Сборник задач по технической механике

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ

Под редакцией *Г. М. ИЦКОВИЧА*

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для техникумов

ИЗДАТЕЛЬСТВО «СУДОСТРОЕНИЕ»
Ленинград
1973

УДК 621.01 (076.1)

С23

В. В. БАГРЕЕВ, А. И. ВИНОКУРОВ, В. А. КИСЕЛЕВ,
Б. Б. ПАНИЧ, Г. М. ИЦКОВИЧ

Рецензент *Е. Я. Дербенев*

Научный редактор *Г. М. Ицкович*

С23 **Сборник задач по технической механике.** Учебное пособие для техникумов. Изд. 3-е. Под редакцией Г. М. Ицковича. Л., «Судостроение», 1973

Авт.: Багреев В. В., Винокуров А. И., Киселев В. А., Панич Б. Б., Ицкович Г. М.

496 с.

Сборник предназначен в качестве учебного пособия для немашиностроительных техникумов.

Пособие содержит около 900 задач по теоретической механике, сопротивлению материалов и деталям машин, предназначенных для аудиторных занятий, домашних заданий, а также для контрольных и расчетно-графических работ. Задачи для контрольных и расчетно-графических работ снабжены многовариантными таблицами данных.

Все задачи по теоретической механике и сопротивлению материалов имеют ответы, то же относится к значительной части задач по деталям машин.

В сборник включено большое количество подробно изложенных примеров решения типовых задач.

Справочные материалы, необходимые для решения помещенных в сборнике задач, даны в виде приложения.

$С\ \dfrac{242-047}{048(01)-73}\ 84-73$

621.01(076.1)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач состоит из трех частей: теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин. В каждой из частей сборника даны задачи с решениями (их номера отмечены звездочкой) и многовариантные задачи для контрольных работ и домашних заданий (номера с двумя звездочками), большинство остальных задач снабжено ответами.

Для удобства пользования книгой в приложении приведены основные справочные данные, необходимые для решения задач, помещенных в сборнике.

Условия, ответы и решения почти всех задач даны в Международной системе единиц (СИ) с учетом дополнительных методических указаний по ее применению и проекта нового ГОСТ на единицы физических величин. В частности, во второй и третьей частях сборника в качестве единицы напряжения применяется ньютон на миллиметр в квадрате.

Часть первая написана В. В. Багреевым, часть вторая — А. И. Винокуровым с использованием некоторых материалов Г. М. Ицковича, который, кроме того, написал гл. 5; часть третья — В. А. Киселевым, за исключением гл. 11, 12, 13, 20, написанных Г. М. Ицковичем; Б. Б. Панич составил некоторые задачи первой и третьей частей сборника; гл. 19 написана при участии И. М. Чернина.

При подготовке третьего издания сборника были устранены замеченные опечатки и неточности, изменены условия некоторых задач, исправлены чертежи в соответствии с требованиями Единой системы конструкторской документации (ЕСКД). Некоторые изменения в решениях и ответах задач связаны с утверждением новых ГОСТ.

Авторы выражают признательность преподавателю В. И. Кадышеву, сообщившему об ошибках в ответах некоторых задач предыдущего издания.

Замечания и пожелания просим направлять по адресу: 191065, Ленинград, ул. Гоголя, 8, издательство «Судостроение».

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К УСЛОВИЯМ И ОТВЕТАМ ЗАДАЧ

1. Для сокращения текста условий во многих задачах наименования заданных и подлежащих определению величин заменены соответствующими буквенными обозначениями. То же относится к ответам.

В начале каждой из частей сборника приведен перечень основных обозначений, относящихся ко всем главам части. Дополнительные перечни обозначений даны к отдельным главам.

2. Все размеры указаны на чертежах. Если линейные размеры даны в миллиметрах, единицы измерения не указаны.

3. Ответы к задачам, как правило, даны с точностью до трех значащих цифр, соответствующей вычислениям с помощью обычной (25-сантиметровой) логарифмической линейки.

В тех случаях, когда решение задачи выполнено графическим путем, ответ дан с двумя значащими цифрами.

4. Собственная масса (сила тяжести) конструкции (бруса) должна быть учтена только в тех случаях, когда это специально оговорено в условии задачи.

5. В условиях задач второй части значения величин, являющихся физическими константами материала (модули упругости и т. п.), в большинстве случаев не даны. Эти константы следует принимать по данным, приведенным на стр. 138.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — ускорение
F — площадь сечения
f — коэффициент трения скольжения
G — сила тяжести (вес)
M, m — момент пары сил, момент силы
m — масса точки и тела
N — нормальная реакция, сила нормального давления
n — частота вращения, *об/мин*
P, Q — нагрузка, активная сила
$P_и$ — сила инерции
q — интенсивность равномерно распределенной нагрузки
R — равнодействующая системы сил
R_A, R_B, R_C — реакции в точках A, B, C и т. д.
S, N — усилия в стержнях
s^* — путь
s — расстояние
$T_{тр}$ — сила трения
t — независимая переменная величина — время
t_0, t_1, t_2 — определенные моменты времени
v — скорость
X_i, Y_i, Z_i — направленные вдоль осей x, y и z составляющие реакции, приложенной в точке i
x_i, y_i, z_i — координаты точки i
ε — угловое ускорение, *рад/сек*^{2}
μ_t, μ_v, μ_P — масштабы построения
ρ — радиус кривизны траектории
φ — угол поворота, *рад*
$\varphi_{об}$ — угол поворота, *обороты*
ω — угловая скорость, *рад/сек*

ГЛАВА 1

СТАТИКА

§ 1. Аксиомы статики и реакции связей

1. В каких из перечисленных ниже случаев силы, действующие на рассматриваемое тело, уравновешиваются?

1. Летящий камень.
2. Камень, лежащий на земле.
3. Тепловоз, движущийся равномерно по прямолинейному участку пути.
4. Тепловоз, движущийся равномерно по криволинейному участку пути.
5. Спутник Земли, движущийся по своей орбите.

2. Определить, если это возможно, силу сопротивления движению с помощью аксиом статики:

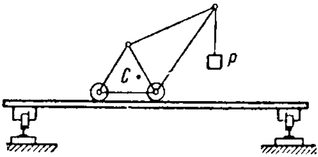
1) книги массой 600 *г*, лежащей на столе;

2) парохода массой 3000 *т*, движущегося прямолинейно и равномерно, при силе тяги, равной 20 *кн*;

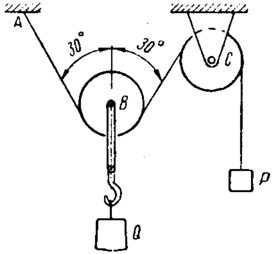
3) самолета, развивающего в период разгона силу тяги 50 *кн*;

4) равномерно падающего парашютиста.

3. Для конструкции, приведенной на рисунке, произвести последовательное расчленение, вычерчивая каждый раз выделенную часть и показывая силы, действующие на нее. Указать, какие из сил при этом переходят из разряда внутренних в разряд внешних. Точка C — центр тяжести крана без груза P.



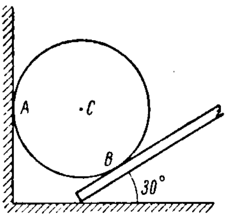
К задаче 3



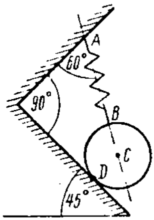
К задаче 4

4. Рассмотреть последовательно равновесие каждого из блоков. Указать, какие тела являются связями для каждого из блоков. Как направлены реакции этих связей? Определить величины реакций с помощью аксиом статики, если $Q = 66$ *н*; $P = 38$ *н*. С помощью какой аксиомы можно определить силы давления на опоры в точках A и C? Определить величины этих сил.

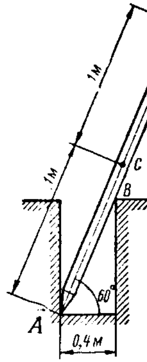
Ответ. Натяжение каната 38 *н*. Реакция в точке C равна 73,5 *н* и образует с горизонтом угол 75°. Силы давления на опоры по модулю равны реакциям, а направлены противоположно.



К задаче 5



К задаче 6



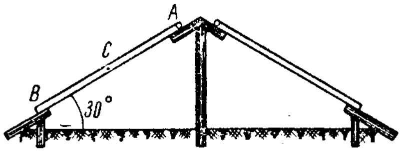
К задаче 7

5. Гладкий цилиндр опирается на стенку и доску. Отбросить связи и сделать чертеж цилиндра с приложенными к нему реакциями связей.

6. Движению гладкого цилиндра по наклонной плоскости препятствует пружина AB. Какие тела являются для цилиндра связями? Показать на отдельном чертеже цилиндр с приложенными к нему реакциями связей.

7. В процессе установки столб занимает положение, указанное на рисунке. Какие тела служат связями для столба? Можно ли найти направление реакции связи в точке A, если точка C — центр тяжести столба? Сделать отдельный чертеж столба с приложенными к нему реакциями связей.

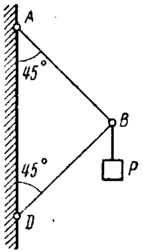
8. Рама AB теплицы в точке A прикреплена с помощью петли, а в точке B свободно опирается на стену. Вычертить раму и показать приложенные к ней реакции связей. Показать на отдельном чертеже силы, действующие на стены теплицы от рамы. Образуют ли силы, действующие в точке A на раму и на стену, уравновешенную систему сил?



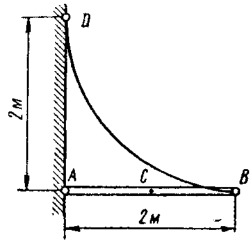
К задаче 8

9. Рассмотреть равновесие шарнира B. Показать реакции удерживающих его связей, пренебрегая весом стержней AB и BD.

10. Балка AB прикреплена к стене с помощью шарнира A и невесомого изогнутого стержня BD. Показать направление реакций этих связей.



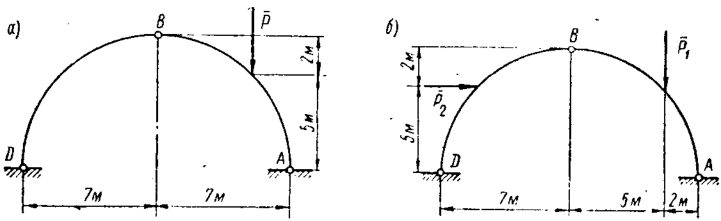
К задаче 9



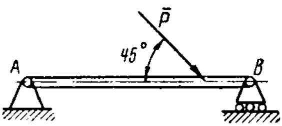
К задаче 10

11. Для трехшарнирной арки (рис. a) указать направление реакций шарниров A и D. Как будут направлены реакции шарниров при другой нагрузке (рис.$б$)? Весом арок пренебречь.

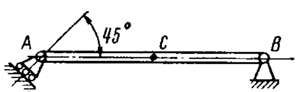
12. Показать направление реакций опор невесомой балки AB. Будут ли также направлены реакции этих опор, если весом балки нельзя пренебречь?



К задаче 11



К задаче 12



К задаче 13

13. Показать направления реакций опор балки AB, находящейся под действием собственной силы тяжести. Точка C — центр тяжести балки. На каком основании можно заранее указать направление реакции шарнирно-неподвижной опоры?

§ 2. Плоская система сходящихся сил

14 *. Найти графическим путем силу $\overline{P}$, являющуюся суммой заданных сил, которые образуют с осью Ox углы $\alpha_1 = 30°$ и $\alpha_2 = -30°$. Модули сил: $P_1 = 3$ *н*, $P_2 = 4$ *н*.

Р е ш е н и е. Показав на чертеже оси координат, через произвольную точку B проводим прямую Bb, параллельную оси Ox, и, откладывая углы α_1 и α_2, получаем линии действия сил $\overline{P_1}$ и $\overline{P_2}$. Выбираем масштаб сил, например

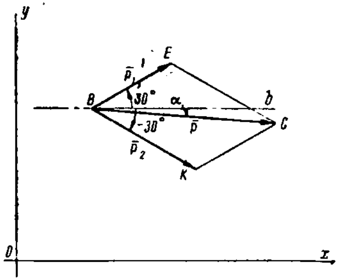
$$\mu_P = 0{,}1 \ н/мм,$$

и строим из точки B в выбранном масштабе отрезки BE и BK, изображающие составляющие силы:

$$BE = \frac{P_1}{\mu_P} = 3 : 0{,}1 = 30 \ мм$$

и

$$BK = \frac{P_2}{\mu_P} = 4 : 0{,}1 = 40 \ мм.$$



К задаче 14

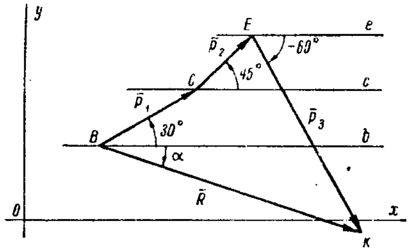
На отрезках BE и BK как на сторонах строим параллелограмм $BECK$. Диагональ BC параллелограмма и будет изображать искомую результирующую силу $\overline{P}$. Измерив на чертеже угол α ($\alpha = -5°$), найдем направление силы $\overline{P}$.

Измерив длину отрезка BC, найдем модуль силы $\overline{P}$

$$P = BC \cdot \mu_P = 61 \cdot 0{,}1 = 6{,}1 \ н.$$

15. Найти графически модуль суммы двух сил, модули которых $P_1 = 3$ *н* и $P_2 = 4$ *н*, если силы образуют между собой углы: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 90°; 5) 120°; 6) 135°.

Ответ. 1) 6,77 *н*; 2) 6,48 *н*; 3) 6,08 *н*; 4) 5,00 *н*; 5) 3,60 *н*; 6) 2,83 *н*.



К задаче 16

16 *. Найти графически сумму сил, приложенных в одной точке, имеющих модули $P_1 = 3$ *н*; $P_2 = 2$ *н*; $P_3 = 6$ *н* и образующих с осью Ox углы $\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = 45°$ и $\alpha_3 = -60°$.

Р е ш е н и е. Показав на чертеже оси координат, из произвольной точки B начнем построение. Проведем через нее линию Bb, параллельную оси Ox, и построим угол $\alpha_1 = 30°$, откладывая его по принятому правилу знаков против хода часовой стрелки. Выбрав масштаб построения сил, например

$$\mu_P = 0{,}1 \ н/мм,$$

откладываем на полученной прямой длину вектора силы $\overline{P}_1$.

$$BC = P_1 : \mu_P = 3 : 0,1 = 30 \text{ мм.}$$

При графическом сложении следующую силу $\overline{P}_2$ пристраивают к концу C первой силы $\overline{P}_1$. Чтобы найти линию, по которой направлена сила $\overline{P}_2$, из точки C проводим прямую Cc параллельно оси Ox. Построив в точке C угол $\alpha_2 = 45°$, откладываем силу $\overline{P}_2$.

$$CE = P_2 : \mu_P = 2 : 0,1 = 20 \text{ мм.}$$

Далее аналогичное построение выполняется в точке E, с учетом того, что $\alpha_3 = -60°$ — угол отрицательный, поэтому его надо откладывать в направлении хода часовой стрелки. Отрезок

$$EK = P_3 : \mu_P = 6 : 0,1 = 60 \text{ мм,}$$

изображающий силу $\overline{P}_3$, позволяет найти последнюю точку построения K.

Эту сумму сил можно представить одним вектором $\overline{R}$, изображаемым отрезком $\overline{BK}$, соединяющим начальную и конечную точки построения, причем направление стрелки у этого вектора на чертеже противоположно общему ходу стрелок построенных векторов. Такое графическое (геометрическое) сложение сил принято записывать в виде формулы

$$\overline{R} = \overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 = \sum_{i=1}^{3} \overline{P}_i.$$

Измерив отрезок $\overline{BK}$ и угол α на чертеже, получим

$$R = 73,5 \cdot 0,1 = 7,35 \text{ н}; \ \alpha = -18° \, 5'.$$

Если же сумма заданных сил равна нулю, то на чертеже конечная точка построения должна совпасть с начальной — многоугольник сил замкнут. В частности, если равна нулю сумма трех сил, при графическом построении получится треугольник.

17 **. Найти графически величину и направление вектора $\overline{R}$ — сумму системы сходящихся сил $\overline{P}_i$, лежащих в одной плоскости. Сила $\overline{P}_i$ составляет с осью Ox угол α_i.

Вариант	1	2	3	4	5	6
P_1, *н*	3	3	5	2	3	2
P_2, *н*	2	3	5	2	5	2
P_3, *н*	—	2	3	2	4	3
P_4, *н*	—	—	4	—	—	—
α_1	0	—45°	30°	30°	60°	45°
α_2	60°	30°	150°	150°	90°	225°
α_3	—	90°	216° 50′	—90°	180°	—30°
α_4	—	—	—53° 10′	—	—	—
Ответ						
R, *н*	4,4	4,9	0	0	8,0	3,0
α	23°	16°	—	—	108°	—30°

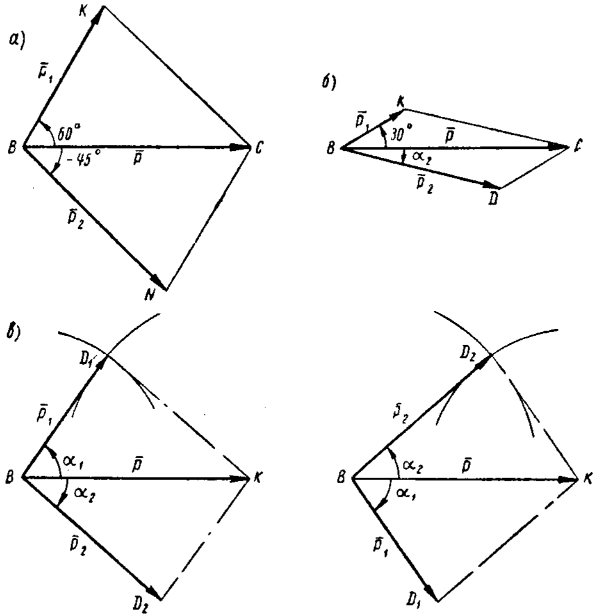
18 *. Силу, модуль которой $P = 6$ *н*, разложить на две составляющие силы $\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$, расположенные с ней в одной плоскости, если:

1) заданы углы между силой $\overline{P}$ и ее составляющими $\alpha_1 = 60°$ и $\alpha_2 = -45°$;

2) задан модуль одной из составляющих сил $P_1 = 2$ *н* и $\alpha_1 = 30°$;

3) заданы величины обеих составляющих сил $P_1 = 4$ *н* и $P_2 = 5$ *н*.

Р е ш е н и е. Ранее было установлено, что равнодействующая сила определяется диагональю параллелограмма, построенного на составляю-



К задаче 18

щих силах как на сторонах. В рассматриваемой задаче надо найти составляющие силы. Для этого следует построить параллелограмм по его диагонали и другим известным элементам. Стороны параллелограмма и будут искомыми составляющими.

1. В задачах первого типа (где кроме результирующей силы даны направления составляющих) параллелограмм надо построить по длине диагонали и известным направлениям сторон. От произвольной точки B (рис. *а*) откладываем вектор силы $\overline{P}$ в произвольном направлении в выбранном масштабе, например

$$\mu_P = 0{,}1 \text{ н/мм}.$$

Тогда длина отрезка, изображающего вектор $\overline{P}$,

$$BC = P : \mu_P = 6 : 0{,}1 = 60 \text{ мм}.$$

Зная углы α_1 и α_2, можно из точки B провести прямые, параллельные сторонам параллелограмма, одну под углом $\alpha_1 = 60°$, другую под углом $\alpha_2 = -45°$. Из точки C проводим прямые линии, параллельные только что построенным, и получаем в точках K и N их пересечений недостающие вершины параллелограмма, а следовательно, и искомые составляющие $\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$.

Измерив у параллелограмма стороны BK и BN, изображающие искомые силы, найдем их величины:

$$P_1 = BK \cdot \mu_P = 44 \cdot 0{,}1 = 4{,}4 \ н;$$
$$P_2 = BN \cdot \mu_P = 54 \cdot 0{,}1 = 5{,}4 \ н.$$

2. Во втором случае надо построить параллелограмм по известной длине диагонали и одной из заданных сторон. Построив вектор $\overline{BC}$, изображающий силу $\overline{P}$, из произвольной точки B (рис. *б*), строим далее по заданным углу $\alpha_1 = 30°$ и длине $BK = P_1 : \mu_P = 2 : 0{,}1 = 20$ *мм* вектор $\overline{BK}$, изображающий силу $\overline{P}_1$. Проведя прямую KC и достроив треугольник BKC до параллелограмма, получим решение задачи. Отрезок $\overline{BD}$ изображает силу $\overline{P}_2$ — искомую вторую составляющую силы $\overline{P}$. Измерив длину отрезка BD, найдем

$$P_2 = BD \cdot \mu_P = 44 \cdot 0{,}1 = 4{,}4 \ н.$$

Направление вектора $\overline{P}_2$ по отношению к вектору $\overline{P}$ определяется углом $CBD = \alpha_2$. Измерив этот угол, получим

$$\alpha_2 = -14{,}5°.$$

3. В задачах третьего типа с заданными модулями искомых составляющих возможны два решения.

Построив в выбранном ранее масштабе заданный вектор $\overline{P}$ в виде отрезка $\overline{BK}$ (рис. *в*), недостающие вершины параллелограмма сил получим методом засечек, принимая за центры окружностей точки B и K, а за радиусы длины векторов $\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$.

$$BD_1 = P_1 : \mu_P = 4 : 0{,}1 = 40 \ мм;$$
$$BD_2 = P_2 : \mu_P = 5 : 0{,}1 = 50 \ мм.$$

Поменяв местами центры окружностей, получим второе решение задачи.

Неизвестными в этой задаче были направления векторов $\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$ по отношению к результирующему вектору $\overline{P}$. Измерив углы на чертеже, получим первое решение:

$$\alpha_1 = 55°, \ \alpha_2 = -41°,$$

или

$$\alpha_1 = -55°, \ \alpha_2 = 41°$$

— второе решение.

19. Разложить силу $\overline{P}$ на составляющие силы $\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$, приложенные в той же точке и расположенные с ней в одной плоскости, если заданы углы α_1 и α_2 между силой и ее составляющими: 1) $P = 6$ *н*; $\alpha_1 = 45°$; $\alpha_2 = -30°$; 2) $P = 4$ *н*; $\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = -120°$; 3) $P = 4$ *н*; $\alpha_1 = -90°$; $\alpha_2 = 45°$.

Ответ. 1) $P_1 = 3{,}11$ *н*; $P_2 = 4{,}4$ *н*; 2) $P_1 = 6{,}9$ *н*; $P_2 = 4{,}0$ *н*; 3) $P_1 = 4{,}0$ *н*; $P_2 = 5{,}7$ *н*.

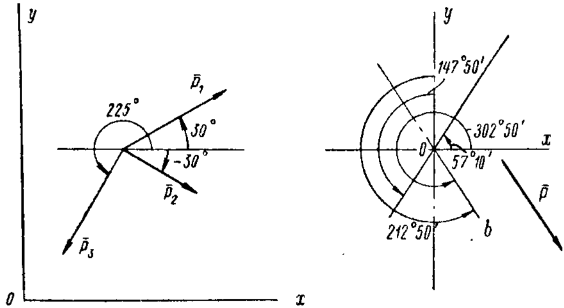
20. Разложить силу $\overline{P}$ на две составляющие силы, приложенные в той же точке и расположенные с ней в одной плоскости, если одна из составляющих известна: 1) $P = 7$ *н*; $\alpha_1 = 60°$; $P_1 = 4$ *н*; 2) $P = 6$ *н*; $\alpha_1 = -45°$; $P_1 = 10$ *н*; 3) $P = 4$ *н*; $\alpha_1 = 90°$; $P_1 = 3$ *н*.

Ответ. 1) $P_2 = 6{,}08$ *н*; $\alpha_2 = -34°\,45'$; 2) $P_2 = 7{,}15$ *н*; $\alpha_2 = 81°\,30'$; 3) $P_2 = 5{,}0$ *н*; $\alpha_2 = -36°\,50'$.

21*. Найти аналитическим методом результирующую силу $\overline{P}$, равную сумме заданных сил $P_1 = 3$ *н*; $P_2 = 2$ *н*; $P_3 = 4$ *н*, образующих с осью Ox углы соответственно $\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = -30°$; $\alpha_3 = 225°$ и приложенных в одной точке.

Решение. Сначала надо определить проекции заданных сил $\overline{P_i}$ на оси прямоугольной системы координат, после чего легко найти проекции результирующей силы на эти оси:

$$P_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix}; \quad P_y = \sum_{i=1}^{n} P_{iy}.$$



К задаче 21

Величину результирующей силы найдем по формуле

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2},$$

а направление через направляющие косинусы

$$\cos(\widehat{x, \overline{P}}) = P_x : P;$$

$$\cos(\widehat{y, \overline{P}}) = P_y : P.$$

В таком порядке и решается задача.

Выберем оси координат и покажем на чертеже заданные силы $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$ и $\overline{P}_3$ (не соблюдая масштаба).

Проекцией силы на ось называется произведение величины силы на косинус угла между осью и силой. По этому определению с учетом выбранного правила отсчета углов имеем

$$P_{1x} = P_1 \cos 30^\circ = 3 \cdot 0,866 = 2,60 \ н;$$

$$P_{2x} = P_2 \cos(-30^\circ) = 2 \cdot 0,866 = 1,73 н;$$

$$P_{3x} = P_3 \cos 225^\circ = -P_3 \cos 45^\circ = -4 \cdot 0,707 = -2,83 \ н,$$

откуда видно, что косинус угла определяет знак проекции.

Можно придерживаться иного правила вычисления проекций сил — заранее определить знак проекции, а затем ее абсолютную величину. Проекция положительна, если угол между положительным направлением оси и силой меньше 90° (сила и ось направлены в одну сторону); в противном случае проекция отрицательна. Чтобы получить величину проекции, надо умножить величину силы на косинус угла между силой и ее проекцией, т. е. при применении данного способа берется всегда косинус острого угла.

Пользуясь этим правилом вычисления проекций, получаем

$$P_{1y} = P_1 \cos 60^\circ = 3 \cdot 0,5 = 1,50 \ н;$$

$$P_{2y} = -P_2 \cos 60^\circ = -2 \cdot 0,5 = -1,00 \ н;$$

$$P_{3y} = -P_3 \cos 45^\circ = -4 \cdot 0,707 = -2,83 \ н.$$

Проекции результирующей (равнодействующей) силы

$$P_x = \sum_{i=1}^{3} P_{ix} = 2,60 + 1,73 - 2,83 = 1,50 \quad н;$$

$$P_y = \sum_{i=1}^{3} P_{iy} = 1,50 - 1,00 - 2,83 = -2,33 \quad н;$$

ее величина

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(1,50)^2 + (-2,33)^2} = \sqrt{7,68} = 2,77 \ н.$$

Определяем направление равнодействующей силы

$$\cos(\widehat{x, \overline{P}}) = P_x : P = 1,50 : 2,77 = 0,542.$$

Этому значению косинуса соответствуют два главных значения угла

$$(\widehat{x, \overline{P}}) = 57^\circ\, 10' \text{ и } (\widehat{x, \overline{P}}) = 302^\circ\, 50'.$$

Чтобы из этих двух значений угла найти значение, соответствующее данным задачи, надо учесть знаки проекций равнодействующей силы или вычислить второй направляющий косинус

$$\cos(\widehat{y, \overline{P}}) = P_y : P = -2,33 : 2,77 = -0,841$$

и соответствующие главные значения углов

$$(\widehat{y, \overline{P}}) = 147^\circ\, 50' \text{ и } (\widehat{y, \overline{P}}) = 212^\circ\, 50'.$$

Эти углы показаны на рисунке. Видно, что и тому и другому условию удовлетворяет угол xOb. Значит, сила $\overline{P}$ направлена параллельно Ob от O к b.

22. Определить величину P и направление (угол α, составляемый силой с осью Ox) равнодействующей силы $\overline{P}$ по известным проекциям ее в четырех случаях (P, *н*; $\alpha°$):

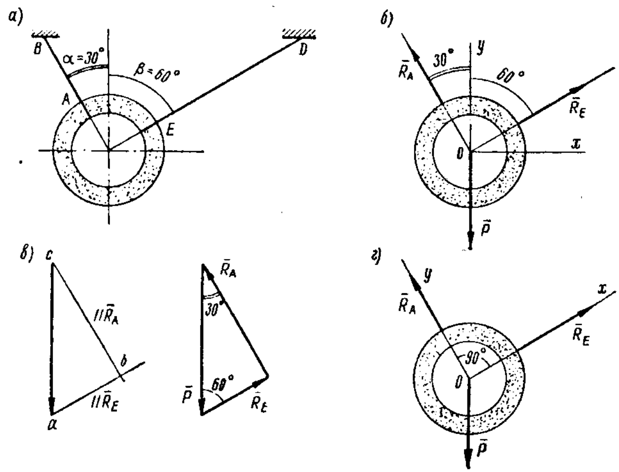
Вариант	Дано								Ответ	
	P_{1x}	P_{2x}	P_{3x}	P_{4x}	P_{1y}	P_{2y}	P_{3y}	P_{4y}	P	α
1	2	—4	3	—5	4	6	—1	3	12,65	108° 30′
2	1	3	—6	2	—7	8	—1	0	0	—
3	5	1	—2	—1	1	3	2	2	8,54	69° 30′
4	—3	3	1	2	—8	4	4	3	4,24	45°

23*. Определить натяжение нитей, удерживающих в равновесии кольцо весом $P = 5$ *н*.

При решении задач о равновесии тел следует придерживаться определенного порядка, который подробно рассматривается в этой задаче.

Решение.

1. Сделав схематический чертеж конструкции, выбрать тело (узел, стержень), равновесие которого следует рассмотреть. Это тело надо



К задаче 23

выбирать так, чтобы искомые и известные величины были с ним связаны. В данной задаче надо рассмотреть равновесие кольца, так как с ним связаны заданные величины P, α и β и искомые натяжения нитей.

2. Освободиться от связей и приложить к рассматриваемому телу все действующие на него силы, включая реакции связей. К этой части решения задач надо отнестись особенно внимательно. Условия равновесия, которые применяются в нашем курсе теоретической механики

справедливы только для свободных тел. Поэтому рассматриваемое тело надо освободить от связей. Связи — другие тела, препятствующие свободному движению рассматриваемого тела. Их действие заменяют реакциями связей — силами, величины и направления которых должны обеспечить такое же действие, как и связь. Приложены они в местах действия связей.

В приведенном случае связи — нити AB и ED (рис. *а*). Они препятствуют движению только вдоль нитей, поэтому и реакции направлены вдоль нитей (рис. *б*). Обозначим эти реакции $\overline{R}_A$ и $\overline{R}_E$.

3. Проанализировать полученную систему сил. Кольцо находится в равновесии под действием плоской системы сходящихся сил (линии действия их пересекаются в центре кольца). Для такой системы сил имеются два уравнения равновесия. Число неизвестных величин также равно двум (R_A и R_E). Задача статически определимая.

4. Использовав условия равновесия в векторной (графической) или в аналитической форме, найти неизвестные величины. Здесь возможны три способа решения.

а) Графический способ. Так как кольцо находится в равновесии, то сумма приложенных к нему сил должна равняться нулю, т. е. три силы $\overline{P}$, $\overline{R}_A$ и $\overline{R}_E$ должны образовать треугольник. Построение в масштабе замкнутого многоугольника (треугольника) сил и представляет собой графическое решение задачи.

Выбираем масштаб сил, например

$$\mu_P = 0{,}2 \ н/мм.$$

Построение начинаем с известной силы. Из произвольной точки c (рис. *в*) проводим линию, параллельную заданному вектору $\overline{P}$ (см. рис. *б*). Откладываем от точки c длину заданного вектора $\overline{P}$.

$$ca = 5 : 0{,}2 = 25 \ мм.$$

Из точки a надо построить любой из искомых векторов, например $\overline{R}_E$. Но величина его неизвестна, поэтому можно только провести линию, параллельную этому вектору. Чтобы многоугольник замкнулся, конец вектора $\overline{R}_A$ должен попасть в точку c. Проведя из точки c линию, параллельную линии действия $\overline{R}_A$, до пересечения с ранее проведенной линией, получаем искомую вершину b треугольника. Стрелки у искомых векторов ставим так, чтобы они шли в одном направлении со стрелкой заданного вектора $\overline{P}$. Измеряя длины сторон получившегося треугольника, находим величины реакций связей

$$R_E = 12{,}5 \cdot 0{,}2 = 2{,}50 \ н;$$

$$R_A = 21{,}8 \cdot 0{,}2 = 4{,}36 \ н.$$

б) Графоаналитический способ. В отличие от графического способа здесь построение силового многоугольника производится без соблюдения масштаба. Определение неизвестных величин осуществляется аналитически. На рис. *в* треугольник получился прямоугольным; из этого треугольника следует, что

$$R_A = P \cos 30° = 5 \cdot 0{,}500 = 2{,}50 \ н;$$

$$R_E = P \sin 30° = 5 \cdot 0{,}866 = 4{,}33 \ н.$$

(Несовпадение этого результата с ответом, получившимся после графического решения, объясняется большей точностью графоаналитического способа.)

Для решения непрямоугольного треугольника надо применить теорему синусов или косинусов.

в) Аналитический способ заключается в использовании уравнений равновесия в проекциях на оси координат. В данном примере (см. рис. *б*) таких уравнений два:

$$\sum_{i=1}^{3} P_{ix} = 0; \quad -R_A \cos 60^\circ + R_E \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} P_{iy} = 0; \quad R_A \cos 30^\circ + R_E \cos 60^\circ - P = 0.$$

Для определения R_A и R_E решаем полученную систему уравнений. Из первого уравнения

$$R_A = R_E \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = R_E \operatorname{tg} 60^\circ.$$

Подставив это значение во второе уравнение, находим

$$R_E \left(\frac{\cos^2 30^\circ}{\cos 60^\circ} + \cos 60^\circ \right) - P = 0.$$

Теперь

$$R_E = \frac{P}{\frac{\cos^2 30^\circ}{\cos 60^\circ} + \cos 60^\circ} = \frac{5}{1{,}5 + 0{,}5} = 2{,}50\,н;$$

$$R_A = 2{,}5 \cdot 1{,}73 = 4{,}33\ н.$$

Решение можно упростить таким рациональным выбором осей, чтобы в каждое из уравнений вошло только одно неизвестное: Этого всегда можно достигнуть, так как сила, перпендикулярная к оси, проектируется на эту ось в нуль. Направляя оси проекций перпендикулярно к линиям действия неизвестных сил (рис. *г*), получаем в каждом из уравнений одно неизвестное. Подчеркиваем, что оси проекций могут получиться и не взаимно перпендикулярными.

$$\sum_{i=1}^{3} P_{ix} = 0; \quad R_E - P \cos 60^\circ = 0,$$

откуда

$$R_E = P \cos 60^\circ = 5 \cdot 0{,}5 = 2{,}50\ н.$$

$$\sum_{i=1}^{3} P_{iy} = 0; \; R_A - P \cos 30^\circ = 0,$$

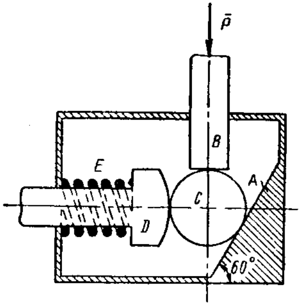
откуда

$$R_A = 5 \cdot 0{,}866 = 4{,}33\ н.$$

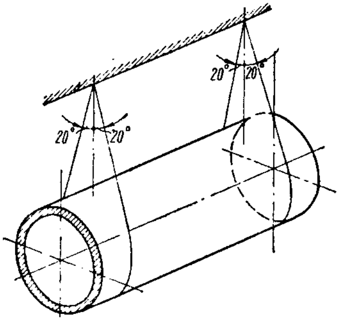
24. На рисунке показана часть измерительного прибора. Находящийся в равновесии шарик C заключен между наклонной плоскостью A, вертикальным стержнем B, прижимаемым к шарику силой $P = 10$ *н* и горизонтальным стержнем D, прижимаемым к шарику пружиной E.

Определить усилие в пружине и силу давления на наклонную плоскость, пренебрегая трением и весом частей прибора.

Ответ. 17,3 *н*; 20,0 *н*.



К задаче 24



К задаче 26

25. Определить реакции связей, удерживающих абсолютно гладкий цилиндр массой 1,00 *кг* (см. рисунок к задаче 6). Массой пружины пренебречь.

Ответ. $R_A = 8{,}01$ *н*; $R_D = 2{,}93$ *н*.

26. Трубу массой 100 *кг* удерживают в горизонтальном положении двумя веревками. Определить натяжение веревок, считая их одинаковыми.

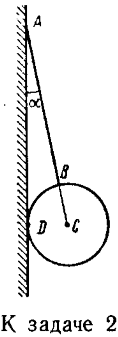
Ответ. 0,261 *кн*.

27. Гладкий цилиндр диаметром 100 *мм* и весом 20 *н* подвешен на нити AB длиной 200 *мм*, как показано на рисунке. Определить угол между нитью и стеной, а также натяжение нити и силу давления цилиндра на стену.

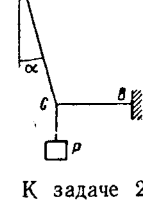
Ответ. $\alpha = 11° 32'$; натяжение нити 20,4 *н*; сила давления на стену 4,08 *н*.

28. Фонарь уличного освещения весом $P = 20$ *н* подвешен посередине троса длиной 30 *м*. Определить натяжение троса, если стрела провисания составляет 0,2 *м*. Как велико будет натяжение при стреле провисания, равной 0,1 *м*? Может ли трос занять горизонтальное положение?

Ответ. Натяжение троса 0,75 и 1,5 *кн*. Не может.



К задаче 27



К задаче 29

29. Груз P весом 50 *н* удерживается веревками AC и CB. Под каким углом α к вертикали можно привязать веревку AC, если известно, что веревка обрывается при усилии 80 *н*, а линия CB горизонтальна?

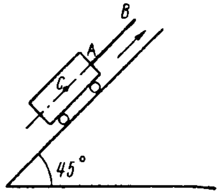
Ответ. $\alpha \leqslant 51° 20'$.

30. Определить натяжение тягового троса AB и силу давления на рельсы вагонетки шахтного подъема при ее равномерном движении. Вес вагонетки с грузом равен 20 *кн* и приложен в точке C.

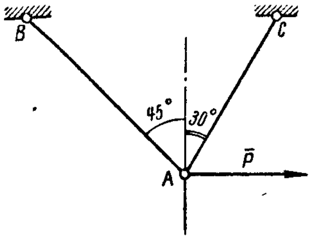
Ответ. Сила давления на рельсы и натяжение троса одинаковы и равны 14,1 *кн*.

31. Невесомые стержни AB и AC соединены между собой в точке A и прикреплены к потолку с помощью шарниров. Определить усилия в стержнях, если к узлу A приложена горизонтальная сила $P = 100$ *н*.

Ответ. $R_B = 89{,}7$ *н*; $R_C = -73{,}2$ *н*.*



К задаче 30



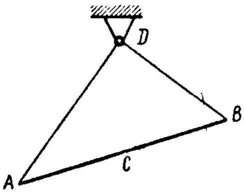
К задаче 31

32. Определить усилия в стержнях кронштейна, удерживающего груз P весом 100 *н*. Весом стержней пренебречь (см. рисунок к задаче 9).

Ответ. $R_D = -70{,}7$ *н*; $R_A = 70{,}7$ *н*.

33. Однородный стержень AB длиной 1 *м* подвешен с помощью нитей AD и DB длиной соответственно 0,8 и 0,6 *м*. Определить угол наклона стержня к горизонту и натяжения нитей, если вес стержня 10 *н*.

Ответ. 16° 16′; $R_A = 8{,}0$ *н*; $R_B = 6{,}0$ *н*.



К задаче 33

34. Определить силу давления столба на землю в точках A и B, если вес его 1 *кн*. Толщиной столба пренебречь (см. рисунок к задаче 7).

Ответ. $R_A = 0{,}875$ *кн*; $R_B = 0{,}625$ *кн*.

35. Определить реакции связей, удерживающих в равновесии крышку AB теплицы весом 20 *н* (см. рисунок к задаче 8).

Ответ. $R_A = 13{,}2$ *н*; $R_B = 8{,}66$ *н*.

36. Определить опорные реакции для балки AB весом 100 *н*. Весом стержня BD пренебречь (см. рисунок к задаче 10).

Ответ. $R_A = R_B = 70{,}7$ *н*.

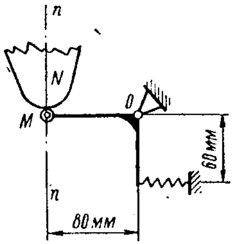
37. Определить реакции опор в точках A и D невесомой трехшарнирной арки. $P = 250$ *Мн* (см. рис. *а* к задаче 11).

Ответ. $R_A = 215$ *Мн*; $R_D = 53{,}6$ *Мн*.

38. Определить опорные реакции однородной балки весом 200 *н* (см. рисунок к задаче 13).

Ответ. $R_A = R_B = 141$ *н*.

39. Угловой рычаг кулачкового механизма прижимается роликом M к кулачку N. Сила упругости сжатой пружины в рассматриваемом положении рычага равна 8 *н*.

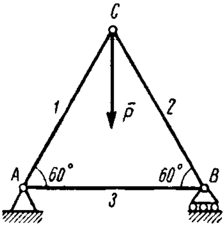


К задаче 39

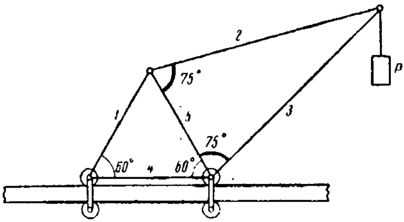
* Здесь и в дальнейшем знак минус указывает, что стержень сжат.

Определить силу давления ролика на кулачок и реакцию опоры O. Общая нормаль nn к поверхности кулачка и ролика в месте их касания вертикальна.

Ответ. $N = 6$ *н*; $R_O = 10$ *н*.



К задаче 41



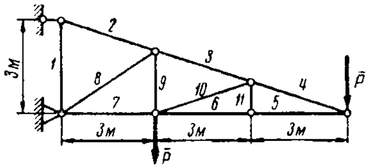
К задаче 42

40. По условию предыдущей задачи определить усилие в пружине, если сила давления ролика на кулачок равна 15 *н*.

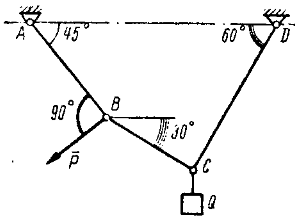
Ответ. 20 *н*.

41. Определить усилия в стержнях, пренебрегая их весом. $P = 200$ *кн*.

Ответ. $S_1 = S_2 = -115$ *кн*; $S_3 = 57{,}7$ *кн*.



К задаче 43



К задаче 44

42. Определить усилия в стержнях фермы крана, пренебрегая его собственным весом. $P = 3$ *кн*.

Ответ. $S_1 = 4{,}75$ *кн*; $S_2 = 4{,}25$ *кн*; $S_3 = -5{,}80$ *кн*; $S_4 = -2{,}38$ *кн*; $S_5 = -3{,}46$ *кн*.

43. Определить усилия в стержнях невесомой фермы. $P = 2$ *Мн*.

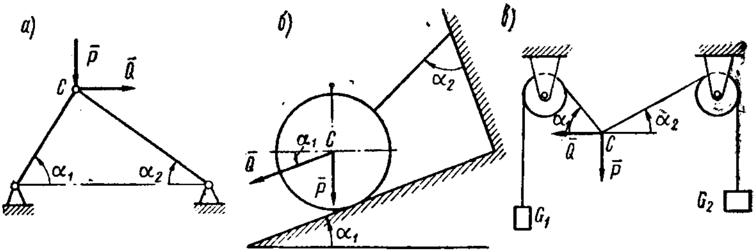
Ответ.

№ стержня	1	2	3	4	5	
Усилие, *Мн*	—2,67	8,43	6,32	6,32	—6,00	
№ стержня	6	7	8	9	10	11
Усилие, *Мн*	—6,00	—6,00	—2,40	2,00	0	0

44. Какой величины груз Q надо подвесить в точке C невесомого шарнирного механизма, чтобы он в положении, показанном на рисунке, находился в равновесии? $P = 10$ *н*.

Ответ. 77,3 *н*.

45 **. Для конструкций, изображенных на рис. *а* и *б*, определить реакции связей, а для конструкции, показанной на рис. *в*, — силы тяжести G_1 и G_2 грузов. Решение по данным таблицы выполнить в следующем порядке:



К задаче 45

1) выбрать точку, равновесие которой надо рассмотреть;

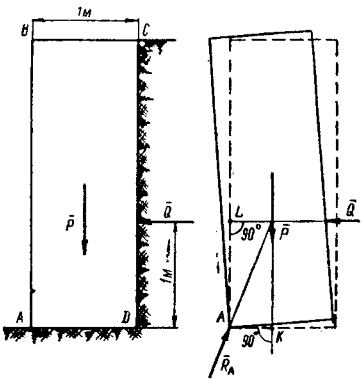
2) освободиться от связей, заменив их действие реакциями. Точку со всеми приложенными к ней силами показать на отдельном чертеже;

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P, *н*	12	10	15	10	5	5	4	6	10	12
Q, *н*	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
α_1°	30	40	25	35	45	15	10	45	20	25
α_2°	60	60	45	40	60	45	45	60	30	30

3) решить задачу графическим способом;

4) решить задачу аналитическим способом.

46*. Определить, при какой наибольшей величине силы давления грунта Q на подпорную стену $ABCD$ не произойдет ее опрокидывания. Вес стены $P = 100$ *кн*. Силами трения между грунтом и поверхностью стены пренебречь.



К задаче 46

Решение.

1. Рассматриваем равновесие стены $ABCD$.

2. Опрокидывание может произойти вокруг ребра (точки) A. В предельном положении ребро D начнет отрываться от грунта. Опирание на грунт будет только по ребру A. При этом на стену действуют три силы $\overline{P}$, $\overline{Q}$ и реакция грунта $\overline{R}_A$, линии действия которых по условию равновесия должны пересекаться в одной точке.

3. Имеются две неизвестные величины Q и R_A и два уравнения равновесия (плоская система сходящихся сил) — задача статически определимая.

4. В момент предельного равновесия стена $ABCD$ представляет рычаг с точкой опоры A. Условие равновесия рычага

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(\bar{P}_i) = 0$$

— алгебраическая сумма моментов всех сил относительно точки опоры равна нулю.

Напоминаем, что моментом силы относительно точки называется взятое со знаком плюс или минус произведение величины силы на плечо. А плечо — это кратчайшее расстояние от моментной точки до линии действия силы (длина перпендикуляра, опущенного из моментной точки на линию действия силы). Условимся считать момент положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг моментной точки против хода часовой стрелки. Итак, условие равновесия рычага можно представить в виде

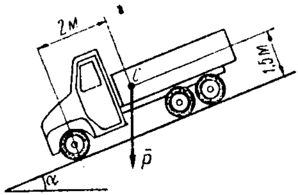
$$Q \cdot AL - P \cdot AK = 0,$$

или

$$Q \cdot 1{,}0 - 100 \cdot 0{,}5 = 0,$$

откуда

$$Q = 50 : 1{,}0 = 50 \text{ кн}.$$



К задаче 47

47. При каком угле α наклона поверхности возникнет опасность опрокидывания автомобиля с заторможенными передними колесами? Скольжения автомобиля не происходит.

Ответ. $\alpha \geqslant 53° \, 8'$.

§ 3. Плоская система параллельных сил. Пары сил

48 *. Для прижимного устройства ABK (рис. *а*) определить при $P = 40$ *н* силу давления на деталь C и реакцию опоры A.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие стержня ABK, так как к нему приложены заданная сила $\bar{P}$ и искомая реакция (см. рис. *а*).

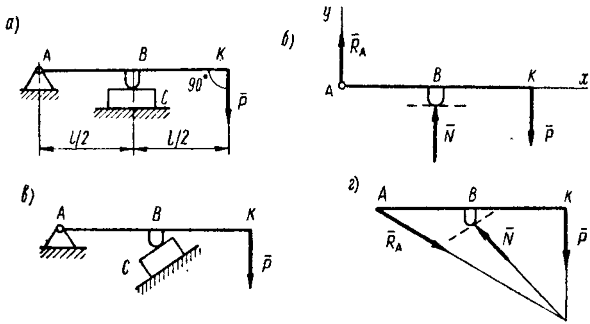
2. Связь в точке B — опирание двух абсолютно гладких поверхностей. Она препятствует перемещению рассматриваемого тела в направлении нормали к соприкасающимся поверхностям. Ее реакция $\bar{N}$ направлена вдоль этой нормали (рис. *б*). Связь в точке A — шарнирно-неподвижная опора. Реакция такой связи проходит через центр шарнира, направление же ее в плоскости чертежа заранее неизвестно. В рассматриваемом случае на стержень AK, кроме реакции шарнирно-неподвижной опоры действуют еще две параллельные силы $\bar{P}$ и $\bar{N}$. Они могут быть уравновешены только силой, им параллельной. Поэтому реакция шарнирно-неподвижной опоры параллельна силам $\bar{P}$ и $\bar{N}$. В какую сторону (вверх или вниз) направлена реакция $\bar{N}$, заранее неизвестно; предварительно ее направление можно выбрать произвольно — направим силу вверх.

3. Две величины N и R_A, для определения которых можно составить два уравнения равновесия плоской системы параллельных сил, неизвестны. Задача статически определимая.

4. Выбрав оси координат, запишем условия равновесия:

а) алгебраическая сумма моментов всех заданных сил относительно произвольной точки равна нулю

$$\sum_{i=1}^{n} M_O(\overline{P_i}) = 0;$$



К задаче 48

б) сумма проекций всех сил на ось, параллельную силам, равна нулю

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0.$$

Удобнее начать решение с уравнения моментов. Выбирая моментную точку на линии действия неизвестной силы, например точку A, получаем уравнение с одним неизвестным

$$\sum_{i=1}^{3} M_A(\overline{P}_i) = 0; \quad N \cdot AB - P \cdot AK = 0,$$

откуда

$$N = \frac{P \cdot AK}{AB} = \frac{40l}{0,5l} = 80 \text{ н}.$$

Составив второе уравнение

$$\sum_{i=1}^{3} P_{iy} = 0; \quad R_A + N - P = 0,$$

найдем

$$R_A = P - N = 40 - 80 = -40 \text{ н}.$$

Знак минус указывает, что реакция $\overline{R}_A$ направлена вниз, а не вверх, как предполагалось вначале.

Недостатком приведенного решения является определение одной неизвестной величины через другую. Если будет допущена ошибка в определении N, то это скажется и на значении R_A. Дополнительные формы уравнений равновесия позволяют определять неизвестные величины независимо друг от друга. Например, в качестве второго уравнения равновесия можно принять еще одно уравнение моментов

$$\sum_{i=1}^{3} M_B(\overline{P}_i) = 0$$

(при этом точки A и B не должны лежать на одной линии, параллельной силам), тогда

$$-R_A \cdot AB - P \cdot BK = 0,$$

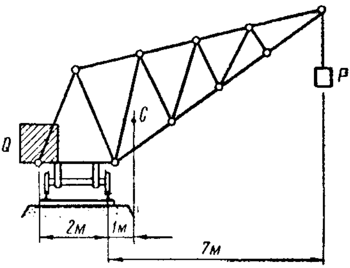
откуда

$$R_A = -\frac{40 \cdot 0{,}5l}{0{,}5l} = -40 \text{ н}.$$

Обращаем внимание, что вид получающейся системы сил зависит не только от заданных активных сил, но и от наложенных на рассматриваемую систему связей. Например, если в задаче (рис. *в*) деталь C расположена не горизонтально, то получающаяся система сил уже не будет параллельной (рис. *г*).

49. Определить из условия отсутствия опрокидывания железнодорожного крана его допускаемую грузоподъемность при максимальном вылете стрелы. Вес противовеса $Q = 60$ *кн*. Вес крана равен 50 *кн* и приложен в центре тяжести — точке C.

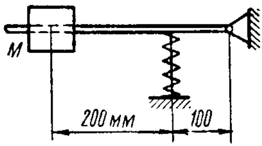
Ответ. 10 *кн*.



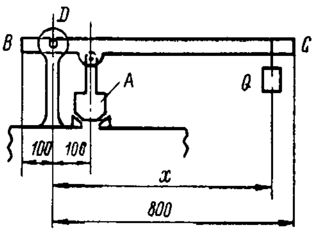
К задаче 49

50. Одна из конструкций сейсмографа — прибора для записи колебаний земной коры — состоит из массивного груза M, укрепленного на легком стержне и удерживаемого в горизонтальном положении с помощью пружины и неподвижного шарнира. Определить усилие в пружине при равновесии системы, если вес груза M равен 4 *н*, а весом стержня можно пренебречь.

Ответ. 12 *н*.



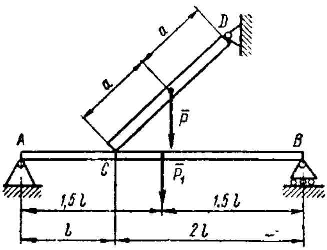
К задаче 50



К задаче 51

51. Предохранительный клапан A парового котла прикреплен к однородному стержню BC весом 50 *н*, представляющему собой рычаг с точкой опоры D. На каком расстоянии x надо подвесить груз весом 25 *н*, чтобы клапан сам открывался при избыточном давлении пара в котле 1,0 $Мн/м^2$? Диаметр клапана 20 *мм*, его вес 1 *н*.

Ответ. 552 *мм*.

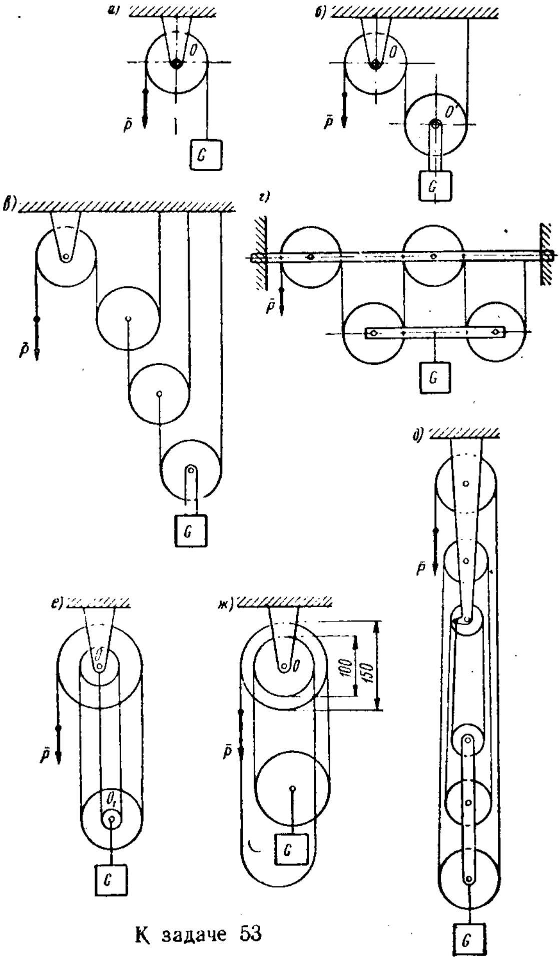


К задаче 52

52. Балка CD весом 100 *н* одним концом прикреплена к шарнирно-неподвижной опоре, а другим концом свободно опирается на горизонтальную балку AB весом $P_1 = 180$ *н*. Определить реакции опор A, B и D и величину силы давления балки CD на балку AB в точке C.

Указание. Рассмотреть сначала равновесие балки CD, а затем равновесие балки AB.

Ответ. $R_D = 50$ *н*; $N_C = 50$ *н*; $R_A = 123$ *н*; $R_B = 107$ *н*.



К задаче 53

53. На рис. *а—ж* показаны различные системы блоков для подъема грузов. Определить для каждой системы силу P, необходимую для подъема груза весом $G = 250$ *н*. Влиянием трения и весом каната пренебречь.

Примечания. 1. В конструкции, изображенной на рис. *е*, все шкивы свободно насажены на оси O и O_1.

2. В дифференциальном блоке, изображенном на рис. *ж*, шкивы, посаженные на ось O, жестко связаны между собой. Они снабжены зубцами, захватывающими бесконечную цепь.

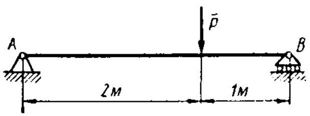
Ответ. *а*) 250 *н*; *б*) 125 *н*; *в*) 31,3 *н*; *г*) 62,5 *н*; *д*) 41,7 *н*; *е*) 62,5 *н*; *ж*) 41,7 *н*.

54. Двутавр, масса одного метра длины которого составляет 20,5 *кг*, подвешен симметрично относительно середины на двух вертикальных веревках. Длина двутавра 1,6 *м*. Определить натяжение каждой из веревок.

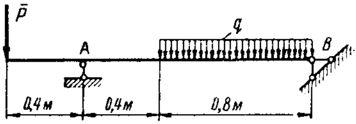
Ответ. 161 *н*.

55. Однородная балка весом 75 *н* нагружена силой $P = 225$ *н*. Определить реакции опор.

Ответ. $R_A = 112{,}5$ *н*; $R_B = 187{,}5$ *н*.



К задаче 55



К задаче 56

56. Определить реакции опор консольной балки, если $P = 10$ *кн*, $q = 2$ *кн/м*, а вес балки 1 *кн*.

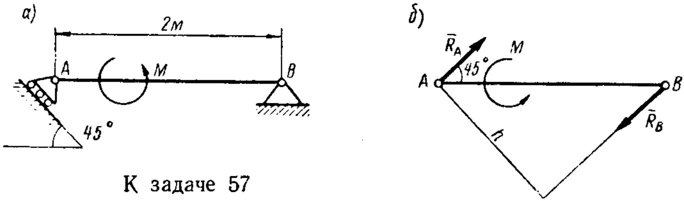
Ответ. $R_A = 14{,}5$ *кн* (направлена вверх); $R_B = 1{,}93$ *кн* (направлена вниз).

57*. На балку AB действует пара сил, момент которой $M = 4{,}24$ *кн·м*. Определить реакции опор, пренебрегая весом балки.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие балки AB.

2. Связь в точке B — шарнирно-неподвижная опора (рис. *а*), величина и направление реакции которой заранее неизвестны. Связь



К задаче 57

в точке A — шарнирно-подвижная опора. Реакция ее направлена перпендикулярно к плоскости катания (рис. *б*).

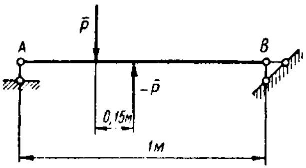
Так как на балку действует пара сил с моментом M, то она может быть уравновешена только парой сил. Следовательно, опорные реакции $\bar{R}_A$ и $\bar{R}_B$ должны образовать пару сил. Направление линии действия реакции $\bar{R}_B$ определено.

3. Задача статически определимая, так как при определении одной неизвестной величины $R_A = R_B$ для тела, находящегося под действием системы пар сил, имеется одно уравнение равновесия

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0.$$

4. Определяем величину реакции

$$M - R_A h = 0;\ 4{,}24 = R_A \cdot 2 \cos 45°;\ R_A = R_B = 3\ кн.$$



К задаче 58

58. Определить опорные реакции балки, нагруженной парой сил. $P = 20$ *кн*. Весом балки пренебречь.

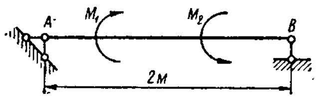
Ответ. $\bar{R}_A = -\bar{R}_B$; $R_A = R_B = 3$ *кн*, Реакция $\bar{R}_A$ направлена вверх.

59. Определить опорные реакции балки, нагруженной парами сил с моментами $M_1 = 6$ *кн·м* и $M_2 = 4$ *кн·м*. Весом балки пренебречь.

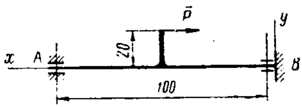
Ответ. $\bar{R}_B = -\bar{R}_A$; $R_A = R_B = 1$ *кн*. Реакция $\bar{R}_A$ направлена вниз.

60. Подшипник A и подпятник B удерживают задвижку в горизонтальном положении. Определить реакции подшипников, если $P = 10$ *н*. Весом задвижки пренебречь.

Ответ. $X_B = 10$ *н*; $Y_B = 2$ *н*; $Y_A = -2$ *н*.



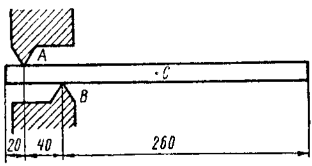
К задаче 59



К задаче 60

61. Однородный стержень весом 2 *н* опирается на два упора. Определить реакции упоров. Заменить систему сил, образующих реакции, парой сил и силой, приложенной в точке B.

Ответ. $R_A = 5$ *н* (направлена вниз); $R_B = 7$ *н* (направлена вверх), или пара сил с моментом 0,2 *н·м* и сила 2 *н*, направленная вверх.



К задаче 61

62*. Балка одним концом заделана в стену (связь — жесткая заделка). Вес P выступающей части AB равен 2 *кн*. К ней приложена пара сил $(T, -T)$, момент которой $M = 10$ *кн·м*, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 0{,}4$ *кн/м*. Определить опорные реакции.

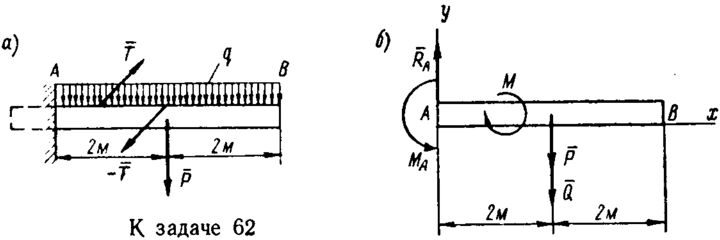
Решение.

1. Рассмотрим равновесие балки AB (рис. *а*).

2. Связь — стена, в которой жестко закреплен конец балки. Эта связь не допускает никаких перемещений балки. Ни величина, ни направление реакции $\bar{R}_A$ такой связи заранее неизвестны. Но так как все остальные силы, приложенные к балке, параллельны, то реакция $\bar{R}_A$ параллельна им (силы $\bar{T}$ и $-\bar{T}$, составляющие пару сил, можно

повернуть так, чтобы они были параллельны другим заданным силам). Заделка препятствует вращению балки вокруг точки A, поэтому надо приложить реактивную пару сил, которую на чертеже условно обозначают дуговой стрелкой с наименованием момента этой пары сил M_A (рис. *б*).

3. Имеются две неизвестные величины R_A и M_A и два уравнения равновесия плоской системы параллельных сил. Задача статически определимая.



К задаче 62

4. Распределенная нагрузка интенсивностью q при решении задачи заменяется равнодействующей силой, приложенной посередине участка нагружения. В данном случае нагрузка равномерно распределена по всей длине балки, поэтому

$$Q = ql = 0{,}4 \cdot 4 = 1{,}6 \textit{ кн}.$$

Воспользуемся уравнениями равновесия

$$\sum M_A(\overline{P}_i) = 0;$$

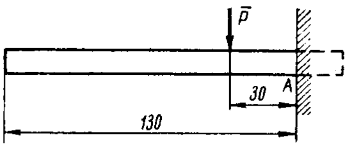
$$-M - P \cdot 2 - Q \cdot 2 + M_A = 0,$$

откуда

$$M_A = 10 + 2 \cdot 2 + 1{,}6 \cdot 2 = 17{,}2 \textit{ кн} \cdot \textit{м}$$

и

$$\sum P_{iy} = 0; \quad R_A - P - Q = 0,$$



К задаче 64

следовательно,

$$R_A = 2 + 1{,}6 = 3{,}6 \textit{ кн}.$$

Для проверки вычислений посмотрим, выполняется ли условие равновесия

$$\sum M_B(\overline{P}_i) = 0,$$

$$(P + Q)\,2 + M_A - R_A \cdot 4 - M = 7{,}2 + 17{,}2 - 14{,}4 - 10 = 0.$$

Пары сил с моментами M и M_A в уравнение проекций не входят, так как алгебраическая сумма проекций на любую ось сил, образующих пару, равна нулю.

63. Определить опорные реакции балки, жестко защемленной одним концом, если к ней приложена пара сил с моментом 7 *кн·м*.

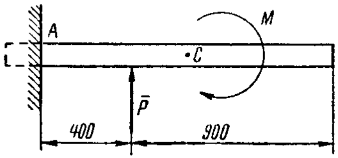
Ответ. Реактивная пара сил с моментом 7 *кн·м*.

64. Определить опорные реакции консольной балки, нагруженной силой $P = 12$ *кн*. Вес выступающей части балки равен 4 *кн*.

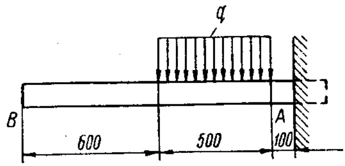
Ответ. $R_A = 16$ *кн*; $M_A = 0{,}620$ *кн·м*.

65. Однородная балка одним концом заделана в стену. Определить воздействие балки на стену, если $P = 5$ *кн*; $M = 3$ *кн·м*. Вес выступающей части равен 2 *кн*.

Ответ. $R_A = 3$ *кн*; $M_A = 2{,}3$ *кн·м*.



К задаче 65



К задаче 66

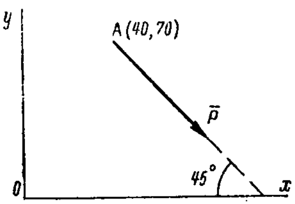
66. Определить реакции заделки, если вес части AB балки 6 *кн*, а интенсивность равномерно распределенной нагрузки $q = 12$ *кн/м*.

Ответ. $R_A = 12$ *кн*; $M_A = -5{,}7$ *кн·м*.

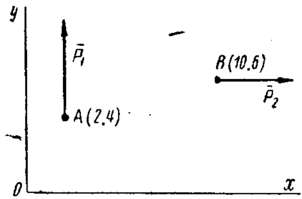
§ 4. Плоская система произвольно расположенных сил

67. Заданную силу $P = 12$ *кн* перенести в начало координат O.

Ответ. В начале координат следует приложить силу, равную 12 *кн* и параллельную заданной, а также пару сил с моментом $M = -0{,}933$ *кн·м*.



К задаче 67



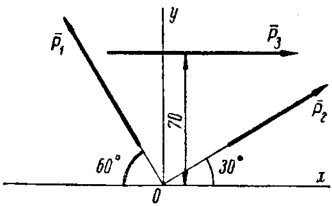
К задаче 68

68. Заданную систему сил привести к точке с координатами $x = 8$ *мм*; $y = 2$ *мм*; $P_1 = 5$ *н*; $P_2 = 4$ *н*.

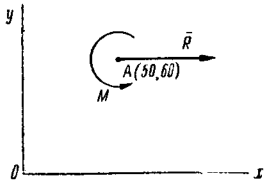
Ответ. Система приводится к главному вектору $R = 64$ *н*, составляющему угол 51° 20′ с осью Ox, и к главному моменту $M = -46$ *н·мм*.

69. Выполнить приведение к началу координат системы сил $P_1 = 4$ *н*; $P_2 = 3$ *н*; $P_3 = 5$ *н*.

Ответ. Главный вектор $R = 7{,}48$ *н* составляет угол 41° 35′ с осью x. Главный момент $M = 0{,}35$ *н·м*.



К задаче 69



К задаче 70

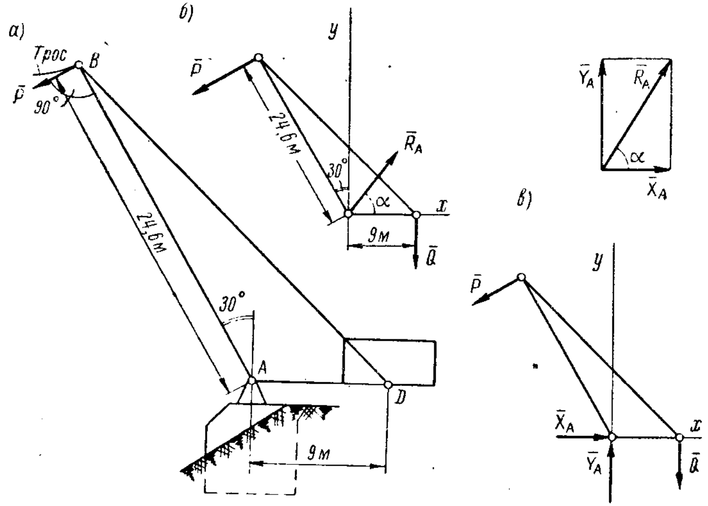
70. Некоторая система сил при приведении к точке A (50 *мм*, 60 *мм*) определяется главным вектором $R = 5$ *н* и главным моментом $M = 0{,}3$ *н·м*. Как изменится результат, если за центр приведения принять начало координат?

Ответ. Система приводится к равнодействующей, равной 5 *н* и параллельной заданному главному вектору.

71 *. Качающаяся опорная часть ABD (рис. *а*) кабельного крана поддерживает канат, натяжение которого $P = 160$ *кн*. Определить вес Q противовеса D, величину и направление реакции $\overline{R}_A$ опоры A.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие опорной части ABD (см. рис. *а*), к которой приложены заданная сила $\overline{P}$ и искомые сила $\overline{Q}$ и реакция $\overline{R}_A$.



К задаче 71

2. Для рассматриваемой системы связью является шарнирно-неподвижная опора A. Она позволяет опирающейся на нее части ABD свободно поворачиваться, но препятствует любому поступательному перемещению в плоскости, перпендикулярной к оси шарнира. Величина R_A и направление ($<\alpha$) реакции такой связи заранее неизвестны (рис. *б*).

3. Три величины Q, R_A и α, для определения которых можно воспользоваться тремя уравнениями равновесия плоской системы произвольно расположенных сил, неизвестны. Задача статически определимая.

4. Составив уравнение моментов относительно точки A, найдем из него одну неизвестную величину, так как неизвестная по величине и направлению реакция $\overline{R}_A$ в это уравнение не войдет

$$\sum M_A(\overline{P}_i) = 0;$$

$$-Q \cdot 9 + P \cdot 24{,}6 = 0,$$

откуда

$$Q = \frac{24,6P}{9} = \frac{24,6 \cdot 160}{9} = 437 \text{ кн.}$$

Далее

$$\sum P_{ix} = 0; \quad -P\cos 30^\circ + R_A \cos\alpha = 0$$

$$\sum P_{iy} = 0;$$

$$-P\cos 60^\circ + R_A \sin\alpha - Q = 0,$$

или

$$R_A \sin\alpha = Q + P\cos 60^\circ,$$

$$R_A \cos\alpha = P\cos 30^\circ.$$

Разделив одно уравнение на другое, получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{Q + P\cos 60^\circ}{P\cos 30^\circ} = \frac{437 + 160 \cdot 0,500}{160 \cdot 0,866} = \frac{517}{139} = 3,72,$$

следовательно,

$$\alpha = 75^\circ; \quad \cos\alpha = 0,259.$$

Теперь можно определить величину реакции опоры A

$$R_A = P \cdot \cos 30^\circ : \cos\alpha = 160 \cdot 0,866 : 0,259 = 535 \text{ кн.}$$

Этих тригонометрических преобразований можно избежать, заменив неизвестную по величине и направлению реакцию $\overline{R}_A$ двумя неизвестными по величине составляющими $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$ (рис. *в*).

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{Y_A}{X_A}.$$

Действительно,

$$\sum m_A(\overline{P}_i) = 0;$$

$$-9Q + 24,6P = 0; \quad Q = 437 \text{ кн};$$

$$\sum P_{ix} = 0;$$

$$-P\cos 30^\circ + X_A = 0; \quad X_A = 139 \text{ кн};$$

$$\sum P_{iy} = 0;$$

$$-P\cos 60^\circ + Y_A - Q = 0; \quad Y_A = 517 \text{ кн.}$$

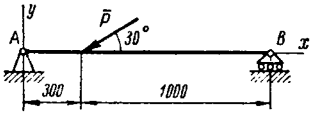
По найденным составляющим реакции определяем ее величину и направление

$$R_A = \sqrt{139^2 + 517^2} = 535 \text{ кн}; \quad \operatorname{tg}\alpha = 517 : 139 = 3,72;$$

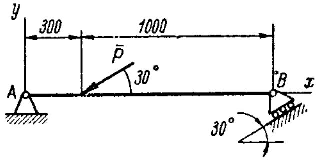
$$\alpha = 75^\circ.$$

72. Определить реакции связей двухопорной балки, пренебрегая ее весом. $P = 10$ *кн*.

Ответ. $X_A = 8{,}66$ *кн*; $Y_A = 3{,}85$ *кн*; $R_B = 1{,}15$ *кн*.



К задаче 72



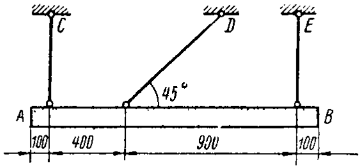
К задаче 73

73. Определить реакции связей двухопорной балки, пренебрегая ее весом. $P = 10$ *кн*.

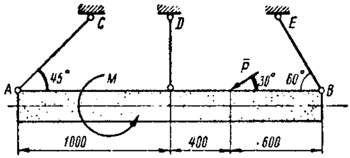
Ответ. $X_A = 9{,}33$ *кн*; $Y_A = 3{,}85$ *кн*; $R_B = 1{,}33$ *кн*.

74. Однородная балка AB весом 100 *н* удерживается в равновесии с помощью трех невесомых стержней. Определить усилия в стержнях.

Ответ. $N_C = 50$ *н*; $N_E = 50$ *н*; $N_D = 0$.



К задаче 74



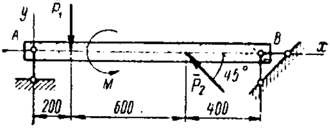
К задаче 75

75. Пренебрегая весом конструкции, определить усилия в стержнях, удерживающих в равновесии балку AB; $M = 2$ *кн·м*; $P = 10$ *кн*.

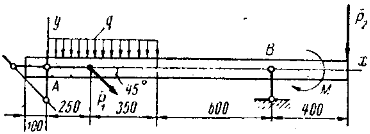
Ответ. $N_C = 29{,}0$ *кн*; $N_D = -36{,}0$ *кн*; $N_E = 23{,}7$ *кн*.

76. Определить реакции опор балки AB весом 400 *н*, если $P_1 = 1000$ *н*; $P_2 = 1200$ *н*; $M = 600$ *н·м*.

Ответ. $X_B = 849$ *н*; $Y_B = -699$ *н*; $R_A = 1{,}25$ *кн*.



К задаче 76



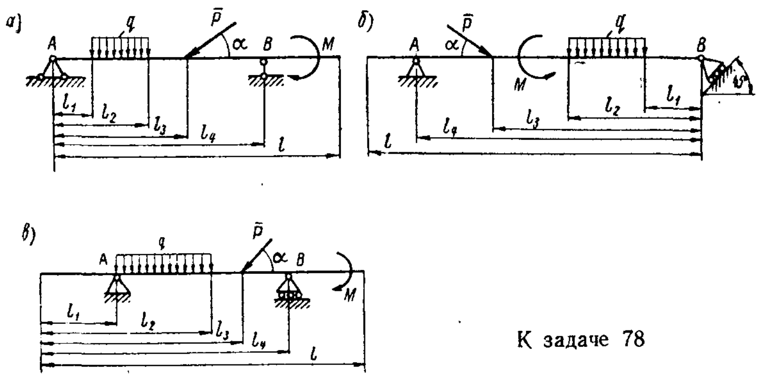
К задаче 77

77. Определить опорные реакции балки. Вес балки 0,2 *кн*; $P_1 = 10$ *кн*; $P_2 = 4$ *кн*; $q = 2$ *кн/м*; $M = 2$ *кн·м*.

Ответ. $X_A = 7{,}07$ *кн*; $Y_A = 3{,}66$ *кн*; $R_B = 8{,}90$ *кн*.

78 **. По заданным схемам (рис. *а*, *б* и *в*) определить опорные реакции консольной балки весом G:

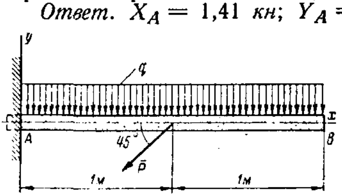
Вари-ант	G, кн	q, кн/м	P, кн	M, кн·м	$\alpha°$	l_1, м	l_2, м	l_3, м	l_4, м	l, м
1	8	2	10	8	20	1	3	1	4	6
2	10	2	10	10	25	2	5	2	4	8
3	9	4	10	12	40	3	4	3	8	10
4	8	4	10	12	35	3	7	4	6	10
5	7	2	10	10	50	2	6	5	6	8
6	10	2	10	8	20	1	3	6	7	8
7	10	6	10	6	15	1	4	6	4	6
8	8	6	10	8	40	1	2	5	5	6
9	9	2	10	8	10	2	4	4	4	6
10	10	2	10	10	55	2	5	2	7	9



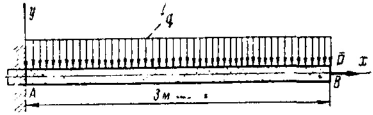
К задаче 78

79. Балка AB заделана одним концом в стену. К ней приложены сила $P = 2$ *кн* и распределенная нагрузка интенсивностью $q = 1$ *кн/м*. Определить реакции заделки, пренебрегая весом балки.

Ответ. $X_A = 1{,}41$ *кн*; $Y_A = 3{,}41$ *кн*; $M_A = 3{,}41$ *кн·м*.



К задаче 79



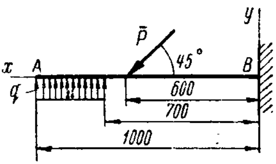
К задаче 80

80. Для балки AB весом 1,5 *кн*, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $q = 2$ *кн/м* и силой $P = 3$ *кн*, определить опорные реакции.

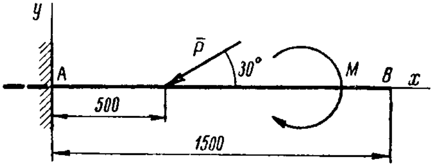
Ответ. $X_A = -3$ *кн*; $Y_A = 7{,}5$ *кн*; $M_A = 11{,}5$ *кн·м*.

81. Определить реакции заделки; $P = 10$ *кн*; $q = 6$ *кн/м*. Весом балки AB пренебречь.

Ответ. $X_B = -7{,}07$ *кн*; $Y_B = 5{,}27$ *кн*; $M_B = -2{,}70$ *кн·м*.



К задаче 81



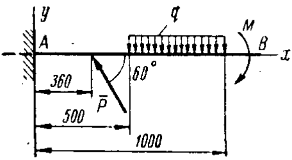
К задаче 82

82. Однородная балка весом 40 *н* заделана одним концом в стену. Определить реакции заделки. $P = 100$ *н*; $M = 40$ *н·м*.

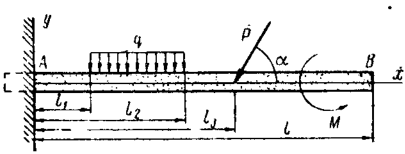
Ответ. $X_A = 86{,}6$ *н*; $Y_A = 90{,}0$ *н*; $M = 95{,}0$ *н·м*.

83. Определить реакции заделки, если $P = 1$ *кн*; $q = 2$ *кн/м*; $M = 0{,}8$ *кн·м*. Весом балки пренебречь.

Ответ. $X_A = 0{,}500$ *кн*; $Y_A = 0{,}134$ *кн*; $M_A = 1{,}24$ *кн·м*.



К задаче 83



К задаче 84

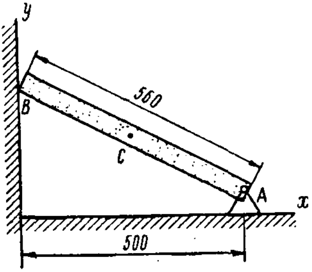
84 **. Для балки весом G определить опорные реакции от действия заданной нагрузки. Данные для решения взять из таблицы.

Вариант	G, кн	q, кн/м	M, кн·м	P, кн	$\alpha°$	l_1, м	l_2, м	l_3, м	l, м
1	5	2	4	6	20	1	3	1	6
2	6	2	4	6	40	2	3	2	6
3	7	2	4	6	65	3	5	3	8
4	8	2	4	6	25	4	5	4	10
5	9	2	4	6	50	4	5	5	10
6	10	2	3	6	15	3	5	6	10
7	10	3	3	8	35	2	5	7	10
8	9	3	3	8	70	1	3	8	12
9	8	3	3	8	20	3	4	8	12
10	7	3	3	8	40	4	5	7	10
11	6	3	5	8	55	3	5	6	10
12	5	3	5	8	75	2	5	5	10
13	5	3	5	6	50	1	4	4	6
14	6	4	5	6	40	2	3	3	5
15	7	4	5	6	35	1	2	2	5
16	8	4	5	6	25	2	3	1	5
17	9	4	6	8	20	2	5	2	6
18	10	4	6	8	80	1	4	3	5
19	10	4	6	8	10	3	5	4	6

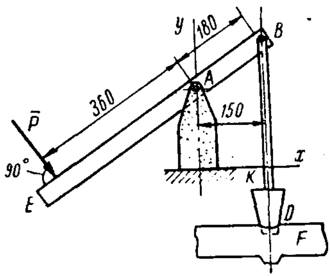
Вариант	G, *кн*	q, *кн/м*	M, *кн·м*	P, *кн*	$\alpha°$	l_1, *м*	l_2, *м*	l_3, *м*	l, *м*
20	9	3	6	8	50	1	2	5	8
21	8	3	6	8	15	2	3	6	9
22	7	3	6	8	25	3	5	7	8
23	6	3	5	6	20	1	5	8	10
24	5	3	5	6	40	2	3	8	9
25	5	3	5	6	35	1	2	7	8
26	6	2	5	6	55	2	5	6	10
27	7	2	3	8	20	2	5	5	6
28	8	2	3	8	50	2	5	4	6
29	9	2	3	8	80	1	2	3	4
30	9	3	4	6	40	1	2	3	4

85. Брус AB весом 10 *н* одним концом укреплен на шарнирно-неподвижной опоре, другим опирается на вертикальную стену. Определить силу давления на стену и шарнир опоры.

Ответ. $X_A = 9{,}92$ *н*; $Y_A = -10{,}0$ *н*; $X_B = -9{,}92$ *н*.



К задаче 85



К задаче 86

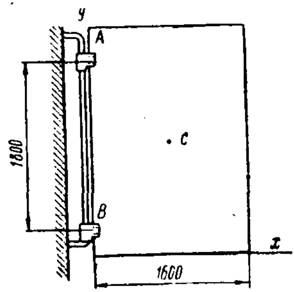
86. На рисунке изображена одна из конструкций задвижек. При повороте рычага BE конусообразная втулка D перекрывает отверстие в трубке F. Для положения, указанного на чертеже, определить величину силы P и силу давления на шарнир A из условия равновесия. Вес тяги BK и втулки D равен 10 *н*. Весом рычага BE пренебречь.

Ответ. $P = 4{,}17$ *н*; $X_A = 2{,}31$ *н*; $Y_A = -13{,}5$ *н*.

87. Дверь подвешена с помощью подшипника A и подпятника B, определить их реакции, если вес двери равен 200 *кн*.

Ответ. $X_A = -88{,}9$ *кн*; $X_B = 88{,}9$ *кн*; $Y_B = 200$ *кн*.

88. На рисунке схематически изображена установка электродвигателя на качающейся плите. Вес электродви-

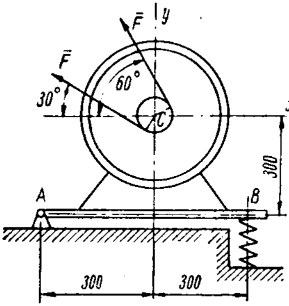


К задаче 87

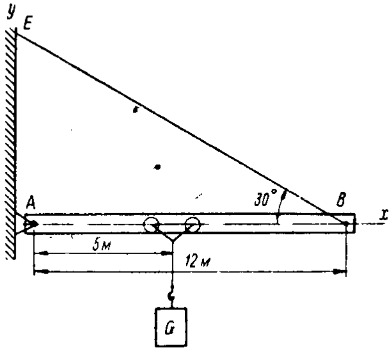
гателя и плиты равен 2 *кн* и приложен на оси в точке C. До пуска двигателя в ход каждая из ветвей ремня натянута силой $F = 300$ *н*. Определить реакции шарнира A и пружины B.

Ответ. $X_A = 410$ *н*; $Y_A = 1$ *кн*; $Y_B = 590$ *н*.

89. Некоторые конструкции башенных кранов имеют горизонтально расположенную стрелу, по которой перемещается тележка с грузом. Определить натяжение T каната BE и реакцию шарни-



К задаче 88



К задаче 89

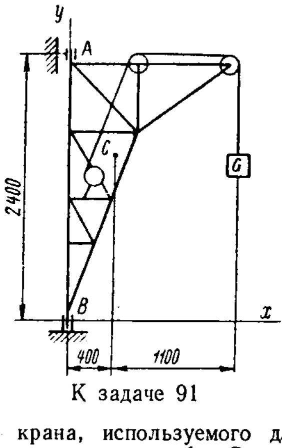
ра A для указанного на чертеже положения тележки, если вес стрелы AB равен 0,6 *кн*, а вес тележки с грузом равен 3,1 *кн*.

Ответ. $X_A = 2{,}75$ *кн*; $Y_A = 2{,}11$ *кн*; $T = 3{,}18$ *кн*.

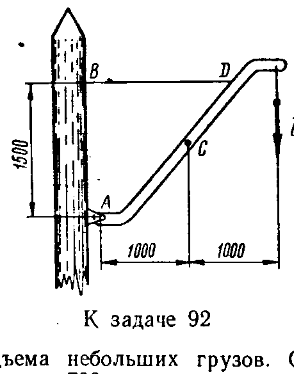
90. Однородная лестница AB длиной 4 *м* концом B прислонена под углом 30° к гладкой вертикальной стене, а заостренным концом A уперта в землю так, что ее скольжение стало невозможным. Найти силу давления лестницы на стену и на землю, если ее вес 200 *н* и посередине находится человек весом 700 *н*.

Ответ. $R_A = 936$ *н*; $R_B = 260$ *н*.

91. На рисунке схематически показана одна из конструкций магазин-



К задаче 91



К задаче 92

ного крана, используемого для подъема небольших грузов. Определить реакции опор A и B, если вес крана 700 *н*, а центр тяжести его в точке C. Вес поднимаемого груза $G = 2{,}40$ *кн*.

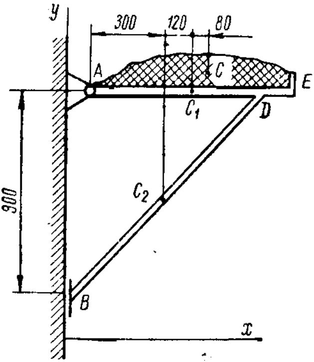
Ответ. $X_A = -1{,}62$ *кн*; $X_B = 1{,}62$ *кн*; $Y_B = 3{,}10$ *кн*.

92. Для подвески проводов на электрифицированных участках железных дорог применяется устройство, схематически показанное на рисунке. Определить натяжение N_B троса BD и реакцию шарнира A, если вес кронштейна 170 *н* и приложен в точке C, а вес провода $G = 1{,}20$ *кн*.

Ответ. $N_B = 1{,}71$ *кн*; $R_A = 2{,}19$ *кн*.

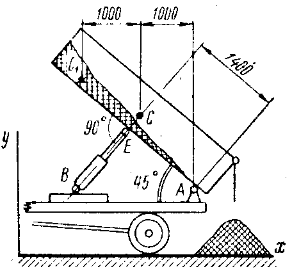
93. При строительстве зданий используются кронштейны, на которые укладывается сетка, предохраняющая рабочих от падающего строительного мусора. Определить реакции опор A и B, если вес мусора 400 *н* и приложен в точке C. Вес стержня AE равен 50 *н* и приложен в точке C_1, а вес стержня BD равен 60 *н* и приложен в точке C_2.

Ответ. $R_B = 266$ *н*; $X_A = -266$ *н*; $Y_A = 510$ *н*.



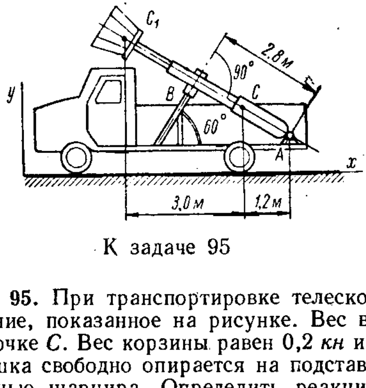
К задаче 93

94. В конце разгрузки кузов самосвала занимает указанное положение. Определить усилие, развиваемое домкратом BE и реакцию неподвижного шарнира A, если вес кузова равен 0,8 *кн* и приложен в точке C, а вес оставшегося груза 0,6 *кн* и приложен в точке C_1.



К задаче 94

Ответ. $R_B = 1{,}43$ *кн*; $X_A = -1{,}01$ *кн*; $Y_A = 0{,}389$ *кн*.



К задаче 95

К задаче 96

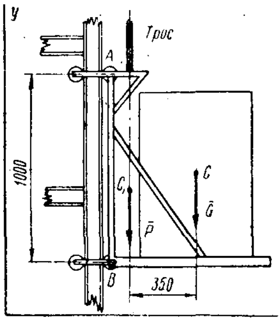
95. При транспортировке телескопическая вышка занимает положение, показанное на рисунке. Вес вышки равен 1,5 *кн* и приложен в точке C. Вес корзины равен 0,2 *кн* и приложен в точке C_1. В точке B вышка свободно опирается на подставку, а в точке A укреплена с помощью шарнира. Определить реакции этих опор.

Ответ. $R_B = 0{,}943$ *кн*; $X_A = -0{,}471$ *кн*; $Y_A = 0{,}883$ *кн*.

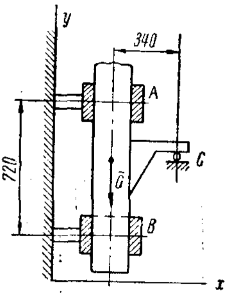
96. На треугольную пластину действует сила $P = 40$ *н*. Найти реакции болтов A и B. Болт B не препятствует вертикальному перемещению пластины. Весом пластины пренебречь.

Ответ. $X_A = -43{,}8$ *н*; $Y_A = 34{,}6$ *н*; $R_B = 64{,}0$ *н*.

97. На рисунке показан механизм для вертикального подъема грузов при строительстве зданий. Катки A и B не позволяют тележке оторваться от вертикального рельса. Перемещение тележки вверх осуществляется тросом. Определить силы давления на катки и натяжение троса T при равномерном подъеме тележки. Вес тележки $P = 500$ *н*; вес груза $G = 3{,}00$ *кн*.



К задаче 97



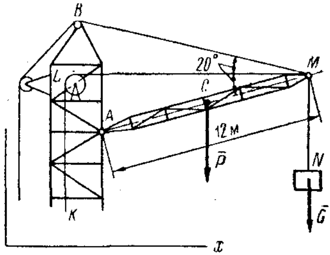
К задаче 98

Ответ. $R_B = -R_A = 1{,}05$ *кн*; $T = 3{,}50$ *кн*.

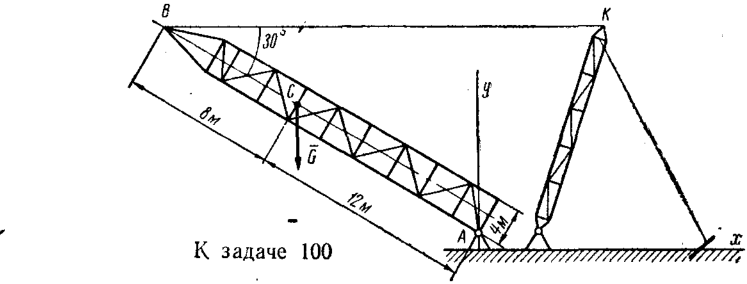
98. Вертикальная мачта весом $G = 100$ *н*, установленная в направляющих A и B, опирается на каток C. Пренебрегая трением в направляющих, определить реакции опор.

Ответ. $R_C = 100$ *н*; $R_A = -R_B = 47{,}2$ *н*.

99. На рисунке схематически показана одна из конструкций башенного крана. Стрела AM в точке A прикреплена с помощью шарнира и удерживается в равновесии тросом BM. Подъем груза осуществляется с помощью троса $KLMN$. Определить реакцию шарнира A и натяжение T_B троса BM при рав-



К задаче 99



К задаче 100

номерном подъеме груза весом $G = 20$ *кн*. Вес стрелы $P = 5$ *кн* приложен посередине.

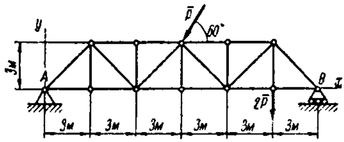
Ответ. $X_A = 40{,}9$ *кн*; $Y_A = 17{,}4$ *кн*; $T_B = 22{,}2$ *кн*.

100. На рисунке показан один из моментов монтажа башенного крана на строительной площадке. Определить силу давления башни крана на шарнир A и натяжение N_B троса BK, если в данный момент он горизонтален. Вес башни $G = 25$ *кн*.

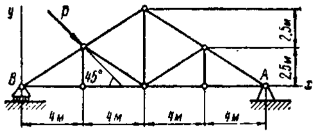
Ответ. $N_B = 26{,}0$ *кн*; $X_A = 26{,}0$ *кн*; $Y_A = -25{,}0$ *кн*.

101. Определить реакции опор фермы, если $P = 20$ *кн*.

Ответ. $X_A = 10{,}0$ *кн*; $Y_A = 17{,}0$ *кн*; $R_B = 40{,}3$ *кн*.



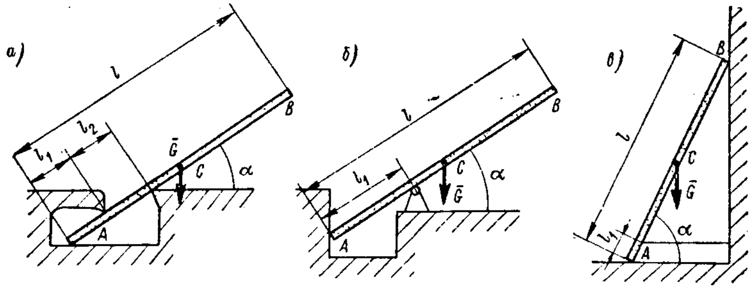
К задаче 101



К задаче 102

102. Определить опорные реакции стропильной фермы. Собственный вес этой симметричной конструкции равен 0,5 *кн*, а равнодействующая давления ветра $P = 2$ *кн*.

Ответ. $X_A = -1{,}41$ *кн*; $Y_A = 0{,}825$ *кн*; $R_B = 1{,}09$ *кн*.



К задаче 103

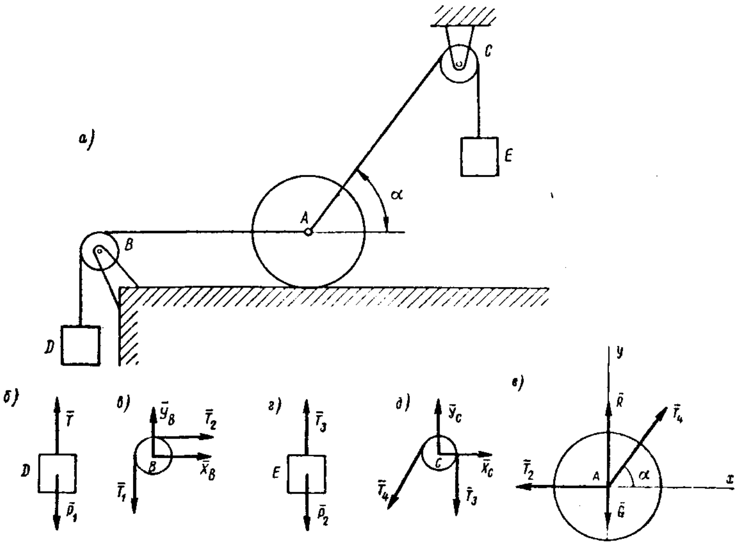
103 **. Определить опорные реакции однородной конструкции AB, опирающейся на гладкие поверхности (рис. *а*, *б*, *в*). Вес стержня $G = 500$ *н*; его толщиной пренебречь.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l, *м*	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4
l_1, *м*	1	2	2	2,5	2,5	2	2	1	1	0,5
l_2, *м*	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0
$\alpha°$	30	30	30	45	45	45	60	60	60	30

104 *. Цилиндр A весом $G = 100$ *н* покоится на горизонтальной плоскости (рис. *а*). К его оси привязаны веревки, перекинутые через неподвижные блоки B и C, к концам веревок прикреплены грузы— груз D весом $P_1 = 10$ *н* и груз E весом $P_2 = 20$ *н*. Определить силу давления цилиндра на плоскость и угол α наклона участка AC веревки к горизонту.

Решение.

1. В данном случае рассматривается система, состоящая из нескольких тел: цилиндра A, блоков B и C, грузов D и E, связанных между собой веревками. Начнем решение задачи с рассмотрения равновесия цилиндра A.



К задаче 104

2. Связями для цилиндра являются гладкая горизонтальная плоскость и веревки, перекинутые через блоки B и C. Реакции этих связей направлены перпендикулярно к плоскости катания ($\overline{R}$) и вдоль веревок ($\overline{T}_2$ и $\overline{T}_4$) (рис. *е*).

3. Надо определить четыре неизвестные величины: α, R, T_2 и T_4. Система сил, приложенных к цилиндру, плоская сходящаяся. Для нее можно составить два уравнения равновесия. Хотя число неизвестных величин больше числа уравнений, задача может быть решена, так как рассматриваемая система состоит из нескольких тел. Выделив каждое из тел системы (рис. *б—д*), обнаружим, что всего в этой задаче десять неизвестных величин: α, R, T_1, T_2, T_3, T_4, X_B, X_C, Y_B, Y_C, для определения которых можно составить десять уравнений равновесия (по одному для грузов, по три для блоков и два для цилиндра). Задача статически определимая. Реакции осей блоков (X_B, Y_B, X_C, Y_C) определять не будем.

4. Из условия равновесия груза D (рис. *б*) находим

$$T_1 = P_1 = 10 \text{ н}.$$

Так как блок B находится в равновесии (рис. *в*), то

$$\sum M_B(\bar{P}_i) = 0;$$

$$T_2 = T_1 = 10 \text{ н.}$$

Рассматривая груз E (рис. *г*), найдем

$$T_3 = P_2 = 20 \text{ н.}$$

Блок C также находится в равновесии (рис. *д*), поэтому

$$\sum M_C(\bar{P}_i) = 0;$$

$$T_4 = T_3 = 20 \text{ н.}$$

Теперь можно перейти к рассмотрению равновесия цилиндра A (рис. *е*). Здесь остались неизвестными две величины: α и R. Для их определения воспользуемся двумя уравнениями равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\sum P_{ix} = 0; \quad -T_2 + T_4 \cos\alpha = 0,$$

откуда

$$\cos\alpha = T_2 : T_4 = 10 : 20 = 0{,}500; \ \alpha = 60°;$$

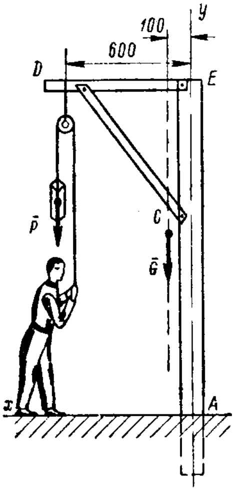
$$\sum P_{iy} = 0; \quad R - G + T_4 \sin\alpha = 0,$$

откуда

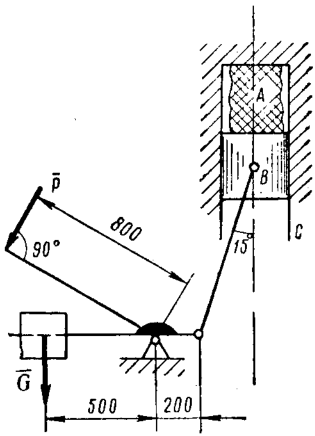
$$R = G - T_4 \sin\alpha = 100 - 20 \cdot 0{,}866 = 82{,}7 \text{ н.}$$

105. Перекладина DEA жестко заделана в бетонном фундаменте. Вес ее $G = 0{,}5$ *кн*. Рабочий равномерно поднимает груз $P = 0{,}4$ *кн* с помощью неподвижного блока. Определить реакции заделки A.

Ответ. $R_A = 1{,}30$ *кн*; $M_A = -485$ *н·м*.



К задаче 105



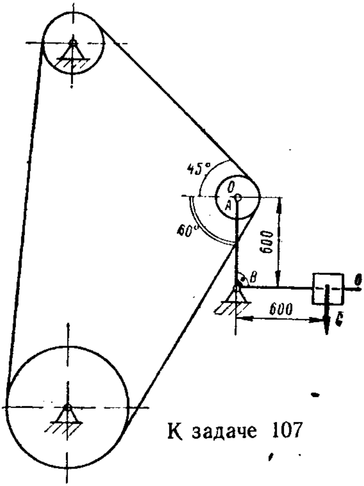
К задаче 106

106. Для прессования материала используется механизм, показанный на рисунке. Пренебрегая весом частей механизма, определить силы давления поршня B на прессуемый материал A и направляющие C. Вес противовеса $G = 50$ *н*, рабочий прикладывает к рукоятке рычага силу $P = 200$ *н*.

