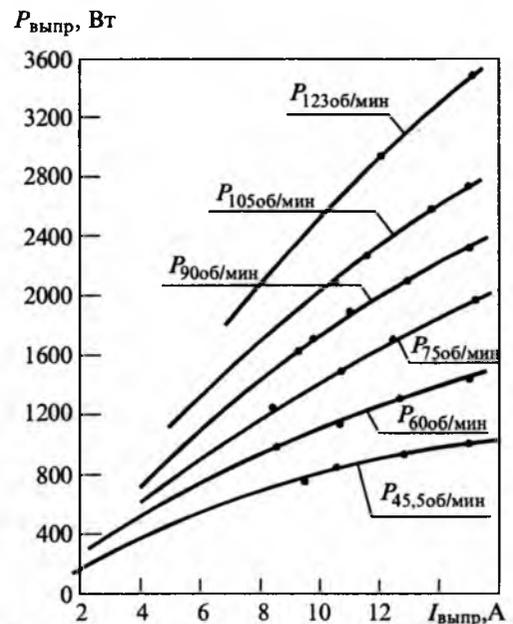


Рис.3. Зависимость выпрямленной мощности от выпрямительного тока

Общий вид генератора показан на рис.1. Исполнение генератора — вертикальное. Для возможного уменьшения габаритов генератора обмотка статора выполнена с дробным числом пазов на полюс и фазу  $q < 1$ . При этом схема обмотки выбрана таким образом, чтобы была обеспечена кривая МДС с минимальным возможным содержанием гармоник. Постоянные магниты размещаются в пазах, выполненных в немагнитном ярме ротора. При этом предусмотрены конструктивные меры, обеспечивающие концентрацию магнитного поля в зазоре и возможно пониженное поле рассеяния. Обмотка статора замкнута, что дает возможность генератору работать в погрузном режиме.

Генератор был испытан в различных режимах нагрузки, включая работу на выпрямительный мост (рис.2,3). Результаты испытаний оказались вполне удовлетворительными.

**Данилевич Януш Брониславович** — директор ОЭП РАН, академик РАН. Окончил ЛПИ им.Калинина в 1955 г. Защитил докторскую диссертацию в 1974 г.

**Сапожников Владимир Александрович** — ведущий инженер ОЭП РАН. Окончил Лесотехническую академию в 1959 г.

**Штайнле Любовь Юрьевна** — научный сотрудник ОЭП РАН, магистр наук СПбГТУ. Окончила СПбГТУ в 2000 г.

## Асинхронные генераторы в системах автономного электроснабжения

ГРИГОРАШ О.В.

*Рассмотрены особенности работы асинхронных генераторов с конденсаторным возбуждением (АГ) с приводом от высокоскоростных двигателей и их основные преимущества в сравнении с бесконтактными синхронными генераторами, а также рассмотрены основные структурные схемы систем автономного электроснабжения на базе АГ, их достоинства и недостатки.*

Теоретические исследования и практический опыт последних лет показывают перспективы применения в системах автономного электроснабжения (САЭ) самовозбуждающихся асинхронных генераторов (АГ) в качестве автономных источников электроэнергии (АИЭ) средней мощности (до 200 кВт), привод которых осуществляется от высокоскоростных приводных двигателей (ВПД) [1,2].

Применение АГ долгое время сдерживалось в основном по двум причинам: из-за отсутствия малогабаритных силовых конденсаторов, обеспечивающих возбуждение генератора и компенсацию реактивной мощности нагрузки, а также из-за сложности стабилизации выходного напряжения.

В статье рассматриваются особенности работы АГ с приводом от ВПД и их основные преимущества в сравнении с бесконтактными синхронными генераторами (СГ), в том числе выполненных с использованием постоянных магнитов, а также рассмотрены основные структурные схемы САЭ на базе АГ их достоинства и недостатки.

Разработанные в последние годы конденсаторы имеют удельную массу, не превышающую 0,1 кг/кВ·А. С развитием устройств бесконтактного управления емкостью, использованием полупроводниковых элементов и микропроцессорной техники, а также с появлением ВПД с улучшенными эксплуатационно-техническими характеристиками практически снимаются ограничения по использованию АГ в стабилизированных по напряжению АИЭ.

Перед рассмотрением особенностей работы АГ целесообразно напомнить их принцип работы. При вращении ротора АГ в обмотке статора потоком остаточного магнетизма индуцируется остаточная ЭДС  $E_{ост}$  (рис.1), которая создает в конденсаторах ток  $I_C$ . Этот ток, протекая по обмотке статора, усиливает его магнитный поток, в результате чего индуцируемая в генераторе ЭДС  $E_r = U_r$  и токи конденсаторов увеличиваются.

Иногда начало процесса самовозбуждения АГ обеспечивается путем разряда на обмотку статора предварительно заряженной конденсаторной батареи.

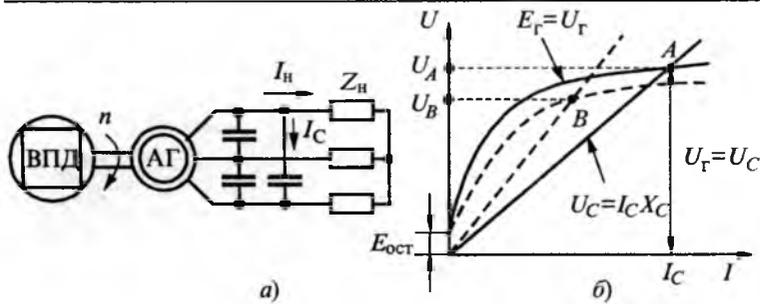


Рис.1. Схема АИЭ на базе ВПД и АГ (а), характеристика холостого хода АГ и вольт-амперная характеристика конденсаторов (б)

Для того чтобы ток  $I_C$  обеспечивал при переходном процессе подмагничивание АГ, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$U_r - U_C > 0. \quad (1)$$

Переходный процесс при самовозбуждении АГ продолжается до тех пор, пока  $U_r = U_C$  (рис.1,б, точка А), т.е. пока вольт-амперная характеристика (ВАХ) АГ не пересечется с ВАХ конденсаторов.

Когда сопротивление нагрузки  $Z_n$  уменьшается ВАХ АГ опускается (пунктирная кривая на рис.1,б), а ВАХ конденсаторов поворачивается к оси ординат (пунктирная прямая на рис.1,б). Точка А смещается в положение точки В и соответственно напряжение АГ  $U_A$  уменьшается до значения  $U_B$  рис.1,б. В этом случае для получения требуемого напряжения емкость конденсаторов должна быть увеличена, чтобы скомпенсировать реактивную энергию, потребляемую нагрузкой.

Особенность работы АГ с приводом от ВПД, заключается прежде всего в введении ограничений по предельной частоте вращения ротора  $n_{max}$ , которая зависит от показателей подшипников и прочностных характеристик ротора. Предельные частоты вращения известных в настоящее время технических решений подшипников имеют значения 50 тыс. об/мин и более, а прочностные характеристики ротора зависят от двух параметров: предельной окружной скорости  $v_{max}$  и внутреннего диаметра статора генератора  $D$ . Параметры  $v_{max}$  и  $D$  с  $n_{max}$  связаны следующей зависимостью:

$$n_{max} = \frac{60v_{max}}{\pi D}. \quad (2)$$

Бесконтактные генераторы с приводом от ВПД, как правило, имеют повышенную прочность бандажа, и значения  $v_{max}$  находятся в пределах 150—200 м/с [3]. Предельные же значения внутреннего диаметра статора  $D$  зависят от гео-

метрического фактора  $\lambda = l/D$ , где  $l$  — длина активной части машины, и от мощности АГ  $S$ .

Известно, что при  $\lambda < 0,3$  снижается относительно полезный объем машины в сравнении с объемом конструктивных элементов, лобовых частей обмоток и т.п. При  $\lambda > 3$  генераторы с приводом от ВПД сложно реализовывать из-за увеличенных прогибов вала и возможности совпадения частоты вращения ротора с ее критическими значениями, соответствующими резонансным явлениям. Для высокоскоростных АГ существуют рациональные значения  $\lambda = 0,5 \div 0,8$ , определяемые предельными значениями электромагнитных нагрузок  $A$  и  $B_\delta$ , где линейная нагрузка  $A = 35000 \div 40000$  А/м, а магнитная индукция в воздушном зазоре  $B_\delta = 0,6 \div 1$  Тл при плотности тока  $j = 10 \div 16$  А/мм<sup>2</sup>.

Значение  $D$  определяется из основного расчетного уравнения электрической машины

$$D = \sqrt[3]{\frac{pS}{60kAB_\delta f \lambda}}, \quad (3)$$

где  $p$  — число пар полюсов генератора;  $k \approx 0,11$  — коэффициент, учитывающий конструктивные особенности генератора;  $f$  — частота генерируемого напряжения.

На рис.2 показаны зависимости  $n_{max} = f(S)$  при  $p = 1$  и  $f = 400$  Гц. Как видно из рис.2 с увеличением мощности  $S$  уменьшается предельная частота  $n_{max}$  АГ. Это очевидно с физической точки зрения, так как увеличение частоты вращения при заданной линейной скорости должно сопровождаться уменьшением размеров активной части машины. С другой стороны, в настоящее время снимается вопрос об ограничении  $n_{max}$  по техническим характеристикам подшипников, поскольку значения  $n_{max}$  в основном зависят от прочностных характеристик ротора, определяемых  $v_{max}$ , мощности генератора  $S$ , частоты генерируемого напряжения  $f$  и значений электромагнитных нагрузок  $A$  и  $B_\delta$ . Параметры  $A$  и  $B_\delta$  определяют, кроме того, размеры машины.

При определении удельной массы АГ, предназначенного для работы с автономной нагрузкой, необходимо учитывать массу как собственно генератора, так и конденсаторного блока.

В общем случае емкость конденсаторов, обеспечивающих самовозбуждение генератора на холостом ходу и компенсацию реактивной мощности нагрузки,

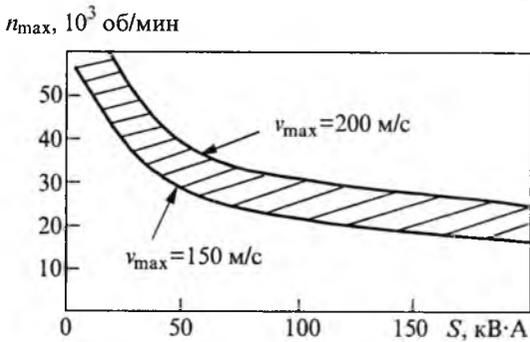


Рис.2. Зависимости  $n_{\max} = f(S)$

$$C = \frac{P_H (\operatorname{tg} \varphi_r + \operatorname{tg} \varphi_H)}{2\pi f m U_C^2}, \quad (4)$$

где  $P_H$  — мощность, отдаваемая генератором;  $U_C$  — напряжение на конденсаторах;  $f$  — частота тока;  $\varphi_r$  и  $\varphi_H$  — углы сдвига фаз между напряжениями и токами генератора и нагрузки;  $m$  — число фаз.

На рис.3 представлены зависимости емкости  $C$  блока конденсаторных батарей и их массы  $M_C$  от мощности  $P$  АГ при частотах генерируемого напряжения 50, 200, 400 и 800 Гц соответственно. Как видно из рис.3, с повышением частоты генерируемого напряжения значительно уменьшается масса конденсаторов АГ. Так, для  $P = 50$  кВт при частоте  $f = 50$  Гц масса конденсаторов  $M_C \approx 16$  кг, а при  $f = 800$  Гц  $M_C \approx 2$  кг. Кроме того, с учетом (4) и рис.4 можно сделать вывод о том, что емкость конденсаторных батарей АГ и соответственно их масса зависят и от коэффициента мощности генератора и нагрузки. В общем случае для мощности АГ в пределах 10—50 кВт и  $n > 12000$  об/мин удельная масса собственно генератора не превышает 1 кг/кВт, а

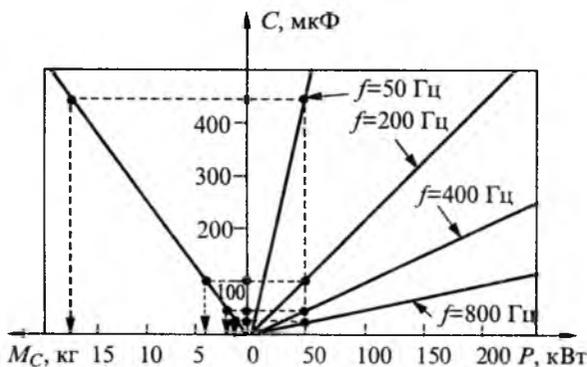


Рис.3. Зависимости емкости конденсаторных батарей и их массы от мощности АГ (тип конденсаторов К75,  $\cos \varphi_H = 0,8$ )

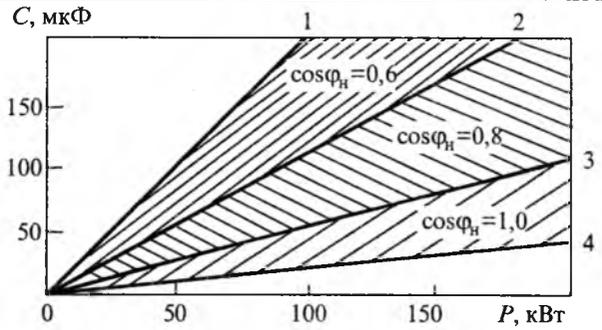


Рис.4. Зависимости емкости конденсаторов АГ серии К75 от коэффициента мощности нагрузки для  $\cos \varphi_r = 0,9$  ( $\cos \varphi_H = 0,6$ : 1 —  $f = 400$  Гц, 2 —  $f = 800$  Гц;  $\cos \varphi_H = 0,8$ : 2 —  $f = 400$  Гц, 3 —  $f = 800$  Гц;  $\cos \varphi_H = 1,0$ : 3 —  $f = 400$  Гц, 4 —  $f = 800$  Гц)

удельная масса конденсаторов при  $f = 400$  Гц  $m_C \approx 0,05$  кг/кВт, при  $f = 800$  Гц  $m_C \approx 0,03$  кг/кВт. Таким образом, полная удельная масса АГ с приводом от ВПД не превышает 1,1 кг/кВт, что позволяет сделать вывод о хороших удельных характеристиках генератора. Удельная масса АГ при мощностях 50—100 кВт и частоте вращения ротора 20000—24000 об/мин с учетом массы конденсаторов возбуждения порядка 0,5—0,8 кг/кВт. При этом КПД АГ 0,91—0,93.

По техническим решениям регуляторы напряжения АГ аналогичны СГ с постоянными магнитами (СГПМ), т.е. стабилизация напряжения осуществляется регулированием реактивной мощности, поступающей в генератор от конденсаторов, пропорционально изменению напряжения на нагрузке. Изменение же реактивной мощности конденсаторов осуществляется регулированием реактивного тока, протекающего через конденсаторы, за счет изменения времени открытого состояния силовых полупроводниковых ключей, которые подключаются к конденсаторам последовательно или параллельно.

Современные системы регулирования напряжения АГ обеспечивают стабильное значение выходного напряжения даже при значительных изменениях частоты ВПД (1:2).

Широкий диапазон требований потребителей электроэнергии обуславливает многообразие вариантов структурных схем САЭ. Практический интерес представляют три структурно-схемных решения САЭ, АИЭ которых выполнены на базе ВПД и АГ (рис.5). В схемах рис.5 применяются аккумуляторные батареи (АБ), предназначенные для обеспечения гарантированного электроснабжения ответственных потребителей.

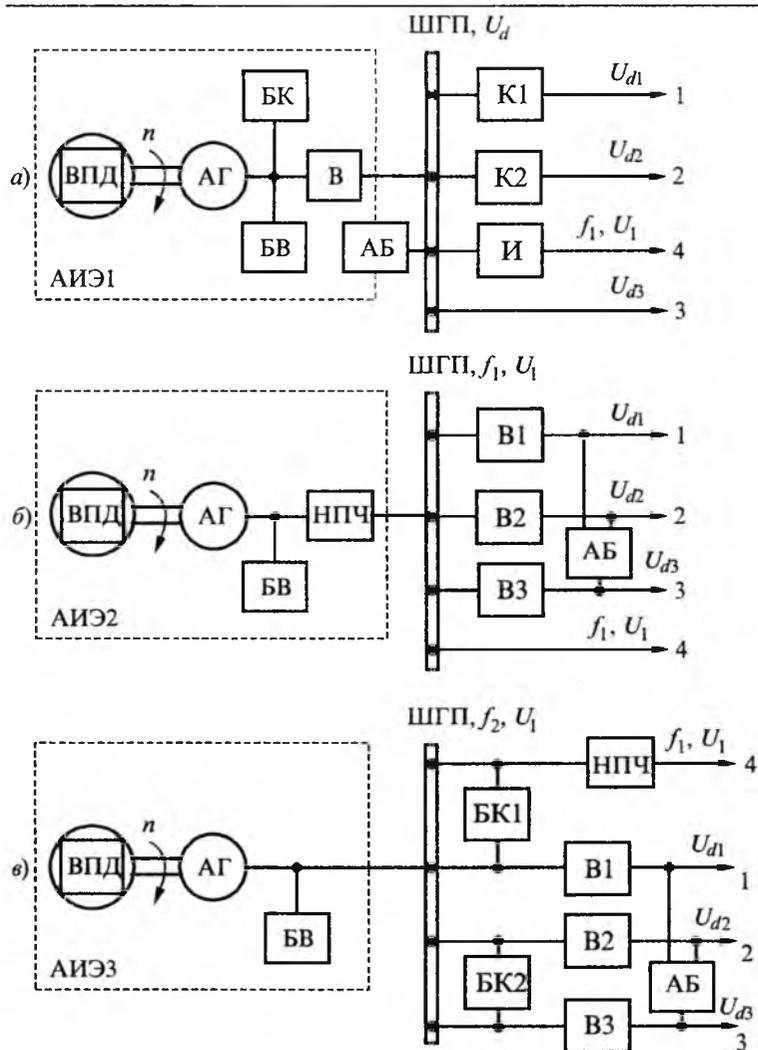


Рис.5. Структурные схемы САЭ:

АИЭ — автономный источник электроэнергии; ВПД — высокоскоростной приводной двигатель; АГ — асинхронный генератор; БВ и БК — блоки конденсаторов возбуждения и компенсации реактивной мощности нагрузки соответственно; ШГП — шина гарантированного питания; АБ — аккумуляторная батарея; К — конверторы; И — инвертор; НПЧ — непосредственный преобразователь частоты; В — выпрямитель; 1—4 — выходы для подключения нагрузки

В схеме рис.5,а АИЭ является источником напряжения постоянного тока. Здесь функции стабилизации напряжения выполняет трехфазная схема управляемого выпрямителя В. Применяемые в САЭ конверторы с промежуточным высокочастотным преобразованием К1 и К2 имеют хорошие показатели удельной массы и качества выходного напряжения. Применение рассмотренной схемы с точки зрения основных критериев ее эффективности (КПД, массогабаритных показателей) целесообразно в том случае, когда потребляемая энергия постоянного тока будет составлять более 70% установленной мощности САЭ.

АИЭ рис.5,б является источником напряжения переменного тока промышленной частоты. В схеме АИЭ отсутствует блок конденсаторов, обеспечивающий компенсацию реактивной мощности нагрузки, так как непосредственный преобразователь частоты (НПЧ) выполняет функции как стабилизации напряжения, так и частоты. Компенсация реактивной мощности нагрузки осуществляется за счет изменения угла сдвига фаз на входе НПЧ с искусственной коммутацией силовых вентилях [4]. Критерии эффективности САЭ повышаются когда потребляемая энергия переменного тока составляет основную долю ее установленной мощности.

АИЭ рис.5,в является источником напряжения переменного тока повышенной частоты. Блоки компенсации БК1 и БК2 кроме функции обеспечения компенсации реактивной мощности нагрузки выполняют функции входных фильтров преобразователей электроэнергии. Повышенная частота генерируемого напряжения позволяет значительно улучшить массогабаритные показатели выпрямителей, улучшить качество напряжения постоянно-го тока и быстродействие систем защиты и стабилизации параметров электроэнергии как преобразователей, так и АИЭ.

Основной недостаток схем САЭ рис.5,б,в — не реализовано техническое решение по обеспечению гарантированного электроснабжения потребителей электроэнергии переменного тока.

Схемы АИЭ на рис.5,а,б имеют ниже КПД и худшие массогабаритные показатели в сравнении с схемой АИЭ на рис.5,в. Однако эти недостатки не являются основными аргументами, из-за которых необходимо отказываться от тех или иных рассмотренных технических решений АИЭ. Здесь определяющим фактором являются критерии эффективности САЭ в целом, обусловленные требованиями потребителей, прежде всего к качеству электроэнергии, непрерывности электроснабжения и мощности потребляемой электроэнергии на постоянном и переменном токах.

АГ имеют следующие преимущества в сравнении с СГ:

1. При КЗ в цепи нагрузки происходит развозбуждение АГ, что не требует установки до-

полнительной защиты генератора. Для АГ мощностью 75 кВт и при частоте вращения 8000 об/мин время восстановления напряжения после короткого замыкания равно 0,98 с [2].

2. При работе АГ на несимметричную нагрузку короткозамкнутая стержневая система магнитосимметричного ротора выполняет роль полной демпферной обмотки, вследствие чего качество электроэнергии, вырабатываемой АГ, обеспечивается на достаточно высоком уровне и в несимметричных режимах нагрузки (при пофазной несимметрии нагрузки АГ мощностью 75 кВт ( $n=12000$  об/мин), доходящей до 25% номинального напряжения, максимальная несимметрия линейных напряжений не превышает 2,6% номинального значения [2].

3. АГ повышенной частоты, у которых увеличение частоты тока достигнуто за счет повышения частоты вращения ротора, более устойчиво возбуждаются после потери возбуждения. Кроме того, самовозбуждение таких генераторов происходит даже при наличии определенной нагрузки, подключенной к зажимам генератора (время самовозбуждения АГ мощностью 75 кВт ( $n=12000$  об/мин) до номинального напряжения составляет 0,7 с) [2].

4. Включение на параллельную работу СГ сложная и ответственная операция. В то же время включение АГ на параллельную работу (с соизмеримой мощностью с СГ) носит устойчивый характер, не требует сложной дополнительной аппаратуры, а синхронизация генераторов сводится только к выравниванию их частот и напряжений. Даже при значительных рассогласованиях частот вращения роторов генераторов в системе устанавливается частота тока, равная среднему значению частот токов генераторов, включенных на параллельную работу. При этом конденсаторы возбуждения играют роль фильтров и способствуют исчезновению биений напряжений и длительных переходных процессов после включения на параллельную работу.

Однако достоинства АГ могут быть потеряны при использовании в генераторном режиме асинхронных двигателей промышленного ис-

полнения. Такие машины имеют низкий КПД, большую массу и габариты.

Вернуть АГ конкурентоспособность в качестве АИЭ может асинхронная машина, специально проектируемая для работы в генераторном режиме на высоких частотах вращения приводного двигателя [2].

## Выводы

1. Предельная частота вращения ротора АГ определяется не техническими характеристиками подшипников, а прочностными характеристиками ротора, значениями мощности и электромагнитных нагрузок, причем с увеличением мощности АГ предельная частота вращения ротора уменьшается.

2. АИЭ на базе ВПД и АГ позволяют создавать высокоэффективные структурно-схемные решения САЭ, учитывающие распределение мощности между потребителями по роду тока.

3. Преимущества АГ в сравнении с СГ, достижения в развитии конденсаторов, полупроводниковой и микропроцессорной техники, определяют перспективы применения АГ в АИЭ с приводом от ВПД.

## Список литературы

1. Птицын О.В., Григораш О.В. Генераторы переменного тока. Состояние и перспектива//Электротехника. 1994. № 9.
2. Григораш О.В. Современное состояние и перспективы применения асинхронных генераторов в автономной энергетике//Промышленная энергетика. 1995. № 3.
3. Бут Д.А. Бесконтактные электрические машины. М.: Высшая школа, 1990. С.416.
4. Григораш О.В. К вопросу использования непосредственных преобразователей частоты для стабилизации напряжения асинхронных генераторов с высокоскоростными приводными двигателями//Промышленная энергетика. 1995. № 8.

**Григораш Олег Владимирович** — начальник кафедры "Электрооборудование и электротехника" Краснодарского военного института. В 1983 г. окончил Харьковское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск по специальности инженер-электрик. В 1992 г. защитил диссертацию кандидата технических наук по спецтеме.

# Математическая модель синхронного двигателя с $m$ -фазной обмоткой для стационарных режимов

ГОЛУБЕВ А.Н., доктор техн. наук, проф., СУББОТИН М.В., бакалавр

Ивановский ГЭУ

*Предложена математическая модель  $m$ -фазного СД для стационарных режимов при произвольной форме питающего напряжения статора с учетом несинусоидального характера распределения магнитной индукции в воздушном зазоре и зависимости параметров модели от порядковых номеров временных гармоник.*

Одним из перспективных направлений развития регулируемого электропривода (ЭП) является его построение на базе многофазного ( $m > 3$ ) исполнительного двигателя, что позволяет получить ряд технико-экономических преимуществ по сравнению с традиционными трехфазными электромеханическими системами [1-5]. Поэтому многофазные машины (как асинхронные, так и синхронные) находят все возрастающее применение на практике в широком диапазоне мощностей. Задачи синтеза многофазных ЭП и исследования их энергетических и регулировочных характеристик требуют разработки адекватных математических моделей исполнительных двигателей, поскольку известные математические описания трехфазных машин, базирующиеся на допущении о синусоидальном характере распределения магнитной индукции в их воздушном зазоре, неприемлемы для двигателей с увеличенным числом фаз, обмоточные коэффициенты которых стремятся к единице.

К настоящему времени предложены математические описания  $m$ -фазных асинхронного (АД) и синхронного (СД) двигателей, учитывающие указанную особенность и позволяющие решать задачи синтеза [6,7]. Вместе с тем, при разработке этих моделей было принято допущение о постоянстве параметров обмоток, хотя при несинусоидальном питающем напряжении их значения следует дифференцировать в зависимости от порядковых номеров  $\mu$  гармоник тока [8]. Корректный учет данного факта особенно необходим на стадии проектирования многофазной машины, а также при исследовании ее энергетических характеристик и может быть реализован в ее математическом описании для стационарных режимов, для которых, в отличие от динамических, возможно разложение временных функций в ряды Фурье.

Математическая модель  $m$ -фазного АД с учетом несинусоидального характера распределения магнитной индукции в воздушном зазоре и зависимости параметров схемы замещения от порядковых номеров временных гармоник предложена в [8]. В данной статье поставлена задача разработки аналогичного математического описания для СД как при явно-, так и неявнополюсном исполнении ротора.

При выводе уравнений используем следующие общепринятые допущения: явления гистерезиса, насыщения и потери в стали отсутствуют; фазные обмотки статора выполнены одинаковыми. Будем также считать, что СД не содержит короткозамкнутой демпферной обмотки на роторе, которая, вследствие затруднения формирования переходных процессов, нецелесообразна при частотном управлении машиной. Статорная обмотка  $m$ -фазного СД выполнена в виде  $m/N$   $N$ -фазных симметричных групп (пространственный сдвиг между осями соседних фаз в  $N$ -фазной группе составляет  $2\pi/N$  рад), оси одноименных фаз которых в общем случае смещены по окружности статора на  $\pi/m$  рад.

При указанных допущениях для  $k$ -й фазы  $i$ -й симметричной группы статора  $m$ -фазного СД, питаемого системой напряжений с временными сдвигами, соответствующими пространственному сдвигу фаз, и фиксированным значением угловой частоты  $\omega$  основной гармоники питающего напряжения, можно записать:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=1}^{\infty} U_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu} U_s \right] = \\ & = \sum_{\mu=1}^{\infty} R_{s\mu} I_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu} I_s \right] + \\ & + \frac{d}{dt} \sum_{\mu=1}^{\infty} \Psi_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu} \Psi_s \right]; \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=1}^{\infty} \Psi_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu\Psi_s} \right] = \\ & = \sum_{\mu=1}^{\infty} L_{s\mu} I_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu I_s} \right] + \\ & + L_m \sum_{l=1}^{m/N} \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} a(n) \left\{ \sum_{\mu=1}^{\infty} I_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{N} - (l-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu I_s} \right] \cos \left[ n \left[ \frac{2}{N} (j-k) + \frac{l-i}{m} \right] \pi \right] \right\} + \\ & + M \sum_{l=1}^{m/N} \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} b(2n) \left\{ \sum_{\mu=1}^{\infty} I_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (j-1) \frac{2\pi}{N} - (l-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu I_s} \right] \cos \left[ n \left[ \frac{2}{N} (1-k) + (1-j) \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{m} [(1-i) + (1-l)] \pi + 2nx \right] \right\} + \left[ I_{f0} + \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} I_{f\mu d} \times \right. \\ & \left. \times \cos[(\mu-d)\omega t + \varphi_{\mu d I_f}] \right] M_f \sum_{n=1}^{\infty} c(n) \times \\ & \times \cos \left[ n \left[ x + \left[ \frac{2}{N} (1-k) + \frac{1}{m} (1-i) \right] \pi \right] \right], \quad (2) \end{aligned}$$

и для обмотки возбуждения, питаемой от источника постоянного напряжения  $U_{f0}$ ,

$$\begin{aligned} U_{f0} &= R_{f0} I_{f0} + \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} \sum_{d \neq \mu}^{\infty} I_{f\mu d} R_{f\mu d} \cos[(\mu-d)\omega t + \\ & + \varphi_{\mu d I_f}] + \frac{d}{dt} \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} \sum_{d \neq \mu}^{\infty} \Psi_{f\mu d} \cos[(\mu-d)\omega t + \varphi_{\mu d \Psi_f}]; \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_{f0} &+ \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} \sum_{d \neq \mu}^{\infty} \Psi_{f\mu d} \cos[(\mu-d)\omega t + \varphi_{\mu d \Psi_f}] = \\ &= L_{f0} I_{f0} + \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} \sum_{d \neq \mu}^{\infty} L_{f\mu d} I_{f\mu d} \cos[(\mu-d)\omega t + \varphi_{\mu d I_f}] + \\ &+ M_f \sum_{i=1}^{m/N} \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} c(n) \left\{ \sum_{\mu=1}^{\infty} I_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu I_s} \right\} \times \\ & \times \cos \left[ n \left[ x + \left[ \frac{2}{N} (1-k) + \frac{1}{m} (1-i) \right] \pi \right] \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

При этом выражение для электромагнитного момента имеет вид

$$\begin{aligned} M_{эм} &= \frac{z_p}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sum_{i=1}^{m/N} \sum_{k=1}^N \sum_{\mu=1}^{\infty} \Psi_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu\Psi_s} \right\} \sum_{\mu=1}^{\infty} I_{s\mu} \cos \left[ \mu \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{N} - \right. \right. \\ & \left. \left. - (i-1) \frac{\pi}{m} \right] + \varphi_{\mu I_s} \right] + \left[ \Psi_{f0} + \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} \sum_{d \neq \mu}^{\infty} \Psi_{f\mu d} \cos[(\mu-d) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \omega t + \varphi_{\mu d \Psi_f}] \right] \left[ I_{f0} + \sum_{\substack{\mu=ld=1 \\ d \neq \mu}}^{\infty} \sum_{d \neq \mu}^{\infty} I_{f\mu d} \cos[(\mu-d) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \omega t + \varphi_{\mu d I_f}] \right] \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

Здесь  $U_{s\mu}$ ,  $I_{s\mu}$ ,  $\Psi_{s\mu}$  — амплитуды  $\mu$ -х гармоник напряжения, тока и потокосцепления статора;  $U_{f0}$ ,  $I_{f0}$ ,  $\Psi_{f0}$  — нулевые гармоники напряжения, тока и потокосцепления ротора;  $I_{f\mu d}$ ,  $\Psi_{f\mu d}$  — амплитуды гармоник тока и потокосцепления ротора, созданных  $d$ -й пространственной гармоникой потока, вызванной  $\mu$ -й гармоникой тока статора;  $\varphi_{\mu(d)}$  — начальная фаза соответствующей гармоники;  $L_{s\mu}$ ,  $R_{s\mu}$  — индуктивность рассеяния и сопротивление фазы статора для  $\mu$ -й гармоники;  $L_{f0}$ ,  $R_{f0}$  — индуктивность и сопротивление ротора для нулевой гармоники;  $L_{f\mu d}$ ,  $R_{f\mu d}$  — индуктивность и сопротивление для гармоники тока ротора, созданной  $d$ -й пространственной гармоникой потока, вызванной  $\mu$ -й временной гармоникой тока статора;  $L_m$ ,  $M_f$  — значения взаимоиндуктивностей между фазами при совпадении их осей;  $M$  — индуктивность, отражающая влияние явнополюсного ротора на магнитную проводимость зазора с периодом  $\pi$  (при неявнополюсном исполнении машины  $M=0$ );  $z_p$  — число пар полюсов;  $x$  — электрический угол поворота ротора.

В силу того, что  $\mu$ -я гармоника тока статора создает бесконечный спектр пространственных гармоник  $d$  потока, роторные величины в уравнениях (2)—(5) представлены двойными суммами по временным и пространственным гармоникам. При этом, поскольку для частоты вращения  $d$ -й пространственной гармоники, образованной  $\mu$ -й временной,

$$\omega_{\mu d} = \frac{\mu}{d} \omega, \quad (6)$$

на основании чего пространственная гармоника, однопорядковая временной, неподвижна относительно ротора, в (2)—(5)  $d \neq \mu$ . В дальнейшем для упрощения записи будем считать, что постоянные составляющие  $I_{f0}$  и  $\Psi_{f0}$  формально определяются однопорядковыми гармониками  $\mu = d = 0$  (для остальных гармоник сохраняется неравенство  $d \neq \mu$ , которое из соображений компактности записи опустим), причем для них  $\varphi_{\mu d} = 0$ .

При записи уравнений (2) и (4) было принято, что взаимоиндуктивность  $L(\gamma)$  между фазами обмоток СД описывается функцией вида

$$L(\gamma) = M_m \sum_{n=1}^{\infty} \beta(n) \cos n\gamma, \quad (7)$$

где  $\beta(n)$  — коэффициент разложения в гармонический ряд (в соотношениях (2) и (4) соответственно  $a(n)$ ,  $b(n)$ ,  $c(n)$ ), зависящий от конструктивного исполнения обмоток статора и ротора [6].

Как показано в [7, 9], для однозначного определения некоторой электромагнитной переменной  $y_{ik}$   $k$ -й фазы  $i$ -й  $N$ -фазной системы через соответствующие векторы на плоскости необходимо иметь  $K = [(N-1)/2 + 0,5]$  векторов ( $[ ]$  — оператор выделения целой части) вида

$$\bar{Y}_{iq} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N y_{ik} e^{jn \frac{2\pi}{N}(k-1)}. \quad (8)$$

При этом все множество значений  $n$  в зависимости от  $q$  можно разделить на  $K$  групп вида

$$n = q + NQ, \quad (9)$$

где  $q = 1; 2; \dots; K$ ;  $Q = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ , в пределах каждой из которых вектор  $\bar{Y}_{iq}$  неизменен [9].

С учетом последнего преобразуем, например, уравнение (2) для потокосцепления статора, для чего умножим его левую и правую части на  $2e^{j2\pi n(k-1)/N}$  для каждой из групп вида (9) и соответствующие результаты просуммируем по  $k$   $N$  раз. В результате получим:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=1}^{\infty} \Psi_{s\mu q} e^{j \left[ \mu \left( \omega t - (i-1) \frac{\pi}{m} \right) + \varphi_{\mu \Psi_s} \right]} = \\ & = \sum_{\mu=1}^{\infty} L_{s\mu} I_{s\mu q} e^{j \left[ \mu \left( \omega t - (i-1) \frac{\pi}{m} \right) + \varphi_{\mu I_s} \right]} + \\ & + \frac{N}{2} L_m \sum_{l=1}^{m/N} \sum_{n=q+NQ}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} a(n) I_{s\mu q} e^{j \left[ \mu \left( \omega t - (l-1) \frac{\pi}{m} \right) + \varphi_{\mu I_s} \right]} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times e^{jn \frac{l-1}{m} \pi} + \frac{N}{2} M \sum_{l=1}^{m/N} \sum_{n=q+NQ}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} b(2n) I_{s\mu q} \times \\ & \times e^{-j \left[ \mu \left( \omega t - (l-1) \frac{\pi}{m} \right) + \varphi_{\mu I_s} \right]} e^{-jn \frac{\pi}{m} [(i-1) + (l-1)]} e^{j2nx} + \\ & + \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{d=0}^{\infty} I_{f\mu d} \cos[(\mu - d)\omega t + \varphi_{\mu d I_f}] \times \\ & \times M_f \sum_{n=1}^{\infty} c(n) e^{jn \frac{\pi}{m}(1-i)} e^{jnx}. \quad (10) \end{aligned}$$

Индекс  $q$  у переменных в соотношении (10) указывает, что оно должно быть записано для каждой  $i$ -й  $N$ -фазной группы  $K$  раз, что на основании (9) соответствует охвату всего спектра пространственных гармонических  $n$ .

Введя предварительно в уравнения вида (10)

обозначение  $\bar{Y}_{i\mu q} = Y_{i\mu q} e^{j(\mu\omega t + \varphi_{Y\mu})}$ , умножим их левые и правые части на  $N \exp[j\nu\pi(i-1)/m]$ , где  $\nu \in [n]$ , после чего просуммируем полученные выражения по  $i$   $m/N$  раз. Тогда с учетом того, что оператор

$$D = \frac{N}{m} \sum_{i=1}^{m/N} e^{j(v-\mu) \frac{\pi}{m}(i-1)} = \begin{cases} 1 & \forall \mu = \nu + 2mQ; \\ 0 & \forall \mu \neq \nu + 2mQ, \end{cases} \quad (11)$$

уравнение, полученное в результате указанных преобразований  $B = mK/N$  соотношений типа (10), будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} \bar{\Psi}_{s\mu q} = \sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} L_{s\mu} \bar{I}_{s\mu q} + \\ & + \frac{m}{2} L_m \sum_{n=\nu+2mQ}^{\infty} \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} a(n) \bar{I}_{s\mu q} + \\ & + \frac{m}{2} M \sum_{n=\nu+2mQ}^{\infty} \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} b(2n) \hat{I}_{s\mu q} e^{j2nx} + \\ & + \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{d=\mu+2mQ}^{\infty} I_{f\mu d} \cos[(\mu - d)\omega t + \varphi_{\mu d I_f}] \times \\ & \times M_f \sum_{n=\nu+2mQ}^{\infty} c(n) e^{jnx}, \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\hat{I}_{s\mu q}$  — вектор, сопряженный с вектором  $\bar{I}_{s\mu q}$ .

Как показано в [9], введенному формально параметру  $q$ , для которого в соответствии с (9) имеет место  $q < N$ , можно придать физический смысл пространственной гармонической поля  $N$ -фазного двигателя, вращающейся в простран-

стве с синхронной скоростью и образованной временной гармоникой  $\mu$  тока одинакового с ней порядка, большая часть энергии которой расходуется на создание в соответствии с (6) постоянной составляющей электромагнитного момента. Аналогичный смысл для  $m$ -фазного СД имеет параметр  $\nu$  ( $\nu < m$ ), число значений которого равно  $B$  [9]. Тогда с учетом того, что все три параметра:  $d$ ,  $q$  и  $\nu$  — гармоники поля, принимая во внимание (9) и (11), в уравнении (12) можно отбросить индексы  $q$  и  $d$  и переписать его в виде

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} \bar{\Psi}_{s\mu} &= \sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} L_{s\mu} \bar{I}_{s\mu} + \\ &+ \frac{m}{2} L_m \sum_{n=\nu+2mQ}^{\infty} \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} a(n) \bar{I}_{s\mu} + \\ &+ \frac{m}{2} M \sum_{n=\nu+2mQ}^{\infty} \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} b(2n) \hat{I}_{s\mu} e^{j2nx} + \\ &+ \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{n=\mu+2mQ}^{\infty} I_{f\mu n} \cos[(\mu-n)\omega t + \varphi_{\mu n I_f}] \times \\ &\times M_f \sum_{n=\nu+2mQ}^{\infty} c(n) e^{jnx}. \end{aligned} \quad (13)$$

После проведения аналогичных преобразований уравнений (1), (3) и (4) получаем:

$$\sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} \bar{U}_{s\mu} = \sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} R_{s\mu} \bar{I}_{s\mu} + \frac{d}{dt} \sum_{\mu=\nu+2mQ}^{\infty} \bar{\Psi}_{s\mu}; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} U_{f0} &= \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{n=\mu+2mQ}^{\infty} R_{f\mu n} I_{f\mu n} \cos[(\mu-n)\omega t + \varphi_{\mu n I_f}] + \\ &+ \frac{d}{dt} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{n=\mu+2mQ}^{\infty} \Psi_{f\mu n} \cos[(\mu-n)\omega t + \varphi_{\mu n \Psi_f}]; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{n=\mu+2mQ}^{\infty} \Psi_{f\mu n} \cos[(\mu-n)\omega t + \varphi_{\mu n \Psi_f}] &= \\ = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{n=\mu+2mQ}^{\infty} L_{f\mu n} I_{f\mu n} \cos[(\mu-n)\omega t + \varphi_{\mu n I_f}] &+ \\ + \frac{m}{2} M_f \operatorname{Re} \left[ \sum_{\nu=1}^B \sum_{n=\nu+bmQ}^{\infty} \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} c(n) \bar{I}_{s\mu} e^{-jnx} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где  $b = 1$  при  $N = 2N'$ ;  $b = 2$  при отсутствии четных гармоник [7].