Ответ. $N_A = 925$ *н*; $N_C = 248$ *н*.

107. Натяжное приспособление ременной передачи состоит из ролика O и углового рычага ABC с противовесом $G = 150$ *н*. Определить натяжение S_0 ремня неработающей передачи.

Ответ. $S_0 = 124$ *н*.



К задаче 107

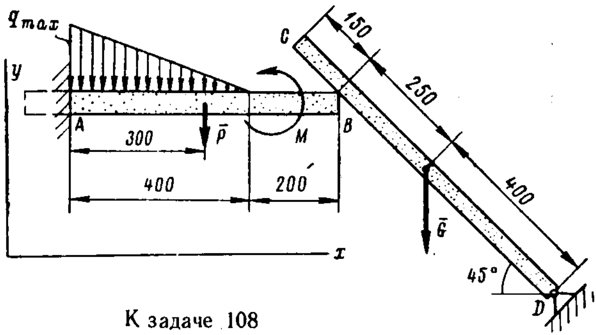
108. Балка CD весом $G = 100$ *н* шарнирно закреплена в точке D, а в точке B свободно опирается на балку AB. Балка AB весом $P = 80$ *н*, жестко заделанная в стену, на части длины несет распределенную нагрузку ($q_{max} = 2000$ *н/м*) и, кроме того, нагружена парой сил с моментом $M = 50$ *н·м*. Определить реакции заделки. Толщиной балок пренебречь.

Ответ. $X_A = 30{,}8$ *н*; $Y_A = 511$ *н*; $M_A = 45{,}8$ *н·м*.

109. Для сочлененной балочной системы определить реакции опор A, B и C. $P = 100$ *н*; $M = 30$ *н·м*. Весом частей конструкции пренебречь.

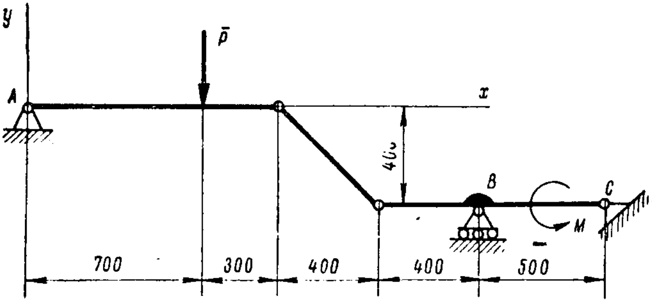
Ответ. $X_A = 70{,}0$ *н*; $Y_A = 30{,}0$ *н*; $R_B = 186$ *н*; $X_C = 70{,}0$ *н*; $Y_C = -116$ *н*.

110.** Груз E весом $G = 500$ *н* перемещают по направляющим C самотаской (рис. *а*) в направлении, указанном стрелкой. Коэффициент трения между поверхностями груза и направляющих $f = 0{,}12$. Определить натяжение S тяги AB в состоянии предельного равновесия и наибольшее значение угла β_{max}, при котором возможно перемещение груза.



К задаче 108

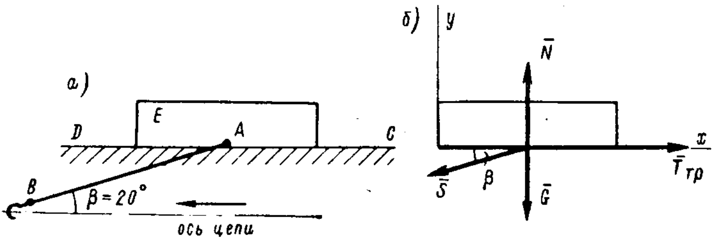
До сих пор рассматривались задачи, в которых поверхности тел были абсолютно гладкими и, следовательно, силы реакций были направлены перпендикулярно к этим поверхностям.



К задаче 109

В случае негладких поверхностей силы реакций не будут перпендикулярными к поверхности. Появится составляющая реакции, лежащая в плоскости касания. Она называется силой трения скольжения (сцепления) и всегда направлена в сторону, обратную возможной относительной скорости движения.

Величина силы трения зависит от величины сдвигающей силы и может меняться от нуля до некоторого максимального значения $T_{тр} = fN$, где f — коэффициент трения покоя, N — величина нормальной составляющей реакции.



К задаче 110

При дальнейшем увеличении сдвигающей силы равновесие нарушается. Состояние тела в этот момент называется предельным равновесием. Так как коэффициент трения обычно задан, то сила трения в состоянии предельного равновесия не является новой неизвестной величиной в задаче и метод решения остается прежним.

Решение.

1. Рассмотрим груз E.

2. Связь — опирание с трением. К грузу приложены силы: $\overline{G}$ — вес; $\overline{S}$ — натяжение тяги; $\overline{N}$ — нормальная составляющая реакции; $\overline{T}_{тр}$ — сила трения (рис. *б*).

3. Для силы трения справедливо соотношение

$$T_{тр} = fN.$$

Таким образом, остаются неизвестными две величины: N и S. Система сил является плоской сходящейся. Следовательно, можно составить два уравнения равновесия. Задача статически определимая.

$$\sum P_{ix} = 0; \quad T_{\text{тр}} - S\cos\beta = 0;$$

$$\sum P_{iy} = 0; \quad N - G - S\sin\beta = 0.$$

Использовав соотношение для силы трения, представим эту систему уравнений в виде

$$fN = S\cos\beta, \quad N = G + S\sin\beta,$$

откуда

$$fG + fS\sin\beta = S\cos\beta,$$

или

$$S = \frac{fG}{\cos\beta - f\sin\beta} = \frac{0{,}12\cdot 500}{\cos 20^\circ - 0{,}12\sin 20^\circ} = 66{,}9\ \textit{н}.$$

Ответ на второй вопрос задачи найдем из следующих соображений. Когда перемещение груза становится невозможным, движущая сила должна стремиться к бесконечности.

Из предыдущего следует

$$\cos\beta_{\max} - f\sin\beta_{\max} = 0$$

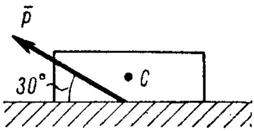
или

$$\operatorname{ctg}\beta_{\max} = f = 0{,}12; \quad \beta_{\max} = 83^\circ\,9'.$$

При $\beta < 83^\circ\,09'$ груз будет двигаться. При $\beta > 83^\circ\,09'$ независимо от величины силы $\overline{S}$ движения не будет. Такое явление называют самоторможением. В этом случае равнодействующая активных сил (здесь $\overline{S} + \overline{G}$) находится внутри конуса трения.

111. Брус весом 20 *н* лежит на горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между соприкасающимися поверхностями 0,2. Определить минимальную величину силы P, необходимую для начала движения.

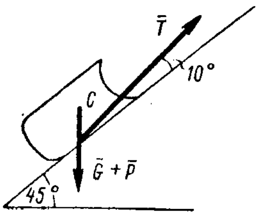
Ответ. 4,14 *н*.



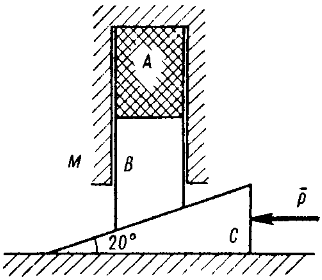
К задаче 111

112. На бетонных заводах для доставки материалов к бетономешалке используют скреперы. Определить натяжение T ведущего каната при равномерном подъеме скрепера. Вес скрепера и груза ($G + P$) составляет 2,50 *кн*, коэффициент трения между поверхностью скрепера и наклонной плоскостью 0,3.

Ответ. 2,22 *кн*.



К задаче 112



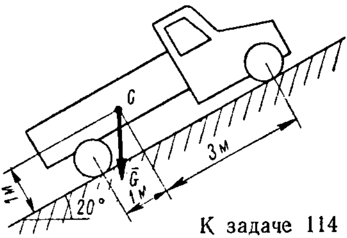
К задаче 113

113. На рисунке показан клиновой пресс. В случае попадания частиц материала A в месте соприкасания поверхностей детали B и направляющих M трение становится значительным ($f = 0{,}2$). Пренебрегая трением во всех других местах соприкасания, определить силу прессования, если в данный момент $P = 1{,}0$ *кн*.

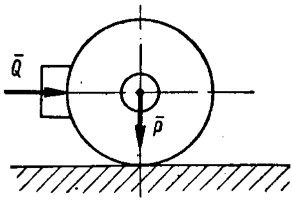
Ответ. 2,55 *кн*.

114. Определить, при каком значении коэффициента трения между дорогой и покрышками ведущих задних колес автомобиля возможно движение его при подъеме на 20°. Трением на переднем колесе пренебречь.

Ответ. $\geqslant 0{,}43$.



К задаче 114



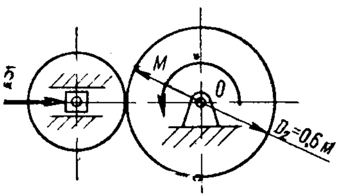
К задаче 115

115. У товарного вагона грузоподъемностью 600 *кн* нагрузка P на каждое колесо составляет 100 *кн*. С какой силой необходимо прижать к колесу тормозную колодку, чтобы колесо перестало вращаться? Коэффициент трения между колесом и рельсом $f = 0{,}10$, между колодкой и колесом $f = 0{,}14$.

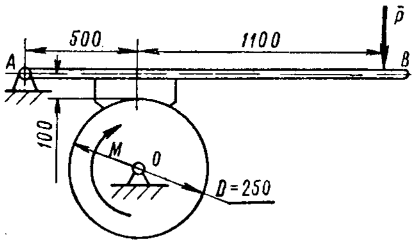
Ответ. 71,4 *кн*.

116. Передача вращательного движения на вал O осуществляется с помощью фрикционной передачи цилиндрическими катками. Вращающий момент на большем катке $M = 60$ *н·м*. Коэффициент трения между катками $f = 0{,}25$. Определить силу Q (см. рисунок), если она должна быть на 30% больше минимально необходимого усилия, обеспечивающего передачу заданного вращающего момента?

Ответ. 1,04 *кн*.



К задаче 116



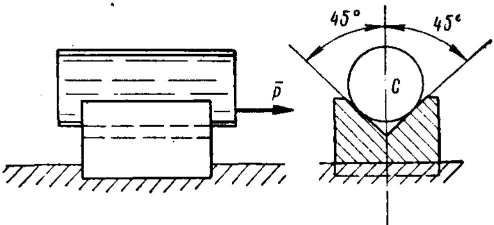
К задаче 117

117. На рисунке изображен колодочный тормоз AB. При каком значении силы P вал O не будет вращаться, если на него действует вращающий момент $M = 5$ *н·м*? Коэффициент трения между валом и тормозной колодкой $f = 0{,}3$.

Ответ. $\geqslant$ 44,8 *н*.

118. Определить, при какой величине силы P возможно скольжение цилиндра весом $G = 120$ *н*, лежащего в треугольном пазу, если $f = 0{,}2$.

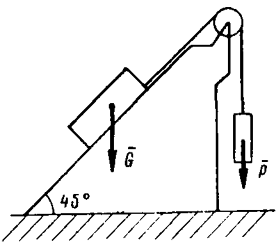
Ответ. $\geqslant$ 33,8 *н*.



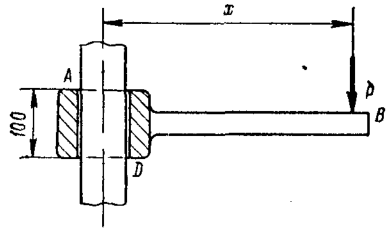
К задаче 118

119. Брус весом $G = 100$ *н* удерживается неподвижно на наклонной плоскости с помощью груза P. Коэффициент трения между поверхностями груза и плоскости $f = 0{,}3$. Определить, при каких значениях силы P равновесие не будет нарушено. Трением на блоке пренебречь.

Ответ. $49{,}5$ *н* $\leqslant P \leqslant 91{,}9$ *н*.



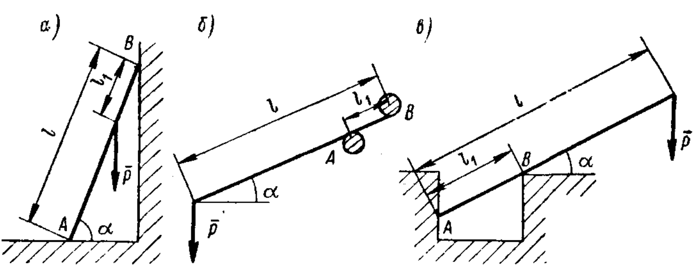
К задаче 119



К задаче 120

120. Горизонтальный стержень AB удерживается в равновесии благодаря силе трения. Такое положение возможно лишь при определенных значениях x — расстояния от оси стойки до точки приложения силы $\overline{P}$. Определить значения x, пренебрегая весом стержня и принимая коэффициент трения между стержнем и стойкой $f = 0{,}15$.

Ответ. $\geqslant 333$ *мм*.



К задаче 121

121 **. Определить реакции в точках A и B и угол α из условия предельного равновесия (рис. *а*, *б*, *в*). Вес стержня $G = 100$ *н*, длина

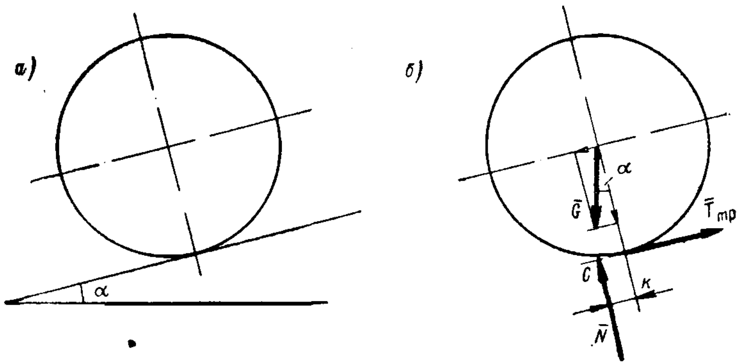
$l = 2$ *м*, коэффициент трения в местах соприкасания со связями $f = 0{,}4$. Для стержня, показанного на рис. *в*, поверхности у точки *B* считать гладкими. Данные для решения задачи взять из таблицы.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P, *н*	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
l_1, *м*	0,5	0,4	0,8	0,8	0,7	0,7	0,8	0,8	0,4	0,5

122 *. Определить наибольший угол наклона деревянного настила, при котором однородный деревянный каток диаметром 800 *мм* не будет перекатываться под действием силы тяжести (рис. *а*). Коэффициент трения качения $k = 0{,}08$ *см*.

Решение.

1. Рассмотрим состояние предельного равновесия катка.



К задаче 122

2. Связь — опирание с трением. Освободившись от связи, заменим ее действие реакцией. Касательная составляющая реакции $\bar{T}_{тр}$ направлена вдоль настила. Нормальная составляющая реакции $\bar{N}$ при наличии трения качения оказывается смещенной в направлении возможного движения на величину k коэффициента трения качения (рис. *б*).

Следует отметить, что в задаче три неизвестные величины: α, N и $T_{тр}$. Касательная составляющая $T_{тр}$ — сила трения при качении в общем случае не равна силе трения скольжения в состоянии предельного равновесия по скольжению и может быть найдена из условий равновесия.

3. Имеется плоская система произвольно расположенных сил. Можно составить три уравнения равновесия. Неизвестны три величины. Задача статически определимая.

4. Чтобы исключить из рассмотрения неизвестные силы $\bar{N}$ и $\bar{T}_{тр}$, моментную точку C возьмем на пересечении линий действия этих сил.

Для вычисления момента силу G удобно разложить на две составляющие:

$$\sum_{i=1}^{3} M_C(\overline{P}_i) = 0:$$

$$(G \sin \alpha)\frac{D}{2} - (G \cos \alpha) k = 0.$$

Так как $G \neq 0$, то

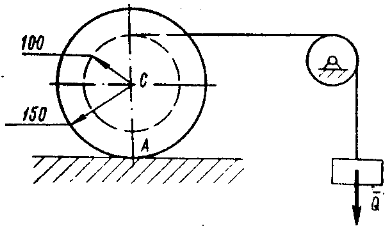
$$\frac{D}{2} \sin \alpha = k \cos \alpha$$

и

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2k}{D} = \frac{2 \cdot 0,08}{80} = 0,002; \quad \alpha = 7'.$$

123. Намотанная на барабан A нить перекинута через блок и к концу ее подвешен груз Q. Определить, при каком значении Q начнется качение барабана. Вес барабана $G = 60$ *н*, коэффициент трения качения $k = 0,05$ *см*, коэффициент трения скольжения $f = 0,25$. Трением на блоке пренебречь.

Ответ: 0,12 *н*.



К задаче 123

124. Ящик весом $G = 1$ *кн* передвигают с помощью катков. Определить минимальную величину силы P, необходимую для равномерного движения. Коэффициент трения качения между катками и ящиком $k = 0,5$ *см*, между катками и полом $k_1 = 0,8$ *см*. Диаметр катков $D = 100$ *мм*.

Ответ. $P = 130$ *н*.

§ 5. Пространственная система сил

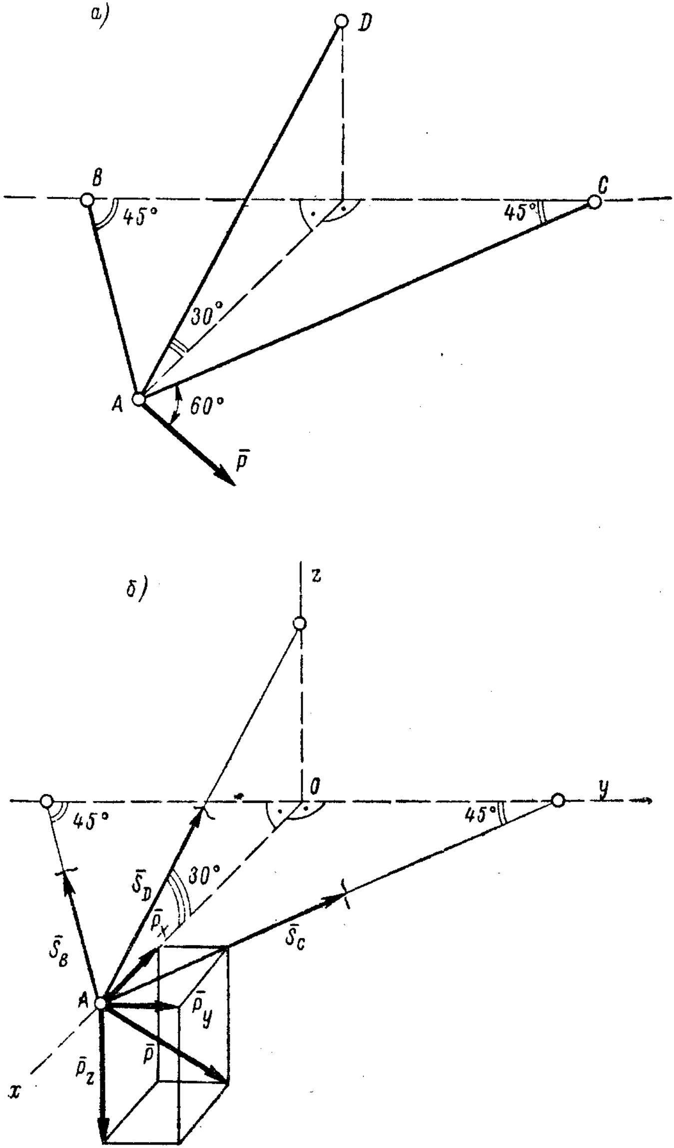
125*. Три невесомых стержня AB, AD и AC (рис. *а*) шарнирно прикреплены к вертикальной стене и соединены между собой в точке A также с помощью шарнира. Стержни AB и AC расположены в горизонтальной плоскости. На узел A действует сила $P = 100$ *н*, расположенная в одной вертикальной плоскости со стержнем AC и наклоненная к нему под углом 60°. Определить усилия в стержнях.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие узла A, так как к нему приложены заданная сила P и искомые усилия в стержнях.

2. Связи — невесомые прямолинейные стержни с шарнирным закреплением концов. Реакции таких связей $\overline{S}_B$, $\overline{S}_D$ и $\overline{S}_C$ направлены вдоль стержней (рис. *б*).

3. Имеем пространственную систему сходящихся сил, для которой можно составить три уравнения равновесия. Неизвестных величин тоже три: S_B, S_C и S_D. Задача статически определимая.



а)
D
B
C
45°
45°
30°
A
60°
$\bar{P}$
б)
z
O
y
45°
45°
30°
$\bar{S}_D$
$\bar{P}_x$
$\bar{S}_C$
$\bar{S}_B$
A
$\bar{P}_y$
$\bar{P}$
$\bar{P}_z$
x

К задаче 125

4. Для решения надо воспользоваться тремя уравнениями равновесия в виде сумм проекций на три оси координат. При нахождении проекции силы на координатную ось надо знать угол между силой и осью. В пространственных же задачах часто задан угол между силой и плоскостью. Например, в нашей задаче задан угол между силой P и горизонтальной плоскостью. В таких случаях удобно предварительно разложить силу по направлениям координатных осей:

$$P_x = P \cos 60^\circ \cos 45^\circ = 100 \cdot 0{,}500 \cdot 0{,}707 = 35{,}4 \text{ н};$$

$$P_y = P \cos 60^\circ \cos 45^\circ = 35{,}4 \text{ н};$$

$$P_z = P \cos 30^\circ = 100 \cdot 0{,}866 = 86{,}6 \text{ н}.$$

Теперь из уравнений равновесия

$$\sum P_{ix} = 0;$$

$$-P_x - S_B \cos 45^\circ - S_D \cos 30^\circ - S_C \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum P_{iy} = 0; \quad P_y - S_B \cos 45^\circ + S_C \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum P_{iz} = 0;$$

$$-P_z + S_D \cos 60^\circ = 0$$

легко найти неизвестные величины.

Из последнего уравнения находим

$$S_D = P_z : \cos 60^\circ = 86{,}6 : 0{,}500 = 173 \text{ н}.$$

Для определения двух других усилий надо решить систему уравнений:

$$-35{,}4 - S_B \cos 45^\circ - S_C \cos 45^\circ - 173 \cdot 0{,}866 = 0,$$

$$35{,}4 - S_B \cos 45^\circ + S_C \cos 45^\circ = 0,$$

или

$$-S_B \cos 45^\circ - S_C \cos 45^\circ - 185 = 0,$$

$$-S_B \cos 45^\circ + S_C \cos 45^\circ + 35{,}4 = 0.$$

Отсюда

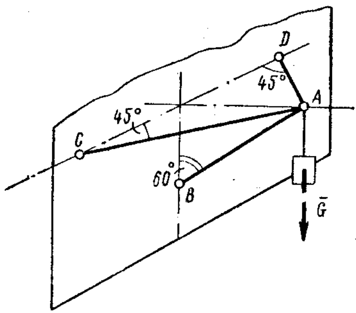
$$-2S_B \cos 45^\circ = 150 \text{ н}; \quad S_B = -75 : 0{,}707 = -106 \text{ н};$$

$$S_C = S_B - 35{,}4 : \cos 45^\circ = -106 - 35{,}4 : 0{,}707 = -156 \text{ н}.$$

Совместного решения двух уравнений можно избежать при другом выборе осей координат.

126. Стержни AB, AC и AD прикреплены к стене с помощью шарниров и в точке A скреплены общим шарниром. К точке A подвешен груз $G = 200$ н. Найти усилия в стержнях, пренебрегая их весом.

Ответ. $S_B = -400$ н; $S_C = S_D = 245$ н.

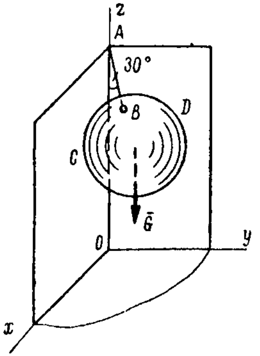


К задаче 126

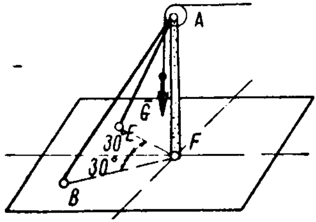
127. Шар весом $G = 50$ н подвешен на нити между двумя взаимно перпендикулярными стенами так, что нить образует угол 30° с вертикалью. Пренебрегая трением между шаром и стенами, определить натяжение нити и реакции стен.

Ответ. $R_A = 57{,}7$ *н*; $N_C = N_D = 20{,}4$ *н*.

128. Через блок A перекинут канат, с помощью которого поднимают груз $G = 1$ *кн*. Считая движение груза равномерным и пренебрегая трением на блоке и его размерами, опреде-



К задаче 127

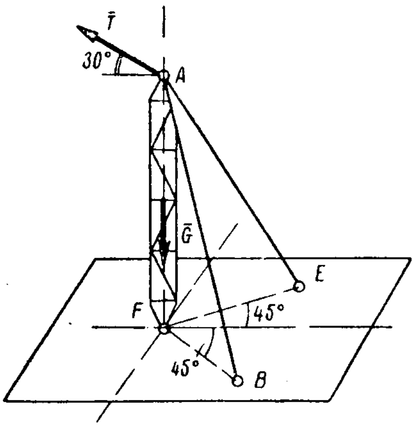


К задаче 128

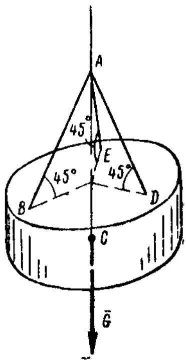
лить усилия в мачте AF и в оттяжках AE и AB. Принять $AE = AB = 2BF = 2EF$. Весом мачты и оттяжек пренебречь.

Ответ. $S_B = S_E = 0{,}816$ *кн*; $S_F = -2{,}15$ *кн*.

129. Во время подъема башенного крана используется его стрела.



К задаче 129



К задаче 130

На рисунке показана стрела A, занимающая вертикальное положение. Башню крана поднимают тросом, натяжение которого $T = 80$ *кн*. Определить натяжение тросов AE и AB и силу давления стрелы на землю, если ее вес $G = 10$ *кн* и $AF = FB = FE$.

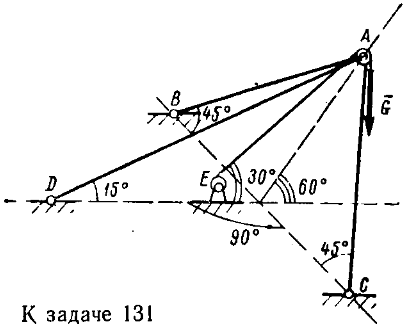
Ответ. $S_E = S_B = 69{,}3$ *кн*; $R_F = 68{,}0$ *кн*.

130. Груз весом $G = 2{,}5$ *кн* прикрепляют с помощью трех цепей AB, AD и AE одинаковой длины, как показано на рисунке. Определить натяжение цепей при равномерном подъеме груза.

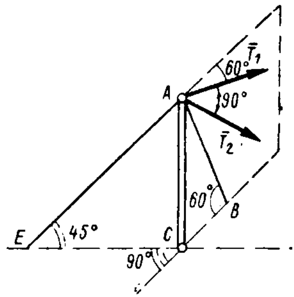
Ответ. $S_B = S_E = S_D = 1{,}18$ *кн*.

131. Механизм для подъема тяжестей состоит из трех стержней AB, AD и AC, соединенных между собой шарниром в точке A и присоединенных к основанию также с помощью шарниров. Груз $G = 2{,}00$ *кн* поднимают равномерно с помощью каната, перекинутого через блок A. Определить усилия в стержнях. Весом стержней, размерами блока и трением на нем пренебречь.

Ответ. $S_D = 0$; $S_B = S_C = -2{,}45$ *кн*.



К задаче 131



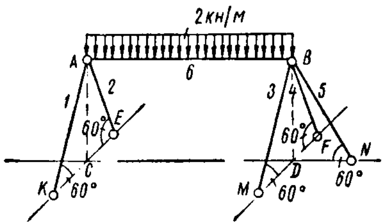
К задаче 132

132. Столб AC поддерживает воздушный кабель, расположенный в горизонтальной плоскости. Натяжение ветвей кабеля $T_1 = T_2 = 500$ *н*. Определить усилия в оттяжках AE и AB и усилие в столбе AC, пренебрегая его весом и считая крепления шарнирными.

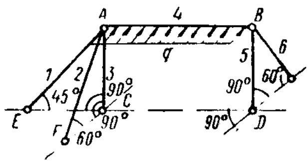
Ответ. $S_C = -1{,}00$ *кн*; $S_B = 365$ *н*; $S_E = 966$ *н*.

133. Пространственная ферма составлена из шести невесомых стержней *1*, *2*, *3*, *4*, *5* и *6*. Горизонтальный стержень *6* длиной 4 *м* находится под действием равномерно распределенной вертикальной нагрузки интенсивностью $q = 2$ *кн/м*. Вертикальные плоскости KAE и MBF перпендикулярны к стержню AB. Плоскость $ABNDC$ вертикальна. Определить усилия в стержнях *1*, *2*, *3*, *4*, *5*.

Ответ. $S_5 = 0$; $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = -2{,}31$ *кн*.



К задаче 133



К задаче 134

134. Стержневая система состоит из шести стержней *1*, *2*, *3*, *5* и *6* с шарнирными концами. К горизонтальному стержню AB приложена равномерно распределенная горизонтальная нагрузка интенсивностью $q = 20$ *кн/м*. $AB = 4$ *м*. Определить усилия в стержнях *1*, *2*, *3*, *5* и *6*. Весом стержней пренебречь.

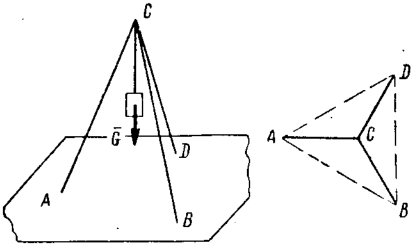
Ответ. $S_1 = 0$; $S_2 = -S_6 = 80$ *кн*; $S_3 = -S_5 = -69{,}3$ *кн*.

135. Тренога $ABCD$ установлена на абсолютно гладкой горизонтальной поверхности. Крепление в узле C жесткое. Длина ног одинакова, и точки A, B, D образуют равносторонний треугольник. Определить силу давления каждой ноги на поверхность, если в точке C подвешен груз $G = 300$ *н*.

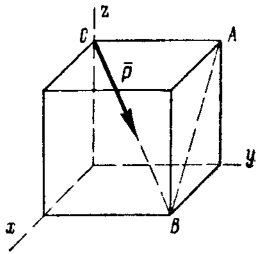
Ответ. $R_A = R_B = R_D = 100$ *н*.

136. По диагонали CB куба, ребро которого равно 0,5 *м*, действует сила $P = 100$ *н*. Вычислить моменты этой силы относительно координатных осей.

Ответ. $M_x = -M_y = -28{,}9$ *н·м*; $M_z = 0$.



К задаче 135



К задаче 136

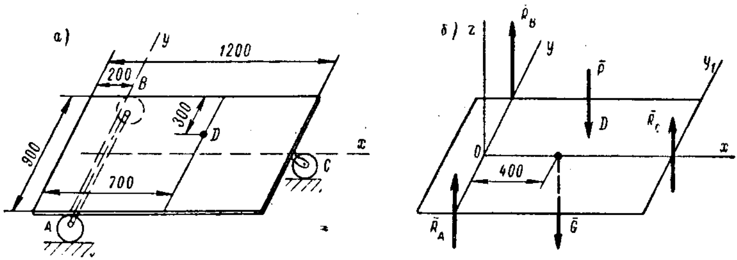
137. От точки A к точке B по диагонали грани куба действует сила $P = 100$ *н*. Ребро куба равно 1 *м*. Вычислить моменты этой силы относительно координатных осей (см. рисунок к задаче 136).

Ответ. $M_x = -70{,}7$ *н·м*; $M_y = 70{,}7$ *н·м*; $M_z = -70{,}7$ *н·м*.

138*. На однородную платформу трехколесной тележки весом $G = 10$ *кн* уложен в точке D груз $P = 100$ *кн* (рис. *а*). Найти силы давления на колеса тележки.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие платформы. К ней будут приложены заданные силы $\bar{G}$ и $\bar{P}$ и реакции колес, численно равные искомым силам давления на колеса.



К задаче 138

2. Связи — опирание в местах прикрепления платформы к колесам. Реакции их $\bar{R}_A$, $\bar{R}_B$ и $\bar{R}_C$ направлены вертикально (рис. *б*).

3. Все силы, приложенные к платформе, — вертикальные. Следовательно, имеем пространственную систему параллельных сил, для которой можно составить три уравнения равновесия. Неизвестны три величины: R_A, R_B, R_C. Задача статически определимая.

4.

$$\sum M_y(\bar{P}_i) = 0;$$

$$R_C \cdot 1000 - P \cdot 500 - G \cdot 400 = 0,$$

откуда

$$R_C = \frac{100 \cdot 5 + 10 \cdot 4}{10} = 54 \ \text{кн}.$$

$$\sum M_x(\bar{P}_i) = 0;$$

$$R_B \cdot 450 - R_A \cdot 450 - P \cdot 150 = 0;$$

$$\sum P_{iz} = 0;$$

$$R_A + R_B + R_C - P - G = 0,$$

или

$$R_B \cdot 3 - R_A \cdot 3 - 100 = 0;$$

$$R_B + R_A - 56 = 0.$$

Решив эту систему уравнений, найдем

$$R_A = 11{,}3 \ \text{кн}; \ R_B = 44{,}7 \ \text{кн}.$$

Для проверки проведенных вычислений воспользуемся условием равновесия

$$\sum_{i=1}^{5} M_{y_1}(\bar{P}_i) = 0;$$

$$P \cdot 500 + G \cdot 600 - (R_A + R_B)\,1000 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Вычисления проведены правильно.

139. Круглый стол имеет три ножки: A, B и E, образующие в плане равносторонний треугольник и расположенные по окружности стола. Вес стола $G = 50$ *н* приложен в центре. Груз $P = 20$ *н* лежит на краю стола, напротив точки A. Определить силы давления ножек на пол.

Ответ. $R_A = 10$ *н*; $R_B = R_E = 30$ *н*.

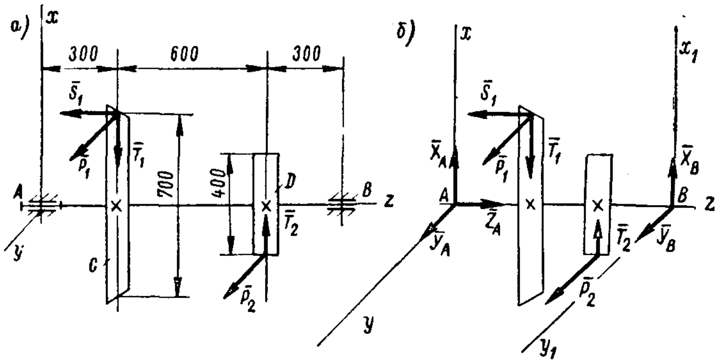
140*. На валу AB укреплены зубчатые колеса (коническое C и цилиндрическое прямозубое D). Эти колеса находятся в зацеплении с зубчатыми колесами, укрепленными на других валах. На рис. *а* силы взаимодействия зацепляющихся колес разложены на составляющие. Усилие, действующее на коническое колесо, имеет три составляющие: окружное усилие $\bar{P}_1$ (направлено по касательной к срединной окружности); осевую составляющую $\bar{S}_1$ (направлена параллельно оси вала); радиальную составляющую $\bar{T}_1$ (направлена по радиусу срединной окружности). Усилие, приложенное к цилиндрическому колесу, имеет две составляющие: окружное усилие $\bar{P}_2$ и радиальную составляющую $\bar{T}_2$.

Определить окружное усилие P_2 и реакции опор из условий равновесия, если известно: $P_1 = 1000$ *н*; $S_1 = 300$ *н*; $T_1 = 100$ *н*; $T_2 = 0{,}4P_2$. Собственным весом деталей пренебречь.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие вала AB с укрепленными на нем зубчатыми колесами.

2. Связи — подшипники A и B. Подшипник B препятствует любому поступательному движению в плоскости, перпендикулярной к оси вала (плоскость параллельна координатной плоскости xAy и проходит через точку B), но не препятствует перемещению вдоль оси z (так называемая плавающая опора). Реакция связи $\bar{R}_B$ может иметь любое направление в плоскости xAy, т. е. модуль и направление ее заранее неиз-



К задаче 140

вестны. Для решения задачи такую реакцию удобно разложить на две составляющие: $\bar{X}_B$ и $\bar{Y}_B$ (рис. *б*), неизвестные лишь по величине. После нахождения составляющих модуль полной реакции легко определить как

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}.$$

Подшипник A препятствует любому поступательному перемещению конца вала. Поэтому для реакции $\bar{R}_A$ неизвестны ни ее величина, ни ее направление в пространстве. Такую реакцию надо раскладывать на три неизвестные по величине составляющие $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ и $\bar{Z}_A$. Модуль полной реакции

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}.$$

3. Для определения семи неизвестных величин: X_A, Y_A, Z_A, X_B, Z_B, P_2 и T_2—имеем шесть уравнений равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил и заданное в условии задачи соотношение $T_2 = 0{,}4P_2$, т. е. семь уравнений.

4. Решение задач о равновесии тел, имеющих ось вращения, всегда удобно начинать с уравнения моментов относительно оси вращения. Так как силы, параллельные координатной оси и пересекающие ее, не дают моментов относительно этой оси, то

$$\sum M_z(\bar{P}_i) = 0;$$

$$P_1 \cdot 350 - P_2 \cdot 200 = 0,$$

откуда

$$P_2 = P_1 \cdot 350 : 200 = 100 \cdot 35 : 20 = 175 \text{ н}.$$

Далее найдем

$$T_2 = 0{,}4P_2 = 0{,}4 \cdot 175 = 70 \text{ н}.$$

Воспользуемся уравнением моментов относительно оси Ay. Не дают момента относительно этой оси силы $\bar{X}_A$ и $\bar{Z}_A$, так как они пересекают ось, и силы $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$ и $\bar{Y}_B$, так как они параллельны оси. Тогда

$$\sum M_y(\bar{P}_i) = 0;$$

$$S_1 \cdot 350 - T_1 \cdot 300 + T_2 \cdot 900 + X_B \cdot 200 = 0;$$

$$X_B = \frac{30T_1 - 90T_2 - 35S_1}{120} = \frac{3000 - 6300 - 10500}{120} = -115 \text{ н}.$$

Совершенно аналогично, учитывая, что сила $\bar{S}_1$ пересекает ось Ax, найдем

$$\sum M_x(\bar{P}_i) = 0;$$

$$-P_1 \cdot 300 - P_2 \cdot 900 - Y_B \cdot 1200 = 0;$$

$$Y_B = -\frac{P_1 + 3P_2}{4} = -\frac{1000 + 525}{4} =$$

$$= -\frac{1525}{4} = -381 \text{ н}.$$

Оставшиеся три уравнения проекций позволяют найти остальные неизвестные. Вспомнив, что сила, параллельная оси, проектируется на эту ось в истинную величину, а сила, перпендикулярная к оси, проектируется в нуль, получим

$$\sum P_{iz} = 0;$$

$$Z_A - S_1 = 0; \quad Z_A = S_1 = 300 \text{ н};$$

$$\sum P_{iy} = 0; \quad Y_A + Y_B + P_1 + P_2 = 0;$$

$$Y_A = -Y_B - P_1 - P_2 = 381 - 1000 - 175 = -794 \text{ н};$$

$$\sum P_{ix} = 0;$$

$$X_A - T_1 + T_2 + X_B = 0;$$

$$X_A = T_1 - T_2 - X_B = 100 - 70 + 115 = 145 \text{ н}.$$

Величины полных реакций опор A и B

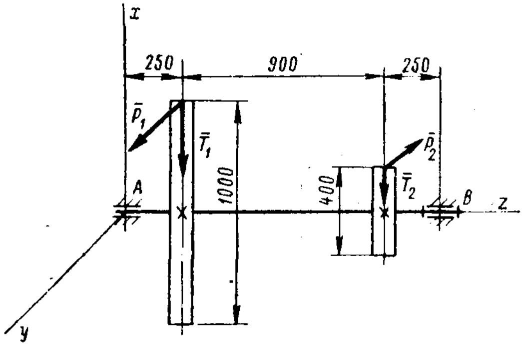
$$R_A = \sqrt{145^2 + 300^2 + (-794)^2} \approx 861 \text{ н};$$

$$R_B = \sqrt{(-115)^2 + (-381)^2} \approx 398 \text{ н}.$$

Заметим, что уравнениями моментов пользоваться удобнее, чем уравнениями проекций, так как они позволяют определять неизвестные величины независимо друг от друга. Поэтому вместо последних двух уравнений целесообразней воспользоваться уравнениями моментов относительно, например, осей B_{x_1} и B_{y_1}. Этими уравнениями равновесия можно также воспользоваться для проверки результатов решения.

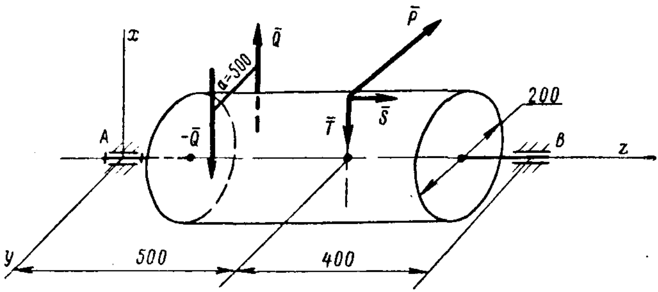
141. Определить опорные реакции подшипников A и B вала зубчатой передачи. Окружные усилия P_1 и P_2 параллельны оси Ay, радиальные усилия T_1 и T_2 параллельны оси Ax; $P_1 = 800$ *н*; $T_1 = 300$ *н*; $T_2 = 0{,}4P_2$.

Ответ. $X_A = 389$ *н*; $Y_A = -300$ *н*; $X_B = 711$ *н*; $Y_B = 1{,}50$ *кн*; $Z_B = 0$.



К задаче 141

142. Определить реакции подшипников A и B вала червяка червячной передачи, а также составляющие P, T и S силы давления зубьев колеса на витки нарезки червяка. Равномерное вращение передачи осуществляется парой сил ($\overline{Q}$, $-\overline{Q}$), расположенной в вертикальной пло-



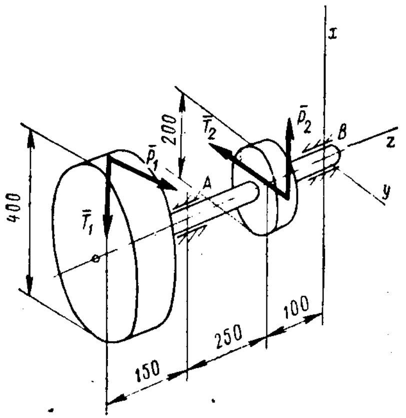
К задаче 142

скости, параллельной плоскости $xAy \cdot Q = 100$ *н*. Точка приложения силы давления лежит в плоскости zAx, а составляющие этой силы параллельны координатным осям. $T = 0{,}36P$; $S = 0{,}2P$.

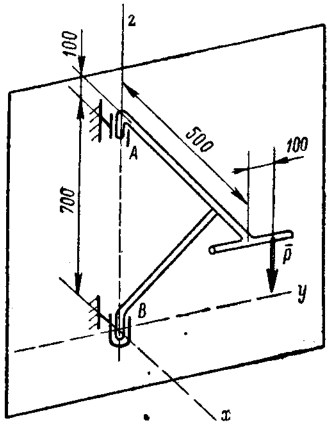
Ответ. $X_A = 69$ *н*; $Y_A = 222$ *н*; $Z_A = -100$ *н*; $X_B = 111$ *н*; $Y_B = 278$ *н*.

143. Из условия равновесия консольного вала прямозубой передачи определить окружное усилие P_2 и реакции подшипников A и B. $P_1 = 1{,}0$ *кн*; $T_1 = 360$ *н*; $T_2 = 0{,}36P_2$. Составляющие усилий параллельны координатным осям, а точки приложения их находятся на вертикальном диаметре у большого колеса и на горизонтальном диаметре у малого колеса.

Ответ. $X_A = -57{,}1$ *н*; $Y_A = -1{,}22$ *кн*; $X_B = -1{,}58$ *кн*; $Y_B = 943$ *н*; $P_2 = 2000$ *н*.



К задаче 143

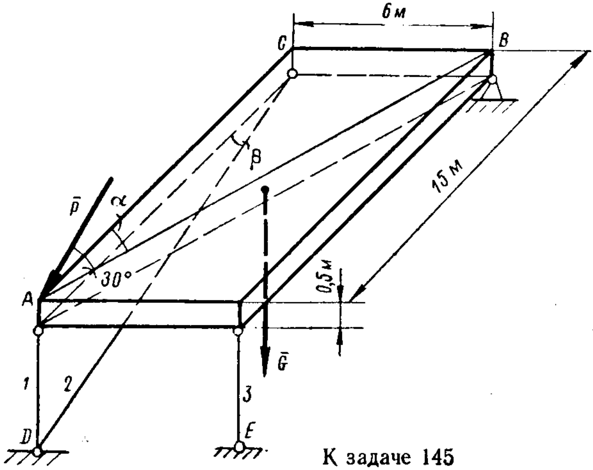


К задаче 144

144. Кронштейн закреплен в радиальном подшипнике A и в радиально-упорном подшипнике B. Определить реакции этих подшипников, если действующая сила $P = 100$ *н*. Весом частей кронштейна пренебречь.

Ответ. $Z_B = 100$ *н*; $X_B = -X_A = 71{,}5$ *н*; $Y_B = -Y_A = 14{,}3$ *н*.

145. Плита перекрытия цеха весом $G = 12$ *кн* удерживается в равновесии с помощью трех стержней *1*, *2*, *3* и неподвижной опоры B со сферическим шарниром. Весом стержней, в сравнении с остальными дей-



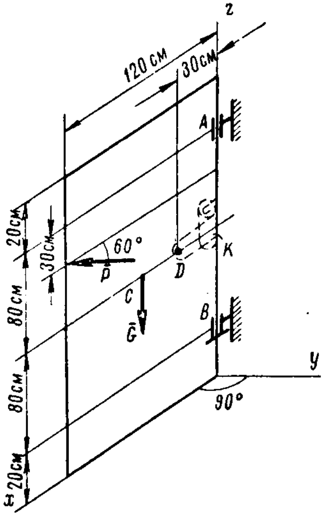
К задаче 145

ствующими силами, можно пренебречь. Сила $P = 90$ *кн* расположена в вертикальной плоскости, проходящей через диагональ AB. Определить реакции опоры B и усилия в стержнях.

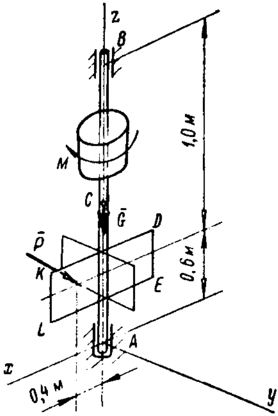
Ответ. $S_1 = -47{,}4$ *кн*; $S_2 = 0$; $S_3 = 0$; $R_B = 78{,}0$ *кн*.

146. Прямоугольная дверь весом $G = 300$ *н* может вращаться в подшипнике A и в подпятнике B вокруг вертикальной оси. В указанном положении равновесия она удерживается горизонтальной силой $P = 20$ *н* и пружиной K, реакция которой перпендикулярна к двери и приложена в точке D. Определить реакции связей.

Ответ. $X_A = -121$ *н*; $Y_A = -20{,}6$ *н*; $X_B = 111$ *н*; $Y_B = -31{,}4$ *н*; $Z_B = 300$ *н*.



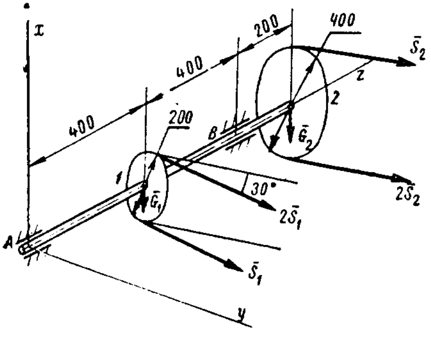
К задаче 146



К задаче 147

147. При равномерном вращении вала турбины гидростанции вращающий момент, возникающий от силы давления воды $P = 6$ *кн*, уравновешивается тормозящим моментом M в генераторе. Определить реакции связей для положения, при котором плоскость лопатки турбины $KLED$ совпадает с координатной плоскостью xAz, а сила $\overline{P}$ перпендикулярна к ней. Вес турбины с генератором $G = 25$ *кн*.

Ответ. $X_A = X_B = 0$; $Y_A = -3{,}75$ *кн*; $Y_B = -2{,}25$ *кн*; $Z_A = 25$ *кн*.



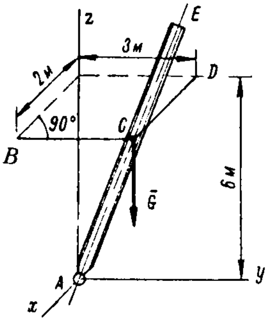
К задаче 148

148. На рисунке показана схема ременной передачи: шкив *1* ремнем связан с двигателем, а шкив *2* с помощью ремня приводит в движение вал рабочей машины. Натяжение ведомой ветви ремня, идущего от двигателя,

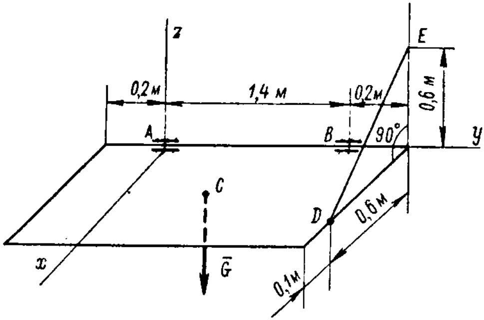
$S_1 = 800$ *н*, а ведущей в два раза больше. Вес шкивов $G_1 = 40$ *н* и $G_2 = 100$ *н*. Пренебрегая весом вала и трением в подшипниках, определить реакции подшипников и натяжение ремня S_2.

Ответ. $S_2 = 400$ *н*; $X_A = 595$ *н*; $Y_A = -738$ *н*; $X_B = 745$ *н*; $Y_B = -2{,}54$ *кн*.

149. Брус AE весом $G = 200$ *н* на конце A имеет сферический шарнир и удерживается в равновесии двумя взаимно перпендикулярными



К задаче 149



К задаче 150

веревками BC и CD, которые прикреплены в центре и расположены в горизонтальной плоскости. Определить реакцию шарнира и натяжения веревок.

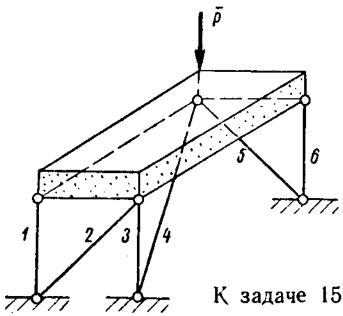
Ответ. $X_A = S_D = 66{,}7$ *н*; $Y_A = S_B = 100$ *н*; $Z_A = 200$ *н*.

150. Полка вагона весом $G = 300$ *н* удерживается в горизонтальном положении ремнем DE. Определить натяжение ремня и реакции петель A и B. Центр тяжести полки — в ее геометрическом центре.

Ответ. $R_D = 248$ *н*; $X_A = -25$ *н*; $Z_A = 175$ *н*; $X_B = 200$ *н*; $Z_B = -50$ *н*.

151. Прямоугольная однородная плита весом $G = 6$ *кн* поддерживается в горизонтальном положении шестью стержнями *1—6*, имеющими на концах шарниры. К углу плиты приложена вертикальная сила $P = 20$ *кн*. Определить усилия в стержнях, пренебрегая их весом.

Ответ. $S_1 = S_6 = -23$ *кн*; $S_3 = 20$ *кн*; $S_2 = S_4 = S_5 = 0$.

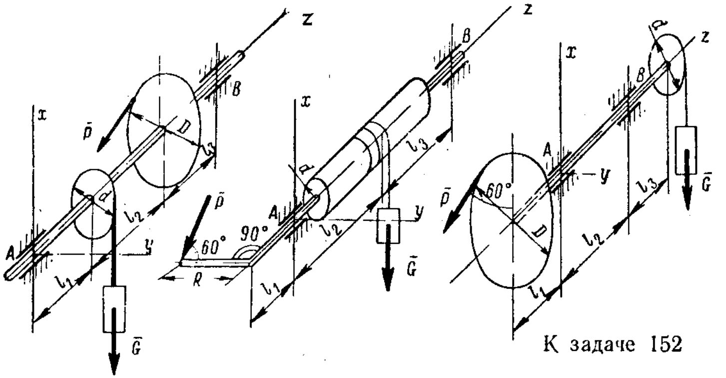


К задаче 151

152.** Для подъема груза $G = 40$ *н* применяется ворот, выполненный по одной из схем, показанных на рисунке. Определить силу P и

Данные, *см*	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_1	10	20	30	40	50	40	30	20	20	10
l_2	30	40	50	60	70	80	90	90	80	70
l_3	50	40	30	20	10	10	20	30	40	40
D	50	70	60	50	70	60	80	80	60	80
d	30	40	40	20	30	20	50	40	30	20

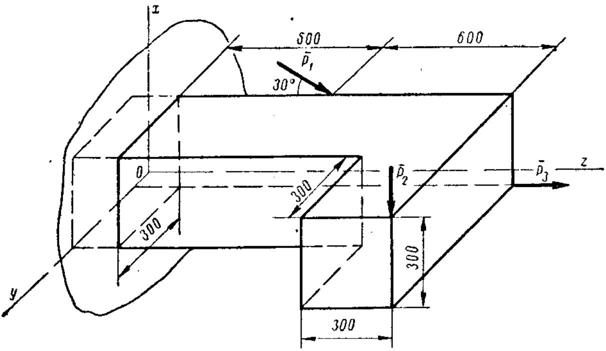
реакции подшипников A и B из условия равновесия. Трением в подшипниках пренебречь. Вес частей ворота не учитывать. Сила P расположена в вертикальной плоскости, перпендикулярной к оси вала.



К задаче 152

153. Брус квадратного поперечного сечения заделан одним концом в стену. Определить реакции опорного закрепления, пренебрегая собственным весом бруса. $P_1 = 100$ *н*; $P_2 = 30$ *н*; $P_3 = 50$ *н*. Силы $\bar{P}_2$ и $\bar{P}_3$ параллельны координатным осям Ox и Oz соответственно. Сила $\bar{P}_1$ расположена в плоскости, параллельной плоскости xOz.

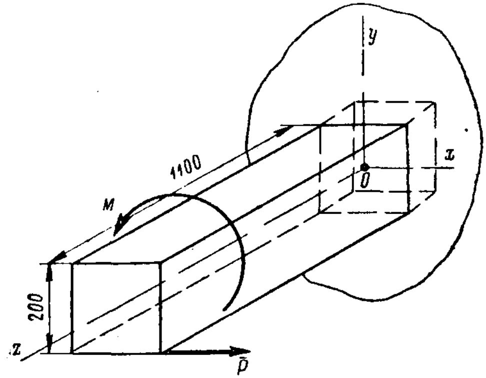
Ответ. $R_x = 80{,}0$ *н*; $R_y = 0$; $R_z = -137$ *н*; $M_{Ox} = 20{,}5$ *н·м*; $M_{Oy} = 63{,}5$ *н·м*; $M_{Oz} = -6{,}00$ *н·м*.



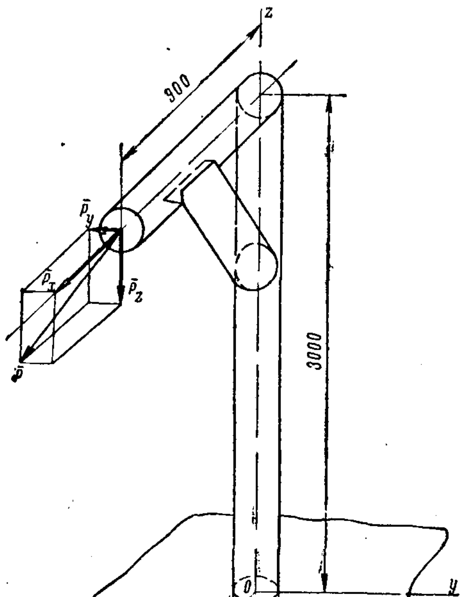
К задаче 153

154. Определить реакции заделки однородного бруса весом 20 *н*, если к нему приложены момент $M = 5$ *н·м*, действующий в плоскости, параллельной плоскости заделки, и сила $P = 100$ *н*, параллельная оси Ox. Поперечное сечение бруса — квадрат.

Ответ. $R_x = -100$ *н*; $R_y = 20$ *н*; $R_z = 0$; $M_{Ox} = -11$ *н·м*; $M_{Oy} = 110$ *н·м*; $M_{Oz} = -15$ *н·м*.



К задаче 154



К задаче 155

155. К концу перекладины столба приложена сила P, которую можно разложить па три составляющие: $P_x = 80$ *н*; $P_y = 10$ *н* и $P_z = 50$ *н*. Определить реакции заделки в точке O, возникающие от действия силы P. Весом столба пренебречь.

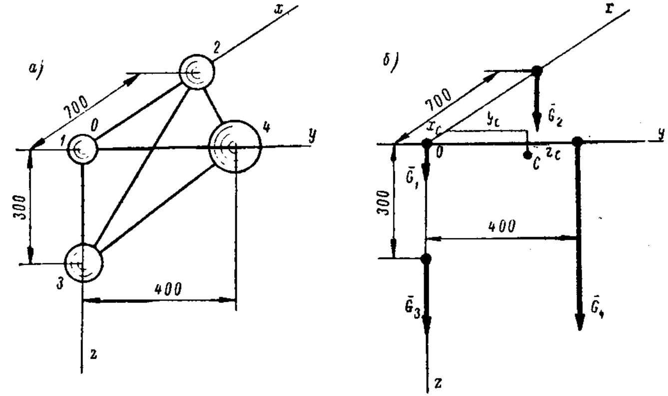
Ответ. $R_x = -80$ *н*; $R_y = -10$ *н*; $R_z = 50$ *н*; $M_{Ox} = -30$ *н·м*; $M_{Oy} = -285$ *н·м*; $M_{Oz} = 9$ *н·м*.

§ 6. Центр тяжести

156*. Проволочная фигура имеет форму тетраэдра (рис. *а*), в вершинах которого находятся грузы весом $G_1 = 100$ *н*, $G_2 = 150$ *н*, $G_3 = 200$ *н* и $G_4 = 500$ *н*.

Пренебрегая весом проволоки, определить положение центра тяжести этой системы грузов в осях координат, показанных на чертеже.

Решение. Центром тяжести называется точка, через которую при любом положении тела проходит линия действия равнодействующей



К задаче 156

заданных сил тяжести. Определить положение центра тяжести можно только по отношению к какой-либо системе координат. Поэтому решение задачи надо начинать с выбора осей координат. Координаты центра тяжести в общем случае определяются по формулам

$$x_C = \frac{\sum G_i x_i}{\sum G_i};$$

$$y_C = \frac{\sum G_i y_i}{\sum G_i};$$

$$z_C = \frac{\sum G_i z_i}{\sum G_i},$$

где G_i — величины составляющих систему сил тяжести;

x_i, y_i, z_i — координаты точек приложения этих составляющих сил.

В данном случае

$$x_C = \frac{G_1 \cdot 0 + G_2 \cdot 700 + G_3 \cdot 0 + G_4 \cdot 0}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4} = \frac{150 \cdot 700}{100 + 150 + 200 + 500} =$$

$$= \frac{105\,000}{950} = 111 \text{ мм};$$

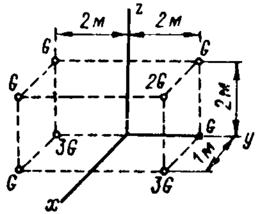
$$y_C = \frac{G_1 \cdot 0 + G_2 \cdot 0 + G_3 \cdot 0 + G_4 \cdot 400}{950} = \frac{500 \cdot 400}{950} = 211 \text{ мм};$$

$$z_C = \frac{G_1 \cdot 0 + G_2 \cdot 0 + G_3 \cdot 300 + G_4 \cdot 0}{950} = \frac{200 \cdot 300}{950} = 63{,}2 \text{ мм}.$$

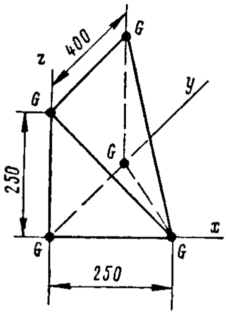
По найденным координатам можно показать на чертеже положение центра тяжести — точки C (рис. *б*).

157. Восемь грузов расположены так, что их центры тяжести образуют вершины прямоугольного параллелепипеда. Определить координаты центра тяжести этой системы грузов.

Ответ. $x_C = \frac{7}{13}$ *м*; $y_C = \frac{2}{13}$ *м*; $z_C = \frac{10}{13}$ *м*.



К задаче 157



К задаче 158

158. Пять одинаковых грузов G расположены так, что их центры тяжести находятся в вершинах пирамиды. Определить координаты центра тяжести этой системы грузов.

Ответ. $x_C = 50$ *мм*; $y_C = 160$ *мм*; $z_C = 100$ *мм*.

159*. Определить положение центра тяжести однородного тела (рис. *а*).

Р е ш е н и е. В тех случаях, когда тело однородно, вес каждой части тела пропорционален объему этой части. При этом принято говорить, что положение центра тяжести C тела совпадает с центром тяжести его объема. При определении положения центра тяжести тела сложной конфигурации его мысленно разбивают на такие отдельные тела объемом V_i, для которых известно положение центра тяжести. Формулы для определения координат центра тяжести принимают вид

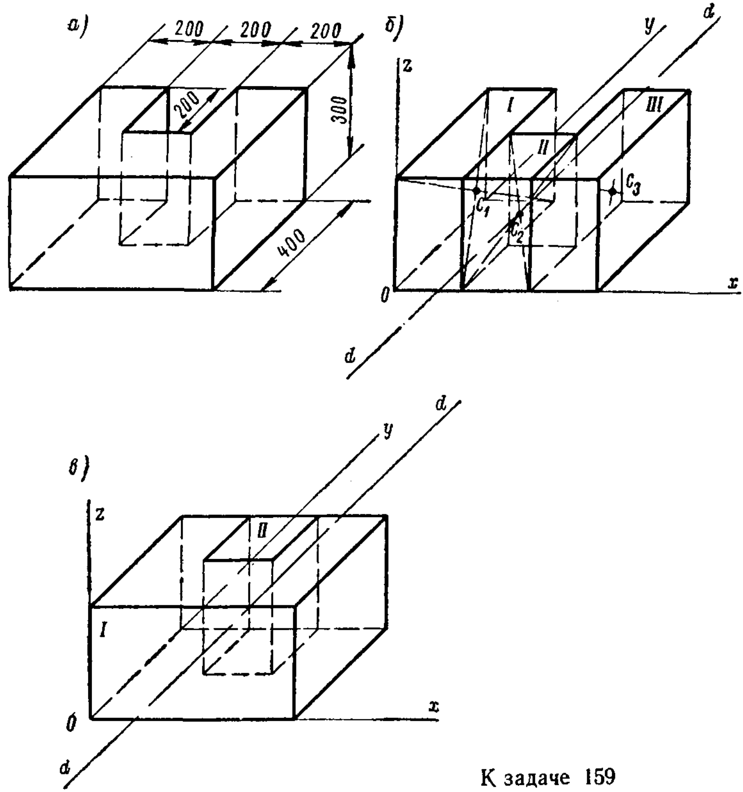
$$x_C = \frac{\sum V_i x_i}{\sum V_i}; \qquad y_C = \frac{\sum V_i y_i}{\sum V_i}; \qquad z_C = \frac{\sum V_i z_i}{\sum V_i},$$

где V_i — объем некоторой части рассматриваемого тела;

x_i, y_i, z_i — координаты центра тяжести этого объема.

В задаче можно выделить три прямоугольных параллелепипеда *I*, *II*, *III* (рис. *б*), объемы и положения центров тяжести которых C_1, C_2 и C_3 легко определить. Выбрав оси координат, найдем положение центра тяжести всего тела.

Если рассматриваемое тело симметрично, то определение положения центра тяжести упрощается. А именно, если тело имеет плоскость, ось или центр симметрии, то центр тяжести находится соответственно в этой плоскости, на этой оси или в этом центре.



К задаче 159

В нашем случае тело имеет две плоскости симметрии: плоскость, параллельную координатной плоскости xOy и отстоящую от нее на расстоянии 150 *мм*, и плоскость, параллельную координатной плоскости yOz и отстоящую от нее на расстоянии 300 *мм*. Так как центр тяжести должен находиться в каждой из этих плоскостей симметрии, то он лежит на линии dd их пересечения, следовательно, две координаты центра тяжести известны: $x_C = 300$ *мм*; $z_C = 150$ *мм*.

Осталось найти положение центра тяжести на линии dd, т. е. координату y_C,

$$y_C = \frac{\sum V_i y_i}{\sum V_i} =$$

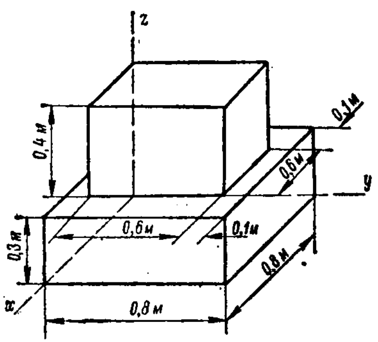
$$= \frac{200 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 200 + 200 \cdot 200 \cdot 300 \cdot 100 + 200 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 200}{200 \cdot 400 \cdot 300 + 200 \cdot 200 \cdot 300 + 200 \cdot 400 \cdot 300} = 180 \text{ мм}.$$

Задачу можно было решить проще (рис. *в*), дополнив мысленно тело до параллелепипеда и считая объем дополненной части отрицательным. Тогда

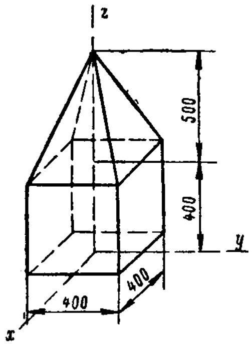
$$y_C = \frac{600 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 200 - 200 \cdot 200 \cdot 300 \cdot 300}{600 \cdot 400 \cdot 300 - 200 \cdot 200 \cdot 300} = 180 \text{ мм}.$$

160. Определить положение центра тяжести однородного бетонного фундамента, состоящего из двух прямоугольных параллелепипедов.

Ответ. $x_C = 400$ *мм*; $y_C = 400$ *мм*; $z_C = 300$ *мм*.



К задаче 160



К задаче 161

161. Определить положение центра тяжести однородного тела, имеющего две плоскости симметрии.

Ответ. $x_C = 0$; $y_C = 0$; $z_C = 296$ *мм*.

162. Определить положение центра тяжести однородного тела, имеющего одну плоскость симметрии.

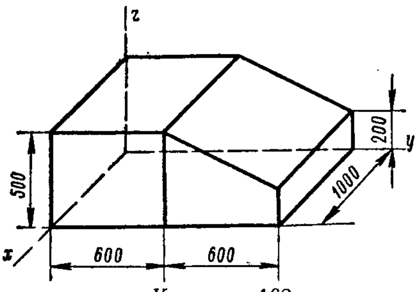
Ответ. $x_C = 500$ *мм*; $y_C = 529$ *мм*; $z_C = 224$ *мм*.

163. Определить положение центра тяжести однородного тела.

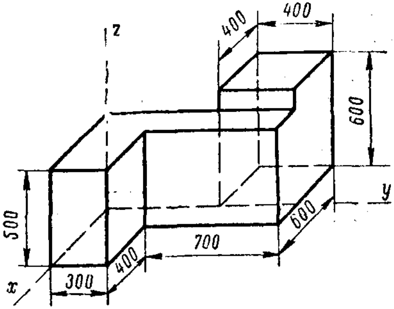
Ответ. $x_C = 57{,}8$ *мм*; $y_C = 530$ *мм*; $z_C = 269$ *мм*.

164. Из прямого кругового конуса вырезан круговой цилиндр, имеющий с ним общую ось и общую плоскость основания. Найти положение центра тяжести оставшейся части.

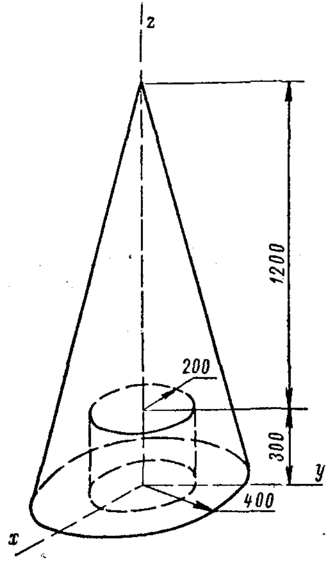
Ответ. $x_C = 0$; $y_C = 0$; $z_C = 415$ *мм*.



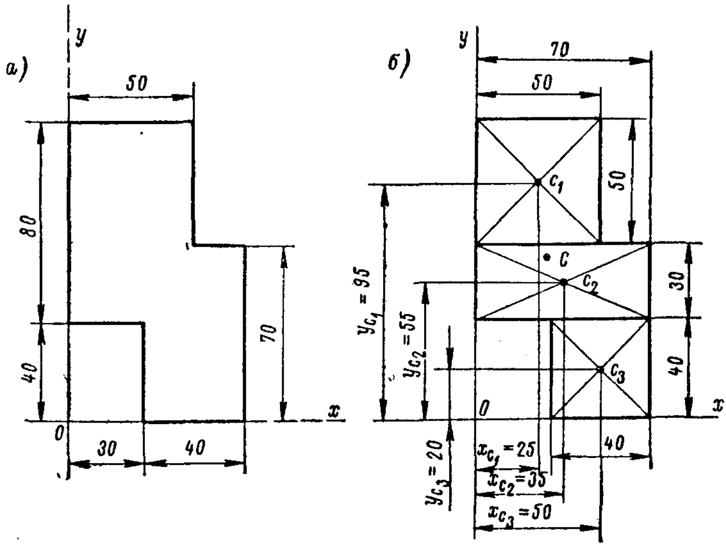
К задаче 162



К задаче 163



К задаче 164



К задаче 165

165 *. Определить положение центра тяжести тонкой пластинки, размеры которой указаны на чертеже (рис. *а*).

Решение. При рассмотрении однородных тонких пластинок можно во многих случаях пренебрегать их толщиной и считать, что центр тяжести расположен в плоскости пластинки. При этом вес единицы объема будет пропорционален площади, а формулы для координат центра тяжести примут вид

$$x_C = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i}; \qquad y_G = \frac{\sum F_i y_i}{\sum F_i}, \qquad z_G = \frac{\sum F_i z_i}{\sum F_i},$$

где F_i — площадь некоторой части рассматриваемого тела;
x_i, y_i, z_i — координаты центра тяжести этой части.

Если координатную плоскость xOy совместить с плоскостью фигуры, то необходимо будет определять только две координаты x_C и y_C.

При определении положения центра тяжести пластинки (плоской фигуры) сложной конфигурации ее мысленно разбивают на такие отдельные фигуры площадью F_i, для которых известно положение центра тяжести.

В задаче (рис. *б*) можно выделить три прямоугольника, площади и положения центров тяжести которых C_1, C_2, и C_3 легко определить. Найдем координаты центра тяжести всей фигуры

$$x_C = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{50\cdot 50\cdot 25 + 70\cdot 30\cdot 55 + 40\cdot 40\cdot 50}{50\cdot 50 + 70\cdot 30 + 40\cdot 40} = 34{,}8 \text{ мм}.$$

$$y_C = \frac{\sum F_i y_i}{\sum F_i} = \frac{50\cdot 50\cdot 95 + 70\cdot 30\cdot 55 + 40\cdot 40\cdot 20}{50\cdot 50 + 70\cdot 30 + 40\cdot 40} = 62{,}1 \text{ мм}.$$

166. Определить координаты центров тяжести плоских сечений.

Ответ. *а*) $x_C = 14{,}4$ *мм*; $y_C = 29{,}7$ *мм*; *б*) $x_C = 0$; $y_C = 25{,}9$ *мм*; *в*) $y_C = 38{,}3$ *мм*; *г*) $x_C = 18{,}0$ *мм*; $y_C = 23{,}0$ *мм*.

167. Определить координаты центров тяжести плоских сечений.

Ответ. *а*) $x_C = -6{,}89$ *мм*; $y_C = 2{,}30$ *мм*; *б*) $x_C = 9{,}56$ *мм*; $y_C = 2{,}54$ *мм*; *в*) $x_C = 22{,}2$ *мм*; $y_C = 25{,}5$ *мм*; *г*) $x_C = 42{,}0$ *мм*; $y_C = 1{,}00$ *мм*.

168. Определить координаты центров тяжести плоских сечений.

Ответ. *а*) $x_C = 27{,}5$ *мм*; $y_C = 45{,}0$ *мм*; *б*) $x_G = -1{,}60$ *мм*; $y_C = 24{,}7$ *мм*; *в*) $x_C = 30{,}9$ *мм*; $y_C = 40{,}9$ *мм*; *г*) $x_C = 30$ *мм*; $y_G = 20{,}6$ *мм*.

169. Определить положение центра тяжести круга радиусом 40 *мм*, из которого вырезан равнобедренный треугольник, расположенный основанием на диаметре круга. Высота треугольника 30 *мм*, длина основания 40 *мм*.

Ответ. Центр тяжести фигуры расположен на оси симметрии (вне треугольника) на расстоянии 1,36 *мм* от его основания.

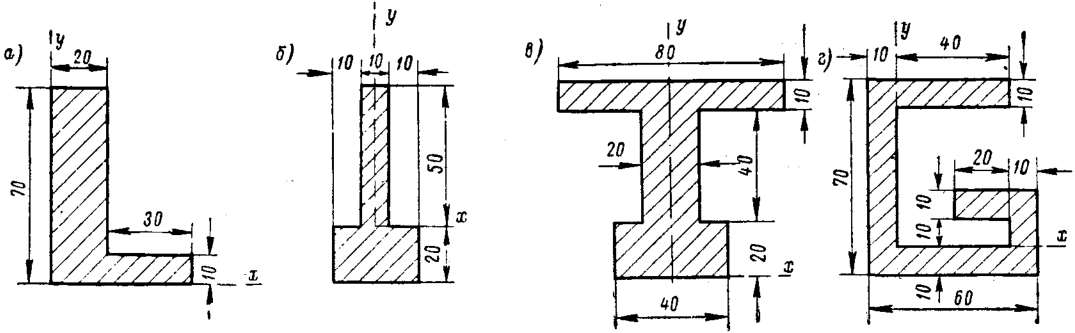
170. Из квадрата со стороной 80 *мм* вырезан круг радиусом 20 *мм*. Определить положение центра тяжести C полученной фигуры.

Ответ. $AC = 6{,}91$ *мм*.

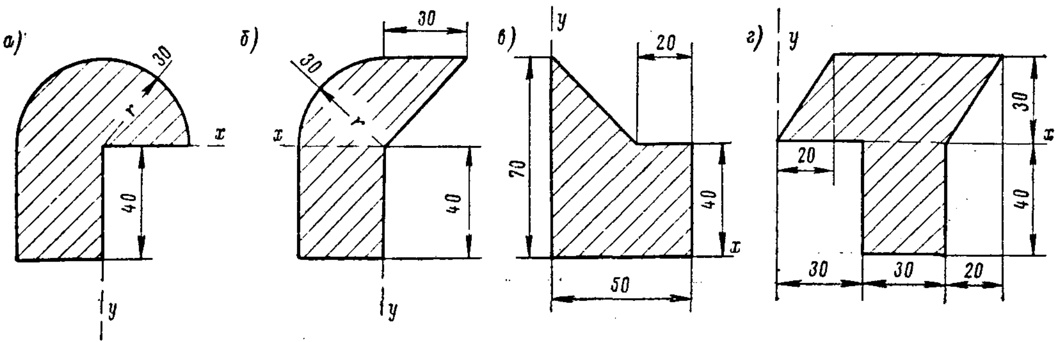
171. Определить положение центра тяжести однородной плоской фигуры.

Ответ. $x_C = 36{,}1$ *мм*; $y_C = 31{,}0$ *мм*.

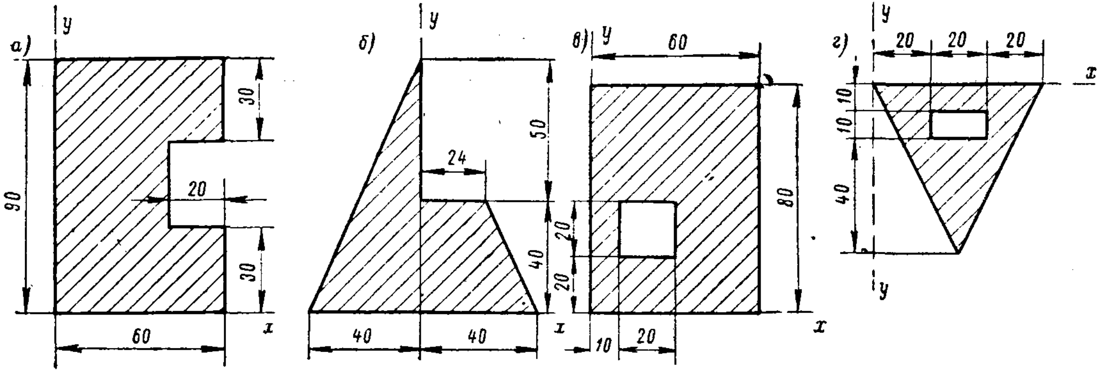
*



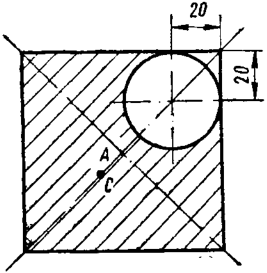
К задаче 166



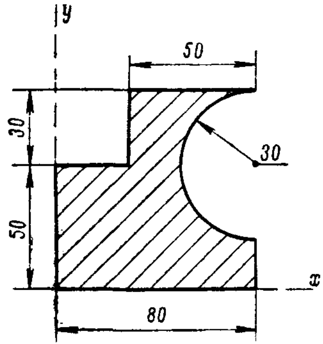
К задаче 167



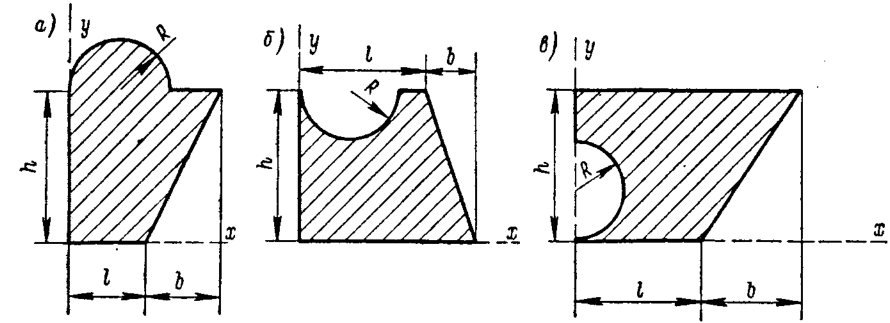
К задаче 168



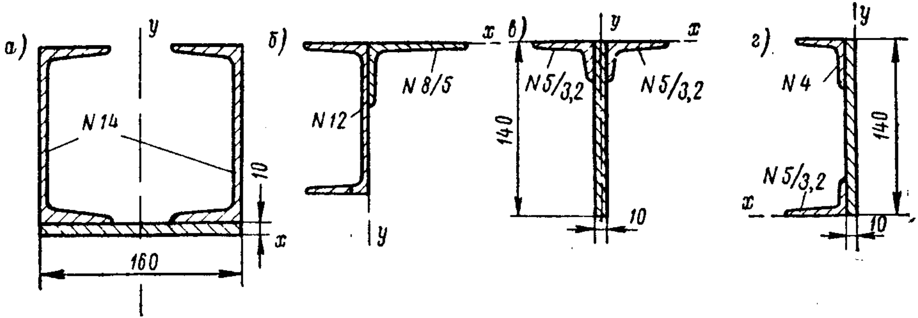
К задаче 170



К задаче 171



К задаче 172



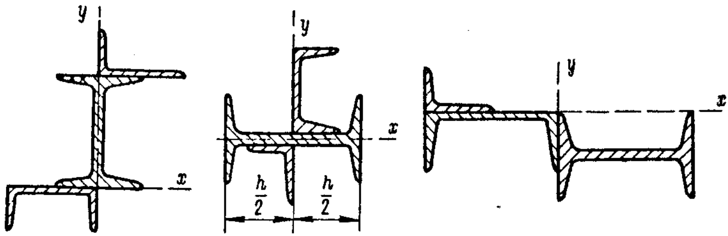
К задаче 173

172 **. Определить положение центра тяжести плоской фигуры. Данные взять из таблицы.

Данные, *см*	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	10	20	15	25	30	28	24	22	18	16
h	50	60	40	80	80	70	90	60	50	40
l	60	50	50	60	60	80	70	80	80	60
b	20	10	10	20	20	30	40	30	30	40

173. Найти координаты центров тяжести сечений, составленных из профилей. Необходимые для расчета характеристики прокатных профилей даны в приложении. Угловые профили брать с наибольшей толщиной полок.

Ответ. *а*) $y_C = 54{,}6$ *мм*; *б*) $x_C = -0{,}225$ *мм*; $y_C = 42{,}5$ *мм*; *в*) $y_C = 50{,}6$ *мм*; *г*) $x_C = 10{,}9$ *мм*; $y_C = 69{,}1$ *мм*.



К задаче 174

174 **. Для сечений, составленных из прокатных профилей, найти координаты центров тяжести. Необходимые для расчета характеристики прокатных профилей даны в приложении. Угловые профили взять с наибольшей толщиной полок.

Вид профиля	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Двутавр №	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
Швеллер №	5	6,5	8	10	12	14	16	18	20	22
Угловой профиль №	3,2	4	5	7	4/2,5	8	5/3,2	9	10	8/5

175. Определить координаты центра тяжести фигуры, составленной из однородных линий.

Ответ. $x_C = 131$ *мм*; $y_C = 81{,}3$ *мм*.

176. Механизм шарнирного параллелограмма $ABCD$ занимает указанное на рисунке положение. Звенья AB, BC, CD — однородные стержни. $AB = CD = 280$ *мм*; $BC = 460$ *мм*. Определить положение центра тяжести.

Ответ. $x_C = 332$ *мм*; $y_C = 176$ *мм*.

177. Найти координаты центра тяжести плоской фермы, если вес единицы длины у всех стержней одинаков.

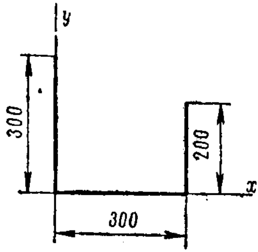
Ответ. $x_C = 6{,}00$ *м*; $y_C = 1{,}88$ *м*.

178. Найти координаты центра тяжести плоской фермы, если вес единицы длины у всех стержней одинаков.

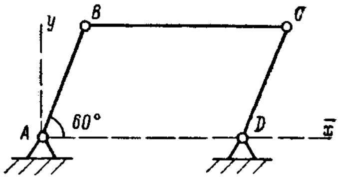
Ответ. $x_C = 5{,}47$ *м*; $y_C = 1{,}98$ *м*.

179. Определить положение центра тяжести каркаса ящика, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда и изготовленного из однородных реек.

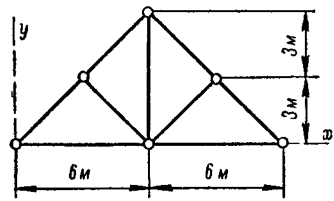
Ответ. $x_C = 300$ *мм*; $y_C = 400$ *мм*; $z_C = 300$ *мм*.



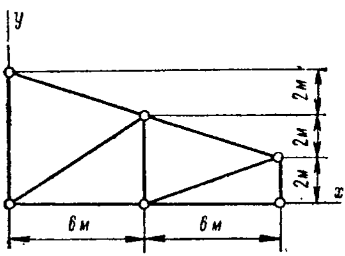
К задаче 175



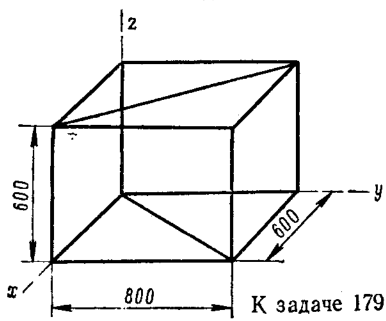
К задаче 176



К задаче 177



К задаче 178



К задаче 179

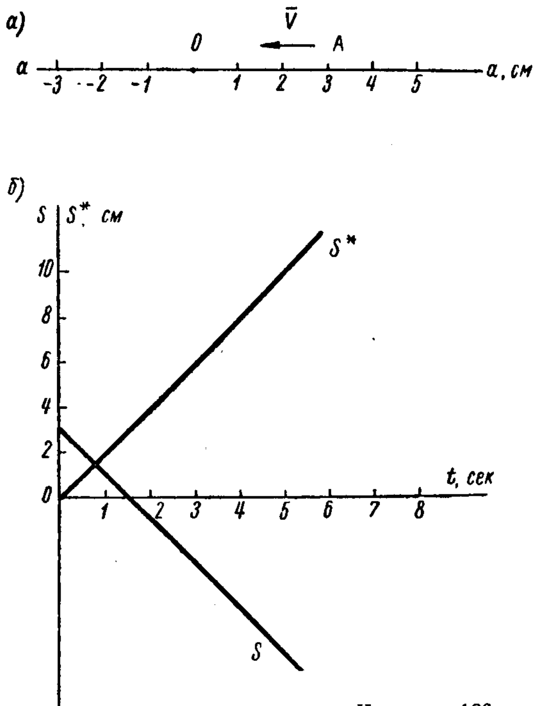
ГЛАВА 2

КИНЕМАТИКА

§ 7. Кинематика точки

180 *. Точка движется по прямолинейной траектории с постоянной скоростью $v = 2$ *см/сек*. Определить последовательно расстояние s и путь s^*, пройденные точкой за 1, 2, 3, 4 и 5 *сек*, если в момент начала движения она находилась на расстоянии $s_0 = 3$ *см* от начала отсчета и движение происходит по направлению к этой точке.

Р е ш е н и е. Пусть движение точки происходит по прямой *aa* (рис. *а*), а отсчет расстояний производится от некоторой точки *O*. Положительное направление отсчета примем вправо от *O*.



К задаче 180

Так как движение начинается (при $t = 0$) из точки *A* ($s_0 = 3$ *см*) и скорость $v = 2$ *см/сек* по условию задачи направлена влево, то для определения положения точки надо пользоваться формулой

$$s = s_0 + vt = 3 - 2t \text{ см},$$

где v — проекция скорости на направление траектории.

Искомые расстояния:

t, сек	0	1	2	3	4	5
s, см	3	1	—1	—3	—5	—7

Очень часто закон изменения расстояний представляют в виде графика (например, график движения поездов), что позволяет более наглядно увидеть картину движения. В данном случае (рис. *б*) график движения представляет прямую линию (закон движения — уравнение прямой линии в координатах s, t). Из графика видно, что точка проходит через начало отсчета расстояний (расстояние равно нулю) в момент времени $t = 1{,}5$ *сек*. Напомним, что тангенс угла наклона прямой $s = f(t)$ к оси абсцисс с учетом масштабов графика равен скорости движения.

Другой характеристикой движения точки является путь s^*, равный арифметической сумме отрезков, проходимых точкой с момента начала движения. В нашем случае

$$s^* = |vt| = 2t \text{ см}.$$

t, *сек*	0	1	2	3	4	5
s^*, *см*	0	2	4	6	8	10

График изменения пути во времени также показан на рис. *б*.

181. Движение точки происходит по прямолинейной траектории с постоянной скоростью $v = 3{,}5$ *см/сек*. Построить графики изменения расстояний точки от начала отсчета и пройденного пути, если в момент начала движения точка находилась: 1) в начале отсчета; 2) в точке A ($s_0 = 2$ *см*) и 3) в точке B ($s_0 = -3$ *см*).

182. Две точки движутся навстречу друг другу по одной прямой со скоростями $v_1 = 2$ *см/сек* и $v_2 = 3$ *см/сек*. В момент начала изучения движения они находились соответственно в точках A и B, расположенных от начала отсчета на расстояниях $s_{01} = -7$ *см* и $s_{02} = 8$ *см*. Определить аналитическим и графическим путем место и время их встречи.

Ответ. $s = -1$ *см*; $t = 3$ *сек*.

183. Определить время движения точки с постоянной скоростью $v = 4$ *м/сек* по прямолинейной траектории до положения $s = 56$ *м*, если в начальной момент она находилась в положении $s_0 = 24$ *м*.

Ответ. $t = 8$ *сек*.

184. С какой постоянной скоростью должна двигаться точка, чтобы перейти из положения $s_0 = -2$ *м* в положение $s_1 = -16$ *м* за 7 *сек*?

Ответ. $v = -2$ *м/сек*.

185. Где в начальный момент времени находилась точка, движущаяся по прямолинейной траектории с постоянной скоростью $v = 5$ *км/ч*, если через три часа после начала движения она попала в точку A на расстоянии $s_A = 35$ *км* от начала отсчета?

Ответ. $s_0 = 20$ *км*.

186*. Движение точки в плоскости задано двумя уравнениями

$$x = 2 + 4t;$$

$$y = -3 + 8t$$

x и y, *см*, t, *сек*), выражающими изменение во времени каждой из координат движущейся точки. Определить траекторию движущейся точки.

Р е ш е н и е. Уравнение траектории получим, исключив время t из заданных уравнений движения. Из первого уравнения

$$t = \frac{x - 2}{4};$$

из второго уравнения

$$t = \frac{y + 3}{8}.$$

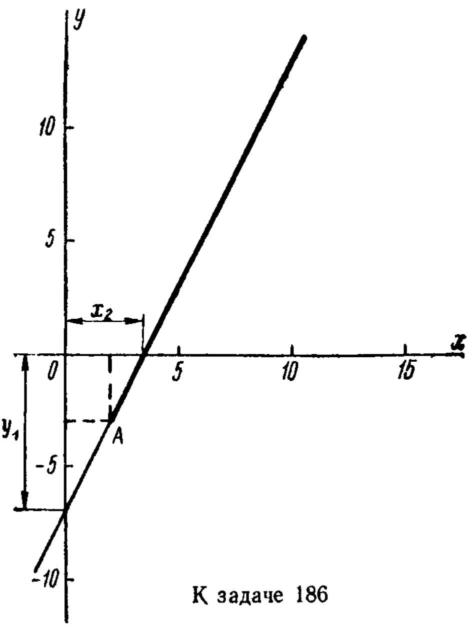
Приравняв правые части равенств, получим уравнение линии траектории

$$\frac{x - 2}{4} = \frac{y + 3}{8},$$

или

$$2x - y = 7.$$

Траектория движения — прямая линия. Выбрав оси координат, можно построить эту линию. Полагая $x = 0$, найдем точку пересечения



К задаче 186

линии траектории с осью y ($y_1 = -7$); полагая $y = 0$, найдем точку пересечения линии траектории с осью x ($x_2 = 3{,}5$).

Проведя через эти две точки прямую линию, получим линию траектории. Но это еще не траектория, так как точка может двигаться не по всей прямой, а только по части ее. Найти траекторию можно по заданным уравнениям движения.

В момент начала движения $t = 0$. Из этого условия находим координаты начальной точки A траектории

$$x_A = 2 + 4 \cdot 0 = 2 \text{ см};$$

$$y_A = -3 + 8 \cdot 0 = -3 \text{ см}.$$

При движении точки время t увеличивается, следовательно, координаты x и y возрастают. Точка движется вверх и вправо. При неограниченном возрастании времени неограниченно возрастают координаты; точка уходит в бесконечность.

Таким образом, траекторией движения точки является прямая линия, начинающаяся в точке A и продолжающаяся в бесконечность (показана на чертеже жирной линией).

Этот же ответ в аналитической форме записывается так: траекторией движения является прямая линия
$2x - y = 7$ при $x \geqslant 2$ (или $y \geqslant -3$).

187. Определить траекторию движения точки по заданному закону движения (x и y, *см*; t, *сек*):

$$x = 25t^2 - 3t; \quad y = 50t^2 - 6t.$$

Ответ. $y = 2x$; $x \geqslant -0{,}09$ ($y \geqslant -0{,}18$).

188. Определить и показать на чертеже траекторию движения точки по заданному закону движения (x и y, *см*; t, *сек*):

1) $x = 3t; \quad y = 2 - 2t;$

2) $x = 12 - 10t; \quad y = 6 + 2t;$

3) $x = 5; \; y = 2 + 3t;$

4) $x = -4 - 3t; \quad y = 2 - 3t.$

Ответ. 1) $2x + 3y = 6$; $x \geqslant 0$ ($y \leqslant 2$);

2) $x + 5y = 42$; $x \leqslant 12$ ($y \geqslant 6$);

3) $x = 5$; $y \geqslant 2$;

4) $x - y = -6$; $x \leqslant -4$ ($y \leqslant 2$).

189. По уравнениям движения, записанным в прямоугольных осях координат, построить траекторию движения точки (x и y, *см*; t, *сек*):

1) $x = 2t; \; y = 3t + 2; \; 0 \leqslant t \leqslant 20;$

2) $x = 3t - 1; \; y = 3t + 1; \; 0 \leqslant t \leqslant 20;$

3) $x = 2t^2 - 6t + 1; \; y = t; \; 0 \leqslant t \leqslant 10;$

4) $x = t^2 + 3t - 6; \; y = 2t^2 + t; \; 0 \leqslant t \leqslant 10.$

190 *. Определить расстояние и пройденный путь для момента времени $T = 5$ *сек*, если точка M движется с постоянной скоростью $v = 80$ *см/сек* по окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 2500$, в направлении хода часовой стрелки (x и y, *см*). Начало отсчета расстояний — точка A ($x_A = 50$; $y_A = 0$). Начальное положение точки M_0 ($x_{M_0} = -50$; $y_{M_0} = 0$). Положительные расстояния принято отсчитывать против хода часовой стрелки.

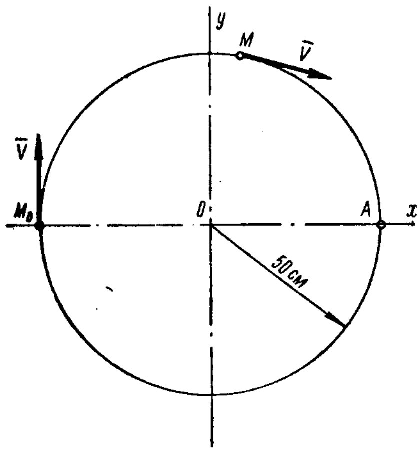
Решение. От предшествующих эта задача отличается тем, что здесь траектория движения точки — кривая линия (окружность).

Движение точки по этой траектории с постоянной скоростью описывается уже известным уравнением

$$s = s_0 + vt.$$

Расстояния по условию задачи надо отсчитывать от точки A, а движение начинается из точки M_0, следовательно,

$$s_0 = \smile{AM_0} = \pi R = 3,14 \cdot 50 = 157 \text{ см},$$



К задаче 190

и уравнение движения в данном случае примет вид

$$s = 157 - 80t \quad (s, \text{ см}; \ t, \text{ сек}).$$

За 5 *сек* движения точка пройдет путь

$$s^* = 80 \cdot 5 = 400 \text{ см}$$

и окажется в положении M на расстоянии

$$s = 157 - 400 = -243 \text{ см}$$

от точки A.

Заметим, что при рассматриваемом криволинейном движении точки модуль скорости не меняется, а направление вектора скорости меняется.

191. Определить скорость и ускорение точки в момент $t = 0,2$ *сек* по заданным уравнениям движения: $x = 50t^2 - 6t$; $y = 25t^2 - 3t$ (x и y, *м*; t, *сек*).

Ответ. 15,7 *м/сек*; 112 *м/сек*^{2}.

192. Движение точки задано уравнениями в прямоугольных координатах: $x = 3 \sin \frac{\pi t}{3}$; $y = 3 \cos \frac{\pi t}{3}$ (x и y, *м*; t, *сек*). Определить и показать на чертеже траекторию движения; найти скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 2$ *сек* и показать их на чертеже.

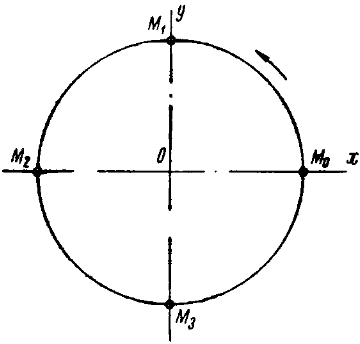
Ответ. $x^2 + y^2 = 9$; 3,14 *м/сек*; 3,29 *м/сек*^{2}.

193. Считая скорость самолета ТУ-104 постоянной, определить ее величину, если полет от Москвы до Ленинграда занимает 55 *мин*, а расстояние между городами 650 *км*.

Ответ. 709 *км/ч*.

194. Известно, что криволинейный участок пути длиной 650 *м* электровоз проходит со средней скоростью 72 *км/ч*. Как велико время движения по кривой?

Ответ. 32,5 *сек*.



К задаче 195

195. Точка движется по окружности длиной 300 *см* с постоянной скоростью и совершает один обход за 50 *сек*. Определить величину и направление скорости (угол с осью Ox) для четырех положений M_0, M_1, M_2 и M_3, указанных на чертеже.

Ответ. $v = 6$ *см/сек*; $\alpha_0 = 90°$; $\alpha_1 = 180°$; $\alpha_2 = 270°$; $\alpha_3 = 0$.

196*. Автомобиль движется по прямолинейному участку дороги. От начала движения до рассматриваемого момента времени прошло 50 *сек*. За это время он развил скорость 72 *км/ч*. Считая движение равноускоренным, определить ускорение, пройденный за 50 *сек* путь, а также построить графики изменения ускорения, скорости и пути во времени.

Решение. Движение автомобиля — прямолинейное и равнопеременное. В этом случае движение определяется в проекциях на направление траектории соотношениями

$$v = v_0 + at$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где v_0 — скорость в момент начала рассмотрения движения;
a — ускорение, характеризующее в данном случае изменение скорости по модулю;
t — время;
s_0 — начальное расстояние рассматриваемой точки, измеряемое от начала отсчета расстояний до точки, откуда начинаем рассматривать движение.

Движение равноускоренное. В начале движения автомобиль стоял, поэтому $v_0 = 0$. Условимся отсчитывать расстояния от места начала движения, тогда $s_0 = 0$. Для решения задачи получим соотношения

$$v = at$$

и

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

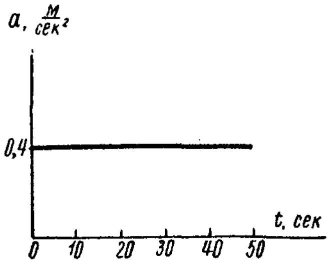
Выразим данную в задаче скорость в *м/сек* ($v = 72$ *км/ч* $= \frac{72}{3,6} =$ $= 20$ *м/сек*) и из первого соотношения найдем ускорение

$$a = \frac{v}{t}; \quad a = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ м/сек}^2.$$

Из второго соотношения найдем расстояние от начала отсчета, которое совпадает в данном случае с пройденным путем:

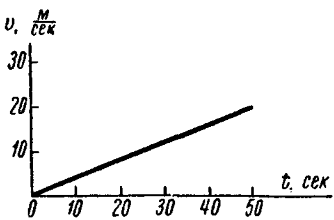
$$s = \frac{0,4 \cdot 50^2}{2} = 500 \text{ м}.$$

а)

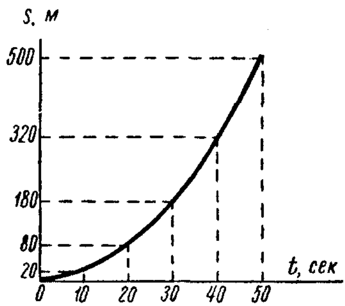


Теперь построим графики. Так как ускорение $a = 0,4$ *м/сек²* — величина постоянная, то график имеет вид прямой линии, параллельной оси времени (рис. *а*). График

б)



в)



К задаче 196

изменения скорости (рис. *б*) имеет вид наклонной прямой линии, проходящей через начало координат, так как в начальный момент времени ($t_0 = 0$) автомобиль был неподвижен ($v_0 = 0$). Вторую точку этой линии можно найти, например, из условия $v_1 = 20$ *м/сек* при $t_1 = 50$ *сек*.