Соответственно для электромагнитного момента на основании (5)

$$\begin{aligned} M_{эм} &= \frac{m^2}{4} z_p M \times \\ &\times \sum_{\nu=1}^B \operatorname{Im} \left[ \sum_{n=\nu+bmQ}^{\infty} nb(2n) \left( \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} \bar{I}_{s\mu} \right)^2 e^{-j2nx} \right] + \\ &+ \frac{m}{2} z_p M_f \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{n=\mu+2mQ}^{\infty} I_{f\mu n} \cos[(\mu-n)\omega t + \varphi_{\mu n I_f}] \times \\ &\times \sum_{\nu=1}^B \operatorname{Im} \left[ \sum_{n=\nu+bmQ}^{\infty} c(n) \sum_{\mu=n+2mQ}^{\infty} \bar{I}_{s\mu} e^{-jnx} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Поскольку в большинстве практических случаев в системе фазных напряжений не содержится четных гармонических, с учетом приданного физического смысла параметру  $\nu$  целесообразно вместо его четных значений  $\nu_q$  из ряда  $\nu = 1; 2; \dots; B$  использовать сопряженные с ними согласно вытекающему из (9) соотношению  $\nu = \nu_q + NQ$  для  $Q \neq 0$  нечетные значения. В связи с указанным переходом к нечетным значениям  $\nu$  в дальнейшем верхний предел у знака суммы по  $\nu$  не указывается. При этом наибольший порядковый номер  $\nu$  по-прежнему меньше  $m$ , так как  $B < m/2$ .

Соотношения (13)—(17) являются полными уравнениями, описывающими  $m$ -фазный СД в стационарных режимах при произвольной форме напряжения статора с учетом несинусоидальности магнитной индукции в воздушном зазоре машины и зависимости параметров модели от порядкового номера временной гармоники.

При практическом использовании данная система уравнений может быть существенно упрощена. Возможность такого упрощения обусловлена, с одной стороны, характером изменения коэффициента разложения  $\beta(n)$ , который с ростом порядкового номера пространственной гармоники резко убывает по значению [6]. С другой стороны, при достаточно большом числе фаз ( $m \geq 7 \div 9$ ) спектр временных гармоник  $\mu$ , характеризующийся выражением  $\mu = \nu + 2mQ$ , практически определяется низкочастотными гармониками  $\mu = \nu < m$ , несущими в себе основной поток энергии, подводимой к машине. С учетом этого для СД с  $m \geq 7$  в указанных уравнениях можно принять  $\mu = \nu = n$ , ограничившись рассмотрением временных и пространственных гармоник с порядковыми номерами, меньшими  $m$ . При  $m = 3$  сказанное соответствует питанию СД системой синусоидальных напряжений, един-

ственно целесообразных исходя из энергетических соображений. Для других СД с  $m < 7$  для повышения точности расчетов можно воспользоваться подходом, изложенным в [10].

С учетом принятого ограничения, вводя одновременно новый вектор  $\bar{Y}_\mu^p = \bar{Y}_\mu e^{-j\nu x}$ , что соответствует приведению  $\bar{Y}_\mu$  по  $\nu$ -й пространственной гармонической к системе координат ротора, приходим к следующей системе уравнений СД:

$$\bar{U}_{s\mu}^p = R_{s\mu} \bar{I}_{s\mu}^p + j\mu\omega \bar{\Psi}_{s\mu}^p; \quad (18)$$

$$U_{f0} = R_{f0} I_{f0}; \quad (19)$$

$$\bar{\Psi}_{s\mu}^p = L_{sl\mu} \bar{I}_{s\mu}^p + \frac{m}{2} L_m a(\nu) \bar{I}_{s\mu}^p + \frac{m}{2} Mb(2\nu) \hat{I}_{s\mu}^p + M_f c(\nu) I_{f0}; \quad (20)$$

$$\Psi_{f0} = L_{f0} I_{f0} + \frac{m}{2} M_f \operatorname{Re} \left[ \sum_{\mu=\nu=1} c(\nu) \bar{I}_{s\mu}^p \right]; \quad (21)$$

$$M_{эм} = \frac{m}{2} z_p \times \sum_{\mu=\nu=1} \operatorname{Im} \left\{ \frac{m}{2} Mb(2\nu) \bar{I}_{s\mu}^{p2} + M_f \nu c(\nu) I_{f0} \bar{I}_{s\mu}^p \right\}. \quad (22)$$

Соотношения (18)—(22) соответствуют уравнениям СД для динамических режимов, приведенным в [7], но отличаются от них дифференциацией параметров в зависимости от порядковых номеров временных гармоник тока. Полученные уравнения справедливы для СД с явнополюсным ротором. При неявнополюсном исполнении СД в уравнениях (13), (17) и (20), (22) следует положить  $Mb(2n) = Mb(2\nu) = 0$ .

### Выводы

В многофазном СД временные гармоники тока статора с порядковым номером, меньшим  $m$ , создают дополнительные постоянные составляющие момента. Физически это объясняется

синхронной частотой вращения (см. соотношение (6)) пространственных гармоник поля, образованных однопорядковыми с ними временными гармониками токов. Это повышает КПД электромеханической системы и позволяет отказаться при увеличении числа фаз исполнительного двигателя от формирования питающих его напряжений (токов) по специальным, в частности синусоидальному, законам практически без ухудшения энергетических характеристик ЭП [1,2].

### Список литературы

1. Бражников В.Ф., Соустин Б.П. Теория установившихся электромагнитных процессов в многофазном асинхронном инверторном электроприводе. Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1984—1985.
2. Бабаев М.Б., Голубев А.Н., Королев А.Н. Особенности применения многофазных асинхронных двигателей в регулируемом приводе//Электричество. 1991. № 11. С. 57—61.
3. Голубев А.Н. Многофазный асинхронный электропривод при неполном числе фаз статорной обмотки и его моделирование//Электротехника. 1996. № 1. С.20—24.
4. Голубев А.Н., Игнатенко С.В. Оптимизация характеристик силового фильтра преобразователя частоты в функции числа фаз//Электротехника. 1999. № 7. С.42—46.
5. Голубев А.Н., Игнатенко С.В. Влияние числа фаз статорной обмотки асинхронного двигателя на его виброшумовые характеристики//Электротехника. 2000. № 6. С.28—31.
6. Голубев А.Н., Королев А.Н., Пантелеев Е.Р. Моделирование электромагнитных процессов в многофазных асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором с учетом несинусоидального характера распределения индукции в воздушном зазоре/ИЭИ. Иваново, 1986. Деп. в Информ-электро, БУ ВИНТИ, № 4.
7. Голубев А.Н., Лапин А.А. Математическая модель синхронного двигателя с многофазной статорной обмоткой//Электротехника. 1998. № 9. С. 8—13.
8. Бабаев М.Б., Голубев А.Н. Математическая модель и особенности расчета параметров схемы замещения многофазного АД с симметричной обмоткой//Электротехника. 1992. № 6, 7. С.7—11.
9. Голубев А.Н. Математический аппарат приведенных спектральных векторов как основа описания электромагнитных процессов в многофазном асинхронном двигателе/ИГЭУ. Иваново, 1996. Деп. в ВИНТИ, БУ ВИНТИ, № 1.
10. Бабаев М.Б., Голубев А.Н. Моделирование электромагнитных процессов в 6-фазном асинхронном электро-двигателе//Электричество. 1994. № 4. С.31—35.

# Модель асинхронного электродвигателя в системе электроснабжения

ЕЩИН Е.К.

*Предложена модель асинхронного электродвигателя, описывающая его состояние в системе электроснабжения произвольной структуры. Рассмотрена возможность исследования процессов преобразования энергии в системе задаваемой структуры одновременно всеми электродвигателями.*

*The model of the induction motor describing its status in a power-supply system of any structure is offered. The opportunity of research of processes of transformation of energy in system of set structure simultaneously by all induction motors is considered.*

При наличии в системе электроснабжения электродвигателей возникает проблема учета влияния этого вида нагрузки на динамическое состояние системы [1,2]. Особую актуальность она приобретает для систем электроснабжения горных предприятий, для которых в последние годы характерен рост мощностей используемых в приводах горных машин электродвигателей. Отмеченная тенденция роста мощностей электродвигателей, соизмеримость этих мощностей с мощностью источников питания, а также наличие протяженных кабельных линий приводят к необходимости учета влияния изменений в режиме работы одного из электродвигателей на состояние остальных и состояние системы электроснабжения. В [3] рассмотрено моделирование процессов электромеханического преобразования энергии в системе электроснабжения со структурой, характерной для добычных участков угольных шахт. Там же получена математическая модель асинхронного электродвигателя, работающего в этой сети, которая является одним из вариантов возможных структур систем электроснабжения.

Очевидно, что любую конкретную конфигурацию системы с  $N$  электродвигателями при питании от одного источника можно получить на основе структуры, изображенной на рис.1, определяя при помощи логических переключателей необходимые рабочие ветви системы электроснабжения.

На рис. 1 индекс 0 соответствует общему участку питающего кабеля. Для остальных кабелей первый индекс означает принадлежность уровню, второй — ветви соответствующего уровня. Диапазон изменения значений уровней  $k \in (1, M)$ , диапазон изменения индексов ветвей  $v \in (1, 2^k)$ . При помощи такой системы индексации будем идентифицировать конкретные кабельные участки (ветви) системы электроснабжения. Например,  $L_{kv}, R_{kv}$  — индуктивность и активное сопротивление кабельного участка  $k$ -го уровня,  $v$ -й ветви, являющиеся функциями его длины.

Состояние каждого  $j$ -го двигателя, работающего в одиночном варианте, обычно описывается совокупностью дифференциальных и алгебраических связей [4]

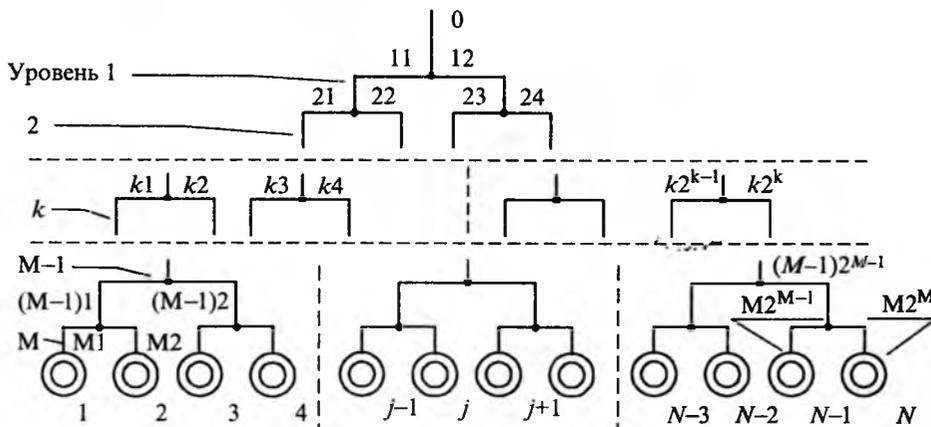


Рис.1. Общая структура системы электроснабжения с электродвигательной нагрузкой

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} \Psi_{s\alpha j} &= U_{s\alpha j} - R_{sj} i_{s\alpha j}; \\ i_{s\alpha j} &= \frac{\Psi_{s\alpha j}}{L'_{sj}} - \frac{k_{rj}}{L'_{sj}} \Psi_{r\alpha j}; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{s\beta j} &= U_{s\beta j} - R_{sj} i_{s\beta j}; \\ i_{s\beta j} &= \frac{\Psi_{s\beta j}}{L'_{sj}} - \frac{k_{rj}}{L'_{sj}} \Psi_{r\beta j}; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{r\alpha j} &= -R_{rj} i_{r\alpha j} - p_j \omega_j \Psi_{r\beta j} = f_j^3; \\ i_{r\alpha j} &= \frac{\Psi_{r\alpha j}}{L'_{rj}} - \frac{k_{sj}}{L'_{rj}} \Psi_{s\alpha j}; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{r\beta j} &= -R_{rj} i_{r\beta j} + p_j \omega_j \Psi_{r\alpha j} = f_j^4; \\ i_{r\beta j} &= \frac{\Psi_{r\beta j}}{L'_{rj}} - \frac{k_{sj}}{L'_{rj}} \Psi_{s\beta j}, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где параметры, начинающиеся с  $R$  и с индексами  $s, r$  — активные сопротивления обмоток статоров и роторов АД;  $p_j$  — число пар полюсов;  $\omega_j$  — угловая скорость вращения ротора электродвигателя;  $\Psi_s, \Psi_r$  и  $i_s, i_r$  с индексами  $\alpha, \beta$  — составляющие потокосцеплений и токов статора и ротора по осям неподвижной системы координат;  $k, L'$  с индексами  $sj, rj$  — коэффициенты электромагнитной связи и переходные индуктивности двигателей;  $j$  — в индексном обозначении определяет номер двигателя.

Ясно, что состояние каждого  $j$ -го электродвигателя по (1) определяется угловой скоростью вращения ротора  $\omega_j$  и  $U_{s\alpha j}, U_{s\beta j}$  — составляющими напряжений статоров двигателей.

В этой связи рассмотрим алгоритм формирования этих напряжений в системе электроснабжения по рис.1 с целью синтеза математической модели асинхронного двигателя для этой системы.

Основная идея при определении напряжений на обмотках статора  $j$ -го двигателя — идентификация путей от двигателей до источника питания и идентификация диапазонов номеров двигателей, токи которых участвуют в формировании суммарных падений напряжений на каждом кабельном отрезке — ветви (см., например, выделенный путь от 6-го двигателя на рис.2) при помощи аналитических конструкций:

$$\begin{aligned} l_0 &= 1 + \text{int} \left( \frac{j}{2^{m-k}} \right) 2^{m-k}; \\ l_1 &= \text{int} \left( \frac{j}{2^{m-k}} \right) 2^{m-k} + 2^{m-k}; \quad v = 1 + \text{int} \left( \frac{j}{2^{m-k}} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\left( L_{46} \frac{d}{dt} I_{s\alpha 6} + R_{46} I_{s\alpha 6} \right) + \left( \sum_{i=5}^6 L_{33} \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} + \sum_{i=5}^6 R_{33} I_{s\alpha i} \right) + \left( \sum_{i=5}^8 L_{22} \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} + \sum_{i=5}^8 R_{22} I_{s\alpha i} \right) + \left( \sum_{i=1}^8 L_{11} \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} + \sum_{i=1}^8 R_{11} I_{s\alpha i} \right) + \left( \sum_{i=1}^{16} L_0 \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} + \sum_{i=1}^{16} R_0 I_{s\alpha i} \right)$$

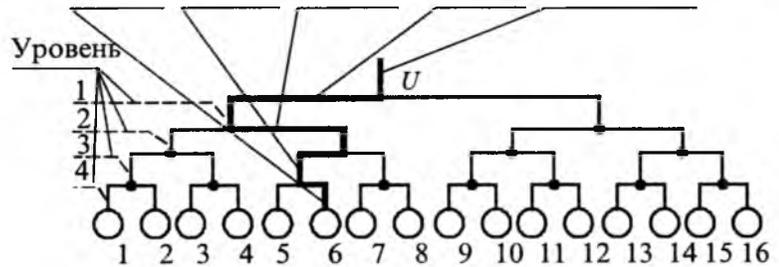


Рис.2. Падение напряжения на участках кабельной сети до 6-го двигателя

где  $l_0, l_1$  — начальное и конечное значения индекса, определяющего номер двигателя, токи которого участвуют в формировании падения напряжения на  $k, v$ -участке кабельной сети.

С учетом (2) искомое напряжение на обмотке статора  $j$ -го двигателя (для составляющей по координатной оси  $\alpha$ )<sup>1</sup> будем иметь в виде:

$$\begin{aligned} U_{s\alpha j} &= U_\alpha - \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} + R_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} I_{s\alpha i} \right) - \\ &- \sum_{i=1}^N \left( L_0 \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} + R_0 I_{s\alpha i} \right) \end{aligned}$$

и далее

$$\begin{aligned} U_{s\alpha j} &= U_\alpha - \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} \right) - \sum_{k=1}^m \left( R_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} I_{s\alpha i} \right) - \\ &- \sum_{i=1}^N L_0 \frac{d}{dt} I_{s\alpha i} - \sum_{i=1}^N R_0 I_{s\alpha i}. \end{aligned} \quad (3)$$

Известны [1] отношения

$$i_{s\alpha j} = \frac{\Psi_{s\alpha j}}{L'_{sj}} - \frac{k_{rj}}{L'_{sj}} \Psi_{r\alpha j}; \quad i_{s\beta j} = \frac{\Psi_{s\beta j}}{L'_{sj}} - \frac{k_{rj}}{L'_{sj}} \Psi_{r\beta j},$$

которые после дифференцирования можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{di_{s\alpha j}}{dt} &= \frac{1}{L'_{sj}} \frac{d\Psi_{s\alpha j}}{dt} - \frac{k_{rj}}{L'_{sj}} f_j^3; \\ \frac{di_{s\beta j}}{dt} &= \frac{1}{L'_{sj}} \frac{d\Psi_{s\beta j}}{dt} - \frac{k_{rj}}{L'_{sj}} f_j^4. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получаем:

<sup>1</sup> Для составляющей напряжения по оси  $\beta$  записи аналогичны.

$$U_{saj} = U_{\alpha} - \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \left( \frac{1}{L_{si}} \frac{d\Psi_{scai}}{dt} \right) \right) - \sum_{i=1}^N L_0 \left( \frac{1}{L_{si}} \frac{d\Psi_{scai}}{dt} \right) + \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \left( \frac{k_{ri}}{L_{si}} f_i^3 \right) \right) + \sum_{i=1}^N \left( L_0 \frac{k_{ri}}{L_{si}} f_i^3 \right) - \sum_{k=1}^m \left( R_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} I_{scai} \right) - \sum_{i=1}^N R_0 I_{scai}. \quad (5)$$

Далее, объединяя (1) и (5), получим для *j*-го двигателя в системе электроснабжения искомую математическую модель:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{d\Psi_{saj}}{dt} + \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \left( \frac{1}{L_{si}} \frac{d\Psi_{scai}}{dt} \right) \right) + \sum_{i=1}^N L_0 \left( \frac{1}{L_{si}} \frac{d\Psi_{scai}}{dt} \right) = U_{\alpha} + \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \left( \frac{k_{ri}}{L_{si}} f_i^3 \right) \right) + \sum_{i=1}^N \left( L_0 \frac{k_{ri}}{L_{si}} f_i^3 \right) - \sum_{k=1}^m \left( R_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} I_{scai} \right) - \sum_{i=1}^N R_0 I_{scai} - R_{sj} i_{saj}; \\ & \frac{d\Psi_{\beta j}}{dt} + \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \left( \frac{1}{L_{si}} \frac{d\Psi_{\beta bi}}{dt} \right) \right) + \sum_{i=1}^N L_0 \left( \frac{1}{L_{si}} \frac{d\Psi_{\beta bi}}{dt} \right) = U_{\beta} + \sum_{k=1}^m \left( L_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} \left( \frac{k_{ri}}{L_{si}} f_i^4 \right) \right) + \sum_{i=1}^N \left( L_0 \frac{k_{ri}}{L_{si}} f_i^4 \right) - \sum_{k=1}^m \left( R_{kv} \sum_{i=l_0}^{l_1} I_{\beta bi} \right) - \sum_{i=1}^N R_0 I_{\beta bi} - R_{sj} i_{\beta j}; \\ & \frac{d\Psi_{raj}}{dt} = -R_{rj} i_{raj} - p_j \omega_j \Psi_{r\beta j} = f_j^3; \\ & \frac{d\Psi_{r\beta j}}{dt} = -R_{rj} i_{r\beta j} + p_j \omega_j \Psi_{raj} = f_j^4, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где  $j \in (1, N)$ ;  $l_0 = 1 + \text{int} \left( \frac{j}{2^{m-k}} \right) 2^{m-k}$ ;

$l_1 = \text{int} \left( \frac{j}{2^{m-k}} \right) 2^{m-k} + 2^{m-k}$ ;  $v = 1 + \text{int} \left( \frac{j}{2^{m-k}} \right)$ .