Проведя через эти две точки прямую линию, получаем график изменения скорости. График расстояний можно построить также по точкам, задавая промежутки времени t и вычисляя по формуле

$$s = \frac{0,4t^2}{2} = 0,2\,t^2$$

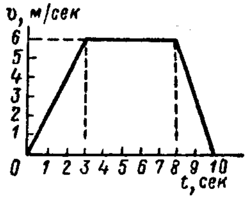
соответствующие расстояния:

t, *сек*	0	10	20	30	40	50
s, *м*	0	20	80	180	320	500

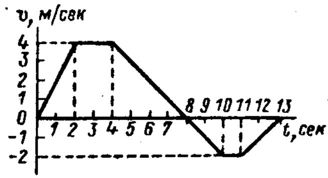
По найденным координатам наносим точки (рис. *в*) и, соединяя их плавной линией, строим график изменения расстояний во времени. Полученная кривая — парабола.

197. При движении точки скорость ее изменяется по закону, заданному графиком (см. рисунок). Построить графики пути и ускорения точки. Какой путь прошла точка за 10 *сек*? Какое ускорение имела точка в конце 2-й секунды?

Ответ. 45 *м*; 2 *м/сек*^{2}.



К задаче 197



К задаче 198

198. По данному графику скорости точки (см. рисунок) построить графики расстояния и пройденного пути за 13 *сек*. Какой путь прошла точка за это время? На каком расстоянии от начала отсчета точка была в конце 8-й и 13-й секунд?

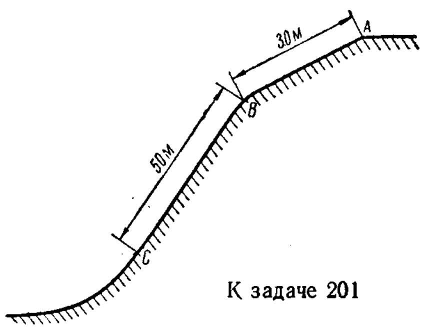
Ответ. 26 *м*; 20 *м*; 14 *м*.

199. Определить высоту башни, если известно, что тяжелый камень, начинающий падать с ее вершины, достигает поверхности Земли через 3 *сек*; $a = g = 9{,}81$ *м/сек*^{2}.

Ответ. 44,2 *м*.

200. При посадке современного скоростного самолета его пробег по посадочной дорожке составляет 1500 *м*. В момент начального касания дорожки колесами горизонтальная составляющая скорости самолета равна 500 *км/ч*. Определить продолжительность пробега и величину ускорения, считая его постоянным.

Ответ. $t = 21{,}6$ *сек*; $a = -6{,}43$ *м/сек*^{2}.



К задаче 201

201. Движение лыжника по склону горы начинается в точке *A* из состояния покоя. Считая движение равноускоренным, определить время спуска до точки *C* и скорость в этой точке. Ускорение $a_1 = 2$ *м/сек*^{2} на участке *AB* и $a_2 = 6$ *м/сек*^{2} на участке *BC*. Построить графики изменения во времени ускорения, скорости и расстояния.

Ответ. $t_{AC} = 8{,}12$ *сек*; $v_C = 26{,}8$ *м/сек*.

202. Прямолинейное движение точки задано уравнением

$$s = \pi t + 12 \cos \frac{\pi t}{6} \ (s,\ см;\ t,\ сек).$$

Определить законы изменения скорости и ускорения точки; вычислить величины v и a для моментов времени $t_0 = 0$; $t_1 = 5$ *сек*; $t_2 = 10$ *сек*; $t_3 = 15$ *сек*. Установить, в какие моменты времени за первые 15 *сек* движения точки изменяется направление ее скорости.

Ответ. $v_0 = 3{,}14$ *см/сек*; $v_{t=5} = 0$; $v_{t=10} = +8{,}59$ *см/сек*; $v_{t=15} = -3{,}14$ *см/сек*; $a_0 = -3{,}29$ *см/сек*^{2}; $a_{t=5} = 2{,}85$ *см/сек*^{2}; $a_{t=10} = -1{,}64$ *см/сек*^{2}; $a_{t=15} = 0$. Направление скорости изменяется в моменты времени 1, 5 и 13 *сек*.

203 *. Самолет описывает окружность в горизонтальной плоскости. Исследовать движение его от точки A до точки B, лежащих на концах одного диаметра, если на этом участке $a_\tau = 3$ *см/сек*^{2} и $v_A = 288$ *км/ч*.

Решение. При криволинейном движении точки происходит изменение вектора скорости $\bar{v}$ по величине и по направлению. Изменение скорости по величине характеризует касательная составляющая ускорения $\bar{a}_\tau$ (при прямолинейном движении эта составляющая равна ускорению $\bar{a}$). Изменение скорости по направлению характеризует нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{\rho},$$

где ρ — радиус кривизны траектории в той точке, где определяют ускорение;

v — скорость в той же точке.

Модуль ускорения при криволинейном движении определяется как

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Найдем скорость и ускорение самолета в точке B, а также построим графики изменения ускорений, скоростей и расстояний во времени для участка AB (рис. *а*).

При криволинейном движении изменения скорости и расстояния определяются по формулам, аналогичным формулам прямолинейного равнопеременного движения

$$v = v_0 + a_\tau t$$

и

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Будем отсчитывать расстояния от точки A, поэтому $s_0 = 0$; $v_0 = v_A = 288$ *км/ч* $= 80$ *м/сек*.

Для решения задачи получаем соотношения

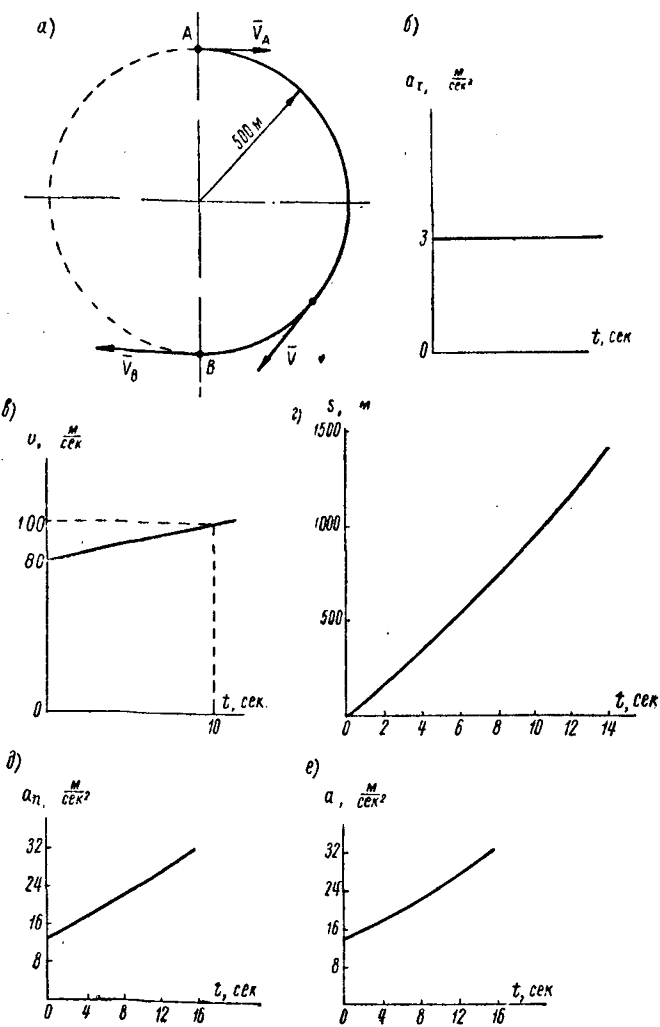
$$v = 80 + 3t;$$

$$s = 80t + \frac{3t^2}{2}.$$

Расстояние от точки A до точки B: $s = \breve{AB} = \pi R = 3{,}14 \cdot 500 = 1570$ *м*.

Время движения самолета от точки A до точки B теперь определяется из уравнения

$$1570 = 80T + 1{,}5T^2$$


а)
A
$\bar{V}_A$
500 м
$\bar{V}$
$\bar{V}_B$
B
б)
a_τ, м/сек²
3
0
t, сек
в)
v, м/сек
100
80
0
t, сек
10
г)
s, м
1500
1000
500
t, сек
0
2
4
6
8
10
12
14
д)
a_n, м/сек²
32
24
16
8
t, сек
0
4
8
12
16
е)
a, м/сек²
32
24
16
8
t, сек
0
4
8
12
16

К задаче 203

или

$$T^2 + 53{,}3T - 1045 = 0,$$

откуда

$$T = -26{,}7 \pm \sqrt{712 + 1045} = -26{,}7 \pm 41{,}9.$$

Решению задачи отвечает положительное значение корня, поэтому

$$T = 15{,}2 \text{ сек}.$$

Скорость самолета в точке B

$$v_B = 80 + 3T = 80 + 3 \cdot 15{,}2 = 125{,}6 \text{ м/сек}.$$

Нормальная составляющая ускорения

$$a_{nB} = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{v_B^2}{R} = \frac{125{,}6^2}{500} \approx \frac{15800}{500} = 31{,}6 \text{ м/сек}^2.$$

В данном случае радиус кривизны ρ траектории во всех точках постоянен и равен радиусу R окружности. Ускорение в точке B

$$a_B = \sqrt{a_{\tau B}^2 + a_{nB}^2} = \sqrt{3^2 + 31{,}6^2} = \sqrt{1009} = 31{,}8 \text{ м/сек}^2.$$

Построим теперь графики изменения во времени различных характеристик движения. Касательное ускорение a_τ является величиной постоянной (рис. *б*). Скорость меняется во времени по линейному закону (рис. *в*) от значения $v_0 = 80$ *м/сек* по соотношению

$$v = 80 + 3t.$$

Расстояния от точки A меняются по параболическому закону

$$s = 80t + \frac{3t^2}{2}.$$

Строим график (рис. *г*) по точкам:

t, *сек*	0	2	4	6	8	10	12	14	15,2
t^2	0	4	16	36	64	100	144	196	231
$80t$	0	160	320	480	640	800	960	1120	1216
$1{,}5t^2$	0	6	24	54	96	150	216	294	347
s, *м*	0	166	344	534	736	950	1176	1414	1563

График изменения нормального ускорения (рис. *д*)

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

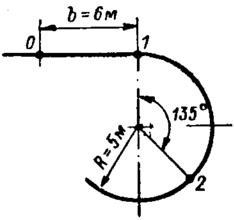
также удобно строить по точкам (построение выполнить самостоятельно). График изменения полного ускорения (рис. *е*) построен по точкам на основе формулы

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,.$$

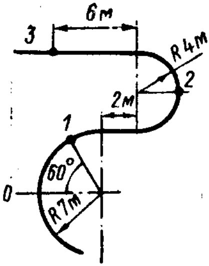
204. Уравнение движения точки по траектории, изображенной на рисунке, $s = 2 + 0{,}1t^4$ (s, *м*; t, *сек*). Начало отсчета взято в точке O. Определить скорость и ускорение точки в положении 2.

Ответ. 17,8 *м/сек*; 65,1 *м/сек*^{2}.

205. Движение точки от положения O задано уравнением $s=0{,}5t^3$ (s, *м*; t, *сек*). Траектория точки изображена на рисунке. Требуется: 1) построить траекторию в масштабе; 2) определить время, необходимое для перемещения точки в положения 1, 2, 3. Определить и изобразить в масштабе скорости, нормальные, касательные и полные ускорения точки в указанных трех положениях.



К задаче 204



К задаче 205

206. Трамвай движется по закруглению радиусом 50 *м* с постоянной скоростью, равной: 1) 6 *км/ч*; 2) 15 *км/ч*; 3) 20 *км/ч*; 4) 36 *км/ч*. Определить ускорение.

Ответ. 1) 0,0555 *м/сек*^{2}; 2) 0,347 *м/сек*^{2}; 3) 0,617 *м/сек*^{2}; 4) 2,00 *м/сек*^{2}.

207. Автомобиль движется по круговому арочному мосту радиусом 195 *м* с постоянным ускорением $a_\tau = 2$ *м/сек*^{2}. В некоторой точке он имел скорость $v_0 = 10$ *м/сек*. Определить ускорение автомобиля через 3 и 10 *сек* после этого момента.

Ответ. $a\,(3) = 2{,}39$ *м/сек*^{2}; $a\,(10) = 5{,}03$ *м/сек*^{2}.

208. При движении точки по кривой с касательным ускорением $a_\tau = 3$ *м/сек*^{2} полное ускорение составляет: 1) 3,16 *м/сек*^{2}; 2) 3,61 *м/сек*^{2}; 3) 4,25 *м/сек*^{2}; 4) 5 *м/сек*^{2}, а скорость точки в те же моменты времени равна: 1) 10 *м/сек*; 2) 15 *м/сек*; 3) 20 *м/сек*; 4) 25 *м/сек*. Определить радиус кривизны траектории для рассматриваемых положений точки.

Ответ. 1) 101 *м*; 2) 112 *м*; 3) 133 *м*; 4) 156 *м*.

209. По заданной начальной скорости $v_0 = 3$ *м/сек* и известному времени движения $T = 20$ *сек* определить пройденное точкой за это время расстояние, а также скорость и ускорение ее в конце рассматриваемого участка. Движение равноускоренное ($a_\tau = 0{,}5$ *м/сек*^{2}). Радиус кривизны траектории в конце участка равен 100 *м*.

Ответ. $s = 160$ *м*; $v = 13$ *м/сек*; $a = 1{,}76$ *м/сек*^{2}.

210. Поезд движется по криволинейному участку пути со скоростью 72 *км/ч*. При экстренном торможении ускорение $a_\tau = -1/3$ *м/сек*^{2}. Как велика длина тормозного пути? По какому закону изменяется во времени нормальное ускорение точки поезда, если радиус кривизны пути $\rho = 600$ *м* постоянен?

Ответ. $s = 600$ *м*; $a_n = 10^{-3}\,(55{,}6 - 0{,}925t)^2$ *м/сек*^{2}; $0 \leqslant t \leqslant 60$ *сек*.

211. При движении по криволинейной траектории с постоянным касательным ускорением полное ускорение достигает 6 *м/сек*^{2} через

200 *м* после начала движения. Как велико касательное ускорение, если радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке равен 80 *м*?

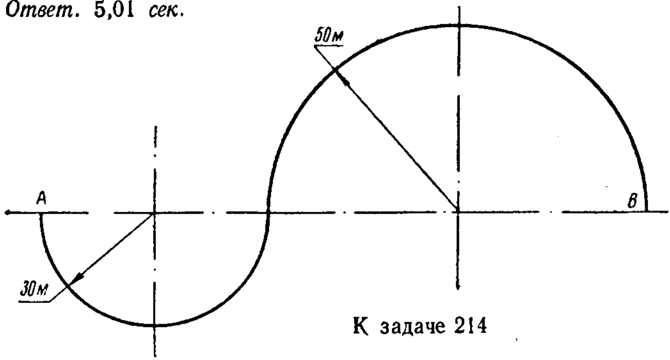
Ответ. 1,17 *м/сек*^{2}.

212. Какой начальной скоростью обладал автомобиль, если при равнопеременном движении по дуге окружности радиусом 100 *м* его скорость уменьшилась до 18 *км/ч*, а ускорение до 0,8 *м/сек*^{2} за 40 *сек*?

Ответ. 35,4 *м/сек*.

213. Точка движется равноускоренно ($a_\tau = 1$ *м/сек*^{2}) по окружности радиусом 2 *м*. За какое время она пройдет всю окружность, если движение начинается из состояния покоя? Построить графики изменения расстояния, скорости и ускорения.

Ответ. 5,01 *сек*.



К задаче 214

214. Движение точки происходит равноускоренно по кривой AB, состоящей из двух полуокружностей. В точке A начальная скорость v_0 составляла 20 *см/сек*; $a_\tau = 10$ *см/сек*^{2}. Построить графики изменения во времени расстояний, скоростей и ускорений на участке AB.

215 **. По данным, приведенным в таблице, определить скорость и ускорение точки в конце 10-й и 15-й секунд после начала движения. Построить графики изменения расстояний, скоростей и ускорений за 15 *сек* движения. Движение происходит по окружности радиусом R.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_0, *см/сек*	10	20	30	40	50	60	40	30	20
s_0, *см*	500	300	100	100	300	500	500	300	100
R, *см*	80	90	100	110	120	130	140	150	160
a_τ, *см/сек*^{2}	3	4	5	6	7	8	9	10	9
Вариант	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
v_0, *см/сек*	10	10	20	30	40	50	50	40	30
s_0, *см*	100	300	500	500	300	100	200	400	600
R, *см*	170	180	190	200	200	190	180	170	160
a_τ, *см/сек*^{2}	8	7	6	5	4	3	2	2	3

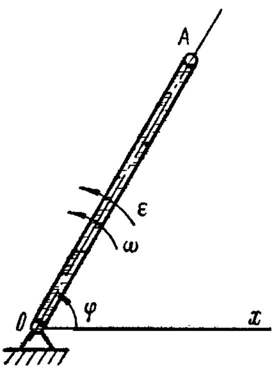
Вариант	19	20	21	22	23	24	25	26	27
v_0, *см/сек*	20	10	10	20	30	40	50	50	40
s_0, *см*	600	400	200	200	400	600	600	400	200
R, *см*	150	140	130	120	110	100	90	80	70
a_τ, *см/сек*^{2}	4	5	6	7	8	9	10	10	9

Вариант	28	29	30	31	32	33	34	35
v_0, *см/сек*	30	20	10	10	20	30	40	50
s_0, *см*	200	400	600	150	250	350	450	550
R, *см*	60	50	210	220	230	240	250	360
a_τ, *см/сек*^{2}	8	7	6	5	4	4	5	6

§ 8. Простейшие движения твердого тела

216*. Кривошип OA вращается равноускоренно ($\varepsilon = 0{,}02$ *рад/сек*^{2}). В некоторый момент времени он находился под углом 45° к оси Ox и имел угловую скорость $\omega_0 = 0{,}6$ *рад/сек.*

Определить закон дальнейшего движения кривошипа, а также угловые скорость и перемещение его через 30 *сек* после указанного момента времени. Угол поворота отсчитывать от оси Ox в направлении, показанном на чертеже.



К задаче 216

Решение. При изучении вращательного движения твердого тела надо отличать характеристики движения всего тела — угол поворота φ, угловую скорость ω и угловое ускорение ε от характеристик движения отдельных точек тела: расстояния s, пройденного пути s^*, скорости $\bar{v}$ и ускорения a. В данной задаче рассматривается движение всего тела. Так как движение равноускоренное, то оно определяется соотношениями

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t;$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω — угловая скорость (величина переменная);
ω_0 — начальное значение угловой скорости;
φ — текущее значение угла поворота тела;
φ_0 — начальное значение угла поворота;
ε — угловое ускорение, величина постоянная;
t — время.

Равномерное вращение определяется одним соотношением

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

Если угловая скорость ω и угловое ускорение ε направлены в одну сторону, то движение равноускоренное, если в противоположные — равнозамедленное.

Из первого соотношения находим, какой величины достигнет угловая скорость кривошипа через 30 *сек.*

$$\omega = 0{,}6 + 0{,}02 \cdot 30 = 0{,}6 + 0{,}6 = 1{,}2 \text{ рад/сек.}$$

Из второго соотношения найдем угловое перемещение кривошипа за это же время, предварительно выразив в радианах начальное значение угла поворота, равное 45°.

$$\varphi_0 = 45° \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{4} = 0{,}785 \text{ рад}$$

и

$$\varphi = 0{,}785 + 0{,}6 \cdot 30 + 0{,}01 \cdot 900 = 27{,}8 \text{ рад.}$$

217. Пуск в ход турбины гидроэлектростанции происходит в течение 5 *мин*. Найти закон движения ротора турбины и число оборотов, сделанных им в период пуска, если угловое ускорение $\varepsilon = 0{,}2$ *рад/сек*^{2}.

Ответ. $\varphi = 0{,}1t^2$ *рад*; $\varphi_{об} = 1432$ *оборота.*

218. Определить угловую скорость и частоту вращения Земли вокруг своей оси, а также записать уравнение движения.

Ответ. $\omega = 0{,}0000727$ *рад/сек*; $n = 0{,}000695$ *об/мин*; $\varphi = \varphi_0 + 0{,}0000727t$ *рад* (t, *сек*).

219. Ротор электродвигателя вращается с частотой 900 *об/мин*. Считая начальный угол поворота равным $\frac{\pi}{2}$, найти полный угол поворота и угловое перемещение ротора за время 0,03 *сек.*

Ответ. $\varphi = 1{,}40\pi$; $\Delta\varphi = 0{,}900\pi$.

220. В момент выключения двигателя маховик имел частоту вращения 210 *об/мин*. Сколько оборотов сделает он до полной остановки при замедлении, равном 0,628 *рад/сек*^{2}? Какова продолжительность T торможения?

Ответ. $\varphi_{об} = 61{,}3$ *оборота*; $T = 35{,}0$ *сек.*

221. Маховик, вращаясь равноускоренно из состояния покоя, приобретает в течение 10 *сек* угловую скорость 30 *рад/сек*. Сколько оборотов сделал маховик за эти 10 *сек*?

Ответ. 23,9 *оборота.*

222. При загрузке бетономешалки частота вращения барабана падает с 20 до 15 *об/мин* в течение 1 *мин*. Вычислить угловое ускорение (считая его постоянным) и число оборотов бетономешалки за этот промежуток времени.

Ответ. $\varepsilon = -5$ *об/мин*^{2} $= -0{,}00873$ *рад/сек*^{2}; $N = 17{,}5$ *оборота.*

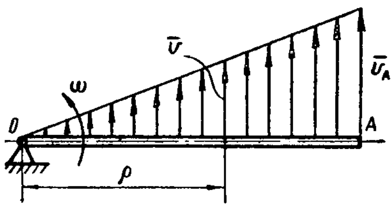
223. Вследствие небольшой несбалансированности движение маховика диаметром 0,6 *м* отличается от равномерного. Оно происходит по закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + 0{,}03\pi \cos \omega_0 t$.

Найти закон движения точки, находящейся на ободе маховика, и построить график ее движения по значениям функции для моментов времени $t = 0$; $\frac{\pi}{4\omega_0}$; ... $\frac{2\pi}{\omega_0}$ *сек*. Сравнить полученный график с графиком движения точки при равномерном вращении.

224. По заданному закону вращения центробежного регулятора $\varphi = \pi(1 + 2t)$, где φ измеряется в радианах, а t в секундах, построить графики угловой скорости и углового ускорения для промежутка времени 5 *сек* после начала движения.

225. В период пуска двигателя движение ротора определяется уравнением $\varphi = 0{,}6t^3$, где φ измеряется в радианах, а t в секундах. Построить график изменения угла поворота ротора и определить с его помощью графики угловой скорости и углового ускорения для промежутка времени 10 *сек* после начала работы двигателя.

226 *. По условию задачи 216 определить распределение скоростей точек по длине кривошипа и скорость точки A, если длина кривошипа $OA = 200$ *мм*.



К задаче 226

Решение. При вращательном движении тела скорости различных его точек в данный момент времени определяются по формуле

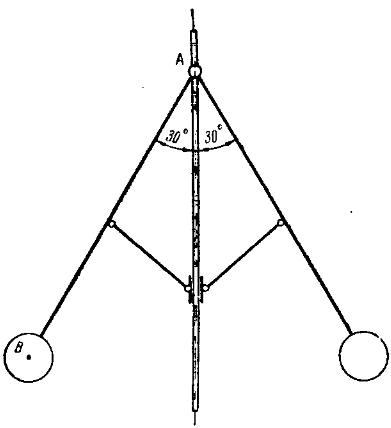
$$v = \omega\rho,$$

где ρ — расстояние от оси вращения тела до рассматриваемой точки.

Скорости точек меняются по линейному закону по мере удаления от оси вращения. Для наиболее удаленной точки A $\rho = OA = 200$ *мм*. Угловая скорость кривошипа $\omega = 1{,}2$ *рад/сек*. Скорость точки A

$$v_A = 1{,}2 \cdot 200 = 240 \text{ мм/сек} = 0{,}24 \text{ м/сек}.$$

Скорость точки O равна нулю ($\rho = 0$). Отложив в точке A перпендикулярно к кривошипу величину $\bar{v}_A$ в выбранном масштабе и соединив конец этого вектора прямой линией с точкой O (см. рисунок), получим график (эпюру) распределения скоростей по длине кривошипа.



К задаче 228

227. Расстояние от оси вращения до крайней точки лопасти вентилятора 0,8 *м*. Частота вращения 60 *об/мин*. Определить скорость v крайней точки лопасти и построить график изменения скоростей по длине лопасти.

Ответ. $v = 5{,}02$ *м/сек*.

228. Длина рычага центробежного регулятора $AB = 210$ *мм*. В период установившегося движения машины частота вращения регулятора составляет 80 *об/мин*, причем рычаг AB образует с вертикалью угол 30°. Определить скорость центра B шара.

Ответ. 0,879 *м/сек*.

229. В чугунной плите необходимо просверлить отверстие диаметром 60 *мм* и глубиной 200 *мм*. Скорость резания $v = 20$ *м/мин*, а подача 0,75 *мм/об*. При какой частоте вращения n сверла можно обеспечить такую скорость резания? Какова продолжительность сверления?

Ответ. $n = 106$ *об/мин*; $T = 2{,}52$ *мин*.

230. На токарном станке обтачивают шкив диаметром 200 *мм* при диаметре отверстия ступицы 175 *мм*. Какую частоту вращения n_1 должен иметь шкив при обточке обода и какую n_2 при расточке ступицы, чтобы скорость резания была постоянной и равной 150 *мм/сек*?

Ответ. $n_1 = 1,43$ *об/мин*; $n_2 = 16,4$ *об/мин*.

231. Для определения угловой скорости вала, диаметр которого равен 130 *мм*, к одной из его точек прикрепляют нить. Длина нити, намотавшейся по прошествии 3 *мин*, равна 44,107 *м*. Определить угловую скорость и частоту вращения вала.

Ответ. $\omega = 3,77$ *рад/сек*; $n = 36,0$ *об/мин*.

232. Какой наружный диаметр имеет шлифовальный круг, если его частота вращения 3350 *об/мин*, а скорость шлифования составляет 35 *м/сек*?

Ответ. 200 *мм*.

233. Барабан подъемной машины имеет диаметр 5,6 *мм*. Скорость движения каната 16 *м/сек*. Определить частоту вращения барабана. Сколько оборотов сделает барабан во время подъема, если глубина шахты 575 *м*?

Ответ. 54,6 *об/мин*; 32,7 *оборота*.

234 *. По условию задачи 216 найти распределение ускорений точек по длине кривошипа и ускорение точки A, если длина кривошипа $OA = 200$ *мм*.

Решение. При вращательном движении тела его точки движутся по окружностям. Поэтому ускорение удобно определять через касательную

$$a_\tau = \varepsilon\rho$$

и нормальную

$$a_n = \omega^2\rho$$

составляющие. Модуль ускорения определится как

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Ускорения a_τ, a_n и a линейно зависят от расстояния точек до оси вращения. На оси вращения ускорение равно нулю, а максимального значения достигает в точке A

$$a_{\tau A} = \varepsilon \cdot OA = 0,02 \cdot 200 = 4,0 \text{ мм/сек}^2;$$

$$a_{nA} = \omega^2 \cdot OA = 1,2^2 \cdot 200 = 288 \text{ мм/сек}^2;$$

$$a_A = \sqrt{a_{\tau A}^2 + a_{nA}^2} = \sqrt{4^2 + 288^2} \approx 288 \text{ мм/сек}^2.$$

235. Определить ускорение точки обода махового колеса, вращающегося с постоянной угловой скоростью 3 *рад/сек*. Диаметр колеса 1 *м*.

Ответ. $a = a_n = 4,5$ *м/сек*^{2}.

236. Твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, имеет в данный момент угловую скорость 5 *рад/сек* и угловое ускорение —20 *рад/сек*^{2}. Для точек, находящихся на расстоянии 150 и 200 *мм* от оси вращения, определить и показать на чертеже ускорения: 1) центростремительное (нормальное); 2) вращательное (касательное); 3) полное.

Ответ. 1) 3,75 *м/сек*^{2} и 6,25 *м/сек*^{2}; 2) —3,00 *м/сек*^{2} и —5,00 *м/сек*^{2}; 3) 4,80 *м/сек*^{2} и 8,00 *м/сек*^{2}.

237. Найти скорость и ускорение в суточном движении точки земной поверхности, находящейся на широте 45°. Радиус Земли принять равным 6000 *км*.

Ответ. 309 *м/сек*; 0,0224 *м/сек*^{2}.

238. Маховик в данный момент времени имеет угловую скорость 1 *рад/сек* и угловое ускорение —2 *рад/сек*^{2}. Вычислить и показать на чертеже скорость и ускорение точки маховика, находящейся на расстоянии 0,5 *м* от оси вращения.

Ответ. 0,5 *м/сек*; 1,12 *м/сек*^{2}.

239. В течение 5 *сек* после начала движения лифт поднимается равноускоренно с ускорением 2 *м/сек*^{2}, а в дальнейшем движется равномерно. Каковы угловая скорость ω_1 барабана подъемной установки и ускорение a_1 точек, лежащих на окружности обода барабана, в конце 3-й секунды после начала движения? Каково ускорение a_2 точек обода барабана в процессе равномерного движения? Диаметр барабана 4 *м*.

Ответ. $\omega_1 = 3$ *рад/сек*; $a_1 = 18{,}4$ *м/сек*^{2}; $a_2 = 50$ *м/сек*^{2}.

240. На обод колеса, имеющего горизонтальную ось, намотана нить, на конце которой подвешен груз P. В некоторый момент груз начинает двигаться с постоянным ускорением a_0 и приводит во вращение колесо. Найти полное ускорение точек обода колеса в функции от высоты h, на которую опустится груз. Радиус колеса r. Движение начинается без начальной скорости.

Ответ. $a = \frac{a_0}{r}\sqrt{r^2 + 4h^2}$.

241. По условию предыдущей задачи определить угловое ускорение колеса, скорость и полное ускорение точек обода колеса через 2 *сек* после начала движения, если известно, что за первые 10 *сек* груз проходит расстояние 30 *м*. Радиус колеса 1 *м*.

Ответ. $\varepsilon = 0{,}6$ *рад/сек*^{2}; $v = 1{,}2$ *м/сек*; $a = 1{,}56$ *м/сек*^{2}.

242. Маховое колесо диаметром 2 *м* вращается равноускоренно из состояния покоя. Ускорение точки обода маховика в некоторый момент времени равно 6 *м/сек*^{2} и наклонено к радиусу под углом 60°. Определить скорость и ускорение точки, отстоящей от оси вращения на расстоянии 1/3 *м*, в конце 1-й секунды.

Ответ. 1,73 *м/сек*; 9,17 *м/сек*^{2}.

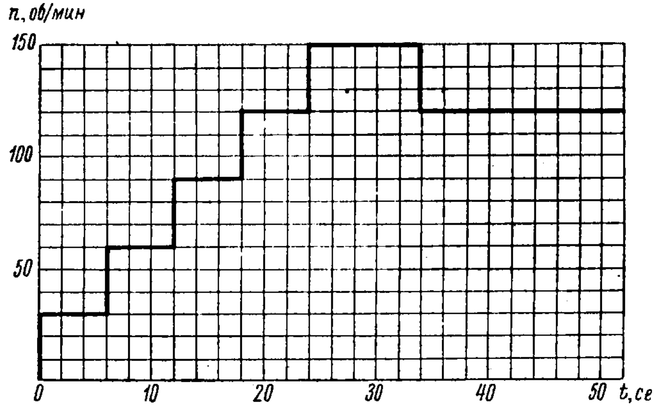
243. Деталь диаметром 200 *мм* укрепляют для обработки на шпинделе станка. Частоту вращения шпинделя можно изменять с помощью коробки передач в зависимости от требуемого режима работы. График изменения частоты вращения показан на чертеже. Определить скорость и ускорение точки на ободе детали в моменты времени $t_1 = 10$ *сек* и $t_2 = 20$ *сек*, а также число оборотов, которое сделает шпиндель в течение 40 *сек*.

Ответ. $v_1 = 0{,}628$ *м/сек*; $a_1 = 3{,}95$ *м/сек*^{2}; $v_2 = 1{,}26$ *м/сек*; $a_2 = 15{,}8$ *м/сек*^{2}; $\varphi_{об} = 67$ *оборотов*.

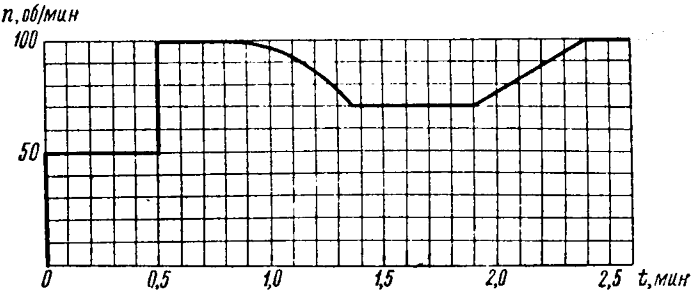
244. При изменении нагрузки частота вращения вала двигателя изменяется по закону, заданному графиком (см. рисунок). Определить скорость и ускорение точки на ободе шкива диаметром 400 *мм*, насаженного на вал двигателя, в моменты времени $t_1 = 1{,}2$ *мин* и $t_2 = 2$ *мин*.

Ответ. $v_1 = 1{,}8$ *м/сек*; $a_{n1} = 16$ *м/сек*^{2}; $a_{\tau 1} = -0{,}026$ *м/сек*^{2}; $v_2 = 1{,}6$ *м/сек*; $a_{n2} = 13$ *м/сек*^{2}; $a_{\tau 2} = 0{,}021$ *м/сек*^{2}.

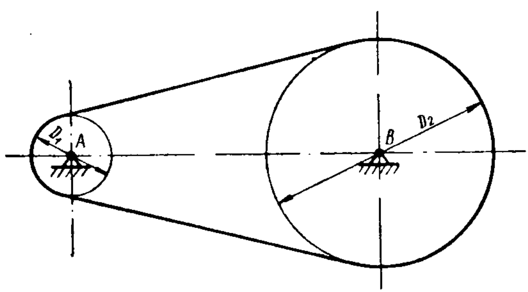
245. Передача вращения от вала A к валу B осуществляется с помощью ременной передачи. Ведущий вал A имеет частоту вращения $n_1 = 300$ *об/мин*, а частота вращения ведомого вала должна составлять



К задаче 243



К задаче 244

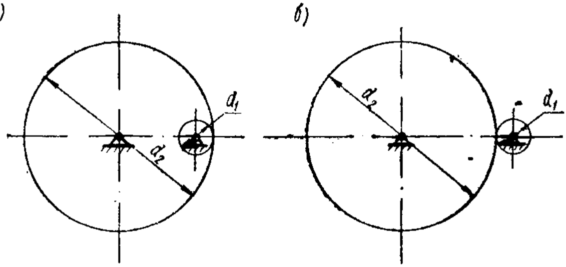


К задаче 245

$n_2 = 100$ *об/мин*. Определить диаметр D_2 ведомого шкива, если диаметр ведущего шкива $D_1 = 200$ *мм*. Скольжение ремня не учитывать.

Ответ. 600 *мм*.

246. Определить угловую скорость шестерни диаметром $d_1 = 120$ *мм*, если она приводится в движение колесом диаметром



К задаче 246

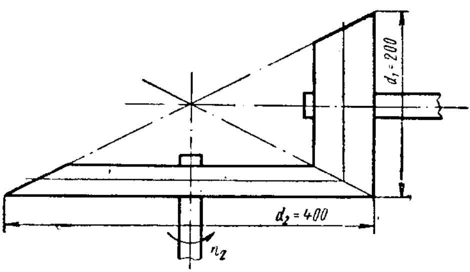
$d_2 = 600$ *мм*, которое вращается с угловой скоростью $\omega_2 = 4$ *рад/сек*. Рассмотреть два случая: *а*) внутреннее зацепление; *б*) внешнее зацепление.

Ответ. *а*) 20 *рад/сек*; *б*) —20 *рад/сек*.

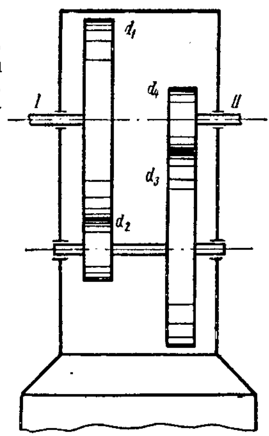
247. Передача вращательного движения осуществляется с помощью конических зубчатых колес. По заданной частоте вращения $n_2 = 360$ *об/мин* определить скорость и ускорение наиболее удаленной от осей вращения точки соприкасания колес, а также частоту вращения n_1 меньшей конической шестерни.

Ответ. $v_1 = v_2 = 7{,}54$ *м/сек*; $a_1 = 568$ *м/сек*^{2}; $a_2 = 284$ *м/сек*^{2}; $n_1 = 720$ *об/мин*.

248. Частота вращения ведущего вала зубчатого ускорителя, показанного на чертеже, $n_{\text{I}} = 30$ *об/мин*. Определить частоту



К задаче 247



К задаче 248

вращения ведомого вала n_{II}, если заданы диаметры: $d_1 = 250$ *мм*; $d_2 = 50$ *мм*; $d_3 = 300$ *мм*; $d_4 = 60$ *мм*.

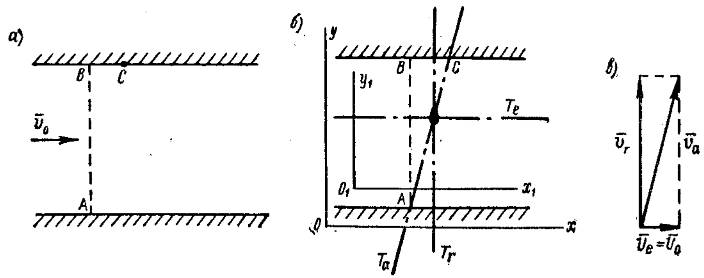
Ответ. 750 *об/мин*.

§ 9. Сложное движение точки

249 *. При переправе из точки A на другой берег в точку B (рис. *а*) лодочник установил руль в направлении AB. Моторная лодка двигалась со скоростью 8 *км/ч* по отношению к воде. Скорость течения реки $v_0 = 2$ *км/ч*.

Найти скорость движения лодки по отношению к берегам и величину сноса BC лодки, если переправа продолжалась 3 *мин*.

Р е ш е н и е. Движение лодки по отношению к берегам реки можно представить состоящим из движения по течению реки вместе с водой (такое движение имело бы место при выключенном моторе) и из движения по отношению к воде.



К задаче 249

Введем две системы координат (рис. *б*): неподвижную xOy, связанную с берегами реки, и подвижную $x_1O_1y_1$, связанную с частицами воды, движущейся со скоростью $v_0 = 2$ *км/ч*. Тогда движение лодки по отношению к берегам вместе с подвижными осями координат будет переносным. «Траектория» этого движения (T_e) в рассматриваемый момент показана на рис. *б*. Движение лодки по отношению к подвижным осям координат (по отношению к воде) относительное. Его траектория T_r. При сложении этих двух движений получается абсолютное движение — движение по отношению к неподвижным осям координат. Траектория этого движения T_a — прямая AC.

Для геометрического сложения скоростей

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r$$

пользуются правилом параллелограмма (рис. *в*). Учитывая, что $v_e = v_0 = 2$ *км/ч* и $v_r = 8$ *км/ч*, имеем

$$v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68} = 8{,}25 \text{ км/ч}.$$

Снос лодки определяется скоростью переносного движения. Величина сноса

$$BC = v_e t = \frac{2 \cdot 10^3}{60} \cdot 3 = 100 \text{ м}.$$

250. Заданные движения точки разложить на составляющие движения (относительное и переносное); показать неподвижные и подвижные оси координат и траектории каждого из составляющих движений:

1) движение парохода по реке;

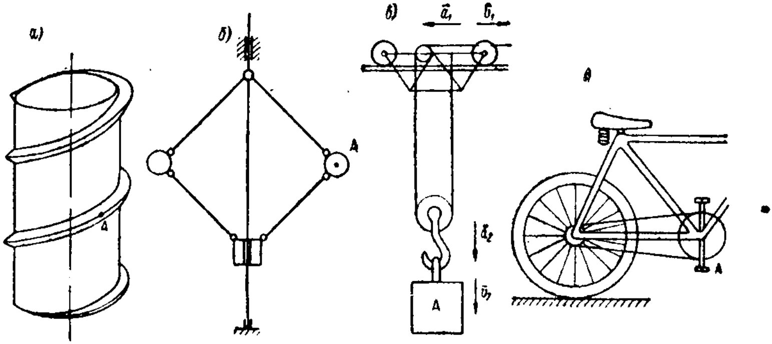
2) движение человека вдоль вагона движущегося поезда;

3) движение капли дождя по боковому стеклу перемещающегося автомобиля;

4) движение точек вращающегося винта летящего самолета;

5) движение поезда по поверхности Земли.

251. Разложить движение указанной точки A на составляющие движения; указать подвижные и неподвижные оси координат и пока-



К задаче 251

зать скорости относительного переносного и абсолютного движений для рассматриваемого момента времени:

а) винт; *б*) центробежный регулятор при неустановившемся движении; *в*) груз A при одновременном его подъеме и движении тележки по стреле крана; *г*) педаль велосипеда.

252. Лента эскалатора движется со скоростью 1 *м/сек*. В это же время человек движется вдоль эскалатора со скоростью 1 *м/сек* по отношению к лестнице. Определить скорость человека по отношению к стенам.

Ответ. 2,0 *м/сек* или 0.

253. При движении человека вдоль лодки со скоростью 1 *м/сек* лодка перемещается в обратном направлении со скоростью 0,33 *м/сек* по отношению к воде. Определить скорость человека по отношению к воде.

Ответ. 0,67 *м/сек.*

254. Пассажир поезда, движущегося со скоростью 72 *км/ч*, видел в окно встречный поезд длиной 500 *м* в течение 12,5 *сек*. Определить скорость встречного поезда.

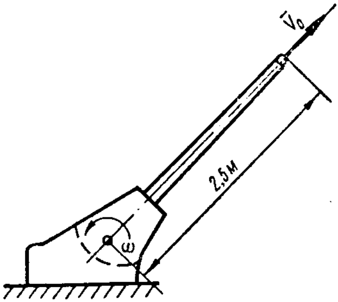
Ответ. 72 *км/ч.*

255. В момент вылета снаряда из ствола орудия со скоростью $v_0 = 600$ *м/сек* происходил поворот ствола в вертикальной плоскости с угловой скоростью $\omega = 2$ *рад/сек*. Определить скорость снаряда в этот момент по отношению к Земле.

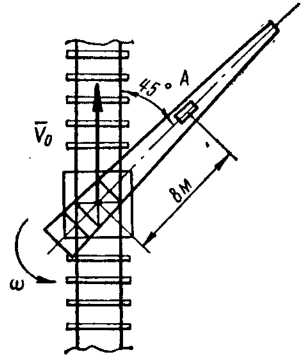
Ответ. 600,02 *м/сек.*

256. При движении башенного крана по рельсовому пути со скоростью $v_0 = 1$ *м/сек* стрела его поворачивается с угловой скоростью $\omega = 0{,}2$ *рад/сек*. Определить скорость тележки A по отношению к Земле для положения, указанного на чертеже.

Ответ. 2,4 *м/сек*.



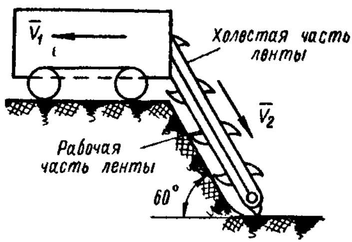
К задаче 255



К задаче 256

257. Канавокопатель движется со скоростью $v_1 = 1080$ *м/ч*. Скорость движения ленты с ковшом $v_2 = 1$ *м/сек*. Определить величину скорости точек рабочей ($v_р$) и холостой ($v_х$) частей ленты по отношению к Земле.

Ответ. $v_р = 1{,}18$ *м/сек*; $v_х = 0{,}889$ *м/сек*.



К задаче 257

258 *. В период разгона аэросани (рис. *а*) движутся с ускорением $a_0 = 2$ *м/сек*^{2}. Воздушный винт диаметром 2,0 *м* имеет при этом постоянную частоту вращения $n = 1500$ *об/мин*. Определить ускорение точки A на конце лопасти воздушного винта.

Решение. Подвижные оси координат $O_1x_1y_1z_1$ свяжем с корпусом аэросаней (рис. *б*), а неподвижные с землей. Тогда для точки A переносным будет поступательное движение вместе с аэросанями с ускорением a_0, а относительным движением — вращательное движение вокруг оси O_1z_1 с постоянной частотой вращения

$$n = 1500 \text{ об/мин или } \omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi 1500}{30} = 50\pi \text{ рад/сек}.$$

При переносном поступательном движении абсолютное ускорение точки определяется как геометрическая сумма переносного и относительного ускорений

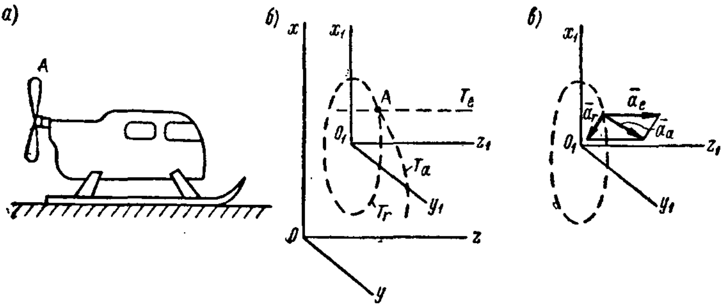
$$\bar{a}_0 = \bar{a}_e + \bar{a}_r,$$

где $\bar{a}_e$ — ускорение точки в переносном движении;

$\bar{a}_r$ — ускорение точки в относительном движении.

Ускорение переносного движения известно

$$a_e = a_0 = 2 \text{ м/сек.}$$



К задаче 258

Относительное движение — вращательное, с постоянной угловой скоростью. Поэтому в относительном движении точка имеет только нормальную составляющую ускорения

$$a_r = a_{rn} = \omega^2 R = (50\pi)^2 \cdot 1 \approx 25 \cdot 10^3 \text{ м/сек}^2,$$

направленную по радиусу относительной траектории (рис. *в*).

Угол между слагаемыми полного ускорения равен 90°, поэтому

$$a_0 = \sqrt{a_e^2 + a_r^2} = \sqrt{(25 \cdot 10^3)^2 + 2^2} \approx$$
$$\approx 25 \cdot 10^3 \text{ м/сек}^2,$$

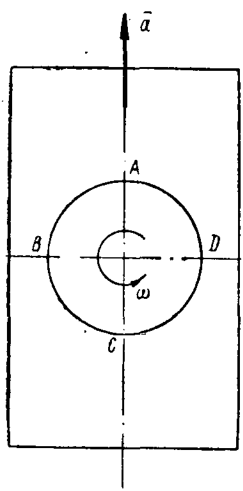
т. е. практически абсолютное ускорение совпадает с относительным.

259. Тележка башенного крана (см. рис. *в* к задаче 251) движется в данный момент по горизонтальной стреле со скоростью 1 *м/сек* и имеет замедление 0,5 *м/сек*². Груз A в это же время опускается со скоростью $v_2 = 2$ *м/сек* и ускорением 0,5 *м/сек*². Определить скорость и ускорение груза по отношению к неподвижной стреле крана.

Ответ. 2,24 *м/сек*; 0,707 *м/сек*².

260. Автомобиль движется с ускорением $a = 1$ *м/сек*². Установленный на нем прибор вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ *рад/сек*. Определить ускорение по отношению к Земле точек A, B, C и D, находящихся на расстоянии 0,2 *м* от оси вращения.

Ответ. $a_A = 0{,}2$ *м/сек*²; $a_B = a_D = 1{,}28$ *м/сек*²; $a_C = 1{,}8$ *м/сек*².



К задаче 260

§ 10. Сложное движение твердого тела

261 *. Рассмотреть движение точек A, B, C, D и M колеса автомобиля, движущегося с постоянной скоростью 72 *км/ч* по прямолинейному участку пути (рис. *а*), и определить их абсолютные скорости. Диаметр колеса равен 0,6 *м*.

Решение. Рассматриваемое в задаче движение колеса — плоскопараллельное. Центр колеса, жестко связанный с корпусом автомобиля, движется со скоростью 72 *км/ч*, или 20 *м/сек*. Все остальные точки колеса имеют другие скорости. Найти их величины и направления можно следующим образом.

Введем подвижные оси координат, связанные с корпусом автомобиля (или с центром колеса), т. е. движущиеся поступательно. Теперь движение колеса можно рассмотреть как сложное (рис. *б*): переносное движение — поступательное, в котором все точки имеют одинаковые скорости $v_e = v$, и относительное движение — вращательное, в котором скорости различных точек определяются из выражения

$$v_r = \omega_r \rho,$$

где ω_r — угловая скорость относительного движения;

ρ — расстояние от начала подвижных осей O_1 до рассматриваемой точки.

Сложив геометрически переносную и относительную скорости

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r,$$

найдем абсолютную скорость (по отношению к Земле) любой точки колеса.

Но угловая скорость относительного движения еще неизвестна. Для ее определения рассмотрим точку C касания колеса и дороги. Так как колесо в этой точке касается неподвижной дороги и проскальзыванием пернебрегаем, то абсолютная скорость точки C колеса равна нулю $v_C = 0$. Из рис. *б* видно, что

$$v_C = v_e - v_r = v - v_r,$$

но $v_C = 0$, следовательно,

$$v = v_r = \omega_r R.$$

Теперь можно найти угловую скорость относительного вращательного движения

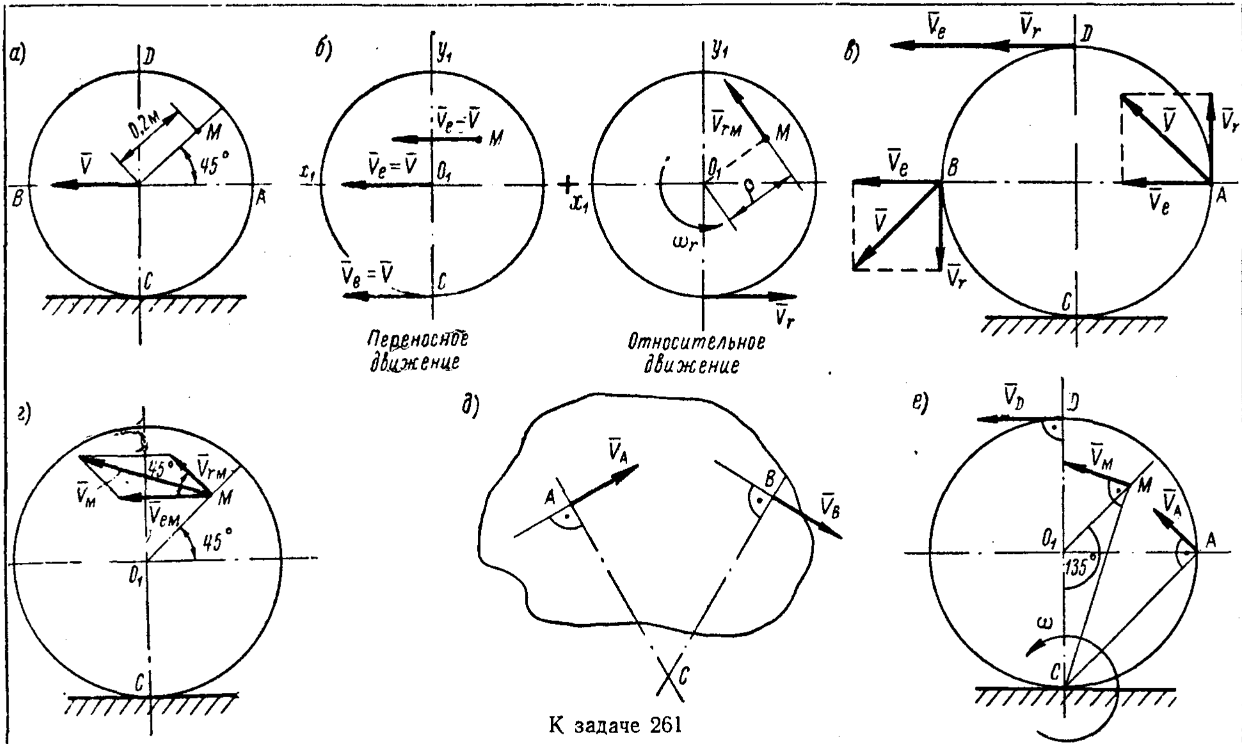
$$\omega_r = \frac{v}{R} = \frac{20}{0,3} = 6,67 \text{ рад/сек}$$

и скорость любой точки колеса. Например (рис. *в*), для точек A и B

$$v_A = v_B = \sqrt{v_e^2 + v_r^2} = v\sqrt{2} = 20 \cdot 1,41 = 28,2 \text{ м/сек.}$$

Для точки D

$$v_D = v_e + v_r = 2v = 40 \text{ м/сек.}$$


а)
D
0,2м
M
$\bar{V}$
45°
B
A
C
б)
y_1
$\bar{V}_e = \bar{V}$
M
x_1
O_1
$\bar{V}_e = \bar{V}$
$\bar{V}_e = \bar{V}$
C
Переносное движение
y_1
$\bar{V}_{rM}$
M
O_1
x_1
ρ
ω_r
$\bar{V}_r$
Относительное движение
в)
$\bar{V}_e$
$\bar{V}_r$
D
$\bar{V}$
$\bar{V}_r$
$\bar{V}_e$
B
$\bar{V}_e$
A
$\bar{V}$
$\bar{V}_r$
C
г)
45°
$\bar{V}_{rM}$
$\bar{V}_M$
M
$\bar{V}_{eM}$
45°
O_1
C
д)
$\bar{V}_A$
A
B
$\bar{V}_B$
C
е)
$\bar{V}_D$
D
$\bar{V}_M$
M
$\bar{V}_A$
O_1
A
135°
ω
C

К задаче 261

Для некоторой точки M колеса (рис. г), находящейся на расстоянии $\rho_M = O_1M = 0,2$ *м* от точки O_1, скорость определится как

$$\bar{v}_M = \bar{v}_{eM} + \bar{v}_{rM};$$

$$v_{eM} = v_e = v = 20 \text{ м/сек};$$

$$v_{rM} = \omega_r O_1 M = \frac{v}{R} \rho_M = \frac{20}{0,3} \cdot 0,2 = 13,3 \text{ м/сек};$$

$$v_M = \sqrt{v_{eM}^2 + v_{rM}^2 + 2v_{eM}v_{rM}\cos 45^\circ} =$$

$$= \sqrt{20^2 + 13,3^2 + 2 \cdot 20 \cdot 13,3 \cdot 0,707} = 30,9 \text{ м/сек}.$$

С другой стороны, плоскопараллельное движение можно представить в каждый данный момент времени как абсолютное вращение вокруг мгновенного центра вращения. В движущемся теле этой точке соответствует мгновенный центр скоростей — точка, абсолютная скорость которой в данное мгновение равна нулю. Найти эту точку можно, либо рассматривая физическую картину движения (в нашей задаче абсолютная скорость точки C равна нулю), либо как точку пересечения перпендикуляров к известным направлениям векторов скоростей двух точек тела (рис. *д*).

После определения положения мгновенного центра скоростей — точки C — скорость любой точки тела определяется (рис. *е*) по формуле

$$v = \omega\rho,$$

где ω — угловая скорость вращения вокруг мгновенного центра скоростей;

ρ — расстояние от мгновенного центра скоростей до рассматриваемой точки.

Например, для точки D

$$\rho_D = 2R = 0,6 \text{ м};$$

для точки A

$$\rho_A = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} = 0,3 \cdot 1,41 = 0,423 \text{ м};$$

для точки M (из $\triangle\, MO_1C$)

$$\rho_M = CM = \sqrt{O_1M^2 + O_1C^2 - 2 \cdot O_1M \cdot O_1C \cos 135^\circ} =$$

$$= \sqrt{0,04 + 0,09 + 0,12 \cdot 0,707} = \sqrt{0,215} = 0,464 \text{ м}.$$

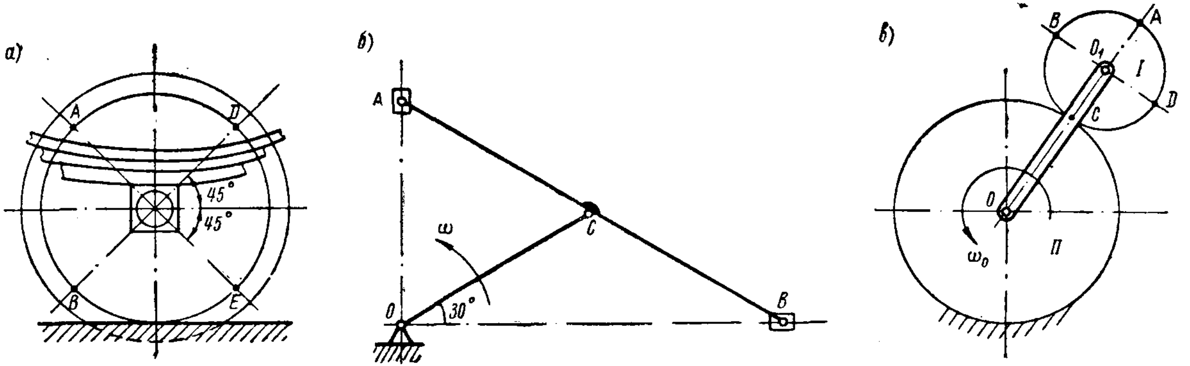
Модули векторов абсолютных скоростей:

$$v_D = \omega\rho_D = 66,7 \cdot 0,600 = 40,0 \text{ м/сек};$$

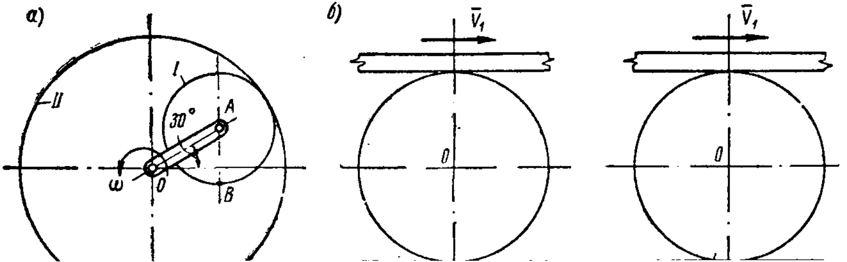
$$v_A = \omega\rho_A = 66,7 \cdot 0,423 = 28,2 \text{ м/сек};$$

$$v_M = \omega\rho_M = 66,7 \cdot 0,464 = 30,9 \text{ м/сек}.$$

Направлен вектор скорости перпендикулярно к соответствующему отрезку ρ, соединяющему мгновенный центр скоростей с рассматриваемой точкой, в сторону вращения колеса.


а)
A
D
45°
45°
B
E
б)
A
ω
C
O
30°
B
в)
B
A
O_1
I
D
C
O
ω_0
II

К задаче 262


а)
I
II
30°
A
ω
O
B
б)
$\bar{V}_1$
O
$\bar{V}_1$
O

262. Представить каждое из данных плоскопараллельных движений как совокупность поступательного и вращательного движений; указать, как определить скорость поступательного движения: а) колеса железнодорожного вагона; б) линейки AB эллипсографа; в) подвижной шестерни I, перекатывающейся по неподвижному колесу II.

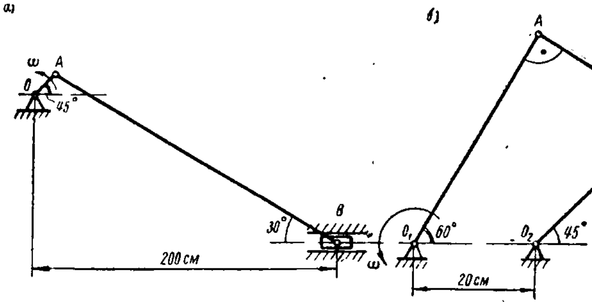
263. Определить положение мгновенного центра скоростей в следующих случаях:

а) для катящегося без скольжения по рельсу колеса (см. рис. *а* к задаче 262);

б) для шестерни I, катящейся по наружной поверхности колеса II (см. рис. *в* к задаче 262);

в) для шестерни I, катящейся по неподвижному колесу II при внутреннем с ним зацеплении (рис. *а*);

г) для зубчатого колеса, помещенного между подвижными зубчатыми рейками в случаях их движения в одну сторону и в противоположные стороны (рис. *б*).



К задаче 264

264. Для указанных звеньев механизмов провести разложение движения на поступательную и вращательную части:

а) шатун AB нецентрального шатунно-кривошипного механизма;

б) шатун AB четырехзвенного механизма.

265. Поезд движется со скоростью 60 *км/ч*. Диаметр колеса вагона 0,8 *м*. Определить скорости точек A, B, E и D обода колеса, катящегося без скольжения (см. рис. *а* к задаче 262).

Ответ. $v_A = v_D = 30{,}8$ *м/сек*; $v_B = v_E = 12{,}8$ *м/сек*.

266. Определить скорости точек A, B, C и D подвижной шестерни (см. рис. *в* к задаче 262) радиусом 200 *мм*, катящейся по неподвижному колесу. Длина кривошипа OO_1 равна 600 *мм*. Угловая скорость вращения кривошипа $\omega_0 = 2$ *рад/сек*.

Ответ. $v_A = 2{,}40$ *м/сек*; $v_B = v_D = 1{,}70$ *м/сек*, $v_G = 0$.

267. Определить скорость точки B, лежащей на конце вертикального диаметра шестерни I (см. рис. *а* к задаче 263). Шестерня I катится по неподвижному зубчатому колесу II радиусом 700 *мм* и приводится в движение кривошипом OA длиной 400 *мм*, имеющим в данный момент угловую скорость $\omega = 3$ *рад/сек*.

Ответ. 2,08 *м/сек*.

268. Определить скорость центра зубчатого колеса, находящегося между двумя рейками (см. рис. *б* к задаче 263), если $v_1 = 30$ *см/сек*, а $v_2 = 10$ *см/сек*.

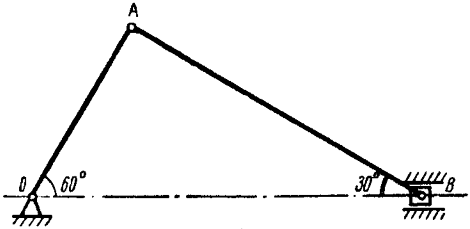
Ответ. 20 и 10 *см/сек*.

269. Определить скорости ползунов A и B линейки эллипсографа в положении, показанном на рис. *б* к задаче 262, если $\omega = 2$ *рад/сек*; $OC = AC = CB = 200$ *мм*.

Ответ. $v_A = 693$ *мм/сек*; $v_B = 400$ *мм/сек*.

270. Определить скорость ползуна B шатунно-кривошипного механизма. Угловая скорость кривошипа 1 *рад/сек*, его длина $OA = 200$ *мм*.

Ответ. 231 *мм/сек*.



К задаче 270

271*. Построить графики перемещений, скоростей и ускорений ползуна B кривошипно-шатунного механизма, показанного на рис. *а*. Радиус кривошипа $r = 90$ *мм*; длина шатуна $l = 320$ *мм*; частота вращения кривошипа $n = 1500$ *об/мин*. Каковы перемещение, скорость и ускорение ползуна при угле поворота кривошипа $\alpha_1 = 36°$?

Решение. Центр ползуна — точка B перемещается вдоль оси Ox. Из чертежа (рис. *а*) следует, что расстояние от начала координат до точки B определяется из выражения

$$x_B = OB = OK + KB = r\cos\alpha + l\cos\gamma,$$

которое представляет собой уравнение движения центра ползуна.

По теореме синусов находим

$$\sin\gamma = \frac{r}{l}\sin\alpha.$$

Отсюда

$$\cos\gamma = \sqrt{1-\sin^2\gamma} = \sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\sin^2\alpha}$$

(по условию работы механизма сохраняем перед радикалом знак плюс).

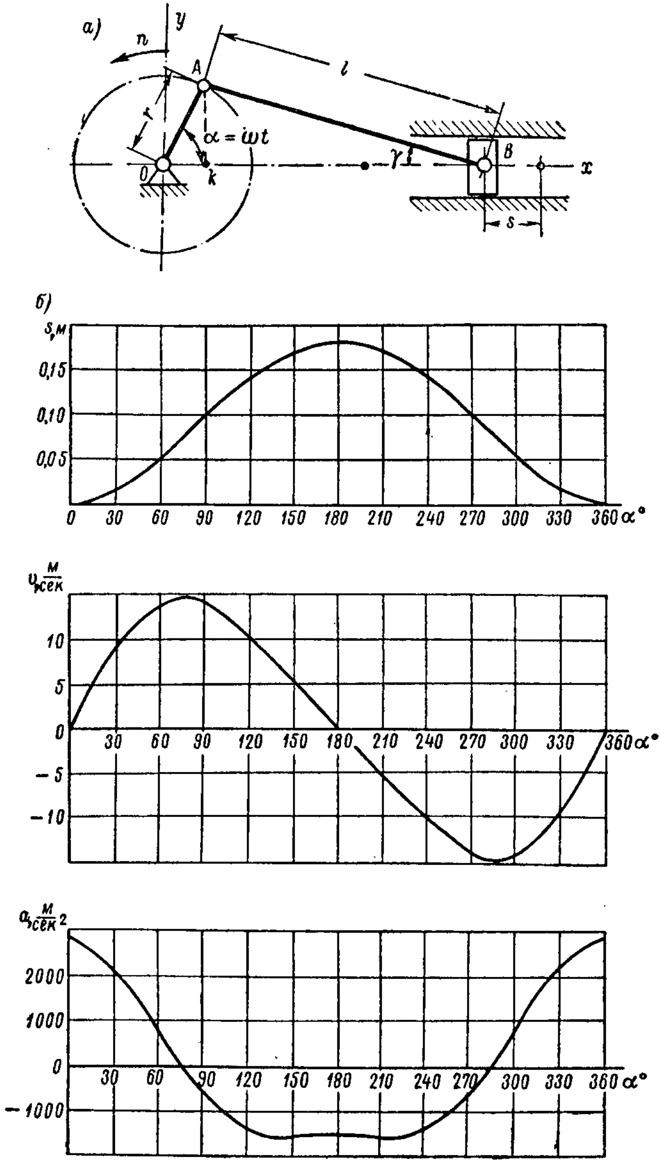
В тех случаях, когда r значительно меньше l, в разложении

$$\sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}\sin^2\alpha} = \left(1-\frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\sin^2\alpha-\frac{1}{8}\frac{r^4}{l^4}\sin^4\alpha-\ldots\right)$$

можно сохранить лишь два первых слагаемых. Тогда

$$x_B = r\cos\alpha + l\left(1-\frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\sin^2\alpha\right) =$$

$$= r\cos\omega t + l\left(1-\frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\sin^2\omega t\right).$$



а)
n
y
A
l
r
α = ωt
O
k
γ
B
x
s
б)
s, м
0,15
0,10
0,05
0
30
60
90
120
150
180
210
240
270
300
330
360 α°
v, м/сек
10
5
0
−5
−10
a, м/сек²
2000
1000
0
−1000

К задаче 271

Иногда перемещение точки B отсчитывают от крайнего положения (s на рис. a), тогда

$$s = r + l - x_B.$$

Дифференцированием определяем скорость и ускорение точки B:

$$v_B = |v_{Bx}| = \left|\frac{dx_B}{dt}\right| = \left|-r\omega\left(\sin\omega t + \frac{r}{2l}\sin 2\omega t\right)\right|;$$

$$a_B = |a_{Bx}| = \left|\frac{d^2x_B}{dt^2}\right| = \left|-r\omega^2\left(\cos\omega t + \frac{r}{l}\cos 2\omega t\right)\right|.$$

Угловая скорость кривошипа

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}14\cdot 1500}{30} = 157 \text{ рад/сек}.$$

Подставив в формулы для s, v и a значения $r = 0{,}09$ *м*, $l = 0{,}32$ *м* и $\omega = 157$ *рад/сек*, получим

$$s = 0{,}09\,(1 - \cos\alpha) + 0{,}0126\sin^2\alpha;$$

$$v = 14{,}1\,(\sin\alpha + 0{,}141\sin 2\alpha);$$

$$a = 2{,}22\cdot 10^3\,(\cos\alpha + 0{,}281\cos 2\alpha).$$

Давая различные значения α (например, через 30°), определяем соответствующие значения s, v и a. Результаты вычислений сводим в таблицу:

$\alpha°$	s, *м*	v, *м/сек*	a, *м/сек*^{2}
0	0	0	$2{,}86\cdot 10^3$
30	0,0151	8,76	$2{,}53\cdot 10^3$
60	...	...	...
и т. д.			

По данным таблицы, выбрав соответствующие масштабы, строим графики $s = f_1(\alpha)$, $v = f_2(\alpha)$ и $a = f_3(\alpha)$. Для $\alpha_1 = 36°$ $s = 0{,}09\,(1 - 0{,}809) + 0{,}0126\cdot 0{,}588^2 = 0{,}0216$ *м* $= 21{,}6$ *мм*; $v = 14{,}1\,(0{,}588 + 0{,}141\cdot 0{,}951) = 10{,}2$ *м/сек*; $a = 2{,}22\cdot 10^3\,(0{,}809 + 0{,}281\cdot 0{,}309) = 1{,}99\cdot 10^3$ *м/сек*^{2}.

272. Для кривошипно-шатунного механизма (см. рисунок к задаче 271) заданы: частота вращения кривошипа $n = 500$ *об/мин*, ход ползуна $s = 600$ *мм* и длина шатуна $l = 1200$ *мм*. Построить графики перемещений, скоростей и ускорений ползуна. Определить положение, скорость и ускорение ползуна при угле поворота кривошипа 30°.

Ответ. $s = 49{,}5$ *мм*; $v = 9{,}55$ *м/сек*; $a = 815$ *м/сек*^{2}.

273. Ход ползуна кривошипно-шатунного механизма (см. рисунок к задаче 271) $s = 400$ *мм*. При угле поворота кривошипа 160° ускорение ползуна $a_x = -1180$ *м/сек*^{2}. Пользуясь приближенными формулами, определить частоту вращения кривошипа, положение ползуна и его скорость в этом положении.

Указание. Приближенные формулы для определения перемещения, скорости и ускорения ползуна:

$$s = r(1 - \cos\alpha); \quad v = r\omega \sin\alpha; \quad a = r\omega^2 \cos\alpha.$$

Ответ. $n = 757$ *об/мин*; $s = 387$ *мм*; $v = 5{,}42$ *м/сек*.

274. При угле поворота кривошипа 45° ползун имеет скорость 8,98 *м/сек* и ускорение 2530 *м/сек²*. Определить перемещение ползуна, длину кривошипа и частоту его вращения. Расчет вести по приближенным формулам (см. указание к предыдущей задаче).

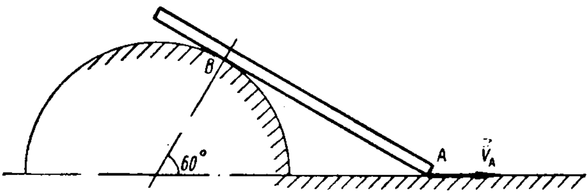
Ответ. $s = 13{,}2$ *мм*; $r = 44{,}9$ *мм*; $n = 2{,}69 \cdot 10^3$ *об/мин*.

275. Определить (см. рис. *а* к задаче 264) скорость ползуна B нецентрального шатунно-кривошипного механизма. $\omega = 1$ *рад/сек*; $OA = 200$ *мм*.

Ответ. 223 *мм/сек*.

276. Определить (см. рис. *б* к задаче 264) угловую скорость звена O_2B четырехзвенного механизма в положении, указанном на чертеже. $O_1A = 400$ *мм*; $O_2B = 300$ *мм*; $\omega = 2$ *рад/сек*.

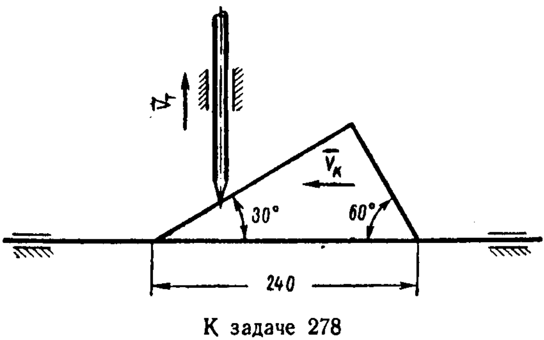
Ответ. 2,76 *рад/сек*.



К задаче 277

277. Определить скорость точки B доски в месте опирания ее на цилиндрическую поверхность. Скорость точки A известна и равна 1,00 *м/сек*.

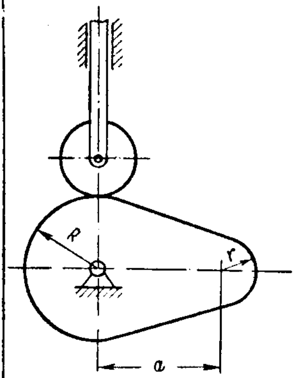
Ответ. 0,866 *м/сек*.



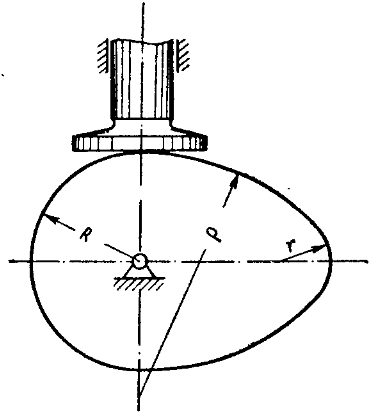
К задаче 278

278. Плоский кулачок движется поступательно со скоростью $v_к = 0{,}2$ *м/сек*. Построить графики перемещений и скоростей толкателя в зависимости от перемещения кулачка. Определить максимальный подъем H и скорость толкателя при подъеме и спуске.

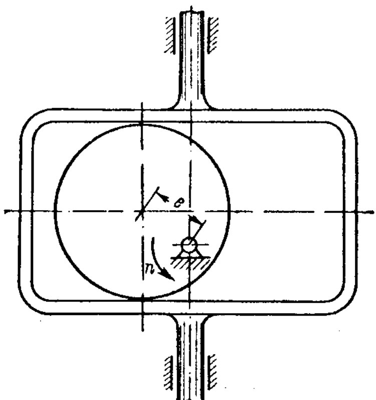
Ответ. $H = 104$ *мм*; $v_{тп} = 0{,}115$ *м/сек*; $v_{тс} = 0{,}346$ *м/сек*.



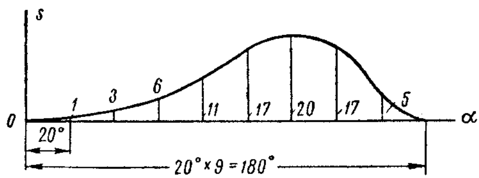
К задаче 279



К задаче 280



К задаче 281



К задаче 282

279. Профиль изображенного на рисунке тангенциального кулачка состоит из дуг двух окружностей, соединенных прямыми, касательными к ним. Диаметр основной окружности $2R = 30$ *мм*; диаметр окружности выступа $2r = 8$ *мм*; расстояние между центрами этих окружностей $a = 22$ *мм*. Кулачок действует на роликовый толкатель, диаметр ролика 15 *мм*. Начертить кулачок и построить график перемещений толкателя в зависимости от угла поворота кулачка. Вычислить величину наибольшего подъема толкателя.

Ответ. 11 *мм*.

280. Кулачок, изображенный на рисунке, приводит в движение плоский толкатель. Профиль кулачка образован дугами радиуса $R = 25$ *мм*; $\rho = 53$ *мм* и $r = 12$ *мм*. Начертить профиль кулачка и построить график перемещений толкателя в зависимости от угла поворота кулачка.

281. Круглый эксцентрик диаметром 50 *мм* с эксцентриситетом $e = 18$ *мм* заключен в рамку толкателя, как указано на рисунке. Частота вращения эксцентрика $n = 720$ *об/мин*. Построить графики перемещений, скоростей и ускорений толкателя в зависимости от угла поворота эксцентрика. Каковы наибольшие значения перемещения, скорости и ускорения толкателя?

Ответ. 36 *мм*; 1,36 *м/сек*; 244 *м/сек²*.

282. На рисунке дан график перемещений роликового толкателя в зависимости от угла поворота кулачка. Начертить профиль кулачка с начальным радиусом $R = 30$ *мм*. Диаметр ролика 12 *мм*.

283. Построить профиль сердцевидного кулачка, обеспечивающего подъем толкателя на 16 *мм* при начальной ординате 20 *мм*. Какова средняя скорость подъема толкателя, если частота вращения кулачка составляет $n = 1200$ *об/мин*?

Ответ. 0,16 *м/сек*.

ГЛАВА 3

ДИНАМИКА

§ 11. Динамика материальной точки

Законы динамики

284 *. Свободная материальная точка, масса которой равна 6 *г*, движется прямолинейно с ускорением 50 *см/сек²*. Определить действующую на нее силу.

Решение. В условии задачи задано движение точки. Требуется определить силу, вызывающую это движение (первая задача динамики).

При прямолинейном движении точки ускорение ее направлено вдоль траектории. По основному уравнению динамики

$$\bar{P} = m\bar{a}.$$

Используя единицы Международной системы (СИ), находим

$$P = 0{,}006 \cdot 0{,}5 = 0{,}003 \text{ н}.$$

Это значение силы соответствует $0{,}003 : 10^{-5} = 300$ *дин*.

Действительно,

$$P = ma = 6 \cdot 50 = 300\ г \cdot см/сек^2 = 300\ дин;$$

$$0{,}003\ н \text{ соответствует } 0{,}003 : 9{,}81 = 0{,}00031\ кгс,$$

$$P = 0{,}006 : 9{,}81 \cdot 0{,}5 = 0{,}00031\ кгс.$$

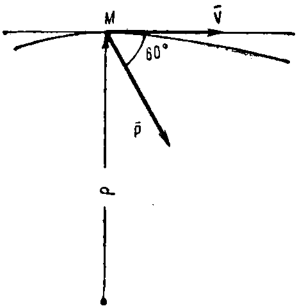
Направлена эта сила так же, как и вектор ускорения.

285. Какова величина силы тяжести точки, если ее масса 30 *г*.

Ответ. 0,294 *н*.

286. Материальная точка массой 50 *г* движется у поверхности земли прямолинейно по вертикали вниз, имея постоянное ускорение 6 $м/сек^2$. Определить величину силы сопротивления, приложенной к точке.

Ответ. 0,3 *н*.



К задаче 287

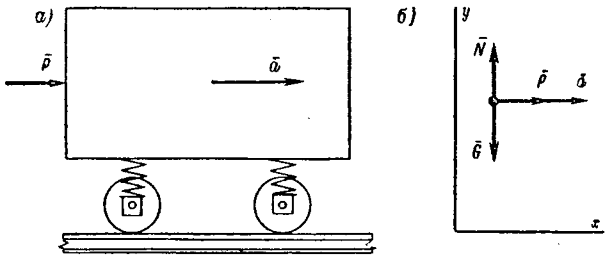
287. Свободная материальная точка M движется под действием силы P. Скорость ее в рассматриваемый момент времени 200 *м/сек*, радиус кривизны траектории $\rho = 2800$ *м*. Масса точки 1 *кг*. Определить величину силы P.

Ответ. 16,5 *н*.

288 *. Вагонетка весом 250 *кгс* движется по горизонтальному прямолинейному пути с ускорением 0,2 $м/сек^2$ под действием горизонтальной силы $\overline{P}$ (рис. *а*). Определить величину силы P, рассматривая вагонетку как материальную точку.

Решение. Задачи динамики, как и задачи статики, удобно решать в определенном порядке:

1. Выбрать тело, движение которого надо рассмотреть для решения задачи.



К задаче 288

С этим телом должны быть связаны как заданные, так и искомые величины. В нашей задаче таким телом будет вагонетка, которую по условию задачи можно считать материальной точкой.

2. Освободиться от связей. Показать рассматриваемое тело на отдельном чертеже, приложив к нему активные силы и реакции связей.

Связью для вагонетки являются рельсы, на которые опираются колеса вагонетки. Реакция связи $\overline{N}$ (рис. *б*) направлена перпендикулярно к плоскости касания колес с рельсами. Силы $\overline{P}$ и $\overline{G}$ — активные силы, приложенные к точке.

3. Выбрать подходящий для решения данной задачи метод (теорему) динамики.

Рассматриваем движение материальной точки. Ускорение ее известно. Надо найти силу, вызывающую такое движение. (Первая задача динамики для материальной точки.) Задача легко решается с помощью основного уравнения динамики

$$m\overline{a} = \sum \overline{P}_i,$$

где $\overline{P}_i$ — одна из сил, приложенных к рассматриваемой точке.

4. Записать уравнения движения и найти из них неизвестные величины.

Так как действующие на точку силы лежат в одной плоскости, но не на одной прямой, то основное уравнение надо записать в проекциях на две оси координат:

$$ma_x = \sum P_{ix};$$

$$ma_y = \sum P_{iy}.$$

В нашей задаче второе из уравнений переходит в уравнение равновесия

$$m \cdot 0 = N - G \text{ и } N = G.$$

Решение задачи получаем из первого уравнения $ma = P$, откуда, используя единицы технической системы (МКГСС), определяем

$$P = ma = \frac{G}{g} a = \frac{250}{9{,}81} 0{,}2 = 5{,}1 \textit{ кгс}$$

или, используя Международную систему единиц (СИ),

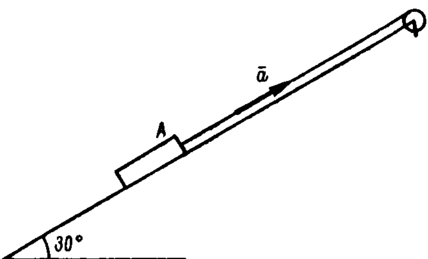
$$P = ma = 250 \cdot 0{,}2 = 50 \textit{ н}.$$

289. Определить натяжение тягового каната скрепера A весом 100 *кгс*, перемещаемого с постоянным ускорением 0,4 *м/сек*^{2}. Коэффициент трения между соприкасающимися поверхностями равен 0,2.

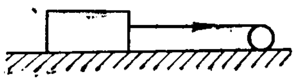
Ответ. 71,4 *кгс* = 700 *н*.

290. В момент окончания спуска с горы сани имели скорость 5 *м/сек* и, двигаясь прямолинейно по горизонтальной площадке, остановились через 50 *м*. Как велик коэффициент трения полозьев о снег?

Ответ. 0,0255.



К задаче 289



К задаче 291

291. Определить ускорение ящика, ведомого тросом, натяжение которого 260 *н*. Масса ящика 40 *кг*, коэффициент трения 0,25. Опре-

делить перемещение ящика за 3 *сек*, если его начальная скорость 2 *м/сек*.

Ответ. 4,05 *м/сек*^{2}; 24,2 *м*.

292. Какое ускорение получит материальная точка под действием силы, равной 0,2 ее веса?

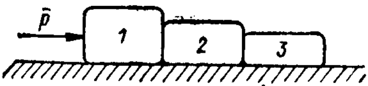
Ответ. 1,96 *м/сек*^{2}.

293. К свободной материальной точке массой 2,6 *кг*, находящейся вблизи земной поверхности, приложены две силы — горизонтальная 3 *кгс* и направленная вертикально вверх сила 6,6 *кгс*.

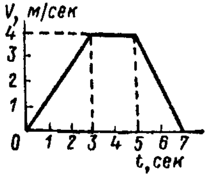
Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить величину и направление ускорения точки.

Ответ. 18,8 *м/сек*^{2}; направлено вверх под углом 53°7′ к горизонту.

294. На гладкой горизонтальной поверхности лежат три ящика, расположенные в ряд вплотную один к другому. Массы ящиков $m_1 = 5$ *кг*; $m_2 = 4$ *кг* и $m_3 = 3$ *кг*.



К задаче 294



К задаче 296

К первому ящику приложена горизонтальная сила 36 *н*. С каким ускорением будут двигаться ящики? Какой величины сила приложена к третьему ящику?

Ответ. 3 *м/сек*^{2}; 9 *н*.

295. Какое ускорение получит неподвижная лодка, если находящийся в ней человек начнет передвигаться от носа к корме с ускорением 0,5 *м/сек*^{2} по отношению к Земле? Масса лодки 150 *кг*, масса человека 60 *кг*; сопротивление воды не учитывать.

Ответ. 0,2 *м/сек*^{2} в направлении от кормы к носу лодки.

296. В кабине лифта на пружинных весах подвешен груз массой 6 *кг*. График изменения скорости лифта показан на рисунке. Каковы показания пружинных весов в течение трех промежутков времени: 0—3 *сек*; 3—5 *сек* и 5—7 *сек*?

Ответ. 66,8 *н*; 58,8 *н*; 46,8 *н*.

297 *. Определить, при какой постоянной величине угловой скорости ω угол отклонения сиденья каруселей от вертикали (рис. *а*) составит 30°. Определить также силу давления подвесок на шарнир *B*. Масса человека и сиденья 80 *кг*.

Решение.

1. Рассмотрим движение сиденья и находящегося на нем человека, принимая их за материальную точку *A* (рис. *б*).

2. Рассматриваемую точку надо сделать свободной. Связью является подвеска *AB*. Реакция ее $\bar{T}$ направлена к точке *B*. Активной силой, приложенной к точке, является вес $\bar{P}$. Равномерное движение точки *A* по окружности радиуса $r = (R + l \sin 30°)$ происходит при действии этих двух сил.

Движение точки *A* равномерное криволинейное, т. е. ее ускорение имеет только нормальную составляющую

$$a = a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega^2 (R + l \sin 30°).$$

3. Для решения этой задачи можно записать основное уравнение динамики (см. стр. 107) в проекциях на оси Ox и Oy и найти из этих двух уравнений обе неизвестные величины (T и ω).

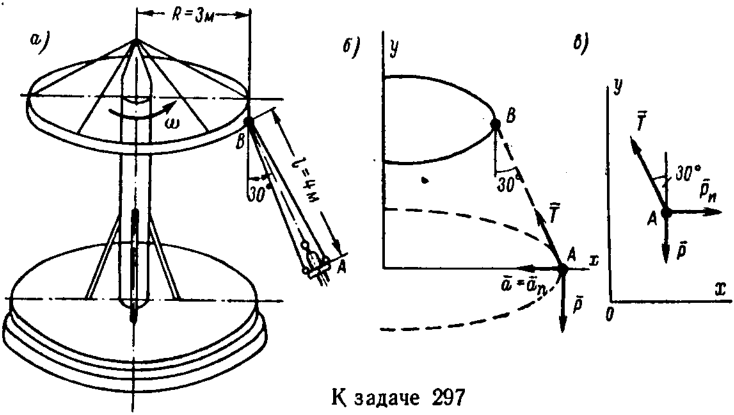
Удобна запись этих уравнений с помощью сил инерции (метод кинетостатики). В этом случае к рассматриваемой материальной точке, имеющей ускорение, мысленно прибавляется сила инерции

$$P_и = ma,$$

направленная в сторону, обратную ускорению. Сила инерции $P_{пи}$, соответствующая нормальной составляющей ускорения, называется центробежной.

В нашей задаче (рис. *в*) должна быть приложена сила

$$P_и = P_{пи} = m\omega^2 r.$$



К задаче 297

Полученная система сил уравновешена, поэтому для решения задачи можно использовать уравнения равновесия.

4. Для образовавшейся плоской системы трех сходящихся сил можно составить два уравнения равновесия, в которые войдут две неизвестные величины ω и T.

$$\sum P_{ix} = 0; \quad P_и - T\sin 30^\circ = 0;$$

$$\sum P_{iy} = 0; \quad T\cos 30^\circ - P = 0.$$

Разделив одно уравнение на другое, найдем

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{P_и}{P} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 (R + l\sin 30^\circ)}{g}$$

или

$$\omega^2 = \frac{g \operatorname{tg} 30^\circ}{R + l\sin 30^\circ} = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}577}{3 + 4 \cdot 0{,}5} = 1{,}13\ (рад/сек)^2,$$

откуда

$$\omega = 1{,}065\ рад/сек;\ (n \approx 10\ об/мин).$$

Силу давления в шарнире B найдем из второго уравнения

$$T = \frac{P}{\cos 30^\circ} = 80:0,866 = 92,3 \ кгс = 906 \ н.$$

298. Определить величину замедления автомобиля при движении его на прямолинейном горизонтальном участке, если развиваемая при торможении сила трения составляет 0,3 веса.

Ответ. 2,94 $м/сек^2$.

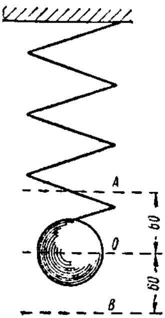
299. Определить натяжение троса вертикального подъемника массой 400 *кг* при движении его с ускорением 1 $м/сек^2$: 1) вниз; 2) вверх. Трением пренебречь.

Ответ. 1) 3,52 *кн*; 2) 4,32 *кн*.

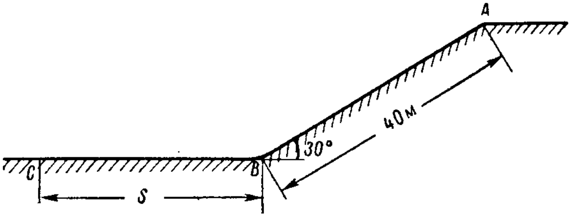
300. При какой величине ускорения скрепера (см. рисунок к задаче 289) оборвется несущий трос AB, если он разрывается от усилия 10 *кн*. Масса скрепера 400 *кг*. Трением пренебречь.

Ответ. 20,1 $м/сек^2$.

301. Определить ускорение колеблющегося на вертикальной пружине груза массой 10 *кг* в точках A и B максимального отклонения от положения равновесия O. Жесткость пружины — сила, необходимая для ее деформирования на единицу длины, равна 1960 *н/м*.



К задаче 301



К задаче 302

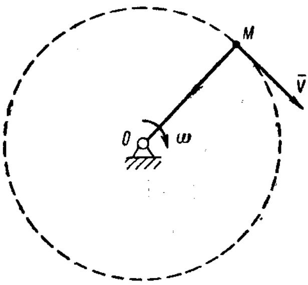
Ответ. $a_A = a_B = 11,8 \ м/сек^2$.

302. На каком расстоянии s может остановиться лыжник, начавший спуск с горы в точке A? Коэффициент трения на участке AB равен 0,05, а на участке BC, где лыжник производит торможение, равен 0,3.

Ответ. 61,0 *м*.

303. Определить натяжение веревки OM, удерживающей точку M весом 5 *н* на опорной горизонтальной гладкой плоскости на круговой траектории радиусом 1,00 *м*. Скорость точки $v = 5 \ м/сек$.

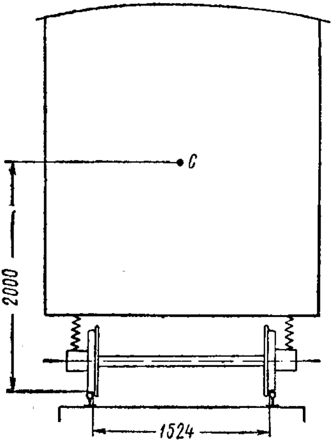
Ответ. 12,8 *н*.



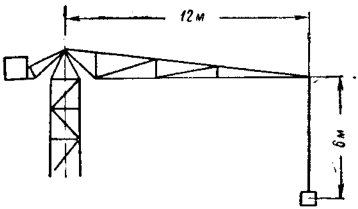
К задаче 303

304. Определить коэффициент устойчивости вагона по опрокидыванию вокруг наружного рельса. Вагон движется со скоростью 90 *км/ч* по закруглению радиусом 600 *м*. Превышением наружного рельса над внутренним пренебречь (см. рисунок).

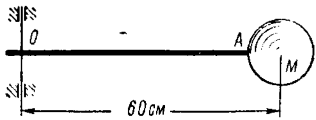
Ответ. 3,59.



К задаче 304



К задаче 305



К задаче 306

305. Башенный кран поворачивается равномерно ($n = 2$ *об/мин*) с поднятым грузом весом 3 *кн*. Определить натяжение троса T и угол α отклонения его от вертикали. Ввиду малости угла можно принять $\sin\alpha \approx \alpha$; $\cos\alpha \approx 1$.

Ответ. $T = 3$ *кн*; $\alpha = 3° 10'$.

306. К стержню OA прикреплен груз M весом 25 *н*. Определить предельную частоту вращения, при которой разорвется стержень, если он может выдержать растягивающее усилие 1 *кн*. Действием силы тяжести пренебречь.

Ответ. 243 *об/мин*.

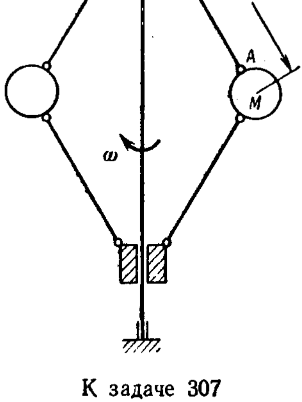
307. Определить угловую скорость или частоту вращения центробежного регулятора, если известно, что угол отклонения стержня OA от вертикали 30°. Масса шара M равна 0,6 *кг*. Массой остальных частей механизма пренебречь.

Ответ. 6,15 *рад/сек* или 58,7 *об/мин*.

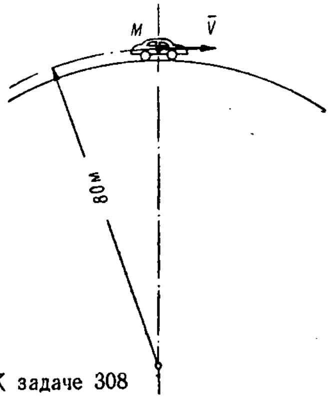
308. Определить силу давления автомобиля M на арочный мост в момент нахождения его посередине моста. Скорость автомобиля 72 *км/ч*, масса 1700 *кг*.

Ответ. 8,18 *кн*.

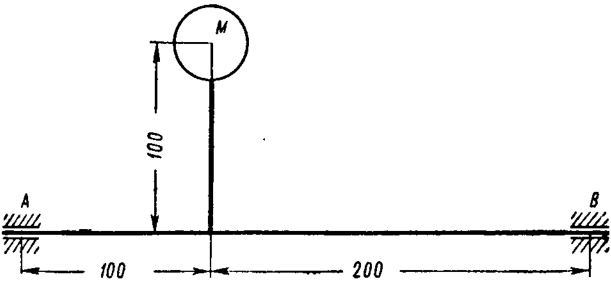
309. Определить наибольшие реакции опор A и B, возникающие



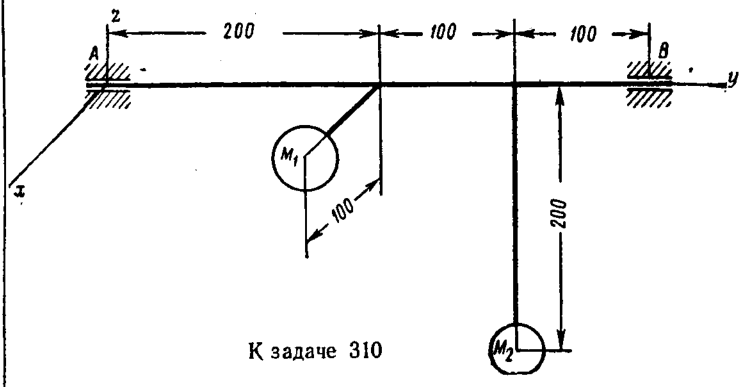
К задаче 307



К задаче 308



К задаче 309



К задаче 310

при равномерном вращении груза M массой 2 *кг*. Частота вращения 200 *об/мин*. Массой остальных частей пренебречь.

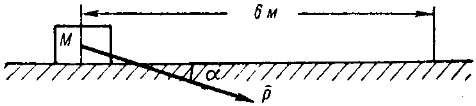
Ответ. $R_A = 71{,}5$ *н*; $R_B = 35{,}8$ *н*.

310. Определить динамические силы давления на опоры A и B для положения, указанного на чертеже, если $M_1 = 0{,}5$ *кг* и $M_2 = 0{,}2$ *кг*. Груз M_1 находится в плоскости xAy, груз M_2 — в плоскости zAy. Угловая скорость системы постоянна, 40 *рад/сек*. Массой остальных частей пренебречь.

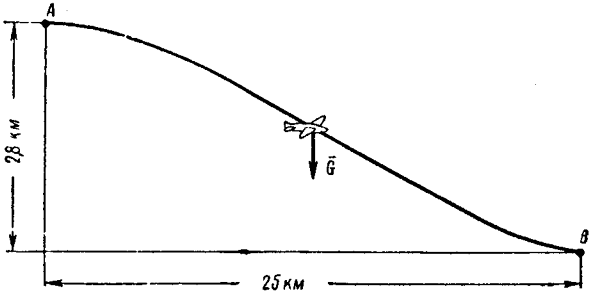
Ответ. $X_A = -40{,}0$ *н*; $Z_A = 16{,}0$ *н*; $X_B = -40{,}0$ *н*; $Z_B = 48{,}0$ *н*.

Работа и мощность

311. Под действием силы $\overline{P}$, равной 10 *н*, тело M перемещается по прямолинейной траектории на расстояние 6 *м*. Определить совершенную силой $\overline{P}$ работу, если угол α равен: 1) 0°; 2) 20°; 3) 45°; 4) 60°. Определить также работу реакции связи, пренебрегая трением.



К задаче 311



К задаче 312

Ответ. 1) 60,0 *дж*; 2) 56,4 *дж*; 3) 42,4 *дж*; 4) 30,0 *дж*. Реакция связи работы не производит.

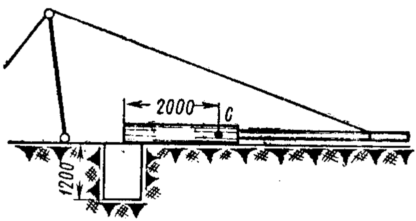
312. Пренебрегая сопротивлением, определить работу силы тяжести при планировании самолета массой $M = 1200$ *кг* из точки A в точку B.

Ответ. 33,0 *Мдж*.

313. Определить работу силы тяжести при установке столба весом 8 *кн*. C—центр тяжести столба. Толщиной столба пренебречь.

Ответ. 6,40 *кдж*.

314. Определить работу постоянной силы $P = 600$ *н* и сил тяжести кривошипа OA

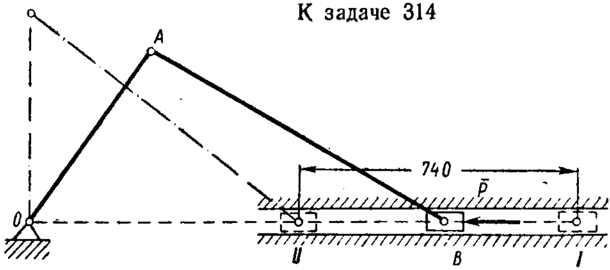


К задаче 313

весом 30 *н* и шатуна *AB* весом 50 *н* при переходе кривошипа из первого положения (горизонтального) во второе (вертикальное). $OA = 550$ *мм*. Сплошной линией показано промежуточное положение.

Ответ. 422 *дж*.

К задаче 314



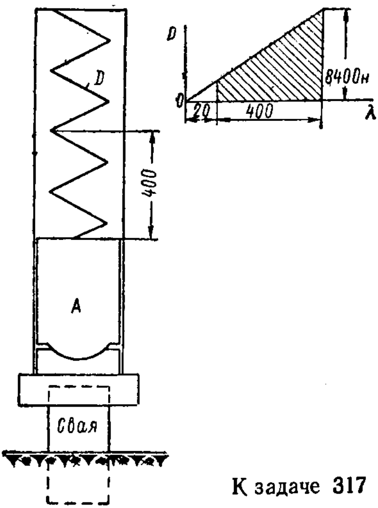
315. Водитель при торможении может регулировать величину силы трения нажатием на педаль тормоза. При экстренном торможении сила трения составляет 0,3 силы тяжести. Тормозной путь на горизонтальном участке равен 14 *м*. Определить длину тормозного пути при силе трения, равной: 1) 0,2 силы тяжести, 2) 0,1 силы тяжести и 3) 0,05 силы тяжести.

Ответ. 1) 21 *м*; 2) 42 *м*; 3) 84 *м*.

316. Определить работу сил сопротивления при подъеме скрепера массой 400 *кг* на расстояние 12 *м* по наклонной плоскости. Коэффициент трения скольжения 0,15 (см. рисунок к задаче 289).

Ответ. — 29,7 *кдж*.

317 *. В быстроходном дизельном молоте для аккумулирования энергии бойка *A* используется пружина *D*. Ход бойка 400 *мм*. Жесткость пружины 200 *н/см*. Определить работу силы упругости пружины, если предварительное поджатие ее равно 20 *мм*.



К задаче 317

Решение. До начала движения бойка усилие пружины составляло

$$200 \cdot 2 = 400 \text{ н}.$$

При подъеме боек еще сжимает пружину. График изменения силы P упругости пружины в зависимости от ее осадки λ показан на рисунке. Заштрихованная площадь соответствует энергии, запасенной пружиной за счет движения бойка. Величина этой энергии

$$\frac{400 + 8400}{2} 0{,}4 = 1760 \text{ н} \cdot \text{м} =$$

$$= 1760 \text{ дж}$$

равна работе силы упругости пружины.

318. Определить работу силы упругости пружины выталкивающего механизма при его переходе из первого положения (сплошная линия) во второе. Жесткость пружины 5 *н/см*. В положении *II* пружина не напряжена.

Ответ. 6,32 *дж*.

319. Определить работу пары сил, приводящей в движение барабан лебедки, при повороте его на 360°. Момент пары сил 150 *н·м*.

Ответ. 942 *дж*.

320. Сила прижатия тормозных колодок $Q = 100$ *н*. Определить работу торможения, приходящуюся на один оборот колеса, если коэффициент трения между поверхностями колодок и колеса равен 0,1.

Ответ. 37,7 *дж*.

321. К стальному колесу, катящемуся без скольжения по горизонтальному рельсу, приложена вертикальная нагрузка 20 *кн*. Коэффициент трения качения 0,003 *см*. Диаметр колеса 600 *мм*. Определить работу трения качения на участке пути длиной 100 *м*.

Ответ. — 200 *дж*.

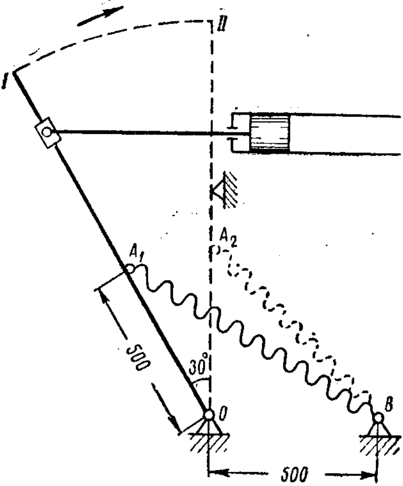
322. Определить работу движущих сил $A_{дв}$ и сил сопротивления $A_с$ при качении без скольжения катка весом 100 *н* по наклонной плоскости на расстоянии 20 *м*. $P = 80$ *н*. Коэффициент трения качения 0,01 *см*.

Ответ. $A_{дв} = 1600$ *дж*, $A_с = -1000{,}35$ *дж*.

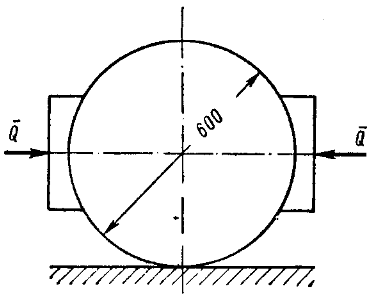
323. Определить мощность силы $P = 10$ *н* (см. рисунок к задаче 311) при скорости движения тела 6 *м/сек* и различных значениях угла α: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 90°.

Ответ. 1) 52,0 *вт*; 2) 42,4 *вт*; 3) 30,0 *вт*; 4) 0.

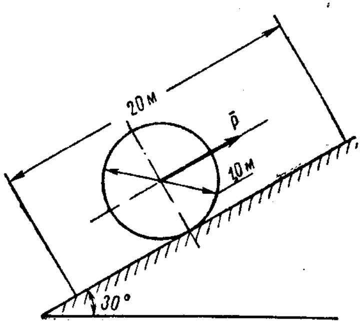
324. Для поддержания постоянной скорости 60 *км/ч* на различных участках пути сила тяги тепловоза меняется ступе-



К задаче 318



К задаче 320



К задаче 322

нями по 2 *кн* от 10 до 20 *кн*. Определить полезную мощность, развиваемую тепловозом на каждом из участков.

Ответ. Мощность меняется ступенями по 33,3 *кн·м/сек* = 33,3 *квт* = = $3{,}40 \cdot 10^3$ *кГ·м/сек.* = 45,3 *л. с.* от 227 до 453 *л. с.*

325. Как зависит мощность силы тяжести свободно падающего по вертикали тела весом P от пройденного расстояния s. Движение начинается без начальной скорости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ. $P\sqrt{2gs}$.

326. Быстроходный сваебойный молот делает 140 ударов в минуту. Масса ударной части 200 *кг*. Высота подъема ударника 400 *мм*. Определить среднюю мощность, подводимую к ударнику.

Ответ. 1,83 *квт*.

327. Сила тяги двигателей электропоезда равна $1{,}0 \cdot 10^3$ *кГ*. Поезд развивает максимальную скорость 90 *км/ч*. Как велика при этом мощность сил сопротивления?

Ответ. $-25{,}0 \cdot 10^3$ *кГ·м/сек* = —245 *квт*.

328. Определить мощность, необходимую для равномерного подъема скрепера (см. рисунок к задаче 289) весом 2,0 *кн* со скоростью 1 *м/сек*. Коэффициент трения между поверхностью скрепера и наклонной плоскостью равен 0,1.

Ответ. 1,17 *квт*.

329. В период пуска двигателя вращающий момент, приложенный к ведущему валу, изменяется по закону $M = 98{,}1\,(5 - t)$ (M, *н·м*; t, *сек*). Пуск длится 3 *сек*. Частота вращения соответственно равна: 1) 25 *об/мин* через 1 *сек* после начала пуска; 2) 44,4 *об/мин* через 2 *сек* после начала пуска и 3) 58,3 *об/мин* через 3 *сек* после начала пуска. Определить передаваемую мощность в каждый из этих моментов времени.

Ответ. 1) 1,40 *л. с.*; 2) 1,86 *л. с.*; 3) 1,63 *л. с.*

330. Вращающий момент электродвигателя в данный момент составляет 20 *н·м*, а частота вращения 970 *об/мин*. Момент сил трения в подшипниках равен 0,4 *н·м*. Определить полезную мощность двигателя.

Ответ. 2,00 *квт*.

331. Автомобиль в данный момент имеет скорость 72 *км/ч* и движется с выключенным двигателем по горизонтальной дороге. Пренебрегая проскальзыванием колес, определить мощность сил сопротивления качению. Вертикальная нагрузка, приходящаяся на одно колесо, равна 6000 *н*. Диаметр колеса 700 *мм*. Коэффициент трения качения 0,06 *см*. Чему равна мощность силы трения скольжения?

Ответ. — 206 *вт* для одного колеса. Мощность силы трения скольжения равна нулю.

332. При торможении колеса железнодорожного вагона катятся и при этом проскальзывают. Скорость вагона в рассматриваемый момент равна 18 *км/ч*, а угловая скорость колеса 10 *рад/сек*. Диаметр колеса 600 *мм*. Нагрузка, приходящаяся на одно колесо, равна 6 *кн*. Коэффициент трения скольжения 0,05. Коэффициент трения качения 0,03 *см*. Определить мощность сил сопротивления.

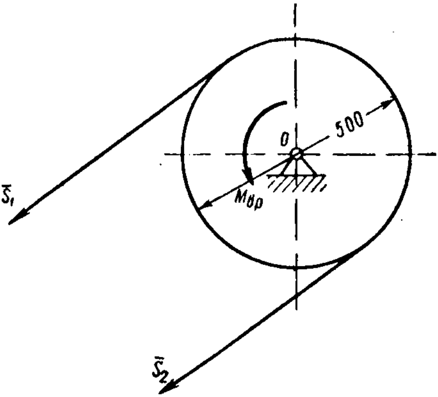
Ответ. — 618 *вт*.

333. На вал O передается вращающий момент $M_{вр} = 20$ *н·м*. Частота вращения вала 60 *об/мин*. Натяжения ветвей ремня передачи $S_1 = 200$ *н* и $S_2 = 100$ *н*. Определить мощность момента сил трения в подшипниках и к. п. д. передачи. Проскальзыванием ремня пренебречь.

Ответ. — 31,4 *вт*; 0,8.

334. Равномерный подъем груза массой 1000 *кг* на высоту 10 *м* был произведен лебедкой за 1 *мин*. Подводимая к лебедкам от двигателя мощность составляет 2,5 *л. с.* Определить к. п. д. лебедки.

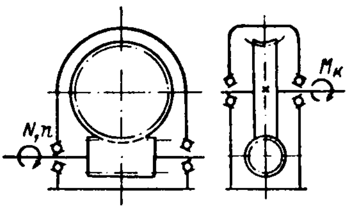
Ответ. 0,888.



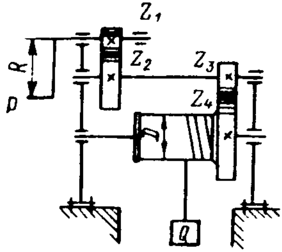
К задаче 333

335. Червячный редуктор приводится в движение от электродвигателя мощностью 4,5 *квт* при частоте вращения 2900 *об/мин*. Определить вращающий момент на валу червячного колеса, если к. п. д. червячного зацепления $\eta_ч = 0,73$, а пары подшипников $\eta_п = 0,98$. Передаточное число редуктора $i = 28$. Чему равен общий к. п. д. редуктора?

Ответ. 291 *н·м*; 0,7.



К задаче 335



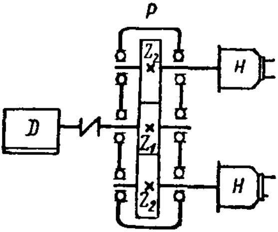
К задаче 336

336. Определить грузоподъемность лебедки, приводимой в движение моментом силы, приложенной к рукоятке, и равным 45 *н·м*. Числа зубьев колес: $z_1 = 12$; $z_2 = 42$; $z_3 = 14$ и $z_4 = 56$; диаметр барабана $D = 200$ *мм*. Коэффициенты полезного действия: пары зубчатых колес $\eta_з = 0,95$; пары подшипников $\eta_п = 0,98$; барабана $\eta_б = 0,93$.

Ответ. $Q = 4,98$ *кн*.

337. Два гидравлических насоса *H* приводятся в движение двигателем *D* через раздаточную коробку (редуктор) *P*. Числа зубьев колеса редуктора: $z_1 = 20$ и $z_2 = 23$. Вращающий момент, необходимый для привода каждого насоса, составляет $M_н = 60$ *н·м* при номинальной нагрузке и частоте вращения $n_н = 1280$ *об/мин*. Определить требуемую мощность $N_Д$ двигателя, если к. п. д. пары зубчатых колес $\eta_з = 0,96$, а пары подшипников $\eta_п = 0{,}99$. Какова частота вращения $n_Д$ вала двигателя?

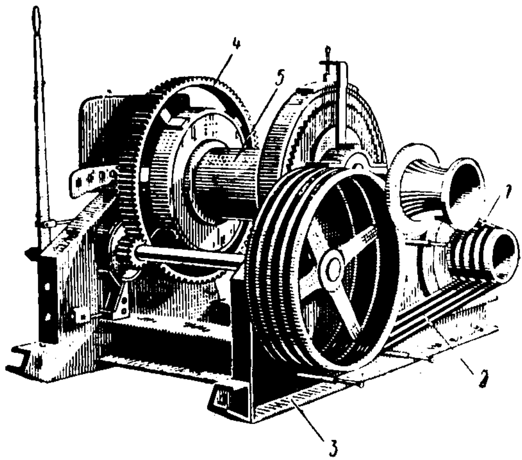
Ответ. $N_Д \approx 17{,}0$ *квт*, $n_Д = 1475$ *об/мин*.



К задаче 337

338. Составить кинематическую схему электрической лебедки и определить требуемую мощность электродвигателя *1* и его частоту вращения, если максимальное натяжение каната 12,5 *кн*; скорость наматывания каната 0,75 *м/сек*; диаметр барабана 250 *мм*; диаметр каната 13 *мм*; диаметры шкивов клиноременной передачи 90 и 360 *мм*; числа зубьев колес открытой зубчатой передачи 17 и 112. При расчете принять к. п. д. ременной передачи 0,95; зубчатой передачи 0,94 и пары подшипников 0,98.

Ответ. 11,2 *квт*; 144 *об/мин*.



К задаче 338

1 — электродвигатель; *2* — клиноременная передача; *3* — рама; *4* — открытая цилиндрическая передача; *5* — барабан

Теорема об изменении количества движения

339 *. Для изменения направления движения электровоза меняют направление тока в обмотках двигателя. При этом во время замедления сила тяги оказывается направленной в сторону, обратную движению. Вес электровоза 1,2 *Мн*. Сила тяги 6,0 *кн*. Скорость в момент начала замедления равна 7,2 *км/ч*. Определить скорость электровоза через 50 *сек* после начала замедления.

Решение.

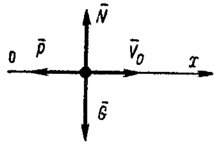
1. Рассмотрим движение электровоза. Так как он совершает поступательное движение, то можно применять уравнения движения материальной точки.

2. После освобождения от связей к точке будут приложены вес $\bar{G}$; сила тяги $\bar{P}$ и реакция связи $\bar{N}$.

3. В задаче требуется определить движение по заданным постоянным силам и времени движения. При решении второй задачи динамики, если заданы указанные величины и действующие силы постоянны, удобнее всего воспользоваться законом изменения количества движения (теоремой импульсов):

$$m\bar{v}_1 - m\bar{v}_0 = \bar{S} = \sum \bar{P}_i (t_1 - t_0),$$

где m — масса рассматриваемой точки;
t_1 — момент окончания рассмотрения движения;
t_0 — момент начала рассмотрения движения;
v_1 — скорость точки в конце рассматриваемого промежутка времени;
v_0 — скорость точки в начале рассматриваемого промежутка времени;
$\sum \bar{P}_i$ — геометрическая сумма всех сил, включая реакции связей, приложенных к рассматриваемой точке.



К задаче 339

4. В данном случае точка совершает движение по прямой, параллельной оси Ox. Поэтому надо воспользоваться теоремой об изменении количества движения в проекции на ось Ox:

$$mv_{1x} - mv_{0x} = \sum P_{ix} (t_1 - t_0).$$

Будем отсчитывать время от начала рассмотрения движения, тогда $t_0 = 0$ и

$$mv_1 - mv_0 = -Pt_1,$$

откуда

$$v_{1x} = \frac{mv_0 - Pt_1}{m} = \frac{\frac{G}{g} v_0 - Pt_1}{\frac{G}{g}}.$$

Подставив числовые значения, найдем

$$v_{1x} = \frac{\frac{1,20 \cdot 10^6}{9,81} \cdot 2 - 6,0 \cdot 10^3 \cdot 50}{\frac{1,20 \cdot 10^6}{9,81}} = -0,449 \text{ м/сек}$$

Знак минус указывает на движение точки в отрицательном направлении оси Ox, т. е. на то, что за это время направление движения электровоза изменилось на противоположное.

340. Определить, через какой промежуток времени остановится автомобиль, двигающийся со скоростью 60 *км/ч*, если при торможении развивается постоянная сила трения, равная 0,1 веса.

Ответ. 17,0 *сек.*

341. Снаряд массой 15 *кг* вылетает из ствола орудия со скоростью 1100 *м/сек.* Время его движения внутри ствола равно 0,05 *сек.* Определить среднюю силу давления пороховых газов на снаряд, считая ее постоянной. Весом снаряда по сравнению с этой силой пренебречь.

Ответ. 330 *кн.*

342. Боек ковочного молота весом 20 *кн* ударяет со скоростью 6 *м/сек* по раскаленной заготовке. Продолжительность удара 0,02 *сек.* Определить среднюю величину силы удара, считая ее постоянной и пренебрегая весом бойка. Принять, что боек после удара не отскакивает.

Ответ. 612 *кн.*

343. Пуля массой 2 *г* пробивает доску толщиной 3 *см.* Скорость пули перед доской 600 *м/сек,* после доски 200 *м/сек.* Можно считать, что при пробивании доски скорость пули меняется во времени по линейному закону. Определить среднюю величину силы взаимодействия, считая ее постоянной.

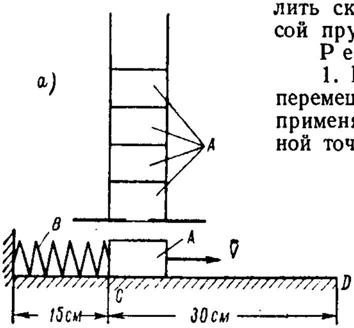
Ответ. 10,7 *кн.*

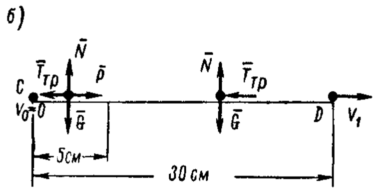
Теорема об изменении кинетической энергии

344 *. Детали *A* при движении по конвейеру проходят участок *CD* (рис. *а*). При их попадании в точку *C* освобождается пружина *B*, приводящая деталь в движение. Вес детали равен 6 *н.* Жесткость пружины 200 *н/м.* Длина пружины в свободном состоянии 20 *см*, в сжатом 15 *см.* Коэффициент трения между поверхностями стола и детали 0,1. Определить скорость детали в положении *D*. Массой пружины пренебречь.

Решение.

1. Рассмотрим движение детали *A*. Она перемещается поступательно, поэтому можно применять уравнения движения материальной точки.





К задаче 344

2. На рис. *б* деталь показана после освобождения от связей. Здесь надо различать два случая. Пока пружина полностью не распрямилась, ее действие на деталь представлено силой *P*. Взаимодействие со столом заменено реакциями $\overline{N}$ и $\overline{T}_{\text{тр}}$. Во втором случае деталь с пружиной не взаимодействует, поэтому приложены только силы (реакции) $\overline{N}$ и $\overline{T}_{\text{тр}}$.

3. В задаче требуется найти скорость точки по заданным силам и пройденным расстояниям. Эти величины связаны между собой в теореме об изменении кинетической энергии

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum A_i,$$

где m — масса рассматриваемой точки;

v_1 — скорость точки в конце рассматриваемого участка;

v_0 — скорость точки в начале рассматриваемого участка;

A_i — работа i-й силы, приложенной к точке при перемещении из начального положения в конечное.

4. За начальное положение примем положение C (рис. б), за конечное — положение D. В начальном положении деталь не двигалась, поэтому $v_0 = 0$ и

$$\frac{mv_1^2}{2} = \sum A_i.$$

Вычислим работу приложенных к точке сил. Силы $\bar{N}$ и $\bar{G}$ работы не производят, так как они перпендикулярны к направлению перемещения детали. Сила трения $\bar{T}_{тр}$ постоянна и направлена в сторону, обратную перемещению. Ее работа

$$-T_{тр} \cdot CD = -N \cdot f \cdot CD = -G \cdot f \cdot CD = -6 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}3 = -0{,}18 \; н \cdot м$$

($N = G$ из-за отсутствия движения в направлении оси Oy).

Сила упругости пружины P совершает положительную работу. Так как в конечном положении пружина не деформирована, то ее работа определяется по формуле

$$\frac{cx^2_{max}}{2} = \frac{200 \cdot 0{,}05^2}{2} = 0{,}25 \; н \cdot м,$$

где $x_{max} = 5$ *см* $= 0{,}05$ *м* — изменение длины (высоты) пружины, отсчитываемое от недеформированного состояния.

Подставив эти значения в выражение теоремы кинетической энергии, найдем

$$\frac{Gv_1^2}{2g} = \frac{cx^2_{max}}{2} - Gf \cdot CD,$$

или

$$\frac{6 \cdot v_1^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}25 - 0{,}18$$

и

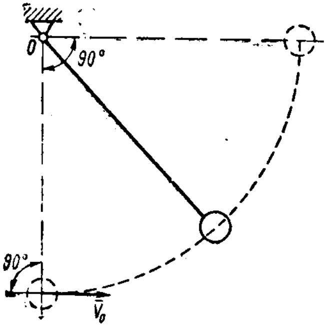
$$v_1 = \sqrt{\frac{0{,}07}{0{,}306}} = 0{,}477 \; м/сек.$$

345. В конце спуска с сортировочной горки вагон весом 260 *кн* получил скорость 0,6 *м/сек*. Для остановки вагона под колеса были подложены тормозные башмаки так, что колеса заклинивались. При этом вагон прошел по горизонтальному пути до остановки 14 *м*. Определить величину силы трения, возникшей при торможении, считая ее постоянной.

Ответ. 340 *н*.

346. Тяжелый шарик, размерами которого можно пренебречь, подвешен на гибкой нерастяжимой нити длиной 0,6 *м*. Какую скорость надо сообщить шарику, чтобы нить поднялась до горизонтального положения?

Ответ. 3,43 *м/сек*.



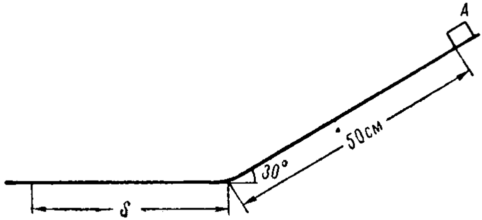
К задаче 346

347. Брус, который можно считать материальной точкой, отпускают скользить без начальной скорости из положения A. Коэффициент трения между поверхностями бруса и плоскости равен 0,2. Определить расстояние, которое пройдет брус по горизонтальной плоскости до остановки. В точке перелома профиля имеется скругление.

Ответ. 81,7 *см*.

348. Длина ствола винтовки 500 *мм*. Пуля массой 2 *г* вылетает из ствола со скоростью 800 *м/сек*. Как велика средняя сила давления пороховых газов на пулю?

Ответ. 1,28 *кн*.



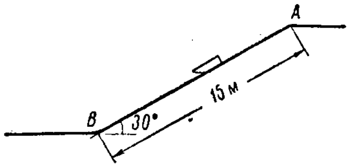
К задаче 347

349. Поезд массой 2000 *т* движется на прямолинейном участке пути со скоростью 54 *км/ч*. Тормозной путь составляет 600 *м*. Определить время торможения и силу торможения, считая ее постоянной.

Ответ. 80 *сек*; 375 *кн*.

350. Сани скатываются с ледяной горки длиной 15 *м*. Определить скорость саней в конце спуска B и время движения по горке. Коэффициент трения принять равным 0,1.

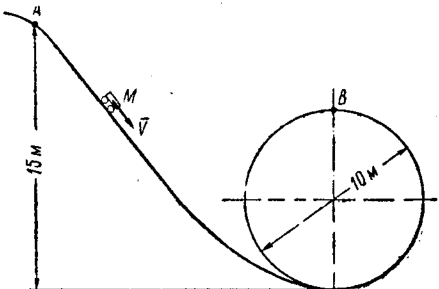
Ответ. 11,0 *м/сек*; 2,71 *сек*.



К задаче 350

351. Тележку M массой 80 *кг* отпускают без начальной скорости из точки A. Определить силу ее давления на рельсы в верхней точке B петли. Трением пренебречь. Тележку считать материальной точкой.

Ответ. 785 *н*.



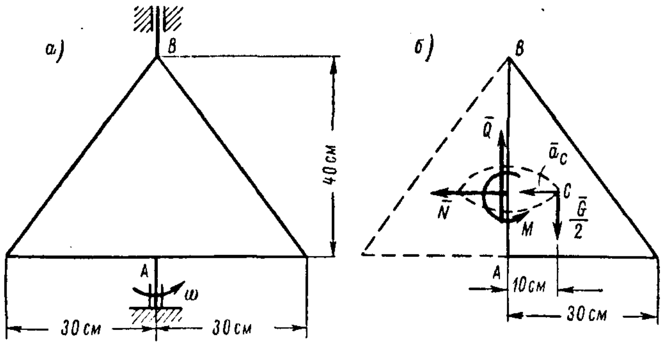
К задаче 351

§ 12. Динамика системы материальных точек

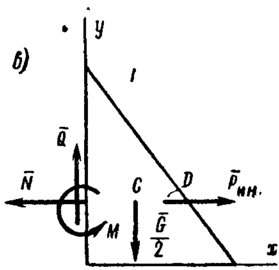
Метод кинетостатики

352 *. Однородная треугольная пластинка массой 2 *кг* (рис. *а*) вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 100$ *рад/еек*. Определить силу, растягивающую пластинку по сечению AB.

Р е ш е н и е. 1. Требуется определить внутреннюю силу в сечении AB. Для этого надо рассмотреть движение одной из половин пластинки, например правой.



2. Связью для правой половины пластинки будет левая половина. Она препятствует любому поступательному и вращательному движению рассматриваемой правой части. Поэтому ее действие следует заменить силой, которую удобно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие $\overline{N}$ и $\overline{Q}$, и парой сил с моментом M (рис. *б*). Активной силой является вес половины пластинки $\frac{\overline{G}}{2}$. Пластинка участвует во вращательном движении. Любая ее точка и центр тяжести половины пластинки C движутся равномерно по окружности. Ускорения точек в таком движении направлены к оси вращения AB.



К задаче 352

3. В задаче задано движение системы, требуется определить силы. В этом случае удобно воспользоваться методом кинетостатики.

4. Рассматриваемая половина пластинки представляет собой бесконечное множество материальных точек. Каждая из этих точек имеет ускорение. Величину равнодействующей $P_{ин}$ сил инерции всех точек можно найти простым путем, пригодным для всех случаев движения. А именно

$$P_{ин} = ma_C,$$

где m — масса рассматриваемой системы материальных точек;

a_G — ускорение центра тяжести этой системы.

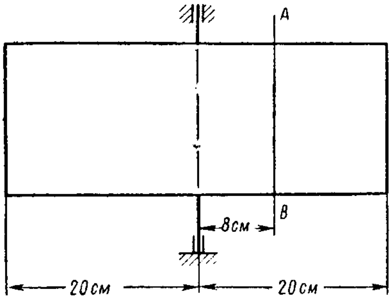
Вектор $\overline{P}_{ин}$ направлен в сторону, обратную ускорению центра тяжести. В некоторых задачах точка приложения этого вектора не играет роли. Такие задачи и будем рассматривать, показывая вектор $\overline{P}_{ин}$ условно приложенным в произвольной точке D (рис. *в*) параллельно линии действия вектора $\overline{a}_G$.

В нашей задаче масса системы равна 1 *кг* — половине массы пластинки; ускорение центра тяжести

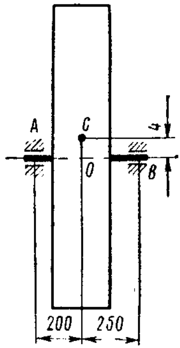
$$a_G = \omega^2 x_G = 100^2 \cdot 0,1 = 1000 \ м/сек^2;$$

главный вектор сил инерции

$$P_{ин} = ma_G = 1 \cdot 1000 = 1,0 \ кн.$$



К задаче 353



К задаче 354

Проектируя все силы, приложенные к рассматриваемой системе (рис. *в*), на ось Ox, найдем растягивающую силу

$$\sum P_{ix} = 0; \quad P_{ин} - N = 0,$$

откуда

$$N = P_{ин} = 1,0 \ кн.$$

353. Однородная пластина массой 10 *кг* вращается равномерно вокруг вертикальной оси с частотой вращения 400 *об/мин*. Определить растягивающую силу в сечении AB.

Ответ. 737 *н*.

354. Частота вращения маховика массой 1200 *кг* вокруг горизонтальной оси составляет 850 *об/мин*. Вследствие неточного изготовления центр тяжести C маховика оказался смещенным от оси вращения на 4 *мм*. Определить силы динамического давления на подшипники A и B.

Ответ. $R_A = 21,1$ *кн*; $R_B = 16,9$ *кн*.

Теорема об изменении количества движения

355*. При трогании с места автомобиль развил скорость 9 *км/ч* за 4 *сек*. Определить величину силы тяги, считая ее постоянной. Масса автомобиля 1100 *кг*. Все четыре колеса автомобиля ведущие.

Решение. Рассмотрим движение автомобиля. Связью для него является Земля. Отбрасываем связь и заменяем ее действие реакциями $\overline{N}_1$, $\overline{N}_2$, $\overline{T}_1$, $\overline{T}_2$. Величина равнодействующей сил трения

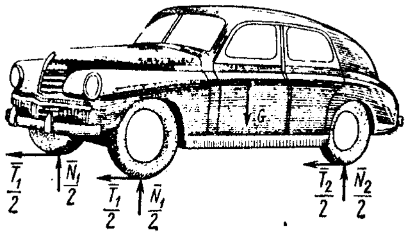
$$\overline{T}_{\text{тр}} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2.$$

Эта сила определяет горизонтальное движение автомобиля. Ее требуется найти по условию задачи. Изменение скорости, время и действующие силы связаны в законе изменения количества движения. Для данного случая прямолинейного движения

$$m(v_2 - v_1) = T_{\text{тр}}t,$$

где m — масса автомобиля;

v_1 и v_2 — скорость автомобиля в начале и в конце рассматриваемого промежутка времени t.



К задаче 355

Отсюда

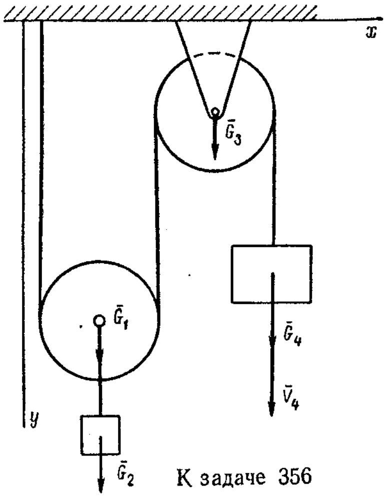
$$T_{\text{тр}} = \frac{m(v_2 - v_1)}{t} =$$

$$= \frac{1100\,(2{,}5 - 0)}{4} = 688 \text{ н}.$$

356. Вычислить количество движения для следующих систем материальных точек:

1) сани массой 98 *кг*, имеющие в данный момент скорость 3 *м/сек*;

2) колесо, плоскость которого перпендикулярна к оси вращения, а центр тяжести смещен от оси на 0,5 *см*; вес колеса 100 *н*; угловая скорость 150 *рад/сек*;



К задаче 356

3) механизм, с помощью которого (см. рисунок) один из грузов движется со скоростью $v_4 = 4$ *м/сек*; диаметры блоков одинаковые; $G_1 = 10$ *н*; $G_2 = 10$ *н*; $G_3 = 20$ *н*; $G_4 = 20$ *н*; весом веревки пренебречь;

4) тележка весом 180 *н* на четырех колесах весом по 5 *н* каждое, двигающаяся со скоростью 7,2 *км/ч*;

5) ящик весом 6 *кн*, перекатывающийся на двух цилиндрических катках; вес каждого катка 100 *н*, скорость ящика 0,2 *м/сек*; проскальзыванием катков по земле и поверхности ящика пренебречь;

6) колесо массой 50 *кг*, частота вращения которого 100 *об/мин* вокруг оси, проходящей через центр тяжести.

Ответ. 1) 294 *кг·м/сек*; 2) 1,15 *кн·сек*; 3) 4,08 *н·сек*; 4) 40,8 *н·сек*; 5) 124 *н·сек*; 6) 0.

357. Автомобиль двигался со скоростью 54 *км/ч*. При резком торможении колеса автомобиля заклинились. Коэффициент трения между поверхностью дороги и колесами автомобиля 0,4. Определить время торможения.

Ответ. 3,82 *сек*.

358. На железнодорожном пути стоял вагон массой 72 *т*. К нему подкатился со скоростью 1 *м/сек* вагон массой 26 *т*, пущенный с сортировочной горки. При соударении вагоны сцепились. Определить их совместную скорость, пренебрегая импульсом сил трения.

Ответ. 0,265 *м/сек*.

359. Стоящий на коньках человек снимает с себя пальто и бросает его вперед со скоростью 3 *м/сек* по отношению к Земле. Масса пальто 5 *кг*, масса человека 70 *кг*. Определить скорость человека, пренебрегая трением.

Ответ. — 0,214 *м/сек*.

360. Человек массой 85 *кг* прыгает с носа неподвижной лодки на берег. Скорость его по отношению к лодке 3 *м/сек*. Масса лодки 50 *кг*. Пренебрегая силами сопротивления, определить скорость лодки по отношению к Земле.

Ответ. — 1,89 *м/сек*.

Теорема об изменении кинетической энергии

361*. При движении аэросаней на подъеме их скорость уменьшается с 60 до 30 *км/ч* на протяжении 600 *м*. Масса аэросаней 1200 *кг*. Сила тяги, образованная вращением воздушного винта с постоянной скоростью, остается постоянной. Коэффициент трения равен 0,1. Определить силу тяги.

Решение.

1. Чтобы определить величину $\overline{P}$ силы тяги, надо рассмотреть движение аэросаней, к которым эта сила приложена.

2. Связью является поверхность Земли. Освободившись от связи, заменим ее действие нормальной реакцией $\overline{N}$ и силой трения $\overline{T}_{тр}$.

3. Требуется определить одну из сил, приложенных к рассматриваемой системе, по известному изменению скорости и пройденному расстоянию. Эти величины связаны между собой в теореме об изменении кинетической энергии системы

$$E - E_0 = \sum A_i,$$

где E — кинетическая энергия системы в конце рассматриваемого участка движения;

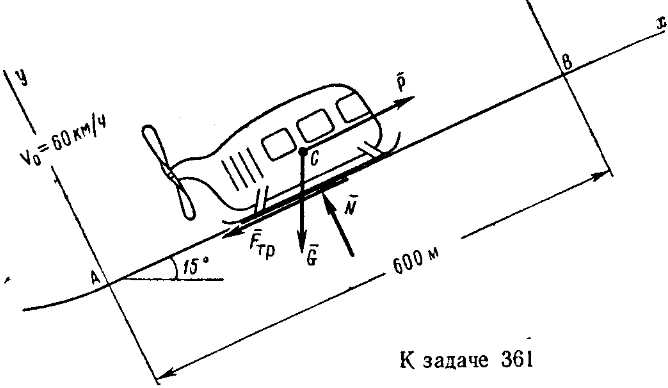
E_0 — кинетическая энергия системы в начале рассматриваемого участка движения;

$\sum A_i$ — сумма работ всех внутренних и внешних сил, приложенных к рассматриваемой системе, при перемещении из начального положения в конечное.

Кинетическая энергия рассматриваемой системы складывается из кинетической энергии поступательно движущегося корпуса и кинетической энергии движущихся частей двигателя. Энергия двигателя не изменяется, так как он работает в одном режиме, следовательно, уменьшение кинетической энергии происходит за счет поступательно-движущегося корпуса аэросаней. Поэтому кинетическую энергию винта и других движущихся частей двигателя определять не будем.

На корпус аэросаней действуют четыре силы. Нормальная составляющая реакции $\overline{N}$ работы не производит, так как она перпендикулярна к перемещению, остальные силы производят работу. Силы $\overline{G}$ и $\overline{T}_{тр}$ — силы сопротивления движению, поэтому их работа отрицательна:

$$\frac{Gv^2}{2g} - \frac{Gv_0^2}{2g} = P \cdot AB - G \cdot AB \cdot \sin 15° - T_{тр} \cdot AB.$$



К задаче 361

Так как в направлении, перпендикулярном к AB, движения не происходит, величину реакции N можно найти из уравнения равновесия

$$\sum P_{iy} = 0;$$

$$N = G \cos 15° = 1200 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}966 = 11{,}4 \text{ кн}.$$

Выразим все необходимые величины в одних единицах:

$$v = 30 \text{ км/ч} = (30 : 3{,}6) \text{ м/сек} = 8{,}33 \text{ м/сек};$$

$$v_0 = 60 \text{ км/ч} = (60 : 3{,}6) \text{ м/сек} = 16{,}7 \text{ м/сек}.$$

Теперь можно подставить числовые значения в выражение теоремы кинетической энергии:

$$\frac{1200\,(8{,}33^2 - 16{,}7^2)}{2} = 600P - 1200 \times$$

$$\times\, 9{,}81 \cdot 600 \cdot 0{,}259 - 0{,}1 \cdot 11{,}4 \cdot 600 \cdot 10^3,$$

откуда

$$P = 4{,}4 \text{ кн}.$$

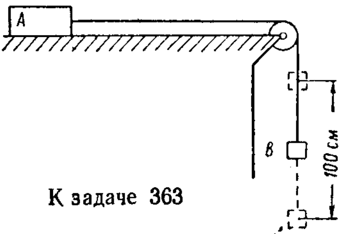
362. Автомобиль массой 800 *кг* при трогании с места развил скорость 54 *км/ч* на протяжении 150 *м*. Пренебрегая сопротивлениями движению, определить величину силы тяги, считая ее постоянной.

Из общей массы автомобиля 120 *кг* приходятся на четыре его колеса. Колеса считать однородными дисками. Движение происходит на горизонтальной площадке.

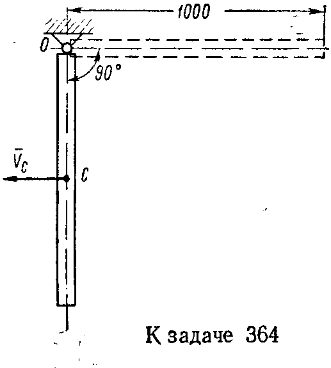
Ответ. 660 *н*.

363. Два груза соединены между собой веревкой, перекинутой через блок. Масса груза *A* равна 5 *кг*, масса груза *B* равна 2 *кг*. Коэффициент трения между поверхностями скольжения 0,3. Движение системы начинается из состояния покоя. Определить скорость груза *B* после того, как он опустится на 100 *см*. Массами веревки и блока пренебречь.

Ответ. 1,18 *м/сек*.



К задаче 363

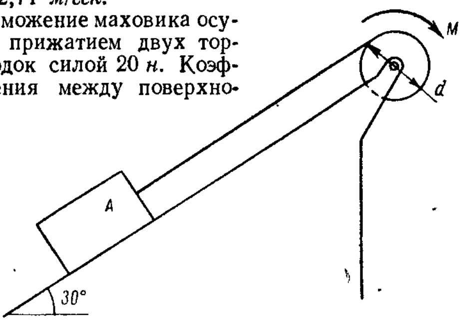


К задаче 364

364. Однородный стержень отпускают из горизонтального положения без начальной скорости. Определить скорость центра тяжести *C* стержня в момент прохождения им вертикального положения.

Ответ. 2,71 *м/сек*.

365. Торможение маховика осуществляется прижатием двух тормозных колодок силой 20 *н*. Коэффициент трения между поверхностями колодок и маховика равен 0,1. Определить, сколько оборотов до остановки сделает маховик, первоначально вращающийся с угловой скоростью 10 *рад/сек*. Маховик считать однородным диском. Вес его 500 *н*, диаметр 600 *мм*.



К задаче 366

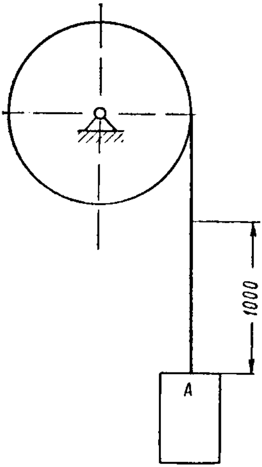
Ответ. 15,9 *оборота*.

366. Равномерный подъем груза *A* массой 400 *кг* осуществляется с помощью лебедки. Диаметр барабана лебедки $d = 600$ *мм*. Коэффициент трения между поверхностями груза и плоскости равен 0,25. Определить величину вращающего момента.

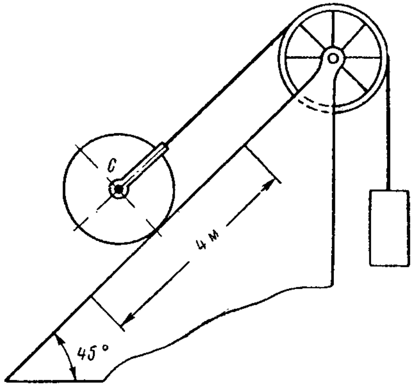
Ответ. 844 *н·м*.

367. Груз A массой 200 *кг* удерживается веревкой, намотанной на барабан лебедки. Масса барабана 60 *кг*. Из-за неисправности тормозного устройства первоначально покоившийся груз начинает опускаться. Определить скорость груза после того, как он опустится на 1 *м*. Массой веревки и силами сопротивления пренебречь. Барабан считать однородным диском.

Ответ. 4,13 *м/сек.*



К задаче 367



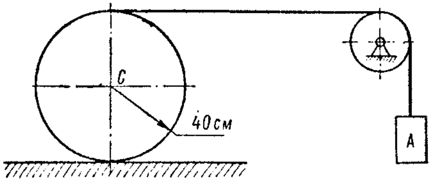
К задаче 369

368. Систему, показанную на рисунке к задаче 356, удерживают внешними силами, не показанными на чертеже. С некоторого момента времени система может свободно двигаться. Определить скорость груза G после того, как он опустится на 1 *м*. Блоки считать однородными дисками. Массой веревки пренебречь. $G_1 = 10$ *н*; $G_2 = 10$ *н*; $G_3 = 20$ *н*; $G_4 = 20$ *н*.

Ответ. 2,33 *м/сек.*

369. Какую скорость приобретает центр C катка массой 100 *кг* после того, как он переместится вдоль наклонной плоскости на 4 *м* из состояния покоя? Каток считать однородным цилиндром. Блок массой 20 *кг* считать однородным тонким кольцом. Масса груза 170,7 *кг*. Массой веревки и силами сопротивления пренебречь.

Ответ. 4,86 *м/сек.*



К задаче 370

370. Однородный цилиндр C массой 500 *кг* приводится в движение из состояния покоя грузом A массой 10 *кг* с помощью невесомой веревки, перекинутой через невесомый блок. Коэффициент трения качения равен 0,1 *см*. Определить, какую скорость приобретает груз A, опустившись на 1 *м*. При какой массе груза A движение будет равномерным? Скольжением пренебречь.

Ответ. 0,965 *м/сек*; 0,625 *кг*.

371 *. Автомобиль весом 40 *кн* движется со скоростью 54 *км/ч*. При этом двигатель автомобиля развивает мощность 75 *квт*; к. п. д. трансмиссии 72%. Определить, какой путь пройдет автомобиль после выключения двигателя и через сколько времени он остановится, если сопротивление движению остается неизменным.

Решение. В период установившегося движения автомобиля со скоростью $v = 54$ *км/ч* $= 15$ *м/сек* мощность движущих сил (мощность двигателя $N_д = 75$ *квт*) равна сумме мощностей всех сопротивлений движению. Если силу сопротивления движению, принятую по условию постоянной, обозначить P, то при к. п. д. трансмиссии $\eta = 0{,}72$ ее можно найти из выражения

$$N_д = \frac{Pv}{\eta},$$

откуда

$$P = \frac{\eta N_д}{v} = \frac{0{,}72 \cdot 75 \cdot 10^3}{15} = 3{,}60 \text{ кн}.$$

В период торможения автомобиля его начальная скорость $v_0 = 15$ *м/сек*, а конечная равна нулю. Уравнение движения для этого периода

$$\frac{mv_0^2}{2} = A_{сопр} = Ps,$$

где $A_{сопр}$ — работа сил сопротивления на пути s до остановки автомобиля.

При весе автомобиля $G = 40$ *кн* его масса

$$m = \frac{G}{g} = \frac{40 \cdot 10^3}{9{,}81} = 4{,}08 \cdot 10^3 \text{ кг},$$

тогда

$$s = \frac{mv_0^2}{2P} = \frac{4{,}08 \cdot 10^3 \cdot 15^2}{2 \cdot 3{,}60 \cdot 10^3} = 128 \text{ м}.$$

Так как силы сопротивления постоянны, то движение автомобиля в период остановки равнозамедленное. Время от начала торможения до остановки определяется из формулы

$$s = \frac{v_1 + v_0}{2} t = \frac{v_0}{2} t,$$

откуда

$$t = \frac{2s}{v_0} = \frac{2 \cdot 128}{15} = 17{,}1 \text{ сек}.$$

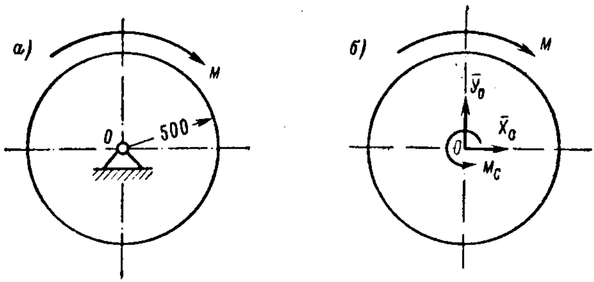
Основное уравнение динамики для вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси

372 *. В период пуска электродвигателя его ротор вращается под действием постоянного момента $M = 10$ *н·м* (рис. *а*). В подшипниках возникает момент сил трения, равный 0,5 *н·м*. Вес ротора 100 *н*; его можно считать однородным цилиндром. Определить, сколько оборотов сделает ротор за 4 *сек* после пуска и найти его частоту вращения или угловую скорость в конце 4-й секунды.

Решение.

1. Рассмотрим движение ротора электродвигателя.

2. Связью для ротора является вал, укрепленный в подшипниках. Отбросив подшипники, получим свободное тело и рассмотрим его движение (рис. *б*). Действие связи заменяем реакцией, которая представлена двумя составляющими: $\overline{X}_O$ и $\overline{Y}_O$*, и парой сил трения, момент которой обозначен M_C. Активной нагрузкой, приложенной к ротору, является пара сил с моментом M.



К задаче 372

3. Рассматриваемое тело совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, поэтому удобно воспользоваться основным уравнением динамики для вращательного движения.

4. Записываем его

$$J\varepsilon = M_{\text{вр}},$$

где J — момент инерции вращающегося тела относительно оси вращения;

ε — угловое ускорение;

$M_{\text{вр}}$ — момент всех внешних сил, приложенных к системе, относительно оси вращения.

Ротор можно считать однородным цилиндром, поэтому

$$J = \frac{Pr^2}{2g} = \frac{100 \cdot 0{,}5^2}{2 \cdot 9{,}81} = 1{,}27 \ \textit{кг} \cdot \textit{м}^2.$$

Момент внешних сил относительно оси вращения

$$M_{\text{вр}} = M - M_c = 10{,}0 - 0{,}5 = 9{,}5 \ \textit{н} \cdot \textit{м}.$$

Определяем угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{M_{\text{вр}}}{J} = \frac{9{,}5}{1{,}27} = 7{,}48 \ \textit{рад/сек}^2.$$

---

* Здесь $\overline{X}_O$ и $\overline{Y}_O$ — равнодействующие составляющих реакций обоих подшипников вала ротора.

Угловое ускорение оказалось постоянным. Это значит, что движение ротора равноускоренное. Как было установлено в кинематике, все характеристики такого движения определяются из соотношений

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

В нашем случае движение началось из состояния покоя, поэтому $\omega_0 = 0$. Угол поворота будем отсчитывать от начального положения ротора, тогда $\varphi_0 = 0$. Через 4 *сек* после начала движения ротор повернется на угол

$$\varphi = \varepsilon \frac{t^2}{2} = \frac{7{,}48 \cdot 4^2}{2} = 59{,}8 \textit{ рад},$$

или на

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{59{,}8}{6{,}28} = 9{,}52 \textit{ оборота}.$$

Угловая скорость к этому моменту достигнет величины

$$\omega = \varepsilon t = 7{,}48 \cdot 4 = 29{,}9 \textit{ рад/сек}.$$

Частота вращения

$$n = \frac{30\omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 29{,}9}{3{,}14} = 286 \textit{ об/мин}.$$

373. Момент инерции вращающихся частей машины составляет $53 \cdot 10^4$ *кг·м²*, их частота вращения 100 *об/мин*. Определить тормозной момент, необходимый для остановки машины в течение 5 *мин*, если момент сопротивления движению машины 8,60 *кн·м*.

Ответ. 9,90 *кн·м*.

374. Определить время разгона машины до достижения частоты вращения 300 *об/мин*, если электродвигатель в период разгона развивает постоянный момент 420 *н·м*. Момент сил сопротивления равен 120 *н·м*, момент инерции всех вращающихся частей машины и ротора двигателя, приведенный к его валу, составляет 11,8 *кг·м²*.

Ответ. 1,25 *сек*.

375. Определить, за какое время частота вращения маховика изменится с 200 до 300 *об/мин*, если к нему приложен постоянный вращающий момент, равный 5 *н·м*. Вес маховика 980 *н*, радиус 0,5 *м*. Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу.

Ответ. 52,4 *сек*.

376. С барабана, сделанного в виде сплошного однородного цилиндра и укрепленного на неподвижной оси, разматывают нить. Нить тянут с постоянной силой $P = 0{,}981$ *н*. Масса барабана 5 *кг*. Через какое время после начала движения будет размотано 200 *м* нити? Массой нити и сопротивлениями движению пренебречь.

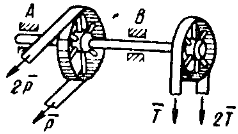
Ответ. 31,9 *сек*.

377. Для передачи вращательного движения используется трансмиссионный вал. До включения в работу станка вал вращался равномерно с частотой вращения 180 *об/мин*. После включения станка натяжения ветвей стали равными $P = 1{,}16$ *кн* и $T = 2{,}00$ *кн*. Вес большего шкива 250 *н*, диаметр 500 *мм*. Вес меньшего шкива 150 *н*, диаметр 300 *мм*. Можно считать, что масса шкивов равномерно распреде-

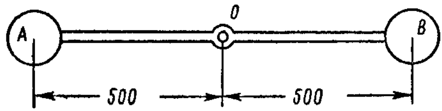
лена по ободу. Пренебрегая силами трения и массой ремня, определить, в течение какого времени частота вращения уменьшится до 120 *об/мин*.

Ответ. 1,22 *сек*.

378. Одна из частей регулятора состоит из стержня массой 3 *кг*, на концах которого укреплены шары *A* и *B* массой по 2 *кг* каждый. Эта система вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси *O*. В течение 30 *сек* частота вращения системы изменяется со



К задаче 377



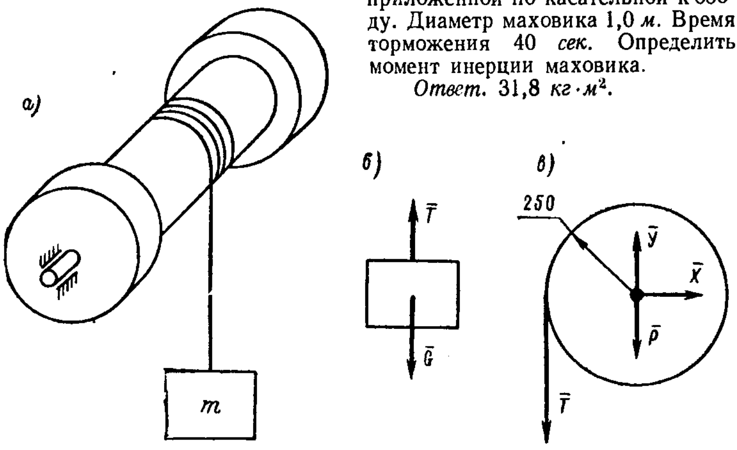
К задаче 378

150 до 240 *об/мин*. Определить величину вращающего момента, приложенного к системе. Шары считать точечными массами, а стержень имеющим длину 1000 *мм*.

Ответ. 0,393 *н·м*.

379. Маховое колесо с первоначальной частотой вращения 1200 *об/мин* остановлено постоянной силой трения, равной 200 *н* и приложенной по касательной к ободу. Диаметр маховика 1,0 *м*. Время торможения 40 *сек*. Определить момент инерции маховика.

Ответ. 31,8 *кг·м*^{2}.



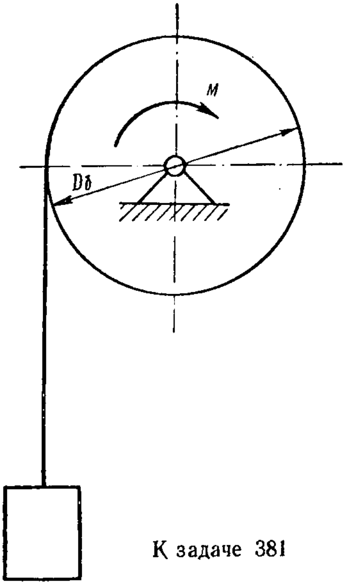
К задаче 380

380*. Вследствие неисправности тормозного устройства лебедки груз массой 600 *кг* начал опускаться, приводя во вращение барабан лебедки (рис. *а*). Радиус инерции барабана $\rho = 0,5$ *м*. Масса барабана 120 *кг*. Определить ускорение груза и натяжение каната. Весом каната и действием сил сопротивления движению пренебречь.

Решение.

1. Чтобы определить натяжение каната, его надо мысленно разрезать. Тогда эта сила будет внешней и ее можно определить из рассмотрения движения какого-либо тела, например груза (рис. *б*). Но

в условии задачи требуется определить две величины: натяжение каната и ускорение груза. Поэтому рассмотрим еще движение барабана (рис. *в*). Движение груза поступательное прямолинейное, а барабана — вращение вокруг неподвижной оси. Для каждого из этих движений можно составить по одному уравнению — всего два. Неизвестны также две величины.



К задаче 381

2. Связью для груза является канат. Для барабана лебедки связи — подшипники, реакции которых $\overline{Y}$ и $\overline{X}$, и канат, реакция которого $\overline{T}$.

3. Груз совершает поступательное прямолинейное движение. Этому движению соответствует уравнение

$$m\bar{a} = \sum \overline{P}_i.$$

Движение барабана определяется основным уравнением вращательного движения

$$J\varepsilon = M_{\text{вр}}.$$

В нашем случае эти уравнения принимают вид

$$ma = G - T \text{ и } J\varepsilon = Tr.$$

В полученную систему уравнений входят две неизвестные величины a и T. Решаем ее

$$J\varepsilon = (G - ma)\, r.$$

Вспомнив, что угловое ускорение тела связано с касательным ускорением точки на ободе соотношением $\varepsilon = \frac{a}{r}$, получим

$$J\frac{a}{r} = (G - ma)\, r$$

или

$$a = \frac{G}{m + \frac{J}{r^2}} = \frac{mg}{m + \frac{J}{r^2}} = \frac{g}{1 + \frac{m_\sigma}{m}\frac{\rho^2}{r^2}} =$$

$$= \frac{9{,}81}{1 + \frac{120}{600}\left(\frac{0{,}5}{0{,}22}\right)^2} = \frac{9{,}81}{1{,}8} = 5{,}45 \text{ м/сек}^2.$$

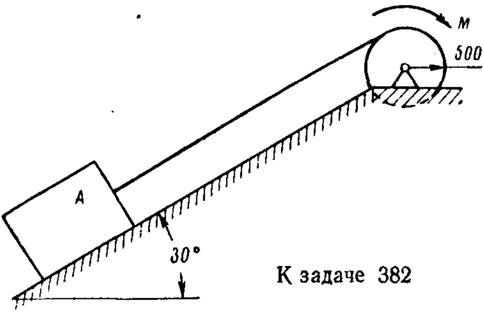
Теперь можно определить натяжение каната

$$T = G - ma = m(g - a) =$$

$$= 600\,(9{,}81 - 5{,}45) = 2{,}62 \cdot 10^3 \text{ н} = 2{,}62 \text{ кн}.$$

381. Подъем груза массой 1000 *кг* осуществляется лебедкой. Масса барабана лебедки 400 *кг*, диаметр его $D_б = 1{,}0$ *м*. Вращающий момент M, приложенный к барабану лебедки, равен 6870 *н·м*. Определить натяжение каната, пренебрегая его весом. Барабан лебедки считать однородным цилиндром.

Ответ. 13,1 *кн*.



К задаче 382

382. Груз A массой 2000 *кг* поднимают по наклонной плоскости с помощью лебедки. Коэффициент трения между поверхностями скольжения равен 0,15. Масса барабана лебедки 600 *кг*, его радиус инерции 0,5 *м*. Вращающий момент $M = 7330$ *н·м*. Определить натяжение каната, пренебрегая его весом.

Ответ. 14,4 *кн*.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$c = d_0/d$ — отношение внутреннего диаметра кольцевого сечения к наружному
d — диаметр поперечного сечения
E — модуль продольной упругости
F — площадь поперечного сечения бруса
G — модуль сдвига
Q — вес (сила тяжести)
h, b — размеры прямоугольного поперечного сечения бруса
l — длина, пролет
m — внешний момент
N — мощность
n — коэффициент запаса прочности (расчетный)
$[n]$ — то же требуемый (заданный или нормативный)
q — интенсивность распределенной нагрузки
α — коэффициент линейного расширения
γ — удельный вес (удельная сила тяжести)
μ — коэффициент Пуассона

σ — нормальное напряжение
σ_1, σ_2, σ_3 — главные напряжения в рассматриваемой точке, при этом $\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3$
$[\sigma]$ — допускаемое нормальное напряжение
$[\sigma_р]$ — допускаемое напряжение при растяжении
$[\sigma_с]$ — то же при сжатии
$\sigma_{пч}$ — предел прочности
$\sigma_{пчр}$ — предел прочности при растяжении
$\sigma_{пчс}$ — то же при сжатии
$\sigma_т$ — предел текучести
$\sigma_{0,2}$ — условный предел текучести
$\sigma_{пц}$ — предел пропорциональности
τ — касательное напряжение
$[\tau]$ — допускаемое касательное напряжение
$[\tau_к]$ — допускаемое касательное напряжение при кручении
$[\tau_{ср}]$ — то же при срезе

ОБЩИЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ВСЕХ ЗАДАЧ

Модуль продольной упругости, $н/мм^2$:
стали . . . . $E = 2{,}0 \cdot 10^5$
меди . . . . $E = 1{,}0 \cdot 10^5$
алюминия и дюралюминия . . . . $E = 0{,}7 \cdot 10^5$
бронзы . . . . $E = 1{,}3 \cdot 10^5$
чугуна . . . . $E = 1{,}5 \cdot 10^5$
дерева вдоль волокон . . . . $E = 1{,}0 \cdot 10^4$
Модуль сдвига для стали, $н/мм^2$ . . . . $G = 8{,}0 \cdot 10^4$
Температурный коэффициент линейного расширения:
стали . . . . $\alpha = 12{,}5 \cdot 10^{-6}$
меди . . . . $\alpha = 16{,}5 \cdot 10^{-6}$
алюминия . . . . $\alpha = 22{,}5 \cdot 10^{-6}$
бронзы . . . . $\alpha = 17{,}5 \cdot 10^{-6}$
чугуна . . . . $\alpha = 10{,}4 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент Пуассона для стали . . . . $\mu = 0{,}3$
Удельный вес (удельная сила тяжести стали) . . . . $\gamma = 78{,}5$ $кн/м^3$
Ускорение свободного падения . . . . $g = 9{,}81$ $м/сек^2$

ГЛАВА 4

РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

N, N_{I}, N_{II} — продольная сила в поперечном сечении бруса (стержня)
Δl — удлинение (укорочение) бруса
Δ — зазор
ε — линейная деформация
ε_x, ε_y, ε_z — деформации в направлении напряжений σ_x, σ_y, σ_z
δ — перемещение поперечного сечения растягиваемого (сжимаемого) бруса

§ 13. Вычисление усилий, напряжений в поперечных сечениях и перемещений в статически определимых системах

1 *. Для заданного стального бруса (рис. *а*) требуется:

1) построить эпюру продольных сил;

2) построить эпюру нормальных напряжений по длине бруса;

3) вычислить перемещения сечения $m—m$ и свободного конца бруса.

Решение. Заданный брус имеет четыре участка, указанных на рис. *а*.

Проведем произвольное сечение *1—1* и, отбросив левую часть бруса, рассмотрим равновесие оставленной (правой) части, изображенной на рис. *б*.

На оставленную часть действуют искомое усилие N_{I} и внешняя сила P_1. Составляя для оставленной части бруса уравнение равновесия, получаем

$$\sum_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} Z = 0; \quad -N_{\text{I}} + P_1 = 0; \; N_{\text{I}} = P_1 = 10 \text{ кн}.$$

Следовательно, на участке *I* продольная сила постоянна и равна $P_1 = 10$ *кн*. Считаем, что здесь продольная сила положительна, так как она соответствует деформации растяжения (продольная сила направлена от сечения).

Проведем произвольное сечение *2—2* на участке *II*, отбросим левую часть бруса и рассмотрим равновесие оставленной (правой) части, изображенной на рис. *в*. На оставленную часть действуют искомое усилие N_{II} и внешние силы P_1, P_2. Составляя для оставленной части бруса уравнение равновесия, получаем

$$\sum_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} Z = 0; \quad -N_{\text{II}} + P_1 + P_2 = 0;$$

$$N_{\text{II}} = P_1 + P_2 = 10 + 5 = 15 \text{ кн}.$$

На участке *II* продольная сила постоянна и положительна.

В произвольном сечении *3—3* участка *III* (рис. *г*)

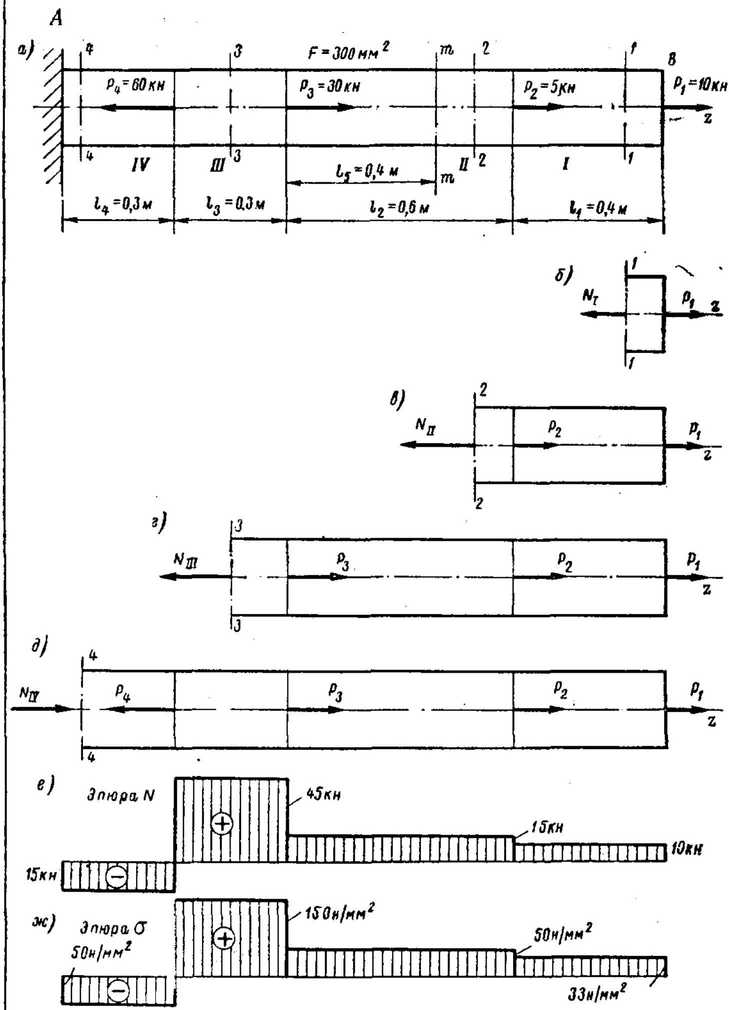
$$-N_{\text{III}} + P_1 + P_2 + P_3 = 0;$$

$$N_{\text{III}} = P_1 + P_2 + P_3 = 10 + 5 + 30 = 45 \text{ кн}.$$

В произвольном сечении *4—4* участка *IV* (рис. *д*)

$$N_{\text{IV}} - P_4 + P_3 + P_2 + P_1 = 0;$$

$$N_{\text{IV}} = P_4 - P_3 - P_2 - P_1 = 60 - 30 - 5 - 10 = 15 \text{ кн}.$$


A
а)
$F = 300\ мм^2$
$P_4 = 60\ кн$
$P_3 = 30\ кн$
$P_2 = 5\ кн$
$P_1 = 10\ кн$
$l_5 = 0{,}4\ м$
$l_4 = 0{,}3\ м$
$l_3 = 0{,}3\ м$
$l_2 = 0{,}6\ м$
$l_1 = 0{,}4\ м$
б)
в)
г)
д)
е) Эпюра N
45кн
15кн
10кн
15кн
ж) Эпюра σ
150н/мм²
50н/мм²
50н/мм²
33н/мм²

К задаче 1

Хотя N_{IV} получилась со знаком плюс, будем считать эту продольную силу отрицательной, так как она направлена к сечению, т. е. соответствует деформации сжатия.

В дальнейшем при самостоятельном решении задач можно не изображать каждый раз отдельно оставленную после проведения сечения часть бруса, а пользоваться соотношением

$$N = \sum_{\substack{\text{ост.} \\ \text{части}}} P_{iz}.$$

Построим график (диаграмму), показывающий изменение продольной силы по длине бруса. Для этого, проведя ось абсцисс параллельно оси бруса, отложим в произвольно выбранном масштабе найденные значения продольных сил по оси ординат. Полученный график называют эпюрой продольных сил (рис. *е*).

Нормальное напряжение в поперечном сечении вычисляется по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F},$$

где N — продольная сила в рассматриваемом сечении;
F — площадь поперечного сечения.

Значения нормальных напряжений получим, разделив величины N на площадь поперечного сечения бруса:

$$\sigma_{I} = \frac{N_{I}}{F} = \frac{10 \cdot 10^3}{300} = 33{,}3 \ н/мм^2;$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{F} = \frac{15 \cdot 10^3}{300} = 50 \ н/мм^2;$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{F} = \frac{45 \cdot 10^3}{300} = 150 \ н/мм^2;$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{F} = \frac{-15 \cdot 10^3}{300} = -50 \ н/мм^2.$$

Эпюра σ изображена на рис. *ж*.

Перемещение свободного конца бруса (сечение B) найдем как алгебраическую сумму удлинений (укорочений) отдельных участков:

$$\delta_B = \sum \Delta l_i = \sum \frac{N_i l_i}{EF} = \frac{N_I l_1}{EF} + \frac{N_{II} l_2}{EF} +$$

$$+ \frac{N_{III} l_3}{EF} + \frac{N_{IV} l_4}{EF} = \frac{1}{EF} (N_I l_1 + N_{II} l_2 + N_{III} l_3 + N_{IV} l_4) =$$

$$= \frac{10^3}{2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 300} (10 \cdot 400 + 15 \cdot 600 + 45 \cdot 300 - 15 \cdot 300) = 0{,}367 \ мм,$$

т. е. брус удлиняется и сечение B перемещается вправо.

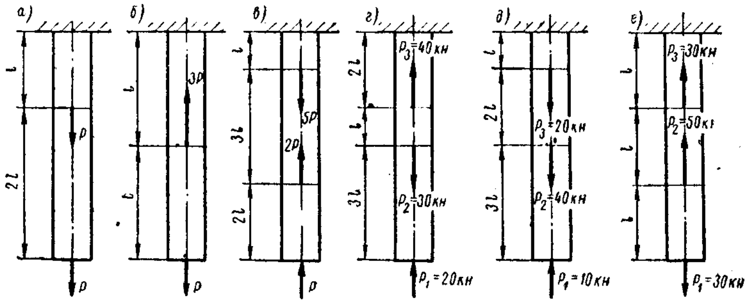
Можно получить тот же результат и другим путем, а именно — пользуясь принципом независимости действия сил:

$$\delta_B = \delta_{BP_1} + \delta_{BP_2} + \delta_{BP_3} + \delta_{BP_4} =$$

$$= \frac{P_1(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)}{EF} + \frac{P_2(l_2 + l_3 + l_4)}{EF} +$$

$$+ \frac{P_3(l_3 + l_4)}{EF} - \frac{P_4 l_4}{EF}.$$

Подставив числовые значения, естественно, получим прежний результат $\delta_B = 0{,}367$ *мм*.



К задаче 2

Перемещение сечения m—m обусловлено изменением длины части бруса (от сечения A до сечения m—m) и равно алгебраической сумме удлинений (укорочений) отдельных участков:

$$\delta_{m\text{-}m} = \frac{N_{\text{II}} l_5}{EF} + \frac{N_{\text{III}} l_3}{EF} + \frac{N_{\text{IV}} l_4}{EF} =$$

$$= \frac{1}{EF}(N_{\text{II}} l_5 + N_{\text{III}} l_3 + N_{\text{IV}} l_4) =$$

$$= \frac{10^3}{2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 300}(15 \cdot 400 + 45 \cdot 300 - 15 \cdot 300) = 0{,}25 \text{ мм};$$

сечение m—m перемещается вправо.

2. Для заданных брусьев построить эпюры продольных сил.

Ответ. Наибольшие продольные силы: *а*) $2P$ (растяжение); *б*) $2P$ (сжатие); *в*) $3P$ (сжатие); *г*) 30 *кн* (сжатие); *д*) 50 *кн* (растяжение); *е*) 50 *кн* (сжатие).

3. Вычислить напряжения в сечениях *1 — 1*, *2 — 2*, *3 — 3*.

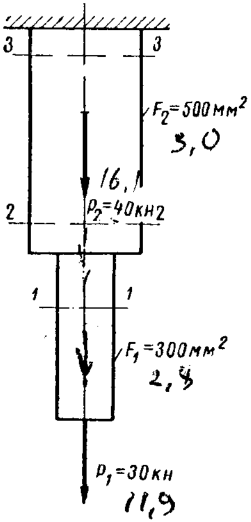
Ответ. $\sigma_{1-1} = 100$ *н/мм²*; $\sigma_{2-2} = 60$ *н/мм²*; $\sigma_{3-3} = 140$ *н/мм²*.

4. Вычислить укорочение стального бруса.

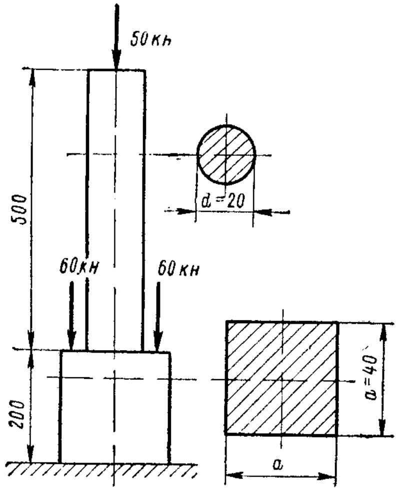
Ответ. 0,504 *мм*.

5. Медный стержень круглого поперечного сечения диаметром 14 *мм* и длиной 800 *мм* под действием растягивающих сил P удлинился на 0,3 *мм*. Определить величину силы P.

Ответ. 5,77 *кн*.



К задаче 3



К задаче 4

6. Стальной стержень прямоугольного сечения ($b = 15$ *мм* и $h = 30$ *мм*) под действием растягивающих сил $P = 72$ *кн* удлинился на 7,2 *мм*. Определить первоначальную длину стержня.

Ответ. 9 *м*.

7. При испытании на растяжение стального образца ($d = 10$ *мм* и $l_0 = 100$ *мм*) получены следующие результаты:

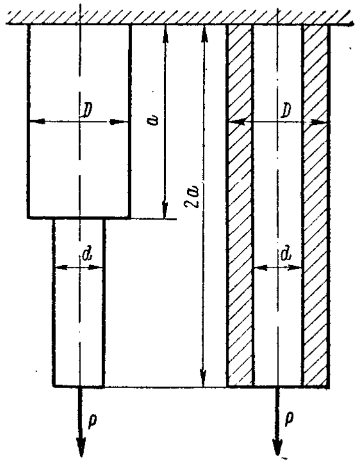
P, *кн* . .	5	10	15
Δl, *мм* . . .	0,0318	0,0636	0,0954

Здесь P — усилие, растягивающее образец, Δl — удлинение рабочей части образца, имеющей начальную длину l_0.

По приведенным данным определить модуль продольной упругости материала образца.

Ответ. $2{,}0 \cdot 10^5$ *н/мм²*.

8. Вычислить и сравнить удлинения двух брусьев — ступенчатого



К задаче 8

и полого, — изготовленных из одного и того же материала, если $c = \frac{d}{D} = 0{,}5$.

Ответ.

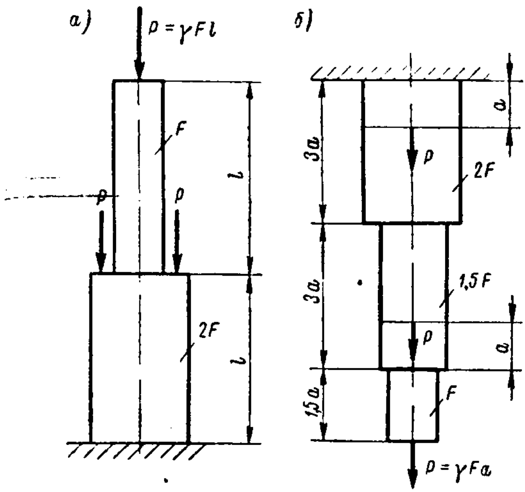
$$\frac{\Delta l_{\text{пол}}}{\Delta l_{\text{ступ}}} = \frac{2c^2}{1 - c^4} = \frac{2 \cdot 0{,}5^2}{1 - 0{,}5^4} = 0{,}534.$$

9. При каком отношении диаметров $c = d/D$ (см. рисунок к задаче 8) удлинения брусьев будут одинаковы?

Ответ. 0,644.

10. При каком отношении диаметров $c = d/D$ (см. рисунок к задаче 8) наибольшее нормальное напряжение в поперечном сечении ступенчатого бруса будет равно нормальному напряжению в поперечном сечении полого бруса?

Ответ. 0,707.



К задаче 11

11. Построить эпюры продольных сил с учетом действия собственного веса. Удельный вес материала бруса γ.

Ответ. Наибольшие продольные силы: *а*) $6\gamma Fl$ (сжатие); *б*) $15\gamma Fa$ (растяжение).

12. Построить эпюры нормальных напряжений по длине брусьев, изображенных на рисунке к предыдущей задаче.

Ответ. Наибольшее напряжение: *а*) $3\gamma l$ (сжатие); *б*) $7{,}5\gamma a$ (растяжение).

13*. Для заданной стержневой системы (рис. *а*) требуется:

1) определить усилия в стержнях;

2) вычислить напряжения в поперечных сечениях стержней.

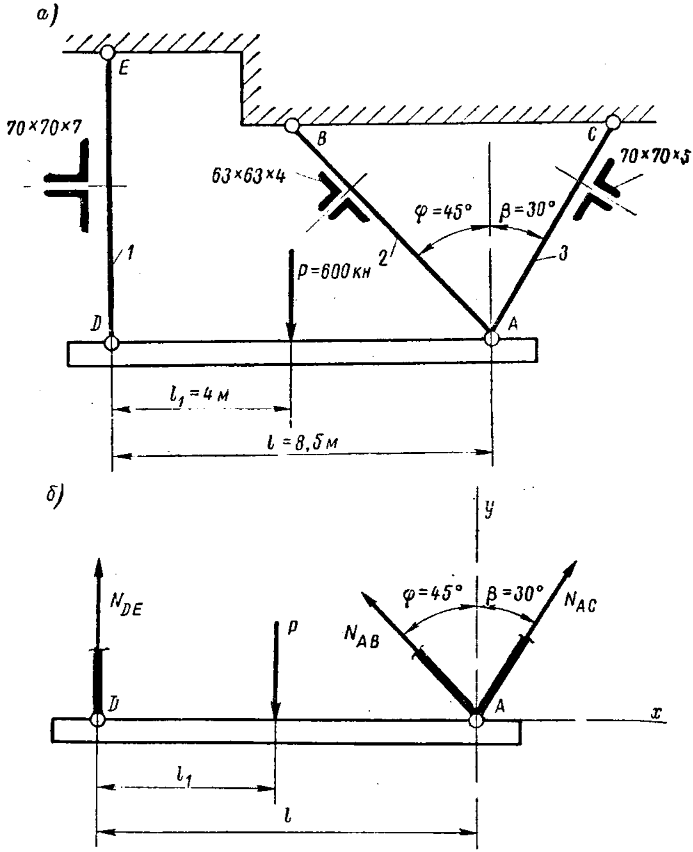
Р е ш е н и е. Применяем метод сечений и рассматриваем равновесие плиты AD под действием заданных нагрузок и искомых усилий в стержнях (рис. *б*).

Взяв сумму моментов всех сил относительно точки A, получим

$$N_{DE}\, l - P\,(l - l_1) = 0,$$

откуда

$$N_{DE} = \frac{P\,(l - l_1)}{l} = \frac{P\,(8,5 - 4)}{8,5} = 0,53P. \qquad (1)$$



К задаче 13

Спроектировав все силы на ось Ax, получим

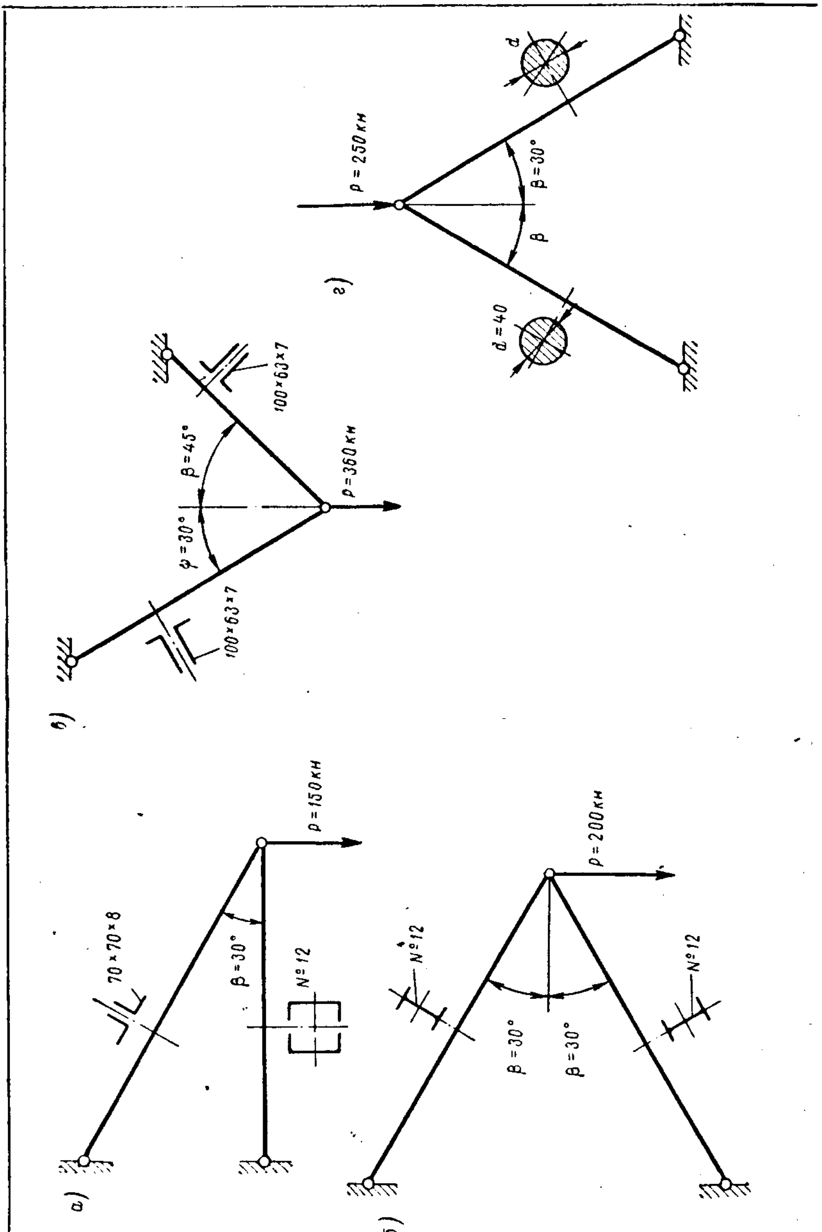
$$-N_{AB} \sin \varphi + N_{AC} \sin \beta = 0. \qquad (2)$$

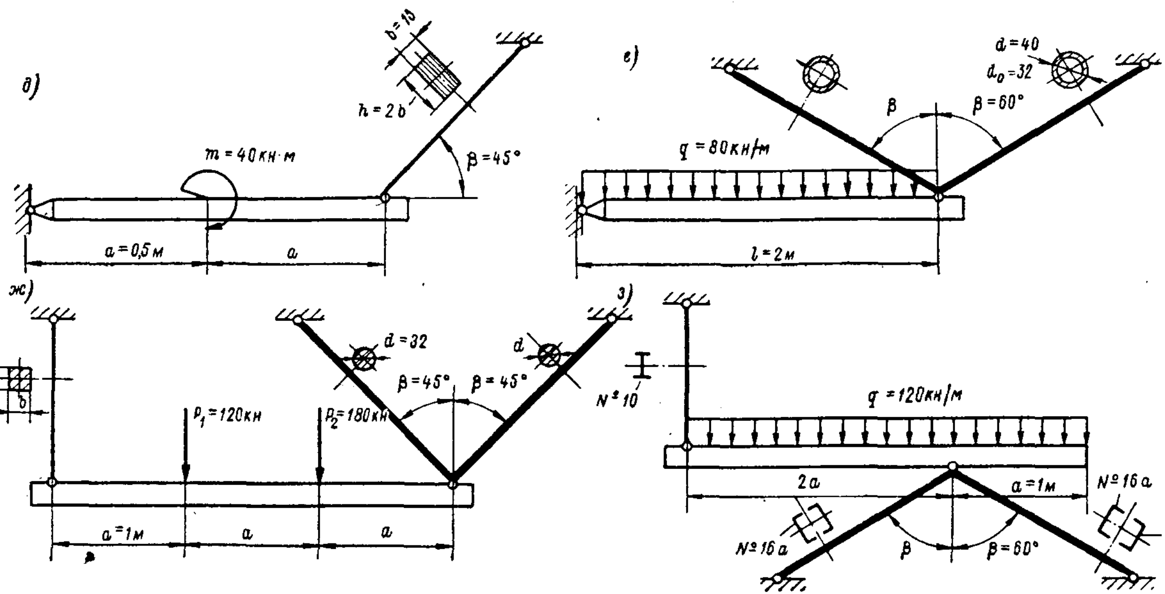
Спроектировав все силы на ось Ay, получим

$$N_{DE} + N_{AB} \cos \varphi + N_{AC} \cos \beta - P = 0. \qquad (3)$$

Решая совместно (2) и (3) и учитывая (1), находим

$$N_{AC} = 0,344P; \; N_{AB} = 0,244P.$$


a)
70×70×8
β=30°
№12
P=150 кн
б)
№12
β=30°
β=30°
№12
P=200 кн
в)
100×63×7
φ=30°
β=45°
100×63×7
P=360 кн
г)
d=40
β
β=30°
d
P=250 кн


д)
b=10
h=2b
m=40кн·м
β=45°
a=0,5м
a
е)
d=40
d_0=32
β
β=60°
q=80кн/м
l=2м
ж)
b=30
b
d=32
d
β=45°
β=45°
P_1=120кн
P_2=180кн
a=1м
a
a
з)
N°10
q=120кн/м
2a
a=1м
N°16a
N°16a
β
β=60°

К задаче 14

Для проверки составим дополнительное уравнение. Взяв сумму моментов всех сил относительно точки D, получим

$$Pl_1 - (N_{AB}\cos\varphi)\, l - (N_{AC}\cos\beta)\, l = P\cdot 4 -$$
$$- (0{,}244P\cos 45^\circ)\, 8{,}5 - (0{,}344P\cos 30^\circ)\, 8{,}5 = 0.$$

Следовательно, усилия в стержнях определены правильно. Подставляя числовые данные ($P = 600$ *кн*), получаем

$$N_{AB} = 0{,}244\cdot 600 = 146 \text{ кн};$$
$$N_{AC} = 0{,}344\cdot 600 = 206 \text{ кн};$$
$$N_{DE} = 0{,}53\cdot 600 = 318 \text{ кн}.$$

По таблице сортамента прокатных профилей (ГОСТ 8509—57), находим площади поперечных сечений стержней:

для стержня AB

$$F_{AB} = 2\cdot 4{,}96 = 9{,}92 \text{ см}^2 = 992 \text{ мм}^2;$$

для стержня AC

$$F_{AC} = 2\cdot 6{,}86 = 13{,}72 \text{ см}^2 \approx 1370 \text{ мм}^2;$$

для стержня DE

$$F_{DE} = 2\cdot 9{,}42 = 18{,}84^2 \text{ см}^2 \approx 1880 \text{ мм}^2.$$

Вычисляем напряжения в поперечных сечениях стержней:

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{146\cdot 10^3}{992} = 147 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{F_{AC}} = \frac{206\cdot 10^3}{1370} = 150 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{F_{DE}} = \frac{318\cdot 10^3}{1880} = 169 \text{ н/мм}^2.$$

14. Определить напряжения в поперечных сечениях стержней.

Ответ. *а*) 140 *н/мм*^{2}; 97,8 *н/мм*^{2}; *б*) 121 *н/мм*^{2}; *в*) 120 *н/мм*^{2}; 83,6 *н/мм*^{2}; *г*) 115 *н/мм*^{2}; *д*) 126 *н/мм*^{2}; *е*) 177 *н/мм*^{2}; *ж*) 156 *н/мм*^{2}; 141 *н/мм*^{2}; *з*) 63,4 *н/мм*^{2}; 69,2 *н/мм*^{2}.

§ 14. Расчеты на прочность

15. Проверить прочность стальных брусьев, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Ответ. *а*) перегружен на 4,4%; *б*) недогружен на 7,5%; *в*) недогружен на 5,0 %; *г*) перегружен на 4,4 %; *д*) недогружен на 10,6%.

16. Проверить прочность стального бруса, если $\sigma_т = 240$ *н/мм*^{2}; $[n] = 1{,}7$.

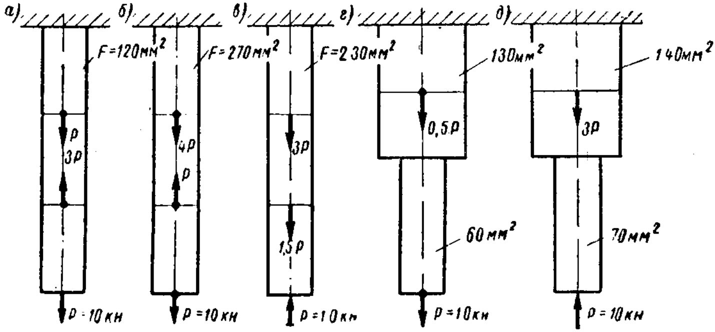
Ответ. n меньше $[n]$ на 5,88%.

17. Проверить прочность чугунной колонны, если $\sigma_{пчс} = 600$ *н/мм*^{2}; $[n] = 5$.

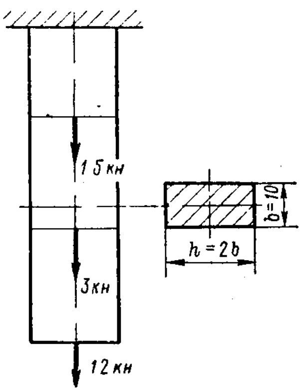
Ответ. $n = 5{,}23$.

18. Определить требуемую площадь F поперечного сечения стального бруса, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

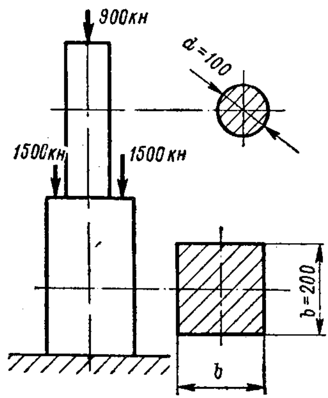
Ответ. *а*) 188 *мм*^{2}; *б*) 90,6 *мм*^{2}; *в*) 113 *мм*^{2}.



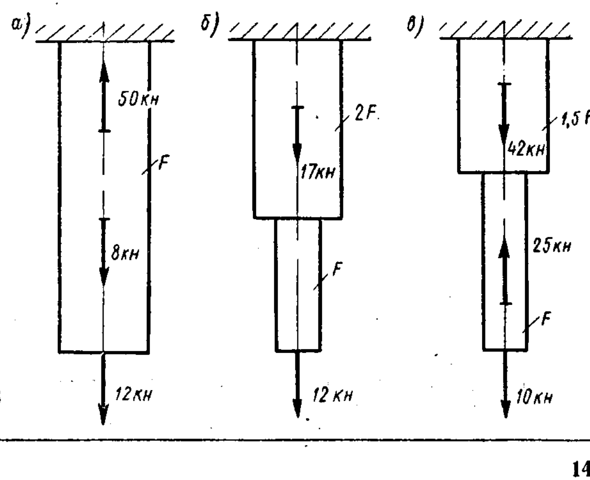
К задаче 15



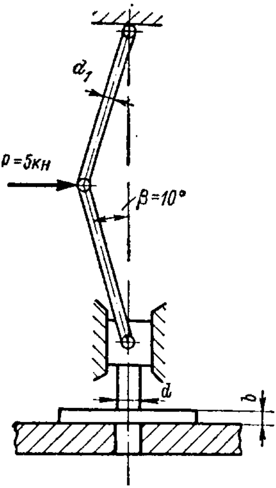
К задаче 16



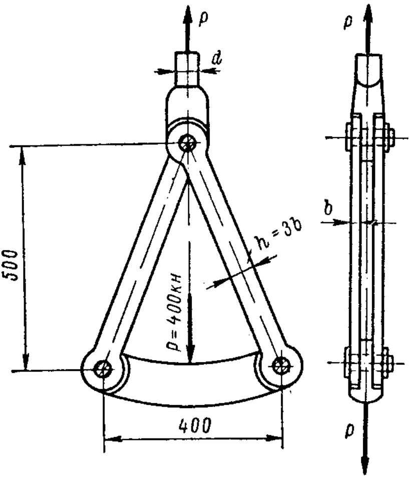
К задаче 17



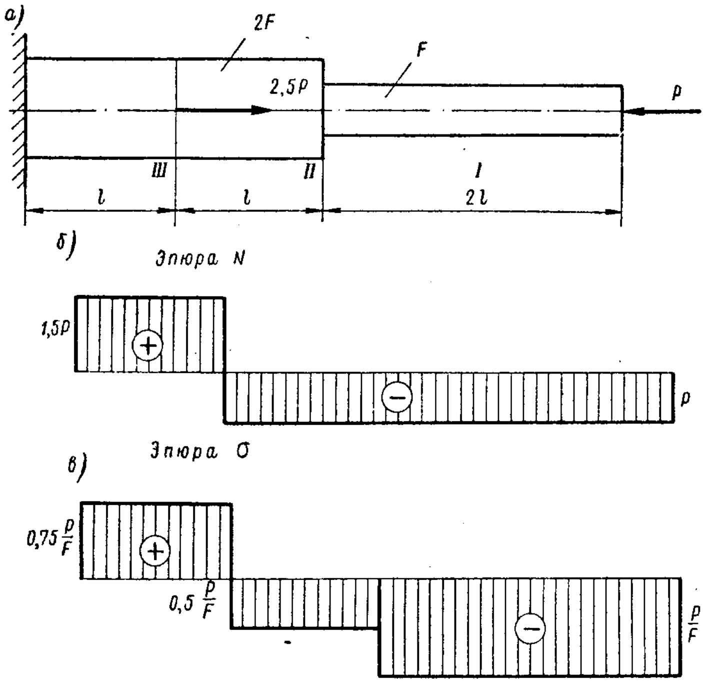
К задаче 18



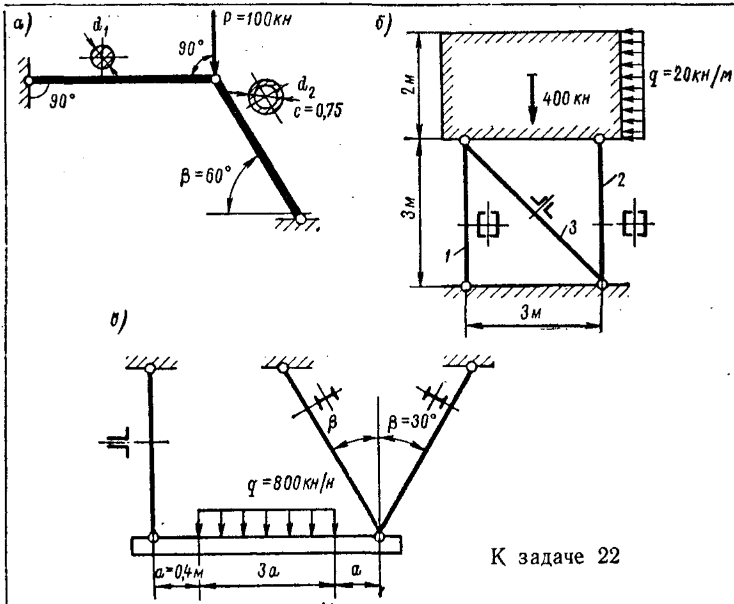
К задаче 19



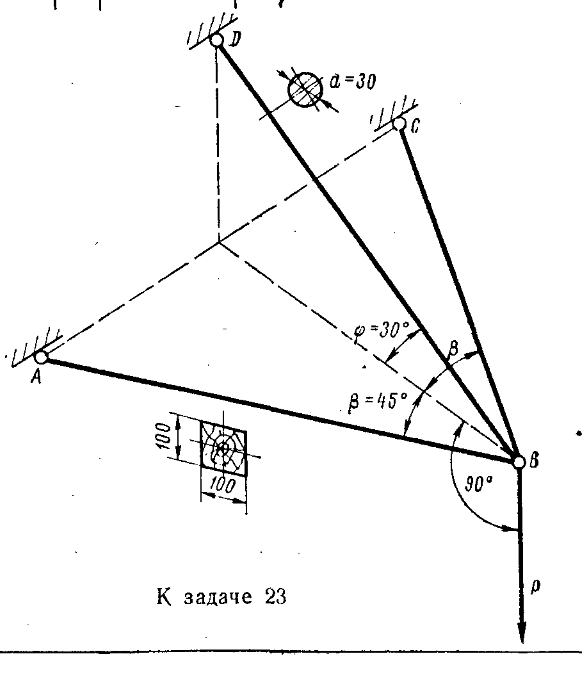
К задаче 20



К задаче 21



К задаче 22



К задаче 23

19. Определить требуемые диаметры d и d_1 поперечных сечений стержней рычажного пресса, если $\sigma_т = 240$ *н/мм²*; $[n] = 5$.

Ответ. $d = d_1 \approx 20$ *мм*.

20. Определить требуемые размеры d и b поперечных сечений элементов скобы, если $[\sigma] = 60$ *н/мм²*.

Ответ. $d = 92$ *мм*; $b = 35$ *мм*.

21 *. Определить допускаемое значение силы P для ступенчатого чугунного бруса (рис. *а*), если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм²*; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм²* и $F = 1000$ *мм²*.

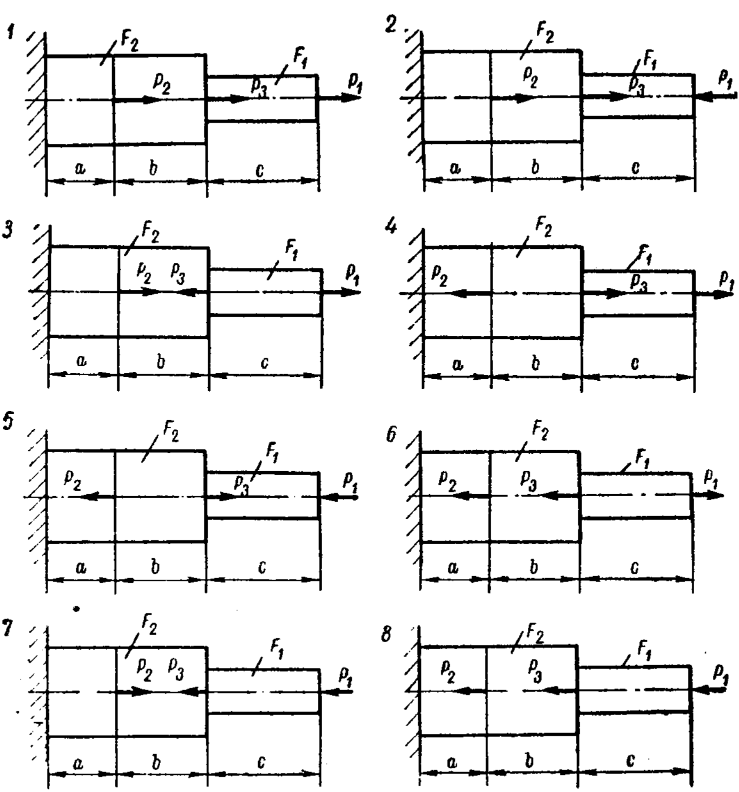
Р е ш е н и е. Строим эпюры продольных сил (рис. *б*) и нормальных напряжений (рис. *в*).

Условие прочности для участка *I* бруса

$$\sigma_{max} = \frac{N_I}{F} = \frac{P}{F} \leqslant [\sigma_c],$$

отсюда

$$[P'] = F\,[\sigma_c] = 1000 \cdot 120 = 12 \cdot 10^4 \ н = 120 \ кн.$$



К задаче 24

Условие прочности для участка *III* бруса

$$\sigma = \frac{N_{III}}{2F} = \frac{1,5P}{2F} \leqslant [\sigma_p],$$

отсюда

$$[P''] = \frac{2F\,[\sigma_p]}{1,5} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 40}{1,5} = 53,4 \cdot 10^3 \ н = 53,4 \ кн.$$

Итак, $[P''] < [P']$, т. е. допускаемое значение силы ограничено условием прочности испытывающего растяжение участка *III* бруса.

Окончательно $[P] = [P''] = 53,4$ *кн*.

Таблица данных к задаче 24

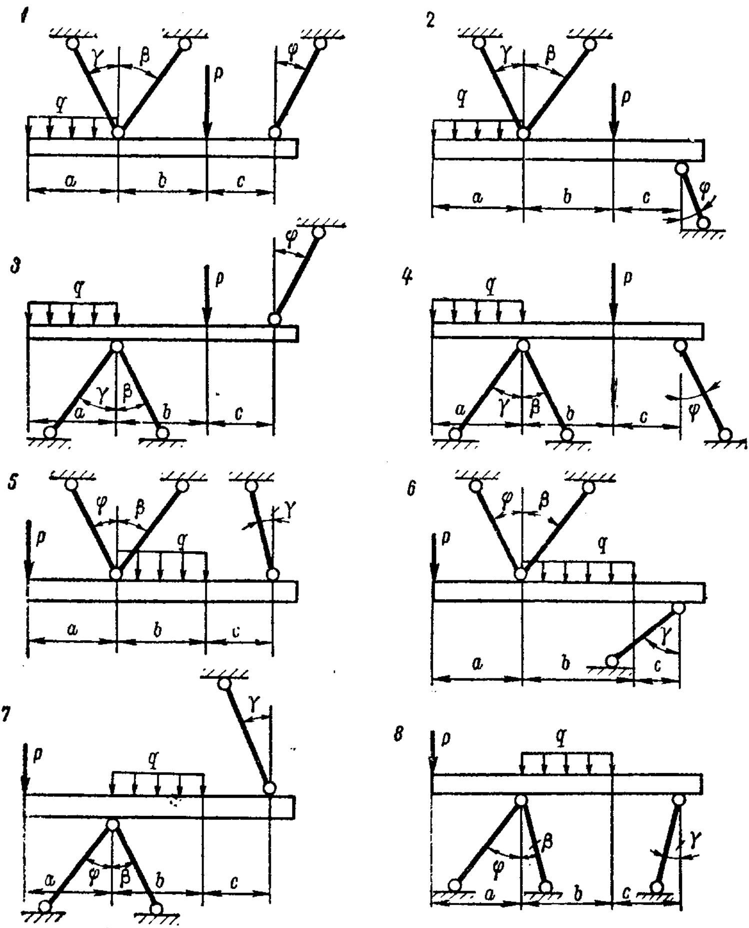
Вариант	Схема	P_1	P_2	P_3	F_1	F_2	a	b	c
		кн			*мм*²		*м*		
1	1	12	6	12	120	260	0,2	0,4	0,6
2	1	13	5	12	110	270	0,25	0,45	0,5
3	1	11	8	13	130	280	0,35	0,35	0,4
4	1	10	9	14	125	250	0,4	0,25	0,5
5	2	15	7	30	100	320	0,15	0,4	0,55
6	2	14,5	8,5	27	125	310	0,18	0,25	0,65
7	2	16	9	27,5	130	300	0,22	0,35	0,70
8	2	15,5	7,5	28,5	140	350	0,25	0,45	0,75
9	9	18	22	9	160	360	0,20	0,50	0,65
10	3	17,5	23	8	150	350	0,22	0,48	0,70
11	3	16,5	24	7,5	155	370	0,25	0,62	0,75
12	3	13,5	23	10	167	380	0,30	0,75	0,80
13	4	18	52	5	120	310	0,10	0,25	0,50
14	4	17	51	6	125	320	0,20	0,35	0,80
15	4	16	49	6	130	300	0,55	0,55	0,90
16	4	15	50	7	120	290	0,25	0,45	0,80
17	5	20	80	42	140	350	0,60	0,80	0,30
18	5	21	81	41	145	340	0,50	0,75	0,40
19	5	21	79	40	150	330	0,55	0,75	0,50
20	5	18	78	41	160	360	0,45	0,80	0,60
21	6	20	13	53	130	410	0,10	0,30	0,60
22	6	21	12	50	125	400	0,25	0,40	0,50
23	6	22	14	54	130	420	0,35	0,50	0,40
24	6	23	12	55	135	420	0,40	0,20	0,30
25	7	20	62	23	150	420	0,60	0,60	0,30
26	7	21	64	22	140	440	0,65	0,55	0,30
27	7	22	65	22	145	450	0,75	0,60	0,35
28	7	23	66	23	155	450	0,40	0,40	0,80
29	8	30	41	8	190	610	0,40	0,40	0,80
30	8	31	39	9	185	620	0,30	0,40	0,70
31	8	29	38	11	200	620	0,40	0,50	0,60
32	8	28	41	11	210	630	0,30	0,50	0,80

22. Определить размеры поперечных сечений стальных стержней. Для стержней, работающих на растяжение, $[\sigma_p] = 160$ *н/мм²*; для стержней, работающих на сжатие, $[\sigma_c] = 100$ *н/мм²*.