Для использования в расчетной практике математической модели (6) электромеханического преобразования энергии совокупностью *N* асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, находящихся в системе электроснабжения произвольной структуры, в Кузбасском государственном техническом университете на ее (модели) основе разработано программное обеспе-

чение, которое позволяет задавать конфигурацию системы электроснабжения, длины и параметры ветвей кабелей, количество двигателей, параметры двигателей, последовательности включения или отключения двигателей для имитации реальных процессов пусков и отключений приводов горных машин, характера нагрузки на двигателях при моделировании режимов работы реальных горных машин. Учет изменения ак-

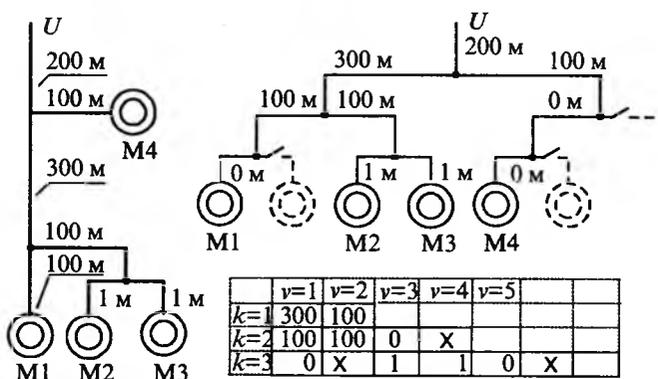


Рис.3. Расчетная схема системы электроснабжения с электродвигательной нагрузкой

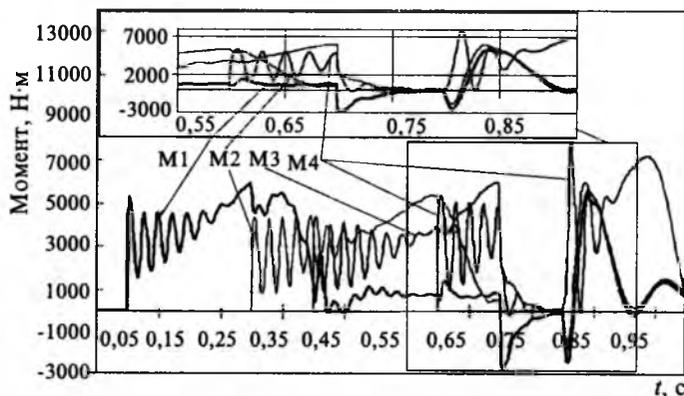


Рис.4. Характер изменения электромагнитных моментов двигателей и влияние изменений в режиме работы каждого электродвигателя на состоянии остальных

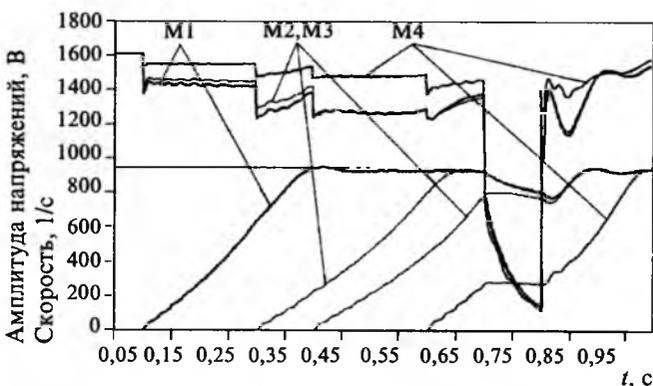


Рис.5. Характер изменения амплитуд напряжений на обмотках статоров электродвигателей и угловых скоростей вращения их роторов

тивных и индуктивных сопротивлений роторов вследствие вытеснения тока и насыщения цепей намагничивания можно вести на основе зависимостей этих параметров от скольжения, получаемых, например по [6,7].

**Пример.** Результаты исследования процессов последовательного пуска четырех асинхронных электродвигателей АВР280L4 мощностью 160 кВт, подключенных к источнику питания в соответствии с рис.3, приведены на рис.4, 5. Временные интервалы включения двигателей уменьшены с целью иллюстрации влияния изменений в режиме работы каждого из них на состояние остальных. Защиты отключены.

Пуск двигателей сопровождается также моделированием режима потери напряжения ( $t = 0,7$  с) со стороны питания и повторным включением (рис.5) двигателей ( $t = 0,8$  с). На рис.4 видны характерные зависимости изменения электромагнитных моментов для двигателей с затухшим и незатухшим полем ( $t > 0,8$  с), описанные, например, в [4,5].

Таким образом, на основе использования математической модели (6) возможно получение необходимой информации о состоянии электро-механических систем при преобразовании электрической энергии в системе электроснабжения произвольной структуры.

#### Список литературы

1. Гамазин С.И., Ставцев С.А., Цырук С.А. Переходные процессы в системах промышленного электроснабжения, обусловленные электродвигательной нагрузкой. М.: Изд-во МЭИ, 1997.
2. Усехин В.Н. О влиянии нагрузки на токи к.з. в электроустановках переменного тока до 1 кВ // Промышленная энергетика. 2001. №1. С.29—33.
3. Ещин Е.К. Расчеты электро-механических переходных процессов в системе электроснабжения горных машин // Электротехника. 1999. №3. С.41—44
4. Ковач К., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. М. -Л.: Госэнергоиздат, 1963.
5. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М.: Высшая школа, 2001.
6. Постников И.М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. М.: Высшая школа, 1975.
7. Ещин Е.К., Иванов В.Л., Алешии Д.А. Автоматизация экспресс-испытаний асинхронных электродвигателей // Электротехника. 1995. №5. С.59—61.

**Ещин Евгений Константинович** — доктор техн. наук, проф., заведующий кафедрой вычислительной техники Кузбасского государственного технического университета. Окончил горно-электро-механический факультет Кузбасского политехнического института в 1970 г. В 1996 г. защитил докторскую диссертацию по теме "Динамические процессы электро-механических систем горных машин в режимах пуска и торможения".

## Расчет вентиляционного шума электрических машин с учетом структурной составляющей

КУХАРСКИЙ М.П., канд. техн. наук

*Рассмотрены вопросы экспериментального обоснования и применения новой методики расчета вентиляционного шума электрических машин.*

Вентиляционный шум электрических машин с воздушным охлаждением складывается, как правило, из двух составляющих разного происхождения — из аэродинамического шума, обусловленного турбулентностью воздушного потока, и структурного шума, вызванного передачей механических колебаний узлов машины рабочему колесу и кожуху вентилятора и их резонансом. Суммарный вентиляционный шум этих составляющих можно определить путем их акустического сложения. Однако для этого каждую из составляющих необходимо описать в координатах  $L = f(v_2)$ , где  $L$  — уровень шума, дБ;  $v_2$  — окружная скорость лопаток вентилятора на максимальном диаметре, м/с.

Объектом ранних акустических исследований электрических машин являлся аэродинамический шум. О существовании структурного шума в общем виде было известно, однако детальных исследований не производилось из-за сложности вопроса.

На основании теоретических и экспериментальных исследований [1—3] для расчета общего уровня вентиляционного шума  $L$  была предложена зависимость:

$$L = 60 \lg v_2 + 10 \lg D_2 b_2 + \Sigma K, \quad (1)$$

где  $D_2$  — максимальный диаметр рабочего колеса;  $b_2$  — ширина лопаток рабочего колеса на выходе;  $\Sigma K$  — набор экспериментальных доба-

вок, отражающих режим работы и особенности конструкции вентилятора, а также диаметр рабочего колеса, дБ.

Основная трудность расчета по этой формуле заключается в объективном определении значения этих добавок.

Последующие экспериментальные исследования показали [4], что на двигателях серии 4А все эти добавки можно свести к одной —  $K_d = 10 - 25D_2$  и формулу (1) записать так:

$$L = 60 \lg v_2 + 10 \lg D_2 b_2 + 10 - 25D_2. \quad (2)$$

При  $D_2 = 0,4$  м добавка  $K_d = 0$ , при  $D_2 = 0,15$  м  $K_d = 6$  дБ, т.е. значение добавки обратно пропорционально диаметру вентилятора. По-видимому, эта добавка призвана компенсировать отсутствие в формуле членов, учитывающих структурную составляющую вентиляционного шума. Если структурную составляющую учитывать в виде отдельной зависимости, эта добавка, очевидно, не нужна. И тогда формулу для определения аэродинамической составляющей можно записать так:

$$L_a = 60 \lg v_2 + 10 \lg D_2 b_2. \quad (3)$$

Это подтверждается результатами измерения и расчетов уровня шума двигателей серии 4А по формулам (2) и (3), приведенным в табл.1. Исходные данные для расчетов взяты из табл. 12-3 в [4].

Как видно из табл.1, расчеты по формуле (2) (с добавкой  $K_d = 10 - 25D_2$ ) на двухполюсных машинах дают завышенные примерно на 2 дБ результаты по сравнению с опытом, на четырехполюсных — заниженные на 3—3,5 дБ. При расчетах по формуле (3) результаты в обоих случаях занижены, однако среднее отклонение расчетов от опытных данных почти в 2 раза меньше,

чем по формуле (2). Из общего правила выпадают лишь результаты расчетов на четырехполюсных двигателях габаритов 160 и 180 мм. Однако, на четырехполюсных двигателях младших габаритов всегда присутствует структурный шум, который в некоторой степени компенсирует это отклонение. Учитывая это, формулу (3) можно рекомендовать для расчета аэродинамической составляющей вентиляционного шума.

Проверка формулы (3) на двигателях серии АИР (табл.2) также подтвердила ее пригодность для расчетов аэродинамического шума.

Что касается закономерностей проявления структурного шума, то они были выяснены сравнительно недавно [5—7]. При постановке экспериментов имелось в виду, что вентилятор любого двигателя, работающий в области преобладания аэродинамического шума, при снижении частоты вращения обязательно переходит в область преобладания структурного шума. Эксперименты проводились на пяти двигателях разной полюсности серии АИР и АИС средней мощности. Частота вращения двигателей менялась путем изменения частоты тока от 25 до 75 Гц через каждые 5 Гц. Это обеспечило весьма широкий спектр линейных скоростей — от 5 до 90 м/с.

Установлено, что в области преобразования аэродинамического шума зависимость  $L = f(v_2)$  описывается уравнениями (1) и (2). При переходе в область преобладания структурного шума зависимость  $L = f(v_2)$  постепенно становится почти горизонтальной.

Оказалось, что на двигателях разной полюсности и мощности переход к преобладанию структурного шума происходит при разной скорости. Например, у двигателя АИР250М4 этот

Таблица 1

Сравнение опытных данных двигателей серии 4А с расчетными по формулам (2) и (3)

Высота оси вращения $H$ , мм	Частота вращения $n$ , об/мин	Окружная скорость лопаток $v_2$ , м/с	Диаметр вентилятора $D_2$ , м	Ширина лопаток $b_2$ , мм	Уровень шума $L$ , дБ		
					Опыт	Расчет по формуле	
						(2)	(3)
160	3000	40,8	0,260	0,060	80,5	82,0	76,6
180		46,4	0,295	0,065	84,5	85,4	82,6
200		50,3	0,320	0,069	84,5	87,4	85,4
225		57,3	0,365	0,070	88,5	90,6	89,5
250		64,1	0,408	0,079	91,0	93,1	90,4
160	1500	23,2	0,295	0,075	71,5	68,0	65,4
180		25,9	0,330	0,084	74,5	71,0	69,2
200		28,9	0,368	0,100	77,5	74,0	73,3
225		32,2	0,410	0,104	79,0	76,5	76,8
250		36,0	0,460	0,108	82,0	79,0	80,4

Сравнение опытных данных двигателей серии АИР с расчетными по формулам (3)—(5)

Высота оси вращения $H$ , мм	Мощность двигателя $P_2$ , кВт	Частота вращения $n$ , об/мин	Окружная скорость лопаток $v_2$ , м/с	Диаметр вентилятора $D_2$ , м	Ширина лопаток $b_2$ , мм	Уровень шума $L$ , дБ			
						Опыт	Расчет по формулам		
							(3)	(4)	(5)
160	15,0	3000	38,94	0,248	0,05	77,0	76,3	62,8	76,5
160	18,5		38,94	0,248	0,06	77,0	77,1	62,8	77,2
180	22,0		42,10	0,268	0,06	79,0	79,1	65,0	79,3
180	30,0		45,20	0,288	0,065	81,0	81,8	65,2	82,0
200	45,0		47,10	0,300	0,065	81,0	83,3	67,3	84,0
225	55,0		49,40	0,315	0,070	—	84,9	69,9	85,0
250	90,0		56,52	0,360	0,075	87,0	89,4	72,7	90,0
160	15,0		22,60	0,288	0,05	69,0	62,8	61,6	63,4
160	18,5	25,50	0,325	0,05	70,0	67,3	61,8	68,3	
180	22,0	25,90	0,330	0,065	69,0	68,8	63,5	69,4	
180	30,0	28,10	0,358	0,070	71,0	70,0	64,1	71,2	
200	45,0	28,10	0,360	0,070	—	71,0	66,0	72,6	
225	55,0	30,20	0,385	0,075	73,0	73,0	68,7	74,5	
250	90,0	32,90	0,420	0,080	76,0	76,3	71,4	77,0	

переход имеет место при снижении линейной скорости до 28—30 м/с, у двигателя АИР160L4 — при ее снижении до 17—20 м/с, причем это переход растянут в пределах изменения скорости на 5—8 м/с. На четырехполюсных двигателях кривая структурного шума в координатах  $L = f(v_2)$  обычно располагается на несколько децибелл ниже кривой вентиляционного шума. При линейных скоростях менее 12—15 м/с преобладает структурный шум. В эту зону попадают все восьмиполюсные двигатели, а также двигатели младших габаритов, начиная примерно с  $H = 112 \div 132$  мм [рисунок].

Уровень структурного шума определяется линейной скоростью вентилятора  $v_2$  и габаритом двигателя  $H$ . Зависимость уровня структурного шума от скорости  $v_2$  линейная, но весьма слабая. При переходе от одного двигателя к дру-

гому уровень структурного шума меняется скачком. Разница уровней структурного шума двигателей соседних габаритов составляет 2—2,5 дБ.

На основании этих закономерностей и анализа экспериментального материала предложена формула для определения уровня структурного шума (дБ):

$$L_c = 39v_2^{0,05} + 0,1H. \quad (4)$$

В табл.2 приведены опытные данные и результаты расчетов уровня шума по формулам (3) и (4) на двигателях серии АИР средней мощности.

Как видно, формула (3) дает вполне приемлемое совпадение с результатами измерений. На двухполюсных двигателях разница между аэродинамическим и структурным шумом составляет 12—17 дБ, на четырехполюсных — 2—6 дБ. Структурный шум на двухполюсных двигателях на 1—1,5 дБ выше, чем на четырехполюсных соответствующего габарита.

В табл.2 представлены также результаты расчета общего вентиляционного шума двигателей серии АИР по формуле акустического сложения шумов разной частоты [8]:

$$L = 10 \lg(10^{0,1L_a} + 10^{0,1L_c}). \quad (5)$$

Видно, что на двухполюсных машинах добавка структурного шума к аэродинамическому небольшая и находится в пределах точности измерения ( $\pm 0,5$  дБ), поэтому на таких машинах при  $v_2 \geq 35$  м/с структурный и общий вентиляционный шум можно не принимать во внимание и не рассчитывать.



Зависимость аэродинамического и структурного шумов от линейной скорости лопаток рабочего колеса

На четырехполюсных двигателях общий вентиляционный шум, рассчитанный по формуле акустического сложения (5), в среднем на 1,4 дБ больше аэродинамического шума, рассчитанного по формуле (3). На этих двигателях при  $v_2 \leq 35$  м/с добавку за счет структурного шума и общий уровень шума необходимо рассчитывать, поскольку она может существенно повысить точность расчетов общего вентиляционного шума, а на двигателях младших габаритов при  $v_2 \leq 18 \div 20$  м/с стать преобладающей.

Необходимо иметь в виду, что уровень структурного шума определяется качеством изготовления, сборки и балансировки вращающихся узлов машины, а также материалом рабочего колеса и кожуха вентилятора, и открывающиеся здесь возможности по снижению уровня этого шума еще далеко не исчерпаны.

В целом предложенная методика позволяет учитывать структурную составляющую в соответствии с природой акустических явлений, без добавок и коэффициентов. Она относится к полюсовым вентиляторам и вентиляторам с меридиально-ускоренным потоком, применявшимся на асинхронных двигателях серии 4АМ, АИР и АИС средней мощности.

#### Пример расчета вентиляционного шума асинхронного двигателя АИР71М4У2

##### 1. Исходные данные:

$$v_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} = \frac{3,14 \cdot 0,12 \cdot 1500}{60} = 9,5 \text{ м/с.}$$

Здесь  $D_2 = 0,12$  м;  $n = 1500$  об/мин — частота вращения рабочего колеса;  $b_2 = 0,02$  м — ширина колеса на выходе.

##### 2. Уровень аэродинамического шума

$$L_a = 60 \lg 9,5 + 10 \lg 0,12 \cdot 0,02 = 58,3 - 26,3 = 32,1 \text{ дБ.}$$

##### 3. Уровень структурного шума

$$L_c = 39 \cdot 9,5^{0,05} + 0,1 \cdot 71 = 43,6 + 7,1 = 50,7 \text{ дБ.}$$

##### 4. Общий уровень вентиляционного шума

$$L = 10 \lg(10^{0,1 \cdot 32,1} + 10^{0,1 \cdot 50,7}) =$$

$$= 10 \lg(1621,8 + 117489) = 50,75 \text{ дБ.}$$

5. Согласно экспериментальным данным у двигателя АИР71М4У2 уровень вентиляционного шума 51 дБ, причем преобладает структурный шум.

#### Пример расчета вентиляционного шума асинхронного двигателя АИР160М2У2

##### 1. Исходные данные:

$$v_2 = \frac{3,14 \cdot 0,248 \cdot 3000}{60} = 38,94 \text{ м/с.}$$

Здесь  $D_2 = 0,248$  м;  $n = 3000$  об/мин — частота вращения рабочего колеса;  $b_2 = 0,05$  м — ширина колеса на выходе.

##### 2. Уровень аэродинамического шума

$$L_a = 60 \lg 38,94 + 10 \lg 0,248 \cdot 0,05 = 95,4 - 19,1 = 76,3 \text{ дБ.}$$

##### 3. Уровень структурного шума

$$L_c = 39 \cdot 38,94^{0,05} + 0,1 \cdot 160 = 46 + 16 = 62 \text{ дБ.}$$

##### 4. Общий уровень вентиляционного шума

$$L = 10 \lg(10^{0,1 \cdot 76,3} + 10^{0,1 \cdot 62}) =$$

$$= 10 \lg(10^{6,63} \cdot 10 + 10^{6,2}) =$$

$$= 10 \lg(42657946 + 1584894) =$$

$$= 10 \lg 44242850 = 76,5 \text{ дБ.}$$

5. По экспериментальным данным (см. табл.2) у двигателя АИР160М2У2 уровень вентиляционного шума 77 дБ, причем преобладает аэродинамический шум.

#### Список литературы

1. Юдин Е.Я. Исследование шума вентиляторных установок и методов борьбы с ним // Труды ЦАГИ, 1958. Вып. 713.
2. Городецкий Э.А. Вопросы расчета вентиляционного шума электрических машин // Конструирование и изготовление машин с улучшенными виброакустическими характеристиками. М.: Информстандартэлектро, 1968. Вып.3. С.3—26.
3. Городецкий Э.А. Метод расчета вентиляционного шума асинхронных двигателей с вентиляторными произвольной формы // Труды ВНИИЭМ, 1976. Т.46.
4. Асинхронные двигатели общего назначения / Под ред. В.М.Петрова и А.Э.Кравчика. М.: Энергия, 1980.
5. Ковалев Ю.М. Влияние кожуха вентилятора на шум обдуваемых электродвигателей // Электротехническая промышленность. Электрические машины. 1973. № 4(26). С.9—10.
6. Кухарский М.П., Кривошеев Б.Н., Ковалев Ю.М. К вопросу о методике расчета вентиляционного шума электродвигателей // Электротехника. 1992. № 1.
7. Кухарский М.П., Ковалев Ю.М. Расчет вентиляционного шума электрических машин // Электротехника. 1993. № 9—10.
8. Янг С., Эллисон А. Измерение шума машин. М.: Энергоатомиздат, 1988.

# Пульсация выходного напряжения бесконтактного тахогенератора постоянного тока, обусловленная вихревыми токами в магнитопроводе статора

ЛИТВИНОВ Б.В., ДАВЫДЕНКО О.Б., кандидаты техн. наук

Одними из перспективных датчиков частоты вращения для общепромышленных глубокорегулируемых приводов являются бесконтактные тахогенераторы постоянного тока (БТПТ), состоящие из многофазного синхронного генератора (СГ) с трапецидальной формой фазного напряжения, датчика положения и электронного коммутатора. СГ выполняется с числом фаз не менее трех и имеет сосредоточенные обмотки с диаметральной шагом, расположенные в равномерном воздушном зазоре между гладким статором и ротором. Распространенность подобных конструкций СГ обусловлена тем, что в них отсутствуют пазовые пульсации, превышающие допустимые уровни пульсаций выходных напряжений БТПТ.

Магнитная система СГ обеспечивает в зазоре близкое к трапецидальному распределение магнитной индукции, а сосредоточенный характер фазных обмоток предопределяет в этом случае трапецидальную форму ЭДС. С помощью электронного коммутатора, управляемого датчиком положения ротора, к выходу БТПТ поочередно подключаются обмотки СГ, имеющие в данный момент неизменное (при постоянной частоте вращения) значение ЭДС. В результате на выходе БТПТ формируется постоянное напряжение, значение и знак которого определяются частотой и направлением вращения ротора.