Ответ. *а*) $d_1 = 27$ *мм*; $d_2 = 58$ *мм*; *б*) 1-й стержень — № 12; 2-й стержень — № 8; 3-й стержень — 32×32×3; *в*) 125×80×10, № 12.

23. Определить из условия прочности допускаемое значение силы P для заданной пространственной стержневой системы, если для деревянных стержней AB и BC $[\sigma]_{дер} = 10$ *н/мм²*, для стального стержня BD $[\sigma]_{ст} = 140$ *н/мм²*.

Ответ. 49,4 *кн* (из условия прочности стержня BD).



К задаче 25

24 **. Для заданного стального бруса (сталь Ст.3; $\sigma_т = 240$ *н/мм*^{2}) требуется:

1) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса;

2) определить удлинение (укорочение) бруса;

3) определить коэффициент запаса.

25 **. В заданной системе каждый стержень состоит из двух равнобоких угольников. Определить из расчета на прочность, принимая $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}, площади поперечных сечений стержней и подобрать по ГОСТ соответствующие номера профилей. Вычислить, насколько (в процентах) недогружен (или перегружен) каждый стержень при принятых по ГОСТ размерах сечения.

Таблица данных к задаче 25

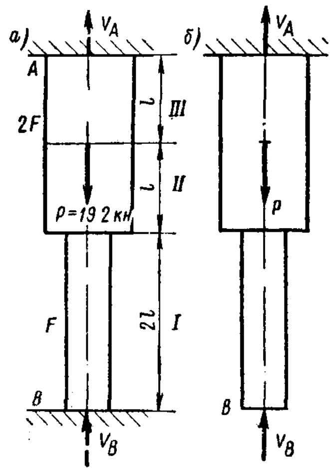
Вариант	Схема	q *кн/м*	P *кн*	a *м*	b *м*	c *м*	$\varphi°$	$\beta°$	$\gamma°$
1	1	60	400	0,8	1,4	1,0	20	25	30
2	1	70	350	0,7	1,8	1,2	25	30	35
3	1	60	380	0,6	1,6	1,2	35	40	45
4	1	70	420	0,8	1,7	0,9	40	45	50
5	2	80	450	0,6	1,6	0,8	35	40	35
6	2	70	440	0,8	1,8	0,7	30	35	30
7	2	60	430	0,9	1,9	1,2	35	40	35
8	2	50	500	1,0	1,8	1,3	40	45	40
9	3	40	600	1,1	2,1	1,6	35	40	40
10	3	60	650	1,0	2,3	1,8	40	45	45
11	3	60	500	0,9	2,4	1,7	25	30	30
12	3	80	550	0,8	2,3	1,9	30	35	35
13	4	80	600	0,9	1,8	2,0	20	25	25
14	4	90	630	1,0	1,9	1,9	25	30	35
15	4	60	620	1,1	2,0	1,8	30	25	30
16	4	50	550	1,2	2,1	1,8	40	35	35
17	5	40	580	1,3	2,2	1,7	40	40	35
18	5	60	550	1,4	2,3	2,2	35	30	30
19	5	80	500	1,4	2,4	2,3	40	45	45
20	5	40	450	1,3	2,0	2,4	50	45	45
21	6	50	480	1,2	2,1	2,4	55	50	50
22	6	60	440	1,1	2,2	2,6	40	45	45
23	6	40	420	1,0	1,8	2,5	30	25	25
24	6	80	500	0,9	1,9	2,3	25	30	30
25	7	80	600	0,8	2,2	1,8	30	35	35
26	7	60	620	1,2	1,7	2,1	25	30	35
27	7	60	640	1,2	2,3	2,0	20	25	25
28	7	70	500	1,1	2,2	2,1	20	30	40
29	8	70	480	1,0	2,2	2,2	25	30	30
30	8	80	380	0,9	2,1	2,2	35	40	40
31	8	60	400	0,8	2,2	2,3	40	45	45
32	8	70	350	0,8	2,4	2,4	50	55	55

§ 15. Статически неопределимые системы

26 *. Определить из условия прочности требуемую площадь поперечного сечения стального бруса (рис. *а*), если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Р е ш е н и е. При действии силы P возникают опорные реакции V_A и V_B (рис. *а*).

Из условия равновесия бруса имеем одно уравнение, содержащее две неизвестные величины:



$$V_A + V_B = P.$$

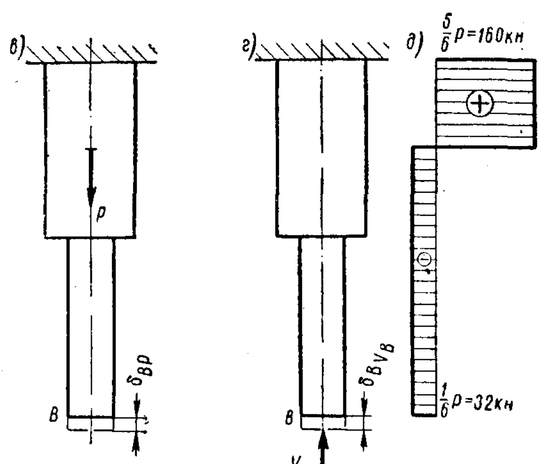
Следовательно, система (брус) статически неопределима.

Очевидно, что перемещения сечений A и B бруса равны нулю, так как они жестко закреплены:

$$\delta_A = 0, \ \delta_B = 0.$$

Отбросим нижнее закрепление (можно отбросить верхнее) и заменим его действие на брус неизвестной пока реакцией V_B (рис. *б*).

Применяя принцип независимости действия сил, найдем перемещения сечения B отдельно от известной силы P (рис. *в*) и искомой



К задаче 26

силы V_B (рис. *г*). При этом перемещения вниз будем считать положительными, а вверх — отрицательными:

$$\delta_{BP}=\frac{Pl}{E\cdot 2F}; \quad \delta_{BV_B}=-\frac{V_B 2l}{EF}-\frac{V_B\cdot 2l}{E\cdot 2F}=-\frac{3V_B l}{EF}.$$

Но

$$\delta_B=\delta_{BP}+\delta_{BV_B}=0$$

или

$$\frac{Pl}{E\cdot 2F}-\frac{3V_B l}{EF}=0,$$

откуда

$$V_B=\frac{P}{6}.$$

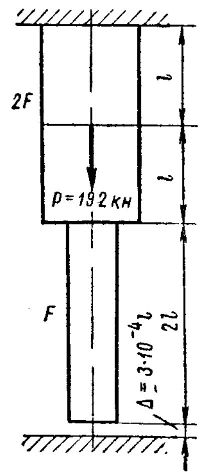
Строим эпюру продольных сил (рис. *д*), начиная от нижнего конца бруса.

Наибольшие напряжения возникают в поперечных сечениях участка *III*. Из условия прочности

$$\sigma_{max}=\frac{\frac{5}{6}P}{2F}\leqslant[\sigma]$$

находим

$$F\geqslant\frac{5P}{12\,[\sigma]}=\frac{5\cdot 192\cdot 10^3}{12\cdot 160}=500\ мм^2$$



К задаче 27

Напряжения в поперечных сечениях участков *I* и *II* бруса

$$\sigma_I=\frac{32\cdot 10^3}{500}=64\ н/мм^2;$$

$$\sigma_{II}=\frac{32\cdot 10^3}{10^3}=32\ н/мм^2$$

меньше допускаемых, т. е. здесь брус недогружен. Однако отсюда нельзя делать вывод о возможности уменьшения поперечного сечения на этих участках, так как сила V_B найдена при вполне определенном соотношении размеров поперечных сечений участков бруса, указанном в условии задачи. В этом заключается особенность проектного расчета статически неопределимых систем.

27. Проверить прочность стального бруса, если до нагружения между нижним торцом и опорой имеется малый зазор Δ, $F=500\ мм^2$, $[\sigma]=160\ н/мм^2$.

Ответ. Брус перегружен на 6,3%.

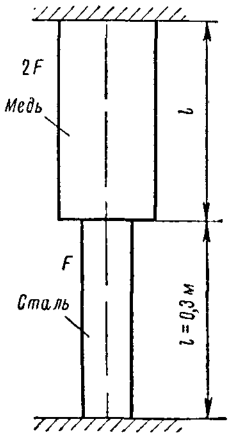
28. Брус, жестко закрепленный обоими концами в неподвижных опорах, нагревается на $\Delta t°$ по сравнению с температурой сборки. Опре-

делить величину Δt°, при которой напряжения в поперечных сечениях медной части бруса будут равны 40 *н/мм*^{2}.

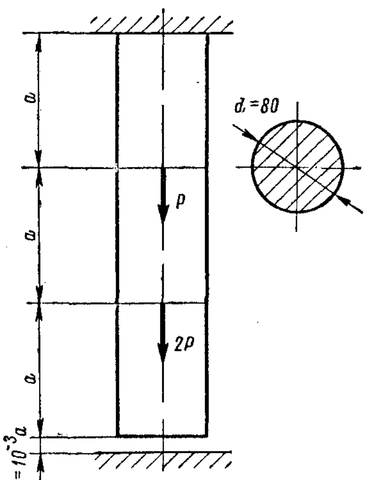
Ответ. 27,6°.

29. До нагружения стального бруса между нижним торцом и опорой был зазор Δ. Определить величину P, при которой давление на опору будет равно 140 *н/мм*^{2}.

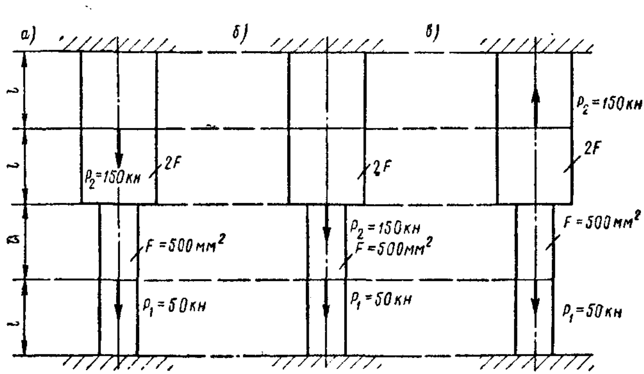
Ответ. $P = 624$ *кн*.



К задаче 28



К задаче 29



К задаче 31

30. До нагружения силами P_1 и P_2 стальных брусьев, изображенных на рисунке к задаче 29, между их нижними торцами и опорой были зазоры $\Delta = 0{,}001l$. Проверить прочность брусьев, если $\sigma_т = 240$ *н/мм*^{2}; $[n] = 1{,}5$.

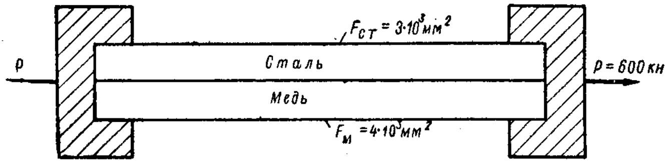
Ответ. *а*) $n = 1{,}37$; *б*) $n = 1{,}6$; *в*) $n = 2{,}4$ (при таком нагружении зазор не закрывается).

31. Проверить прочность стальных брусьев, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Ответ. *а*) недогружен на 11%; *б*) перегружен на 4,4%; *в*) недогружен на 33%.

32. Стержни, соединенные по концам жесткими обоймами, растягиваются силами P. Проверить прочность стержней, если $[\sigma]_{\text{ст}} = 160$ *н/мм*^{2}; $[\sigma]_{\text{м}} = 40$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $\sigma_{\text{м}} = 60$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{\text{ст}} = 120$ *н/мм*^{2}.

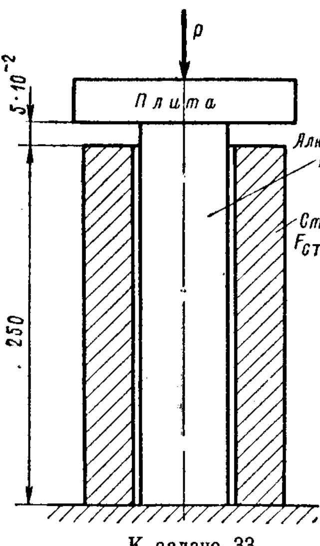


К задаче 32

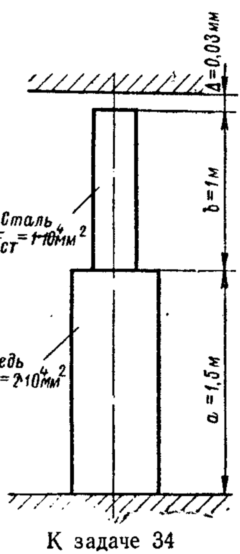
33. Определить силу P, вызывающую одинаковые напряжения в трубке и сердечнике, если $E_{\text{ст}} = 3E_{\text{ал}} = 2\cdot10^5$ *н/мм*^{2}.

Плиту считать абсолютно жесткой.

Ответ. $P = 80$ *кн*.



К задаче 33

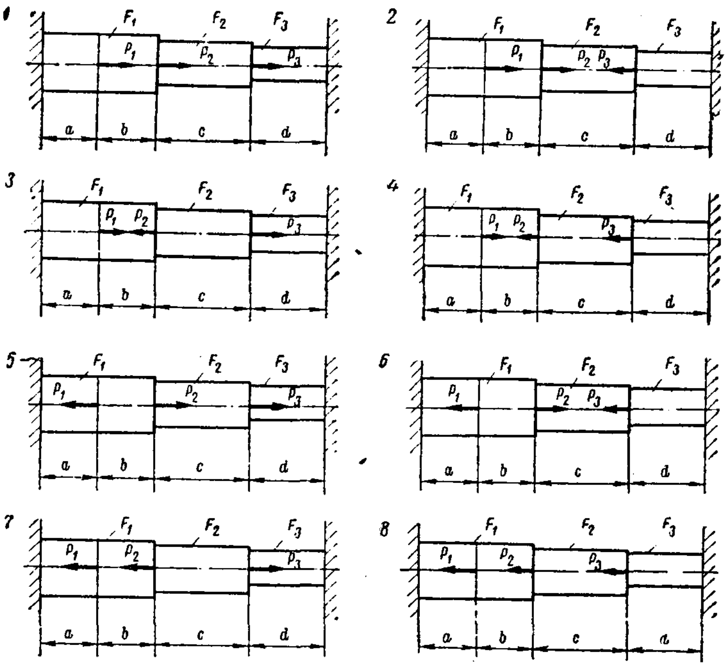


К задаче 34

34. Проверить прочность бруса при его нагреве на $\Delta t = 30^\circ$; $[\sigma]_{\text{ст}} = 140$ *н/мм*^{2}; $[\sigma]_{\text{м}} = 40$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $\sigma_{\text{ст}} = 87$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{\text{м}} = 43{,}5$ *н/мм*^{2}.

35**. Проверить прочность чугунного бруса, если $\sigma_{\text{пчр}} = 120$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{\text{пч с}} = 400$ *н/мм*^{2}; $[n] = 4$.



К задаче 35

Таблица данных к задаче 35

Вари-ант	Схема	P_1	P_2	P_3	a	b	c	d	F_1	F_2	F_3
		кн			*м*				*см*^{2}		
1	1	100	10	10	0,4	0,5	0,6	0,5	20	18	10
2	1	90	11	9	0,5	0,4	0,5	0,6	19	17	8
3	1	80	8	7	0,6	0,7	0,4	0,7	18	16	9
4	1	90	7	8	0,3	0,6	0,6	0,5	19	18	10
5	2	110	12	2	0,3	0,4	0,7	0,4	19	18	11
6	2	90	11	1	0,4	0,5	0,8	0,7	20	19	10
7	2	100	10	1	0,5	0,7	0,7	0,6	21	20	11
8	2	80	9	2	0,6	0,6	0,6	0,5	22	21	10
9	3	90	9	3	0,3	0,7	0,6	0,4	19	18	8
10	3	100	11	4	0,6	0,8	0,8	0,3	20	18	9
11	3	120	12	6	0,4	0,7	0,7	0,6	22	20	9
12	3	110	11	7	0,5	0,4	0,5	0,5	20	18	8
13	4	120	15	11	0,6	0,5	0,6	0,7	22	19	9
14	4	130	25	17	0,4	0,6	0,7	0,8	20	20	8
15	4	100	12	13	0,5	0,7	0,8	0,7	20	21	8

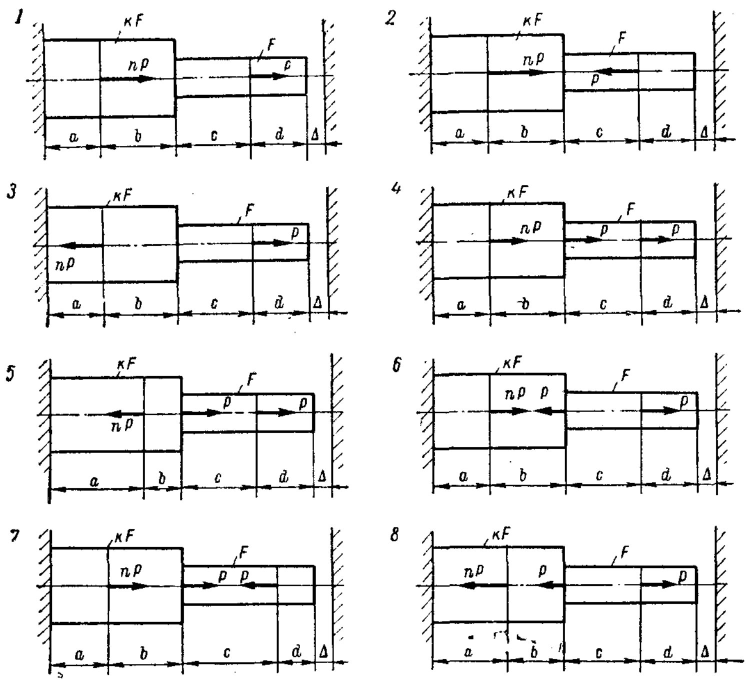
Вариант	Схема	P_1	P_2	P_3	a	b	c	d	F_1	F_2	F_3
		кн			*м*				*см²*		
16	4	110	13	14	0,4	0,3	0,4	0,5	20	21	9
17	5	60	12	4	0,3	0,7	0,3	0,4	16	10	12
18	5	70	18	5	0,4	0,6	0,4	0,3	15	12	10
19	5	70	18	7	0,5	0,8	0,5	0,4	14	13	11
20	5	80	19	8	0,5	0,7	0,6	0,3	17	12	12
21	6	70	20	3	0,6	0,3	0,2	0,3	16	15	13
22	6	70	30	4	0,4	0,4	0,3	0,4	18	16	14
23	6	80	40	6	0,5	0,4	0,4	0,5	16	14	13
24	6	80	20	5	0,7	0,5	0,6	0,3	16	13	12
25	7	40	21	3	0,3	0,4	0,5	0,4	16	15	13
26	7	50	22	4	0,4	0,5	0,6	0,5	17	16	14
27	7	60	21	5	0,5	0,6	0,7	0,6	17	16	14
28	7	70	22	6	0,5	0,6	0,7	0,6	16	15	14
29	8	70	23	7	0,5	0,6	0,7	0,6	15	14	12
30	8	60	24	6	0,4	0,5	0,6	0,5	14	13	11
31	8	50	21	5	0,3	0,4	0,5	0,4	14	13	12
32	8	46	22	4	0,6	0,7	0,7	0,7	13	13	11

36 **. Для стального бруса определить допускаемое значение силы P, если $[\sigma] = 160$ *н/мм²*. Расчет выполнить в предположении, что величина $[P]$ больше требуемой для закрытия зазора Δ.

Таблица данных к задаче 36

Вариант	Схема	a	b	c	d	$\Delta \cdot 10^2$ *мм*	F *см²*	n	k
		м							
1	1	0,3	0,4	0,5	0,6	3	4	1,5	1,1
2	1	0,4	0,4	0,6	0,8	2	3,5	1,6	1,2
3	1	0,5	0,6	0,7	0,5	4	2,8	1,7	1,1
4	1	0,6	0,5	0,6	0,4	3	3,6	1,8	1,2
5	2	0,8	0,2	0,2	0,1	1	2,2	2,5	1,2
6	2	0,9	0,3	0,2	0,1	2	2,1	2,7	1,3
7	2	1,2	0,3	0,3	0,1	2	2,0	2,8	1,4
8	2	0,9	0,3	0,2	0,1	1	2,1	2,9	1,5
9	3	0,3	0,5	0,8	0,1	1	3,0	0,8	1,1
10	3	0,3	0,6	0,7	0,2	2	3,2	0,7	1,1
11	3	0,4	0,7	0,6	0,3	3	3,1	0,6	1,1
12	3	0,4	0,7	0,8	0,7	4	4,0	1,2	1,2
13	4	0,4	0,7	0,8	0,7	4	4,0	1,2	1,2
14	4	0,5	0,6	0,6	0,5	3	3,5	1,3	1,3
15	4	0,6	0,6	0,7	0,6	5	3,6	1,2	1,3
16	4	0,7	0,4	0,5	0,4	3	3,4	1,3	1,2
17	5	0,6	0,5	0,6	0,3	1	2,5	1,2	1,2
18	5	0,7	0,6	0,6	0,4	3	2,3	1,2	1,3
19	5	0,8	0,7	0,5	0,5	4	2,4	1,3	1,2

Вари-ант	Схема	a	b	c	d	$\Delta\cdot10^2$, *мм*	F, *см*^{2}	n	k
		м							
20	5	0,7	0,6	0,6	0,4	3	2,2	1,3	1,2
21	6	0,4	0,7	0,6	0,7	2	3,0	2,0	1,3
22	6	0,5	0,6	0,5	0,6	3	3,3	2,2	1,4
23	6	0,6	0,5	0,4	0,3	1	3,4	2,3	1,3
24	6	0,7	0,4	0,3	0,4	2	3,2	2,5	1,4
25	7	0,5	0,6	0,5	0,2	1	3,0	4,0	1,1
26	7	0,6	0,7	0,6	0,3	1	2,8	4,5	1,1
27	7	0,7	0,8	0,7	0,4	2	2,7	5,0	1,2
28	7	0,8	0,8	0,7	0,3	1	2,5	4,5	1,2
29	8	0,2	0,2	1,2	0,1	1	1,8	0,3	1,2
30	8	0,3	0,2	1,3	0,2	2	1,7	0,4	1,3
31	8	0,4	0,3	1,4	0,3	1	1,6	0,3	1,2
32	8	0,5	0,4	1,4	0,4	2	1,7	0,4	1,3

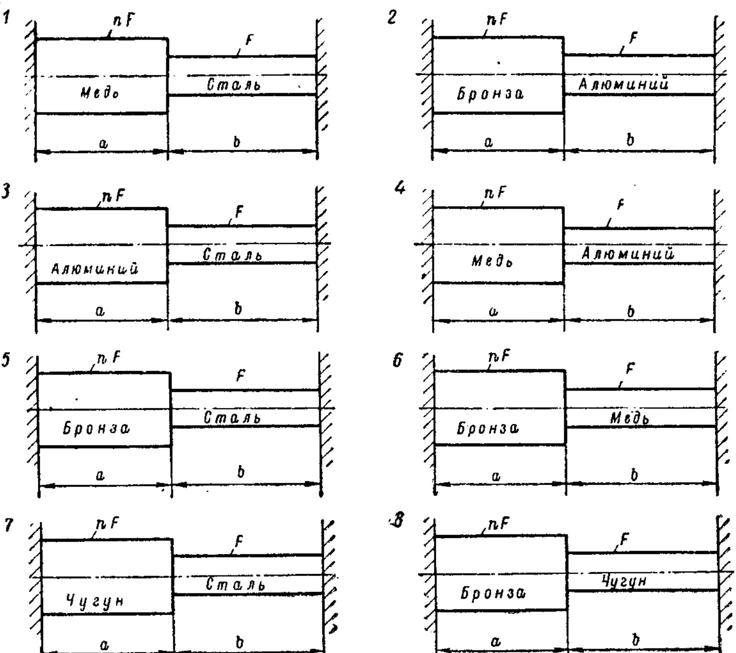


К задаче 36

37 **. Проверить прочность бруса, нагреваемого на $\Delta t°$, если $[\sigma]_{ст} = 120$ *н/мм*^{2}; $[\sigma]_{м} = 35$ *н/мм*^{2}; $[\sigma]_{ал} = 40$ *н/мм*^{2}; $[\sigma]_{бр} = 60$ *н/мм*^{2}; $[\sigma]_{чуг} = 100$ *н/мм*^{2}.

Таблица данных к задаче 37

Вариант	Схема	a, мм	b, мм	Δt°	n	Вариант	Схема	a, мм	b, мм	Δt°	n
1	1	0,4	0,2	20	1,8	17	5	0,4	0,2	25	1,3
2	1	0,5	0,1	25	1,9	18	5	0,3	0,3	15	2,1
3	1	0,2	0,4	30	2,0	19	5	0,2	0,4	10	2,2
4	1	0,3	0,3	20	2,1	20	5	0,2	0,4	15	2,1
5	2	0,4	0,2	15	2,2	21	6	0,3	0,3	20	1,4
6	2	0,5	0,3	20	2,5	22	6	0,4	0,4	25	1,3
7	2	0,6	0,2	25	2,2	23	6	0,5	0,1	35	1,2
8	2	0,5	0,1	15	1,8	24	6	0,5	0,1	30	1,2
9	3	0,4	0,2	20	2,0	25	7	0,4	0,2	35	1,3
10	3	0,3	0,3	25	2,1	26	7	0,3	0,3	30	1,4
11	3	0,2	0,4	30	2,3	27	7	0,2	0,4	25	1,3
12	3	0,2	0,4	35	2,4	28	7	0,2	0,5	40	1,5
13	4	0,3	0,3	15	1,2	29	8	0,3	0,5	30	1,3
14	4	0,4	0,2	20	1,3	30	8	0,4	0,3	35	1,4
15	4	0,5	0,1	25	1,5	31	8	0,5	0,1	35	1,4
16	4	0,5	0,1	30	1,4	32	8	0,5	0,1	45	1,6



К задаче 37

38*. Проверить прочность стержней (рис. *а*), если $P = 250$ *кн*; $F = 400$ *мм*²; $\sigma_т = 260$ *н/мм*²; $[n] = 1{,}5$.

Решение. Стержневая система один раз статически неопределима: статика дает два уравнения равновесия, а неизвестных усилий три — N_{AB}, N_{AC}, N_{AD}.

Вырезаем узел A (рис. *б*) и составляем уравнения равновесия действующих на него сил. Очевидно, что стержни AC и AD растянуты, а стержень AB сжат.

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC}\sin\beta + N_{AD}\sin\beta = 0; \quad N_{AC} = N_{AD};$$

$$\sum Y = 0; \quad N_{AC}\cos\beta + N_{AD}\cos\beta + N_{AB} - P = 0$$

или

$$2N_{AC}\cos\beta + N_{AB} = P. \qquad (1)$$

Зависимость между удлинениями стержней получаем из диаграммы перемещений, показанной на рис. *в*, где $AE = AF = \Delta l_{AC} = \Delta l_{AD}$ и $AA_1 = \Delta l_{AB}$ (укорочение). Очевидно,

$$\Delta l_{AB} = \frac{\Delta l_{AC}}{\cos\beta}.$$

Выражая удлинения стержней по формуле Гука, получаем

$$\frac{N_{AB}l}{E2F} = \frac{N_{AC}\dfrac{l}{\cos\beta}}{EF\cos\beta}$$

или

$$N_{AB} = \frac{2N_{AC}}{\cos^2\beta}. \qquad (2)$$

Решая совместно (1) и (2), получаем

$$N_{AC} = N_{AD} = \frac{P\cos^2\beta}{2(1+\cos^3\beta)} = \frac{250\,(0{,}707)^2}{2\,[1+(0{,}707)^3]} = 46 \text{ кн};$$

$$N_{AB} = \frac{P}{1+\cos^3\beta} = \frac{250}{1+(0{,}707)^3} = 185 \text{ кн}.$$

Вычисляем напряжения в стержнях:

$$\sigma_{AC} = \sigma_{AD} = \frac{N_{AC}}{F_{AC}} = \frac{46\cdot 10^3}{400} = 115 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{185\cdot 10^3}{2\cdot 400} = 231 \text{ н/мм}^2.$$

Коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{\sigma_т}{\sigma_{max}} = \frac{260}{231} = 1{,}12 < [n] = 1{,}5,$$

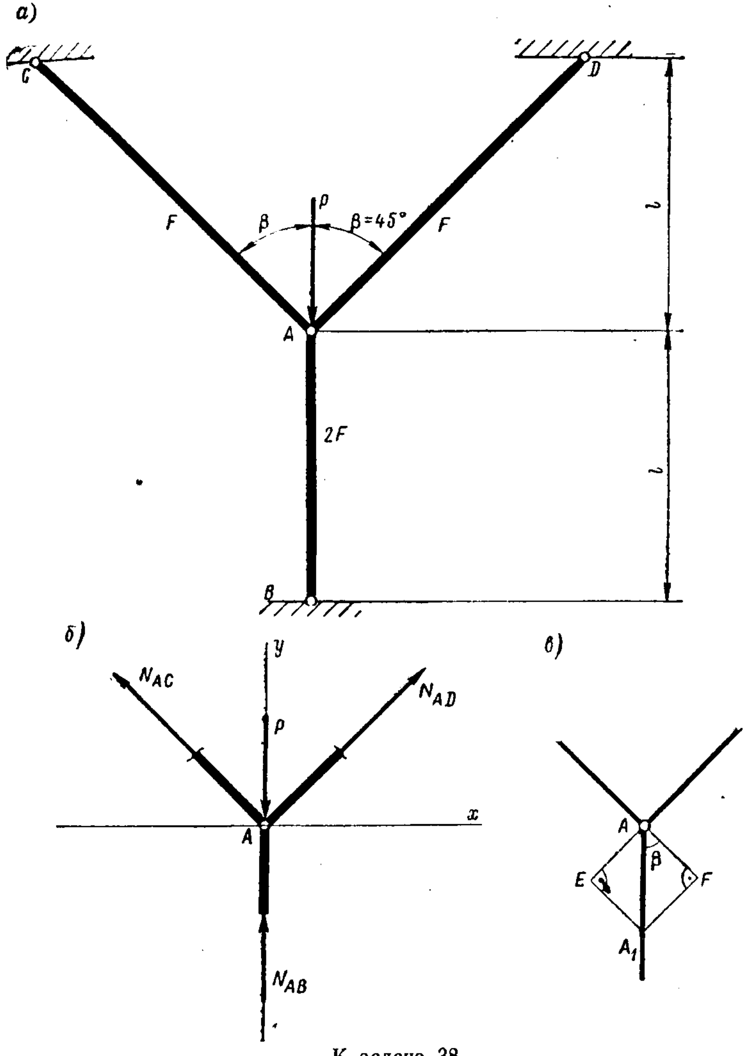
т. е. прочность не обеспечена.

39. Для заданной стержневой системы требуется:

1) определить усилия в стержнях, выразив их через q и a;

2) из условия прочности стержней определить допускаемое значение нагрузки $[q]$, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*². Плиту ABC считать абсолютно жесткой.

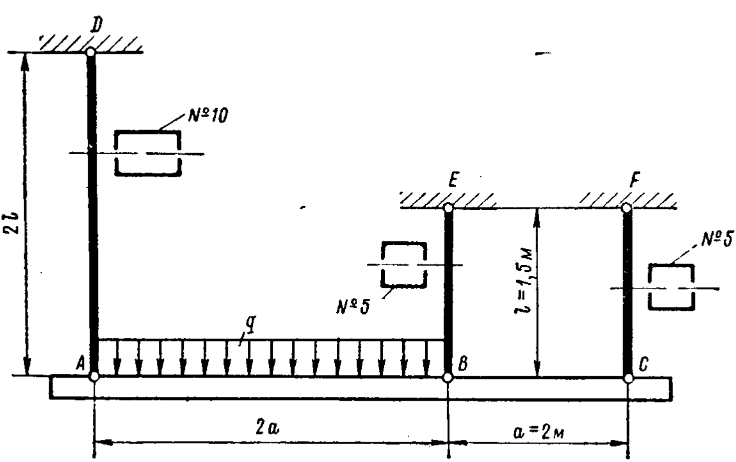
Ответ. 15,3 *кн/м*.



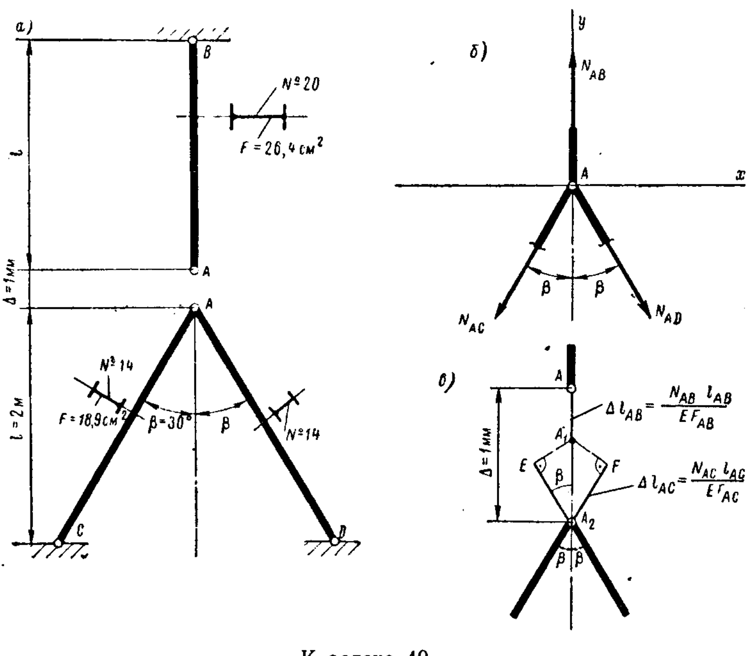
К задаче 38

40 *. В представленной на рис. *а* системе стержень AB до сборки имел длину на величину Δ меньше требуемой. Определить напряжения, возникающие в стальных стержнях после сборки системы.

Решение. После сборки в стержнях возникнут растягивающие усилия N_{AB}, N_{AC}, N_{AD}. Неизвестных усилий три, а уравнений статики для плоской системы сходящихся сил два, следовательно, система статически неопределима.



К задаче 39



К задаче 40

Вырезаем узел A (рис. *б*) и составляем для него уравнения равновесия:

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC}\sin\beta + N_{AD}\sin\beta = 0;$$
$$N_{AC} = N_{AD};$$
$$\sum Y = 0; \quad -N_{AC}\cos\beta + N_{AB} - N_{AD}\cos\beta = 0;$$
$$N_{AB} = 2N_{AC}\cos\beta.$$

Третье уравнение можно получить из условия деформации системы. После сборки шарнир A займет некоторое положение A_1, промежуточное между A и A_2 (рис. *в*). При этом стержень AB удлинится на Δl_{AB}, а стержни AC и AD — на Δl_{AC} и Δl_{AD}. В данном случае $\Delta l_{AC} = \Delta l_{AD}$.

Как видно из рис. *в*,

$$\Delta = \Delta l_{AB} + \frac{\Delta l_{AC}}{\cos\beta}.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$\Delta = \frac{N_{AB}2000}{2\cdot 10^5\cdot 26{,}4\cdot 10^2} + \frac{N_{AC}\dfrac{2000}{0{,}867}}{2\cdot 10^5\cdot 18{,}9\cdot 10^2\cdot 0{,}867}.$$

Учитывая, что

$$N_{AB} = 2N_{AC}\cos\beta = 1{,}73N_{AC},$$

получаем

$$N_{AC} = 73{,}5\ \text{кн}, \quad N_{AB} = 127\ \text{кн}.$$

Напряжения в стержнях:

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{F_{AC}} = \frac{73{,}5\cdot 10^3}{18{,}9\cdot 10^2} = 39\ \text{н/мм}^2,$$

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{127\cdot 10^3}{26{,}4\cdot 10^2} = 48{,}2\ \text{н/мм}^2.$$

41. Проверить прочность стальных стержней, если $[\sigma] = 150$ *н/мм*^{2}.

Ответ. *а*) $\sigma_{AB} = \sigma_{AC} = 52{,}5$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{AD} = 75$ *н/мм*^{2}; *б*) $\sigma_{AB} = \sigma_{EF} = 33{,}3$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{CD} = 66{,}6$ *н/мм*^{2}; *в*) $\sigma_{AB} = 75$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{CD} = 150$ *н/мм*^{2}.

42. Из условия прочности стержневой системы, изображенной на рис. *б* к задаче 41, определить наибольшую величину зазора Δ, при которой ни в одном из стержней напряжения не будут выше допускаемых $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Ответ. 1,2 *мм*.

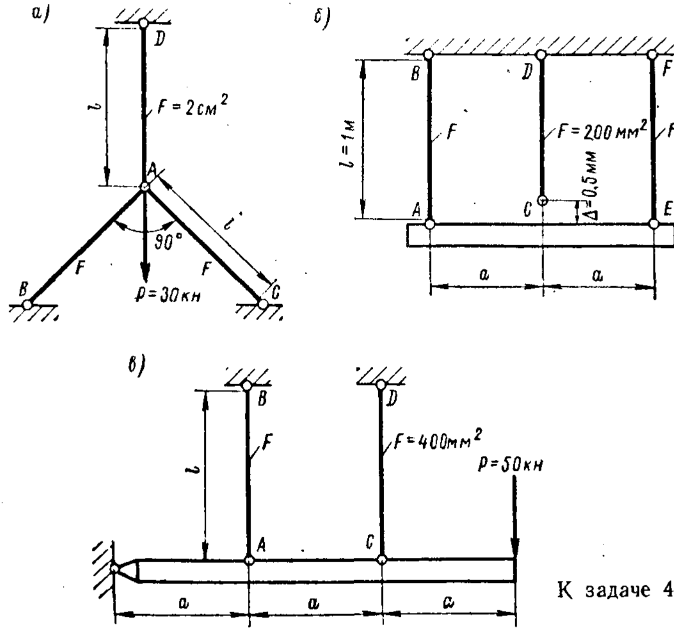
43. Определить из условия прочности размеры поперечных сечений стальных стержней, если $[\sigma] = 100$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $F \approx 220$ *мм*^{2}.

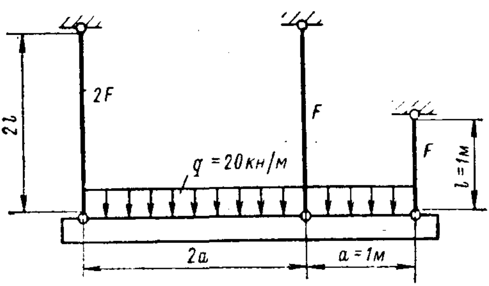
44. В системе, изображенной на рисунке, материал и размеры поперечных сечений всех стержней одинаковы.

Сравнить напряжения в стержнях: 1) при нагревании на Δt° только среднего стержня; 2) при нагревании на Δt° только крайних стержней.

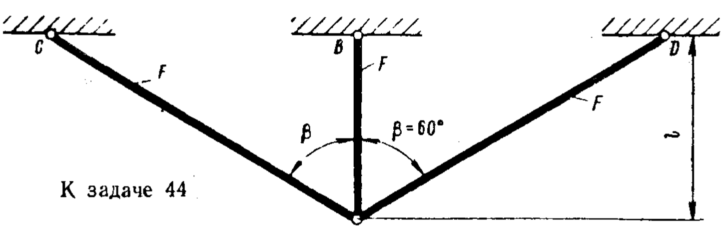
Ответ. При нагреве крайних стержней напряжения в стержнях в 4 раза больше, чем при нагреве среднего стержня.



К задаче 41



К задаче 43

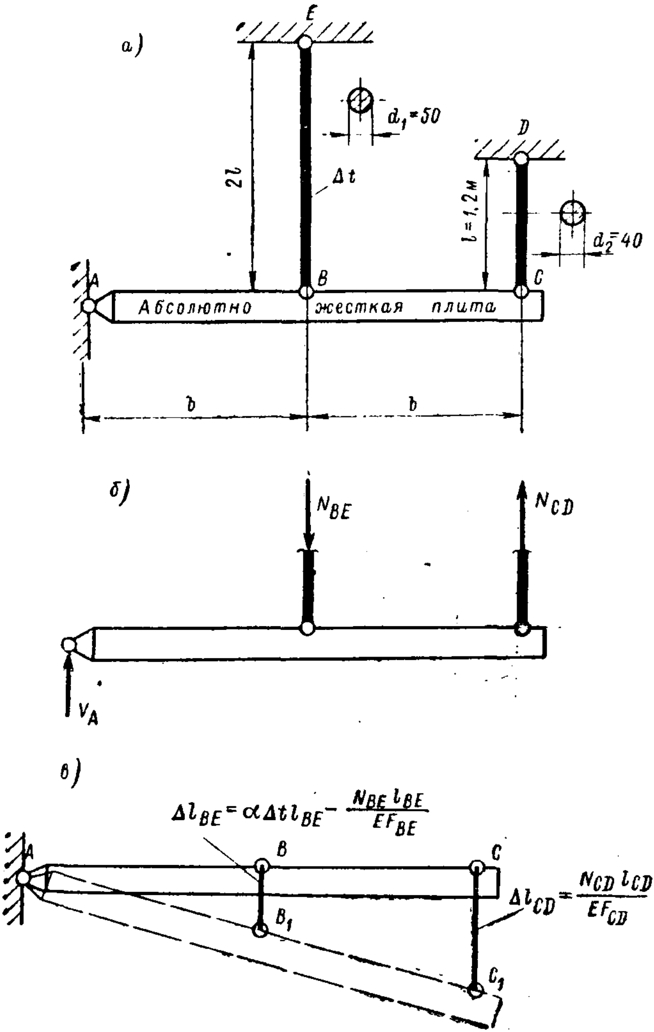


К задаче 44

45*. Определить напряжения, возникающие в стальных стержнях (рис. *а*), при нагревании стержня BE на $\Delta t = 10°$.

Весом плиты пренебречь.

Решение. Система сил, действующих на плиту, показана на рис. *б*. Для такой системы сил статика дает два уравнения равновесия, а неизвестных три: V_A, N_{BE}, N_{CD}. Следовательно, система статически неопределима.



К задаче 45

Равенство нулю суммы моментов относительно точки A дает

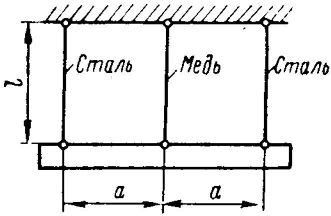
$$N_{BE}b - N_{CD}2b = 0;$$

$$N_{BE} = 2N_{CD}. \tag{1}$$

Составлять второе уравнение равновесия (сумму проекций на ось, параллельную силам) не имеет смысла, так как в него войдет реакция шарнира A, определять которую не нужно.

Из диаграммы перемещений (рис. *в*) видно, что

$$\Delta l_{CD} = 2\Delta l_{BE}.$$



К задаче 46

Расшифровывая уравнение, получаем

$$\frac{N_{CD}l}{EF_{CD}} = 2\left(\alpha\,\Delta t 2l - \frac{N_{BE}2l}{EF_{BE}}\right)$$

или

$$\frac{N_{CD}}{F_{CD}} + 4\frac{N_{BE}}{F_{BE}} = 4\alpha\,\Delta t E. \tag{2}$$

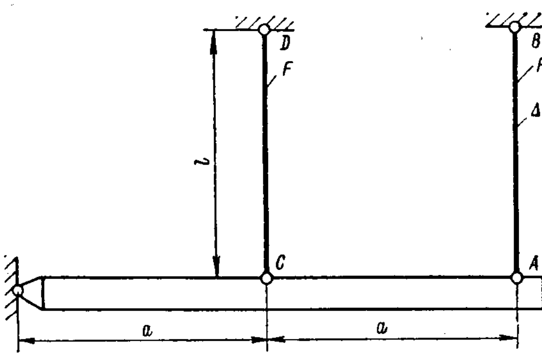
Подставив числовые значения и решив совместно (1) и (2), найдем

$$N_{BE} = 41 \text{ кн}, \quad N_{CD} = 20{,}5 \text{ кн}.$$

Вычислим напряжения в стержнях:

$$\sigma_{BE} = \frac{N_{BE}}{F_{BE}} = \frac{4\cdot 41\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 50^2} = 20{,}9 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{F_{CD}} = \frac{4\cdot 20{,}5\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 40^2} = 16{,}3 \text{ н/мм}$$



К задаче 47

46. Определить напряжения, возникающие в стержнях, если после сборки они были нагреты на $\Delta t = 100°$. Площади поперечных сечений стержней одинаковы. $E_{\text{ст}} = 2E_{\text{м}} = 2\cdot 10^5$ *н/мм*²; $\alpha_{\text{ст}} = 12\cdot 10^{-6}$; $\alpha_{\text{м}} = 16\cdot 10^{-6}$.

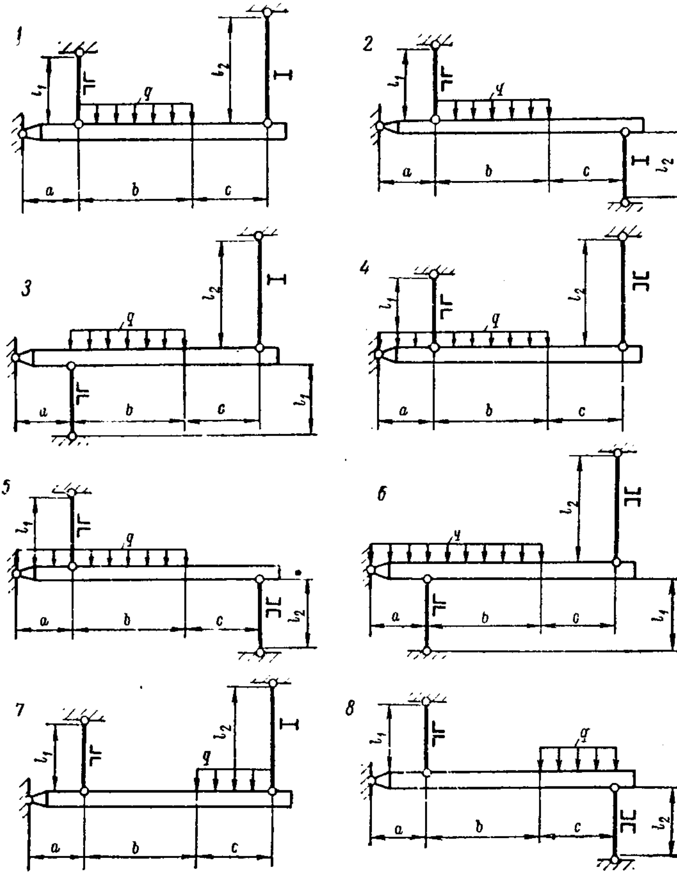
Ответ. $\sigma_{\text{ст}} = 16$ *н/мм*²; $\sigma_{\text{м}} = 32$ *н/мм*².

47. Проверить прочность стальных стержней, если после сборки системы правый стержень был нагрет на $\Delta t = 100°$; $[\sigma] = 120$ *н/мм²*.

Ответ. $\sigma_{AB} = 0{,}317\ [\sigma]$; $\sigma_{CD} = 0{,}633\ [\sigma]$.

48. По данным предыдущей задачи определить из условия прочности допускаемое повышение температуры после сборки системы, если нагреваются оба стержня. Принять $[\sigma] = 160$ *н/мм²*.

Ответ. 96°.



К задаче 49

49 **. Абсолютно жесткая плита подвешена на стальных стержнях из прокатных профилей. Определить допускаемое значение нагрузки из условия прочности, если $[\sigma] = 160$ *н/мм²*.

Таблица данных к задаче 49

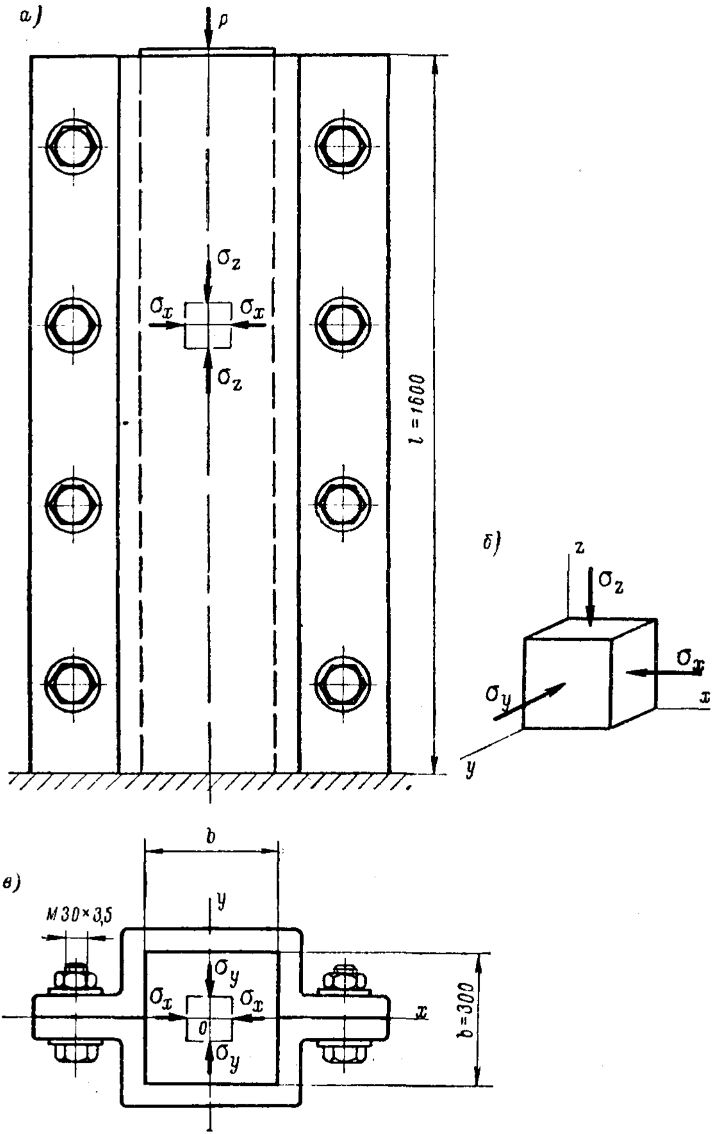
Вариант	Схема	a, м	b, м	c, м	l_1, м	l_2, м	Угольник	№ швеллера	№ двутавра
1	1	0,6	2,4	0,3	1,8	2,5	50×50×3	—	10
2	1	0,4	2,7	0,4	1,9	2,3	50×50×4	—	12
3	1	0,5	2,6	0,3	2,0	2,5	50×50×5	—	14
4	1	0,7	2,8	0,2	2,1	2,4	56×56×4	—	16
5	2	0,3	2,8	0,4	0,8	1,4	70×70×5	—	14
6	2	0,4	2,6	0,5	0,9	1,0	70×70×6	—	16
7	2	0,3	2,7	0,4	0,8	0,8	70×70×7	—	12
8	2	0,4	2,9	0,5	0,7	0,9	70×70×8	—	10
9	3	0,3	2,5	0,3	0,9	1,2	75×75×5	—	18
10	3	0,4	2,3	0,4	0,7	1,3	75×75×7	—	14
11	3	0,5	2,4	0,5	0,8	1,3	75×75×8	—	16
12	3	0,3	2,5	0,4	0,7	1,4	75×75×9	—	18
13	4	0,2	2,4	0,4	0,9	1,3	50×32×3	5	—
14	4	0,3	2,5	0,5	0,8	1,4	56×36×5	6,5	—
15	4	0,4	2,6	0,6	0,9	1,3	63×40×6	8	—
16	4	0,5	2,7	0,7	1,0	1,4	70×45×5	6,5	—
17	5	0,3	2,9	0,2	1,2	1,3	70×45×5	8	—
18	5	0,4	2,8	0,3	1,5	1,6	63×40×6	5	—
19	5	0,3	3,2	0,4	1,4	1,5	70×45×5	6,5	—
20	5	0,5	3,1	0,3	1,5	1,6	63×40×6	8	—
21	6	0,4	3,7	0,3	0,8	1,8	75×50×5	12	—
22	6	0,3	3,6	0,4	0,9	1,3	75×50×6	8	—
23	6	0,5	3,5	0,5	1,1	1,4	75×50×8	10	—
24	6	0,2	3,4	0,4	1,2	1,5	75×50×6	8	—
25	7	0,3	0,7	3,2	0,8	1,2	70×70×5	—	10
26	7	0,4	0,6	3,6	0,9	1,3	70×70×6	—	12
27	7	0,5	0,7	3,7	1,0	1,4	70×70×5	—	10
28	7	0,3	0,6	3,8	0,9	1,5	70×70×6	—	14
29	8	0,3	0,5	3,4	1,4	0,9	70×45×5	8	—
30	8	0,5	0,6	3,5	1,8	0,8	56×36×5	12	—
31	8	0,6	0,7	3,6	1,6	0,7	70×45×5	8	—
32	8	0,7	0,8	3,7	1,8	0,6	56×36×5	10	—

§ 16. Напряженное состояние при растяжении (сжатии). Обобщенный закон Гука

50 *. В форме, состоящей из двух половин, сжимают пластмассовую призму (рис. *а*). Определить допускаемое значение сжимающей силы P из условия прочности болтов, если для болтов $[\sigma]_р = 60$ *н/мм²*.

Деформацией формы и болтов пренебречь. Для пластмассы $\mu = 0{,}4$.

Решение. При сжатии пластмассового бруса размеры его поперечного сечения увеличиваются, но в данном случае этому увеличению препятствуют стенки формы.


а)
P
σ_z
σ_x
σ_x
σ_z
$l=1600$
б)
z
σ_z
σ_x
σ_y
x
y
в)
b
y
M 30×3,5
σ_y
σ_x
σ_x
0
σ_y
x
$b=300$

К задаче 50

Напряжения, возникающие на гранях элемента, вырезанного в районе какой-то точки, показаны на рис. *б*. Так как напряжения σ_y во всех точках стержня одинаковы, то усилие, действующее на один болт, равно

$$Q_y = \frac{|\sigma_y|\, bl}{i},$$

где i — число болтов.

Условие прочности болта выражается формулой

$$\sigma = \frac{Q_y}{F_б} \leqslant [\sigma_р],$$

откуда

$$Q_y \leqslant F_б\,[\sigma_р]. \qquad (1)$$

Выразим Q_y через P. Из принятого допущения о недеформируемости формы и болтов следует, что ε_x и ε_y равны нулю. Применяя обобщенный закон Гука и учитывая, что благодаря симметрии $\sigma_x = \sigma_y$ (рис. *в*), получаем

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\,[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] = \frac{1}{E}\,[\sigma_y - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0,$$

откуда

$$\sigma_y = \frac{\mu\sigma_z}{1-\mu}.$$

Тогда

$$Q_y = \left|\frac{\mu\sigma_z}{1-\mu}\right| \frac{bl}{i},$$

где

$$\sigma_z = -\frac{P}{b^2}.$$

Следовательно,

$$Q_y = P\,\frac{\mu}{1-\mu}\cdot\frac{l}{bi}.$$

Допускаемое значение силы P, учитывая (1),

$$[P] = \frac{1-\mu}{\mu}\cdot\frac{bi}{l}\,F_б\,[\sigma_р],$$

где $F_б$ — расчетная площадь поперечного сечения болта, равная $4{,}96\cdot 10^2$ *мм*^{2};

$$[P] = \frac{1-0{,}4}{0{,}4}\cdot\frac{300\cdot 8}{1600}\,4{,}96\cdot 10^2\cdot 60 = 67{,}0\cdot 10^3 \text{ н} = 67 \text{ кн}.$$

51*. Определить показание тензометра AB, имеющего базу $c = 20$ *мм* и коэффициент увеличения $k = 1000$, если стальной образец нагружен силой $P = 30$ *кн* (рис. *а*).

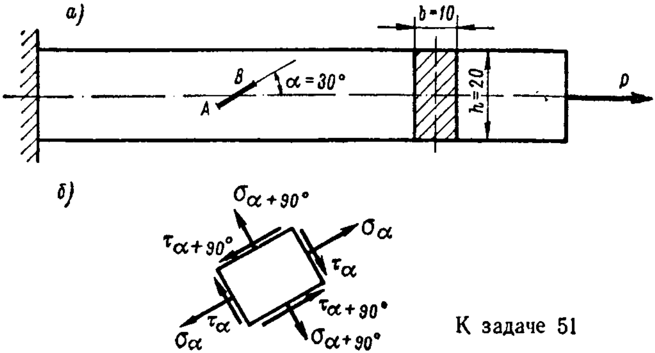
Решение. Определим деформацию в направлении базы тензометра. Эта деформация может быть выражена на основе обобщенного закона Гука через напряжения σ_α и $\sigma_{\alpha+90^\circ}$ (рис. *б*).

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{E}(\sigma_\alpha - \mu\sigma_{\alpha+90^\circ}), \qquad (1)$$

где

$$\sigma_\alpha = \sigma_z \cos^2\alpha; \quad \sigma_{\alpha+90^\circ} = \sigma_z \cos^2(\alpha + 90^\circ) = \sigma_z \sin^2\alpha;$$

$\sigma_z = \dfrac{P}{bh}$ — нормальное напряжение в поперечном сечении образца.



К задаче 51

Подставляя в (1), получаем

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{E}\sigma_z(\cos^2\alpha - \mu\sin^2\alpha) = \frac{P}{Ebh}(\cos^2\alpha - \mu\sin^2\alpha).$$

Но

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta c}{ck},$$

где Δc — показание тензометра.

Окончательно получаем

$$\Delta c = P\frac{ck}{Ebh}(\cos^2\alpha - \mu\sin^2\alpha) =$$

$$= 30\cdot 10^3 \frac{20\cdot 1000}{2\cdot 10^5\cdot 10\cdot 20}(0{,}867^2 - 0{,}3\cdot 0{,}5^2) \approx 10 \text{ мм}.$$

52. Определить нормальное и касательное напряжения в точке *A* сечения *1—1* и в точке *B* сечения *2—2*.

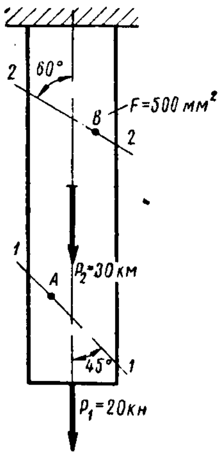
Ответ. $\sigma_{1-1} = 20$ *н/мм²*; $\tau_{1-1} = 20$ *н/мм²*; $\sigma_{2-2} = 75$ *н/мм²*; $\tau_{2-2} = 43{,}4$ *н/мм²*.

53. Определить нормальное напряжение в точке A сечения $1—1$ и касательное напряжение в точке B сечения $2—2$.

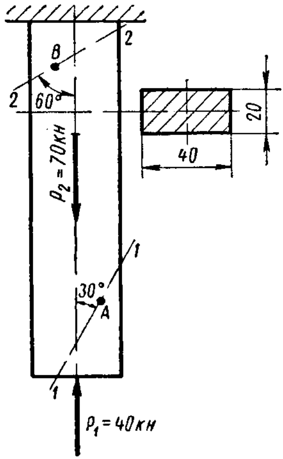
Ответ. $\sigma_{1-1} = 12{,}5$ *н/мм*^{2}; $\tau_{2-2} = 16{,}3$ *н/мм*^{2}.

54. Определить, при какой величине P в точке A сечения $1—1$ возникает растягивающее напряжение, равное 60 *н/мм*^{2}.

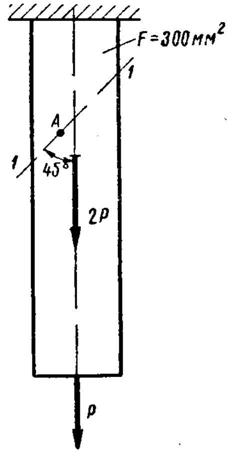
Ответ. 12 *кн*.



К задаче 52



К задаче 53



К задаче 54

ГЛАВА 5

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ НА СРЕЗ И СМЯТИЕ

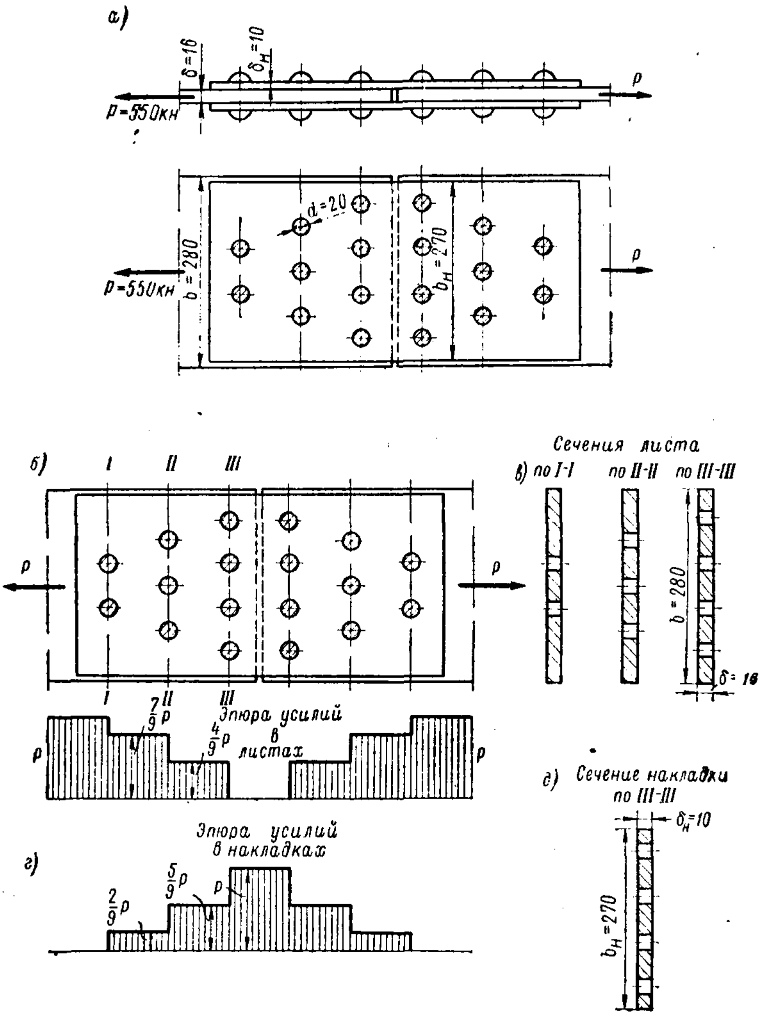
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$[\sigma_{см}]$ — допускаемое напряжение на смятие
$\tau_{пч}$ — предел прочности на срез
δ — толщина листа (полки угольника, стенки швеллера или двутавра)
$\delta_н$ — толщина накладки
i — число заклепок (болтов и т. п.), передающих заданное усилие
k — число плоскостей среза, по которым происходит разрушение соединительного элемента (заклепки и т. п.) при срезе

§ 17. Расчет заклепочных соединений

55*. Проверить прочность заклепочного соединения (рис. *а*), если $[\tau_{ср}] = 100$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_{см}] = 240$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_р] = 140$ *н/мм*^{2}.

Решение. Расчет включает проверку прочности заклепок на срез, стенок отверстий в листах и накладках на смятие, листов и накладок на растяжение.



а)
δ=16
δн=10
P=550кн
P
d=20
b=280
bн=270
P=550кн
P
б)
I
II
III
P
P
Сечения листа
в) по I-I
по II-II
по III-III
b=280
δ=16
7/9 P
4/9 P
Эпюра усилий в листах
P
P
г)
Эпюра усилий в накладках
2/9 P
5/9 P
P
д) Сечение накладки по III-III
δн=10
bн=270

К задаче 55

Проверку прочности заклепок на срез выполняем по формуле

$$\tau_{ср} = \frac{P}{ik\frac{\pi d^2}{4}} \leqslant [\tau_{ср}].$$

В рассматриваемом случае $i = 9$ (число заклепок по одну сторону стыка); $k = 2$ (двухсрезные заклепки). Подставляя числовые данные, получаем

$$\tau_{ср} = \frac{550 \cdot 10^3}{9 \cdot 2\frac{3,14 \cdot 20^2}{4}} = 97,2 \text{ н/мм}^2 < [\tau_{ср}]..$$

Проверку соединения на смятие выполняем по формуле

$$\sigma_{см} = \frac{P}{i\delta_{расч}d} \leqslant [\sigma_{см}].$$

В заданном соединении $\delta < 2\delta_н$, т. е. расчетная площадь смятия стенок отверстий в соединяемых листах меньше, чем стенок отверстий в накладках. Следовательно, напряжения смятия для листов больше, чем для накладок, и $\delta_{расч} = \delta = 16$ *мм*. Подставляя числовые данные, получаем

$$\sigma_{см} = \frac{550 \cdot 10^3}{9 \cdot 16 \cdot 20} = 191 \text{ н/мм}^2 < [\sigma_{см}].$$

Проверку прочности листов на растяжение выполняем по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F_{нетто}} \leqslant [\sigma_р],$$

где N — продольная сила в проверяемом сечении;
$F_{нетто}$ — площадь нетто (т. е. площадь поперечного сечения листа за вычетом ее ослабления отверстиями для заклепок) проверяемого сечения.

Для определения опасного сечения строим эпюру продольных сил для листов (рис. *б*). При построении эпюры используем допущение о равномерном распределении усилия между заклепками (в данном случае каждая заклепка передает силу, равную $^1/_9\ P$). Площади ослабленных сечений (*I—I*, *II—II*, *III—III*) различны, поэтому не ясно, какое из них опасное. Производим проверку прочности для каждого из ослабленных сечений (на рис. *в* показаны ослабленные сечения листа).

Для сечения *I—I*

$$\sigma_I = \frac{P}{\delta(b - 2d)} = \frac{550 \cdot 10^3}{16(280 - 2 \cdot 20)} = 143 \text{ н/мм}^2.$$

Для сечения *II—II*

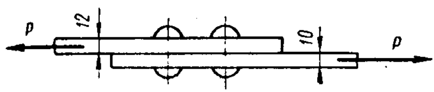
$$\sigma_{II} = \frac{\frac{7}{9}P}{\delta(b - 3d)} = \frac{\frac{7}{9} \cdot 550 \cdot 10^3}{16(280 - 3 \cdot 20)} = 121 \text{ н/мм}^2.$$

Для сечения $III—III$

$$\sigma_{III} = \frac{\frac{4}{9}P}{\delta(b-4d)} = \frac{\frac{4}{9}\cdot 550\cdot 10^3}{16(280-4\cdot 20)} = 76{,}5\ н/мм^2.$$

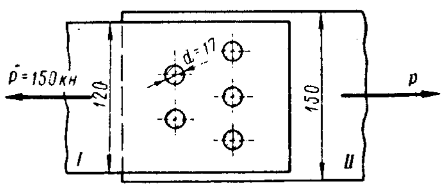
Опасным оказалось сечение $I—I$; напряжение в этом сечении выше допускаемого примерно на 2%, т. е. можно считать, что прочность соединяемых листов достаточна.

Проверка накладок аналогична проверке листов. Эпюра продольных сил для двух накладок показана на рис. *г*. Очевидно, что для накладки опасно сечение $III—III$ — это сечение имеет наименьшую площадь (см. рис. *д*) и в нем возникает наибольшая продольная сила $N_{н\ max} = 0{,}5\ P$. Вычисляем напряжение в этом сечении



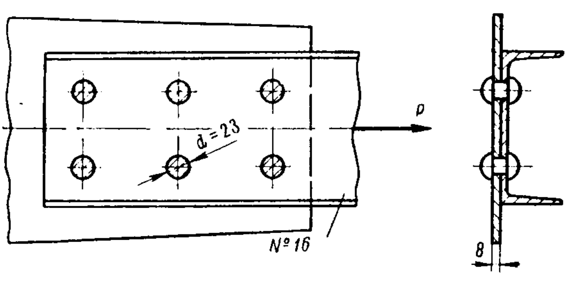
$$\sigma_{н\ max} = \frac{0{,}5P}{\delta_н(b_н - 4d)} = \frac{0{,}5\cdot 550\cdot 10^3}{10(270-4\cdot 20)} = 145\ н/мм^2.$$

Напряжение выше допускаемого примерно на 3,5%, т. е. прочность накладок достаточна.



К задаче 57

56. По данным предыдущей задачи выяснить, будет ли достаточна прочность листов и накладок, если изменить расположение заклепок: по линии $I—I$ разместить четыре заклепки, а по линии $III—III$ две заклепки.



К задаче 58

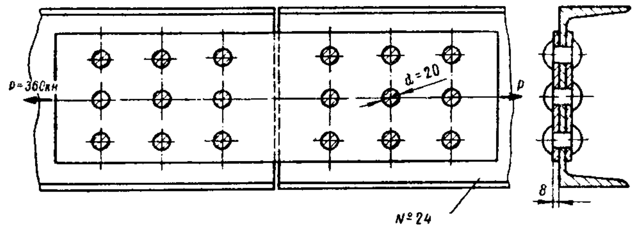
Ответ. Наибольшие напряжения в листах будут выше допускаемых на 22,8%. Наибольшие напряжения в накладках уменьшатся (по сравнению с напряжениями, найденными в задаче 55) на 17,6%.

57. Проверить прочность заклепочного соединения, если $[\sigma_р] = 160\ н/мм^2$; $[\tau_{ср}] = 140\ н/мм^2$; $[\sigma_{см}] = 320\ н/мм^2$.

Ответ. $\tau_{ср} = 132\ н/мм^2$; $\sigma_{см} = 176\ н/мм^2$; $\sigma_р = 151\ н/мм^2$.

58. Проверить, достаточно ли количество заклепок для заданного соединения швеллера с фасонным листом узла фермы, если должна быть обеспечена равнопрочность швеллера на растяжение и заклепочного соединения на срез и смятие. Допускаемые напряжения: $[\sigma_p] = 160$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_{см}] = 320$ *н/мм*^{2}; $[\tau_{ср}] = 140$ *н/мм*^{2}.

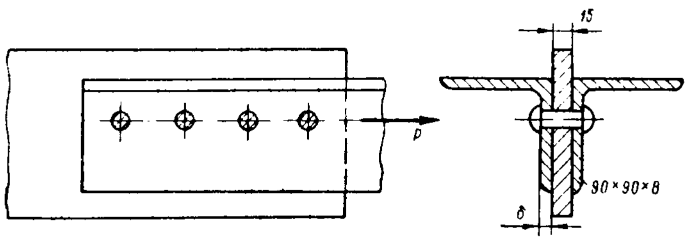
Ответ. Недостаточно. Следует поставить семь заклепок.



К задаче 59

59. Проверить прочность заклепочного соединения, если $[\sigma_p] = 140$ *н/мм*^{2}; $[\tau_{ср}] = 100$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_{см}] = 280$ *н/мм*^{2}.

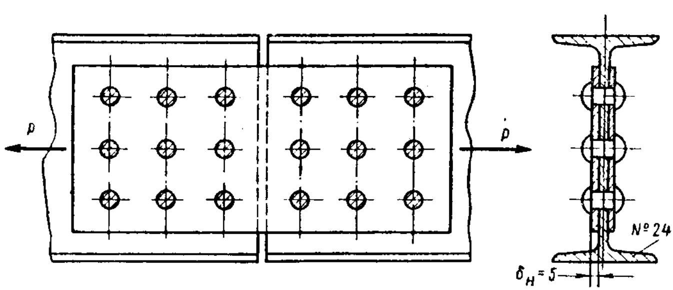
Ответ. Прочность соединения недостаточна: $\sigma_{см} = 1{,}27\ [\sigma_{см}]$.



К задаче 60

60. Определить требуемое число заклепок диаметром 17 *мм* для прикрепления к фасонному листу узла фермы стержня, состоящего из двух равнобоких угольников, если $[\tau_{ср}] = 140$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_{см}] = 320$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_p] = 160$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $i = 7$.

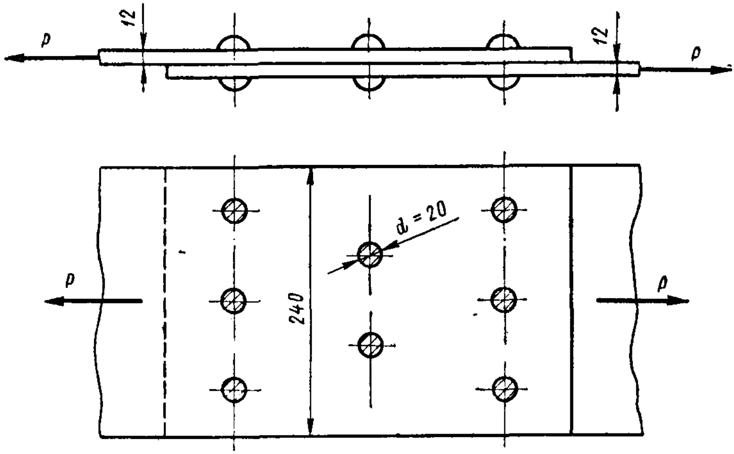


К задаче 61

61. Определить требуемое количество заклепок диаметром 23 *мм* для соединения встык с двумя накладками двух двутавров. Принять $[\sigma_р] = 160$ *н/мм²*; $[\tau_{ср}] = 140$ *н/мм²*; $[\sigma_{см}] = 320$ *н/мм²*.

Заклепочное соединение должно быть равнопрочно соединяемым двутаврам. Принять, что заклепки размещены по три в ряд (см. рисунок).

Ответ. 12 заклепок (по одну сторону стыка).



К задаче 62

62. Определить допускаемое значение силы P для заданного заклепочного соединения, если $[\sigma_р] = 160$ *н/мм²*; $[\tau_{ср}] = 140$ *н/мм²*, $[\sigma_{см}] = 320$ *н/мм²*.

Ответ. 345 *кн*.

63. Как изменится допускаемая величина силы P (см. задачу 62), если в крайних рядах разместить по две заклепки, а в среднем ряду — четыре.

Ответ. Увеличится примерно на 2%.

§ 18. Различные случаи расчета на срез и смятие

64. При испытании на срез (двойное перерезывание) стального образца разрушающая нагрузка $P_{пч}$ оказалась равной 47 *кн*. Определить величину предела прочности на срез материала образца.

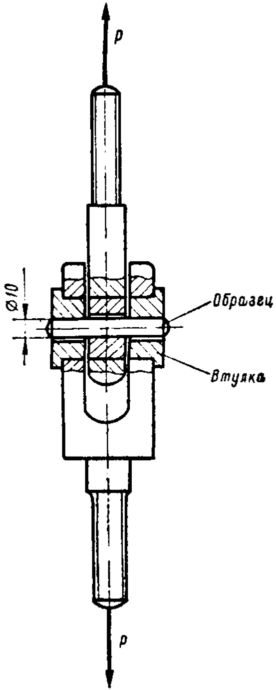
Ответ. 300 *н/мм²*.

65. Определить требуемую силу давления на пуансон пресса для продавливания в листе ($\delta = 5$ *мм*) отверстия диаметром 12,5 *мм*. Принять $\tau_{пч} = 320$ *н/мм²*.

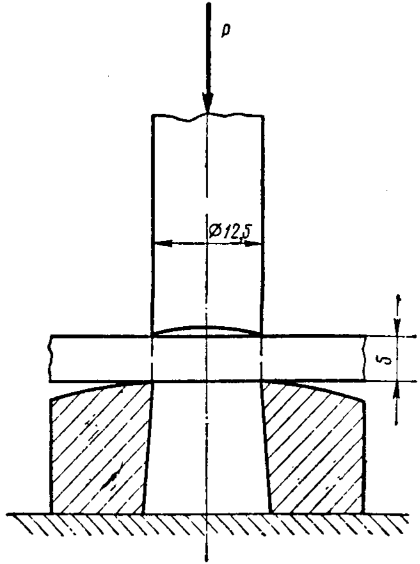
Ответ. 62,8 *кн*.

66. Дыропробивной пресс развивает максимальную силу, равную 250 *кн*. Определить наибольший диаметр d_{max} отверстия, которое можно продавливать в листах толщиной $\delta = 10$ *мм*, и найти максимальную толщину δ_{max} листа, в котором можно продавить отверстие $d = 21$ *мм*. Для продавливаемого материала $\tau_{пч} = 290$ *н/мм²*.

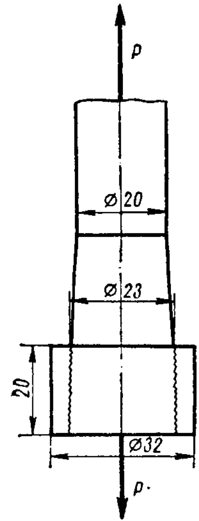
Ответ. $d_{max} = 27,4$ *мм*; $\delta_{max} = 13,1$ *мм*.



К задаче 64



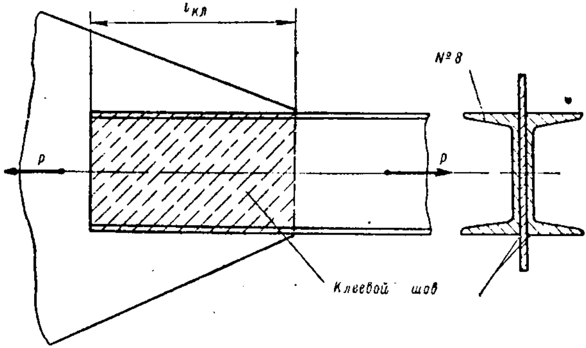
К задаче 65



К задаче 67

67. [1] При испытании на растяжение стального образца была определена величина предела прочности $\sigma_{пч} = 410$ *н/мм*^{2}. Определить коэффициент запаса прочности головок образца на срез (следы возможных поверхностей разрушения показаны на рисунке волнистыми линиями) при максимальной нагрузке образца, если $\tau_{пч} = 300$ *н/мм*^{2}.

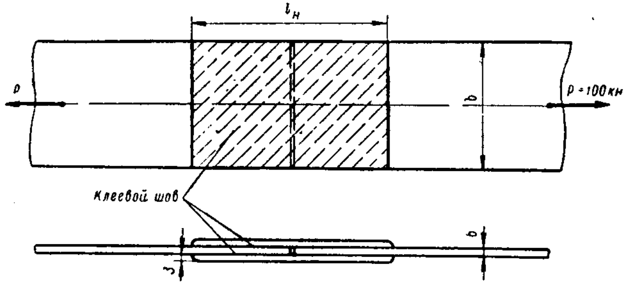
Ответ. 3,37.



К задаче 68

68. Стенки швеллеров приклеены к стальному листу клеем БФ4. Определить требуемую длину $l_{кл}$ клеевого шва из условия его равнопрочности с прикрепляемыми швеллерами. Принять для швеллеров $[\sigma_p] = 160$ *н/мм*^{2}; для клеевого шва допускаемое напряжение на сдвиг $[\tau_c]_{кл} = 6$ *н/мм*^{2}.

Ответ. 300 *мм*.



К задаче 69

69. Два стальных листа соединены встык накладками, приклеенными к листам карбинольным клеем. Определить требуемую ширину b листов и накладок, а также длину $l_н$ накладок, если для листов и накладок $[\sigma_p] = 160$ *н/мм*^{2} и для шва $[\tau_c]_{кл} = 5$ *н/мм*^{2}.

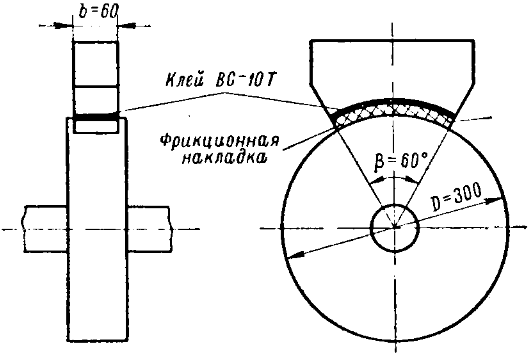
Ответ. $b \approx 105$ *мм*; $l_н = 191$ *мм*.

70. Фрикционная накладка приклеена к тормозной колодке теплостойким клеем ВС-10Т. Определить из условия прочности клеевого шва

[1] Задачи 67, 68, 69, 70 составлены А. Г. Рубашкиным.

наибольшую допускаемую величину тормозного момента. Для шва $[\tau_c]_{кл} = 2$ *н/мм²*. Толщиной фрикционной накладки при расчете пренебречь.

Ответ. $2{,}83 \cdot 10^3$ *н·м.*



К задаче 70

71 *. Стержни *I* и *II* соединены штифтом *III* и нагружены растягивающими силами $P = 30$ *кн* (рис. *а*). Определить размеры $d, D, d_{шт}, c, e$ конструкции, если $[\sigma_p] = 120$ *н/мм²*; $[\tau_{ср}] = 80$ *н/мм²*; $[\sigma_{см}] = 240$ *н/мм²*.

Решение.

1. Определяем диаметр штифта из условия прочности на срез

$$\tau_{ср} = \frac{P}{2\,\frac{\pi}{4}\,d_{шт}^2} \leqslant [\tau_{ср}],$$

откуда

$$d_{шт} \geqslant \sqrt{\frac{2P}{\pi\,[\tau_{ср}]}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 80}} = 15{,}5 \text{ мм}.$$

Принимаем $d_{шт} = 16$ *мм.*

2. Определяем диаметр стержня *I* из условия прочности на растяжение (сечение стержня, ослабленное отверстием для штифта, показано на рис. *б*)

$$\sigma_{pI} \approx \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} - d_{шт} d} \leqslant [\sigma_p],$$

или

$$\sigma_{pI} \approx \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{3{,}14}{4}\,d^2 - 16d} \leqslant 120,$$

откуда

$$94{,}2d^2 - 1920d - 30 \cdot 10^3 = 0.$$

Решив квадратное уравнение, получим $d = 30{,}8$ *мм.* Принимаем $d = 31$ *мм.*

3. Определяем наружный диаметр стержня *II* из условия прочности на растяжение (сечение стержня *II*, ослабленное отверстием для штифта, показано на рис. *в*)

$$\sigma_{\text{p}II} \approx \frac{P}{\frac{\pi}{4} D^2 - \frac{\pi d^2}{4} - d_{\text{шт}} (D - d)} \leqslant [\sigma_{\text{p}}],$$

или

$$\sigma_{\text{p}II} \approx \frac{30 \cdot 10^3}{\frac{3{,}14}{4} D^2 - \frac{3{,}14}{4} 31^2 - 16 (D - 31)} \leqslant 120,$$

откуда

$$94{,}2D^2 - 1920D - 61 \cdot 10^3 = 0.$$

Решив квадратное уравнение, получим $D = 37{,}7$ *мм*. Принимаем $D = 38$ *мм*.

4. Проверим, достаточна ли толщина стенок стержня *II* по условию прочности на смятие (см. рис. *в*)

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{d_{\text{шт}} (D - d)} = \frac{30 \cdot 10^3}{16 (38 - 31)} = 268 \ н/мм^2 > [\sigma_{\text{см}}].$$

Увеличим наружный диаметр стержня так, чтобы соблюдалось условие прочности на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{d_{\text{шт}} (D - d)} \leqslant [\sigma_{\text{см}}],$$

отсюда

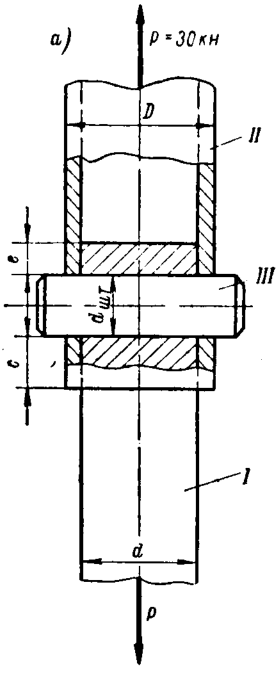
$$D \geqslant \frac{P + d d_{\text{шт}} [\sigma_{\text{см}}]}{d_{\text{шт}} [\sigma_{\text{см}}]} =$$

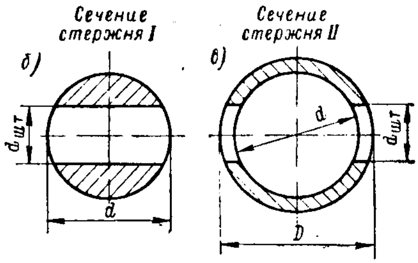
$$= \frac{30 \cdot 10^3 + 31 \cdot 16 \cdot 240}{16 \cdot 240} = 38{,}8 \ мм.$$

Окончательно принимаем $D = 39$ *мм*.

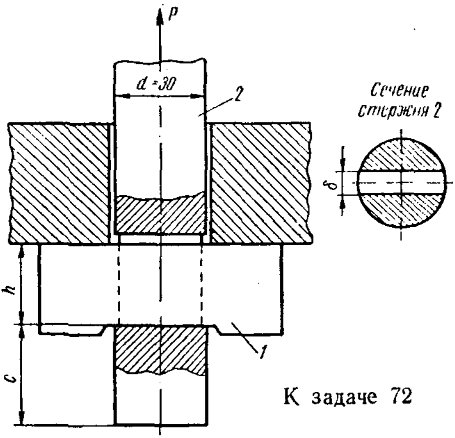
5. Определяем размер *c* из условия прочности нижней части стержня *II* на срез

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{P}{2c (D - d)} \leqslant [\tau_{\text{ср}}],$$

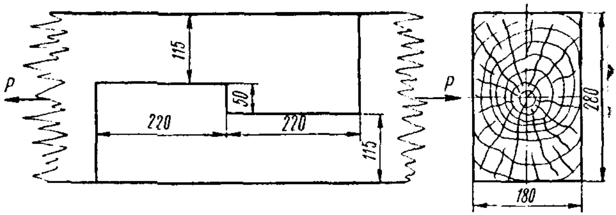




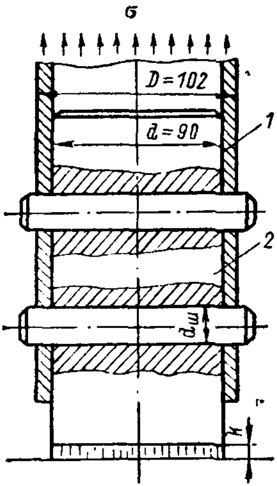
К задаче 71



К задаче 72



К задаче 73



К задаче 74

откуда

$$c \geqslant \frac{P}{2(D-d)[\tau_{cp}]} =$$

$$= \frac{30 \cdot 10^3}{2(39-31) \cdot 80} = 23{,}4 \text{ мм}.$$

Принимаем $c = 24$ *мм.*

6. Определяем размер e из условия прочности верхней части стержня *1* на срез

$$\tau_{cp} = \frac{P}{2ed} \leqslant [\tau_{cp}],$$

откуда

$$e \geqslant \frac{P}{2d[\tau_{cp}]} = \frac{30 \cdot 10^3}{2 \cdot 31 \cdot 80} = 6{,}05 \text{ мм}.$$

Принимаем $e = 6$ *мм.*

72. Определить размеры h и δ чеки *1* (см. рисунок), служащей для закрепления

в гнезде анкерного болта 2, и длину c нижней части болта. Считать, что ослабление болта имеет форму прямоугольника. Принять $[\sigma_р] = 120$ *н/мм²*; $[\tau_{ср}] = 90$ *н/мм²*; $[\sigma_{см}] = 250$ *н/мм²*.

Ответ. $h = 41{,}6$ *мм*; $\delta = 7{,}65$ *мм*; $c = 10{,}6$ *мм*.

73. Определить допускаемую величину силы P для соединения двух сосновых брусьев (внецентренность растяжения не учитывать). Принять $[\sigma_р] = 10$ *н/мм²*; $[\tau_{ск}] = 1{,}2$ *н/мм²*; $[\sigma_{см}] = 6$ *н/мм²*.

Ответ. 47,6 *кн*.

74. Трубчатый стержень *1* соединен со стержнем *2*, приваренным к неподвижному основанию, двумя штырями (пальцами). При действии на стержень *1* растягивающей нагрузки в его неослабленном поперечном сечении возникают нормальные напряжения $\sigma = 68$ *н/мм²*.

Определить из расчетов на срез и смятие требуемый диаметр штыря при $[\tau_{ср}] = 90$ *н/мм²* и $[\sigma_{см}] = 250$ *н/мм²*.

Определить минимально необходимый катет k сварного шва, если допускаемое напряжение на срез для шва $[\tau_э] = 96$ *н/мм²*.

Ответ. $d_ш = 21$ *мм*; $k = 6{,}5$ *мм*.

ГЛАВА 6

КРУЧЕНИЕ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$c_п = D/d$ — индекс пружины (отношение среднего диаметра витка пружины к диаметру проволок)

J_p — полярный момент инерции сечения

i — число витков пружины

$k = \dfrac{c_п + 0{,}25}{c_п - 1}$ — поправочный коэффициент при вычислении максимального касательного напряжения в пружине

m_1, m_2 — внешние (скручивающие) моменты

m_A, m_B — реактивные моменты в жестких заделках

M_z — крутящий момент в поперечном сечении бруса

n — частота вращения, *об/мин*

W_p — полярный момент сопротивлений сечения

λ — изменение высоты (осадка) пружины

φ — угол поворота поперечного сечения бруса при кручении, угол закручивания

φ_0 — относительный (на единицу длины) угол закручивания

$[\varphi_0]$ — допускаемый относительный угол закручивания

§ 19. Расчеты на прочность и жесткость бруса круглого поперечного сечения

75*. Для заданного стального бруса (рис. *а*) требуется:

1) построить эпюру крутящих моментов;

2) построить эпюру максимальных касательных напряжений по длине бруса;

3) построить эпюру углов поворота поперечных сечений.

Р е ш е н и е. Заданный брус имеет три участка, указанных на рис. *а*.

Пользуясь соотношением $M_z = \sum\limits_{\substack{\text{ост.} \\ \text{части}}} m_i$, строим эпюру крутящих моментов.

При построении эпюры M_z принимаем следующее правило знаков: крутящий момент считаем положительным, когда он направлен по ходу часовой стрелки, если смотреть на оставленную часть бруса со стороны проведенного сечения.

Для первого участка (рис. *б*)

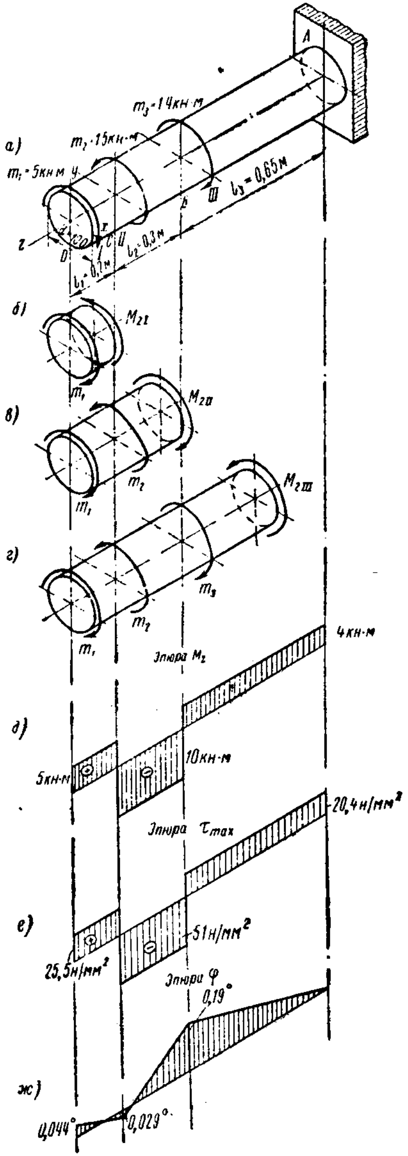
$$M_{zI} = m_1 = 5 \text{ кн} \cdot \text{м}.$$

Для второго участка (рис. *в*)

$$M_{zII} = -m_2 + m_1 = \\ = -15 + 5 = -10 \text{ кн} \cdot \text{м}.$$

Для третьего участка (рис. *г*)

$$M_{zIII} = m_1 - m_2 + m_3 = \\ = 5 - 15 + 14 = 4 \text{ кн} \cdot \text{м}.$$



К задаче 75

Эпюра крутящих моментов показана на рис. *д*.

В местах приложения внешних моментов на эпюре получаются скачки, по величине равные этим моментам.

Строим эпюру максимальных касательных напряжений по длине бруса. Условно приписываем τ_{max} те же знаки, что и соответствующим крутящим моментам.

На первом участке

$$\tau_{max\,I} = \frac{M_{zI}}{W_p} =$$

$$= \frac{5 \cdot 10^6}{\dfrac{3,14 \cdot 100^3}{16}} = 25,5 \text{ н/мм}^2.$$

На втором участке

$$\tau_{max\,II} = \frac{M_{zII}}{W_p} =$$

$$= \frac{-10 \cdot 10^6}{\dfrac{3,14 \cdot 100^3}{16}} = -51 \text{ н/мм}^2.$$

На третьем участке

$$\tau_{\max III} = \frac{M_{zIII}}{W_p} = \frac{4 \cdot 10^6}{\frac{3,14 \cdot 100^3}{16}} = 20,4 \ н/мм^2.$$

Эпюра максимальных касательных напряжений показана на рис. *е*.

Угол поворота поперечного сечения бруса при постоянных (в пределах каждого участка) диаметре сечения и крутящем моменте определяется по формуле

$$\varphi = \Sigma \frac{M_{zi} l_i}{GJ_{pi}}.$$

Для заданного бруса постоянного сечения формула имеет вид

$$\varphi = \Sigma \frac{M_{zi} l_i}{GJ_p}.$$

Строим эпюру углов поворота поперечных сечений бруса. Угол поворота сечения A $\varphi_A = 0$, так как в этом сечении брус закреплен.

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{M_{zIII} l_3}{GJ_p} \cdot \frac{180°}{\pi} =$$

$$= 0 + \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 650}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 100^4}{32}} \cdot \frac{180°}{3,14} = 0,19°;$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{M_{zII} l_2}{GJ_p} \cdot \frac{180°}{\pi} =$$

$$= 0,19° - \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 100^4}{32}} \cdot \frac{180°}{3,14} = -0,029°;$$

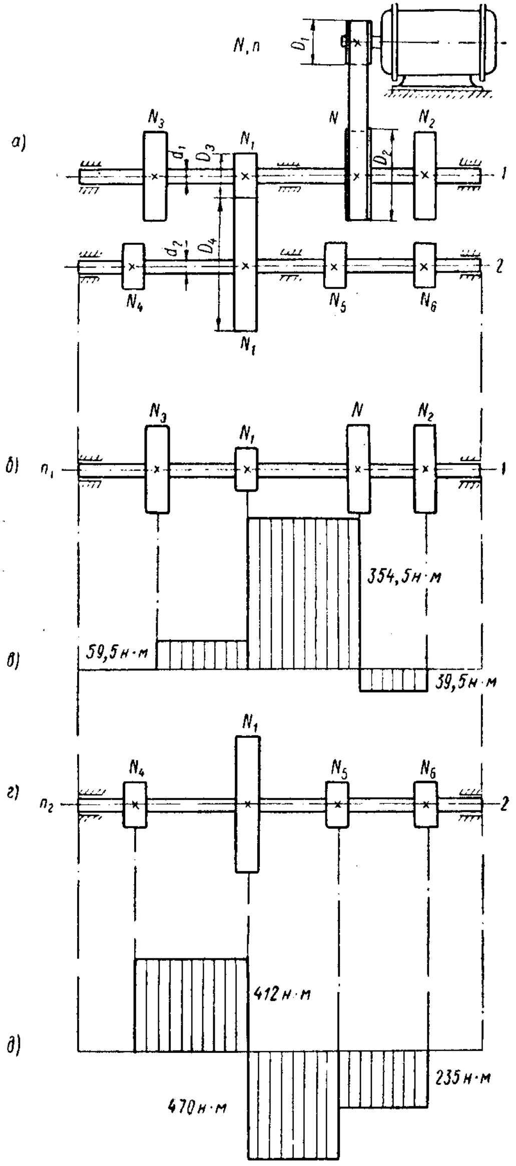
$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{M_{zI} l_1}{GJ_p} \cdot \frac{180°}{\pi} = -0,029° +$$

$$+ \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 200}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 100^4}{32}} \cdot \frac{180°}{3,14} = 0,044°.$$

Эпюра углов поворота поперечных сечений изображена на рис. *ж*.

76*. От электродвигателя с помощью ремня на вал *1* передается мощность $N = 20$ *квт*. С вала *1* поступает на вал *2* мощность $N_1 = 15$ *квт* и к рабочим машинам мощности $N_2 = 2$ *квт* и $N_3 = 3$ *квт*; с вала *2* к рабочим машинам поступают мощности $N_4 = 7$ *квт*, $N_5 = 4$ *квт* и $N_6 = 4$ *квт* (рис. *а*).

Определить диаметры валов d_1 и d_2 из условия прочности и жесткости, если $[\tau_к] = 25$ *н/мм²*; $[\varphi_0] = 0,25°/м$. Сечения валов *1* и *2* считать по всей длине постоянными. Частота вращения вала электродвигателя $n = 970$ *об/мин*; диаметры шкивов $D_1 = 200$ *мм*; $D_2 = 400$ *мм*; $D_3 = 200$ *мм*; $D_4 = 600$ *мм*. Скольжением в ременной передаче пренебречь.



N, n
D1
N
N3
N1
N2
a)
d1
D3
D2
1
d2
D4
2
N4
N5
N6
N1
N3
N1
N
N2
б)
n1
1
354,5 н·м
59,5 н·м
в)
39,5 н·м
N1
N4
N5
N6
г)
n2
2
412 н·м
д)
235 н·м
470 н·м

К задаче 76

Решение. На рис. *б* изображен вал *1*. На него поступает мощность N и снимаются мощности N_1, N_2, N_3. Определим частоту вращения, угловую скорость вала *1* и внешние скручивающие моменты m, m_1, m_2, m_3:

$$n_1 = n\frac{D_1}{D_2} = 970\frac{200}{400} = 485 \text{ об/мин};$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3{,}14\cdot 485}{30} = 50{,}8 \text{ рад/сек};$$

$$m = \frac{N}{\omega_1} = \frac{20\cdot 10^3}{50{,}8} = 394 \text{ н·м};$$

$$m_1 = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{15\cdot 10^3}{50{,}8} = 295 \text{ н·м};$$

$$m_2 = \frac{N_2}{\omega_2} = \frac{2\cdot 10^3}{50{,}8} = 39{,}5 \text{ н·м};$$

$$m_3 = \frac{N_3}{\omega_1} = \frac{3\cdot 10^3}{50{,}8} = 59{,}5 \text{ н·м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов для вала *1* (рис. *в*). При этом двигаясь от левого конца вала, условно считаем моменты, соответствующие N_3 и N_1, положительными, а N — отрицательным. Расчетный (максимальный) крутящий момент $M_{1z\,\max} = 354{,}5$ н·м $= 354{,}5\cdot 10^3$ н·мм.

Из условия прочности

$$\tau_{\max} = \frac{M_{1z\,\max}}{W_p} = \frac{16M_{1z\,\max}}{\pi d_1^3} \leqslant [\tau_к]$$

диаметр вала *1*

$$d_1 \geqslant \sqrt[3]{\frac{16M_{1z\,\max}}{\pi\,[\tau_к]}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot 354{,}5\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 25}} = 42 \text{ мм}.$$

Из условия жесткости

$$\varphi_0 = \frac{180}{\pi}\,\frac{M_{1z\,\max}\cdot 1000}{GJ_p} = \frac{180}{\pi}\,\frac{M_{1z\,\max}\cdot 1000}{G\dfrac{\pi d_1^4}{32}} \leqslant [\varphi_0]$$

Диаметр вала *1*

$$d_1 \geqslant \sqrt[4]{\frac{M_{1z\,\max}\cdot 1000\cdot 180\cdot 32}{G\pi^2\,[\varphi_0]}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{354{,}5\cdot 10^3\cdot 1000\cdot 180\cdot 32}{8\cdot 10^4\cdot 3{,}14^2\cdot 0{,}25}} = 56{,}8 \text{ мм}$$

Окончательно принимаем с округлением до стандартного значения $d_1 = 58$ *мм*.

Частота вращения вала *2*

$$n_2 = n_1 \frac{D_3}{D_4} = 485 \frac{200}{600} \approx 162 \text{ об/мин},$$

его угловая скорость

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 162}{30} = 17 \text{ рад/сек}.$$

На рис. *г* изображен вал *2*; на вал поступает мощность N_1, а с вала снимаются мощности N_4, N_5, N_6.

Вычислим внешние скручивающие моменты:

$$m_1 = \frac{N_1}{\omega_2} = \frac{15 \cdot 10^3}{17} = 882 \text{ н}\cdot\text{м};$$

$$m_4 = \frac{N_4}{\omega_2} = \frac{7 \cdot 10^3}{17} = 412 \text{ н}\cdot\text{м};$$

$$m_5 = m_6' = \frac{4 \cdot 10^3}{17} = 235 \text{ н}\cdot\text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов для вала *2* показана на рис. *д*. Расчетный (максимальный) крутящий момент $M_{2z\,\max} = 470$ $н \cdot м =$ $= 470 \cdot 10^3$ $н \cdot мм$.

Диаметр вала *2* из условия прочности

$$d_2 \geqslant \sqrt[3]{\frac{16 M_{2z\,\max}}{\pi\,[\tau_к]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 470 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 25}} = 46 \text{ мм}.$$

Диаметр вала *2* из условия жесткости

$$d_2 \geqslant \sqrt[4]{\frac{M_{2z\,\max} \cdot 1000 \cdot 180 \cdot 32}{G \pi^2\,[\varphi_0]}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{470 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot 180 \cdot 32}{8 \cdot 10^4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}25}} = 61 \text{ мм}.$$

Окончательно принимаем $d_2 = 62$ *мм*.

77. Для заданных брусьев построить эпюры крутящих моментов.

Ответ. $M_{z\,\max}$: *а*) $2m$; *б*) $4m$; *в*) $2m$; *г*) 40 *кн·м*; *д*) 18 *кн·м*; *е*) 45 *кн·м*.

78. В круглом поперечном сечении бруса ($d = 80$ *мм*) $\tau_{\max} =$ $= 40$ *н/мм*^{2}. Определить касательное напряжение в точке, удаленной от центра сечения на 20 *мм*.

Ответ. 20 *н/мм*^{2}.

79. В точках внутреннего контура поперечного сечения трубы ($d_0 = 60$ *мм*; $d = 80$ *мм*) возникают касательные напряжения, равные 40 *н/мм*^{2}. Определить максимальные касательные напряжения, возникающие в трубе.

Ответ. 53,3 *н/мм*^{2}.

80. В кольцевом поперечном сечении бруса ($d_0 = 30$ *мм*; $d = 70$ *мм*) возникает крутящий момент $M_z = 3$ *кн·м*. Вычислить касательное напряжение в точке, удаленной от центра сечения на 27 *мм*.

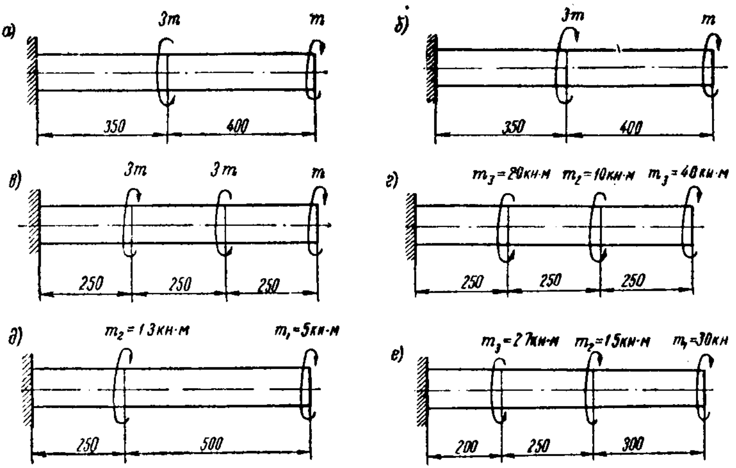
Ответ. 35,6 *н/мм*^{2}.

81. Стальная труба ($d_0 = 100$ *мм*; $d = 120$ *мм*) длиной $l = 1,8$ *м* закручивается моментами m, приложенными в ее торцовых сечениях. Определить величину m, при которой $\varphi = 0,25°$.

Ответ. 2,02 *кн·м*.

82. Определить требуемый диаметр вала, передающего момент 4 *кн·м*, если $[\tau_к] = 40$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $d \approx 80$ *мм*.



К задаче 77

83. Определить из условия жесткости требуемый диаметр вала, передающего момент 4 *кн·м*, если $[\varphi_0] = 0,25°/м$.

Ответ. $d \approx 105$ *мм*.

84. Определить отношение диаметров и весов двух валов одинаковой прочности и длины, передающих одинаковую мощность, если один вал вращается с $n_1 = 800$ *об/мин*, другой с $n_2 = 1200$ *об/мин*.

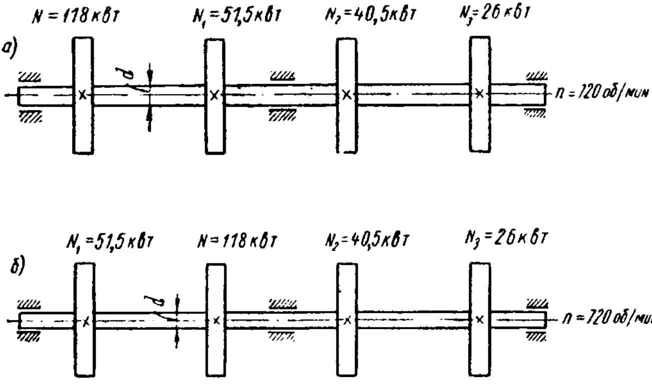
Ответ. $d_1 : d_2 = 1,15$; $Q_1 : Q_2 = 1,31$.

85. Два бруса (один стальной, другой алюминиевый) одинаковой длины $l = 1,5$ *м* закручиваются моментами $m = 2$ *кн·м*. Определить из условия прочности размеры поперечных сечений брусьев, если $[\tau_к]_{ст} = 30$ *н/мм*^{2}; $[\tau_к]_{ал} = 15$ *н/мм*^{2}. При найденных размерах сечений сравнить их веса и углы закручивания, если $G_{ал} = 3 \cdot 10^4$ *н/мм*^{2}; $\gamma_{ал} = 26 \cdot 10^3$ *н/м*^{3}.

Ответ. $d_{ст} = 69,8$ *мм*; $d_{ал} = 87,9$ *мм*; $\dfrac{Q_{ст}}{Q_{ал}} = 1,9$; $\dfrac{\varphi_{ал}}{\varphi_{ст}} = 1,06$.

86. На вал (рис. *а*) поступает мощность N; мощности N_1, N_2, N_3 передаются к рабочим машинам. Определить из условия прочности диаметр вала, если $[\tau_к] = 30$ *н/мм*^{2}. Как изменится диаметр вала, если ведущий шкив (N) будет расположен, как указано на рис. *б*?

Ответ. *а*) $d = 65$ *мм*; *б*) уменьшится в 1,21 раза.



К задаче 86

87. Стальной вал вращается с угловой скоростью $n = 980$ *об/мин* и передает мощность $N = 40$ *квт*. Определить требуемый диаметр вала, если $[\tau_к] = 25$ *н/мм²*.

Ответ. 43 *мм*.

88. Стальной брус кольцевого поперечного сечения ($d = 100$ *мм* и $d_0 = 80$ *мм*) длиной 3 *м* закручен на угол 3°. Вычислить наибольшие касательные напряжения, возникающие в брусе.

Ответ. 70 *н/мм²*.

89. Определить допускаемое значение крутящего момента для брусьев: *а*) сплошного сечения $d = 100$ *мм*; *б*) кольцевого сечения $d = 100$ *мм*; $c = 0{,}8$, если $\tau_т = 130$ *н/мм²*, $[n] = 2$.

Ответ. *а*) 12,7 *кн·м*; *б*) 7,54 *кн·м*.

90. Определить допускаемое значение крутящего момента для стального бруса $d = 80$ *мм*, если $[\varphi_0] = 1°/м$.

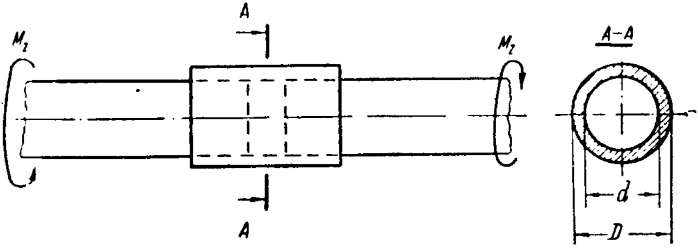
Ответ. 5,61 *кн·м*.

91. Вал $d = 50$ *мм* вращается с $n = 750$ *об/мин*. Определить допускаемое значение передаваемой мощности, если $[\tau_к] = 35$ *н/мм²*.

Ответ. 67 *квт*.

92. Стальной вал $d = 60$ *мм* имеет частоту вращения $n = 900$ *об/мин*. Определить допускаемое значение передаваемой мощности, если $[\varphi_0] = 0{,}5°/м$.

Ответ. 83,4 *квт*.



К задаче 93

93. Найти диаметр муфты D из условия равнопрочности с валом, если d известно; $[\tau_к]$ для вала и муфты одинаково.

Указание. Полученное кубическое уравнение решать подбором.

Ответ. $D = 1{,}22d$.

94. Определить необходимые значения диаметров стальных валов, принимая $[\tau_к] = 40$ *н/мм*²; $[\varphi_0] = 0{,}3°/м$.

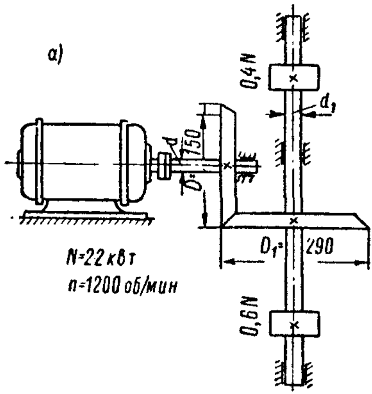
Ответ. *а*) $d = 45$ *мм*; $d_1 = 48$ *мм*; *б*) $d = d_1 = 52$ *мм*.

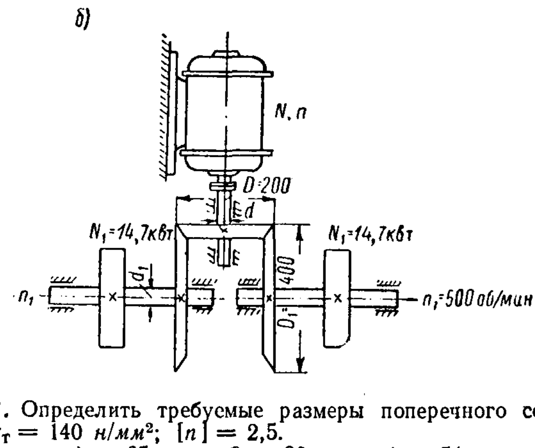
95. Определить из условий прочности и жесткости допускаемое значение мощности N, передаваемой стальным валом, если $[\tau_к]=35$ *н/мм*², $[\varphi_0]=0{,}9$ °/*м*.

Ответ. 80,7 *квт*.

96. Проверить прочность и жесткость стальных брусьев, если $[\tau_к]=40$ *н/мм*²; $[\varphi_0]=0{,}6$ °/*м*.

Ответ. *а*) $\tau_{max} = 68{,}4$ *н/мм*²; $\varphi_{0max} = 1{,}63°/м$; *б*) $\tau_{max} = 55{,}7$ *н/мм*²; $\varphi_{0max} = 1{,}23$ °/*м*; *в*) $\tau_{max} = 27{,}6$ *н/мм*²; $\varphi_{0max} = 0{,}4$ °/*м*; *г*) $\tau_{max}=44{,}6$ *н/мм*²; $\varphi_{0max} = 0{,}86$ °/*м*; *д*) $\tau_{max} = 33{,}4$ *н/мм*²; $\varphi_{0max} = 0{,}74$ °/*м*; *е*) $\tau_{max} = 65{,}6$ *н/мм*²; $\varphi_{0max} = 1{,}18$ °/*м*.





К задаче 94

97. Определить требуемые размеры поперечного сечения бруса, если $\tau_т = 140$ *н/мм*²; $[n] = 2{,}5$.

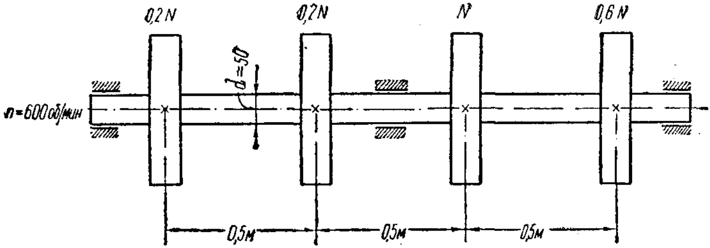
Ответ. *а*) ~65 *мм*; *б*) ~98 *мм*; *в*) ~54 *мм*; *г*) ~57 *мм*.

98. Определить допускаемое значение момента m, если $[\tau_к] = 40$ *н/мм*².

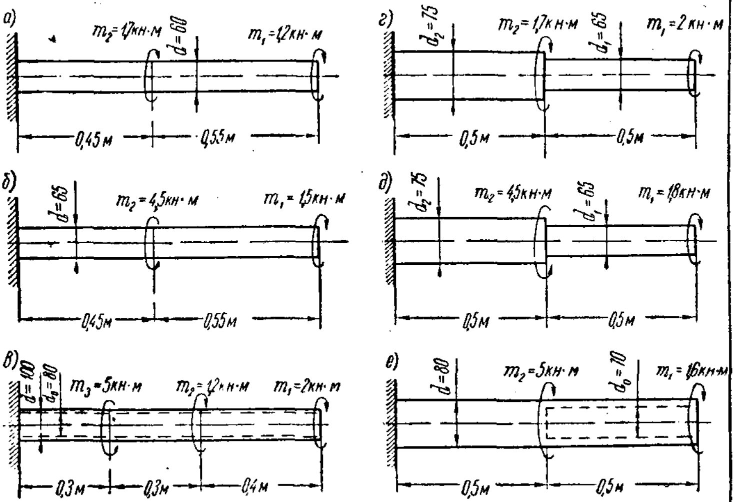
Ответ. *а*) 0,43 *кн·м*; *б*) 3,93 *кн·м*; *в*) 4,62 *кн·м*; *г*) 3,36 *кн·м*.

99 **. Определить требуемые размеры поперечных сечений стальных брусьев, если $[\tau_к] = 50$ *н/мм*². При найденных размерах вычислить угол поворота концевого сечения бруса (см. рисунок и таблицу на стр. 197, 198).

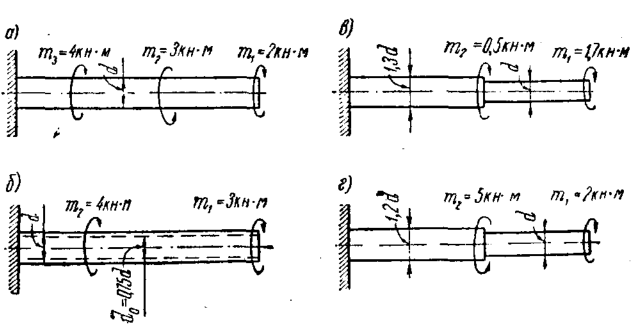
Указание. Найденные значения диаметров округлить до ближайшего четного или оканчивающегося на 5 числа миллиметров.



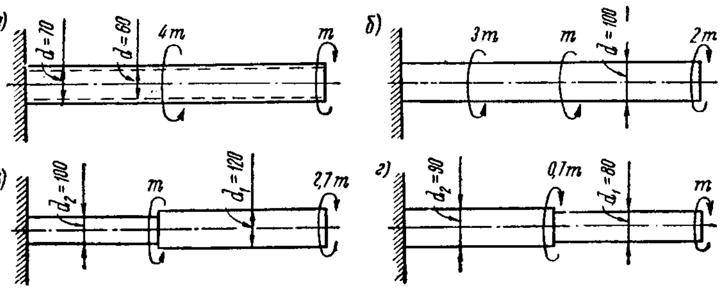
К задаче 95



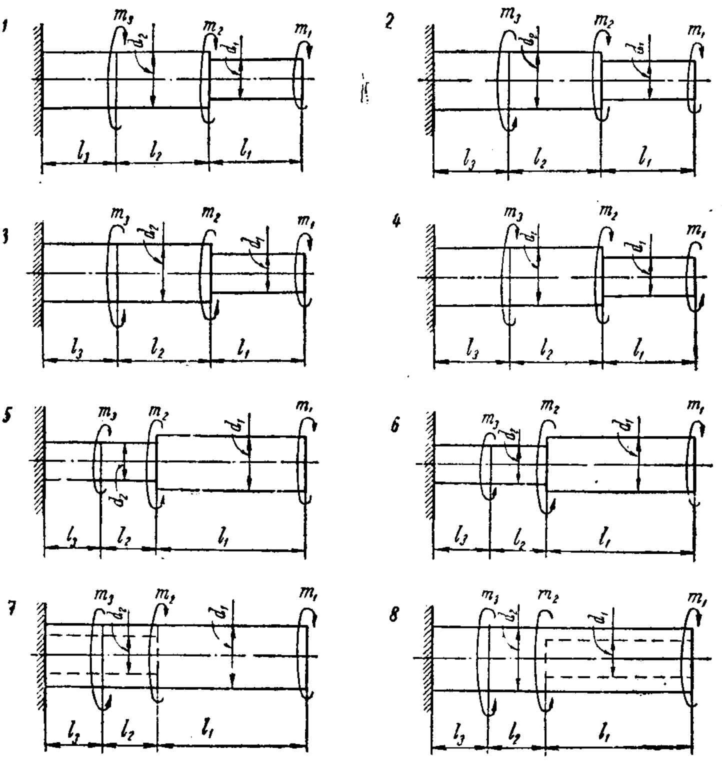
К задаче 96



К задаче 97



К задаче 98



К задаче 99

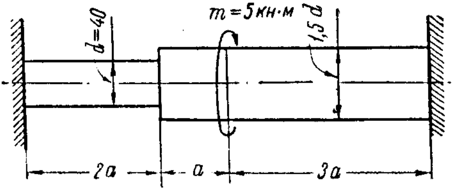
Таблица данных к задаче 99

Вариант	Схема	m_1	m_2	m_3	l_1	l_2	l_3	d_1/d_2
		кн·м			*м*			
1	1	1	4	2	0,2	0,3	0,4	0,8
2	1	2	3	2	0,1	0,2	0,3	0,7
3	1	3	2	3	0,3	0,4	0,5	0,6
4	1	4	3	1	0,2	0,3	0,3	0,7
5	2	2	4	18	0,2	0,3	0,2	0,8
6	2	3	3	19	0,3	0,4	0,3	0,7
7	2	2	2	18	0,4	0,5	0,4	0,9
8	2	3	1	18	0,3	0,4	0,3	0,8
9	3	1	13	3	0,2	0,1	0,2	0,7
10	3	2	14	4	0,3	0,2	0,3	0,6
11	3	3	15	4	0,4	0,3	0,4	0,5
12	3	3	16	3	0,5	0,4	0,5	0,8
13	4	4	7	12	0,3	0,4	0,3	0,9
14	4	3	8	13	0,2	0,3	0,2	0,8
15	4	4	9	12	0,3	0,4	0,3	0,7
16	4	5	8	13	0,3	0,5	0,3	0,9
17	5	16	12	1	0,3	0,2	0,1	1,2
18	5	17	12	2	0,4	0,3	0,2	1,3
19	5	18	13	3	0,5	0,4	0,3	1,4
20	5	19	13	2	0,6	0,5	0,4	1,2
21	6	21	17	10	0,4	0,5	0,4	1,3
22	6	22	16	12	0,3	0,4	0,3	1,4
23	6	20	15	13	0,5	0,6	0,5	1,5
24	6	19	16	10	0,6	0,7	0,6	1,2
25	7	4	7	1	0,4	0,6	0,3	1,3
26	7	5	6	2	0,3	0,7	0,2	1,4
27	7	6	5	1	0,4	0,3	0,4	1,3
28	7	7	4	2	0,5	0,5	0,2	1,4
29	8	4	21	2	0,4	0,4	0,3	0,9
30	8	5	22	1	0,5	0,5	0,4	0,8
31	8	6	23	3	0,6	0,6	0,5	0,7
32	8	5	21	4	0,5	0,6	0,3	0,8

§ 20. Статически неопределимые случаи расчета на кручение

100. Проверить прочность стального бруса, если $\tau_т = 170$ *н/мм*^{2}; $[n] = 2$.

Ответ. Перегружен примерно на 9,5%.



К задаче 100

101. Брус круглого поперечного сечения $d = 60$ *мм* жестко закреплен обоими концами и скручивается моментом m, приложенным посередине бруса. Определить $[m]$, если $[\tau_к] = 60$ *н/мм²*.

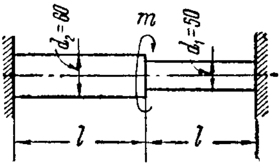
Как изменится $[m]$, если внешний момент будет приложен в сечении, расположенном на $l/3$ от одного из закреплений?

Ответ. Уменьшится на 25%.

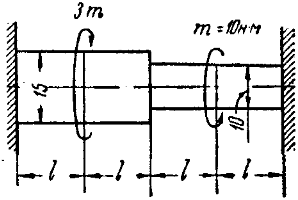
102. Брус круглого поперечного сечения $d = 45$ *мм*, жестко закрепленный обоими концами, нагружен двумя одинаково направленными скручивающими моментами по 850 *н·м* каждый. Моменты приложены в сечениях, расположенных на $l/3$ от левого и правого закреплений. Проверить прочность бруса, если $[\tau_к] = 50$ *н/мм²*.

Какова будет величина наибольших касательных напряжений, возникающих в брусе, если направление одного из внешних моментов изменится па противоположное?

Ответ. 47,6 *н/мм²*; 31,7 *н/мм²*.



К задаче 103



К задаче 104

103. Определить $[m]$, если $[\tau_к] = 45$ *н/мм²*.

Ответ. 2,82 *кн·м*.

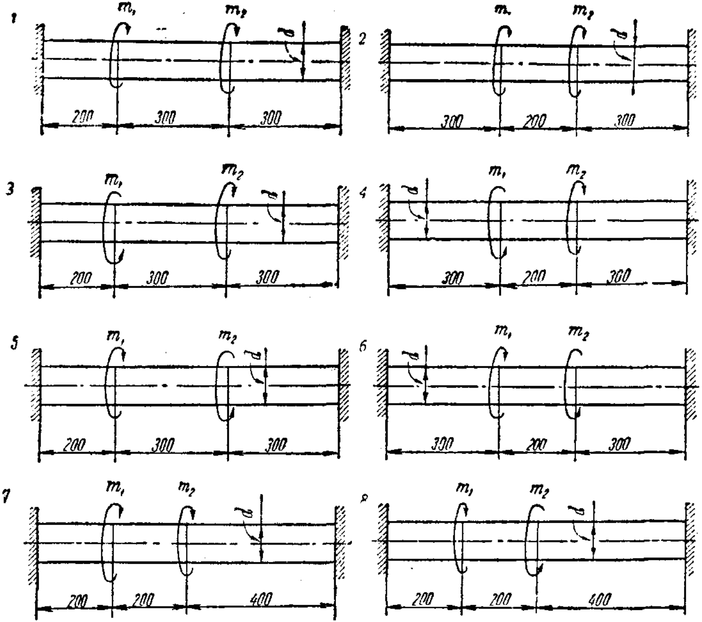
104. Вычислить τ_{max}, возникающие в стальном брусе.

Ответ. 35,2 *н/мм²*.

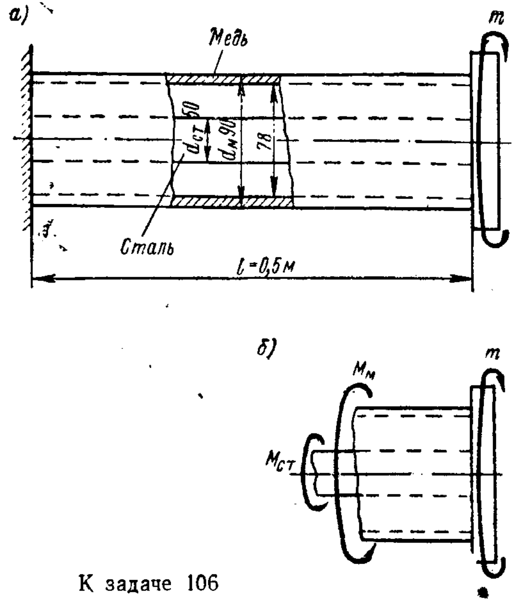
105.** Проверить прочность бруса, если $\tau_т = 150$ *н/мм²*; $[n] = 2$. Указать в процентах, насколько брус недогружен или перегружен.

Таблица данных к задаче 105

Вариант	Схема	m_1 (кн·м)	m_2 (кн·м)	d, мм	Вариант	Схема	m_1 (кн·м)	m_2 (кн·м)	d, мм
1	1	7,5	6,5	80	17	5	4,5	17	70
2	1	8,0	5,0	82	18	5	5,5	18	68
3	1	8,5	5,5	84	19	5	6,0	19	65
4	1	6,0	4,5	82	20	5	6,5	19	65
5	2	8,0	5,0	80	21	6	4,5	19	70
6	2	8,5	5,5	80	22	6	5,5	18	72
7	2	7,5	6,5	82	23	6	6,0	18	72
8	2	6,5	6,5	84	24	6	6,0	18	70
9	3	15	5,0	70	25	7	3,5	2,5	50
10	3	16	5,5	72	26	7	4,5	1,5	60
11	3	17	4,5	75	27	7	3,0	1,5	50
12	3	16	6,5	74	28	7	3,5	2,5	60
13	4	18	4,5	74	29	8	2,5	15	70
14	4	19	6,5	75	30	8	3,0	14	42
15	4	17	3,5	75	31	8	3,5	13	75
16	4	15	2,5	72	32	8	4,0	14	80



К задаче 105



К задаче 106

106*. Стальной валик и медная трубка заделаны одним концом, а другим скреплены с жесткой плитой, к которой приложен скручивающий момент m (рис. *а*). Определить $[m]$, если $[\tau_к]_{ст} = 100$ *н/мм*^{2}; $[\tau_к]_м = 50$ *н/мм*^{2}; $G_{ст} = 2\ G_м$.

Р е ш е н и е. Применяя метод сечений, составляем уравнение равновесия для оставленной части системы, изображенной на рис. *б*:

$$\sum m_z = 0; \quad M_{ст} + M_м = m. \qquad (1)$$

Очевидно, что углы поворота правых торцовых сечений валика $\varphi_{ст}$ и трубки $\varphi_м$ одинаковы, так как валик и трубка жестко соединены с плитой.

Выразив $\varphi_{ст}$ и $\varphi_м$ через внутренние усилия и жесткости брусьев, получим

$$\frac{M_{ст} l}{G_{ст} J_{pст}} = \frac{M_м l}{Q_м J_{pм}}.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$M_{ст} = 0{,}433 M_м. \qquad (2)$$

Решая совместно (1) и (2), находим

$$M_м = 0{,}698m; \quad M_{ст} = 0{,}302m.$$

Условие прочности валика

$$\tau_{ст\,max} = \frac{M_{ст}}{W_{pст}} = \frac{0{,}302m}{W_{pст}} \leqslant [\tau_к]_{ст},$$

отсюда

$$[m'] = \frac{W_{pст}[\tau_к]_{ст}}{0{,}302} = \frac{\frac{\pi}{16}\cdot 50^3\cdot 100}{0{,}302} = 8{,}0\ кн\cdot м.$$

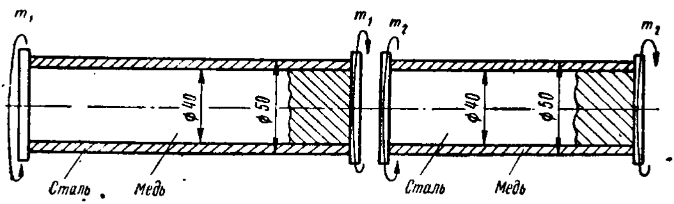
Условие прочности трубки

$$\tau_{м\,max} = \frac{M_м}{W_{pм}} = \frac{0{,}698m}{W_{pм}} \leqslant [\tau_{км}],$$

откуда

$$[m''] = \frac{W_{pм}[\tau_к]_м}{0{,}698} = \frac{\frac{\pi}{16}\cdot 90^3\left[1-\left(\frac{78}{90}\right)^4\right]\cdot 50}{0{,}698} = 4{,}52\ кн\cdot м.$$

Допускаемое значение момента принимаем равным 4,52 *кн·м* (из условия прочности медной трубки).



К задаче 107

107. Сравнить величины допускаемых моментов для двух составных брусьев, работающих на кручение. Принять $[\tau_к]_{ст} = 30$ *н/мм²*; $[\tau_к]_м = 15$ *н/мм²*.

Ответ. $[m_1] : [m_2] = 1{,}14$.

§ 21. Расчет цилиндрических винтовых пружин

108. Определить наибольшее касательное напряжение, возникающее в пружине сжатия, если осевая нагрузка $P = 300$ *н*; $D = 32$ *мм*; $d = 4$ *мм*.

Ответ. 450 *н/мм²*.

109. По данным предыдущей задачи определить осадку пружины, если $i = 10$. Материал проволоки—сталь.

Ответ. 38 *мм*.

110. Проверить прочность пружины растяжения, если $P = 400$ *н*; $D = 40$ *мм*; $d = 5$ *мм*; $[\tau] = 500$ *н/мм²*.

Ответ. $\tau_{max} = 0{,}768\ [\tau]$.

111. По данным предыдущей задачи определить число витков, при котором стальная пружина удлинится на 40 *мм*.

Ответ. $i = 20$.

112. Определить требуемый диаметр проволоки пружины, если $P = 1{,}2$ *кн*; $c_п = 6$; $[\tau] = 500$ *н/мм²*.

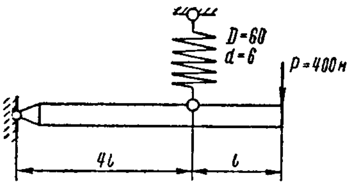
Ответ. $d = 7$ *мм*.

113. Определить допускаемое значение силы P для пружины сжатия, если $D = 80$ *мм*; $d = 8$ *мм*; $[\tau] = 600$ *н/мм²*.

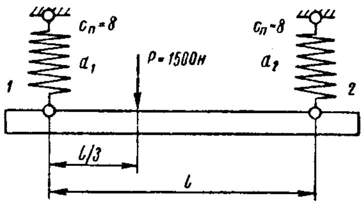
Ответ. 1,31 *кн*.

114. Проверить прочность пружины, если $[\tau] = 450$ *н/мм²*.

Ответ. $\tau_{max} = 354$ *н/мм²*.



К задаче 114

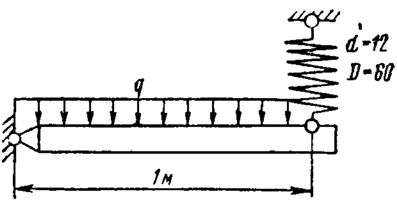


К задаче 115

115. Определить диаметры проволоки пружин, если $[\tau] = 500$ *н/мм²*.

Ответ. $d_1 = 7$ *мм*; $d_2 = 5$ *мм*.

116. Определить допускаемое значение нагрузки из условия прочности пружины, если $[\tau] = 600$ *н/мм²*.

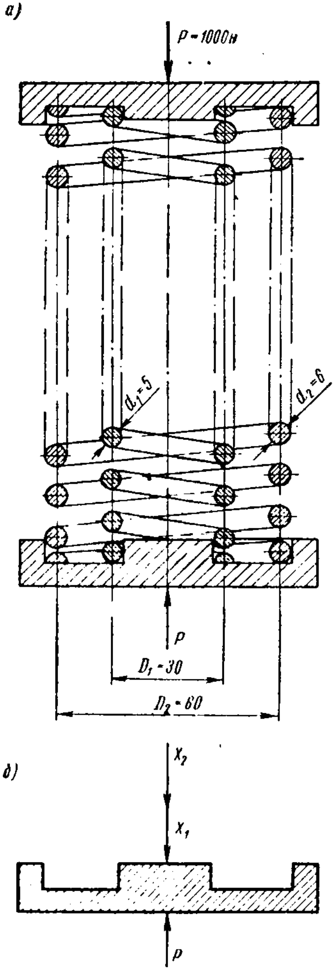


К задаче 116

Ответ. $[q] = 10{,}4$ *кн/м*.

117*. Проверить прочность пружин, имеющих одинаковые длины (рис. *а*), если $[\tau] = 500$ *н/мм²*. Тарелки, через которые передаются силы P на пружины, считать абсолютно жесткими: $i_1 = 12$; $i_2 = 10$.

Решение. Под действием силы P в пружинах возникают усилия X_1 и X_2. На рис. *б* показана нижняя тарелка с действующими на нее силами.



К задаче 117

Из условия равновесия тарелки имеем

$$X_1 + X_2 = P. \qquad (1)$$

Из условия деформации пружин следует, что

$$\lambda_1 = \lambda_2. \qquad (2)$$

Выражая λ_1 и λ_2 через усилия X_1 и X_2, получаем

$$\frac{8X_1D_1^3i_1}{Gd_1^4} = \frac{8X_2D_2^3i_2}{Gd_2^4},$$

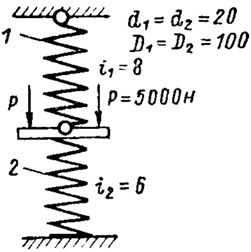
отсюда

$$X_1 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 \frac{i_2}{i_1} X_2.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$X_1 = \left(\frac{60}{30}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times$$

$$\times \frac{10}{12} X_2 = 3{,}2X_2. \qquad (3)$$



К задаче 119

Решая совместно (1) и (3), находим

$$X_1 = 0{,}762P; \ X_2 = 0{,}238P.$$

Тогда

$$\tau_{1\,\max} = k_1 \frac{8X_1D_1}{\pi d_1^3} = \frac{\frac{30}{5} + 0{,}25}{\frac{30}{5} - 1} \cdot \frac{8 \cdot 0{,}762 \cdot 1000 \cdot 30}{3{,}14 \cdot 5^3} = 582 \ н/мм^2,$$

что больше $[\tau]$ на $\frac{582-500}{500}\cdot 100 = 16{,}4\%$;

$$\tau_{2\,max} = k_2\frac{8X_2D_2}{\pi d_2^3} = \frac{\frac{60}{6}+0{,}25}{\frac{60}{6}-1}\cdot\frac{8\cdot 0{,}238\cdot 1000\cdot 60}{3.14\cdot 6^3} = 192\ н/мм^2.$$

Более нагруженной оказалась внутренняя пружина, в которой τ_{max} больше $[\tau]$ на 16,4%, следовательно, прочность составной (концентрической) пружины недостаточна.

118. Две пружины одинаковой длины помещены между весьма жесткими тарелками и сжимаются силами P. Определить допускаемое значение силы P, если $d_1 = d_2 = 8$ *мм*; $D_1 = 2D_2 = 80$ *мм*; $i_1 = i_2$; $[\tau] = 500$ *н/мм*^{2}. Материал пружин одинаков.

Ответ. 2,16 *кн.*

119. Определить перемещение точки приложения силы P. Пружины изготовлены из одного и того же материала (стали).

Указание. Система один раз статически неопределима. Метод решения тот же, что и при расчете статически неопределимых брусьев, работающих на растяжение (сжатие).

Ответ. 21 *мм.*

ГЛАВА 7

ПРЯМОЙ ИЗГИБ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

u_0, v_0 — координаты центра тяжести сечения относительно вспомогательных осей u и v

S_u, S_v — статические моменты поперечного сечения относительно осей u и v

Ox, Oy — главные центральные оси сечения

J_x, J_y — главные центральные моменты инерции сечения

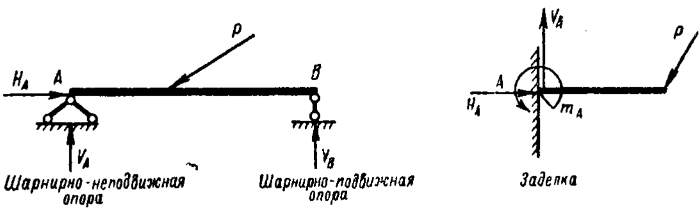
M_x, M_y — изгибающие моменты

φ — угол поворота поперечного сечения

y — прогиб балки

f — максимальный прогиб (стрела прогиба)

$[f]$ — допускаемый прогиб

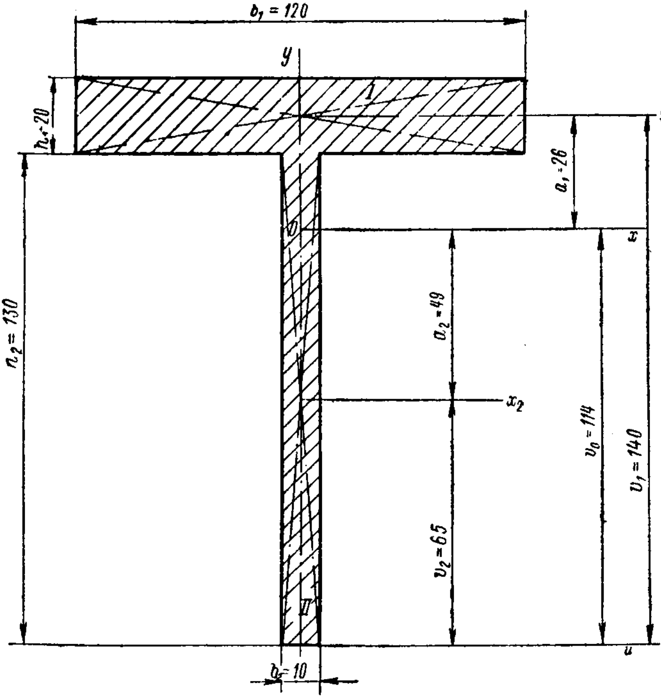


Схематическое изображение опор балок и опорные реакции

§ 22. Главные центральные моменты инерции симметричных сечений

120 *. Определить положение главных центральных осей и вычислить главные центральные моменты инерции сечения.

Решение. Центр тяжести лежит на оси Oy, так как она является осью симметрии сечения. Разбив сечение на два прямоугольника и



К задаче 120

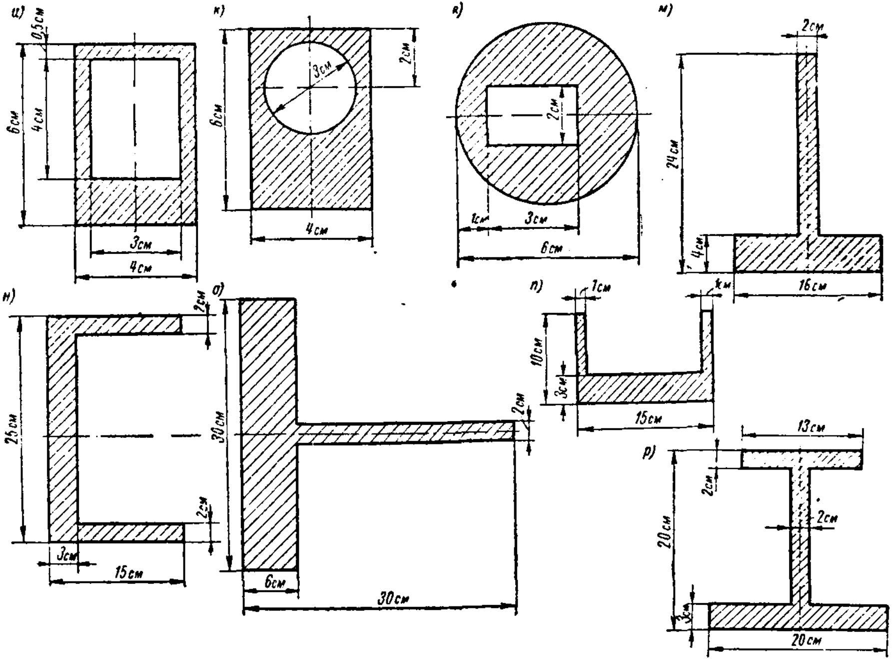
выбрав вспомогательную ось u, определим координату центра тяжести v_0 по формуле

$$v_0 = \frac{S_u}{F} = \frac{F_1 v_1 + F_2 v_2}{F_1 + F_2} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 14 + 1 \cdot 13 \cdot 6{,}5}{2 \cdot 12 + 1 \cdot 13} = 11{,}4 \text{ см}.$$

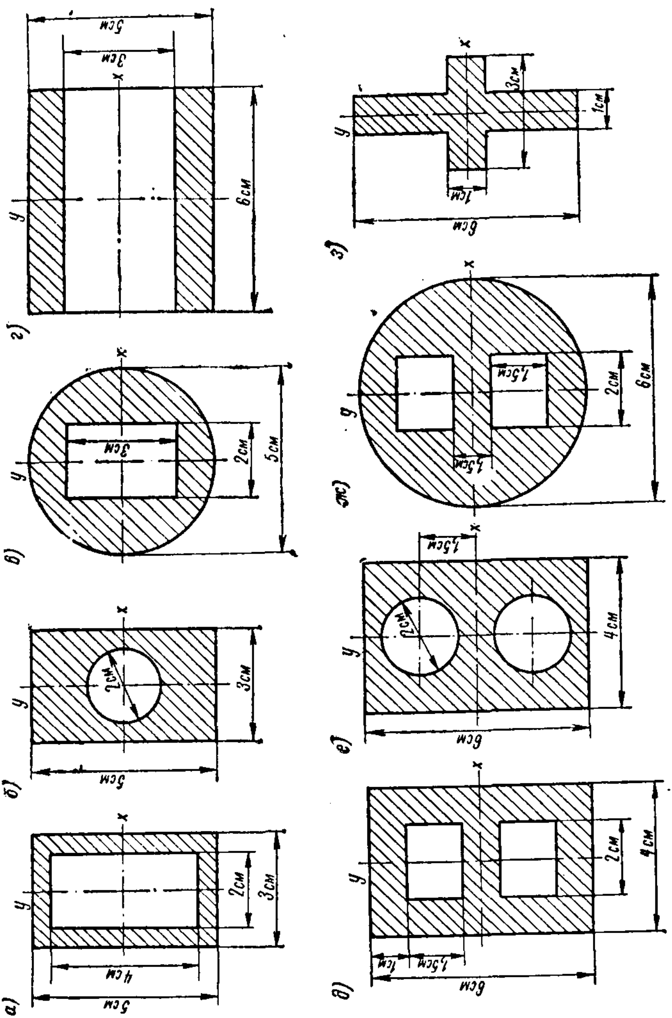
Оси Ox и Oy — главные центральные оси сечения (Oy — ось симметрии, ось Ox проходит через центр тяжести сечения и перпендикулярна к Oy).

Вычислим главные моменты инерции сечения J_x и J_y:

$$J_x = J_x^{\mathrm{I}} + J_x^{\mathrm{II}},$$


и)
0,5см
6см
4см
3см
4см
к)
6см
3см
2см
4см
л)
2см
1см
3см
6см
м)
2см
24см
4см
1см
16см
н)
2см
25см
2см
3см
15см
о)
30см
2см
6см
30см
п)
1см
1см
10см
3см
15см
р)
13см
2см
20см
2см
3см
20см

К задаче 121



где

$$J_x^{\rm I} = J_{x_1}^{\rm I} + a_1^2 F_1;$$

$$J_x^{\rm II} = J_{x_2}^{\rm II} + a_2^2 F_2.$$

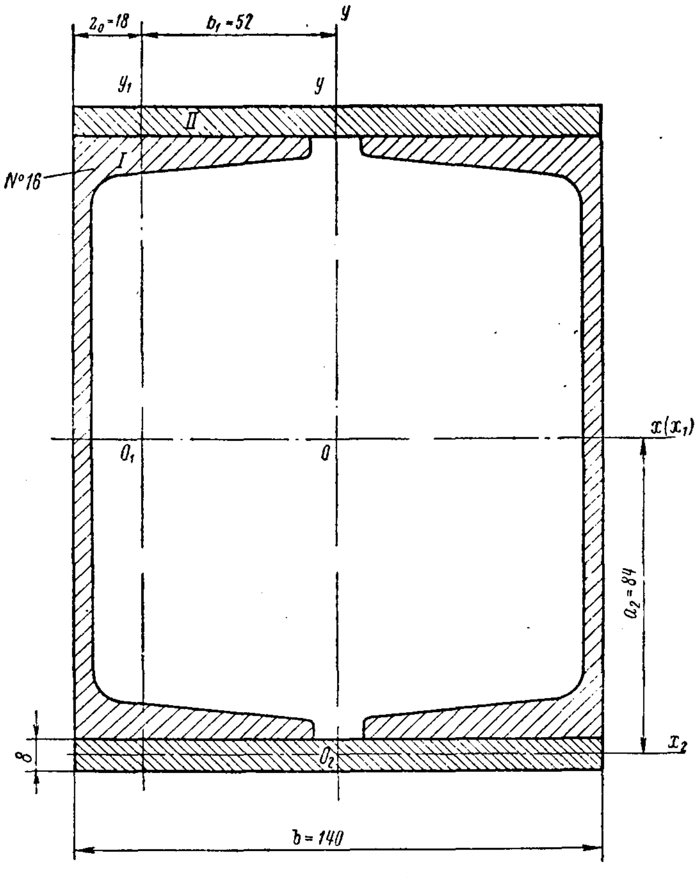
Здесь

$$J_{x_1}^{\rm I} = \frac{b_1 h_1^3}{12}; \quad J_{x_2}^{\rm II} = \frac{b_2 h_2^3}{12};$$

$$a_1 = v_1 - v_0; \quad a_2 = v_0 - v_2.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$J_x = \frac{12 \cdot 2^3}{12} + 2{,}6^2 \cdot 12 \cdot 2 + \frac{1 \cdot 13^3}{12} + 4{,}9^2 \cdot 1 \cdot 13 = 665 \ см^4.$$



К задаче 122

В данном случае ось Oy одновременно является главной центральной осью как для прямоугольников I, II, так и для всего сечения:

$$J_y = J_y^{\mathrm{I}} + J_y^{\mathrm{II}} = \frac{h_1 b_1^3}{12} + \frac{h_2 b_2^3}{12} = \frac{2 \cdot 12^3}{12} + \frac{13 \cdot 1^3}{12} = 289\ см^4.$$

121. Определить положение главных центральных осей и вычислить главные центральные моменты инерции.

Ответ. а) $J_x = 20{,}6$ $см^4$; $J_y = 8{,}58$ $см^4$; б) $J_x = 30{,}4$ $см^4$; $J_y = 10{,}4$ $см^4$; в) $J_x = 26{,}1$ $см^4$; $J_y = 28{,}6$ $см^4$; г) $J_x = 49{,}0$ $см^4$; $J_y = 36{,}0$ $см^4$; д) $J_x = 61{,}5$ $см^4$; $J_y = 30{,}0$ $см^4$; е) $J_x = 56{,}3$ $см^4$; $J_y = 30{,}4$ $см^4$; ж) $J_x = 49{,}0$ $см^4$; $J_y = 61{,}6$ $см^4$; з) $J_x = 18{,}2$ $см^4$; $J_y = 2{,}70$ $см^4$; и) $J_{max} = 50{,}0$ $см^4$; $J_{min} = 23{,}0$ $см^4$; к) $J_{max} = 58{,}0$ $см^4$; $J_{min} = 28{,}0$ $см^4$; л) $J_{max} = 61{,}5$ $см^4$; $J_{min} = 57{,}0$ $см^4$; м) $J_{max} = 4970$ $см^4$; $J_{min} = 1380$ $см^4$; н) $J_{max} = 10\,300$ $см^4$; $J_{min} = 2300$ $см^4$; о) $J_{max} = 13\,500$ $см^4$; $J_{min} = 11\,400$ $см^4$; п) $J_{max} = 1530$ $см^4$; $J_{min} = 362$ $см^4$; р) $J_{max} = 6480$ $см^4$; $J_{min} = 2380$ $см^4$.

122*. Вычислить главные центральные моменты инерции сечения.

Решение. Сечение имеет две оси симметрии, которые и являются его главными центральными осями.

Разбиваем сечение на два прямоугольника с $b \times h = 140 \times 8$ *мм* и два прокатных швеллера. Для швеллера из таблицы ГОСТ 8240—56 имеем $J_{x_1} = J_x = 747$ $см^4$; $J_{y_1} = 63{,}3$ $см^4$; $F_1 = 18{,}1$ $см^2$; $z_0 = 1{,}8$ *см*.

Вычислим J_x и J_y

$$J_x = 2\left(J_{x_1} + \frac{bh^3}{12} + a_2^2 bh\right) =$$

$$= 2\left(747 + \frac{14 \cdot 0{,}8^3}{12} + 8{,}4^2 \cdot 14 \cdot 0{,}8\right) \approx 3080\ см^4;$$

$$J_y = 2\left(J_{y_1} + b_1^2 F_1 + \frac{hb^3}{12}\right) =$$

$$= 2\left(63{,}3 + 5{,}2^2 \cdot 18{,}1 + \frac{0{,}8 \cdot 14^3}{12}\right) \approx 1470\ см^4.$$

123*. Определить положение главных центральных осей и вычислить главные центральные моменты инерции заданного сечения.

Решение. Заданное сечение разбиваем на прокатные профили: швеллер I и два двутавра II. Геометрические характеристики швеллера и двутавра берем из таблиц прокатной стали. ГОСТ 8240—56 и ГОСТ 8239—56.

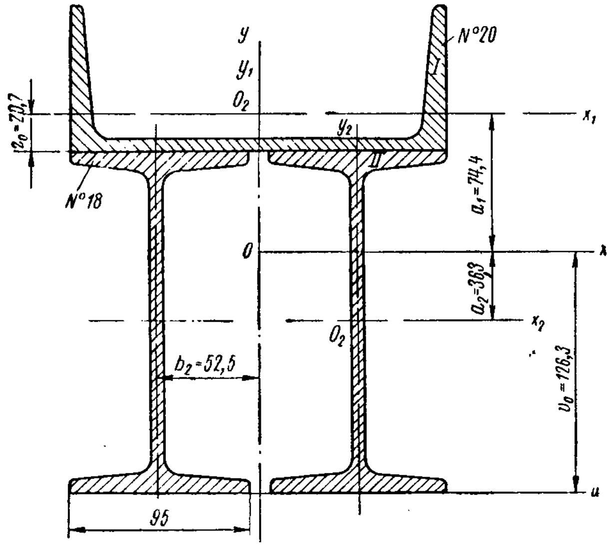
Для швеллера № 20 $J_{x_1} = 113$ $см^4$ (в таблице J_y); $J_{y_1} = 1520$ $см^4$ (в таблице J_x); $F_1 = 23{,}4$ $см^2$; $z_0 = 2{,}07$ *см*.

Для двутавра № 18 $J_{x_2} = 1330\ см^4$ (в таблице J_x); $J_{y_2} = 94,6\ см^4$ (в таблице J_y); $F_2 = 23,8\ см^2$.

Одной из главных осей является ось симметрии Oy, другая главная ось Ox проходит через центр тяжести перпендикулярно к первой.

Выбираем вспомогательную ось и определяем координату v_0:

$$v_0 = \frac{S_u}{F} = \frac{F_1 v_1 + 2F_2 v_2}{F_1 + 2F_2} = \frac{23,4 \cdot 20,07 + 2 \cdot 23,8 \cdot 9}{23,4 + 2 \cdot 23,8} = 12,63\ см.$$



К задаче 123

Вычисляем J_x и J_y

$$J_x = J_{x_1} + a_1^2 F_1 + 2\left(J_{x_2} + a_2^2 F_2\right) =$$

$$= 113 + 7,44^2 \cdot 23,4 + 2\,(1130 + 3,63^2 \cdot 23,8) = 4700\ см^4;$$

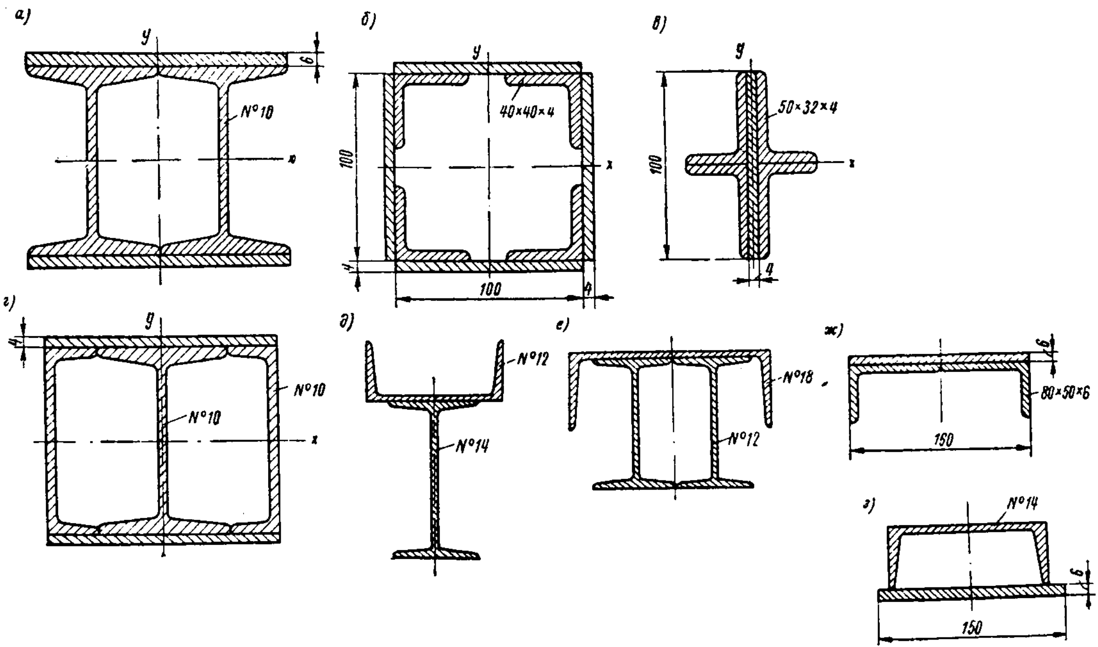
$$J_y = J_{y_1} + 2\left(J_{y_2} + b_2^2 F_2\right) =$$

$$= 1520 + 2\,(94,6 + 5,25^2 \cdot 23,8) = 3020\ см^4.$$

124. Вычислить главные центральные моменты инерции сечений.

Ответ. а) $J_x = 960\ см^4$; $J_y = 693\ см^4$; *б)* $J_x = J_y = 486\ см^4$; *в)* $J_x = 99,8\ см^4$; $J_y = 22\ см^4$; *г)* $J_x = 942\ см^4$; $J_y = 1330\ см^4$; *д)* $J_{max} = 1230\ см^4$; $J_{min} = 362\ см^4$; *е)* $J_{max} = 1640\ см^4$; $J_{min} = 1170\ см^4$; *ж)* $J_{max} = 735\ см^4$; $J_{min} = 43\ см^4$; *з)* $J_{max} = 660\ см^4$; $J_{min} = 153\ см^4$.

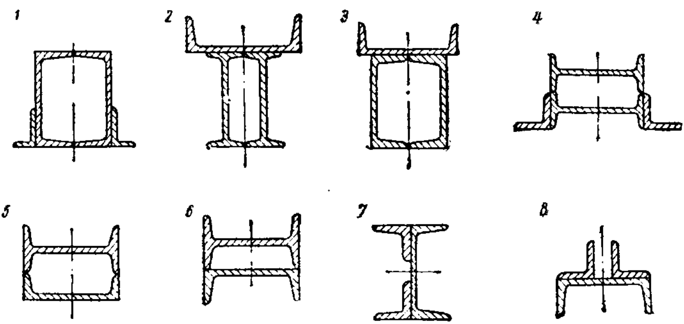
125. Определить положение главных центральных осей и вычислить главные центральные моменты инерции (см. таблицу на стр. 212).


а)
б)
в)
г)
д)
е)
ж)
з)
y
x
6
№10
40×40×4
100
4
50×32×4
№10
№10
№12
№14
№18
№12
80×50×6
150
№14
6
150

К задаче 124

Таблица данных к задаче 125

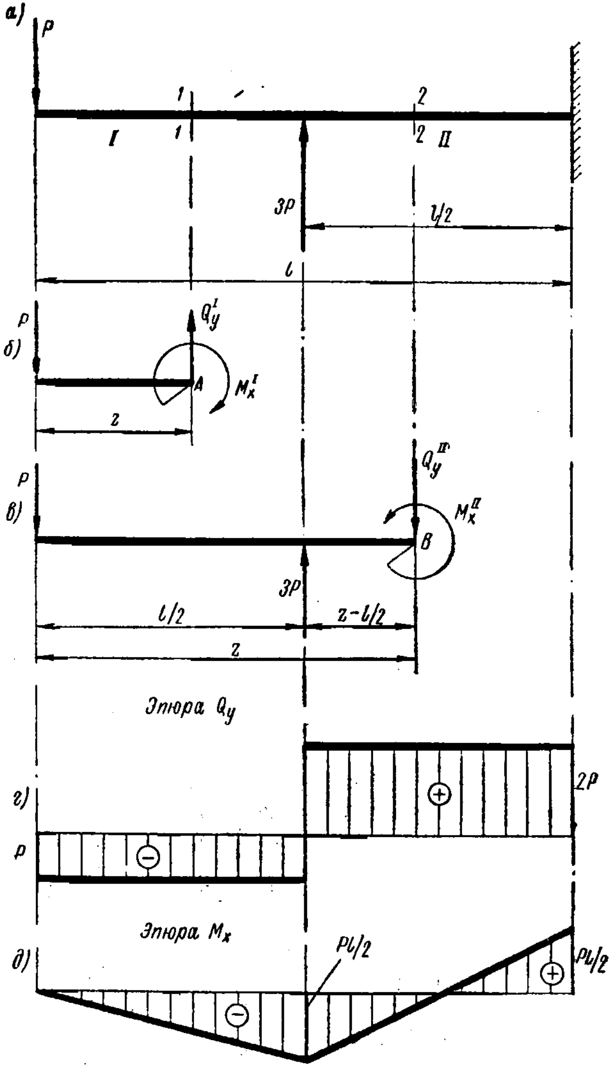
Вариант	Схема	№ швеллера	№ двутавра	Угольник
1	1	10	—	63×40×4
2	1	12	—	63×40×5
3	1	14	—	63×40×6
4	1	16	—	63×40×8
5	2	10	10	—
6	2	12	12	—
7	2	14	14	—
8	2	16	16	—
9	3	10	—	—
10	3	12	—	—
11	3	14	—	—
12	3	16	—	—
13	4	—	10	70×70×5
14	4	—	12	70×70×6
15	4	—	14	70×70×7
16	4	—	16	70×70×8
17	5	10	10	—
18	5	12	12	—
19	5	14	14	—
20	5	16	16	—
21	6	10	10	—
22	6	12	12	—
23	6	14	14	—
24	6	16	16	—
25	7	10	—	40×40×3
26	7	12	—	40×40×4
27	7	14	—	45×45×4
28	7	16	—	45×45×5
29	8	10	—	40×25×3
30	8	12	—	40×25×4
31	8	14	—	50×32×3
32	8	16	—	50×32×4



К задаче 125

§ 23. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

126 *. Для заданной балки построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.



К задаче 126

Р е ш е н и е. Балка имеет два участка (рис. *а*); для первого участка $0 \leqslant z < l/2$, для второго $l/2 < z \leqslant l$.

Пользуясь соотношениями $Q_y = \sum\limits_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} P_{iy}$ и $M_x = \sum\limits_{\substack{\text{ост.}\\ \text{части}}} m_x(P_i)$, строим эпюры Q_y и M_x.

При построении эпюр Q_y и M_x принимаем следующее правило знаков: внешняя сила, стремящаяся повернуть отсеченную часть балки по ходу часовой стрелки вокруг той точки, которая соответствует проведенному сечению, вызывает положительную поперечную силу; изгибающий момент считается положительным, если балка изгибается выпуклостью вниз, т. е. ее сжатые волокна находятся в верхней части.

В произвольном сечении *1—1* первого участка (рис. *б*)

$$Q_y^{\mathrm{I}} = -P; \quad M_x^{\mathrm{I}} = -Pz.$$

Согласно принятому правилу знаков, поперечная сила на первом участке отрицательна; изгибающий момент также отрицателен, так как сжатые волокна находятся в нижней части балки.

На первом участке Q_y^{I} постоянна, а M_x^{I} изменяется по линейному закону от 0 до $-\frac{Pl}{2}$.

В произвольном сечении *2—2* второго участка (рис. *в*)

$$Q_y^{\mathrm{II}} = -P + 3P = 2P;$$

$$M_x^{\mathrm{II}} = -Pz + 3P\left(z - \frac{l}{2}\right).$$

На втором участке Q_y^{II} постоянна, а M_x^{II} изменяется от $-\frac{Pl}{2}$ до $\frac{Pl}{2}$.

Эпюры M_x и Q_y изображены на рис. *д*, *г*.

127 *. Для балки (рис. *а*) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Р е ш е н и е. Отбросив опоры, заменим их действие на балку реакциями V_A, V_B (рис. *б*).

Определим величины V_A и V_B.

$$\sum m_A = 0; \quad Pa + 2P \cdot 2a - V_B \cdot 4a = 0;$$

$$V_B = \frac{5}{4}P;$$

$$\sum m_B = 0; \quad -2P \cdot 2a - P \cdot 3a + V_A \cdot 4a = 0;$$

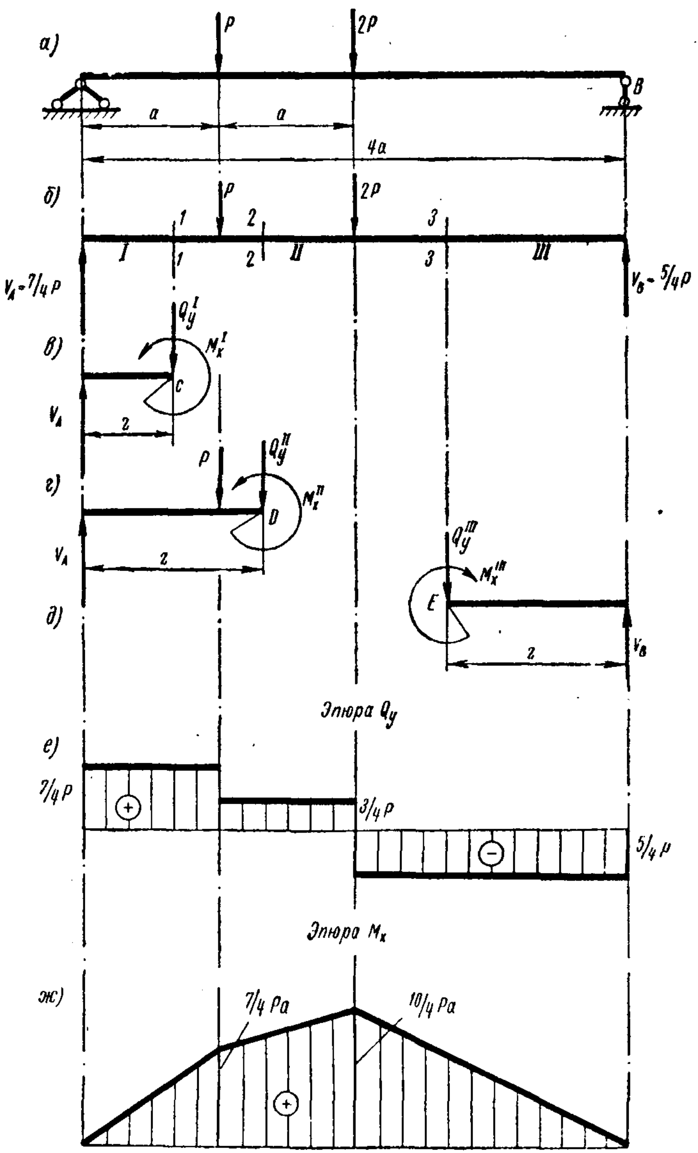
$$V_A = \frac{7}{4}P.$$

Составляя сумму проекций на ось y всех сил, действующих на балку, получаем

$$V_A - P - 2P + V_B = \frac{7}{4}P - P - 2P + \frac{5}{4}P = 0,$$

следовательно, опорные реакции определены верно.

Балка имеет три участка нагружения (см. рис. *б*).


а)
P
2P
B
a
a
4a
б)
P
2P
1
2
3
I
II
III
$V_A = 7/4\,P$
$V_B = 5/4\,P$
в)
Q_y^I
M_x^I
C
V_A
z
г)
P
Q_y^{II}
M_x^{II}
D
V_A
z
д)
Q_y^{III}
M_x^{III}
E
V_B
z
Эпюра Q_y
е)
$7/4\,P$
$3/4\,P$
$5/4\,P$
Эпюра M_x
ж)
$7/4\,Pa$
$10/4\,Pa$

К задаче 127

В сечении *1—1* первого участка

$$Q_y^{\mathrm{I}} = V_A = \frac{7}{4} P;$$

$$M_x^{\mathrm{I}} = V_A z = \frac{7}{4} Pz.$$

На первом участке $Q_y^{\mathrm{I}} = \mathrm{const}$, а M_x^{I} изменяется от 0 до $\frac{7}{4}\, Pa$ (рис. *в*).

На втором участке (рис. *г*) $Q_y^{\mathrm{II}} = \frac{3}{4}\, P$, а M_x^{II} изменяется от $\frac{7}{4}\, Pa$ до $\frac{10}{4}\, Pa$.

На третьем участке (рис. *д*) $Q_y^{\mathrm{III}} = -\frac{5}{4} P$, а M_x^{III} изменяется от 0 до $\frac{10}{4}\, Pa$ (рассматривается оставленная правая часть).

Эпюры Q_y и M_x показаны на рис. *е*, *ж*.

128. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
Ответ.

Схема	а)	б)	в)	г)	д)	е)
max Q_y	$2P$	P	P	40 *кн*	30 *кн*	25 *кн*
max M_x	$3Pl$	Pl	$2Pl$	13 *кн·м*	17,7 *кн·м*	8 *кн·м*

Схема	ж)	з)	и)	к)	л)
max Q_y	P	$2P$	$3{,}5P$	112 *кн*	173 *кн*
max M_x	Pl	$3Pl$	$4Pl$	335 *кн·м*	405 *кн·м*

129*. Для балки, изображенной на рис. *а* (см. стр. 182), построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение. Определим опорные реакции (рис. *б*):

$$\sum m_A = 0;$$

$$-Pa + m - V_B \cdot 3a = 0;$$

$$-Pa + 3Pa - V_B \cdot 3a = 0;$$

$$V_B = \frac{2}{3} P;$$

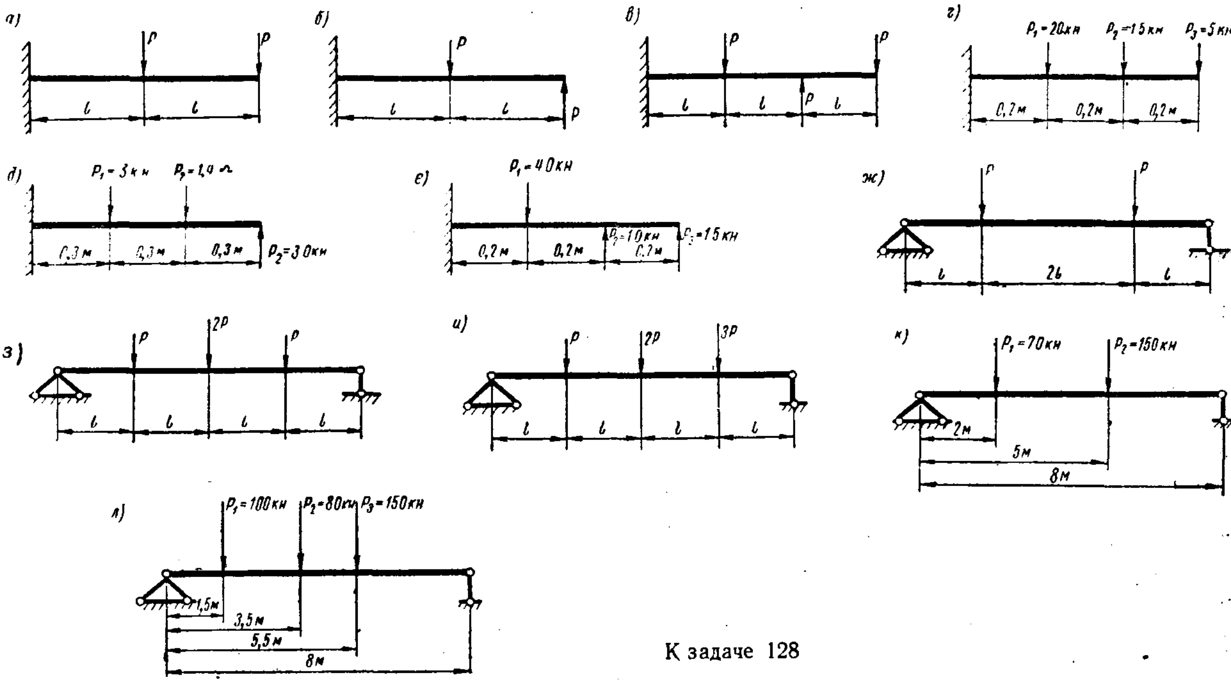
$$\sum m_B = 0;$$

$$-P4a + V_A \cdot 3a + m = 0;$$

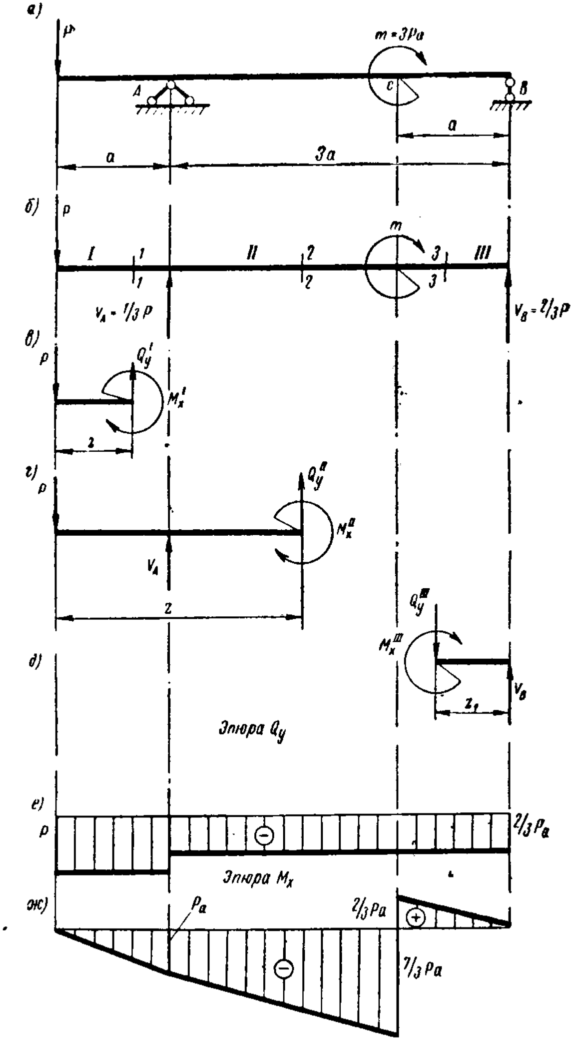
$$-P4a + V_A 3a + 3Pa = 0;$$

$$V_A = \frac{1}{3} P.$$

Составляя сумму проекций на ось y всех сил, действующих на балку, получаем $-P + V_A + V_B = -P + \frac{1}{3} P + \frac{2}{3} P = 0$, следовательно, реакции определены верно.


а)
P
l
б)
P
l
в)
P
l
г)
P1=20кн
0,2м
д)
P1=3кн
P2=30кн
0,3м
е)
P1=40кн
P2=10кн
P3=15кн
0,2м
ж)
P
l
2l
з)
P
2P
l
и)
P
2P
3P
l
к)
P1=70кн
P2=150кн
2м
5м
8м
л)
P1=100кн
P2=80кн
P3=150кн
1,5м
3,5м
5,5м
8м

К задаче 128



К задаче 129

Заданная балка имеет три участка нагружения (см. рис. *б*). На первом участке (рис. *в*) $Q_y^{\mathrm{I}} = -P$, M_x^{I} изменяется по линейному закону от 0 до $-Pa$. На втором участке (рис. *г*) $Q_y^{\mathrm{II}} = -P + V_A = -\dfrac{2}{3}P$, $M_x^{\mathrm{II}} = -Pz + V_A\,(z - a)$ изменяется от $-Pa$ до $-\dfrac{7}{3}Pa$. На третьем участке (рис. *д*) $Q_y^{III} = -\frac{2}{3}P$, $M_x^{III} = V_B z_1$ изменяется от 0 до $\frac{2}{3}Pa$.

Эпюры Q_y и M_x показаны на рис. *е*, *ж*.

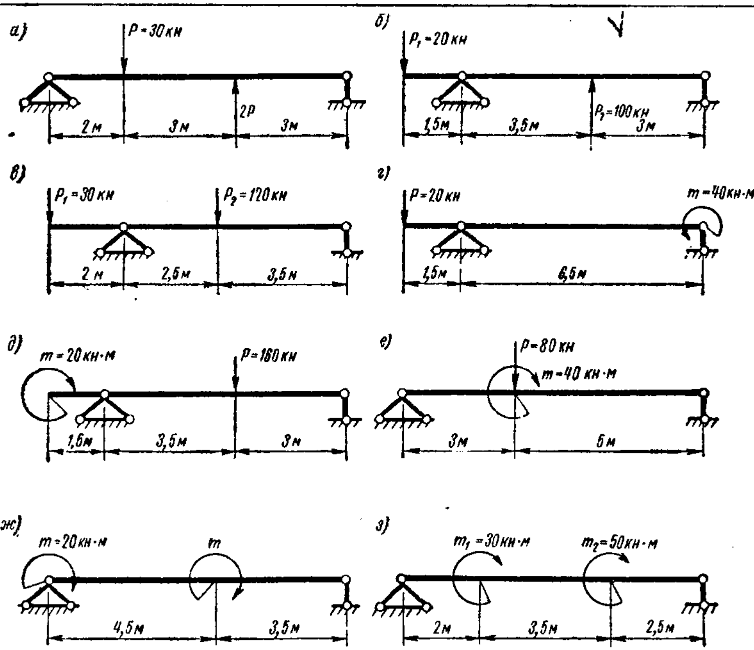
130. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. *Ответ.*

Схема	*а)*	*б)*	*в)*	*г)*
max Q_y	30 *кн*	58,5 *кн.*	80 *кн*	10,8 *кн*
max M_x	90 *кн·м*	176 *кн·м*	140 *кн·м*	40 *кн·м*
Схема	*д)*	*е)*	*ж)*	*з)*
max Q_y	89,3 *кн*	45 *кн*	5 *кн*	10 *кн*
max M_x	268 *кн·м*	175 *кн·м*	20 *кн·м*	25 *кн·м*

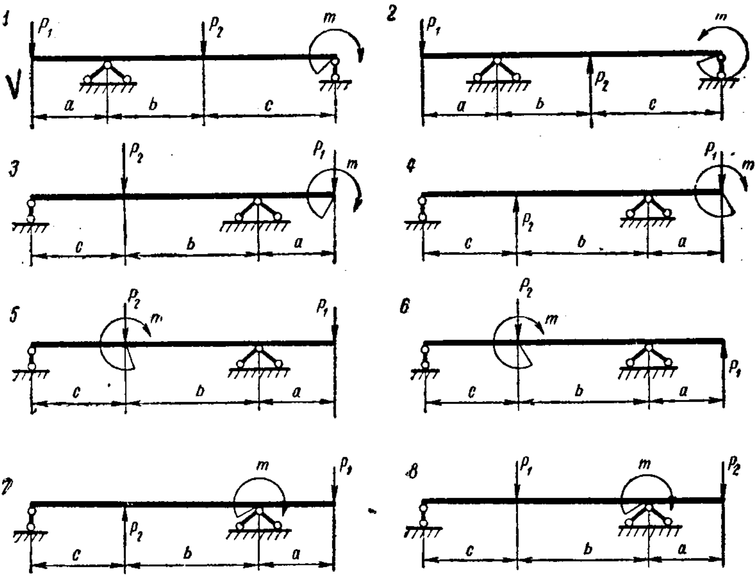
131 **. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Таблица данных к задаче 131

Вариант	Схема	m, *кн·м*	P_1	P_2	a	b	c
			кн		*м*		
1	1	30	20	100	0,3	3,1	5,0
2	1	40	10	110	0,4	3,2	5,1
3	1	50	20	120	0,5	3,3	5,2
4	1	60	30	130	0,6	3,4	5,3
5	2	30	10	140	0,7	3,5	5,4
6	2	40	20	150	0,8	3,6	5,6
7	2	70	15	160	0,7	3,7	5,7
8	2	80	20	170	0,6	3,8	5,8
9	3	90	25	180	0,5	3,9	5,9
10	3	20	22	190	0,4	4,0	6,0
11	3	40	23	200	0,3	3,9	5,9
12	3	30	21	190	0,4	3,8	5,8
13	4	50	18	180	0,5	3,7	5,7
14	4	60	17	170	0,6	3,6	5,6
15	4	70	16	160	0,7	3,5	5,5
16	4	80	15	150	0,8	3,4	5,4
17	5	40	14	140	0,7	3,3	5,3
18	5	50	13	130	0,6	3,2	5,2
19	5	30	12	120	0,5	3,1	5,1
20	5	20	11	110	0,4	3,0	5,0
21	6	30	12	100	0,3	3,1	5,1
22	6	20	13	110	0,4	3,2	5,2
23	6	70	14	120	0,5	3,3	5,3
24	6	50	15	130	0,6	3,4	5,4
25	7	80	16	140	0,7	3,5	5,5
26	7	60	17	150	0,8	3,6	5,6
27	7	50	18	160	0,7	3,7	5,7
28	7	40	19	170	0,6	3,8	5,8
29	8	20	20	180	0,5	3,9	5,9
30	8	30	21	190	0,4	4,0	6,0
31	8	20	22	200	0,3	3,4	5,8
32	8	30	23	190	0,4	3,8	5,7



К задаче 130



К задаче 131

132 *. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, изображенной па рис. *а* (см. рисунок на стр. 222).

Решение. Определим опорные реакции

$$\sum m_A = 0; \quad qa\frac{a}{2} - V_B 2a = 0,$$

где qa — равнодействующая равномерно распределенной нагрузки на участке длиной a;

$a/2$ — плечо равнодействующей qa.

$$V_B = \frac{1}{4}qa;$$

$$\sum m_B = 0; \quad -qa\frac{3a}{2} + V_A 2a = 0;$$

$$V_A = \frac{3}{4}qa.$$

Для проверки используем уравнение

$$\sum Y = 0; \quad V_A - qa + V_B = \frac{3}{4}qa - qa + \frac{1}{4}qa = 0,$$

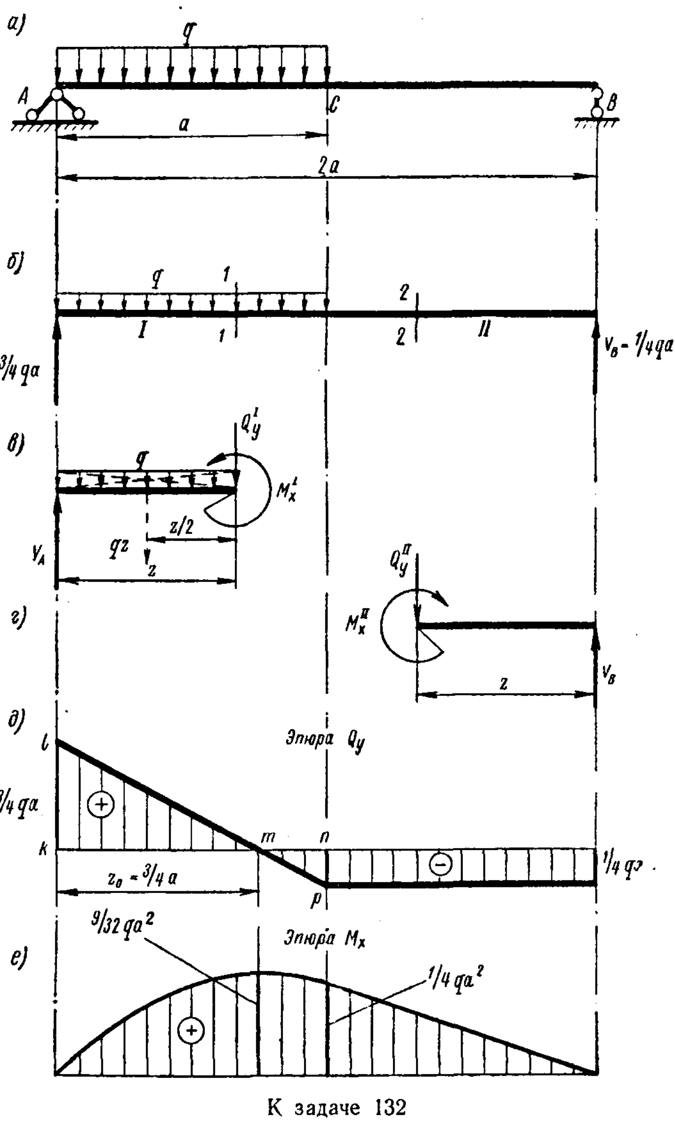
следовательно, опорные реакции определены верно.

Нагрузки, действующие на балку, и участки нагружения показаны на рис. *б*. На первом участке (рис. *в*) $Q_y^{\mathrm{I}} = V_A - qz$ (qz — равнодействующая распределенной нагрузки на участке длиной z) изменяется по линейному закону от $\frac{3}{4}qa$ до $-\frac{1}{4}qa$; изгибающий момент $M_x^{\mathrm{I}} = V_A z - qz\frac{z}{2}$ $\left(\frac{z}{2}\right.$ — расстояние от линии действия равнодействующей qz до оси x сечения *1—1*) изменяется по параболе. На втором участке (рис. *г*) $Q_y^{\mathrm{II}} = -\frac{1}{4}qa$, M_x^{II} изменяется по линейному закону от 0 до $\frac{1}{4}qa^2$.

Эпюра Q_y показана на рис. *д*. На первом участке эпюра разнозначна. В этом случае эпюра M_x должна строиться как минимум по трем точкам: вычисляют значения изгибающих моментов в начале участка, в конце участка и в сечении, где $Q_y = 0$.

Определим абсциссу сечения, в котором $Q_y = 0$. Она может быть определена из рассмотрения подобных треугольников *mnp* и *klm* (рис. *д*); $\frac{3}{4}qa : \frac{1}{4}qa = z_0 : (a - z_0)$, либо из уравнения

$$Q_y^{\mathrm{I}} = \frac{3}{4}qa - qz_0 = 0.$$



а)
q
A
C
B
a
2a
б)
q
1
2
I
1
2
II
$V_A = 3/4\,qa$
$V_B = 1/4\,qa$
в)
Q_y^I
q
M_x^I
z/2
qz
V_A
z
г)
Q_y^{II}
M_x^{II}
V_B
z
д)
Эпюра Q_y
l
3/4 qa
k
m
n
$z_0 = 3/4\,a$
p
1/4 qa
е)
9/32 qa²
Эпюра M_x
1/4 qa²

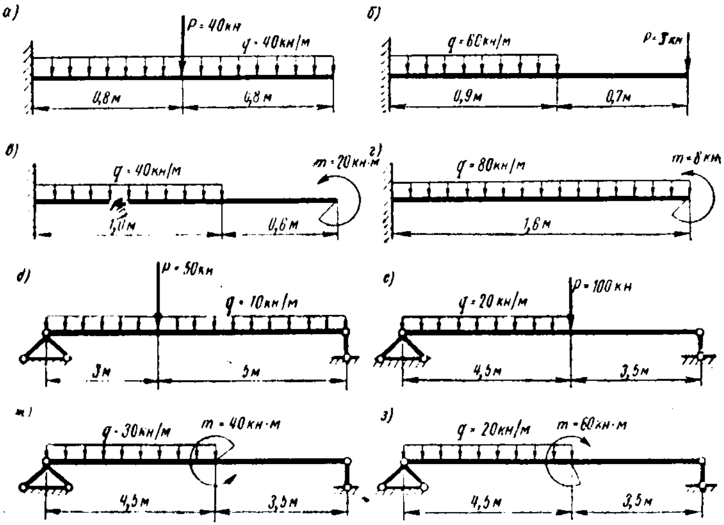
К задаче 132

Находим $z_0 = \frac{3}{4} a$ и определяем M_x в этом сечении.

$$M_x^1 = V_A \frac{3}{4} a - q \frac{3}{4} a \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} a \right) =$$

$$= \frac{9}{16} qa^2 - \frac{9}{32} qa^2 = \frac{9}{32} qa^2.$$

Эпюра M_x показана на рис. *е*.



К задаче 133

133. Построить эпюры поперечных и изгибающих моментов.

Ответ.

Схема	*а)*	*б)*	*в)*	*г)*
max Q_y	104 *кн*	59 *кн*	40 *кн*	128 *кн*
max M_x	83,2 *кн·м*	32,3 *кн·м*	20 *кн·м*	94,4 *кн·м*
Схема	*д)*	*е)*	*ж)*	*з)*
max Q_y	71,3 *кн*	108 *кн*	102 *кн*	57,2 *кн*
max M_y	169 *кн·м*	287 *кн·м*	173 *кн·м*	115 *кн·м*

134*. Для заданной балки (рис. *а*) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение. Определим опорные реакции (рис. *б*):

$$\sum m_A = 0;$$

$$q(a+b)\left(b - \frac{a+b}{2}\right) + P(b+c) + m - V_B l = 0;$$

$$20(2+4)\left(4-\frac{2+4}{2}\right)+100(4+3)+40-V_B 10=0;$$

$$V_B=86{,}0\ \text{кн};$$

$$\sum m_B=0;$$

$$m-P[l-(b+c)]-q(a+b)\left[l-\left(\frac{a+b}{2}-a\right)\right]+V_A l=0;$$

$$40-100[10-(4+3)]-20(2+4)\left[10-\left(\frac{2+4}{2}-2\right)\right]+V_A\cdot 10=0;$$

$$V_A=134\ \text{кн}.$$

$\sum Y=-20\cdot 6+134-100+86{,}0=0$, следовательно, опорные реакции определены верно.

Участки нагружения балки показаны на рис. *б*.

На участке *I* Q_y изменяется по линейному закону (на этом участке действует равномерно распределенная нагрузка). В начале участка поперечная сила равна нулю; в сечении, взятом бесконечно близко слева от точки приложения силы V_A,

$$Q_A^{\text{лев}}=-qa=-20\cdot 2=-40\ \text{кн}.$$

На участке *II* Q_y изменяется также по линейному закону. В начале участка, т. е. в сечении, взятом бесконечно близко справа от точки приложения силы V_A,

$$Q_A^{\text{прав}}=-qa+V_A=-20\cdot 2+134=94\ \text{кн}.$$

Следовательно, в этом месте (сечение A) на эпюре Q_y получается скачок на величину V_A. В конце участка, т. е. в сечении C,

$$Q_C=-q(a+b)+V_A=-20(2+4)+134=14\ \text{кн}.$$

На участке *III* Q_y остается постоянной и равной 14 *кн* (на этом участке отсутствует равномерно распределенная нагрузка).

В начале участка *IV*, т. е. в сечении, взятом близко справа от точки приложения силы P,

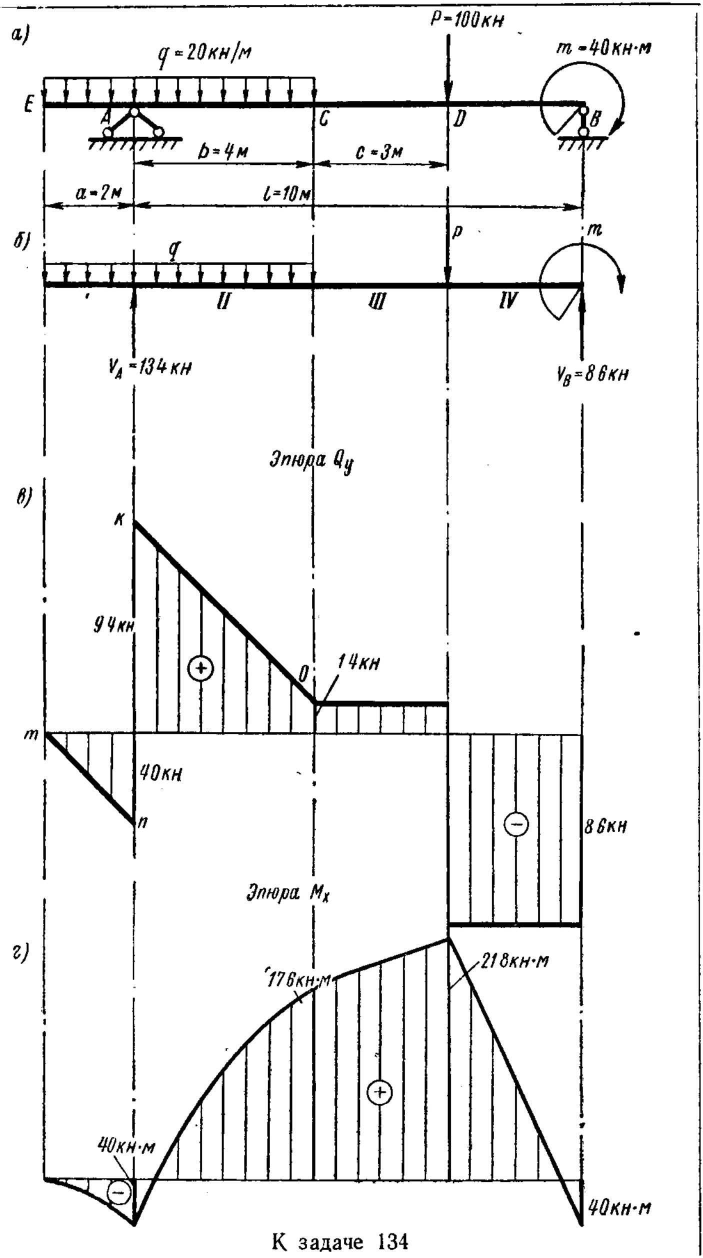
$$Q_D^{\text{прав}}=-q(a+b)+V_A-P=-20(2+4)+$$
$$+134-100=-86\ \text{кн}.$$

На этом участке Q_y остается постоянной и равной —86 *кн*.

Эпюра Q_y изображена на рис. *в*. Подчеркнем, что отрезки *mn* и *ko* параллельны, так как интенсивность нагрузки на участках *I* и *II* одинакова; под сосредоточенными силами (сечения A, D, B) на эпюре Q_y получаются скачки, равные по величине приложенным силам.

Строим эпюру изгибающих моментов.

На участке *I* M_x изменяется по закону квадратной параболы (на участке действует равномерно распределенная нагрузка), при этом касательная к эпюре M_x в сечении E горизонтальна, так как $Q_E=0$. В начале участка $M_E=0$, потому что в сечении E не приложено внешнего момента (пары сил). При принятом правиле знаков для M_x (пра-


а)
P=100кн
q=20кн/м
m=40кн·м
E
A
C
D
B
b=4м
c=3м
a=2м
l=10м
б)
q
P
m
I
II
III
IV
V_A=134кн
V_B=86кн
Эпюра Q_y
в)
к
94кн
+
0
14кн
m
40кн
n
−
86кн
Эпюра M_x
г)
176кн·м
218кн·м
+
40кн·м
−
40кн·м

К задаче 134

вило сжатого волокна) парабола выпуклостью направлена навстречу распределенной нагрузки. Вычислим изгибающий момент в сечении A:

$$M_A = -\frac{qa^2}{2} = -\frac{20 \cdot 2^2}{2} = -40 \ \textit{кн} \cdot \textit{м}.$$

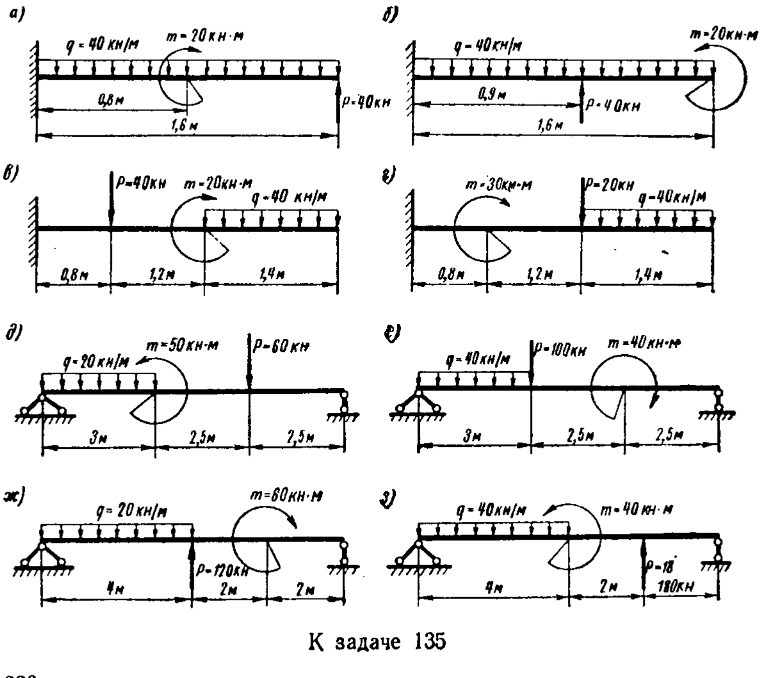
На участке II M_x также изменяется по закону квадратной параболы. Так как в пределах участка эпюра Q_y не проходит через нуль, то эпюру M_x можно построить по двум точкам. Вычислим M_x в сечении C:

$$M_C = -\frac{q(a+b)^2}{2} + V_A b = -\frac{20(2+4)^2}{2} + 134 \cdot 4 = 176 \ \textit{кн} \cdot \textit{м}.$$

Оставшуюся часть эпюры удобнее строить, начиная с правого конца балки.

На участках III и IV изгибающий момент изменяется по линейному закону (на этих участках отсутствует равномерно распределенная нагрузка). Изгибающий момент в сечении B : $M_B = -m = -40$ *кн·м*. Для построения эпюры M_x на участке IV надо найти еще одно значение M_x. Вычислим M_x в сечении D:

$$M_D = -m + V_B(l - b - c) = -40 + 86\,(10-4-3) = 218 \ \textit{кн} \cdot \textit{м}.$$



К задаче 135

Для проверки вычислим M_C еще раз, теперь через внешние силы, приложенные справа от этого сечения,

$$M_C = -m + V_B(l - b) - Pc = -40 + 86\,(10-4) -$$

$$- 100 \cdot 3 = 176\ кн \cdot м.$$

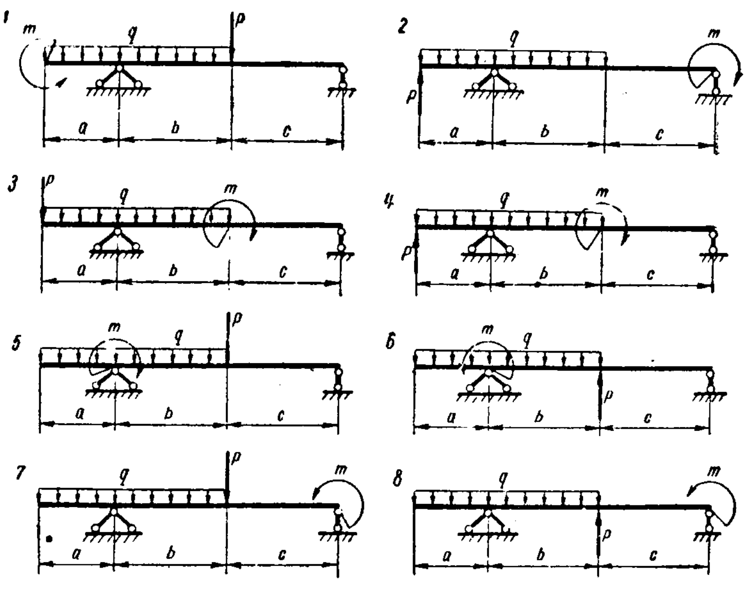
Как видно из рис. *г*, под сосредоточенными силами на эпюре M_x получаются резкие изменения угла наклона (изломы) смежных участков эпюры (сечения A, D).

135. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. *Ответ.*

Схема	*а)*	*б)*	*в)*	*г)*
max Q_y	40 *кн*	28 *кн*	96 *кн*	76 *кн*
max M_x	19,2 *кн·м*	20 *кн·м*	203 *кн·м*	221 *кн·м*

Схема	*д)*	*е)*	*ж)*	*з)*
max Q_y	73,7 *кн*	155 *кн*	87,5 *кн*	100 *кн*
max M_x	132 *кн·м*	285 *кн·м*	190 *кн·м*	200 *кн·м*

136 **. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.



К задаче 136

Таблица данных к задаче 136

Вариант	Схема	m, $кн \cdot м$	P, $кн$	q, $кн/м$	a	b	c
					$м$		
1	1	15	100	41	0,8	4,2	3,6
2	1	16	110	42	0,9	4,3	3,7
3	1	17	120	43	1,0	4,4	3,8
4	1	18	130	44	1,1	4,5	3,9
5	2	21	20	45	1,2	4,6	4,0
6	2	22	30	46	1,3	4,7	4,1
7	2	23	40	47	1,4	4,8	4,2
8	2	24	50	48	1,5	4,9	4,3
9	3	41	12	49	1,4	5,0	2,8
10	3	42	20	26	1,3	4,8	2,2
11	3	43	30	32	1,2	4,6	2,4
12	3	44	40	48	1,1	5,4	1,6
13	4	45	20	47	1,0	5,3	1,9
14	4	46	30	46	0,9	4,7	2,3
15	4	47	40	45	0,8	5,1	4,3
16	4	48	50	44	0,9	4,9	3,2
17	5	49	100	43	1,0	5,7	2,3
18	5	50	110	42	1,1	4,7	2,6
19	5	49	120	41	1,2	4,8	3,2
20	5	48	130	42	1,3	4,5	2,5
21	6	47	140	43	1,4	4,4	3,6
22	6	46	150	44	1,5	4,2	3,8
23	6	45	160	45	1,4	5,2	3,8
24	6	44	170	46	1,3	6,2	1,8
25	7	21	180	47	1,4	5,8	2,2
26	7	22	190	48	1,5	4,8	3,2
27	7	23	200	46	1,5	6,2	1,8
28	7	21	210	50	1,6	5,8	2,2
29	8	25	220	49	1,7	4,8	3,2
30	8	26	230	48	1,8	6,2	3,8
31	8	27	240	46	1,8	4,2	4,8
32	8	28	250	36	1,7	7,2	1,2

§ 24. Напряжения при изгибе и расчеты на прочность

137 *. Проверить прочность стальной балки, рассмотрев оба варианта сечений по рис. *а*, если $\sigma_т = 240$ *н/мм*²; $[n] = 1{,}5$.

Решение. Эпюра M_x показана на рис. *б*. В опасном сечении возникает изгибающий момент $\max M_x = 20 \cdot 2 = 40$ *кн·м*.

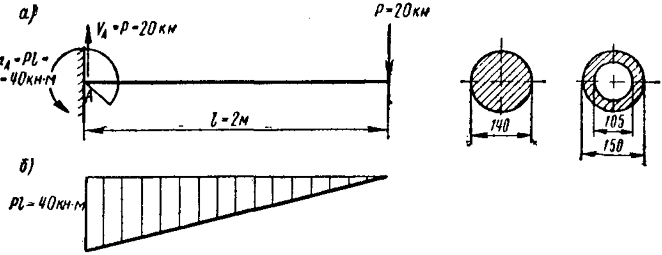
Условие прочности имеет вид $n \geqslant [n]$; при этом для пластичного материала $n = \dfrac{\sigma_т}{\sigma_{max}}$.

Наибольшие нормальные напряжения в балке сплошного круглого сечения

$$\sigma_{max} = \frac{\max M_x}{W_x} = \frac{32\cdot 40\cdot 10^6}{3{,}14\cdot 140^3} = 149\ н/мм^2.$$

Наибольшие нормальные напряжения в балке кольцевого сечения

$$\sigma_{max} = \frac{\max M_x}{W_x} = \frac{32\cdot 40\cdot 10^6}{3{,}14\cdot 150^3\left[1-\left(\frac{105}{150}\right)^4\right]} = 159\ н/мм^2.$$



К задаче 137

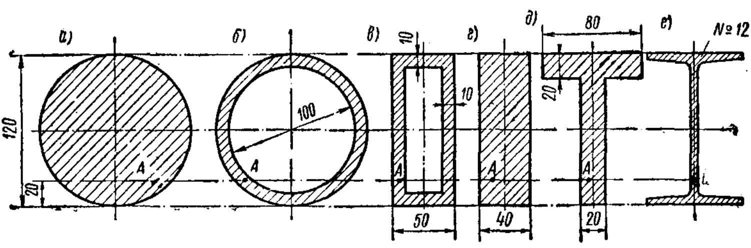
Коэффициент запаса прочности

$$n' = \frac{240}{149} = 1{,}61; \quad n'' = \frac{240}{159} = 1{,}51,$$

т. е. прочность балки при обоих вариантах сечения обеспечена.

138. Вычислить нормальное напряжение в точке A, если $M_x = 12$ *кн·м*.

Ответ. *а)* 47 *н/мм²*; *б)* 89,5 *н/мм²*; *в)* 102 *н/мм²*; *г)* 83,3 *н/мм²*; *д)* 139 *н/мм²*; *е)* 119 *н/мм²*.