Одним из основных требований, предъявляемых к БТПТ, является минимальный уровень пульсаций выходного напряжения. В случае сосредоточенных обмоток в синхронном генераторе пульсации выходного напряжения определяются отклонением формы кривой индукции в зазоре СГ от идеальной трапеции. Это отклонение может быть обусловлено рядом причин, в том числе неравномерностью зазора, эксцентриситетом, неоднородностью магнитных сред и т.д. [1]. Однако определяющими факторами искажения поля в зазоре машины являются насыщение магнитопровода ярма и размагничивающее влияние вихревых токов в ферромагнитном сердечнике статора. В [2] на базе расчета стационарного магнитного поля в зазоре БТПТ получены соотношения для нормальной составляющей вектора магнитной индукции в зоне рас-

положения статорной обмотки, позволяющие оценить отклонение текущего значения индукции от ее значения под серединой полюса в зависимости от соотношения геометрических размеров ярма и рабочего зазора при различных уровнях насыщения стали ярма. Полученные в [2] результаты позволяют в пренебрежении вихревыми токами в ярме выбрать число фаз и соотношения геометрических размеров БТПТ таким образом, чтобы обеспечить наименьший уровень пульсации его выходного напряжения.

Данная работа продолжает исследования в рассматриваемом направлении и посвящена оценке искажающего влияния вторичного поля вихревых токов, появляющихся в ферромагнитных пластинах шихтованного сердечника статора СГ при движении в нем трапецидальной волны возбуждения (рис.1). При этом рассматривается следующая задача. Ферромагнитная пластина толщиной  $2\Delta$ , бесконечных размеров вдоль координат  $x$  и  $y$  движется в направлении оси  $x$  со скоростью  $v$  относительно неподвижного в пространстве трапецидального магнитного поля (рис.1,а), ориентированного вдоль оси  $y$ . В движущейся среде вихревые токи вызываются лишь передним и задним фронтами трапецидально распределенного поля возбуждения, а в пределах участка с постоянной индукцией вторичное поле практически затухает. Поэтому можно рассматривать лишь один из фронтов трапеции и считать, что среда движется относительно «стороннего» магнитного поля, распределение которого вдоль оси  $x$  соответствует переднему фронту поля возбуждения (рис.2). В свою очередь, рассматриваемое распределение

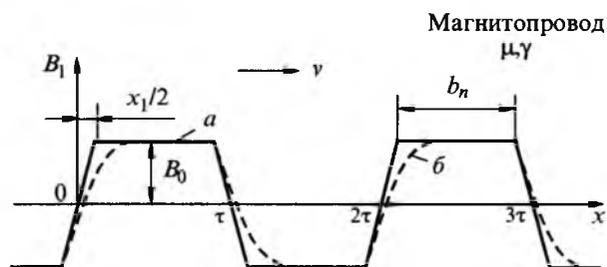


Рис.1. Распределение магнитного поля возбуждения: а — без учета вихревых токов в магнитопроводе; б — с учетом реакции вихревых токов

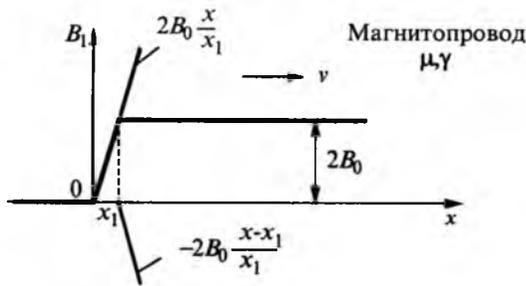


Рис.2. Представление волны "стороннего" магнитного поля возбуждения совокупностью двух линейно возрастающих волн

стороннего поля удобно заменить совокупностью двух линейно нарастающих волн индукции, пространственно смещенных на  $x_1 = \tau - b_n$ . В результате распределение стороннего поля возбуждения может быть представлено в виде:

$$B_1 = \begin{cases} 2B_0 \frac{x}{x_1} & (0 \leq x \leq x_1); \\ 2B_0 \frac{x}{x_1} - 2B_0 \frac{x-x_1}{x_1} & (x_1 \leq x \leq \infty). \end{cases} \quad (1)$$

При решении задачи полагаем:

- ферромагнитная среда линейна и характеризуется постоянной магнитной проницаемостью  $\mu$  и удельной электрической проводимостью  $\gamma$ ;
- индукция и напряженность магнитного поля состоят из двух компонент

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2; \quad \vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2,$$

одна из которых создается индуктором и считается «сторонней» ( $B_1, H_1$ ), другая вызывается вихревыми токами пластины шихтованного сердечника и считается вторичной ( $B_2, H_2$ );

- «сторонняя» индукция  $B_1$  неизменна во времени и не зависит от координат  $y$  и  $z$ ;

- вектор магнитной индукции  $\vec{B}_2$  вторичного поля направлен вдоль оси  $y$  и является функцией координат  $x$  и  $z$ ;

- вектор плотности вихревого электрического тока имеет две составляющие ( $\vec{\delta} = \delta_x \vec{e}_x + \delta_z \vec{e}_z$ ), каждая из которых зависит от координат  $x$  и  $z$ .

С учетом принятых допущений система уравнений Максвелла, описывающих ЭМП в медленно движущихся средах ( $v \ll c$ ) в пренебрежении токами смещения,

$$\text{rot } \vec{H} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}); \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

может быть приведена к дифференциальному уравнению относительно вектора магнитной напряженности вторичного поля

$$\frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} - \mu\gamma v \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial^2 H_2}{\partial z^2} - \mu\gamma \frac{\partial H_2}{\partial t} = \mu\gamma \frac{\partial H_1}{\partial x} - \frac{\partial^2 H_1}{\partial x^2}. \quad (2)$$

### Распределение ЭМП в пределах фронта стороннего поля ( $0 \leq x \leq x_1$ )

С учетом (1) уравнение (2) для рассматриваемой зоны приобретает вид

$$\frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} - \mu\gamma v \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial^2 H_2}{\partial z^2} - \mu\gamma \frac{\partial H_2}{\partial t} = \mu\gamma v k, \quad (3)$$

где  $k = \frac{2B_0}{\mu x_1}$ .

Решение уравнения (3) отыскивается при начальных и краевых условиях

$$H_2(x, z)_{t=0} = 0; \quad H_2(z, t)_{x=0} = 0,$$

вытекающих из невозможности мгновенного изменения магнитного поля внутри ферромагнитной пластины, а также при граничном условии

$$H_2(x, t)_{z=\pm\Delta} = 0, \quad (4)$$

являющимся следствием равенства нулю нормальной составляющей вектора плотности вихревого тока на поверхности пластины.

Граничному условию (4) удовлетворяет решение в виде бесконечного ряда

$$H_2(x, z, t) = \sum_n U_n(x, t) \cos(2n-1) \frac{\pi z}{2\Delta}. \quad (5)$$

Из (3) с учетом (5) вытекает дифференциальное уравнение относительно  $U_n(x, t)$

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} - \mu\gamma v \frac{\partial U_n}{\partial x} - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4\Delta^2} U_n - \mu\gamma \frac{\partial U_n}{\partial t} = A_n \mu\gamma v k, \quad (6)$$

в котором  $A_n \mu\gamma v k$  — коэффициенты разложения в ряд Фурье в интервале  $-\Delta \leq z \leq \Delta$  правой части уравнения (3).

Соотношение (6) с помощью подстановки

$$U_n(x, t) = W_n(x, t) e^{\frac{\mu\gamma v x}{2}} \quad (7)$$

может быть приведено к каноническому виду

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2} - a^2 W_n - b \frac{\partial W_n}{\partial t} = A_n 2ck e^{-cx}, \quad (8)$$

где  $a^2 = \left(\frac{\mu\gamma v}{2}\right)^2 + (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4\Delta^2}$ ;  $b = \mu\gamma$ ;  $c = \frac{\mu\gamma v}{2}$ .

Краевое и начальное условия для функции  $W_n(x, t)$  те же, что и для магнитной напряженности  $H_2$  вторичного поля

$$W_n(0, t) = 0; \quad W_n(x, 0) = 0. \quad (9)$$

Соотношение (8) с помощью  $\sin$ -преобразования Фурье

$$\bar{W}_n(\lambda, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty W_n(x, t) \sin \lambda x dx$$

может быть преобразовано в более простое дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial \bar{W}_n(\lambda, t)}{\partial t} + \frac{\lambda^2 + a^2}{b} \bar{W}_n(\lambda, t) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} A_n \frac{2ck\lambda}{b(c^2 + \lambda^2)}. \quad (10)$$

При этом изображение начального условия (9) будет иметь вид

$$\bar{W}_n(\lambda, 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty W_n(x, 0) \sin \lambda x dx = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (10) с учетом граничного условия (11) представляется соотношением

$$\bar{W}_n(\lambda, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} A_n \frac{2ck\lambda}{(c^2 + \lambda^2)(a^2 + \lambda^2)} \left( e^{-\frac{\lambda^2 + a^2}{b}t} - 1 \right). \quad (12)$$

Оригинал решения (12), найденный посредством обратного  $\sin$ -преобразования Фурье [3], имеет вид:

$$W_n(x, t) = -A_n \frac{kv}{2g} \left\{ 2e^{-cx} - 2e^{-ax} + e^{(cx-gt)} \times \right. \\ \times \left[ 1 - \Phi \left( c\beta + \frac{x}{2\beta} \right) \right] - e^{-(cx+gt)} \left[ 1 - \Phi \left( c\beta - \frac{x}{2\beta} \right) \right] - \\ \left. - e^{ax} \left[ 1 - \Phi \left( a\beta + \frac{x}{2\beta} \right) \right] + e^{-ax} \left[ 1 - \Phi \left( a\beta - \frac{x}{2\beta} \right) \right] \right\}, \quad (13)$$

в котором  $\Phi(x, \beta)$  — интеграл вероятности;

$$\beta = \sqrt{t/b}; \quad g = \frac{\pi^2(2n-1)^2}{4\Delta^2 b}.$$

Распределение результирующей индукции магнитного поля в интервале фронта трапецидальной волны ( $0 \leq x \leq x_1$ ) определится с учетом (5), (7), (13) соотношением:

$$B(x, z, t) = B_1 + \mu H_2 = 2B_0 \frac{x}{x_1} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \mu W_n(x, t) e^{cx} \cos \left( (2n-1) \frac{\pi}{2\Delta} z \right). \quad (14)$$

Ряд (14) достаточно быстро затухает (второе слагаемое ряда на порядок меньше первого). Поэтому для практических расчетов можно ограничиться лишь первым слагаемым ряда ( $n=1$ ). В результате соотношение, определяющее среднее по толщине пластины значение результирующей индукции магнитного поля в районе фронта бегущей волны ( $0 \leq x \leq x_1$ ), будет иметь вид:

$$B = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} B(x, z, t) dz = 2B_0 \frac{x}{x_1} + \frac{2\mu}{\pi} e^{cx} W_1(x, t). \quad (15)$$

#### Распределение ЭМП в зоне постоянства стороннего поля ( $x_1 \leq x \leq \infty$ )

В рассматриваемой области предполагается наличие двух «сторонних» волн индукции

$$B_1 = 2B_0 \frac{x}{x_1}; \quad B'_1 = -2B_0 \frac{x-x_1}{x_1}.$$

В соответствии с этим допущением вторичное поле также будет иметь две составляющие, одна из которых ( $B_2$ ) обусловлена первичной индукцией  $B_1$  и определяется соотношением (14), другая ( $B'_2$ ) порождается «сторонним» магнитным полем, индукция которого распределена по закону  $B'_1$ . Вторичное поле, вызываемое «сторонней» индукцией  $B'_1$ , описывается тем же соотношением (2) при тех же граничных, краевых и начальных условиях, что и поле, порождаемое «сторонним» источником  $B_1$ . Следовательно, решение для  $B'_2$  будет точно таким же, как и для  $B_2$ , но при замене  $x$  на  $(x-x_1)$ . Таким образом, в области  $x_1 \leq x \leq \infty$

$$B(x, z, t) = B_1 + \mu H_2 + B'_1 + \mu H'_2 = \\ = 2B_0 + \mu \sum_{n=1}^{\infty} [W_n(x, t) e^{cx} - W_n(x-x_1, t) e^{c(x-x_1)}] \times \\ \times \cos(2n-1) \frac{\pi}{2\Delta} z$$

или в среднем по ширине пластины при учете лишь основной гармонической ряда Фурье ( $n=1$ )

$$B = 2B_0 + \frac{2\mu}{\pi} [W_1(x, t) e^{cx} - W_1(x-x_1, t) e^{c(x-x_1)}]. \quad (16)$$

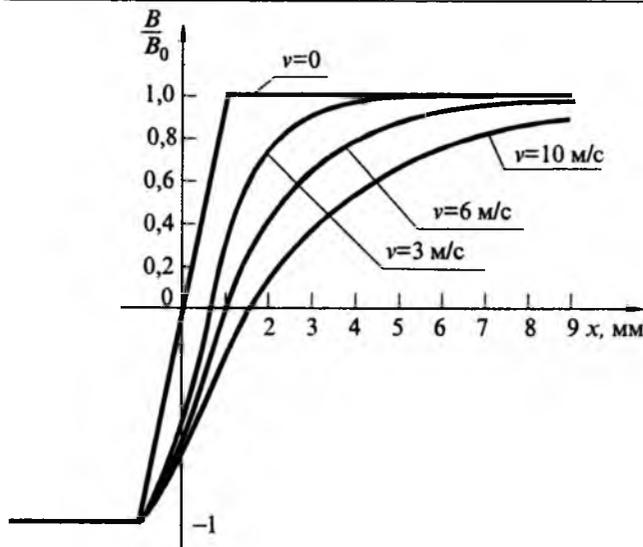


Рис.3. Расчетное распределение магнитного поля возбуждения при различных скоростях движения волны

Соотношения (15) и (16) с учетом (13) можно существенно упростить, если воспользоваться аппроксимацией интеграла вероятности рациональной функцией [4]

$$\Phi(\xi) = 1 - (a_1\vartheta + a_2\vartheta^2 + a_3\vartheta^3)e^{-\xi^2},$$

в которой  $\vartheta = \frac{1}{1 + \xi p}$ ;  $p = 0,47047$ ;  $a_1 = 0,348024$ ;

$a_2 = -0,0958798$ ,  $a_3 = 0,7478556$ , и пренебречь величинами второго порядка малости. В результате распределение нормальной составляющей результирующего магнитного поля в сердечнике (а следовательно, и в зоне нахождения сосредоточенной обмотки тахогенератора) с учетом  $t = x/v$  определится соотношениями:

при  $0 \leq x \leq x_1$

$$B = 2B_0 \left\{ \frac{x}{x_1} - \frac{4c\Delta^2}{\pi^4 x_1} [1 - e^{(c-a)x}] \right\}; \quad (17)$$

при  $x_1 \leq x \leq \infty$

$$B = 2B_0 \left\{ 1 - \frac{4c\Delta^2}{\pi^4 x_1} [e^{(c-a)(x-x_1)} - e^{(c-a)x}] \right\}. \quad (18)$$

На рис.3 представлены в относительных единицах рассчитанные по соотношениям (17) и (18) распределения результирующего магнитного поля в ферромагнитной пластине толщиной  $\Delta = 0,5$  мм, при  $\mu_r = 1000$ ,  $\gamma = 10^7$  1/Ом·м,  $x_1 = 2$  мм для различных скоростей движения поля ( $v = 0, 3, 6, 10$  м/с).

Точно такой же характер (только в функции времени) будут иметь ЭДС, индуцированные в сосредоточенных обмотках БТПТ.

Практическая оценка полученных результатов проводилась следующим образом. В макетном образце БТПТ на пути бегущей трапецидальной волны магнитной индукции возбуждающего поля помещался подключенный к осциллографу ориентированный вдоль оси машины проводник. Наводимая в этом проводнике ЭДС повторяет характер пространственного распределения индукции бегущего поля. Экспериментально полученные зависимости  $B(x)$  хорошо согласуются с теоретическими.

#### Выводы

1. Движущаяся в магнитопроводе БТПТ трапецидальная волна магнитного поля возбуждения претерпевает искажение за счет поля реакции вихревых токов в сердечнике.

2. Полученные в работе соотношения позволяют дать оценку отклонения от идеальной трапеции реального распределения поля возбуждения, а следовательно, и ЭДС в фазных обмотках БТПТ.

3. Результаты работы могут быть использованы при проектировании бесконтактных тахогенераторов постоянного тока с минимальным уровнем пульсаций выходного напряжения.

#### Список литературы

1. Тун А.Я. Системы контроля скорости электропривода. М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Литвинов Б.В., Шор А.М. Пульсация выходного напряжения бесконтактного тахогенератора постоянного тока // Электротехника. 1987. № 12.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов, произведений. М.: Физматгиз, 1971.
4. Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовица, И.Стигана. М.: Наука, 1979.

## Численное определение положения магнитной жидкости в магнитожидкостном герметизаторе

КАЗАКОВ Ю.Б.

*Рассматривается подход к определению положения и формы магнитной жидкости в магнитожидкостном герметизаторе на основе численного моделирования физических полей. Процесс сводится к оптимизационной процедуре поиска конфигурации конечно-элементной сетки, при которой в элементах поверхности магнитной жидкости будет обеспечено значение магнитной индукции, определяемое перепадом давления и температурой.*

Положение и форма магнитной жидкости (МЖ) определяют рабочие свойства магнитожидкостных устройств: магнитожидкостных герметизаторов (МЖГ), магнитожидкостных датчиков угла и давления, магнитожидкостных переключателей и др. С изменением режима работы устройства изменяется конфигурация МЖ. Положение и форма МЖ в зазоре МЖГ, которые она принимает при изменении индукции магнитного поля, температуры, воздействующего перепада давления априори неизвестна.

При допущении о незначимости гравитационных и центробежных сил, явлений смачиваемости и капиллярности, перераспределения частиц в МЖ под воздействием магнитного и теплового полей удерживаемый перепад давления МЖГ в статическом режиме по результатам расчета магнитного поля для заданного положения МЖ определяется [1]

$$\Delta p_{ст} = \mu_0 \int_{H_1}^{H_2} M dH, \quad (1)$$

где  $H_1$  и  $H_2$  — напряженности магнитного поля на поверхностях МЖ, обращенных к областям с меньшим и большим давлениями соответственно;  $M$  — намагниченность МЖ, нелинейно зависящая от  $H$ .

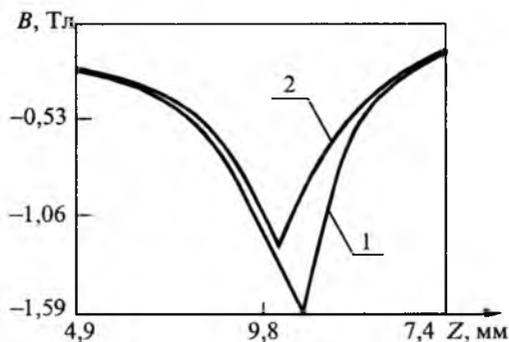
Относительная магнитная проницаемость МЖ может достигать 3. Присутствие МЖ изменяет распределение индукции магнитного поля в зазоре МЖГ (рис.1). Пренебрежение наличием МЖ и ее конфигурацией приводит к погрешностям в определении распределений индукций и напряженностей до 11%, а критического удерживаемого перепада давления — до 7,5%.

При анализе работы МЖГ необходим поиск такого расположения граничных элементов МЖ, при которых обеспечивается создание соответствующего распределения полей и усилий,

определяемых внешним приложенным перепадом давления. Если рассчитанное по (1) давление для заданной конфигурации МЖ не соответствует приложенному перепаду давления, то необходимо изменить форму МЖ. Это перераспределит магнитные и тепловые сопротивления в МЖГ и потребует нового расчета полей. Возникает дилемма, когда, не зная положение МЖ, невозможно точно рассчитать магнитное и тепловые поля, а, не зная распределения полей, невозможно определить положение МЖ.

К настоящему времени нет алгоритмов определения конфигурации МЖ при учете совместного влияния параметров магнитного и теплового полей. Сложность такого расчета обуславливается развитой геометрией МЖГ, нелинейными магнитными и теплофизическими характеристиками материалов (сталей, МЖ), возбуждающих факторов (постоянных магнитов, выделяемых потерь), взаимной зависимостью полей, неизвестной конфигурацией МЖ.

Процесс нахождения конфигурации МЖ может быть сформулирован как оптимизационная



**Рис.1.** Распределение индукции магнитного поля в зазоре МЖГ вдоль вала под зубцом при 20°C:

1 — при полном заполнении зазора МЖ; 2 — без МЖ в зазоре

минимаксная процедура и при этом используются алгоритмы целенаправленного поиска на моделях полей [2, 3]. Определение конфигурации конструкции с требуемым распределением поля является обратной задачей по отношению к расчету поля. Поэтому если известны требуемые параметры распределения полей, то задача нахождения конфигурации МЖ может быть решена на основе анализа результатов расчета полей методом конечных элементов.