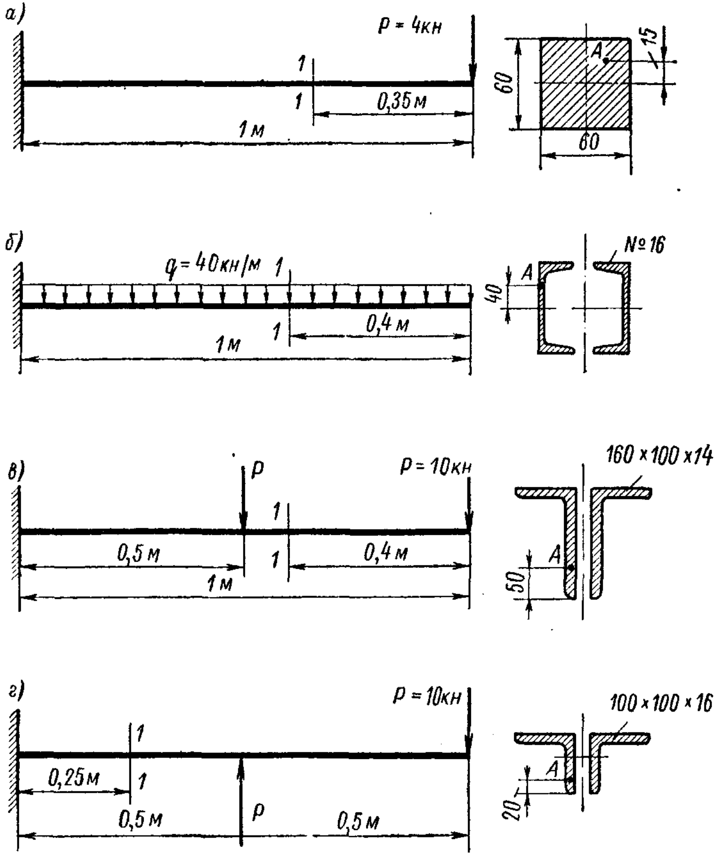
К задаче 138

139. Вычислить нормальное напряжение в точке A сечения *1—1*.

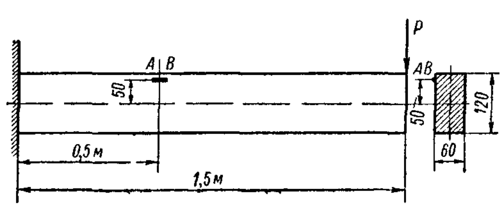
Ответ. *а)* 19,4 *н/мм²*; *б)* 8,56 *н/мм²*; *в)* 12,5 *н/мм²*; *г)* 46,7 *н/мм²*.

140. По данным предыдущей задачи вычислить наибольшие нормальные напряжения, возникающие в балке.

Ответ. *а)* 111 *н/мм²*; *б)* 107 *н/мм²*; *в)* 88,6 *н/мм²*; *г)* 65,6 *н/мм²*.



К задаче 139



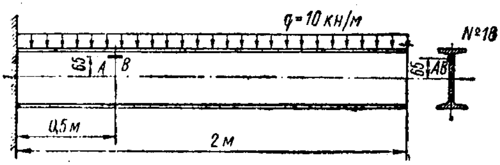
К задаче 141

141. Тензометр AB, установленный на стальной балке, имеет коэффициент увеличения $k = 1000$ и базу 10 *мм*. Показание тензометра равно 4 *мм*. Определить величину силы P.

Ответ. $P = 13{,}8$ *кн*.

142. Тензометр AB имеет коэффициент увеличения $k = 500$ и базу 20 *мм*. Определить показание тензометра. Материал балки — сталь Ст. 3.

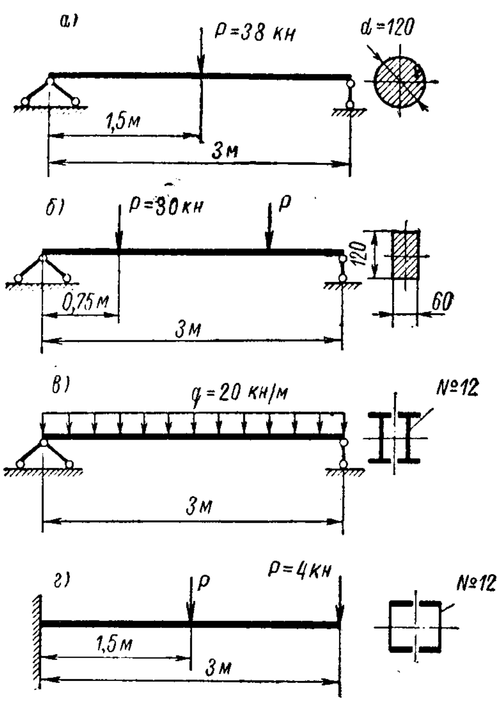
Ответ. 2,75 *мм*.



К задаче 142

143. Проверить прочность балки, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Ответ. *а*) перегружена на 5%; *б*) недогружена на 2,5%; *в*) перегружена на 4,7%; *г*) перегружена на 11,2%.

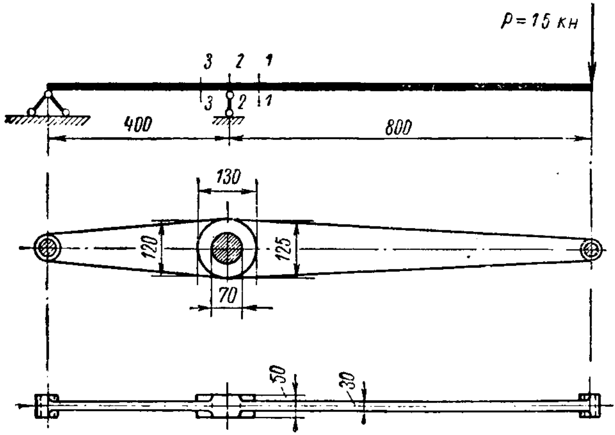


К задаче 143

144. Проверить прочность рычага, если $[\sigma] = 150$ *н/мм²*.

Указание. Проверку прочности произвести по трем указанным на рисунке сечениям.

Ответ. $\sigma_{\max} = 141$ *н/мм²*.



К задаче 144

145*. Определить размеры поперечного сечения балки для обоих вариантов, показанных на рис. *а*. $[\sigma] = 160$ *н/мм²*. При выбранных размерах поперечных сечений сравнить их площади и вычислить $\tau_{\max}$.

Решение. Эпюры Q_y и M_x показаны на рис. *б*. На участке *BC* балка испытывает чистый изгиб. Любое сечение участка *BC* равноопасно.

Условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} \leqslant [\sigma].$$

Требуемый момент сопротивления поперечного сечения

$$W_x = \frac{\max M_x}{[\sigma]} = \frac{300 \cdot 10^6}{160} = 1875 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Для прямоугольного сечения

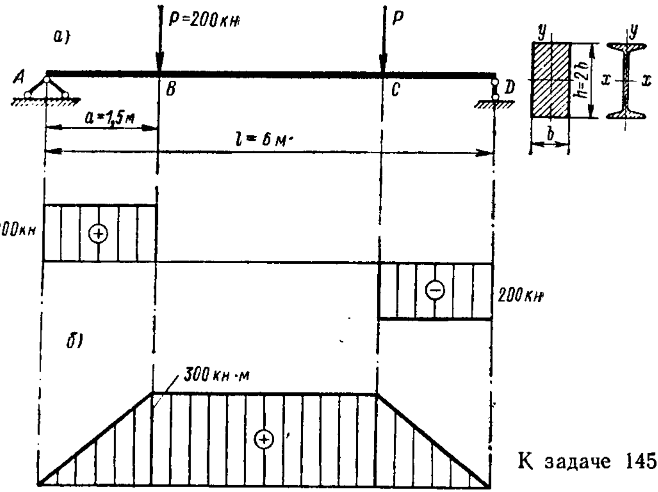
$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{2}{3} b^3;$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2} W_x} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot 1875} = 141 \text{ мм}.$$

Номер двутаврового сечения, имеющего момент сопротивления, близкий к требуемому, выбираем по таблице сортамента. Берем двутавр № 55, у которого $W_x = 2000$ *см³*; $F = 114$ *см²*; $J_x = 55\,150$ *см⁴*; статический момент половины площади сечения относительно нейтральной линии $S_x = 1150$ *см*^{3}; толщина стенки двутавра $d = 10{,}3$ *мм*.

Наибольшие касательные напряжения в балке прямоугольного сечения

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{Q_y}{F} = \frac{3}{2}\frac{Q_y}{bh} = \frac{3}{2}\frac{200 \cdot 10^3}{141 \cdot 282} = 7{,}56 \text{ н/мм}^2$$



К задаче 145

Наибольшие касательные напряжения в балке двутаврового сечения

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{dJ_x} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1150 \cdot 10^3}{10{,}3 \cdot 55\,150 \cdot 10^4} = 26{,}1 \text{ н/мм}^2.$$

Отношение площадей поперечных сечений $F_{\text{прям}} : F_{\text{дв}} = 398 : 114 = 3{,}49$.

146. Определить размеры поперечного сечения траверсы (h и d), если $[\sigma] = 50$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $h = 300$ *мм*; $d = 82$ *мм*.

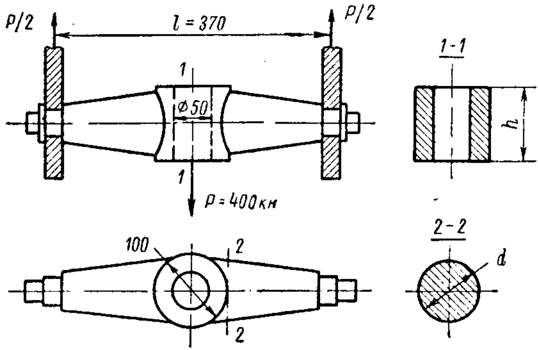
147. Определить из условия прочности диаметр оси (рис. *а*), использовав расчетные схемы (рис. *б* и *в*). $[\sigma] = 60$ *н/мм*^{2}.

Ответ. *б*) ~212 *мм*; *в*) ~209 *мм*.

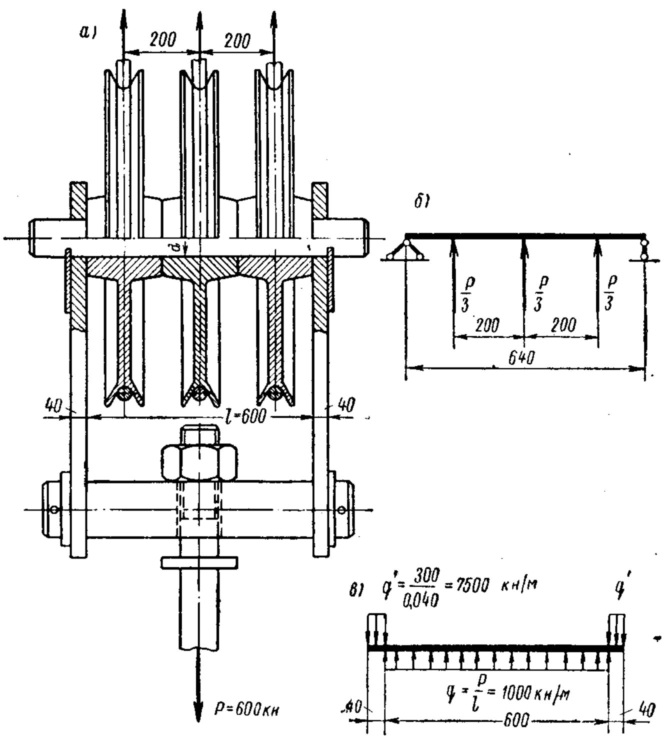
148. Ось лебедки поддерживает барабан, на который навивается трос, натянутый весом груза Q. Зубчатое колесо при помощи шпонки (на рисунке не показана) закреплено на удлиненной ступице барабана (рис. *а*). Определить положение груза Q, при котором в оси возникает наибольший изгибающий момент. При найденном положении груза определить диаметр оси, если $[\sigma] = 40$ *н/мм*^{2}. Расчетная схема дана на рис. *б*.

Указание. При решении принять, что барабан вращается равномерно. Усилие P определяется из условия равновесия системы барабан—зубчатое колесо.

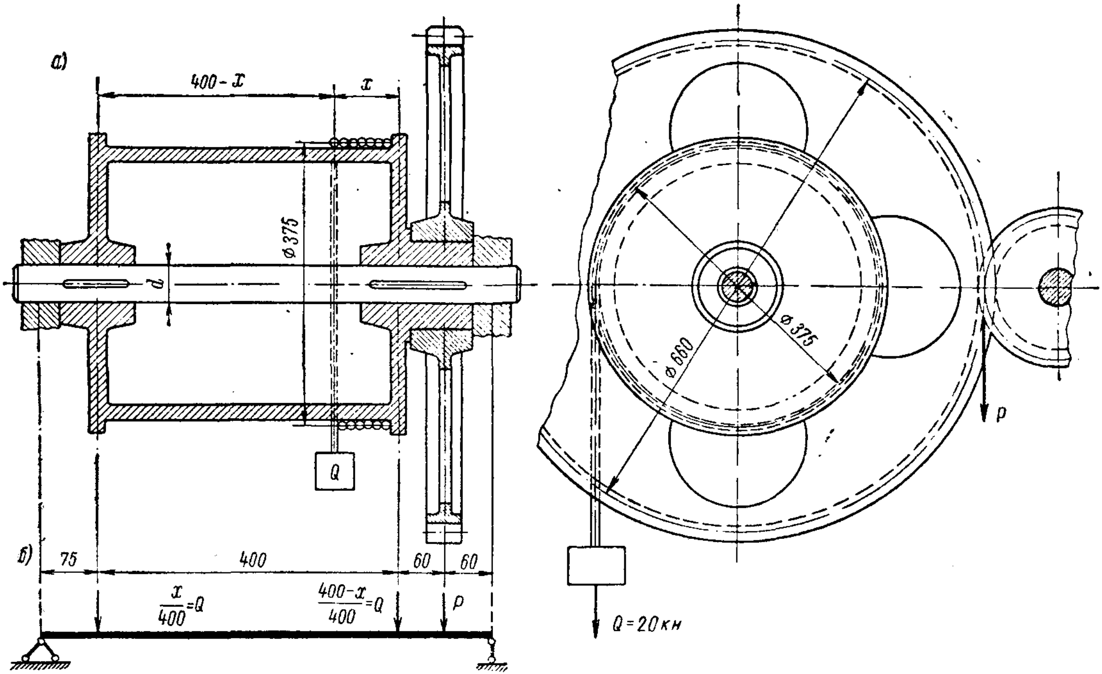
Ответ. 86 *мм*.



К задаче 146

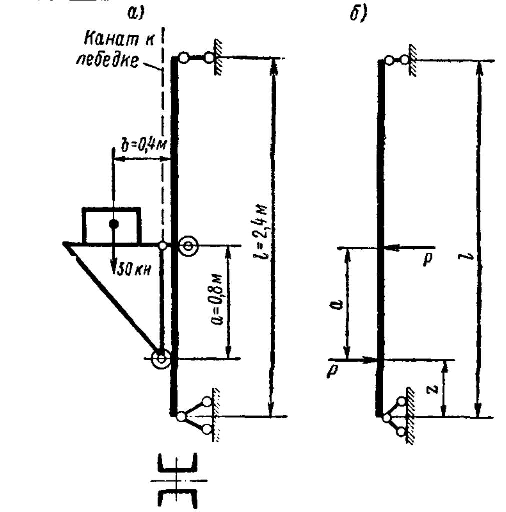


К задаче 147

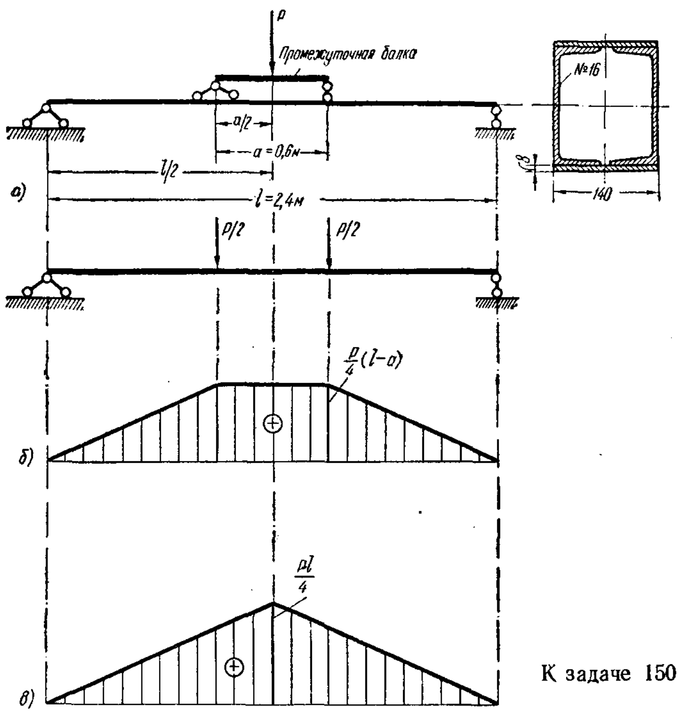


а)
400 - x
x
ф 375
d
Q
б)
75
400
60
60
$\frac{x}{400}Q$
$\frac{400-x}{400}Q$
P
ф 375
ф 660
P
Q = 20 кн

К задаче 148



К задаче 149



К задаче 150

149. Платформа с грузом Q перемещается по вертикальным направляющим (рис. a). Определить силы давления опорных роликов на направляющие. Исследовать, при каком значении z изгибающий момент в опасном сечении направляющей будет максимален, и подобрать номер швеллера, если $[\sigma] = 120$ *н/мм*². Расчетная схема показана на рис. *б*.

Ответ. Наибольший изгибающий момент в направляющей возникает при двух положениях платформы: в крайнем нижнем и в крайнем верхнем.

Швеллер № 10.

150*. Определить допускаемое значение силы P для балки, изображенной на рис. a, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*². Промежуточную балку не рассчитывать.

Решение. На рис. *б* показана расчетная схема основной балки, там же дана построенная для нее эпюра изгибающих моментов.

Из условия прочности $\sigma_{\max} = \dfrac{P(l-a)}{4W_x} \leqslant [\sigma]$ определим $[P]$

$$[P] = \frac{4W_x[\sigma]}{(l-a)} = \frac{4\cdot 350\cdot 10^3\cdot 160}{(2400-600)} = 124\cdot 10^3\ н = 124\ кн,$$

где $W_x = \dfrac{J_x}{h/2} = \dfrac{3080}{8{,}8} = 350\ см^3$ ($J_x = 3080\ см^4$ взято из решения задачи 122).

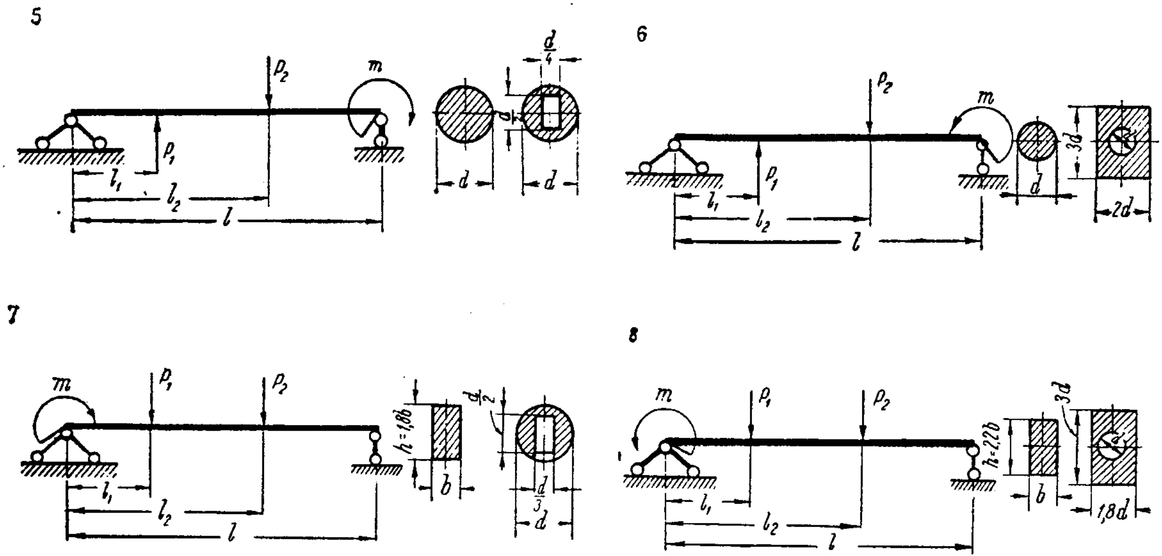
Когда промежуточная балка отсутствует, эпюра M_x выглядит, как показано на рис. *в*. В этом случае

$$P = \frac{4W_x[\sigma]}{l} = \frac{4\cdot 350\cdot 10^3\cdot 160}{2400} = 92{,}3\cdot 10^3\ н = 92{,}3\ кн.$$

151**. Определить из расчета на прочность требуемые размеры поперечного сечения балки при двух указанных на чертеже вариантах формы сечений и сравнить их веса, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*².

Таблица данных к задаче 151

Вариант	Схема	P_1	P_2	m, *кн·м*	l_1	l_2	l
		кн			*м*		
1	1	50	60	40	2	5	6
2	1	50	40	50	3	4	7
3	1	60	50	30	2	6	9
4	1	20	80	40	3	4	8
5	2	50	60	50	2	6	7
6	2	20	40	50	1	3	8
7	2	30	70	40	2	5	9
8	2	70	50	40	3	4	8
9	3	50	60	30	2	3	8
10	3	60	50	20	3	4	9
11	3	70	40	30	2	5	8
12	3	30	60	40	3	6	9
13	4	60	80	30	2	5	8
14	4	40	90	40	2	4	9



К задаче 151

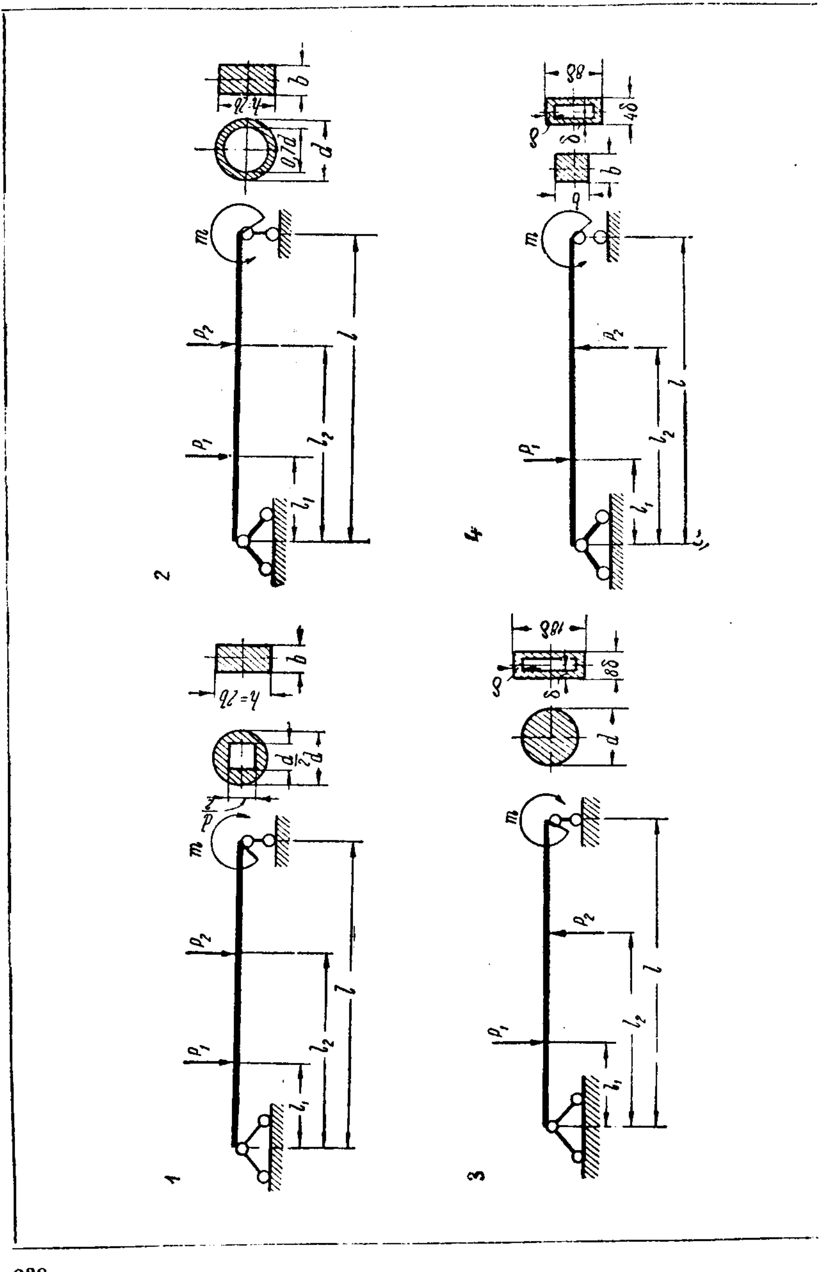

1
2
3
4
P1
P2
m
l1
l2
l
d
d/2
h=2b
b
0,7d
h=2b
8δ
18δ
δ
4δ

Таблица данных к задаче 151 (продолжение)

Вариант	Схема	P_1	P_2	m, кн·м	l_1	l_2	l
		кн			м		
15	4	60	90	20	2	7	9
16	4	50	70	30	3	5	8
17	5	70	90	60	2	5	9
18	5	70	70	30	2	4	6
19	5	70	60	50	2	3	6
20	5	60	90	40	3	5	8
21	6	30	80	70	2	4	7
22	6	40	90	60	2	5	7
23	6	20	20	50	3	5	9
24	6	80	20	40	2	6	8
25	7	40	50	60	2	5	7
26	7	50	60	30	3	6	8
27	7	40	60	40	2	4	8
28	7	50	70	30	2	5	8
29	8	50	60	40	2	6	8
30	8	40	80	40	2	5	9
31	8	50	40	30	3	6	9
32	8	60	70	20	2	5	9

152. Определить P, если $[\sigma] = 140$ *н/мм*^{2}.

Ответ. 5,54 *кн*.

153. Определить длину a консоли, при которой M_x посередине пролета равен нулю. При найденном значении a определить $[P]$, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Ответ. 15,4 *кн*.

• 154. Определить наивыгоднейшую по условию прочности балки длину консоли a. При найденном значении a определить $[P]$, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

Указание. Наивыгоднейшая длина консоли определяется из условия равенства изгибающих моментов в сечении A и посередине пролета.

Ответ. 32,4 *кн*.

155. Определить допускаемое давление $[p]$ на поршень двигателя внутреннего сгорания из условия прочности поршневого пальца (рис. *а*). Материал пальца — сталь 18ХНВА с $\sigma_{0,2} = 850$ *н/мм*^{2}. Принять $[n] = 4$. Расчет выполнить по двум расчетным схемам (рис. *б* и *в*).

Ответ. *б*) $[p] = 1{,}52$ *н/мм*^{2}; *в*) $[p] = 2{,}28$ *н/мм*^{2}.

156 **. Определить допускаемое значение нагрузки, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}. При найденном значении нагрузки вычислить τ_{max}.

157 *. Проверить прочность чугунной балки (рис. *а*), если $[\sigma_p] = 35$ *н/мм*^{2}; $[\sigma_c] = 110$ *н/мм*^{2}.

Решение. Эпюры Q_y и M_x представлены на рис. *б*. Находим положение центра тяжести поперечного сечения, определяя таким образом положение нейтральной линии — оси Ox (рис. *в*)

$$v_0 = \frac{S_u}{F} = \frac{10\cdot16\cdot5 - 8\cdot14\cdot4}{10\cdot16 - 8\cdot14} = 7{,}33 \text{ см}.$$

Вычислим J_x

$$J_x = \frac{16 \cdot 10^3}{12} + 2{,}33^2 \cdot 16 \cdot 10 - \frac{14 \cdot 8^3}{12} -$$

$$- 3{,}33^2 \cdot 14 \cdot 8 = 370 \textit{ см}^4 = 370 \cdot 10^4 \textit{ мм}^4.$$

Наибольшие напряжения растяжения в сечении *1—1*

$$\max \sigma_р = \sigma_A = \frac{\max M_x}{J_x} y_A =$$

$$= \frac{4{,}5 \cdot 10^6}{370 \cdot 10^4} 26{,}7 = 32{,}5 \textit{ н/мм}^2,$$

что меньше $[\sigma_р]$ на 7,1%.

Наибольшие напряжения сжатия в этом сечении

$$|\max \sigma_с| = \sigma_B = \frac{4{,}5 \cdot 10^6}{370 \cdot 10^4} \times$$

$$\times 73{,}3 = 89{,}2 \textit{ н/мм}^2,$$

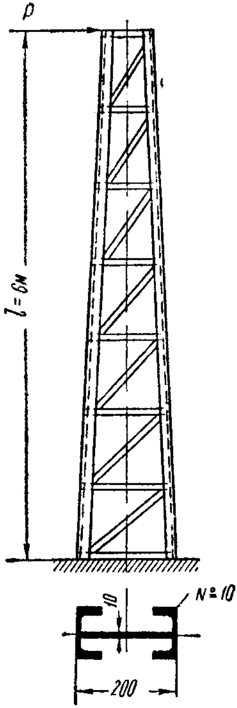
что меньше $[\sigma_с]$ на 19%.

Проверка прочности чугунной балки на этом не заканчивается. Необходимо проверить прочность балки в сечении *2—2*, так как хотя там изгибающий момент и меньше максимального, но в наиболее удаленных от нейтральной линии волокнах возникают напряжения растяжения

$$\max \sigma_р = \sigma_B = \frac{M_x^{2-2}}{J_x} y_B = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{370 \cdot 10^4} \times$$

$$\times 73{,}3 = 29{,}7 \textit{ н/мм}^2,$$

что меньше $[\sigma_р]$ на 15,2%.

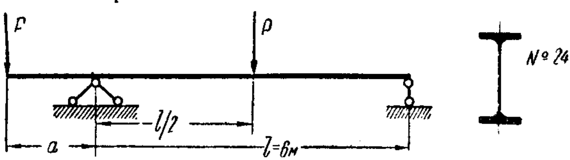


К задаче 152

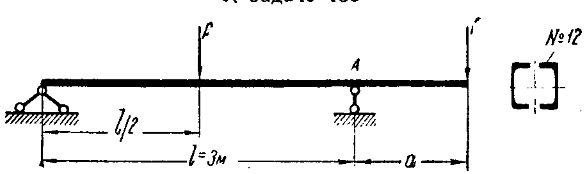
Эпюры σ в сечениях *1—1* и *2—2* показаны на рис. *г*.

158. Проверить прочность чугунной балки, если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм*²; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм*².

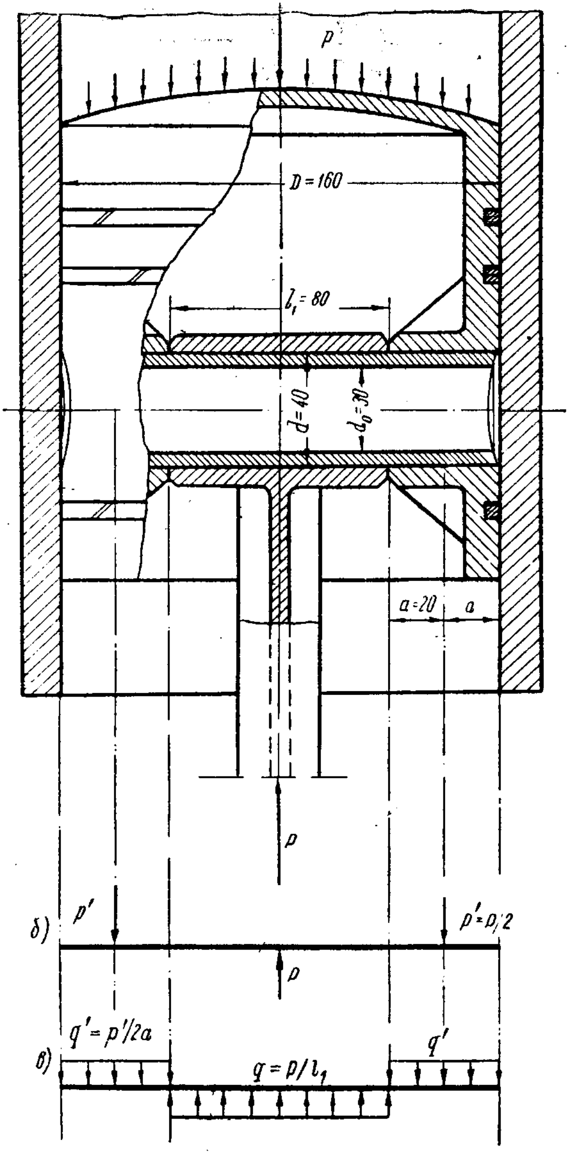
Ответ. $\max \sigma_р = 29{,}4$ *н/мм*².



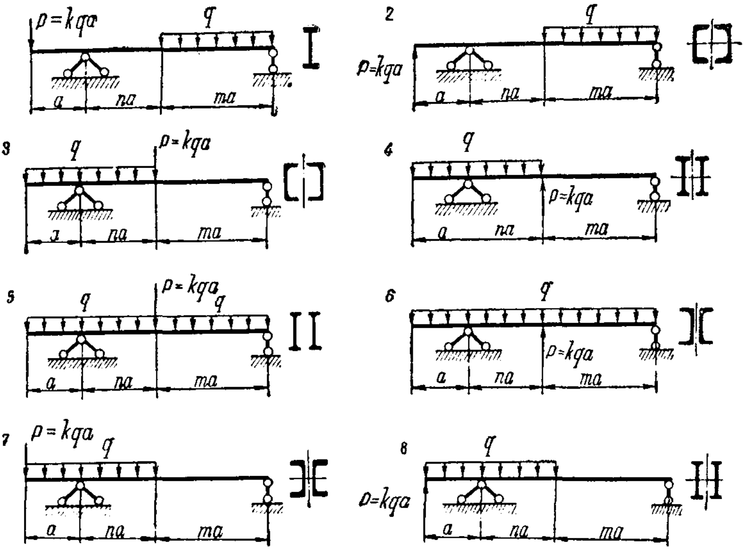
К задаче 153



К задаче 154



К задаче 155



К задаче 156

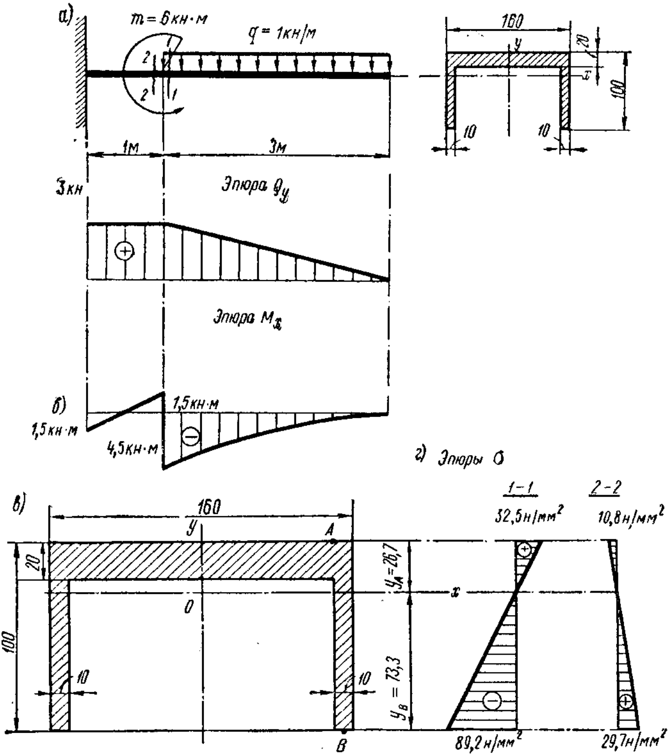
Таблица данных к задаче 156

Вариант	Схема	№ двутавра	№ швеллера	a, м	k	n	m
1	1	22	—	0,8	1,0	2	5
2	1	20	—	0,9	1,1	3	5
3	1	24	—	1,0	0,9	4	6
4	1	22	—	1,2	1,0	4	6
5	2	—	16	1,0	1,2	6	4
6	2	—	18	1,2	0,8	4	7
7	2	—	14	0,7	0,9	5	6
8	2	—	16	1,3	0,7	4	7
9	3	—	12	1,2	3	3	5
10	3	—	14	1,4	4	4	5
11	3	—	16	1,5	2	4	4
12	3	—	18	1,6	3	6	4
13	4	12	—	1,6	2	5	6
14	4	14	—	1,6	3	4	7
15	4	16	—	1,7	2	5	7
16	4	18	—	1,8	3	6	4
17	5	18	—	1,8	3	6	4
18	5	16	—	1,7	2	5	6
19	5	14	—	1,6	3	5	7
20	5	12	—	1,6	2	4	6
21	6	—	12	1,2	3	4	5

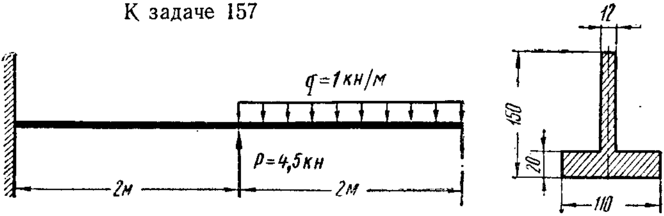
Вариант	Схема	№ двутавра	№ швеллера	a, *м*	k	n	m
22	6	—	14	1,3	4	6	4
23	6	—	16	1,4	6	4	8
24	6	—	18	1,5	5	6	8
25	7	—	12	1,8	0,5	6	4
26	7	—	14	1,7	0,6	5	3
27	7	—	16	1,6	0,8	5	6
28	7	—	18	1,5	0,7	5	8
29	8	12	—	0,8	2	6	4
30	8	14	—	0,7	2,4	7	5
31	8	16	—	0,9	2,3	6	4
32	8	18	—	0,6	1,8	4	5

Таблица данных к задаче 161

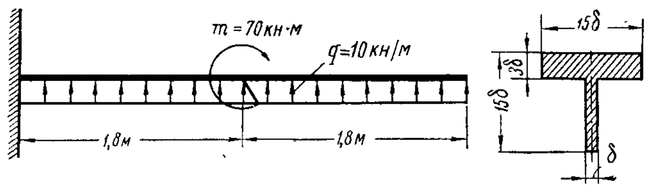
Вариант	Схема	q, *кн/м*	P, *кн*	m, *кн·м*	a	l
					м	
1	1	1	5	—	2	4
2	1	1,5	4	—	2,1	3,9
3	1	1	6	—	1,8	4,2
4	1	1,5	5	—	1,9	4,12
5	2	12	—	8	2,1	4,0
6	2	10	—	82	1,9	4,1
7	2	11	—	75	2,2	4,2
8	2	12	—	81	1,8	4,3
9	3	5	26	—	2,1	3,9
10	3	4	28	—	2,2	3,8
11	3	6	24	—	1,8	4,4
12	3	6	26	—	1,9	4,3
13	4	4	26	—	2,1	4,5
14	4	5	24	—	2,4	4,6
15	4	6	21	—	2,2	3,8
16	4	5	25	—	1,8	4,6
17	5	1	—	6	1,2	4,0
18	5	1,5	—	7	1,1	3,8
19	5	1	—	7	1,2	3,9
20	5	1,5	—	8	1,3	3,5
21	6	—	3,6	23	2,2	6,8
22	6	—	3,7	22	2,1	6,9
23	6	—	3,8	21	1,9	5,8
24	6	—	3,7	22	1,8	5,7
25	7	—	3,6	22	2	6
26	7	—	3,7	23	2,1	6,2
27	7	—	3,7	24	2,2	5,9
28	7	—	3,5	26	2,1	6,2
29	8	1	—	6	1,1	4,2
30	8	1,5	—	7	1,2	4,5
31	8	1	—	7	1,3	4,4
32	8	1,5	—	8	1,4	4,5



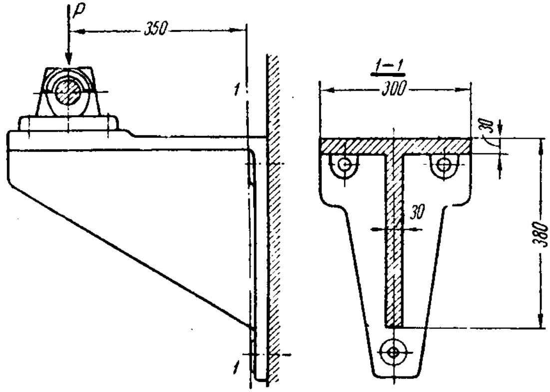
К задаче 157



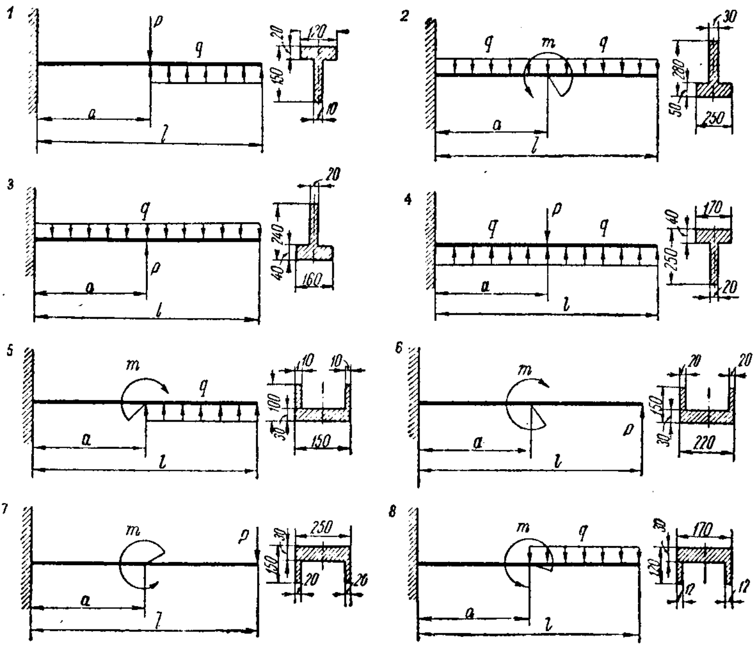
К задаче 158



К задаче 159



К задаче 160



К задаче 161

159. Определить размеры поперечного сечения чугунной балки, если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм²*; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм²*.

Ответ. $\delta = 19$ *мм.*

160. Определить $[P]$ для чугунного кронштейна, если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм²*; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм²*.

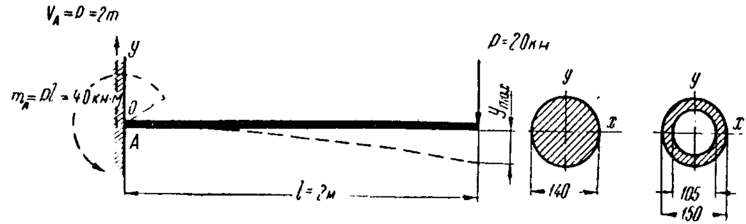
Ответ. 274 *кн.*

161 **. Проверить прочность чугунной балки, если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм²*; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм²*.

§ 25. Определение перемещений и расчеты на жесткость

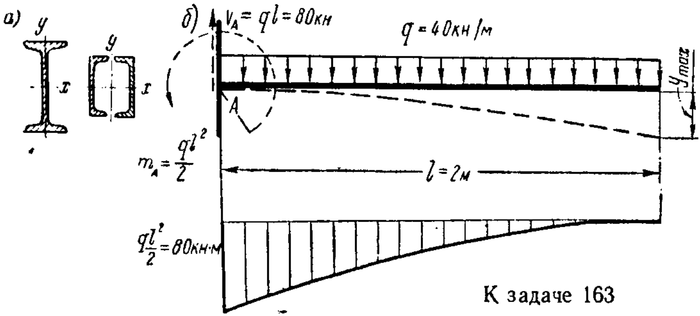
162. Проверить жесткость балки, рассмотрев оба заданных варианта сечений, если $[f] = 15$ *мм*; $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ *н/мм²*.

Ответ. Жесткость балки в обоих вариантах достаточна.



К задаче 162

163 *. Определить размеры поперечного сечения балки (рис. *б*), рассмотрев варианты сечений, указанные на рис. *а*, из условия прочности и жесткости, $[\sigma] = 160$ *н/мм²*, $[f] = l/800$, $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ *н/мм²*.



К задаче 163

Р е ш е н и е. Эпюра M_x представлена на рис. *б*. Требуемый момент сопротивления

$$W_x = \frac{\max M_x}{[\sigma]} = \frac{80 \cdot 10^6}{160} = 500 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Из таблицы сортамента выбираем: двутавр № 30а с $W_x = 518$ *см³*; швеллер № 24 с $W_x = 242$ *см³*.

Составим выражение для определения максимального прогиба балки. Для рассматриваемой балки $y_0 = 0$; $\varphi_0 = 0$, так как левый конец защемлен; $m = m_A = -\frac{ql^2}{2}$; $P = V_A = ql$; $q = -q$; $a = 0$; $b = 0$; $c = 0$, так как m_A, V_A приложены в начале координат и там же начинается распределенная нагрузка.

Уравнение изогнутой оси имеет вид

$$y = \frac{m_A z^2}{2EJ_x} + \frac{V_A z^3}{6EJ_x} - \frac{qz^4}{24EJ_x} =$$

$$= -\frac{1}{2}\,\frac{ql^2z^2}{2EJ_x} + \frac{qlz^3}{6EJ_x} - \frac{qz^4}{24EJ_x}.$$

Наибольший прогиб при $z = l$

$$|y_{\max}| = f = \frac{ql^4}{8EJ_x}.$$

Из условия жесткости $f \leqslant [f]$ определим требуемую величину момента инерции

$$J_x \geqslant \frac{ql^4}{8E\,[f]} = \frac{40\cdot 2000^4}{8\cdot 2{,}1\cdot 10^5\,\frac{1}{800}\,2000} = 152\cdot 10^6\ мм^4.$$

Из таблицы сортамента выбираем: двутавр № 40 с $J_x = 18\,930$ $см^4$ (при этом $f = 0{,}804\ [f]$), швеллер № 33 с $J_x = 7980$ $см^4$ (при этом $f = 0{,}954\ [f]$).

Окончательные размеры поперечного сечения следует выбирать из условия жесткости: двутавр № 40, швеллер № 33.

164. Определить y_A и φ_B, если жесткость сечения $EJ_x = \text{const}$.

Ответ. а) $\frac{7Pl^3}{48EJ_x}$; $\frac{5Pl^2}{8EJ_x}$; б) $\frac{Pl^3}{6EJ_x}$; $\frac{9Pl^2}{8EJ_x}$; в) $\frac{Pl^3}{16EJ_x}$; $\frac{3Pl^2}{8EJ_x}$; г) $\frac{Pl^3}{48EJ_x}$; 0; д) $\frac{Pl^3}{12EJ_x}$; $\frac{7Pl^2}{8EJ_x}$; е) $\frac{11Pl^3}{48EJ_x}$; $\frac{Pl^2}{EJ_x}$; ж) $\frac{5ql^4}{64EJ_x}$; $\frac{13ql^3}{48EJ_x}$; з) $\frac{169ql^4}{384EJ_x}$; $\frac{ql^3}{2EJ_x}$; и) $\frac{11ql^4}{48EJ_x}$; $\frac{13ql^3}{48EJ_x}$; к) $\frac{5ql^4}{8EJ_x}$; $\frac{31ql^3}{48EJ_x}$; л) $\frac{65ql^4}{324EJ_x}$; $\frac{2ql^3}{3EJ_x}$; м) $\frac{31ql^4}{192EJ_x}$; $\frac{55ql^3}{48EJ_x}$.

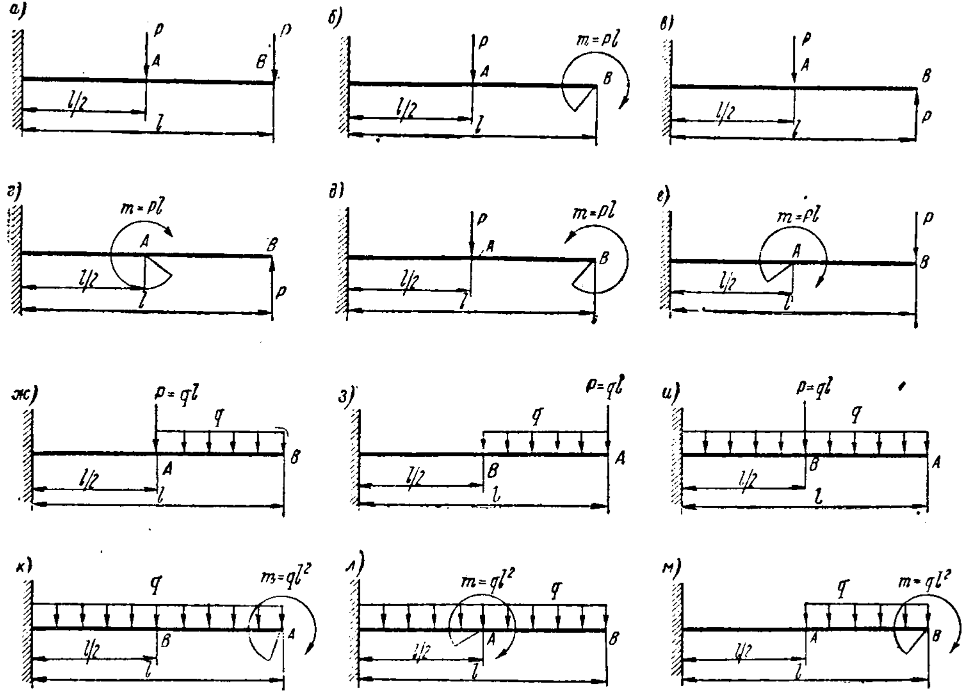
165. Определить ширину стальной полосы из условия, чтобы стрела прогиба была равна 4 *мм*. При найденном значении b проверить прочность полосы, если $[\sigma] = 160$ *н/мм²*.

Ответ. а) $b = 32$ *мм*, полоса недогружена на 6,3%; б) $b = 12$ *мм*, полоса перегружена на 25%.

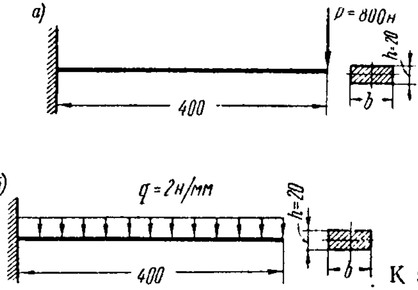
166. Определить размеры поперечных сечений стальных балок, если $[\varphi] = 0{,}4°$. При найденных размерах сечения вычислить $\sigma_{\max}$.

Ответ. а) № 20; $\sigma_{\max} = 166$ *н/мм²*; б) № 33; $\sigma_{\max} = 93$ *н/мм²*.

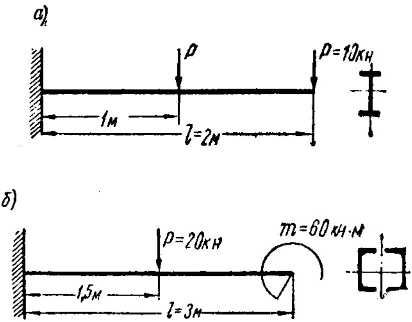
167 *. Для заданной балки (рис. *а*) определить $[q]$ из условия прочности и жесткости. $[\sigma] = 160$ *н/мм²*; $[f] = l/200$.



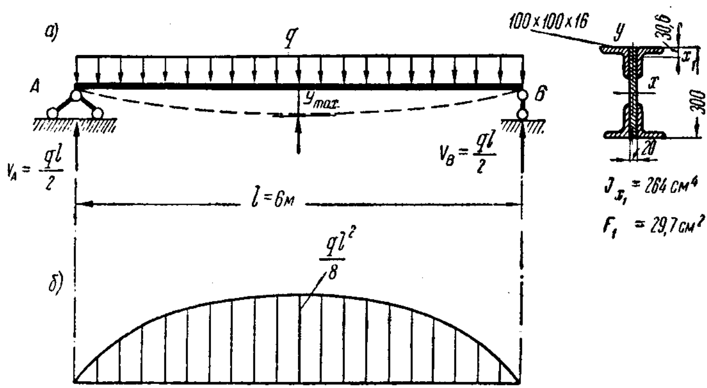
К задаче 164



К задаче 165



К задаче 166



К задаче 167

Решение. Вычислим моменты инерции и сопротивления сечения (рис. *б*)

$$J_x = \frac{2 \cdot 30^3}{12} + 4\,(264 + 11{,}94^2 \cdot 29{,}7) = 22{,}5 \cdot 10^3\ см^4;$$

$$W_x = \frac{J_x}{\frac{h}{2}} = \frac{22{,}5 \cdot 10^3}{15} = 1{,}5 \cdot 10^3\ см^3.$$

Определим $[q]$ из условия прочности

$$[q] = \frac{8W_x\,[\sigma]}{l^2} = \frac{8 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 160}{6000^2} = 53{,}4\ н/мм.$$

Составим выражение для определения $y_{\max}$. Для заданной балки $y_0 = 0$; $\varphi_0 \neq 0$; $m = 0$; $P = V_A$; $q = -q$; $a = 0$; $b = 0$; $c = 0$.

$$y = \varphi_0 z + \frac{V_A z^3}{6EJ_x} - \frac{ql^4}{24EJ_x}.$$

φ_0 определяется из условия, что при $z = l$ (сечение B) $y = 0$.

$$0 = \varphi_0 l + \frac{ql}{2} \cdot \frac{l^3}{6EJ_x} - \frac{ql^4}{24EJ_x},$$

откуда

$$\varphi_0 = -\frac{ql^3}{24EJ_x}.$$

Уравнение изогнутой оси балки

$$y = -\frac{ql^3}{24EJ_x}\,z + \frac{qlz^3}{12EJ_x} - \frac{qz^4}{24EJ_x}.$$

Наибольший прогиб при $z = \frac{l}{2}$

$$|y_{\max}| = f = \frac{5}{384}\,\frac{ql^4}{EJ_x}.$$

Из условия жесткости

$$[q] = \frac{384EJ_x\,[f]}{5l^4} = \frac{384 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 22{,}5 \cdot 10^7 \frac{1}{200}\,6000}{5\,(6000)^4} = 82\ н/мм.$$

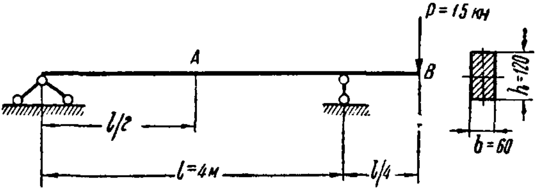
Окончательно принимаем $[q] = 53{,}4$ *н/мм* из условия прочности балки.

168. Деревянная балка диаметром $d = 100$ *мм*, длиной 4 *м* шарнирно закреплена по концам и нагружена посередине пролета силой P. Определить силу P, при которой $|y_{\max}| = 10$ *мм*.

Ответ. 368 *н*.

169. Вычислить y_A и y_B стальной балки.

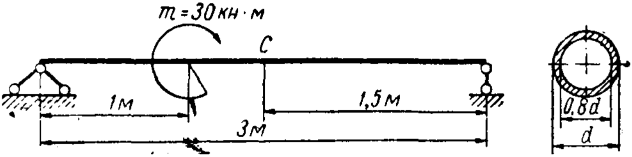
Ответ. $y_A = 8{,}7$ *мм*; $y_B = -14{,}5$ *мм*.



К задаче 169

170. Определить размеры поперечного сечения стальной балки из условия, чтобы прогиб сечения C был равен 3 *мм*.

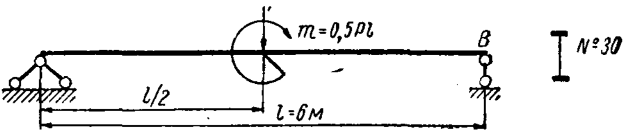
Ответ. $d = 152$ *мм*.



К задаче 170

171. Определить силу P, при которой угол поворота сечения B стальной балки равен 0,4°.

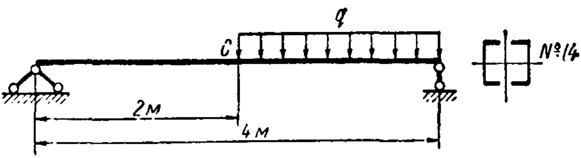
Ответ. 33 *кн*.



К задаче 171

172. Определить q, если $|y_C|$ стальной балки равен 6 *мм*.

Ответ. $q = 7{,}06$ *н/мм*.



К задаче 172

173*. Вычислить прогиб свободного конца стальной балки (рис. *а*).

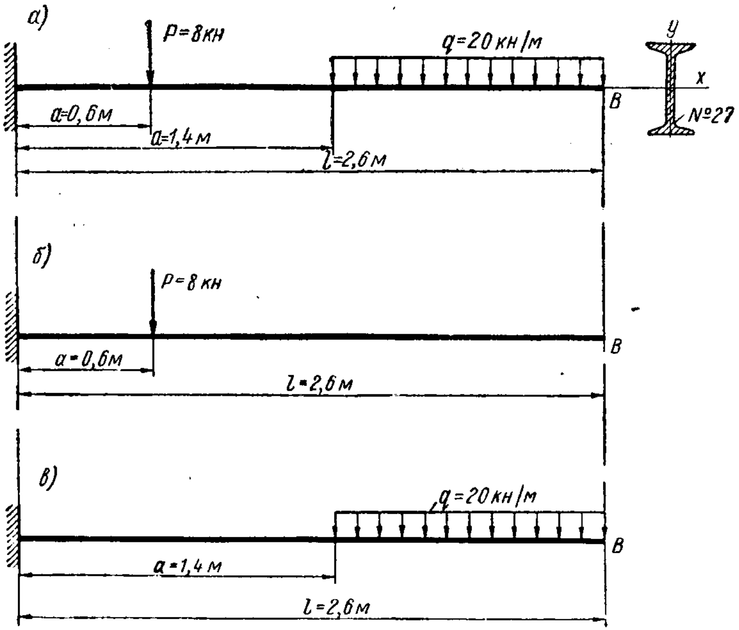
Р е ш е н и е. Применяя принцип независимости действия сил, получаем

$$y_B = y_{BP} + y_{Bq}.$$

Для вычисления y_{BP} и y_{Bq} используем данные таблицы. Абсолютная величина прогиба свободного конца балки от силы P (рис. *б*)

$$y_{BP} = \frac{Pa^2}{2EJ_x}\left(l - \frac{a}{3}\right) = \frac{8000 \cdot 600^2}{2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 5010 \cdot 10^4}\left(2600 - \frac{600}{3}\right) =$$

$$= 0{,}35 \text{ мм}.$$



К задаче 173

Абсолютная величина прогиба свободного конца балки от распределенной нагрузки (рис. *в*)

$$y_{Bq} = \frac{q\,(l - a)}{24EJ_x}\,(3l^3 + 3l^2a + 3la^2 - a^3) = \frac{20\,(2600 - 1400)}{24 \cdot 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 5010 \cdot 10^4} \times$$

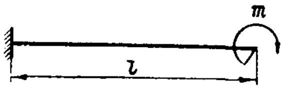
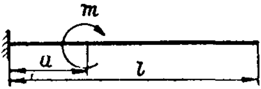
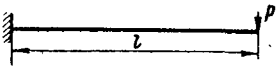
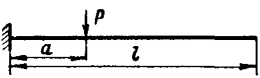
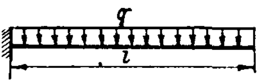
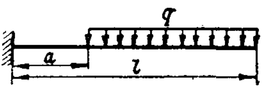
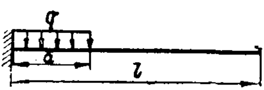
$$\times\,(3 \cdot 2600^3 + 3 \cdot 2600^2 \cdot 1400 + 3 \cdot 2600 \cdot 1400^2 - 1400^3) = 9{,}35 \text{ мм}.$$

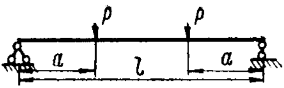
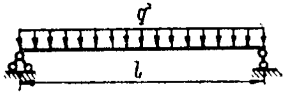
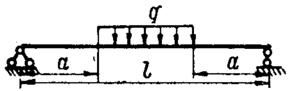
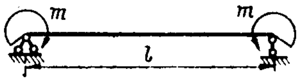
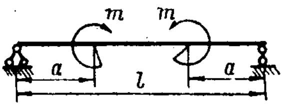
Здесь $J_x = 5010 \cdot 10^4$ *мм* взято из таблицы сортамента.

Окончательно получаем

$$y_B = 0{,}35 + 9{,}35 = 9{,}7 \text{ мм}.$$

Таблица максимальных прогибов балок

№ схемы	Схема балки (балка постоянного сечения)	Максимальный прогиб балки (EJ — жесткость сечения балки)
1		$\frac{ml^2}{2EJ}$
2		$\frac{ma}{EJ}\left(l-\frac{a}{2}\right)$
3		$\frac{Pl^3}{3EJ}$
4		$\frac{Pa^2}{2EJ}\left(l-\frac{a}{3}\right)$
5		$\frac{ql^4}{8EJ}$
6		$\frac{q(l-a)}{24EJ}(3l^3-3l^2a+$ $+3la^2-a^3)$
7		$\frac{qa^3}{24EJ}(4l-a)$
8		$\frac{Pl^3}{48EJ}$

№ схемы	Схема балки (балка постоянного сечения)	Максимальный прогиб балки (EJ — жесткость сечения балки)
9		$\frac{Pa}{2EJ}\left(\frac{l^2}{4}-\frac{a^2}{3}\right)$
10		$\frac{5ql^4}{384EJ}$
11		$\frac{q}{48EJ}\left(\frac{5}{8}l^4-3l^2a^2+2a^4\right)$
12		$\frac{ml^2}{8EJ}$
13		$\frac{m}{2EJ}\left(\frac{l^2}{4}-a^2\right)$

Примечания. 1. Все величины прогибов даны по абсолютной величине.

2. В дальнейшем при вычислении наибольших прогибов для наиболее часто встречающихся схем нагружения балок рекомендуется использовать приведенную таблицу.

174 *. Определить прогиб сечения C стальной балки.

Решение. Определим опорные реакции

$$\sum m_A = 0;\quad 0{,}3ql^2 + q\frac{l}{2}\cdot\frac{3}{4}l - V_B l = 0;$$

$$V_B = 0{,}675\,ql;$$

$$\sum m_B = 0;$$

$$0{,}3ql^2 - \frac{1}{2}ql\cdot\frac{1}{4}l - V_A l = 0;$$

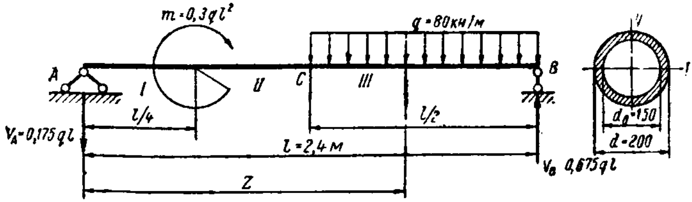
$$V_A = 0{,}175ql.$$

Для заданной балки

$$y_0 = 0;\ \varphi_0 \neq 0;\ P = -V_A = -0{,}175ql;\ m = 0{,}3ql^2;$$

$$q = -q;\ a = \frac{1}{4}l;\ b = 0;\ c = \frac{1}{2}l;$$

$$y = \varphi_0 z + \frac{0{,}3ql^2\left(z - \frac{l}{4}\right)^2}{2EJ_x} - \frac{0{,}175qlz^3}{6EJ_x} - \frac{q\left(z - \frac{l}{2}\right)^4}{24EJ_x}.$$



К задаче 174

φ_0 определяем из условия, что при $z = l$ $y_{z=l} = 0$.

$$0 = \varphi_0 l + \frac{0{,}3ql^2(l - 0{,}25l)^2}{2EJ_x} - \frac{0{,}175ql}{6EJ_x}l^3 - \frac{q(l - 0{,}5l)^4}{24EJ_x},$$

откуда

$$\varphi_0 = -5{,}26\cdot10^{-2}\frac{ql^3}{EJ_x}.$$

Уравнение изогнутой оси для второго участка балки

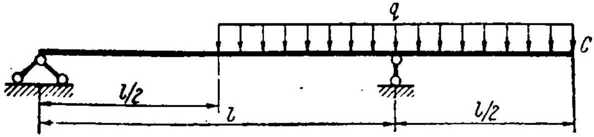
$$y = -5{,}26\cdot10^{-2}\frac{ql^3}{EJ_x}z + \frac{0{,}3ql^2}{2EJ_x}(z - 0{,}25l)^2 - \frac{0{,}175ql}{6EJ_x}z^3.$$

Прогиб сечения C $\left(\text{при } z = \frac{l}{2}\right)$

$$y_C = -2{,}06\cdot10^{-2}\frac{ql^4}{EJ_x},$$

т. е. сечение перемещается вниз. Подставляя числовые значения, получаем

$$y_C = -2{,}06\cdot10^{-2}\frac{80\,(2400)^4}{2\cdot10^5\cdot0{,}05\cdot200^4\left[1 - \left(\frac{150}{200}\right)^4\right]} = 5\ мм.$$



К задаче 175

175. Определить прогиб сечения C, если жесткость сечения балки EJ_x.

Ответ. $y_C = -\dfrac{13ql^4}{768EJ_x}$.

176 **. Определить размеры поперечного сечения стальной балки из условия жесткости, если $[f] = l/600$.

При найденных размерах сечения вычислить наибольшие нормальные напряжения, возникающие в балке.

При решении задачи использовать данные таблицы максимальных прогибов балок (см. стр. 254, 255).

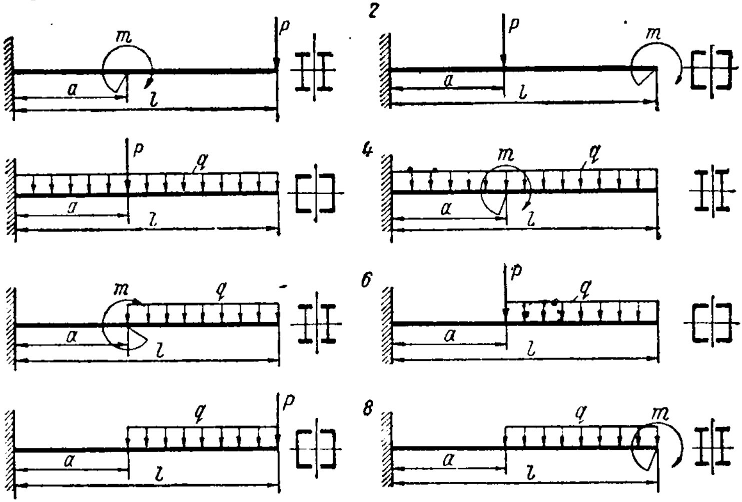
177 **. Определить допускаемое значение нагрузки для стальной балки из условия жесткости, если $[f] = l/800$.

При найденной нагрузке вычислить наибольшие нормальные напряжения, возникающие в поперечном сечении балки.

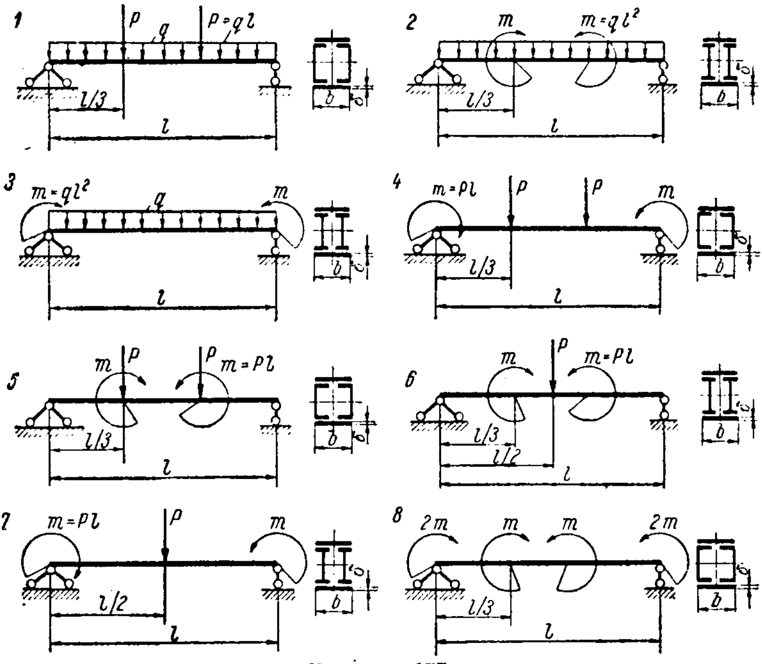
При решении задачи использовать данные таблицы максимальных прогибов балок (см. стр. 254, 255).

Таблица данных к задаче 176

Вариант	Схема	q, $кн/м$	P, $кн$	m, $кн \cdot м$	a ($м$)	l ($м$)
1	1	—	40	20	2	6
2	1	—	50	30	2	5
3	1	—	40	30	3	6
4	1	—	40	40	2	5
5	2	—	8	4	2	4
6	2	—	6	3	3	4
7	2	—	5	2	3	6
8	2	—	7	3	2	5
9	3	30	50	—	2	6
10	3	30	80	—	3	5
11	3	20	60	—	4	6
12	3	40	40	—	2	5
13	4	20	—	60	3	5
14	4	30	—	50	2	6
15	4	40	—	40	4	6
16	4	30	—	20	3	6
17	5	20	—	20	2	6
18	5	30	—	50	3	5
19	5	30	—	50	2	5
20	5	30	—	40	4	7
21	6	20	60	—	4	7
22	6	30	50	—	2	6
23	6	40	50	—	3	7
24	6	20	60	—	2	5
25	7	20	20	—	2	6
26	7	20	30	—	2	5
27	7	30	20	—	2	6
28	7	30	30	—	3	5
29	8	20	—	40	2	4
30	8	30	—	40	3	5
31	8	40	—	30	2	5
32	8	30	—	20	2	6



К задаче 176



К задаче 177

Таблица данных к задаче 177

Вариант	Схема	№ двутавра	№ швеллера	b, мм	δ, мм	l, м
1	1	—	10	120	6	2
2	1	—	12	120	8	2,4
3	1	—	14	130	8	2,6
4	1	—	12	130	6	2,2
5	2	10	—	150	6	2,2
6	2	12	—	160	8	2,6
7	2	14	—	170	8	2,8
8	2	16	—	190	8	3,4
9	3	10	—	160	6	3,6
10	3	12	—	170	8	3,8
11	3	14	—	170	6	3,4
12	3	16	—	190	8	3,2
13	4	—	10	130	6	2,2
14	4	—	12	130	8	2,4
15	4	—	14	140	8	2,6
16	4	—	14	150	10	3,8
17	5	—	14	150	8	3,6
18	5	—	12	140	6	3,2
19	5	—	10	120	8	2,8
20	5	—	12	130	8	3,4
21	6	10	—	150	8	4,0
22	6	12	—	160	10	4,4
23	6	14	—	170	10	4,6
24	6	16	—	190	10	4,8
25	7	16	—	190	12	5,2
26	7	14	—	180	10	4,8
27	7	12	—	170	8	4,6
28	7	10	—	160	8	4,8
29	8	—	10	130	6	3,6
30	8	—	12	130	6	3,4
31	8	—	14	130	8	3,2
32	8	—	14	140	8	3,4

ГЛАВА 8

СЛОЖНЫЕ ВИДЫ ДЕФОРМАЦИЙ БРУСА

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

f_x — прогиб по оси Ox

f_y — прогиб по оси Oy

$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ — полный прогиб

e — эксцентрицитет

§ 26. Косой изгиб

178 *. Проверить прочность бруса (рис. *а*) и вычислить полный прогиб свободного конца. Принять $\sigma_т = 260$ *н/мм²*; $[n] = 1{,}5$.

Вычислить σ_{max} и f для случая, когда сила P приложена вертикально.

Решение. Брус работает на косой изгиб. Разложив силу P на составляющие P_x и P_y по главным центральным осям поперечного сечения бруса, построим эпюры M_x и M_y (рис. *а*, *б*).

Вычислим наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной σ_{M_x} и в горизонтальной плоскостях σ_{M_y}:

$$\sigma_{M_x}^A = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6{,}75 \cdot 10^6}{181 \cdot 10^3} = 37{,}3 \ н/мм^2;$$

$$\sigma_{M_y}^A = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2{,}46 \cdot 10^6}{22{,}4 \cdot 10^3} = 110 \ н/мм^2.$$

Эпюры σ_{M_x} и σ_{M_y} показаны на рис. *в*. В точке A возникают наибольшие напряжения растяжения, а в точке B — наибольшие напряжения сжатия

$$\sigma_{max} = \sigma_A = \sigma_{M_x}^A + \sigma_{M_y}^A = 37{,}3 + 110 = 147{,}3 \ н/мм^2.$$

Коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{\sigma_т}{\sigma_{max}} = \frac{260}{147{,}3} = 1{,}76.$$

Вычислим f_y, f_x, f (см. табл. на стр. 254):

$$f_y = \frac{P_y l^3}{3EJ_x} = \frac{6000 \cdot 0{,}938 \cdot 1200^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1810 \cdot 10^4} = 0{,}895 \ мм;$$

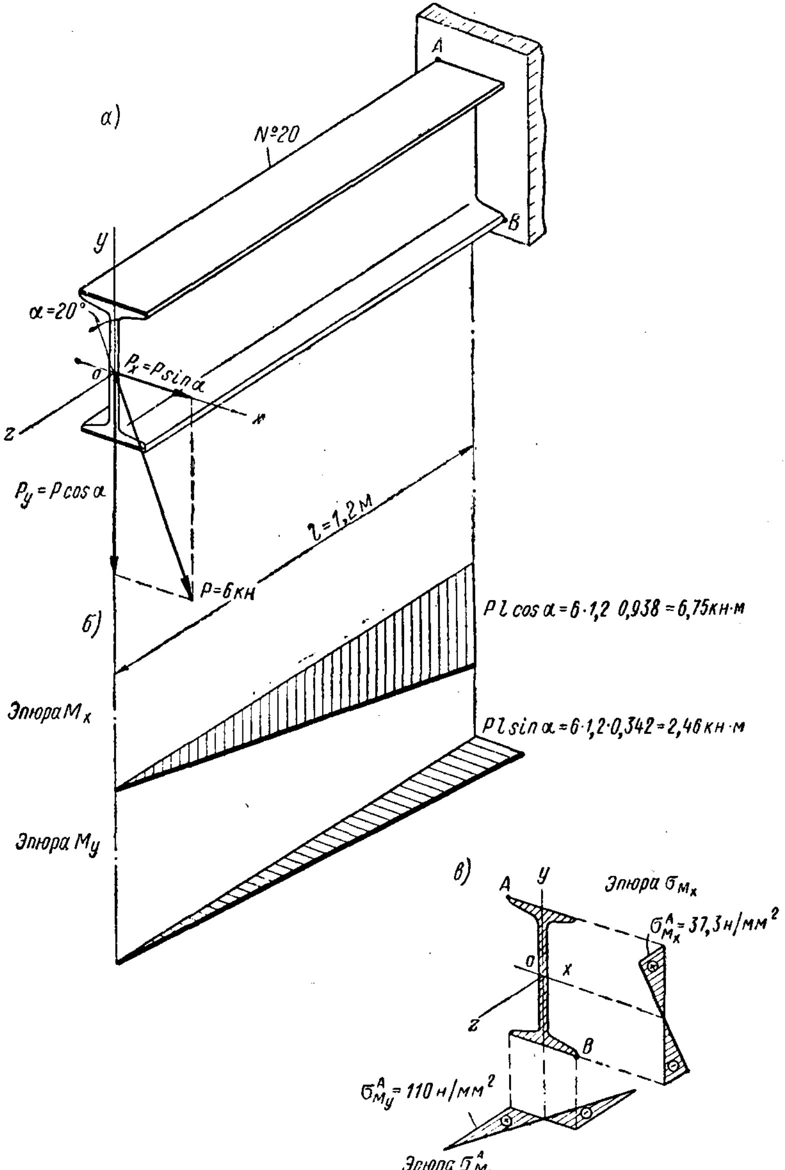
$$f_x = \frac{P_x l^3}{3EJ_y} = \frac{6000 \cdot 0{,}342 \cdot 1200^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 112 \cdot 10^4} = 5{,}28 \ мм;$$

$$f = \sqrt{(5{,}28)^2 + (0{,}895)^2} = 5{,}36 \ мм.$$

Если сила P приложена вертикально, то

$$\sigma_{max} = \frac{6000 \cdot 1200}{181 \cdot 10^3} = 39{,}8 \ н/мм^2;$$

$$f = \frac{6000 \cdot 1200^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1810 \cdot 10^4} = 0{,}956 \ мм.$$


a)
№20
A
B
y
α=20°
o
$P_x = P\sin\alpha$
x
z
$P_y = P\cos\alpha$
$l=1,2$ м
P=6 кн
б)
$Pl\cos\alpha = 6\cdot1,2\ 0,938 = 6,75$ кн·м
Эпюра M_x
$Pl\sin\alpha = 6\cdot1,2\cdot0,342 = 2,46$ кн·м
Эпюра M_y
в)
A
y
Эпюра σ_{M_x}
$\sigma^A_{M_x} = 37,3$ н/мм^2
o
x
z
B
$\sigma^A_{M_y} = 110$ н/мм^2
Эпюра $\sigma^A_{M_y}$

К задаче 178

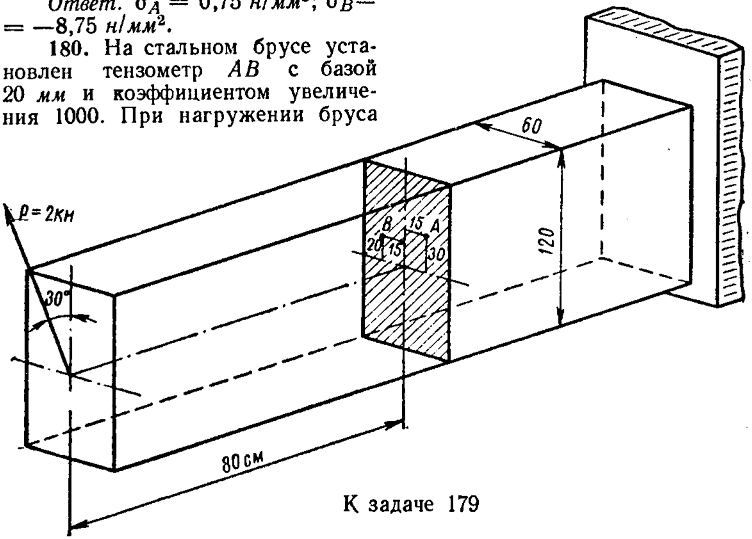
Таким образом, в данном случае при косом изгибе напряжения в 3,7, а прогиб в 3,6 раза больше, чем при прямом изгибе.

179. Вычислить нормальные напряжения в точках A и B.

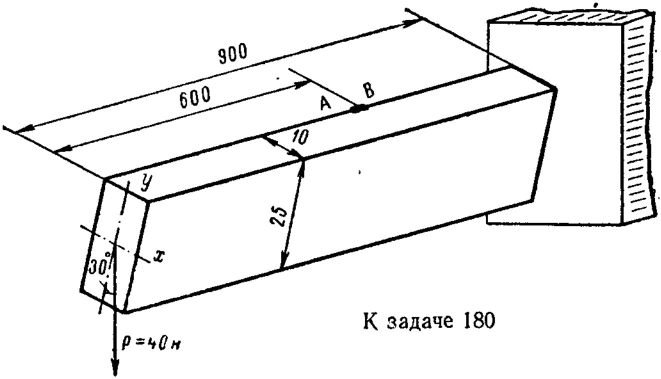
Ответ. $\sigma_A = 0{,}75$ *н/мм*^{2}; $\sigma_B = -8{,}75$ *н/мм*^{2}.

180. На стальном брусе установлен тензометр AB с базой 20 *мм* и коэффициентом увеличения 1000. При нагружении бруса силой P показание тензометра равно 5 *мм*. Определить расхождение в процентах между найденным экспериментально и теоретическим значениями напряжений.

Ответ. 2,5%.



К задаче 179



К задаче 180

181. При нагружении стального бруса силой P с помощью индикаторов были определены горизонтальное $f_г$ и вертикальное $f_в$ перемещения свободного конца бруса: $f_г = 8$ *мм* и $f_в = 8$ *мм*.

Определить расхождение в процентах между найденным экспериментально и теоретическим значениями полного прогиба свободного конца бруса.

Ответ. 6,6%.

182. Определить $[P]$ для стальной балки, если $[\sigma] = 160$ *н/мм²*. При найденном значении P определить полное перемещение сечения *1—1*.

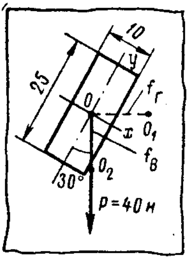
Ответ. $[P] = 8{,}47$ *кн*; $f = 1{,}93$ *мм*.

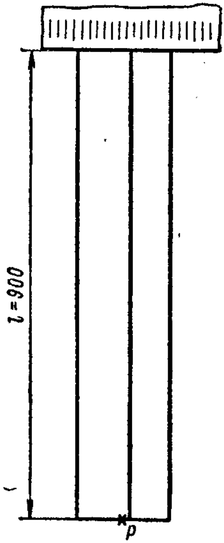
183. Передняя ось грузового автомобиля схематично изображена на рис. *а*. На рис. *б* показана расчетная схема. Вычислить σ_{max} в сечении *1—1* при движении автомобиля по горизонтальной плоскости (рис. *в*) и по наклонной плоскости (рис. *г*).

Ответ. *в*) 61,4 *н/мм²*; *г*) 159 *н/мм²*.

184. Поворотный кран схематично показан на рис. *а*. На рис. *б* изображена верхняя траверса. Проверить прочность траверсы, если $[\sigma] = 40$ *н/мм²*; $V = 120$ *кн*; $H = 200$ *кн*. Расчетная схема траверсы показана на рис. *в*.

Ответ. $\sigma_{max} = 38$ *н/мм²*.



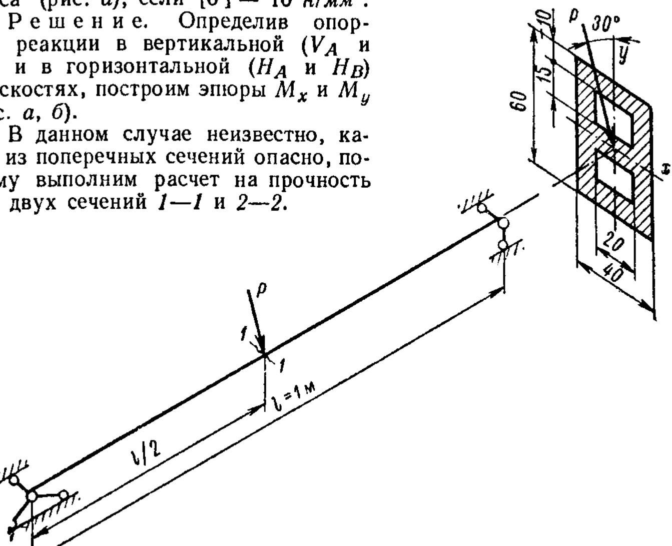


К задаче 181

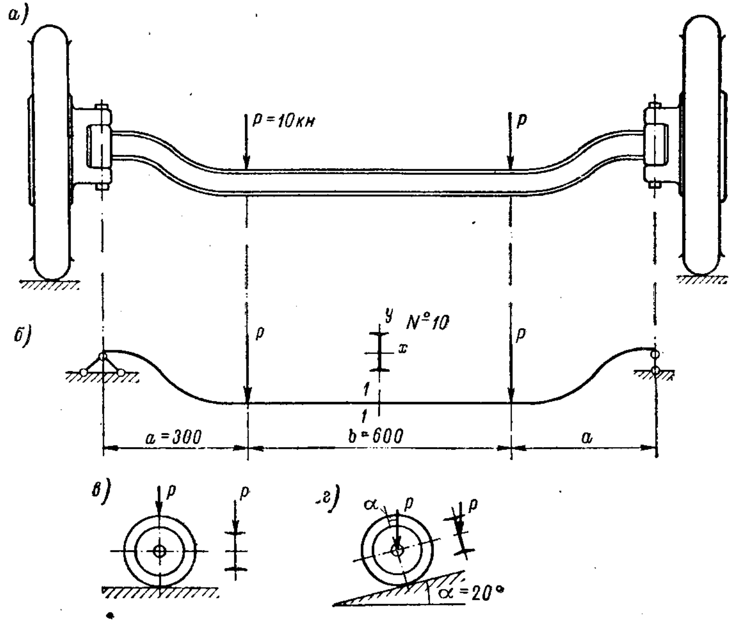
185*. Определить из расчета на прочность размеры поперечного сечения деревянного бруса (рис. *а*), если $[\sigma] = 10$ *н/мм²*.

Р е ш е н и е. Определив опорные реакции в вертикальной (V_A и V_B) и в горизонтальной (H_A и H_B) плоскостях, построим эпюры M_x и M_y (рис. *а*, *б*).

В данном случае неизвестно, какое из поперечных сечений опасно, поэтому выполним расчет на прочность для двух сечений *1—1* и *2—2*.



К задаче 182



К задаче 183

Для сечения *1—1*

$$\max \sigma_{1-1} = \frac{M_x^{1-1}}{W_x} + \frac{M_y^{1-1}}{W_y} = \frac{\frac{4}{3}Pa}{\frac{b(3b)^2}{6}} + \frac{\frac{1}{3}Pa}{\frac{3b\cdot b^2}{6}} = \frac{14}{9}\frac{Pa}{b^3}.$$

Для сечения *2—2*

$$\max \sigma_{2-2} = \frac{\frac{2}{3}Pa}{\frac{b(3b)^2}{6}} + \frac{\frac{2}{3}Pa}{\frac{3bb^2}{6}} = \frac{16Pa}{9b^3}.$$

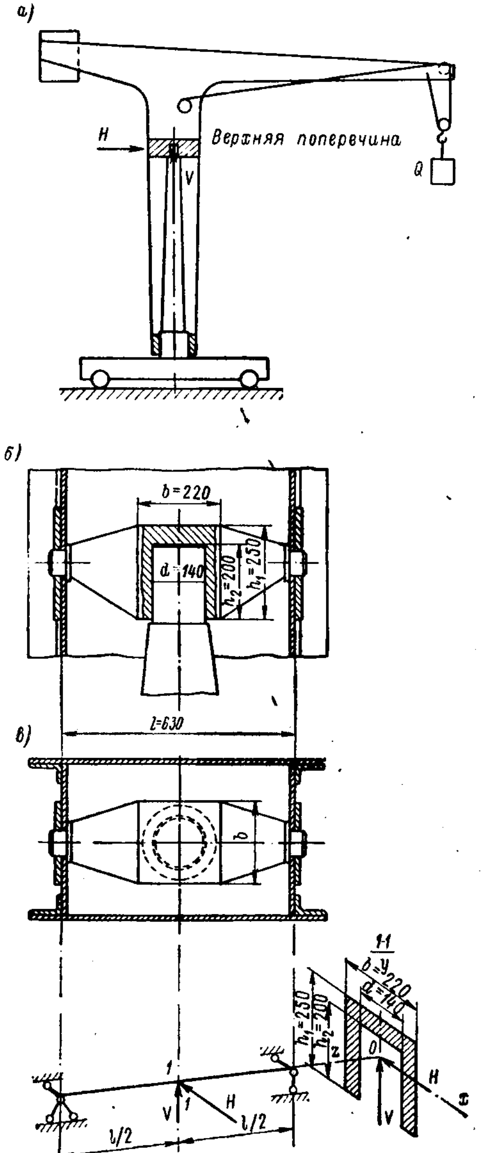
Таким образом, опасным оказалось сечение *2—2* и из условия прочности

$$\max \sigma_{2-2} = \frac{16Pa}{9b^3} \leqslant [\sigma]$$

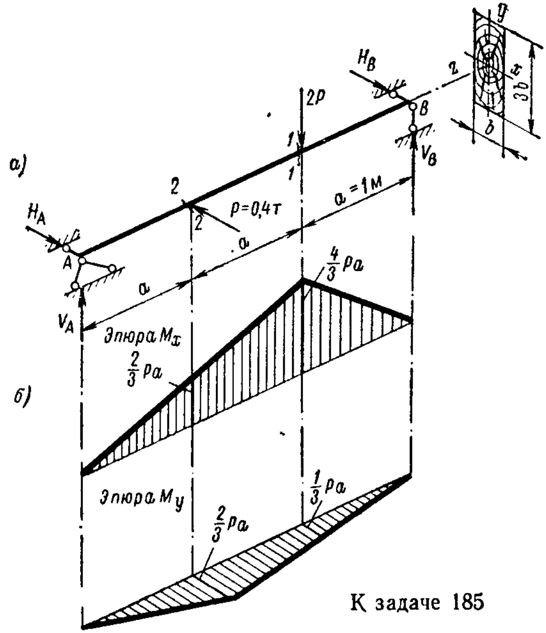
определим требуемую величину b

$$b = \sqrt[3]{\frac{16Pa}{9[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot 4000\cdot 1000}{9\cdot 10}} = 89 \text{ мм}.$$

Окончательно принимаем (с округлением) $b = 90$ *мм*.


а)
Верхняя поперечина
H
V
Q
б)
b=220
d=140
h₂=200
h₁=250
l=630
в)
b
1-1
b=220
d=140
h₁=250
h₂=200
z
0
H
V
x
y
1
l/2
l/2

К задаче 184



К задаче 185

186 *. Для бруса, изображенного на рис. *а*, определить допускаемое значение нагрузки, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}.

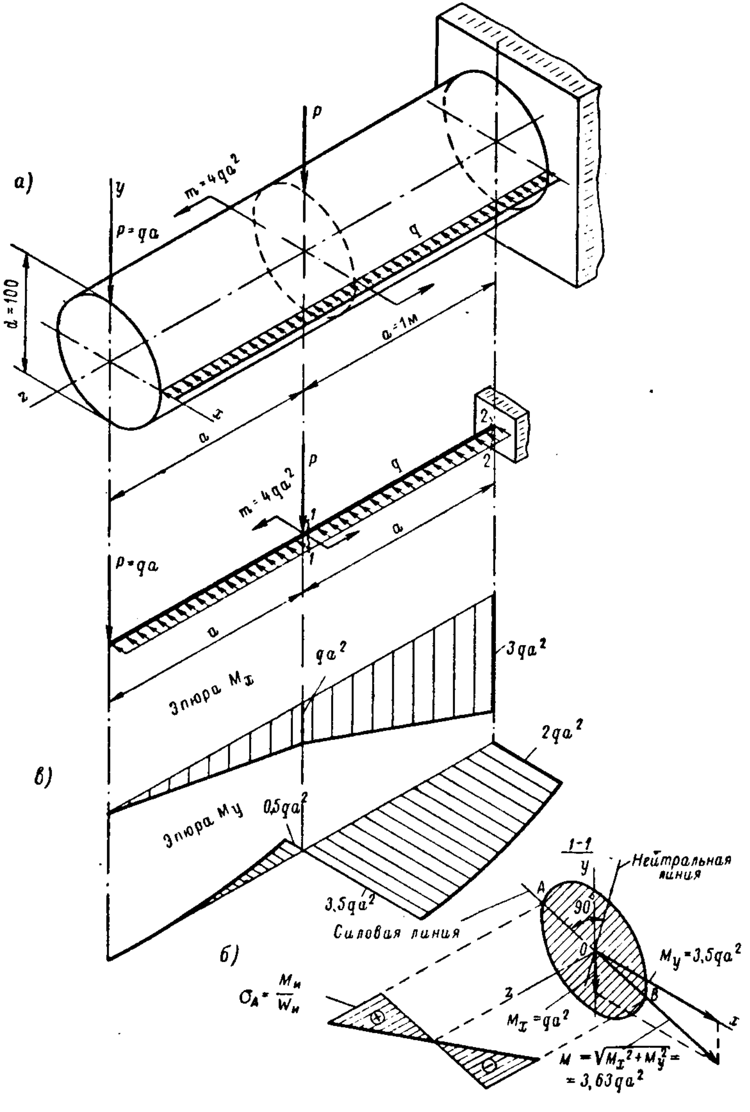
Р е ш е н и е. Для бруса круглого (сплошного или кольцевого) поперечного сечения, нагруженного силами и моментами, действующими в разных плоскостях, в каждом поперечном сечении нейтральная линия перпендикулярна к силовой линии, что характерно для прямого изгиба. Упругая линия бруса в данном случае — пространственная кривая.

Для определения положения силовой и нулевой линий из центра тяжести рассматриваемого поперечного сечения вдоль осей Ox и Oy в выбранном масштабе откладываем векторы изгибающих моментов M_x и M_y; вектор M_x откладываем по оси Oy, вектор M_y — по оси Ox в сторону сжатых волокон. Силовая линия совпадает с направлением геометрической суммы векторов M_x и M_y $\left(M_{и} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}\right)$; нейтральная линия перпендикулярна к ней. Опасны точки контура поперечного сечения, в которых его пересекает силовая линия (точки A и B на рис. *б*).

Расчет на прочность ведем по результирующему изгибающему моменту так же, как при прямом изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{и}}{W_{и}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_{и}} \leqslant [\sigma].$$

Строим эпюры изгибающих моментов M_x, M_y (рис. *в*). Опасно то поперечное сечение, в котором результирующий изгибающий момент $M_{и}$ достигает наибольшего значения.


а)
y
P
m = 4qa²
P = qa
d = 100
q
a = 1м
a
2
2
P
q
m = 4qa²
1
1
a
P = qa
a
3qa²
qa²
Эпюра Mx
2qa²
в)
Эпюра My
0,5qa²
3,5qa²
Силовая линия
1-1
y
Нейтральная линия
A
90°
0
My = 3,5qa²
б)
σA = Mи/Wи
z
Mx = qa²
B
x
M = √(Mx² + My²) =
= 3,63qa²

К задаче 186

Определим $M_и$ для сечений $1-1$ и $2-2$:

$$M_и^{1-1} = \sqrt{(qa^2)^2 + (3{,}5qa^2)^2} = 3{,}64qa^2;$$

$$M_и^{2-2} = \sqrt{(3qa^2)^2 + (2qa^2)^2} = 3{,}61qa^2.$$

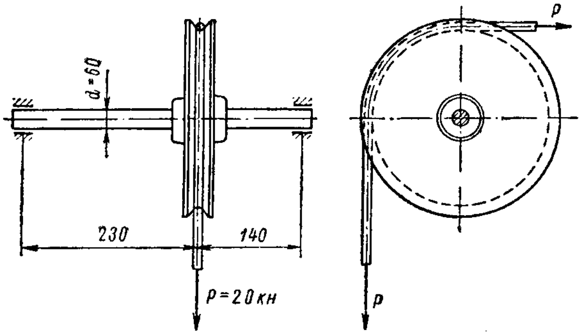
Опасным оказалось сечение $1-1$

$$\sigma_{\max} = \frac{3{,}64qa^2}{\frac{\pi d^3}{32}} \leqslant [\sigma],$$

отсюда

$$[q] = \frac{\pi d^3\,[\sigma]}{32}\,\frac{1}{3{,}64a^2} = \frac{3\cdot 14\cdot 100^3\cdot 160}{32\cdot 3{,}64\cdot 1000^2} = 4{,}3\ н/мм = 4{,}3\ кн/м.$$

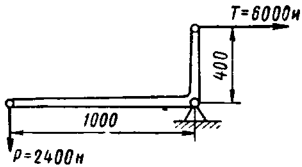
187. Проверить прочность оси, если $[\sigma] = 100\ н/мм^2$.
Ответ. Перегружена на 11,6%.

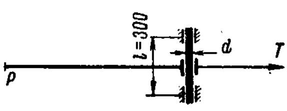


К задаче 187

188. Определить диаметр поперечного сечения оси тормозного устройства, если $[\sigma] = 150\ н/мм^2$.
Ответ. $d = 32\ мм$.

189. Проверить прочность балки, если $[\sigma] = 160\ н/мм^2$.
Ответ. Перегружена на 11,3%.



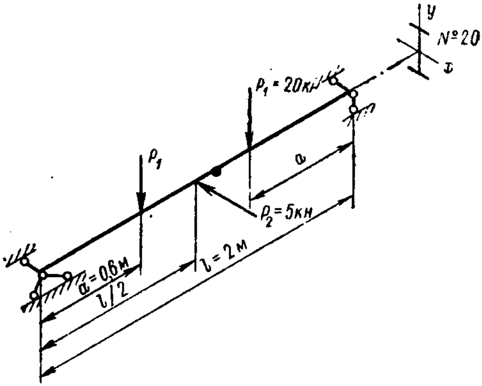


К задаче 188

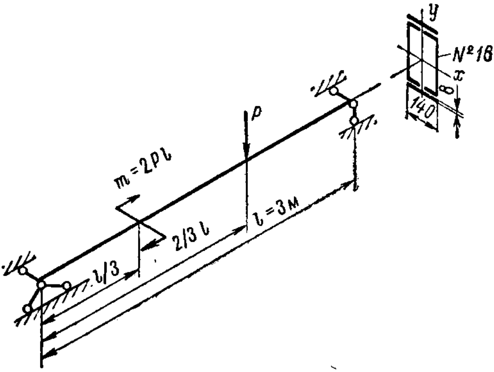
190. Определить $[P]$, если $[\sigma] = 160\ н/мм^2$.
Ответ. 8 кн.

191. Определить размеры поперечного сечения стальной балки, если $[\sigma] = 160\ н/мм^2$. При найденных размерах сечения вычислить полный прогиб свободного конца балки.
Ответ. $b = 139\ мм$; $h = 46\ мм$; $f = 4{,}9\ мм$.

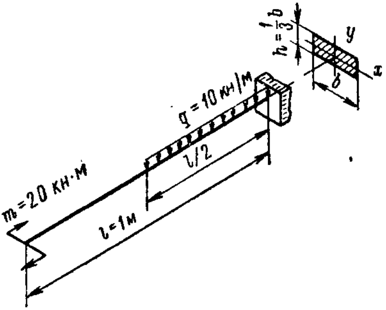
192 **. Определить допускаемое значение нагрузки, если $[\sigma] = 160\ н/мм^2$.



К задаче 189



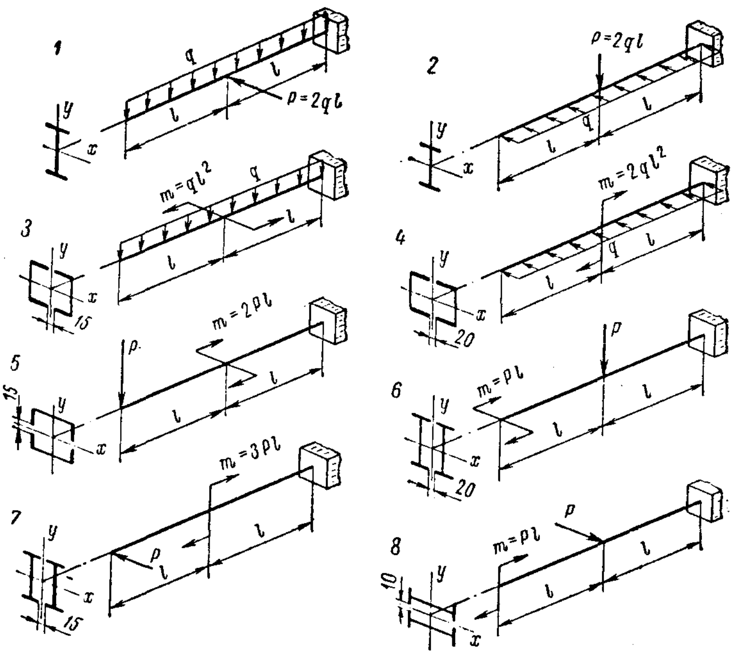
К задаче 190



К задаче 191

Таблица данных к задаче 192

Вариант	Схема	l, м	№ двутавра	№ швеллера	Вариант	Схема	l, м	№ двутавра	№ швеллера
1	1	1,2	10	—	17	5	0,9	—	14
2	1	1,3	12	—	18	5	1,0	—	16
3	1	1,3	14	—	19	5	1,1	—	18
4	1	1,2	16	—	20	5	1,2	—	20
5	2	0,9	16	—	21	6	1,6	10	—
6	2	1,1	14	—	22	6	1,7	12	—
7	2	1,2	12	—	23	6	1,8	14	—
8	2	1,3	10	—	24	6	1,7	16	—
9	3	1,5	—	8	25	7	1,4	16	—
10	3	1,6	—	10	26	7	1,5	14	—
11	3	1,7	—	12	27	7	1,6	12	—
12	3	1,8	—	14	28	7	1,3	10	—
13	4	1,8	—	14	29	8	1,2	16	—
14	4	1,7	—	12	30	8	1,1	14	—
15	4	1,6	—	10	31	8	0,9	12	—
16	4	1,5	—	8	32	8	0,8	10	—



К задаче 192

§ 27. Изгиб и растяжение (сжатие) бруса большой жесткости

193 *. Проверить прочность балки (рис. *а*), если $[\sigma] = 150$ *н/мм*^{2}.

Решение. Определим опорные реакции V_A и V_B. Вполне очевидно, что при таком нагружении горизонтальная составляющая реакции шарнирно-неподвижной опоры равна нулю.

Составив уравнение моментов относительно точки A, получим

$$P\frac{l}{2}\cos\alpha - V_B l\cos\alpha = 0;$$

$$V_B = \frac{P}{2},$$

следовательно,

$$V_A = \frac{P}{2}.$$

Эпюры продольных сил и изгибающих моментов показаны на рис. *б*. На первом участке балка работает на совместное действие изгиба и сжатия, на втором — изгиба и растяжения.