Предполагаем, что целевая функция  $F$  непрерывна и дифференцируема по набору из  $n$  параметров  $\{X\}$ , хотя бы и численно. Используем метод последовательной локальной минимизации функции нескольких параметров — метод переменной метрики, реализующий квазиньютоновский алгоритм и использующий аппроксимацию матрицы Гессе [Н].

На каждой итерации  $i$  определения поверхности МЖ выбирается направление изменения параметров конфигурации поверхности

$$\{R\}^i = -[H]^i \nabla F(\{X\}^i), \quad (2)$$

где  $\{R\}^i$  и градиент функции цели на  $i$ -й итерации

$$\nabla F(\{X\}^i) = \left\{ \frac{\partial F}{\partial X_1^i}, \dots, \frac{\partial F}{\partial X_n^i} \right\}^T \text{ — матрицы-столб-$$

цы размера  $n$ .

Значение параметров на следующей итерации принимаются как

$$\{X\}^{i+1} = \{X\}^i + \lambda_{\text{опт}}^i \{R\}^i. \quad (3)$$

Здесь  $\lambda_{\text{опт}}^i$  — шаг изменения параметров, минимизирующий функцию цели в заданном направлении, — результат линейного поиска на  $i$ -й итерации.

Для пересчета на последующих итерациях матрицы [Н] использовалась обратная положительно определенная формула секущих Дэвидона—Флетчера—Пауэлла [4]. Матрица [Н] накапливает информацию с предыдущих итераций о направлениях и значениях сделанных шагов, о характере целевой функции. Использовался оптимальный по Стьюарту шаг численного дифференцирования на основе конечно-разностной аппроксимации целевой функции в окрестности точки дифференцирования. На каждой итерации применялся эффективный метод линейного поиска минимума целевой функции в заданном направлении.

Алгоритмы метода переменной метрики и метода конечных элементов подобны. В обоих методах по сути дела надо решить систему нелинейных алгебраических уравнений. В данной конструкции работы программных средств метод конечных элементов являлся моделью при оптимизации методом переменной метрики. Чтобы получить одну попытку синтеза поверхности МЖ нужно сделать 6—12 итераций анализа поля, т.е., чтобы подойти к решению системы нелинейных уравнений синтеза необходимо многократно решать системы нелинейных уравнений при анализе поля.

При синтезе поверхности МЖ методом переменной метрики на основе конечно-элементного анализа взаимозависимых физических полей задача становится трехуровневой. Первый (нижний) уровень — решение системы нелинейных уравнений расчета конкретного физического поля, полученной из метода конечных элементов. Второй уровень — решение системы нелинейных уравнений, полученной при анализе взаимозависимых физических полей. Третий уровень (самый высокий) — решение системы нелинейных уравнений, полученной при реализации процесса минимизации методом переменной метрики.

В МЖГ процесс удержания перепада давления осуществляется путем взаимодействия ферромагнитных частиц МЖ с внешним магнитным полем. Поэтому полевой синтез поверхности МЖ при заданном перепаде давления с учетом взаимозависимости магнитного и теплового полей можно проводить по критериям магнитного поля для предварительно оцененного теплового режима.

Внешний перепад давления выдавливает МЖ в сторону области с меньшим давлением. Так как удерживаемый перепад давления определяется  $H_1$  и  $H_2$  на границах МЖ (1), соответственно индукциями магнитного поля  $B_1$  и  $B_2$ , то при возрастании перепада давления и изменении положения границ МЖ  $H_1$  и  $B_1$  будут уменьшаться, а  $H_2$  и  $B_2$  — возрастать. МЖ будет деформироваться так, чтобы перепад давления между двумя любыми точками двух поверхностей, обращенных к областям с разными давлениями, был одинаковым, так как давление по закону Паскаля действует одинаковым образом во всех направлениях и на все участки поверхности МЖ одинаково. Это означает, что  $H_2$  во всех элементах, расположенных на поверхности МЖ, обращенной к области с большим давлением, будут одинаковыми. Также и элементы, расположен-

ные на поверхности МЖ, обращенной к области с меньшим давлением, будут иметь другие, но также одинаковые  $H_1$ . Поэтому удерживаемый перепад давления может быть определен по значениям  $H$  или  $B$  в двух любых точках на разных границах МЖ. В этом случае целью полевого синтеза поверхности МЖ может являться обеспечение заданного значения  $B_{Gзад}$  на поверхности МЖ вдоль ее границы  $G$ . Можно минимизировать отклонение распределения рассчитываемой индукции от заданной при изменении конфигурации поверхности МЖ

$$F = \int_G (B_G - B_{Gзад})^2 dG \quad (4)$$

При использовании в конечно-элементной модели  $n$  линейных элементов границы  $G$  одинаковой длины интеграл заменяется суммой

$$F = \sum_{j=1}^n (B_{Gj} - B_{Gзад})^2, \quad (5)$$

где  $B_{Gj}$  — индукция в  $j$ -м элементе границы МЖ.

Процесс определения поверхности МЖ сводится к процессу поиска координат точек поверхности с заданной индукцией. В соответствии с [5] над МЖ как бы натягиваем в зазоре оболочку, а конкретно вводим тонкий слой из конечных элементов в воздухе для возможности определения индукции на границе. Координаты  $n$  точек границы являются независимыми параметрами. Изменение параметров вызывает регенерацию конечно-элементной сетки. Положения узлов конечно-элементной сетки  $j=1, \dots, n$  изменяются каждое в своем направлении  $R_j$  (рис. 2), рассчитываемом на каждой итерации  $i$ . Варьирование параметров осуществляется в пределах  $X_{jmin} \leq X_j \leq X_{jmax}$ . Пределы варьирования определяются допустимыми деформациями границы МЖ.

При отсутствии предварительного анализа для стартовой точки минимизации выбирается

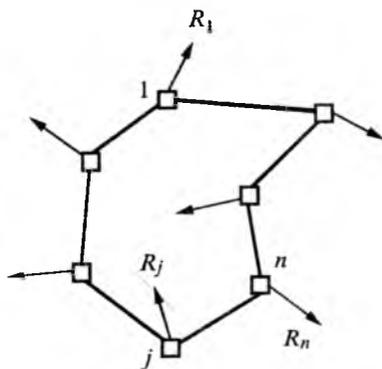


Рис.2. Деформация области изменением положения узлов

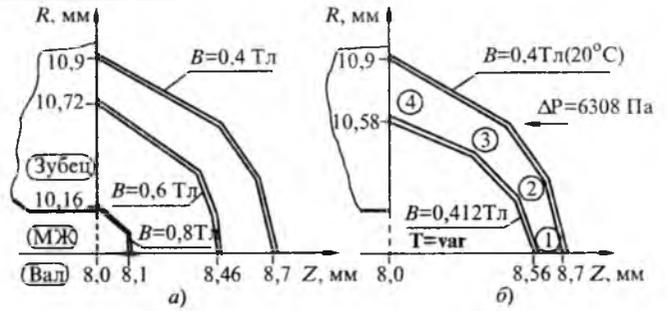


Рис.3. Конфигурация МЖ:

*a* — для разных индукций на поверхности МЖ при температуре 20°C; *б* — для перепада давления 6308 Па при температурах МЖ и ПМ 20°C и температуре МЖ 134°C и температуре 96°C

априорное положение границы МЖ. В качестве критериев завершения процесса определения поверхности МЖ выбирается одновременное выполнение на двух последующих ( $i$  и  $i-1$ ) итерациях условий для  $j = 1, \dots, n$

$$\epsilon_F^i = \frac{|F^i - F^{i-1}|}{\max(|F^i|, \epsilon_F)} \leq \epsilon_F;$$

$$\epsilon_{Xj}^i = \frac{|X_j^i - X_j^{i-1}|}{\max(X_{jmax} - X_{jmin}, \epsilon_{Xj})} \leq \epsilon_{Xj}, \quad (6)$$

где  $\epsilon_F$  и  $\epsilon_{Xj}$  — положительные, наперед заданные предельно допустимые погрешности изменения значений целевой функции и параметров.

На рис. 3 приведен фрагмент конечно-элементной модели МЖГ из 226 элементов. Определение формы и положения МЖ проводилось для разных значений перепада давления и соответствующих индукций на поверхности МЖ. В качестве независимых параметров выбраны координаты  $n=4$  узловых точек поверхности МЖ, которые определяются размерами  $X_1, X_2, X_3$  и  $X_4$  при фиксированных угловых положениях (рис.3,б).

Для перепада давления 6308 Па индукция на поверхности МЖ с намагниченностью  $M_{МЖ} = 38$  кА/м для температуры 20°C составляет  $B_{Gзад} = 0,4$  Тл.

Расчет для априорно выбранной стартовой конфигурации МЖ дал среднее значение из индукций на 4 участках границы МЖ ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ )  $B_{Gсред20} = 0,37$  Тл. Значение целевой функции в стартовой точке составило  $F = 0,07159$  Тл<sup>2</sup>.

В процессе минимизации целевой функции метод переменной метрики выполнил  $N_{итер} = 38$  итераций при  $N_{кэ} = 717$  перестроений конечно-

элементной сетки и соответствующих расчетов нелинейного магнитного поля. В результате получена конфигурация сетки и соответствующая форма МЖ, при которой значение целевой функции составило  $5,7 \cdot 10^{-7}$  Тл<sup>2</sup>, что в 125596 раз меньше стартового. Средняя индукция на поверхности МЖ составила 0,3993 Тл, погрешность отклонения ее от заданной —  $\delta(B_G) = -0,175$  %. Среднее квадратичное отклонение индукций участков границы от средней индукции на всей границе

$$\sigma(B_G) = \left\{ \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (B_{Gj} - B_{G_{\text{сред}}})^2 \right\}^{0,5} = 2,54 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Рост температуры снижает магнитные свойства постоянных магнитов (ПМ), намагниченность, магнитную проницаемость МЖ и, следовательно, критический удерживаемый перепад давления. При одном и том же приложенном внешнем перепаде давления форма МЖ при разных температурах будет разная. С ростом температуры положение МЖ будет приближаться к критическому.

Из взаимосвязанного расчета магнитных и тепловых полей были найдены средние температуры ПМ  $T_{\text{ПМ}} = 95,71^\circ\text{C}$  и МЖ  $T_{\text{МЖ}} = 134^\circ\text{C}$ . Для перепада давления 6308 Па при уменьшенной из-за нагрева намагниченности МЖ определено  $B_{G_{\text{зад}}134} = 0,412$  Тл. Расчет с магнитными характеристиками ПМ и МЖ при данных температурах дал в стартовой точке  $B_{G_{\text{сред}}134} = 0,327$  Тл. За 508 перестроений сетки и соответствующих расчетов магнитного поля в процессе минимизации целевой функции получена форма МЖ, при которой на ее поверхности средняя индукция составила 0,410 Тл, а  $\sigma(B_G) = 7 \cdot 10^{-4}$  Тл.

В табл.1 приведены пределы варьирования параметров, показатели стартовых и найденных точек при обеспечении индукции на поверхности МЖ 0,5467 Тл для  $T_{\text{ПМ}} = 95,71^\circ\text{C}$  и  $T_{\text{МЖ}} = 134^\circ\text{C}$ . На рис.4 представлен ход итерационного процесса поиска координат точек границы МЖ для этого случая.

В табл.2 сведены результаты поиска конфигурации МЖ для разных индукций на границе и температур ПМ и МЖ.

На рис. 3,а представлены конфигурации МЖ для  $B_{G_{\text{зад}}20} = 0,4, 0,6$  и  $0,8$  Тл.

Таблица 1

Пределы варьирования параметров, показатели стартовой и найденной точек границы при поиске конфигураций МЖ для индукции на границе 0,5467 Тл

Параметр	$X_{\text{max}}$	$X_{\text{min}}$	Стартовая точка	Найденная точка
$X_1, \text{ мм}$	2	0,3	0,8060671	0,3858350
$X_2, \text{ мм}$	2	0,3	0,8258803	0,4089298
$X_3, \text{ мм}$	2	0,3	0,8588568	0,4692074
$X_4, \text{ мм}$	2	0,3	0,9689294	0,5225608
$B_1, \text{ Тл}$	—	—	0,2979495	0,5575078
$B_2, \text{ Тл}$	—	—	0,3146998	0,5871537
$B_3, \text{ Тл}$	—	—	0,3923171	0,5681547
$B_4, \text{ Тл}$	—	—	0,3038147	0,5507460
$F, \text{ Тл}^2$	—	—	0,1985282	0,002229987

На рис. 3,б — конфигурации МЖ для перепада давления 6308 Па для 20 С при  $B_{G_{\text{зад}}20} = 0,4$  Тл и при  $B_{G_{\text{зад}}134} = 0,412$  Тл для  $T_{\text{ПМ}} = 95,71^\circ\text{C}$  и  $T_{\text{МЖ}} = 134^\circ\text{C}$ . Конфигурация МЖ изменяется при изменении перепада давления и при нагреве МЖГ. На рис.5 представлены распределения индукции в зазоре для найденных конфигураций при температуре  $20^\circ\text{C}$  и при  $T_{\text{ПМ}} = 95,71^\circ\text{C}$  и  $T_{\text{МЖ}} = 134^\circ\text{C}$ . При одном и том же перепаде давления, но при разных температурах, кроме изменившихся магнитных и теплофизических свойств ПМ и МЖ, отличающиеся конфигурации МЖ дополнительно перераспределяют индукцию в зазоре.

Таблица 2

Результаты определения конфигурации МЖ при разных условиях

$T_{\text{МЖ}}, ^\circ\text{C}$		20			134	
$T_{\text{ПМ}}, ^\circ\text{C}$		20			95,7	
$B_{G_{\text{зад}}}, \text{ Тл}$		0,4	0,6	0,8	0,412	0,5467
Стартовая точка	$B_{G_{\text{сред}}}, \text{ Тл}$	0,37	0,382	0,397	0,327	0,327
	$F, \text{ Тл}^2$	0,072	0,245	0,66	0,035	0,199
Процесс поиска	$N_{\text{итер}}$	38	18	10	36	20
	$N_{\text{кз}}$	717	201	116	508	222
Найденная точка	$B_{G_{\text{сред}}}, \text{ Тл}$	0,3993	0,611	0,824	0,410	0,5658
	$\sigma(B_G), \text{ Тл}$	2,5E-4	1,3E-2	4,3E-2	7,0E-4	1,6E-2
	$F, \text{ Тл}^2$	5,7E-7	1,8E-3	7,9E-3	1,5E-5	2,2E-3
	$\delta(B_G), \%$	-0,175	1,83	3,0	-0,437	3,49

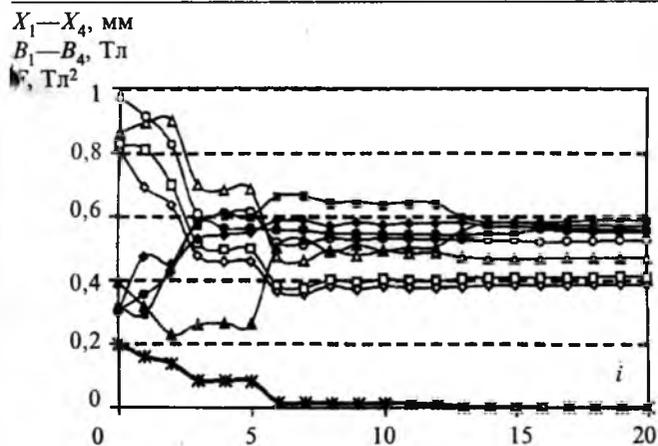


Рис.4. Ход итерационного процесса поиска координат элементов границы магнитной жидкости для заданной индукции границы 0,5467 Тл:

—◇—  $X_1$ ; —□—  $X_2$ ; —△—  $X_3$ ; —○—  $X_4$ ;  
—◆—  $B_1$ ; —■—  $B_2$ ; —▲—  $B_3$ ; —●—  $B_4$ ; —✱—  $F$

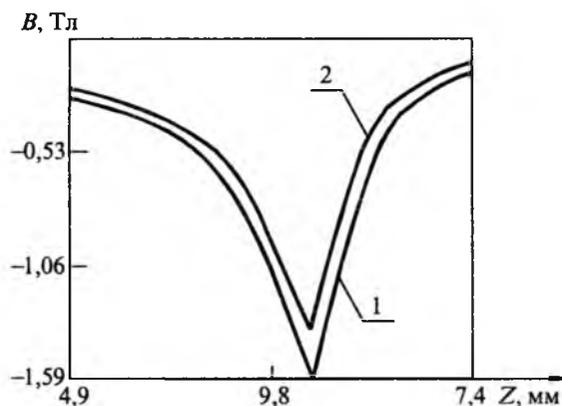


Рис.5. Распределения индукции в зазоре МЖГ вдоль вала для найденной конфигурации МЖ для перепада давления 6308 Па:

1 — без учета термомагнитных зависимостей (20°С);  
2 — с учетом термомагнитных зависимостей

## Вывод

Конфигурация магнитной жидкости может быть определена в результате оптимизационного поиска на конечно-элементной модели магнитных и тепловых полей с учетом влияния распределенных механических усилий от внешнего перепада давления.

## Список литературы

1. Орлов Д.В., Михалев Ю.О., Мышкин Н.К. и др. Магнитные жидкости в машиностроении. М.: Машиностроение, 1993.
2. Казаков Ю.Б., Мостейкис В.С., Щелькалов Ю.Я. Конечно-элементный анализ и синтез магнитных систем стартерных электродвигателей // Исследование и расчет электромеханических преобразователей энергии: Труды МЭИ. 1991. Вып.633. С.5—12.
3. Варламов В.И., Чечурин В.Л. Поиск оптимального распределения материала и расположения тел в адаптивных электродинамических системах //Изв. АН. Энергетика. 1998. N 4. С. 124—133.
4. Дэннис Дж., мл., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений: Пер. с англ. М.: Мир, 1988.
5. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высшая школа, 1989.

**Казаков Юрий Борисович** — доктор техн. наук, доцент кафедры электромеханики Ивановского государственного энергетического университета. В 1976 г. окончил электромеханический факультет Ивановского энергетического института. В 2000 г. в МЭИ защитил докторскую диссертацию «Численное моделирование и разработка конструкций электрических машин с учетом взаимного влияния физических полей».

**Вниманию руководителей предприятий, объединений, НИИ и КБ, вузов**

**Редакция журнала «Электротехника»**

**предлагает услуги**

по подготовке и выпуску на договорных условиях специальных (тематических) номеров журнала "Электротехника" по тематике и материалам (в том числе и рекламным) заказчика.

**Справки по телефону: 254-11-52**

# Мехатронные модули с управляемым электронагревом<sup>1</sup>

ВАГАНОВ М.А., канд. техн. наук, НОВИКОВ В.А., доктор техн. наук, САВВА С.В., инж.

Санкт-Петербургский ГЭТУ

*Изложены положения, обосновывающие создание автоматизированных мехатронных модулей с управляемым электронагревом, использование которых возможно для многих электротехнологий, в процессах контактной сушки ленточных материалов.*

Большая часть производимой в мире электроэнергии преобразуется в механическую и тепловую энергии. В основном эти преобразования выполняются в технологическом оборудовании разнообразных производств. Преобразование электрической энергии в механическую производится электроприводами технологического оборудования, где осуществляются разнообразные перемещения производственных механизмов и агрегатов. Преобразование электрической энергии в тепловую выполняется в электротехнологическом оборудовании, осуществляющем нагрев веществ. Имеются технологии, в которых совместно присутствуют оба вида преобразования. Примером таких технологий являются процессы управляемой сушки материалов в целлюлозно-бумажной, текстильной, химической промышленности. В технологических агрегатах выполняется транспортировка и контактный нагрев ленточных материалов с помощью большого числа вращающихся цилиндров. Сушка материала выполняется в секциях, содержащих верхние и нижние группы цилиндров. Материал прижимается к группам цилиндров с помощью сеток. Схема одной секции бумагоделательной машины показана на рис. 1. В секции может быть от 4 до 16 цилиндров. Число секций сушильной части бумагоделательной машины до-

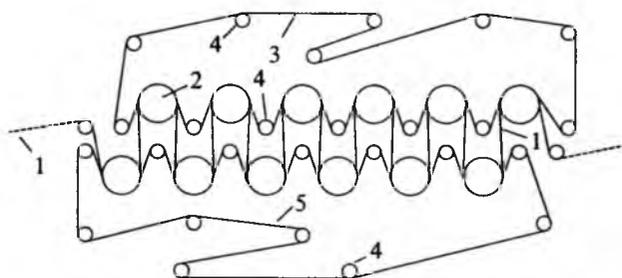


Рис. 1. Схема секции сушильных цилиндров  
1 — полотно бумаги; 2 — сушильные цилиндры; 3 — верхняя сетка; 4 — сетководящие валики; 5 — нижняя сетка

стигает 5—10. Технология является энергоемкой: так, мощность, потребляемая сушильной частью бумагоделательной машины, составляет несколько мегаватт.

## Тенденции развития и варианты выполнения систем управления движением и нагревом ленточных материалов

В системах управления технологическими агрегатами применяется групповой и индивидуальный электропривод цилиндров. Современные бумагоделательные машины работают на скоростях, достигающих 1500—2000 м/мин. Таким образом, к САР скорости и соотношения скоростей секций бумагоделательных машин предъявляются довольно высокие требования. Современным решением является использование частотно-регулируемых приводов переменного тока с высокодинамичными характеристиками, построенных с использованием векторного управления. В частности, большое распространение получили системы многодвигательного привода фирм АВВ и "Сименс" [1,2]. Принципы построения систем изложены в [3]. Так, фирма АВВ производит системы управления многодвигательными приводами для бумагоделательных машин, обеспечивающие статическую точность регулирования скорости в диапазоне  $\pm 0,01\%$  максимальной скорости. Динамическая точность регулирования скорости составляет  $\pm 0,1\%$  максимальной скорости с временем переходного процесса 2—4 с, при условии что не превышены допустимые пределы по колебанию частоты и напряжения питающей сети, а также если собственная частота управляемой механической системы не ниже 10—15 Гц.

В варианте с групповым приводом цилиндров применяется схема с угловым расположением зубчатых передач (рис. 2,а). Шестерни нижнего ряда цилиндров сцепляются между собой при помощи паразитных шестерен. Шестерни верхних цилиндров приводятся во вращение от промежуточных шестерен, сцепляющихся с па-

<sup>1</sup> Печатается в порядке обсуждения.

разитными шестернями нижнего ряда. Вал одной из паразитных шестерен, расположенный в середине группы, соединен муфтой с редуктором привода.

Разветвленная механическая конструкция сушильных агрегатов с групповым электроприводом существенно ограничивает динамические возможности систем управления скоростью и соотношением скоростей агрегатов из-за проявления в широком спектре частот упругих колебаний элементов механизмов. В большей степени это будет проявляться при взаимосвязи цилиндров через тонкие ленточные материалы (бумажное полотно, полимерные пленки и т.д.), и через сукна.

Анализ динамических процессов в системе с групповым электроприводом показывает, что механические модели системы имеют кольцевые структуры, в которых в наибольшей степени проявляются упругие колебания, и управление которыми оказывается наиболее сложным. Как правило, такие механические системы не отвечают приведенным выше требованиям по порядку частот упругих колебаний. Для исключения кольцевой структуры механической модели и упрощения механических взаимосвязей применяют индивидуальный электропривод сушильных цилиндров (рис. 2, б). Индивидуальный привод дает возможность регулировать скорость каж-

дого цилиндра в отдельности. На бумаго- и картоноделательных машинах при индивидуальном приводе на каждом цилиндре с приводной стороны устанавливают электродвигатель с редуктором, укрепленным на цапфе цилиндра. Индивидуальный электропривод обеспечивает возможность повышения частот упругих колебаний и, как следствие этого, повышения быстродействия системы автоматического регулирования (САР) скорости и соотношения скоростей, уменьшения динамических ошибок систем и повышения скорости движения материала. Как видно из схемы рис. 1, цилиндры связаны между собой натянутым материалом и сетками. Неизбежны в этом случае упругие колебания, имеющие низкие частоты вследствие малой жесткости материала и сукон.

В [4] показано, что взаимосвязи цилиндров через гибкое полотно могут быть существенно ослаблены, если обеспечить такие быстродействия САР скорости, при которых частоты среза систем превосходят в 6—8 раз парциальные частоты колебаний цилиндров, связанных гибким материалом. Это условие сложно реализовать, если используется редукторный вариант электропривода и в механической передаче электродвигатель—цилиндр проявляются низкочастотные упругие колебания. Существенного улучшения ситуации можно добиться, если выполнять безредукторные электроприводы с использованием электрических машин с большим числом пар полюсов [5].

Кардинальное решение проблемы быстродействия САР скорости возможно, если объединить электродвигатель с цилиндром. При этом корпус стального цилиндра используется в качестве массивного ротора обращенного асинхронного электродвигателя, статорные обмотки которого закреплены на неподвижном валу цилиндра и находятся в полости цилиндра. Управление обращенным асинхронным электродвигателем возможно от преобразователей частоты, используемых для редукторных вариантов асинхронных двигателей с сохранением принципов управления, применяемых для высокодинамичных систем. Использование обращенного электродвигателя возможно одновременно с переходом на управляемый электронагрев цилиндров для выполнения контактной сушки.

Управление температурным режимом сушки традиционно ведется с помощью пароконденсатных систем. На современных машинах устанавливаются пароконденсатные системы, разделенные на три—пять секций, с циркулирующей

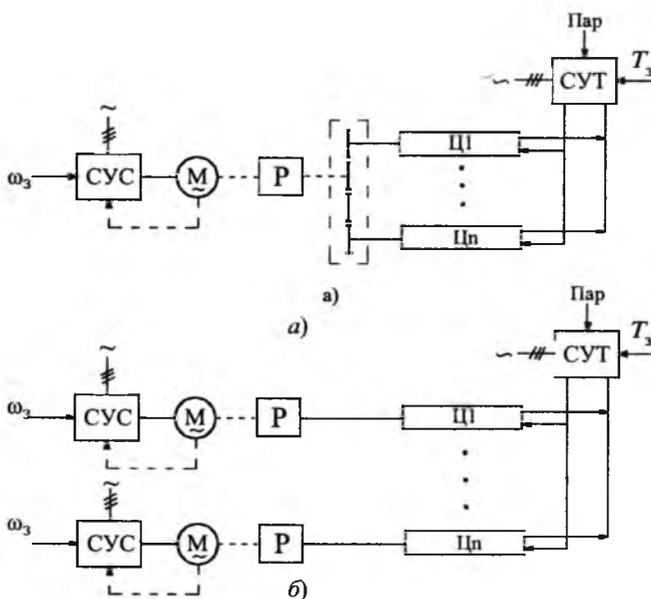


Рис. 2. Система управления сушильными секциями:

а — при групповом электроприводе; б — при индивидуальном электроприводе (СУС, СУТ — системы управления соответственно скоростью и температурой; Р — редуктор; Ц1—Цn — сушильные цилиндры;  $\omega_3$ ,  $T_3$  — сигналы задания соответственно скорости и температуры)

пара, которая создается за счет разности давлений между отдельными секциями сушильных цилиндров или вследствие вакуума, создаваемого вакуумными насосами, присоединенными к последней по ходу пара секции цилиндров. Необходимый для поддержания заданного температурного режима перепад давления на сушильных группах обеспечивается приборами автоматики.

Перспективным методом в технологии контактной сушки ленточных материалов является применение устройств электрического и электромагнитного нагрева сушильных цилиндров. Одним из способов электромагнитного нагрева является индукционный нагрев поверхности сушильного цилиндра, где в качестве внешнего нагревательного элемента используется управляемый индуктор [6]. Другой способ заключается в помещении в полость цилиндра электрических либо электромагнитных нагревателей. Нагрев корпуса цилиндра в данном случае может осуществляться как непосредственно путем передачи джоулева тепла, выделяющегося при пропускании электрического тока через резистивные элементы, расположенные по внутреннему радиусу цилиндра, так и путем наведения в корпусе цилиндра вихревых токов. В последнем случае, наряду со статорными обмотками асинхронного двигателя, в полости цилиндра размещены обмотки электромагнитного тормоза с целью создания возможности управления мощностью наводимых в корпусе цилиндра вихревых токов. В обоих случаях легко реализуема коррекция влажности полотна материала по ширине сушильного цилиндра путем секционирования электрических нагревателей и поочередного размещения тормозных и двигательных обмоток.

В процессе сушки ленточных материалов наблюдается значительная усадка высушиваемого полотна в продольном и поперечном направлении, что заставляет выставлять соотношения скоростей между приводными группами сушильной части. Представленное решение позволяет оптимально решить данную задачу, обеспечивая индивидуальный привод цилиндров сушильной части. Применение индивидуального безредукторного привода сушильных цилиндров позволяет устранить вредное влияние упругостей кинематических передач на качество управления скоростью и соотношением скоростей и значительно повышает эффективность привода.

Еще одной задачей, успешно решаемой в данном варианте, является защита электродвигателя сушильной части от попадания влаги и пыли, образующихся в процессе сушки влажного полотна. Тормозные, двигательные обмотки и нагревательные элементы находятся в герметичном корпусе цилиндра, что обеспечивает высокую надежность их функционирования.

Рассматривая данный способ сушки с точки зрения энергосбережения необходимо заметить, что эффективность электрического и электромагнитного нагрева оказывается выше, чем парового за счет значительного увеличения КПД сушки. Преимуществом здесь также является совершение теплом, выделяющимся в тормозных и двигательных обмотках, полезной работы по нагреву поверхности цилиндра.

### Баланс мощностей мехатронного модуля, управление нагревом и вращением

Нагревание цилиндра осуществляется за счет вихревых токов, индуктированных в стальном массиве цилиндра вращающимся магнитным полем. При этом, меняя амплитуду такого магнитного поля с помощью дополнительных источников управляемого трехфазного напряжения постоянной частоты, можно изменить амплитуду вихревых токов, а следовательно, и рабочую температуру цилиндра. Схема модуля представлена на рис. 3, где показаны пять тормозных и двигательных секций. В действительности число секций может быть различным в зависимости от постановки задачи регулирования профиля влажности полотна.

Полый стальной цилиндр  $l$  имеет магнитную проницаемость материала  $\mu$  и удельную электропроводность материала  $\gamma$ . Внутри цилиндра

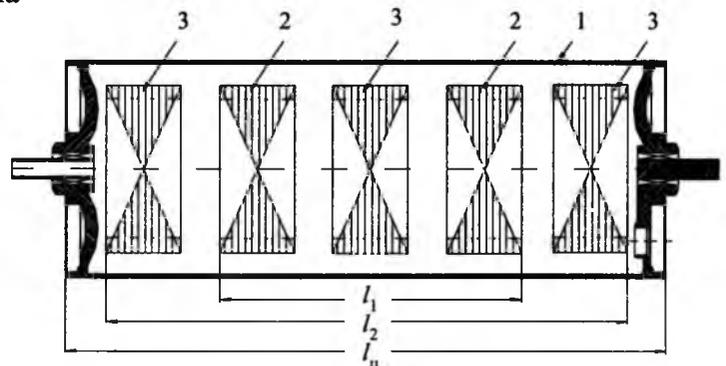


Рис. 3. Схема мехатронного модуля с управляемым электронагревом:

1 — ротор; 2 — статор двигательных элементов; 3 — статор тормозных элементов;  $l_1$  — расстояние между крайними тормозными обмотками;  $l_2$  — расстояние между крайними двигательными обмотками;  $l_c$  — длина цилиндра

расположено несколько цилиндрических пакетов стали, в пазах которых размещены трехфазные обмотки, создающие вращающиеся магнитные поля. В целом данное устройство можно рассматривать как обращенную асинхронную машину, совмещающую в себе несколько асинхронных машин, каждая из которых имеет свой статор (2,3) и общий для всех машин внешний массивный ротор (1). Две из этих машин (2) работают в двигательном режиме, обеспечивая вращение цилиндра — ротора, а остальные (3), работающие в режиме электромагнитного тормоза, предназначены для нагревания цилиндра. Предлагаемая конструктивная схема дает возможность получить желаемое распределение вихревых токов по длине цилиндра.

Вихревые токи, циркулирующие в цилиндре и создаваемые вращающимися магнитными полями всех статоров, будут основным источником его нагревания, в то время как потери энергии в меди обмоток и стали статоров будут обеспечивать дополнительный подогрев цилиндра.

Для решения задачи по распределению вихревых токов воспользуемся двумя первыми уравнениями Максвелла в дифференциальной форме, записанными относительно комплексных амплитуд напряженности магнитного поля  $\dot{H}_m$ , напряженности электрического поля  $\dot{E}_m$  и плотности вихревых токов  $\dot{\delta}_m$  [7]:

$$\text{rot } \dot{E}_m = -j\omega\mu \dot{H}_m; \quad \text{rot } \dot{H}_m = \gamma \dot{E}_m = \dot{\delta}_m,$$

где  $\omega$  — частота вихревых токов.

Введя в рассмотрение векторный магнитный потенциал  $\dot{A}_m$ , для которого

$$\dot{H}_m = \text{rot } \dot{A}_m,$$

после преобразований получим следующее дифференциальное соотношение:

$$\text{rot rot } \dot{A}_m = -j\omega\mu\gamma \dot{A}_m.$$

Так как

$$\text{rot rot } \dot{A}_m = \text{grad div } \dot{A}_m = \nabla^2 \dot{A}_m,$$

а по условию замкнутости линий вихревых токов, а значит и линий вектора  $\dot{A}_m$ :

$$\text{div } \dot{A}_m = 0,$$

то получим:

$$\nabla^2 \dot{A}_m = j\omega\mu\gamma \dot{A}_m.$$

Выберем цилиндрическую систему координат ( $\rho, \varphi, z$ ), в которой ось  $z$  совместим с осью цилиндра. Так как торцевые части цилиндра вы-

ступают по отношению к статорам 4, то можно предположить, что за исключением торцевых зон цилиндра во всей остальной его части плотность вихревых токов  $\dot{\delta}_m$  будет иметь только аксиальную составляющую  $\dot{\delta}_{mz}$ . Это допущение будет справедливо и для векторного магнитного потенциала  $\dot{A}_m = \dot{A}_{mz}$ . В соответствии с этим

$$\nabla^2 \dot{A}_m = jm^2 \dot{A}_{mz},$$

где  $m^2 = \omega\mu\gamma$ .

Раскрыв левую часть с учетом  $\frac{\partial \dot{A}_{mz}}{\partial z} = 0$  в силу

того, что в пределах активной зоны цилиндра магнитное поле является плоскопараллельным, получим:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_{mz}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \dot{A}_{mz}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \dot{A}_{mz}}{\partial \varphi^2} = jm^2 \dot{A}_{mz}. \quad (1)$$

Решение данного дифференциального уравнения в соответствии с методом Фурье будем искать в виде произведения:

$$\dot{A}_{mz} = R(\rho) \sin v\varphi, \quad (2)$$

где  $v$  — абсолютный порядок гармоники магнитной индукции по окружности статора;  $R(\rho)$  — функция координаты  $\rho$ , определяемой из дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R}{\partial \rho} - (jm^2 + \frac{v^2}{\rho^2})R = 0.$$

Решением этого уравнения является линейная комбинация функций Бесселя первого  $J_v(j^{3/2}m\rho)$  и второго  $Y_v(j^{3/2}m\rho)$  рода порядка  $v$  с комплексным аргументом, и тогда

$$\dot{A}_{mz} = \sum_v [C_v J_v(j^{3/2}m\rho) + D_v Y_v(j^{3/2}m\rho)] \sin v\varphi, \quad (3)$$

где  $C_v, D_v$  — постоянные интегрирования, определяемые с учетом граничных условий.

Радиальная составляющая напряженности магнитного поля в стали цилиндра

$$\begin{aligned} \dot{H}_{m\rho} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \dot{A}_{mz}}{\partial \varphi} = \\ &= \sum_v [C_v J_v(j^{3/2}m\rho) + D_v Y_v(j^{3/2}m\rho)] \cos v\varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Радиальная составляющая магнитной индукции в стали цилиндра:

$$\dot{B}_{m\rho} = \mu \dot{H}_{m\rho}. \quad (5)$$

Распределение радиальной составляющей

магнитной индукции в воздушном зазоре с учетом реакции вихревых токов в цилиндре определяется выражением:

$$b_{\delta} = \sum B_{\delta v} \cos v\varphi. \quad (6)$$

Принимая во внимание значительную толщину стенок цилиндра, можно предположить, что все магнитное поле сосредоточено внутри стали цилиндра и за его пределами отсутствует. Это значит, что на наружной поверхности цилиндра с радиусом  $r_{н1}$ , т.е. при  $\rho = r_{н1}$

$$\dot{B}_{m\rho} = 0. \quad (7)$$

На внутренней поверхности цилиндра ( $\rho = r_1$ ) должны быть равны соответствующие радиальные составляющие магнитной индукции, т.е.:

$$\dot{B}_{m\rho} = b_{\delta}. \quad (8)$$

и тогда с учетом (4)—(8) получим следующую систему алгебраических уравнений относительно постоянных интегрирования  $C_v, D_v$ :

$$\begin{aligned} \mu v [C_v J_v(j^{3/2} m r_1) + D_v Y_v(j^{3/2} m r_1)] &= B_{\delta v}; \\ C_v J_v(j^{3/2} m r_{н1}) + D_v Y_v(j^{3/2} m r_{н1}) &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$C_v = \frac{\Delta_C}{\Delta}; \quad D_v = \frac{\Delta_D}{\Delta},$$

где

$$\Delta = J_v(j^{3/2} m r_1) Y_v(j^{3/2} m r_{н1}) - J_v(j^{3/2} m r_{н1}) Y_v(j^{3/2} m r_1);$$

$$\Delta_C = \frac{B_{\delta v}}{\rho v \mu} Y_v(j^{3/2} m r_{н1}); \quad \Delta_D = \frac{B_{\delta v}}{\rho v \mu} J_v(j^{3/2} m r_{н1});$$

$$\dot{A}_{mz} = \sum_v \dot{A}_v \sin v\varphi;$$

$$\dot{A}_v = \frac{1}{\Delta} [\Delta_C J_v(j^{3/2} m \rho) + \Delta_D Y_v(j^{3/2} m \rho)].$$

Аксиальная составляющая плотности вихревых токов

$$\dot{\delta}_{mz} = -jm^2 \dot{A}_{mz}.$$

Это выражение определяет распределение вихревых токов в пределах активной длины цилиндра, т.е. в пределах расположения пакетов стали, а также в интервалах между ними.

В торцевых зонах цилиндра плотность тока будет иметь кроме аксиальной составляющей

$\dot{\delta}_{mz}$  еще и тангенциальную составляющую  $\dot{\delta}_{m\varphi}$ .

И распределение плотности тока в этих частях цилиндра будет определяться из условий потенциальности:

$$\text{rot } \dot{\delta}_m = 0$$

и соленоидальности:

$$\text{div } \dot{\delta}_m = 0.$$

В этом случае всегда существует скалярная потенциальная функция  $U$ , отрицательный градиент которой и будет определять плотность тока,

$$\dot{\delta}_m = -\gamma \text{grad } U.$$

С учетом условия соленоидальности

$$\text{div grad } U = 0.$$

Принимая, как и прежде,  $\dot{\delta}_{m\varphi} = 0$ , получаем:

$$\frac{\partial^2 U}{\rho^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0.$$

В соответствии с методом Фурье решение этого уравнения будет иметь вид:

$$U(\varphi, z) = \sum_v \left( B_v \text{sh } \frac{v}{\rho} z + C_v \text{ch } \frac{v}{\rho} z \right) \sin v\varphi.$$

Аксиальная составляющая плотности вихревых токов в торцевой зоне:

$$\dot{\delta}_{mz\tau} = -\frac{\partial U(\varphi, z)}{\partial z} = -\sum_v \frac{v}{\rho} \left( B_v \text{ch } \frac{v}{\rho} z + C_v \text{sh } \frac{v}{\rho} z \right) \sin v\varphi.$$

На торцах цилиндра, т.е. при  $z=l/2$ ,  $\dot{\delta}_{mz\tau} = 0$

$$C_v = -B_v \text{cth } \frac{vl}{2\rho}$$

и

$$\dot{\delta}_{mz\tau} = \sum_v \frac{v}{\rho} B_v \text{sh } \frac{v}{\rho} \left( \frac{l}{2} - z \right) \sin v\varphi.$$

Для определения постоянной интегрирования  $B_v$  воспользуемся условием равенства аксиальных составляющих плотности вихревых токов на границе активной и торцевой зон, т.е. при  $z = l_0$ , где  $l_0 = l_1$ , если вихревые токи создаются тормозными статорами (3,4), и  $l_0 = l_2$ , если вихревые токи создаются двигательными статорами (2), т.е.

$$\dot{\delta}_{mz} = \dot{\delta}_{mz\tau} \left( z = \frac{l_0}{2} \right).$$

Тогда

$$-jm^2 \sum_v \dot{A}_v \sin v\varphi = \sum_v \frac{v}{\rho} B_v \text{sh } \frac{v}{\rho} \left( \frac{l}{2} - \frac{l_0}{2} \right) \sin v\varphi.$$

Отсюда

$$B_v = -jm^2 \frac{\rho \dot{A}_v}{vsh \frac{v}{\rho} \frac{l-l_0}{2}};$$

$$\dot{\delta}_{mz\tau} = -jm^2 \sum_v \dot{A}_v \frac{sh \frac{v}{\rho} \left( \frac{l}{2} - z \right)}{sh \frac{v}{\rho} \frac{l-l_0}{2}} \sin v\varphi.$$

Для определения касательной составляющей плотности вихревых токов в торцевой зоне воспользуемся условием соленоидальности

$$\text{div } \dot{\delta}_{m\tau} = 0 \text{ или}$$

$$\frac{\partial \dot{\delta}_{m\varphi\tau}}{\rho \partial \varphi} + \frac{\partial \dot{\delta}_{mz\tau}}{\partial z} = 0.$$

Отсюда

$$\dot{\delta}_{m\varphi\tau} = -\int \rho \frac{\partial \dot{\delta}_{mz\tau}}{\partial z} d\varphi = -jm^2 \sum_v \dot{A}_v \frac{ch \frac{v}{\rho} \left( \frac{l}{2} - z \right)}{sh \frac{v}{\rho} \frac{l-l_0}{2}} \cos v\varphi.$$

Вычисляя контурный интеграл вдоль линии плотности вихревых токов, можно определить значение ЭДС, индуктированной в цилиндре и необходимой для создания данной плотности вихревых токов, т.е.:

$$E_{2m} = \frac{1}{2\gamma} \oint \dot{\delta}_{m\varphi\tau} d\bar{l}.$$

Полный ток в поперечном сечении цилиндра в пределах полюсного деления

$$I_2 = 2 \int_{\eta_1}^{\eta_{n1}} \int_0^{\frac{\pi}{2\rho}} \rho \dot{\delta}_{m2} d\rho d\varphi.$$

Активная мощность, соответствующая вихревым токам

$$P_{вх} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\eta_1}^{\eta_{n1}} \int_{\frac{l}{2} - \frac{\pi}{2\rho}}^{\frac{l}{2} + \frac{\pi}{2\rho}} \int_0^{\frac{\pi}{2\rho}} \rho \dot{\delta}_m^* \dot{\delta}_m dz d\rho d\varphi. \quad (9)$$

Вихревые токи, обусловленные двигательными и тормозными элементами, проходят одинаковыми путями в пределах стального цилиндра. Поэтому чтобы исключить взаимное влияние двигательных и тормозных элементов, целесообразно выполнить их с разным числом пар полюсов. Число пар полюсов двигательных элементов  $p_n$  определяется из условия обеспечения

требуемой номинальной частоте вращения цилиндра  $\omega$  при номинальной частоте напряжения  $f_1 = f_{1н}$ . В качестве  $f_{1н}$  принимается частота сети. Число пар полюсов тормозных элементов  $p_{п.т}$  должно быть больше числа пар полюсов  $p_n$  двигательных элементов. Это дает возможность повысить частоту вихревых токов  $f_{2т}$  тормозных элементов, являющихся основным источником нагревания цилиндра:

$$f_{2т} = f_{1т} + \frac{p_{п.т}}{p_n} f_1 (1-s),$$

где  $f_{1т}$  — частота тока в обмотке статора тормозного элемента;  $f_1$  — частота тока в обмотке статора двигательного элемента,  $s$  — скольжение ротора в двигательном режиме.

В обозначении  $m^2 = \omega \mu$  частота  $\omega = 2\pi f$ . Принимая  $f = f_{1т}$  или  $f_{1с}$ , можно выполнить расчет вихревых токов, создаваемых тормозными и двигательными элементами и оценить значение активной мощности, выделяющейся в стали цилиндра. Уравнения баланса мощностей модуля имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} P_c \eta_{п.п} &= P_{1д} + P_{1т}; \\ P_{1д} &= P_{2мех} + \Sigma \Delta P; \\ P_{1д} &= 3U_1 I_1 \cos \varphi_1; \\ \Sigma \Delta P &= \Delta P_{м1} + \Delta P_{с1} + \Delta P_{м2} + \Delta P_{с2}; \\ P_{2мех} &= P_2 + P_{2т} + \Delta P_{мех}; \\ P_{1т} &= 3U_{1т} I_{1т} \cos \varphi_{1т} = \Delta P_{м1т} + \Delta P_{с1т}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $P_c$  — активная мощность, потребляемая из сети;  $\eta_{п.п}$  — КПД полупроводниковых преобразователей;  $P_{1д}$ ,  $P_{1т}$  — активные мощности, подведенные к статорам соответственно двигательных и тормозных элементов;  $U_1$ ,  $I_1$ ,  $\varphi_1$  — соответственно действующие фазные значения напряжения, тока и фазы двигательных элементов;  $P_{2мех}$  — полная механическая мощность, развиваемая двигательными элементами (с учетом механических потерь);  $\Sigma \Delta P$  — сумма потерь мощности;  $\Delta P_{м1}$ ,  $\Delta P_{с1}$  — соответственно электрические и магнитные потери в обмотках и стали статоров двигательных элементов;  $\Delta P_{м2}$ ,  $\Delta P_{с2}$  — электрические и магнитные потери в роторе;  $P_2$  — мощность, расходуемая на движение натянутого материала;  $P_{2т}$  — мощность, компенсирующая момент тормозных секций;  $\Delta P_{мех}$  — механические потери (в опорах и вентиляционных);  $U_{1т}$ ,  $I_{1т}$ ,  $\varphi_{1т}$  — соответственно действующие фазные значения напряжения, тока и фазы

тормозных элементов;  $\Delta P_{\text{млг}}, \Delta P_{\text{слг}}$  — электрические и магнитные потери в обмотках и стали статоров тормозных элементов.

С другой стороны, мощность  $P_{2\tau} = P_{\text{вх}\tau}$  и определяется выражением (9). Она является мощностью вихревых токов, обусловленных тормозными секциями. Соответственно  $\Delta P_{\text{м2}} = P_{\text{вх}}$ , т.е. выражение (9) определяет и электрические потери в роторе, обусловленные двигательными секциями. Обе составляющие мощности вихревых токов полезно используются для нагрева.

Уравнения равновесия моментов имеют вид:

$$M_{\text{д}} - M_{\text{т}} - M_{\text{м}} - M_0 = Jp\omega; \quad (11)$$

$$M_{\text{д}} = \frac{3p_{\text{п}}U_{1\tau}^2}{\omega_{0\text{эл}}} \frac{r_1'(s)/s}{\left[r_1 + \frac{r_2'(s)}{s}\right]^2 + [x_1 + x_2'(s)]^2};$$

$$M_{\text{т}} = \frac{3p_{\text{п}\tau}U_{1\tau}^2}{\omega_{0\text{эл}\tau}} \frac{r_{2\tau}'(s_{\tau})/s_{\tau}}{\left[r_{1\tau} + \frac{r_{2\tau}'(s_{\tau})}{s_{\tau}}\right]^2 + [x_{1\tau} + x_{2\tau}'(s_{\tau})]^2};$$

$$M_{\text{м}} = \frac{P_2}{\omega}; \quad M_0 = \frac{\Delta P_{\text{мск}}}{\omega},$$

где  $M_{\text{д}}$  — электромагнитный момент двигательных элементов;  $M_{\text{т}}$  — электромагнитный момент тормозных элементов;  $M_{\text{м}}$  — момент, обеспечивающий движение натянутого материала;  $M_0$  — момент холостого хода;  $J$  — момент инерции ротора;  $r_1, x_1$  и  $r_{1\tau}, x_{1\tau}$  — активные и индуктивные сопротивления обмоток статора соответственно двигательных и тормозных элементов;  $r_2'(s), x_2'(s)$  и  $r_{2\tau}'(s_{\tau}), x_{2\tau}'(s_{\tau})$  — приведенные эквивалентные активные и индуктивные сопротивления массивного ротора соответствующие двигательным и тормозным элементам;  $s$  и  $s_{\tau}$  — скольжения соответственно двигательных и тормозных элементов;  $\omega_{0\text{эл}}$  — круговая частота напряжения питания;  $\omega_{0\text{эл}\tau}$  — номинальное значение частоты напряжения питания.

Система управления частотой вращения и температурой цилиндра представляет собой взаимосвязанную систему управления. Дополнив приведенные уравнения уравнением, описывающим тепловые процессы в цилиндре, получим полное математическое описание мехатронного модуля с управляемым электронагревом.

Суммарная мощность, выделяемая в цилиндре, расходуется непосредственно на его нагрев.

Применительно к одномерному потоку тепла в бесконечной плоской стенке, за которую может быть принята стенка цилиндра, а также пренебрегая краевыми эффектами в торцевых зонах цилиндра, распределение температуры по глубине может быть получено из уравнения Фурье с правой частью, неравной нулю [8]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{a}{\lambda} W, \quad (12)$$

где  $T$  — температура в любой точке стенки  $x = \rho - r_1$ ;  $a$  — коэффициент температуропроводности;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $W$  — мощность источников тепла,

$$W = \delta_m^2 / 2\gamma;$$

$t$  — время;

Решая дифференциальное уравнение теплопроводности, можно получить распределение температуры в стали цилиндра. Распределение температуры по поверхности цилиндра можно получить, положив  $x$  равной толщине стенки цилиндра, т.е.  $x = r_{\text{н1}} - r_1$ .

#### Автоматизированный мехатронный модуль

Функциональная схема автоматизированного мехатронного модуля с управляемым электронагревом показана на рис. 4. Управление скоростью и температурой выполняется в соответствии с заданиями  $\omega_3$  и  $T_3$  через блоки управления БУС и БУТ с воздействием на преобразователь частоты ПЧ в канале управления электромагнитным моментом двигателя и преобразователь напряжения ПН в канале управления тормозным моментом. Измерение скорости и температуры производится датчиками ДС и ДТ.

БУС включает в себя систему векторного управления скоростью двигателя. Принимая во внимание то, что при регулировании температуры цилиндра будут существенно изменяться сопротивление и постоянная времени ротора целесообразно использовать электропривод серии ACS 600 фирмы АВВ, в котором использована концепция прямого управления моментом [1]. Функциональная схема блока управления скоростью показана на рис. 5. Алгоритмы управления скоростью в такой структуре подробно описаны в [3].

БУТ включает в себя регулятор температуры с ограничением максимальных значений. В соответствии с выходным сигналом регулятора температуры устанавливается требуемое значение амплитуды переменного напряжения. Использование фазового метода управления про-



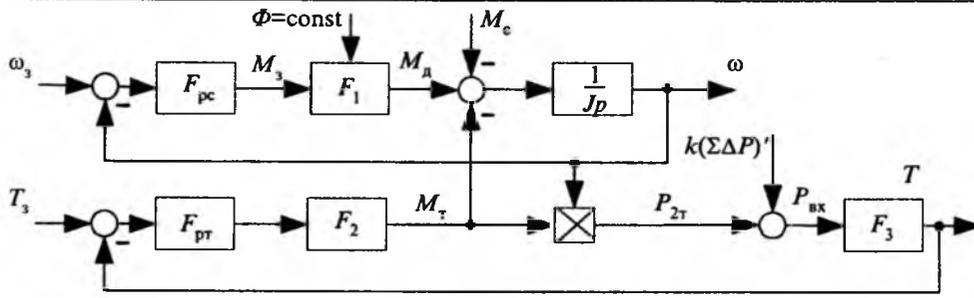


Рис. 6. Структурная схема системы управления мехатронным модулем:

$F_{pc}$ ,  $F_{пр}$  — передаточные функции соответственно регуляторов скорости и температуры;  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  — математические зависимости, соответственно отражающие принципы управления электромагнитным моментом и потокоцеплением двигателя; распределение вихревых токов в цилиндре при формировании тормозного момента  $M_т$ ; тепловые процессы при управляемом электронагреве цилиндра  $k(\Sigma\Delta P)'$

гичные динамические процессы в системе регулирования скорости и температуры цилиндра в варианте с редукторным электроприводом и пароконденсатной системой.

Исследования показывают, что динамическая точность регулирования скорости и температуры может быть повышена примерно на порядок по сравнению с редукторным вариантом индивидуального электропривода и паровым нагревом.

Список литературы:

1. ACS 600 Frequency Converters Speed and Torque Control: Technical Catalogue. ABB Industry Oy. 1996.
2. SIMOVERT MASTER DRIVES. Vector Control. Katalog Siemens DA 65.10. 1998/1999.
3. Дацковский Л.Х., Роговой В.И., Абрамов Б.И. и др. Современное состояние и тенденции в асинхронном частотно-регулируемом электроприводе (краткий аналитический обзор)//Электротехника. 1998. № 2.
4. Новиков В.А., Рассудов Л.Н., Белов М.П. Типовые алгоритмы управления взаимосвязанными электроприводами//Электротехника. 1998. № 6.
5. Свечарник Д.В. Электрические машины непосредственного привода: Безредукторный электропривод. М.: Энергоатомиздат, 1988.
6. Свидетельство на полезную модель №14275. Сушильный цилиндр/С.В.Дзлийев,

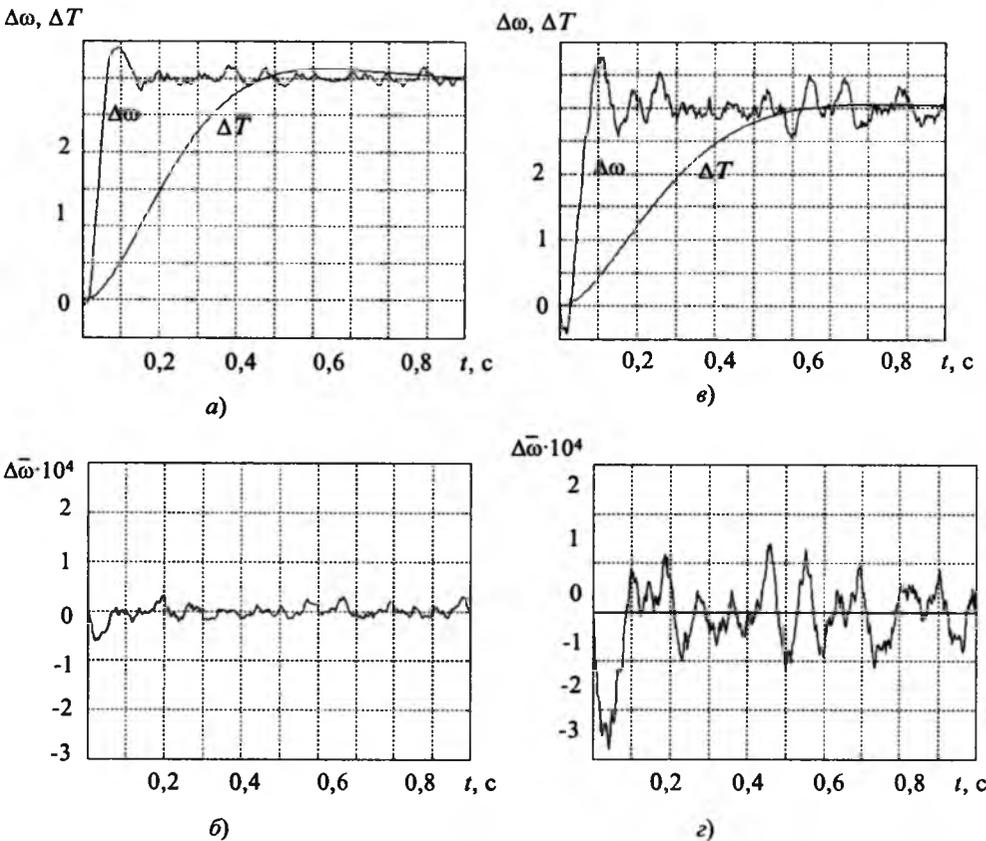


Рис. 7. Динамические процессы в системе управления скоростью и температурой цилиндра:

а, б — с автоматизированным мехатронным модулем; в, г — с редукторным электроприводом и пароконденсатной системой

результаты обработки реальных возмущений в виде отклонений  $M_c$  относительно номинального значения.

Для сравнения на рис. 7, в,г показаны анало-

В.А.Новиков, И.В.Позняк, С.В.Савва//Открытия. Изобретения. 2000. №19.

7. Штафль М. Электродинамические задачи в электрических машинах и трансформаторах. М. -Л.: Энергия, 1966.

8. Слухоцкий А.Е., Рыскин С.Е. Индукторы для индукционного нагрева. Л.: Энергия, 1974.

18–21 июня 2002 г. в Санкт-Петербургском государственном техническом университете (СПбГТУ) состоится III Международная научно-техническая конференция «ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ИЗОЛЯЦИЯ – 2002».

Научные направления конференции:

1. Электрофизические процессы в электрической изоляции.
2. Изоляция конденсаторов.
3. Изоляция силовых, радиочастотных и оптических кабелей.
4. Изоляция электрических машин.
5. Изоляция силовых трансформаторов.
6. Наружная и газовая изоляция.

Срок представления тезисов – до 1 марта 2002 г.

Справки можно получить в отделе научно-технической информации СПбГТУ.

Телефоны: (812) – 534-33-02; (812) – 552-87-26.

Факс: (812) – 552-87-26.

e-mail: [onti@stu.neva.ru](mailto:onti@stu.neva.ru); [delta@cvolver.apb.ru](mailto:delta@cvolver.apb.ru)

27 февраля  
1 марта 2002 года

Россия,  
Ростов-на-Дону

**ВЫСТАВКА**

**ЭЛЕКТРО** 2002  
Электротехника & Энергетика  
Электроника & Связь

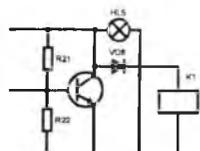
ПРИГЛАШАЕМ РУКОВОДИТЕЛЕЙ И ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛИСТОВ

ПРИГЛАШАЕМ НА ВЫСТАВКУ

(8632) 670 - 433, 679 - 106

E-mail: [expo-don@aaanet.ru](mailto:expo-don@aaanet.ru)

**EXPODON**



Редактор отдела О.В. Кунавина  
Научный редактор Л.А. Романова  
Редактор Т.В. Штанько

Сдано в набор 03.12.2001. Подписано в печать 28.12.2001. Формат 60×88 1/8

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Печ. л. 8. Заказ 76

Цена свободная. Тираж 1000 экз. Зарегистрирован Комитетом РФ по печати, регистрационный №01330.

Макет выполнен и отпечатан в ОАО «Электропривод»

107078, Москва, ул. Садовая-Спасская, 1/2, стр. 5

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

# Правила оформления статей, направляемых в журнал "Электротехника"

Индекс  
71111

1. Объем статьи не должен превышать **12 страниц текста**, отпечатанного на машинке или набранного на компьютере **через 2 интервала** с полями 2-3 см, и иметь **не более 5 рисунков**.

2. В статье должны быть: сформулирована постановка задачи, изложено содержание работы, показана достоверность результатов, приведены выводы и рекомендации.

К статье должна быть приложена аннотация (2-3 предложения) на русском и английском языках. Название статьи также следует дать на русском и английском языках.

3. Статья должна сопровождаться письмом автора или организации (если она упоминается) и сведениями об авторах. Необходимо привести фамилии, имена и отчества всех авторов полностью, домашние адреса с почтовыми индексами, номера домашнего и служебного телефонов, место работы, ученое звание и степень, какой факультет, какого вуза и когда закончен, тему диссертации и год ее защиты. Можно приложить фотографии авторов.

Желательно, чтобы число авторов **не превышало пяти**. Фамилии лиц, принимавших участие в работе, можно дать в сноске.

4. Формулы должны быть четко вписаны от руки или набраны на компьютере (крупно) в отдельные строчки (а не в текст). Прописные (заглавные) буквы подчеркиваются карандашом двумя черточками снизу, а строчные (малые) - двумя черточками сверху. 0 (нуль) и цифра 3 (три) поясняются на полях простым карандашом. Индексы показываются простым карандашом.

5. Таблицы не должны быть громоздкими, все наименования необходимо писать без сокращения слов, за исключением единиц измерения. Численные значения величин в таблице, на рисунках и в тексте статьи должны быть в единицах измерения СИ.

6. Чертежи, графики, диаграммы и т.д. должны быть выполнены четко. Возможно изготовление рисунков с помощью компьютера. Условные обозначения на самом рисунке должны быть предельно краткими и общепотребительными. Расшифровка условных обозначений и подписи к рисункам (не громоздкие) даются на отдельном листе.

Фотографии к статье (в двух экземплярах) должны быть отпечатаны на белой матовой бумаге (размером не менее 9x12 см), изображение должно быть контрастным, с хорошо проработанными деталями. Все обозначения ставятся на отдельном экземпляре.

7. Список литературы приводится в конце статьи, в порядке последовательности ссылок в тексте. Ссылки на литературу заключаются в квадратные скобки.

Для книг должны быть указаны: фамилия и инициалы всех авторов, название книг, город, издательство, год выпуска. Для журнальной статьи: фамилия и инициалы всех авторов, название статьи, журнала, год издания, номер журнала (том), страницы. Для сборников и продолжающихся изданий: фамилия и инициалы всех авторов конкретной статьи, ее название, название сборника или издания, город, издательство, год, выпуск, страницы.

В список литературы не должны включаться неопубликованные материалы, материалы для служебного пользования, а также малораспространенные издания и материалы, отпечатанные литографическим способом, и т.д.

8. Статью в двух экземплярах следует высылать в редакцию простой или заказной бандеролью.

9. К статье желательно приложить дискету с набранным текстом.