Эпюры нормальных напряжений в поперечном сечении показаны на рис. *в*.

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} + \frac{N}{F} = \frac{Pl\cos\alpha}{4W_x} + \frac{P\sin\alpha}{2F} =$$

$$= \frac{4\cdot 10^4\cdot 1400\cdot 0{,}5}{4\cdot 51{,}2\cdot 10^3} + \frac{4\cdot 10^4\cdot 0{,}866}{2\cdot 50{,}3\cdot 10^2} \approx 143 \text{ н/мм}^2,$$

т. е. прочность балки обеспечена.

194 *. Балка AC шарнирно закреплена в стене и поддерживается тягой BD. Определить допускаемое значение силы P из условия прочности балки, если $[\sigma] = 150$ *н/мм*^{2}.

Решение. На рис. *а* показаны силы, действующие на балку. Из условия равновесия балки определим усилие N_{BD}:

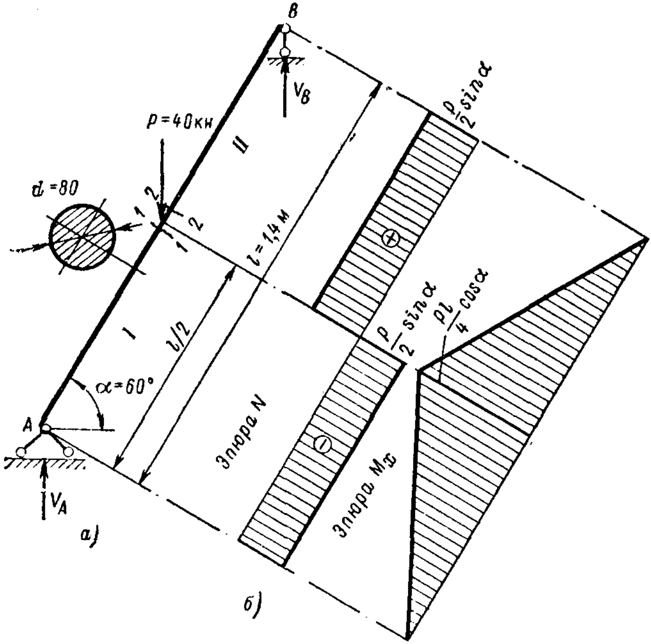
$$\sum m_A = 0;$$

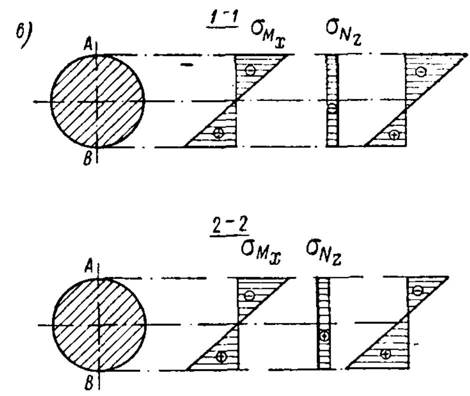
$$-(N_{BD}\sin 30^\circ)\,2a + P3a = 0;$$

$$N_{BD} = 3P.$$

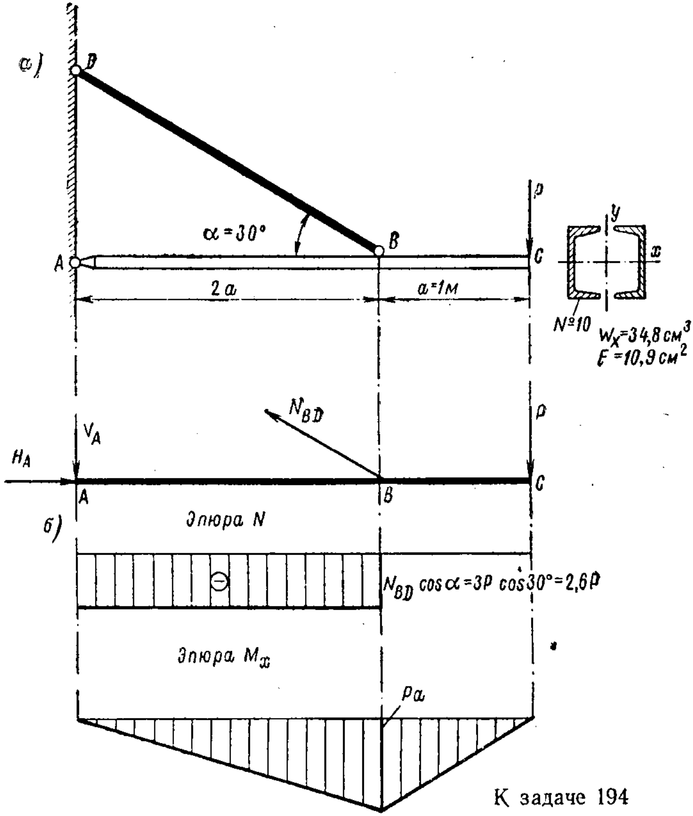
Эпюры продольных сил и изгибающих моментов показаны на рис. *б*.

Как видно из эпюр, на участке AB балка работает на совместное действие сжатия и изгиба; на участке BC — только на изгиб.


B
V_B
P=40кн
II
d=80
1
2
2
1
l=1,4 м
$\frac{P}{2}\sin\alpha$
$\frac{Pl}{4}\cos\alpha$
$\frac{P}{2}\sin\alpha$
I
l/2
α=60°
A
V_A
а)
Эпюра N
Эпюра M_x
б)


в)
1-1
σ_{M_x}
σ_{N_z}
A
B
2-2
σ_{M_x}
σ_{N_z}
A
B

К задаче 193



К задаче 194

Опасным является сечение немного левее точки B, так как кроме сжимающей продольной силы в этом сечении возникает максимальный изгибающий момент. Из условия прочности для опасного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} + \frac{\max M_x}{W_x} = \frac{2{,}6P}{2\cdot 10{,}9\cdot 10^2} + \frac{P\cdot 1000}{2\cdot 34{,}8\cdot 10^3} \leqslant 150$$

определяем допускаемое значение силы P:

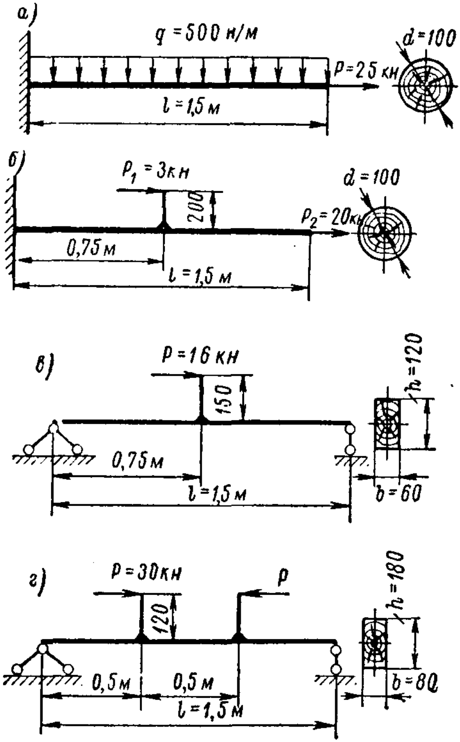
$$[P] = \frac{150}{\dfrac{2{,}6}{2\cdot 10{,}9\cdot 10^2} + \dfrac{1000}{2\cdot 34{,}8\cdot 10^3}} \approx 9{,}60\cdot 10^3\ н = 9{,}60\ кн.$$

195. Проверить прочность деревянной балки, если $[\sigma] = 10\ н/мм^2$.

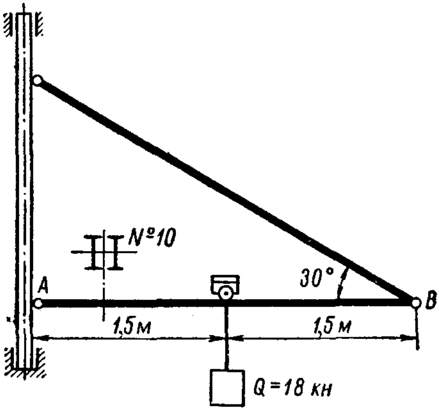
Ответ. *а*) недогружена на 11%; *б*) недогружена на 9,4%; *в*) перегружена на 5,7%; *г*) перегружена на 4%.

196. Проверить прочность балки AB настенного крана, если $\sigma_т = 240\ н/мм^2$; $[n] = 1{,}8$.

Ответ. $n = 1{,}67$.



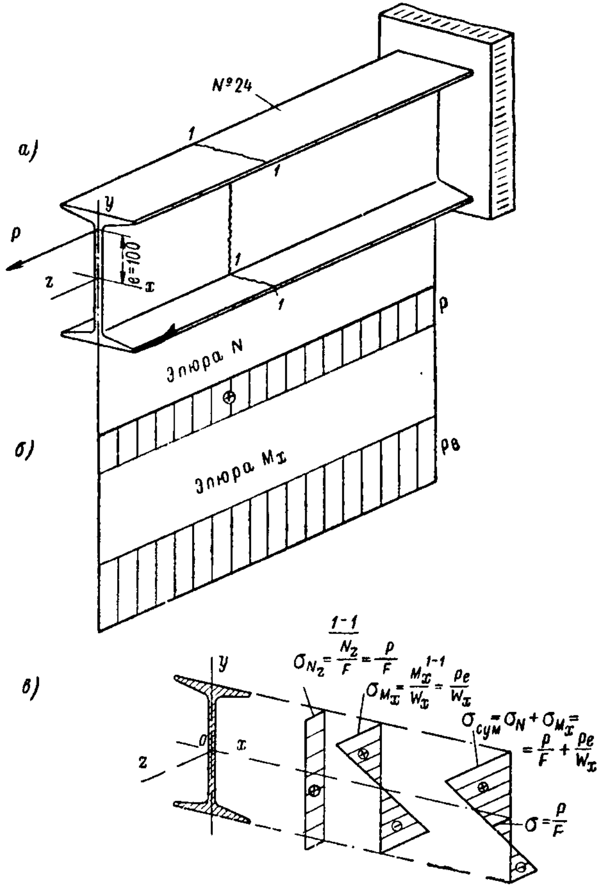
К задаче 195



К задаче 196

197 *. Определить P для стального бруса (рис. *а*), если $[\sigma] = 160$ *н/мм²*.

Решение. Брус испытывает внецентренное растяжение. Так как точка приложения силы P лежит на одной из главных осей (в дан-

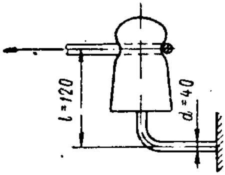


К задаче 197

ном случае на оси Oy), то в поперечном сечении возникают продольная сила N и изгибающий момент (в данном случае M_x), т. е. брус работает на прямой изгиб и растяжение. Эпюры N и M_x показаны на рис. *б*.

Условие прочности

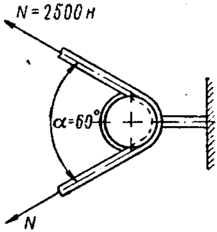
$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} + \frac{Pe}{W_x} \leqslant [\sigma] \text{ (см. рис. в)},$$



отсюда

$$[P] = \frac{[\sigma]}{\frac{1}{F} + \frac{e}{W_x}} = \frac{160}{\frac{1}{34{,}8 \cdot 10^2} + \frac{100}{289 \cdot 10^3}} =$$

$$= 253 \cdot 10^3 \ н = 253 \ кн.$$



К задаче 198

198. Проверить прочность крюка изолятора, если $[\sigma] = 100$ *н/мм*^{2}.

Ответ. Недогружен на 14%.

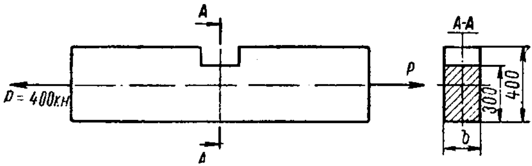
199. Определить требуемый размер b деревянного бруса, если $[\sigma] = 10$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $b = 267$ *мм*.

200. Пружина муфты сцепления изготовлена из стальной полосы и воспринимает усилие P. Определить $[P]$ из условия прочности пружины, если $[\sigma] = 240$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $[P] = 2{,}28$ *кн*.

201. На стальном брусе установлен тензометр AB с базой 20 *мм* и коэффициентом увеличения $k = 1000$. При нагружении бруса силой P показание тензометра равно 10 *мм*. Определить силу P.



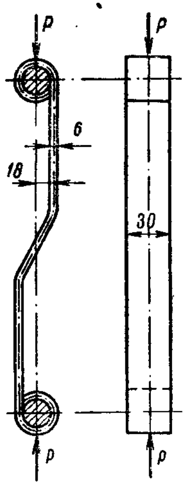
К задаче 199

Ответ. $P = 288$ *кн*.

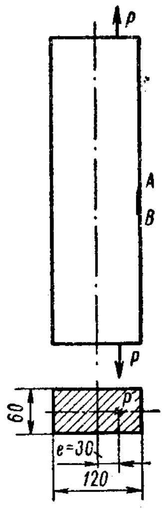
202. Сравнить допускаемые по условию прочности соединяемых полос значения растягивающих сил для указанных сварных соединений, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}; $h = 12$ *мм*; $b = 300$ *мм*.

Ответ. $[P_б] : [P_a] = 7$.

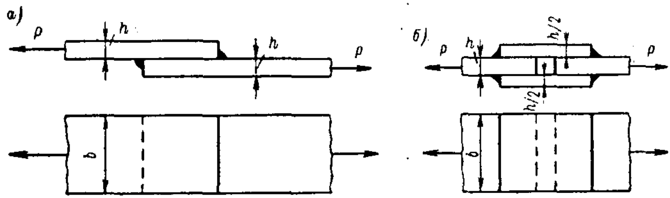
203 *. На рис. *а* показаны схемы крепления каната при подъеме редуктора: *1* — правильный способ (с применением распорного бруска), *2* — неправильный способ. Сравнить напряжения, возникающие в нарезанной части рым-болта при правильном и неправильном креплениях каната. Масса редуктора $m = 180$ *кг*. Размеры рым-болта показаны на рис. *б*.



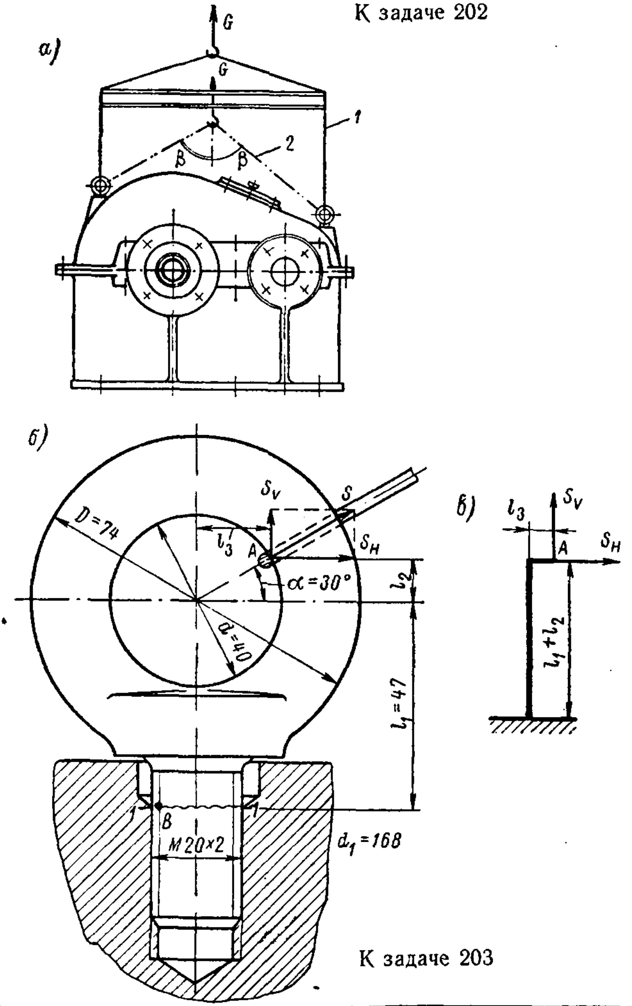
К задаче 200



К задаче 201



К задаче 202



К задаче 203

Р е ш е н и е. При правильном креплении каната рым-болт нагружен силой $\frac{Q}{2}$, направленной вдоль его оси, т. е. работает на растяжение $\left(N = \frac{Q}{2}\right)$.

Напряжение в сечении по внутреннему диаметру d_1 резьбы

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{mg}{2F} = \frac{180 \cdot 9{,}81}{2\,\frac{3{,}14 \cdot 16{,}8^2}{4}} = 3{,}99 \ н/мм^2.$$

При неправильном креплении каната на рым-болт действует сила S (рис. *б*).

Как видно из рис. *а*,

$$S = \frac{Q}{2\cos\beta} = \frac{180 \cdot 9{,}81}{2 \cdot 0{,}5} = 1765 \ н.$$

Разложим силу S на $S_V = 1765 \sin 30^\circ = 883$ *н* и $S_H = 1765 \times \times \cos 30^\circ = 1530$ *н*.

При втором способе крепления каната рым-болт работает на совместное действие изгиба и растяжения. Расчетная схема приведена на рис. *в*.

Опасно сечение *1—1* (рис. *б*). Наибольшие напряжения возникают в точке B этого сечения:

$$\sigma_B = \frac{S_V}{F} + \frac{S_H (l_1 + l_2) - S_V l_3}{W_x} = \frac{883}{\frac{3{,}14 \cdot 16{,}8^2}{4}} +$$

$$+ \frac{1530\left(47 + \frac{40}{2}\sin 30^\circ\right) - 883 \cdot \frac{40}{2}\cos 30^\circ}{0{,}1 \cdot 16{,}8^3} = 151 \ н/мм^2.$$

При неправильном способе крепления каната напряжения в рым-болте возрастают в $\frac{151}{3{,}99} = 37{,}9$ раза.

204. Определить допускаемое усилие затяжки болта с костыльной головкой, если $[\sigma] = 60$ *н/мм²*; внутренний диаметр резьбы 18,8 *мм*. Скручивание болта не учитывать.

Ответ. 1,6 *кн*.

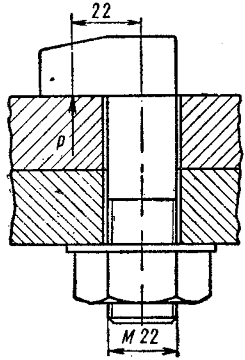
205. Вычислить наибольшие напряжения в сечении *1—1* стержня тарелки клапанного механизма в момент открытия клапана.

Ответ. 230 *н/мм²*.

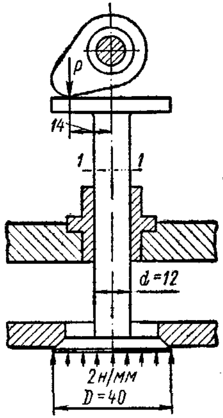
206 *. Проверить прочность короткого чугунного бруса (рис. *а*), если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм²*; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм²*.

Р е ш е н и е. При таком нагружении бруса в его поперечных сечениях возникают продольная сила N и изгибающие моменты M_x и M_y. В данном случае $N = -P$; $M_x = Py_p$; $M_y = Px_p$.

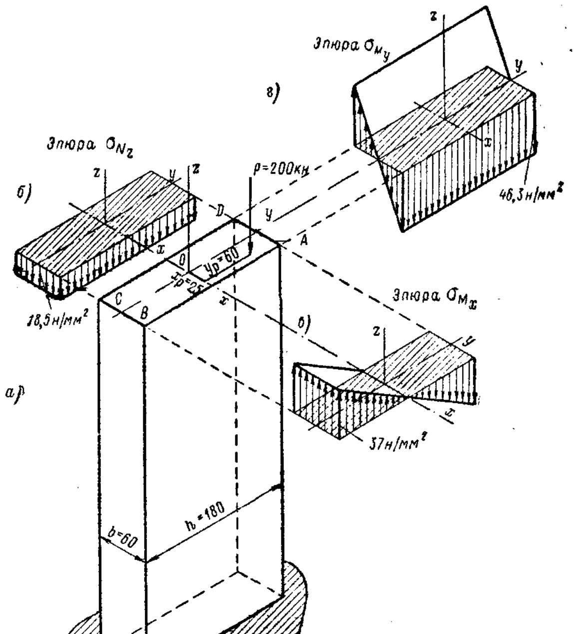
Эпюры σ_N, σ_{M_x}, σ_{M_y} показаны на рис. *б, в, г*.



К задаче 204



К задаче 205



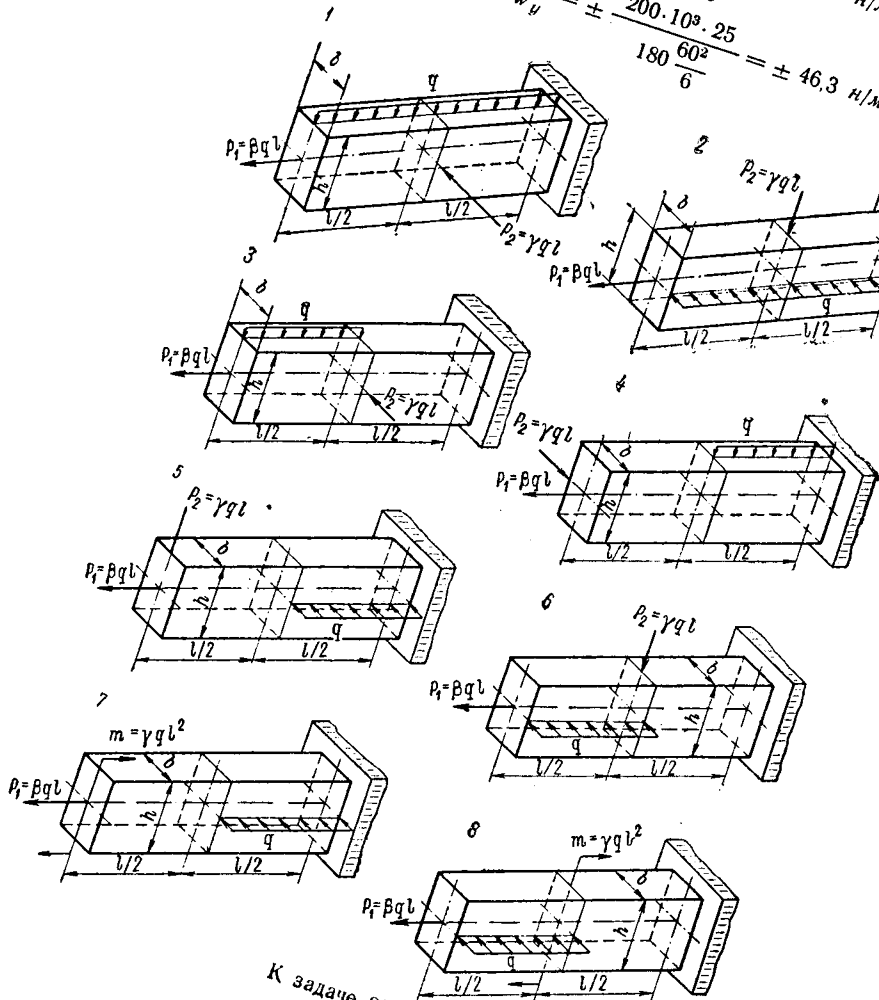
К задаче 206

Вычислим напряжения в угловых точках поперечного сечения:

$$\sigma_N = \frac{N}{F} = -\frac{P}{bh} = -\frac{200 \cdot 10^3}{60 \cdot 180} = -18{,}5 \text{ н/мм}^2;$$

$$\max \sigma_{M_x} = \frac{P y_p}{W_x} = \pm \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 60}{60 \cdot \frac{180^2}{6}} = \pm 37 \text{ н/мм}^2,$$

$$\max \sigma_{M_y} = \frac{P x_p}{W_y} = \pm \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 25}{180 \frac{60^2}{6}} = \pm 46{,}3 \text{ н/мм}^2;$$



К задаче 207

$$\sigma_A = -18{,}5 - 37 - 46{,}3 = -91{,}8 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_B = -18{,}5 + 37 - 46{,}3 = -27{,}8 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_C = -18{,}5 + 37 + 46{,}3 = 64{,}8 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_D = -18{,}5 - 37 + 46{,}3 = 9{,}2 \text{ н/мм}^2.$$

Так как материал не одинаково работает на растяжение и на сжатие, необходимо проверить прочность бруса в двух точках — в точке с наибольшими напряжениями сжатия и в точке с наибольшими напряжениями растяжения.

Наибольшие напряжения сжатия возникают в точке A

$$|\max \sigma_c| = |\sigma_A| = 91{,}8 \text{ н/мм}^2 < [\sigma_c].$$

Таблица данных к задаче 207

Вариант	Схема	b, мм	h, мм	l, м	γ	β
1	1	120	240	2,4	1,5	10
2	1	122	248	2,3	1,6	11
3	1	124	252	2,5	1,7	12
4	1	126	260	2,6	1,8	13
5	2	60	180	1,8	1,9	14
6	2	62	182	1,6	2,0	14
7	2	64	186	1,6	2,1	16
8	2	66	188	1,8	2,2	15
9	3	70	150	1,6	2,1	14
10	3	72	152	1,7	2,0	13
11	3	74	154	1,4	1,9	12
12	3	76	156	1,5	1,8	11
13	4	80	170	1,8	1,7	10
14	4	82	172	1,7	1,6	9
15	4	84	174	1,6	1,5	8
16	4	86	176	1,5	1,6	9
17	5	90	184	1,8	1,7	10
18	5	92	186	1,9	1,8	11
19	5	94	188	2,0	1,9	12
20	5	96	190	2,1	2,0	13
21	6	100	220	2,2	2,1	12
22	6	102	222	2,3	2,2	11
23	6	104	224	2,4	2,3	10
24	6	106	226	2,5	2,4	9
25	7	110	228	2,6	2,5	9
26	7	112	230	2,7	2,6	9
27	7	114	232	2,6	2,7	10
28	7	116	234	2,5	2,6	11
29	8	50	75	1,2	2,5	12
30	8	52	76	1,3	2,4	13
31	8	54	78	1,2	2,3	14
32	8	56	80	1,4	2,2	15

Наибольшие напряжения растяжения возникают в точке C

$$\max \sigma_p = \sigma_C = 64{,}8 \ н/мм^2.$$

Опасной оказалась точка C, в которой напряжения растяжения намного больше допускаемых. Следовательно, прочность бруса не обеспечена.

207 **. Определить допускаемое значение нагрузки для стального бруса, если $\sigma_т = 260 \ н/мм^2$; $[n] = 1{,}5$.

§ 28. Напряженное состояние в точке тела и гипотезы прочности

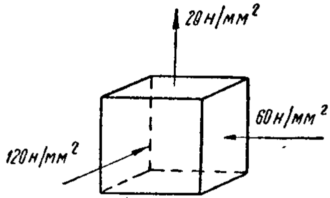
208 *. Проверить прочность в заданной точке конструкции по известным главным напряжениям, если $[\sigma] = 160 \ н/мм^2$. Применить гипотезу прочности наибольших касательных напряжений и гипотезу энергии формоизменения.

Р е ш е н и е. Все три главных напряжения отличны от нуля, т. е. напряженное состояние объемное (трехосное). В данном случае $\sigma_1 = 20 \ н/мм^2$; $\sigma_2 = -60 \ н/мм^2$; $\sigma_3 = -120 \ н/мм^2$.

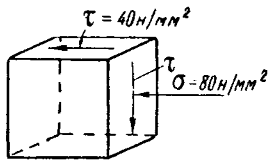
Эквивалентное напряжение по гипотезе наибольших касательных напряжений (по третьей теории прочности)

$$\sigma_{э\,III} = \sigma_1 - \sigma_3 = 20 - (-120) = 140 \ н/мм^2,$$

т. е. прочность обеспечена.



К задаче 208



К задаче 209

Эквивалентное напряжение по гипотезе энергии формоизменения (по четвертой теории прочности)

$$\sigma_{э\,IV} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}\left[(20 + 60)^2 + (-60 + 120)^2 + (-120 - 20)^2\right]} = 122 \ н/мм^2,$$

т. е. прочность обеспечена.

209 *. Проверить прочность в заданной точке конструкции, изготовленной из чугуна СЧ28-48 ($\sigma_{пчр} = 280 \ н/мм^2$; $\sigma_{пчс} = 840 \ н/мм^2$), если $[\sigma_p] = 50 \ н/мм^2$; $[\sigma_c] = 150 \ н/мм^2$.

Р е ш е н и е. Так как материал конструкции не одинаково работает на растяжение и сжатие, воспользуемся гипотезой прочности Мора.

Согласно этой гипотезе эквивалентное напряжение определяют по формуле

$$\sigma_э = \sigma_1 - \frac{\sigma_{пчр}}{\sigma_{пчс}}\sigma_3$$

и условие прочности имеет вид

$$\sigma_э = \sigma_1 - \frac{\sigma_{пчр}}{\sigma_{пчс}}\sigma_3 \leqslant [\sigma_р].$$

Вычислим σ_1, σ_2, σ_3:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} =$$

$$= -\frac{80}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{80^2 + 4\cdot 40^2} = 16{,}6 \ н/мм^2;$$

$$\sigma_2 = 0;$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} =$$

$$= -\frac{80}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{80^2 + 4\cdot 40^2} = -96{,}6 \ н/мм^2.$$

Тогда $\sigma_э = 16{,}6 - \frac{280}{840}(-96{,}6) = 48{,}8 \ н/мм^2$,

т. е. прочность обеспечена.

210. Для заданного плоского напряженного состояния вычислить нормальное и касательное напряжения по площадке, нормаль к которой составляет угол α с осью z.

Ответ.

	а)	*б)*	*в)*
σ_α, $н/мм^2$	70,0	40	110
τ_α, $н/мм^2$	17,3	60	30,0

211. Для заданного плоского напряженного состояния определить величину и направление главных напряжений.

Ответ.

а)	*б)*	*в)*
$\sigma_1 = 88{,}2 \ н/мм^2$	$\sigma_1 = 68{,}3 \ н/мм^2$	$\sigma_1 = 26{,}9 \ н/мм^2$
$\sigma_2 = 31{,}8 \ н/мм^2$	$\sigma_2 = 0$	$\sigma_2 = 0$
$\sigma_3 = 0$	$\sigma_3 = -48{,}3 \ н/мм^2$	$\sigma_3 = -96{,}9 \ н/мм^2$.

Угол между σ_1 и осью z: *а)* $-67{,}5°$; *б)* $15{,}5°$; *в)* $52°$.

212. Для заданного объемного напряженного состояния вычислить наибольшее касательное напряжение.

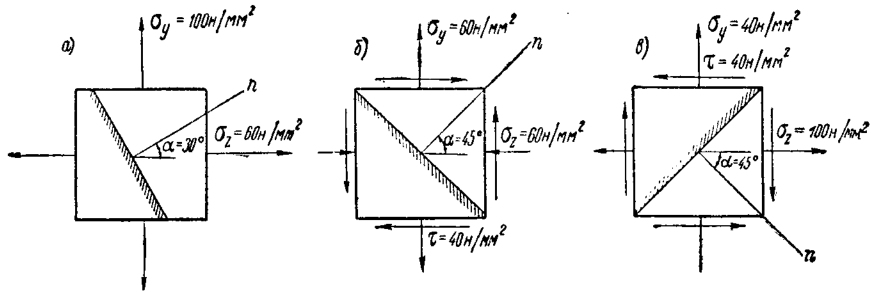
Ответ. *а)* 0; *б)* 50 $н/мм^2$; *в)* 50 $н/мм^2$; *г)* 100 $н/мм^2$; *д)* 65 $н/мм^2$; *е)* 60 $н/мм^2$.

213. Для заданного напряженного состояния вычислить, пользуясь гипотезой наибольших касательных напряжений, коэффициент запаса прочности, если $\sigma_т = 360 \ н/мм^2$.

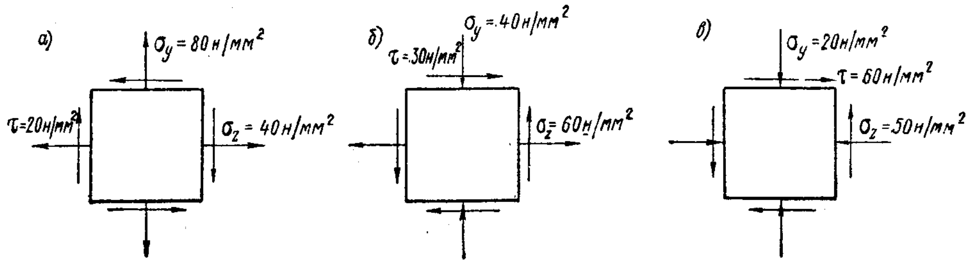
Ответ. *а)* 2,12; *б)* 1,80; *в)* 1,12.

214. Для заданного напряженного состояния вычислить, пользуясь гипотезой прочности Мора, коэффициент запаса прочности, если $\sigma_{пчр} = 200 \ н/мм^2$; $\sigma_{пчс} = 600 \ н/мм^2$.

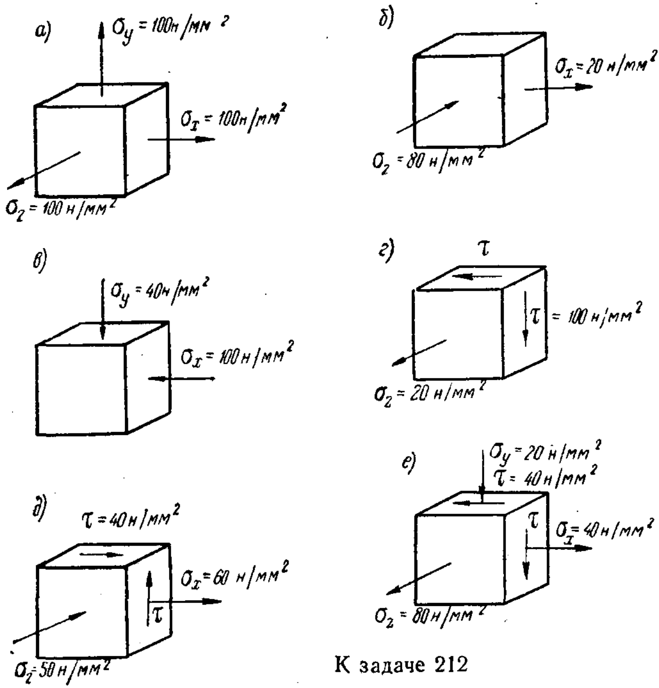
Ответ. *а)* 2; *б)* 2,5.



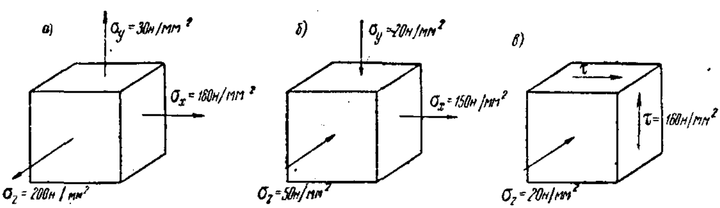
К задаче 210



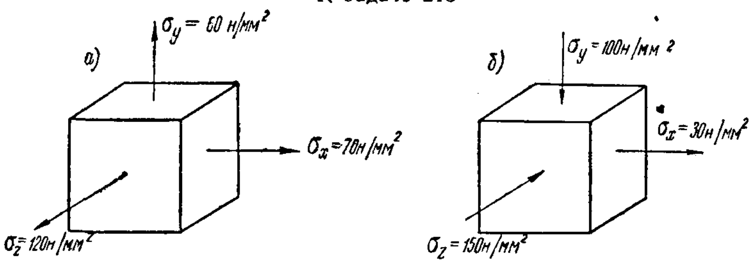
К задаче 211



К задаче 212

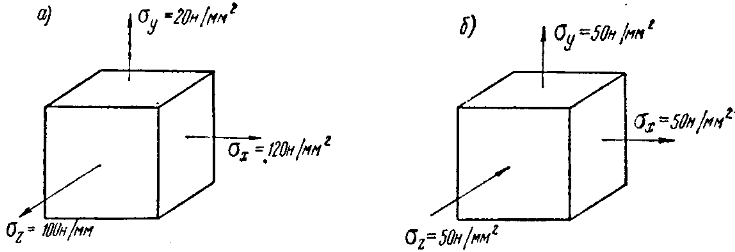


К задаче 213



К задаче 214

215. Сравнить по гипотезе наибольших касательных напряжений опасность заданных напряженных состояний. То же по гипотезе энергии формоизменения (рис. *а*, *б*).



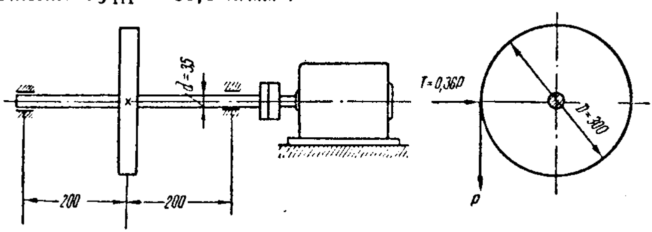
К задаче 215

Ответ. По гипотезе наибольших касательных напряжений заданные напряженные состояния равноопасны; по гипотезе энергии формоизменения второе состояние опаснее.

§ 29. Расчет бруса на совместное действие изгиба и кручения

216. В опасном сечении стального бруса круглого поперечного сечения возникают изгибающий момент $M_x = 700$ *н·м* и крутящий момент $M_z = 800$ *н·м*. Проверить прочность бруса по гипотезе наибольших касательных напряжений, если $d = 50$ *мм*; $[\sigma] = 80$ *н/мм²*.

Ответ. $\sigma_{э\,III} = 86{,}4$ *н/мм²*.



К задаче 217

217. Проверить прочность вала, если он изготовлен из стали Ст.4, $\sigma_т = 260$ *н/мм²*; $N = 40$ *квт*; $n = 1000$ *об/мин*. Требуемый коэффициент запаса прочности $[n] = 3$; при расчете применить гипотезу наибольших касательных напряжений.

Ответ. $n = 2{,}34$.

218. Определить диаметр стального бруса, если в опасном сечении возникают изгибающий момент $M_x = 800$ *н·м* и крутящий $M_z = 900$ *н·м*; $[\sigma] = 70$ *н/мм²*. Расчет выполнить по гипотезе энергии формоизменения.

Ответ. ~ 26 *мм*.

219. Определить допускаемое значение изгибающего момента M_x для стального бруса круглого поперечного сечения, если крутящий момент вдвое больше изгибающего; $d = 40$ *мм*; $[\sigma] = 100$ *н/мм²*.

Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений.

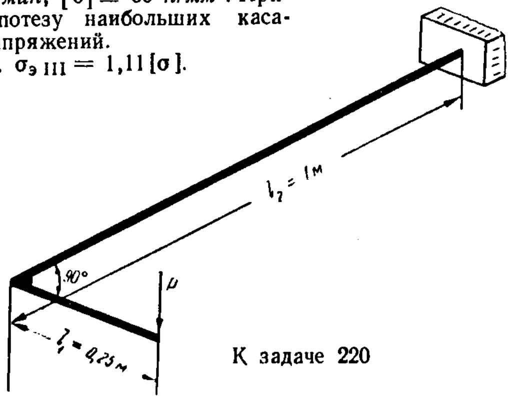
Ответ. 281 *н·м*.

220. Определить $[P]$ для чугунного бруса круглого поперечного сечения, если $d = 60$ *мм*; $[\sigma_р] = 30$ *н/мм*²; $[\sigma_с] = 90$ *н/мм*².

Ответ. 615 *н*.

221. Проверить прочность вала (см. рисунок), если $N = 8{,}82$ *квт*; $n = 750$ *об/мин*; $[\sigma] = 60$ *н/мм*². Применить гипотезу наибольших касательных напряжений.

Ответ. $\sigma_{э\,III} = 1{,}11[\sigma]$.



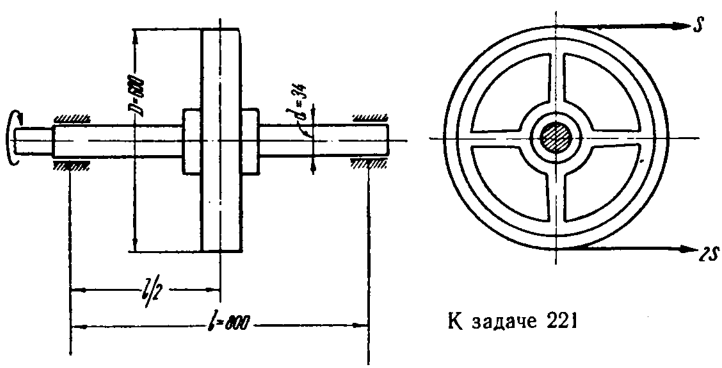
К задаче 220

222. Определить, применив гипотезу энергии формоизменения, диаметр вала (см. рисунок), если $[\sigma] = 50$ *н/мм*².

Ответ. $d = 55$ *мм*.

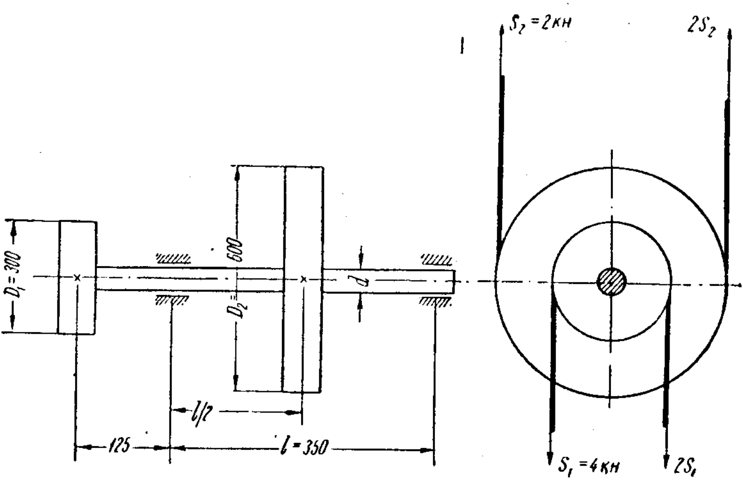
223. Определить $[N]$ из условия прочности вала (см. рисунок), если $n = 600$ *об/мин* и $[\sigma] = 50$ *н/мм*². Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений.

Ответ. 6,75 *квт*.

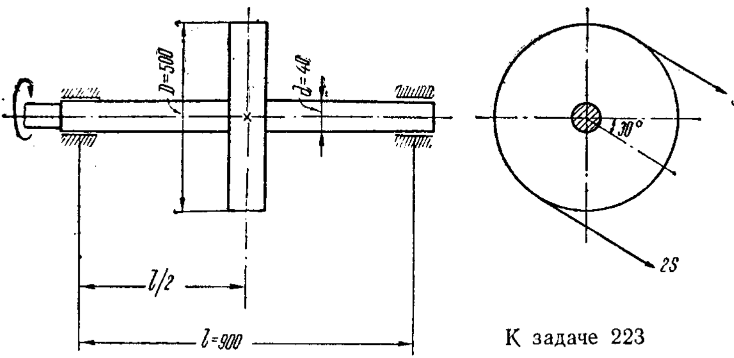


К задаче 221

224 **. Определить требуемый диаметр стального бруса, нагруженного скручивающим моментом m и изгибающими силами P_1, P_2, q. Расчет выполнить по гипотезе энергии формоизменения. Для материала бруса $\sigma_т = 240$ *н/мм*². Принять $[n] = 1{,}6$.



К задаче 222



К задаче 223

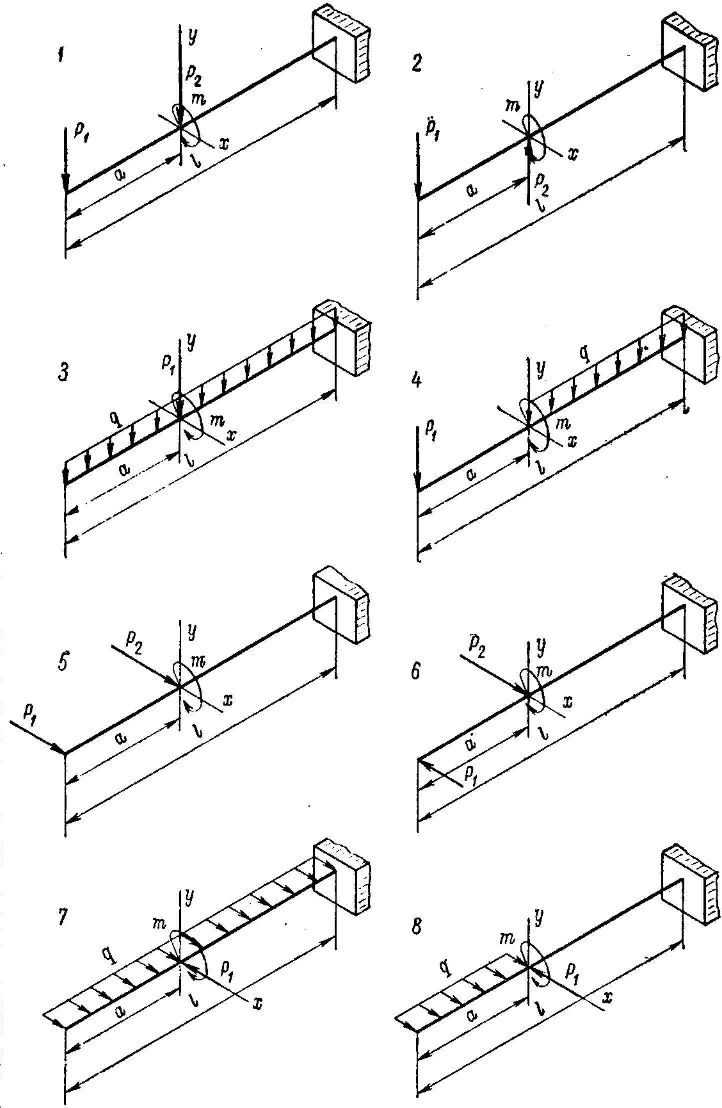
225 *. Определить размеры поперечного сечения вала (рис. *а*) из условия прочности, если вал изготовлен из стали Ст.4. При расчете применить гипотезу энергии формоизменения, приняв $\sigma_т = 260$ *н/мм²* и $[n] = 4$.

Решение. Вычислим скручивающие моменты, приложенные к валу:

$$m = \frac{N}{\omega} = \frac{28 \cdot 10^3}{39{,}3} = 713 \ н \cdot м;$$

$$m_1 = \frac{16 \cdot 10^3}{39{,}3} = 407 \ н \cdot м;$$

$$m_2 = \frac{12 \cdot 10^3}{39{,}3} = 306 \ н \cdot м,$$



К задаче 224

Таблица данных к задаче 224

Вариант	Схема	q, кн/м	P_1	P_2	m, кн·м	a	l
			кн			м	
1	1	—	12	13	22	0,6	1,2
2	1	—	13	12	21	0,7	1,5
3	1	—	11	14	23	0,5	1,8
4	1	—	12	13	24	0,7	1,6
5	2	—	12	23	24	0,9	1,6
6	2	—	13	24	22	0,8	1,7
7	2	—	14	26	21	0,7	1,7
8	2	—	15	27	23	0,8	1,2
9	3	16	8	—	24	0,9	1,3
10	3	17	9	—	26	0,8	1,4
11	3	18	8	—	27	0,7	1,5
12	3	19	11	—	28	0,8	1,6
13	4	14	12	—	25	0,9	1,7
14	4	16	13	—	24	0,5	1,8
15	4	17	14	—	26	0,6	1,9
16	4	18	15	—	25	0,7	1,8
17	5	—	12	14	28	0,7	1,9
18	5	—	14	15	27	0,8	1,6
19	5	—	16	18	23	0,7	1,7
20	5	—	17	16	24	0,6	1,8
21	6	—	8	17	25	0,5	1,9
22	6	—	9	18	24	0,7	1,8
23	6	—	8	19	23	0,7	1,4
24	6	—	7	20	28	0,8	1,5
25	7	18	21	—	23	0,7	1,4
26	7	19	22	—	24	0,6	1,5
27	7	16	23	—	25	0,5	1,6
28	7	17	18	—	26	0,6	1,7
29	8	18	16	—	28	0,7	1,8
30	8	19	14	—	24	0,8	1,6
31	8	20	14	—	23	0,7	1,7
32	8	21	15	—	23	0,6	1,8

где

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 375}{30} = 39{,}3 \ \text{рад/сек}.$$

Эпюра крутящих моментов показана на рис. *б* (момент, снимаемый с вала, считаем отрицательным, а поступающий на вал — положительным, если строить эпюру, идя слева).

Определим окружные и радиальные усилия:

$$P = \frac{2m}{D} = \frac{2 \cdot 713 \cdot 10^3}{250} = 5620 \ н;$$

$$T = 0{,}36P = 0{,}36 \cdot 5620 = 2020 \ н;$$

$$P_1 = \frac{2 \cdot m_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 407 \cdot 10^3}{300} = 2710 \ н;$$

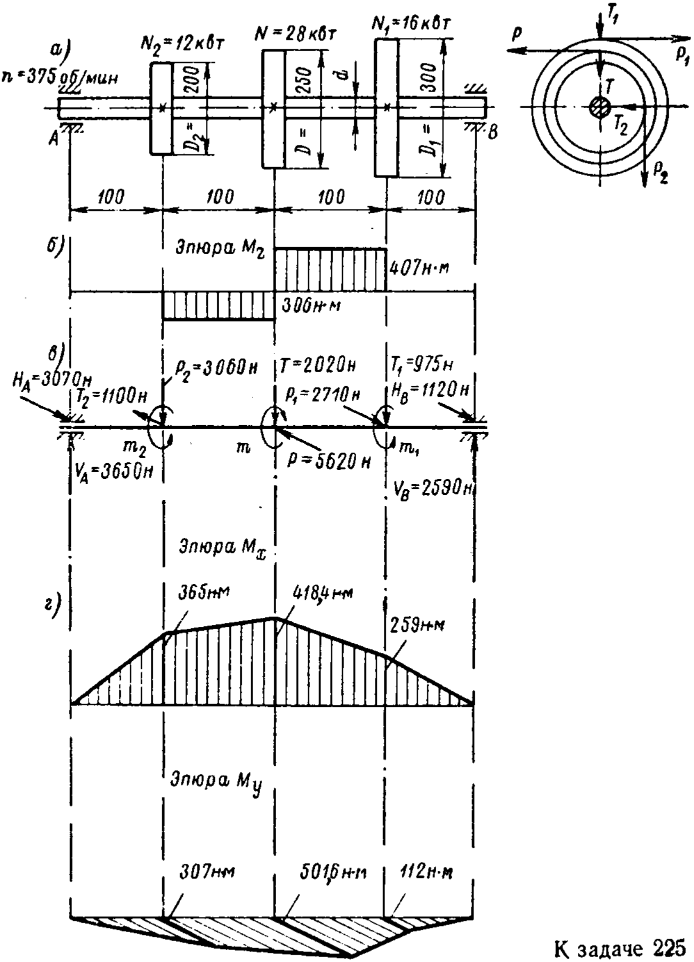
$$T_1 = 0{,}36 \cdot 2710 = 975 \ н;$$

$$P_2 = \frac{2 \cdot 306 \cdot 10^3}{200} = 3060 \ н;$$

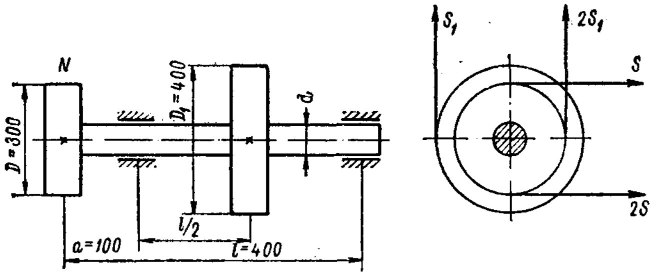
$$T_2 = 0{,}36 \cdot 3060 = 1100 \ н.$$

Усилия, действующие на вал, показаны на рис. *в*.

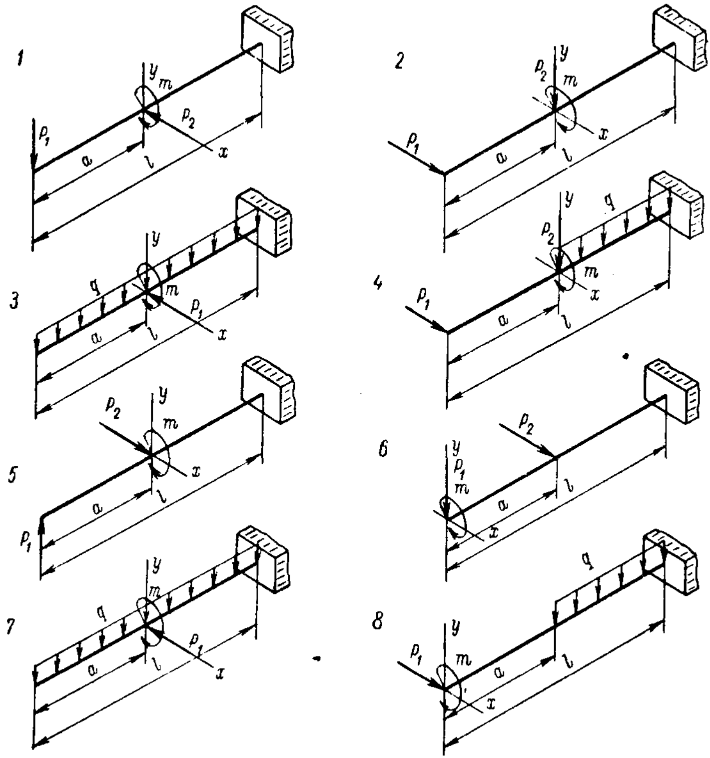
Определив опорные реакции, строим эпюры изгибающих моментов M_x и M_y (рис. *г*).



К задаче 225



К задаче 227



К задаче 228

Эквивалентный (приведенный) момент для опасного сечения по гипотезе энергии формоизменения

$$M_{\text{эIV}} = \sqrt{M_x^2 \quad M_y^2 + 0{,}75M_z^2} =$$

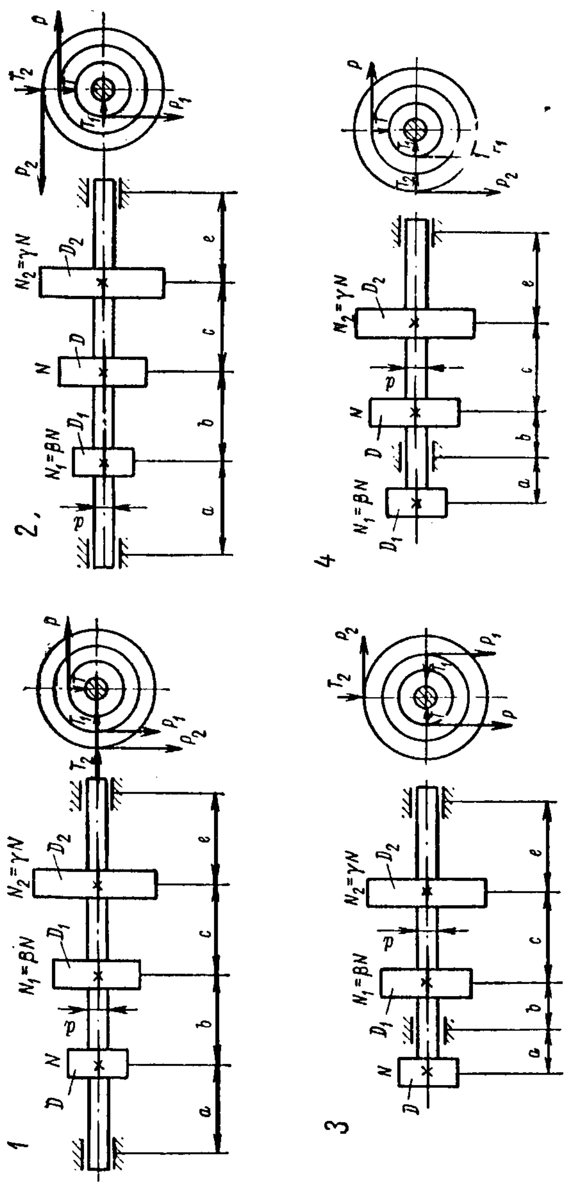
$$= \sqrt{418{,}4^2 + 501{,}6^2 + 0{,}75 \cdot 407^2} = 744 \ \text{н} \cdot \text{м}.$$

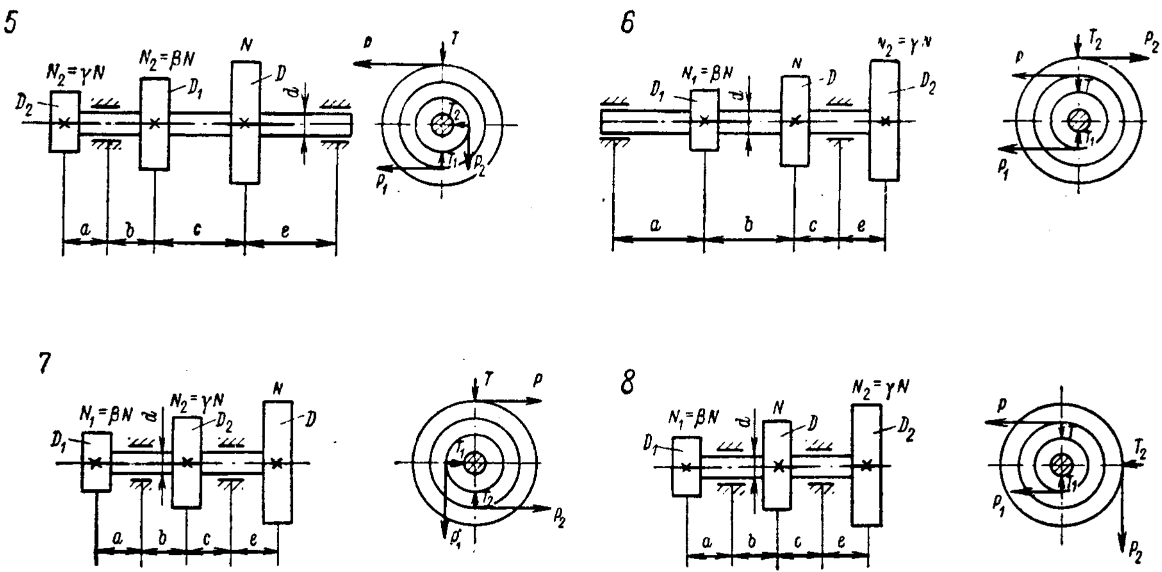
Условие прочности

$$\sigma_{\text{эIV}} = \frac{M_{\text{эIV}}}{\frac{\pi d^3}{32}} \leqslant [\sigma],$$

Таблица данных к задаче 228

Вариант	Схема	q, кн/м	P_1, кн	P_2, кн	m, кн·м	a	l
						м	
1	1	—	12	13	22	0,6	1,2
2	1	—	13	12	30	0,7	1,5
3	1	—	11	14	25	0,5	1,8
4	1	—	12	13	40	0,7	1,6
5	2	—	12	23	45	0,9	1,6
6	2	—	13	24	32	0,8	1,7
7	2	—	14	26	34	0,7	1,7
8	2	—	15	27	36	0,8	1,2
9	3	16	8	—	40	0,9	1,3
10	3	17	9	—	21	0,8	1,4
11	3	18	8	—	42	0,7	1,5
12	3	19	11	—	50	0,8	1,6
13	4	14	12	—	25	0,9	1,7
14	4	16	13	—	24	0,5	1,8
15	4	17	14	—	26	0,6	1,9
16	4	18	15	—	25	0,7	1,8
17	5	—	12	14	28	0,7	1,9
18	5	—	14	15	27	0,8	1,6
19	5	—	16	18	23	0,7	1,7
20	5	—	17	16	24	0,6	1,8
21	6	—	8	17	25	0,5	1,9
22	6	—	9	18	24	0,7	1,8
23	6	—	8	19	13	0,7	1,4
24	6	—	7	20	28	0,8	1,5
25	7	18	21	—	23	0,7	1,4
26	7	19	22	—	24	0,6	1,5
27	7	16	23	—	25	0,5	1,6
28	7	17	18	—	26	0,6	1,7
29	8	18	16	—	28	0,7	1,8
30	8	19	14	—	24	0,8	1,6
31	8	20	14	—	23	0,7	1,7
32	8	21	15	—	23	0,6	1,8


1
2
3
4
$N_1=\beta N$
$N_2=\gamma N$
N
D
D_1
D_2
P
P_1
P_2
T_1
T_2
a
b
c
e


5
$N_2=\gamma N$
D_2
$N_2=\beta N$
D_1
N
D
d
P
T
T_2
T_1
P_1
P_2
a
b
c
e
6
$N_1=\beta N$
D_1
N
D
$N_2=\gamma N$
D_2
T_2
P_2
P
T
T_1
P_1
7
$N_1=\beta N$
$N_2=\gamma N$
D_2
8
$N_1=\beta N$
$N_2=\gamma N$

К задаче 229

откуда

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{эIV}}}{\pi\,[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32\cdot 744\cdot 10^3}{3{,}14\cdot\frac{260}{4}}} \approx 49 \text{ мм}.$$

Округляя до ближайшего стандартного диаметра, принимаем $d = 50$ *мм*.

226. Определить диаметр бруса, если в опасном сечении возникают $M_x = 600$ *н·м*; $M_y = 700$ *н·м*; $M_z = 900$ *н·м*; $[\sigma] = 80$ *н/мм*². Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений.

Ответ. 55 *мм*.

Таблица данных к задаче 229

Вариант	Схема	β	γ	n, об/мин	d	D	D_1	D_2	a	b	c	l
					мм							
1	1	0,4	0,6	650	40	80	90	100	60	70	80	60
2	1	0,3	0,7	700	35	70	80	90	65	75	85	65
3	1	0,6	0,4	750	30	70	70	80	55	65	75	55
4	1	0,7	0,3	800	35	70	80	90	55	60	70	60
5	2	0,2	0,8	850	40	80	90	100	60	65	70	50
6	2	0,3	0,7	900	45	90	100	110	50	65	70	60
7	2	0,4	0,6	950	50	100	110	120	50	60	70	80
8	2	0,5	0,5	1000	45	90	100	110	50	50	60	50
9	3	0,6	0,4	950	40	80	90	100	60	70	80	60
10	3	0,7	0,3	900	35	70	80	90	70	80	60	60
11	3	0,6	0,4	850	30	60	70	80	60	90	60	50
12	3	0,5	0,5	800	35	70	80	90	50	90	50	60
13	4	0,4	0,6	750	40	80	90	100	60	60	70	70
14	4	0,3	0,7	700	45	90	100	110	50	70	70	60
15	4	0,4	0,6	650	50	100	110	120	70	80	60	70
16	4	0,5	0,5	600	55	110	120	130	60	80	50	70
17	5	0,6	0,4	550	60	120	130	140	50	70	60	80
18	5	0,7	0,3	500	65	130	140	150	80	60	70	50
19	5	0,6	0,4	450	60	120	130	140	60	70	80	50
20	5	0,5	0,5	400	65	130	140	150	50	60	70	80
21	6	0,4	0,6	450	60	120	130	140	80	60	70	50
22	6	0,3	0,7	500	55	110	120	130	65	85	55	65
23	6	0,4	0,6	550	50	100	110	120	65	80	50	60
24	6	0,5	0,5	600	45	90	100	110	60	75	55	60
25	7	0,5	0,4	650	40	80	90	100	55	70	60	55
26	7	0,7	0,3	700	35	70	80	90	60	65	55	60
27	7	0,6	0,4	750	30	60	70	80	60	70	60	60
28	7	0,5	0,5	800	35	70	80	90	55	65	65	70
29	8	0,4	0,6	850	30	60	70	80	60	50	55	75
30	8	0,3	0,7	900	35	70	80	90	65	50	65	55
31	8	0,4	0,6	950	40	80	90	100	50	55	60	50
32	8	0,5	0,5	1000	40	90	100	110	55	60	65	60

227. Определить диаметр вала, если $N = 14{,}7$ *квт*; $n = 800$ *об/мин*; $[\sigma] = 60$ *н/мм²*. Расчет выполнить по гипотезе энергии формоизменения.

Ответ. 40 *мм.*

228 **. Определить требуемый диаметр стального бруса, работающего на кручение и изгиб в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, $\sigma_т = 240$ *н/мм²*; $[n] = 1{,}5$. Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений (см. рисунок и таблицу на стр. 292, 293).

229 **. На стальном валу постоянного сечения закреплены три цилиндрических зубчатых колеса; N — мощность, поступающая на вал; N_1, N_2 — мощности, снимаемые с вала (см. рисунок на стр. 294—295).

Для заданного вала по данным таблицы на стр. 296 требуется:

1) выразив значения M_x, M_y, M_z через N, построить эпюры крутящих моментов и эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Принять $T = 0{,}36P$;

2) из условия прочности вала определить $[N]$, если $[\sigma] = 60$ *н/мм²*.

Расчет выполнить по гипотезе энергии формоизменения.

§ 30. Расчет бруса на совместное действие изгиба, кручения и растяжения (сжатия)

230 *. Для заданного бруса (рис. *а* на стр. 298—299) определить $[P]$, если $[\sigma_р] = 40$ *н/мм²*; $[\sigma_с] = 120$ *н/мм²*.

Решение. Брус работает на совместное действие сжатия, изгиба и кручения. Эпюры внутренних силовых факторов показаны на рис. *б*. Опасно сечение в заделке.

Определим величину и плоскость действия $M_и$ в опасном сечении (рис. *в*); эпюры $\sigma_и$, σ_N и τ в этом сечении изображены на рис. *в*.

Условие прочности по гипотезе Мора имеет вид

$$\sigma_э = \sigma_1 - \frac{[\sigma_р]}{[\sigma_с]}\sigma_3 \leqslant [\sigma_р].$$

Определим главные напряжения в точке A. Напряжения на исходных площадках в точке A показаны на рис. *г*.

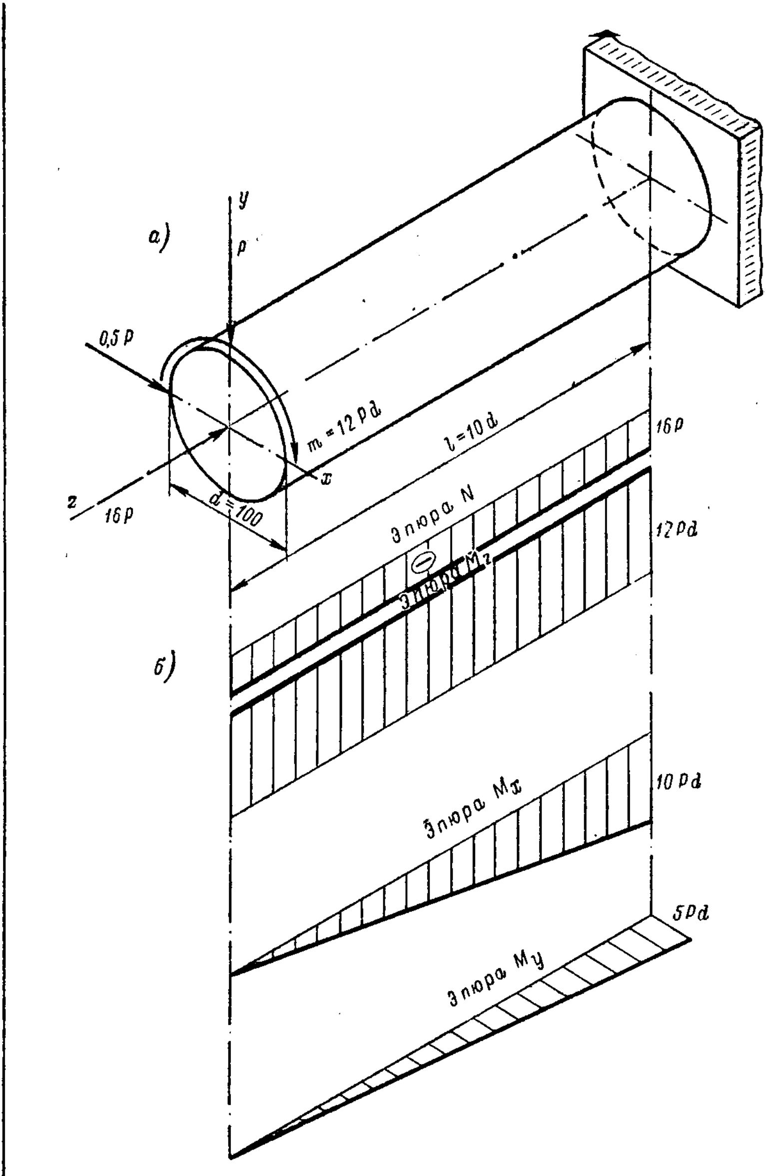
$$\sigma_1^A = \frac{\sigma_A}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_A^2 + 4\tau_A^2} = \frac{91{,}6\dfrac{P}{d^2}}{2} +$$

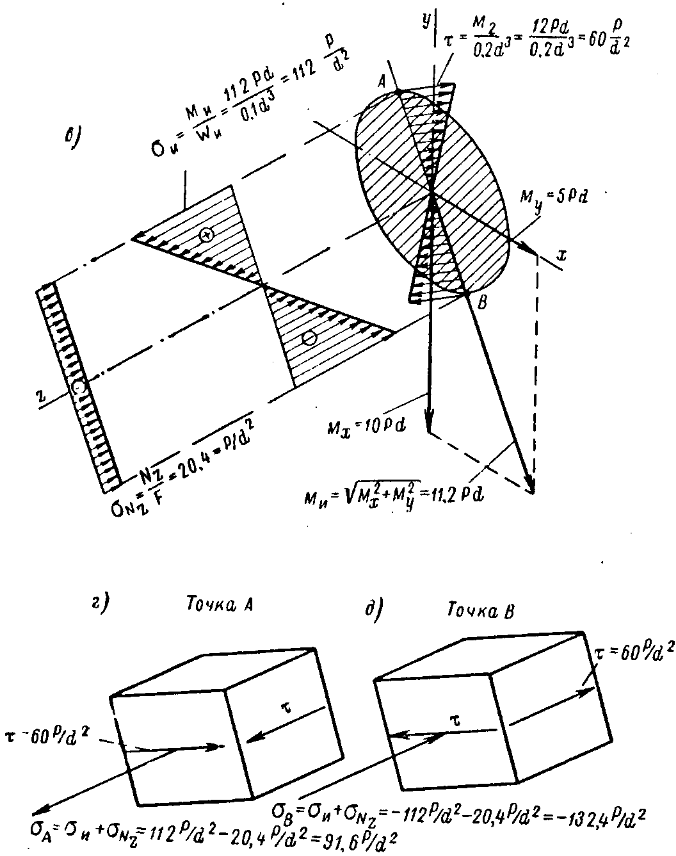
$$+ \frac{1}{2}\sqrt{\left(91{,}6\frac{P}{d^2}\right)^2 + 4\left(60\frac{P}{d^2}\right)^2} = 121{,}3\frac{P}{d^2};$$

$$\sigma_2^A = 0;$$

$$\sigma_3^A = \frac{\sigma_A}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_A^2 + 4\tau_A^2} = \frac{91{,}6\dfrac{P}{d^2}}{2} -$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{\left(91{,}6\frac{P}{d^2}\right)^2 + 4\left(60\frac{P}{d^2}\right)^2} = -29{,}7\frac{P}{d^2}.$$


y
a)
P
0,5 P
m = 12 Pd
l = 10 d
16 P
x
z
16 P
d = 100
Эпюра N
12 Pd
Эпюра M_z
б)
10 Pd
Эпюра M_x
5 Pd
Эпюра M_y


в)
$\sigma_и = \frac{M_и}{W_и} = \frac{112\,Pd}{0{,}1d^3} = 112\,\frac{P}{d^2}$
$\tau = \frac{M_z}{0{,}2d^3} = \frac{12\,Pd}{0{,}2d^3} = 60\,\frac{P}{d^2}$
y
A
B
x
z
$M_y = 5\,Pd$
$M_x = 10\,Pd$
$M_и = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 11{,}2\,Pd$
$\sigma_{N_z} = \frac{N_z}{F} = 20{,}4\,P/d^2$
г)
Точка А
д)
Точка В
$\tau = 60\,P/d^2$
τ
$\tau = 60\,P/d^2$
τ
$\sigma_A = \sigma_и + \sigma_{N_z} = 112\,P/d^2 - 20{,}4\,P/d^2 = 91{,}6\,P/d^2$
$\sigma_B = \sigma_и + \sigma_{N_z} = -112\,P/d^2 - 20{,}4\,P/d^2 = -132{,}4\,P/d^2$

К задаче 230

Эквивалентное напряжение

$$\sigma_э = 121{,}3\frac{P}{d^2} - \frac{40}{120}\left(-29{,}7\frac{P}{d^2}\right) \approx 130\frac{P}{d^2}.$$

Определим главные напряжения в точке B. Напряжения на исходных площадках в точке B показаны на рис. $д$.

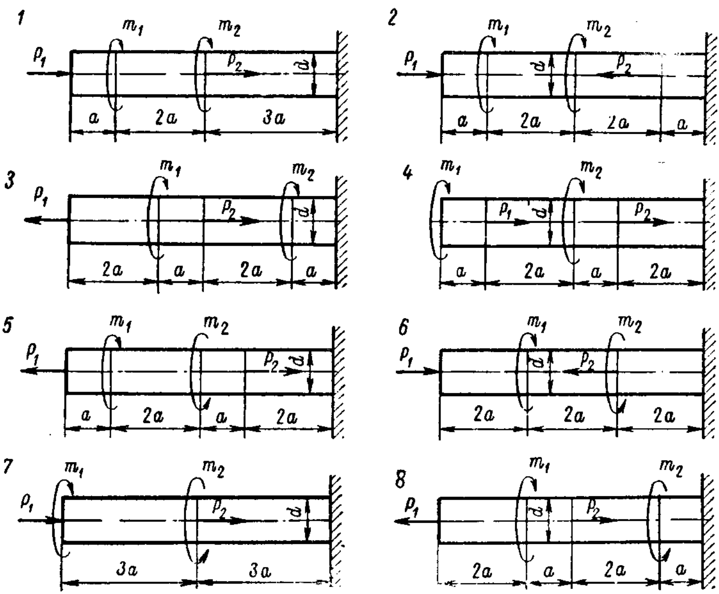
$$\sigma_1^B = \frac{\sigma_B}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_B^2 + 4\tau_B^2} =$$

$$= -\frac{132{,}4\frac{P}{d^2}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(132{,}4\frac{P}{d^2}\right)^2 + 4\left(60\frac{P}{d^2}\right)^2} = 23\frac{P}{d^2};$$

$$\sigma_2^B = 0;$$

$$\sigma_3^B = \frac{\sigma_B}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_B^2 + 4\tau_B^2} = -\frac{132{,}4\frac{P}{d^2}}{2} -$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{\left(132{,}4\frac{P}{d^2}\right)^2 + 4\left(60\frac{P}{d^2}\right)^2} = -155\frac{P}{d^2}.$$



К задаче 234

Эквивалентное напряжение

$$\sigma_э = 23 \frac{P}{d^2} - \frac{1}{3}\left(-155 \frac{P}{d^2}\right) = 74,7 \frac{P}{d^2}.$$

Опасной оказалась точка A. Из условия прочности, составленного для этой точки, определим

$$[P] = \frac{[\sigma_p]\, d^2}{130} = \frac{40 \cdot 100^2}{130} = 3,10 \cdot 10^3\ н = 3,10\ кн.$$

231. Проверить прочность стального бруса круглого поперечного сечения, если в опасном сечении возникают $N = 150$ *кн*; $M_z = 6000$ *н·м*. Диаметр бруса 60 *мм*. Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений; принять $[\sigma] = 100$ *н/мм*^{2}.

Ответ. Недогружен на 9%.

Таблица данных к задаче 234

Вариант	Схема	P_1 кн	P_2 кн	m_1 кн·м	m_2 кн·м	d мм	$\sigma_т$ н/мм^2
1	1	200	400	3	8	100	220
2	1	180	410	2,8	8,2	110	210
3	1	190	400	3,1	8,1	105	200
4	1	210	350	3,2	8,2	110	225
5	2	600	300	10	5	80	230
6	2	620	320	11	5,5	85	220
7	2	610	310	12	4	80	225
8	2	580	300	11	4,5	85	230
9	3	100	600	6	10	120	240
10	3	120	520	6,5	11	125	240
11	3	110	510	6,3	12	120	230
12	3	100	550	6,5	13	125	235
13	4	200	150	3	4	60	250
14	4	180	140	3,2	3,8	65	245
15	4	210	130	3,3	3,6	65	235
16	4	190	160	3,5	4,5	70	240
17	5	600	1000	12	24	90	260
18	5	620	950	13	25	95	255
19	5	580	850	11	21	95	250
20	5	610	950	12	23	90	260
21	6	800	1000	12	20	100	270
22	6	810	1050	11	21	110	260
23	6	780	980	12	21	115	265
24	6	820	1020	12	22	110	270
25	7	200	500	13	26	80	280
26	7	210	480	12	25	85	275
27	7	220	480	13	25	90	270
28	7	180	620	13	26	90	280
29	8	400	900	15	25	90	290
30	8	380	880	14	28	95	285
31	8	420	900	13	27	90	290
32	8	450	900	12	24	95	285

232. В опасном сечении чугунного бруса круглого поперечного сечения возникают $N = 100$ *кн* и $M_z = 1800$ *н·м*. Вычислить коэффициент запаса прочности бруса, если $\sigma_{пчр} = 180$ *н/мм²*; $\sigma_{пчс} = 720$ *н/мм²*. Диаметр бруса 80 *мм*.

Ответ. 5,5.

233. В опасном сечении стального бруса круглого поперечного сечения возникают $N = 120$ *кн*; $M_x = 5000$ *н·м*; $M_z = 6000$ *н·м*. Диаметр бруса 90 *мм*. Проверить прочность бруса, если $[\sigma] = 140$ *н/мм²*. Расчет выполнить по гипотезе энергии формоизменения.

Ответ. Недогружен на 19%.

234 **. Для стального бруса круглого поперечного сечения, работающего на совместное действие растяжения (сжатия) и кручения, требуется:

Таблица данных к задаче 235

Вариант	Схема	d, *мм*	$c = \frac{d_0}{d}$	β	γ	k	a, *м*	l, *м*	$[\sigma]$ *н/мм²*
1	1	60	0,8	8	1,2	2,2	0,6	1,5	140
2	1	65	0,7	9	1,3	2,3	0,7	1,8	145
3	1	70	0,6	10	1,4	2,4	0,8	1,9	150
4	1	75	0,5	11	1,5	2,5	0,5	1,7	155
5	2	80	0,4	12	1,6	2,6	0,6	1,8	160
6	2	85	0,4	13	1,7	2,7	0,7	1,5	165
7	2	90	0,5	14	1,8	2,8	0,8	1,7	170
8	2	95	0,6	15	1,9	2,9	0,9	1,9	165
9	3	100	0,7	14	2,0	3,0	0,8	1,5	160
10	3	95	0,8	13	1,9	2,9	0,7	1,3	155
11	3	90	0,9	12	1,8	2,8	0,6	1,4	150
12	3	85	0,8	11	1,7	2,7	0,5	1,2	145
13	4	80	0,7	10	1,6	2,8	0,6	1,3	140
14	4	75	0,6	9	1,5	2,5	0,7	1,2	145
15	4	70	0,5	8	1,4	2,4	0,8	1,5	150
16	4	65	0,4	9	1,3	2,3	0,9	1,6	155
17	5	60	0,5	10	1,2	2,2	0,8	1,7	160
18	5	55	0,6	11	1,3	2,1	0,7	1,8	165
19	5	50	0,7	12	1,4	2,0	0,6	1,9	170
20	5	55	0,8	13	1,5	2,1	0,7	1,8	165
21	6	60	0,9	14	1,6	2,2	0,8	1,7	160
22	6	65	0,8	15	1,7	2,3	0,9	1,6	155
23	6	70	0,7	14	1,8	2,4	0,8	1,5	150
24	6	75	0,7	13	1,9	2,5	0,7	1,6	145
25	7	80	0,5	12	2,0	2,6	0,6	1,7	140
26	7	85	0,4	11	1,9	2,7	0,5	1,8	135
27	7	90	0,5	10	1,8	2,8	0,6	1,7	130
28	7	95	0,6	9	1,7	2,9	0,7	1,8	135
29	8	100	0,7	8	1,6	3,0	0,8	1,8	140
30	8	95	0,8	9	1,5	2,9	0,9	1,9	145
31	8	90	0,9	10	1,4	2,8	0,8	1,7	150
32	8	85	0,8	11	1,3	2,7	0,7	1,5	155

1) построить эпюры продольных сил и крутящих моментов;

2) вычислить коэффициент запаса прочности.

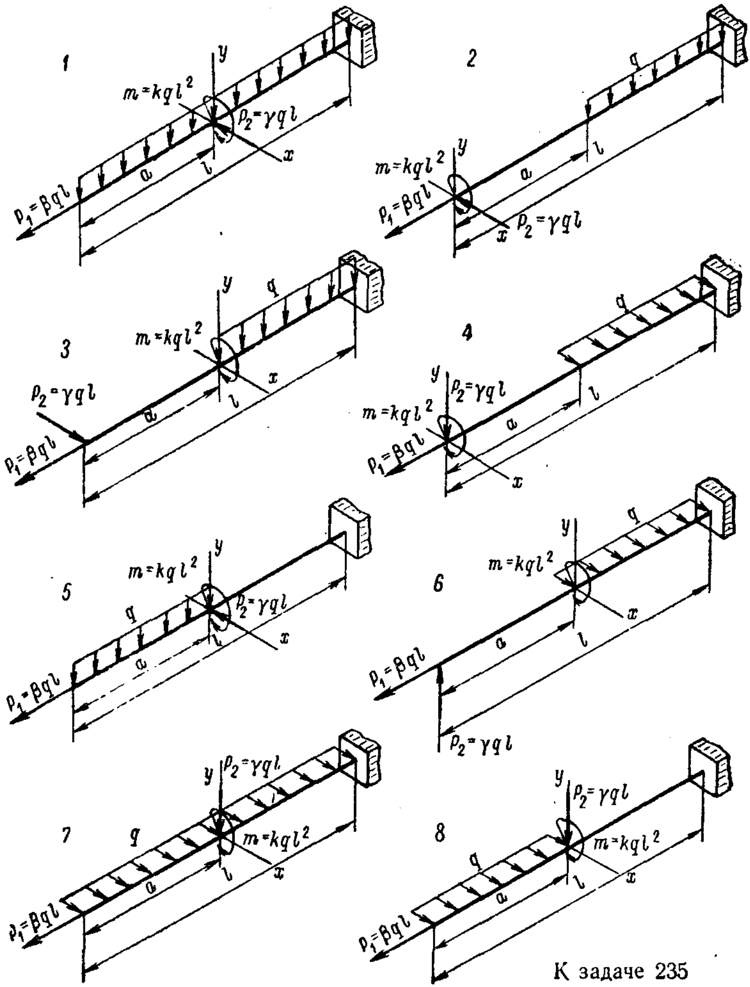
Расчет выполнить по гипотезе энергии формоизменения.

235 **. Для стального бруса кольцевого поперечного сечения, работающего на совместное действие растяжения, изгиба и кручения, требуется:

1) построить эпюры продольных сил, крутящих и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях;

2) из условия прочности бруса определить допускаемое значение нагрузки.

Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений.



К задаче 235

ГЛАВА 9

УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$P_{кр}$ — критическая сила

$\sigma_{кр}$ — критическое напряжение

J_{min} — минимальный главный центральный момент инерции сечения

$i_{min}=\sqrt{\frac{J_{min}}{F}}$ — минимальный радиус инерции

$\lambda_{пред}=\pi\sqrt{E/\sigma_{пц}}$ — предельная гибкость

$\lambda=\mu l/i_{min}$ — гибкость стойки (колонны)

μ — коэффициент приведения длины

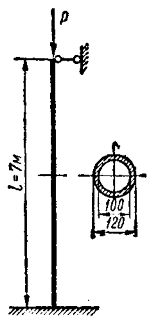
$n_у$ — коэффициент запаса устойчивости

$[n_у]$ — допускаемый (требуемый) коэффициент запаса устойчивости

§ 31. Расчеты сжатых стержней на устойчивость по формуле Эйлера и по эмпирическим формулам

236*. Определить $[P]$ для колонны из стали Ст.3, если $[n_у]=3$.

Решение. Допускаемую величину силы P найдем из расчета колонны на устойчивость



К задаче 236

$$[P]=\frac{P_{кр}}{[n_у]}.$$

Определим гибкость колонны

$$\lambda=\frac{\mu l}{i_{min}},$$

где

$$i_{min}=i=\sqrt{\frac{\pi d^4}{64}(1-c^4):\frac{\pi d^2}{4}(1-c^2)}=$$

$$=\frac{d}{4}\sqrt{1+c^2}$$

(в данном случае любая центральная ось является главной и все центральные моменты инерции равны между собой).

Подставляя числовые значения, получаем

$$\lambda=\frac{0,7\cdot 7000}{\frac{120}{4}\sqrt{1+\left(\frac{100}{120}\right)^2}}=126,$$

что больше $\lambda_{пред}$ для стали Ст.3, следовательно, величину критической силы следует определить по формуле Эйлера

$$P_{кр}=\frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2}=\frac{3,14^2\cdot 2\cdot 10^5\cdot 530\cdot 10^4}{(0,7\cdot 7000)^2}=436\cdot 10^3\ н=436\ кн,$$

где

$$J_{\min} = J = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4) = \frac{3{,}14 \cdot 120^4}{64}\left[1 - \left(\frac{100}{120}\right)^4\right] =$$

$$= 530 \text{ см}^4 = 530 \cdot 10^4 \text{ мм}^4;$$

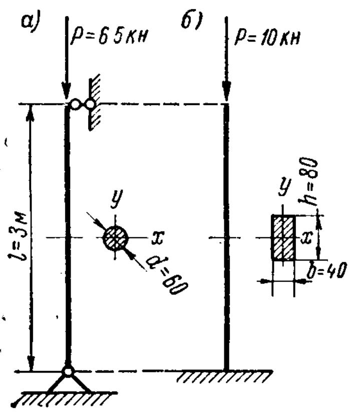
$$[P] = \frac{436}{3} = 145{,}3 \text{ кн}.$$

237. Проверить на устойчивость сжатую стойку из стали Ст.3; принять $[n_y] = 2$.

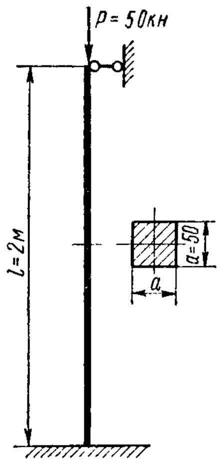
Ответ. а) $n_y = 2{,}14$; б) $n_y = 2{,}34$.

238. Проверить устойчивость чугунной стойки, если $[n_y] = 5$.

Ответ. $n_y = 7{,}87$.



К задаче 237



К задаче 238

239 *. Определить допускаемое значение силы P для кронштейна из хромомолибденовой стали (рис. а), если $\sigma_{пц} = 540$ н/мм²; $E = 2{,}1 \times 10^5$ н/мм²; $\sigma_т = 600$ н/мм². При расчете принять: для растянутого стержня $[n] = 2{,}5$; для сжатого стержня $[n_y] = 4$.

Решение. Вырезая узел B и рассматривая его равновесие, определяем усилия в стержнях AB и BC (рис. б).

$$\sum V = 0, \quad -P + N_{BC} \sin 30^\circ = 0,$$

$$N_{BC} = 2P,$$

$$\sum U = 0, \quad -N_{AB} + N_{BC} \cos 30^\circ = 0, \quad N_{AB} = 1{,}73P.$$

Определим $[P]$ из условия прочности стержня AB

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} \leqslant [\sigma],$$

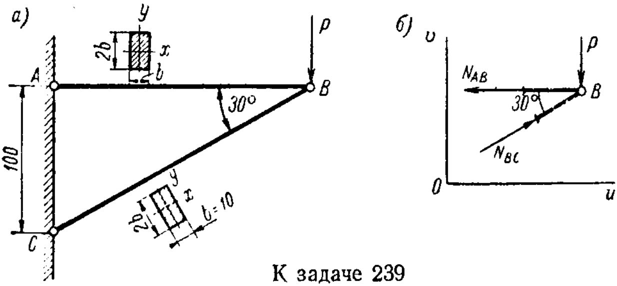
где

$$[\sigma]=\frac{\sigma_т}{[n]}=\frac{600}{2,5}=240\ н/мм^2.$$

$$\sigma_{AB}=\frac{1,73P}{b\cdot 2b}\leqslant[\sigma],$$

отсюда

$$[P']=\frac{2b^2[\sigma]}{1,73}=\frac{2\cdot 10^2\cdot 240}{1,73}=27,8\cdot 10^3\ н=27,8\ кн.$$



К задаче 239

Определим $[P]$ из условия устойчивости стержня BC.
Гибкость стержня

$$\lambda=\frac{\mu l_{BC}}{i_{\min}},$$

где

$$\mu=1,$$

$$l_{BC}=\frac{100}{\sin 30^\circ}=200\ мм;$$

$$i_{\min}=i_y=\sqrt{\frac{2b\cdot b^3}{12\cdot 2b^2}}=0,29b=0,29\cdot 10=2,9\ мм.$$

Подставив числовые значения, получим $\lambda=69$. Предельная гибкость для заданного материала

$$\lambda_{пред}=3,14\sqrt{\frac{2,1\cdot 10^5}{540}}=62.$$

Так как гибкость стержня больше предельной, то критическую силу вычисляем по формуле Эйлера

$$(N_{BC})_{кр}=\frac{3,14^2\cdot 2,1\cdot 10^5\frac{20\cdot 10^3}{12}}{(1\cdot 200)^2}=86,5\cdot 10^3\ н=86,5\ кн;$$

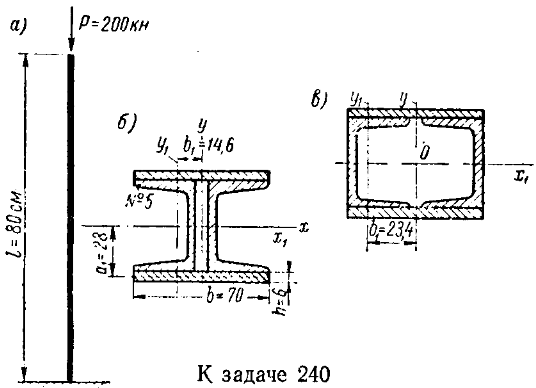
$$[N_{BC}] = \frac{(N_{BC})_{кр}}{[n_y]} = \frac{86,5}{4} = 21,6\ кн;$$

$$[N_{BC}] = 2\,[P''];$$

$$[P''] = \frac{1}{2}\,[N_{BC}] = 10,8\ кн.$$

Следовательно, $[P] = 10,8$ *кн.*

240 *. Проверить на устойчивость стойку (рис. *а*) при двух вариантах ее изготовления из двух швеллеров и двух полос (рис. *б*, *в*); $[n_y] = 2,5$. Материал стойки — сталь Ст.3.



К задаче 240

Решение. Вычисляем моменты инерции сечения, показанного на рис. *б*, относительно осей Ox и Oy:

$$J_x = 2\left(J_x^{шв} + \frac{bh^3}{12} + a_1^2 bh\right) = 2\left(22,8 + \frac{7\cdot 0,6^3}{12} + 2,8^2\cdot 7\cdot 0,6\right) =$$

$$= 112\ см^4 = 112\cdot 10^4\ мм^4;$$

$$J_y = 2\left(J_{y_1}^{шв} + F_{шв} b_1^2 + \frac{hb^3}{12}\right) =$$

$$= 2\left(5,6 + 6,16\cdot 1,46^2 + \frac{0,6\cdot 7^3}{12}\right) = 72\ см^4 = 72\cdot 10^4\ мм^4.$$

Минимальным оказался момент инерции относительно оси Oy:

$$i_{min} = i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{72\cdot 10^4}{20,72\cdot 10^2}} = 18,6\ мм,$$

где $F = 2F_{шв} + 2F_{пол} = 2\cdot 6,16 + 2\cdot 7\cdot 0,6 = 20,72\ см^2 = 20,72 \times 10^2\ мм^2$;

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{2\cdot 800}{18,6} = 86 < \lambda_{пред} = 100.$$

В этом случае формула Эйлера неприменима и критическая сила вычисляется по эмпирической формуле Ясинского

$$P_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} F = (310 - 1{,}14\lambda)\, F =$$
$$= (340 - 1{,}14 \cdot 86) \cdot 20{,}72 \cdot 10^2 \approx 440 \cdot 10^3 \ н = 440 \ кн.$$

Коэффициент запаса устойчивости

$$n_{\text{у}} = \frac{P_{\text{кр}}}{P} = \frac{440}{200} = 2{,}2,$$

что меньше $[n_{\text{у}}]$ на $\dfrac{2{,}5 - 2{,}2}{2{,}5} \cdot 100 = 12\%$.

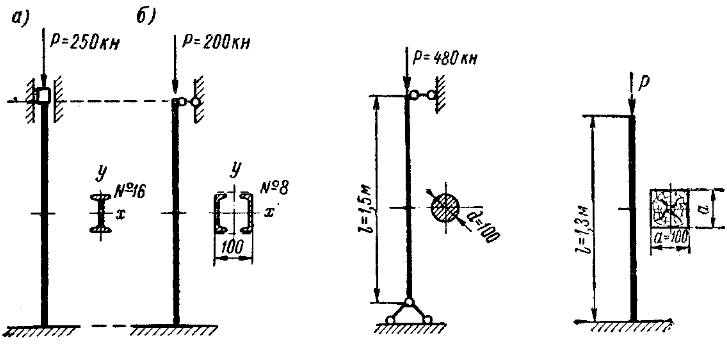
Вычислим коэффициент запаса устойчивости стойки при другом расположении швеллеров (см. рис. *в*).

Очевидно, что момент инерции сечения относительной оси Ox не изменится.

$$J_x = 112 \ см^4 = 112 \cdot 10^4 \ мм^4;$$

$$J_y = 2\left(J_{y_1}^{\text{шв}} + b_1^2 F_{\text{шв}} + \frac{hb^3}{12}\right) =$$

$$= 2\left(5{,}6 + 2{,}34^2 \cdot 6{,}16 + \frac{0{,}6 \cdot 7^3}{12}\right) = 114 \ см^4 = 114 \cdot 10^4 \ мм^4.$$



К задаче 241 К задаче 242 К задаче 243

В этом случае стойка практически равноустойчива во всех направлениях ($J_x \approx J_y$).

$$i_{\min} = i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{112 \cdot 10^4}{20{,}72 \cdot 10^2}} = 23{,}2 \ мм;$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 800}{23{,}2} = 69.$$

$$P_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} F = (310 - 1{,}14 \cdot 69) \cdot 20{,}72 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} = 480 \ кн;$$

$$n_{\text{у}} = \frac{P_{\text{кр}}}{P} = \frac{480}{200} = 2{,}4,$$

что меньше $[n_y]$ на

$$\frac{2,5-2,4}{2,5}\cdot 100 = 4\%.$$

Вполне очевидно, что стойка должна быть выполнена по второму варианту.

241. Проверить на устойчивость сжатую стойку, если $[n_y] = 2$. Материал — сталь Ст.3.

Ответ. *а*) 1,89; *б*) 2,32.

242. Определить, с каким запасом устойчивости работает сжатая чугунная стойка.

Ответ. ~4.

243. Определить из условия устойчивости $[P]$ для сжатой деревянной стойки, если $[n_y] = 3$.

Ответ. 40,6 *кн*.

Таблица данных к задаче 244

Вариант	Схема	l, *м*	b, *мм*	h, *мм*	d, *мм*	d_0, *мм*	$[n_y]$
1	1	1,2	—	—	40	—	1,8
2	1	1,3	—	—	42	—	1,7
3	1	1,4	—	—	44	—	1,9
4	1	1,5	—	—	46	—	2,0
5	2	1,0	—	—	40	32	1,8
6	2	1,5	—	—	42	34	1,9
7	2	1,8	—	—	44	40	1,7
8	2	2,0	—	—	46	40	1,9
9	3	1,3	10	20	—	—	2,0
10	3	1,3	12	24	—	—	2,1
11	3	1,4	14	28	—	—	2,0
12	3	1,4	16	32	—	—	2,1
13	4	1,3	12	—	—	—	2,2
14	4	1,3	14	—	—	—	1,7
15	4	1,4	16	—	—	—	1,8
16	4	1,5	18	—	—	—	1,9
17	5	2,0	—	—	40	32	1,7
18	5	2,1	—	—	42	34	1,8
19	5	2,5	—	—	44	40	1,9
20	5	2,7	—	—	46	40	2,0
21	6	0,8	—	—	40	—	1,7
22	6	0,9	—	—	42	—	1 5
23	6	1,1	—	—	44	—	1,6
24	6	1,2	—	—	46	—	1,8
25	7	1,3	12	36	—	—	1,8
26	7	1,3	14	46	—	—	1,7
27	7	1,4	16	32	—	—	1,6
28	7	1,5	18	36	—	—	1,5
29	8	1,2	12	—	—	—	1,8
30	8	1,2	14	—	—	—	1,9
31	8	1,3	16	—	—	—	1,8
32	8	1,4	18	—	—	—	1,9

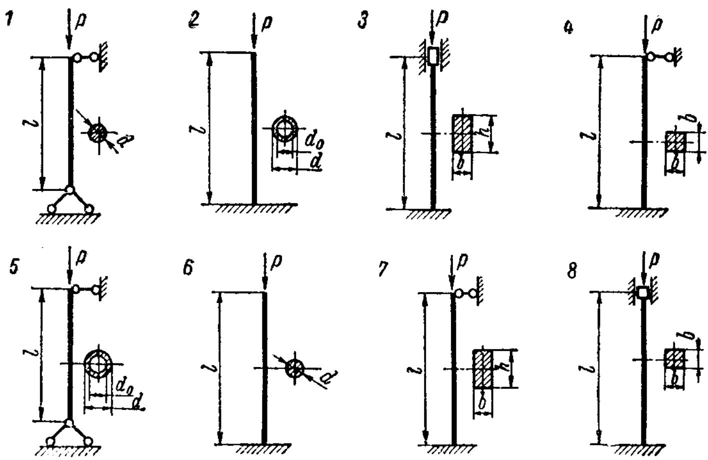
244 *. Для сжатой стойки из стали Ст. 3 определить допускаемое значение сжимающей силы при заданной величине $[n_у]$.

245 **. Для стойки из стали Ст. 3 определить допускаемое значение сжимающей силы при заданной величине $[n_у]$.

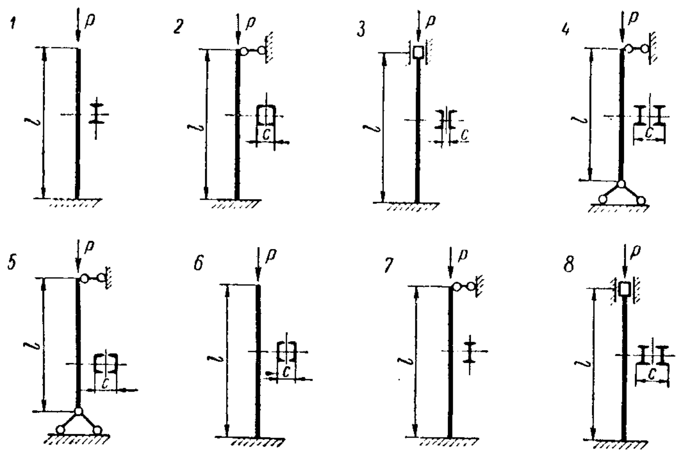
Таблица данных к задаче 245

Вариант	Схема	l м	c мм	№ двутавра	№ швеллера	$[n_у]$
1	1	1,3	—	10	—	1,5
2	1	1,4	—	12	—	1,6
3	1	1,4	—	14	—	1,7
4	1	1,5	—	16	—	1,8
5	2	2,5	170	—	5	1,9
6	2	2,6	180	—	6,5	1,8
7	2	2,8	180	—	8	1,7
8	2	3,0	200	—	10	2,0
9	3	5,0	80	—	8	1,9
10	3	5,3	80	—	10	1,8
11	3	5,5	90	—	12	1,7
12	3	6,0	90	—	14	1,6
13	4	2,4	160	12	—	1,8
14	4	2,8	180	14	—	1,9
15	4	2,9	200	16	—	2,1
16	4	3,0	200	18	—	2,2
17	5	2,2	170	—	5	2,4
18	5	2,3	180	—	6,5	2,2
19	5	2,2	190	—	8	2,1
20	5	2,5	200	—	10	1,9
21	6	2,1	160	—	14	1,7
22	6	2,3	160	—	12	1,7
23	6	2,4	190	—	10	1,8
24	6	2,2	180	—	8	1,9
25	7	3,0	—	16	—	2,0
26	7	2,8	—	14	—	2,1
27	7	2,5	—	10	—	2,2
28	7	2,3	—	12	—	1,9
29	8	6,0	160	10	—	1,8
30	8	6,0	180	12	—	1,7
31	8	7,0	200	14	—	1,8
32	8	8,0	200	16	—	1,8

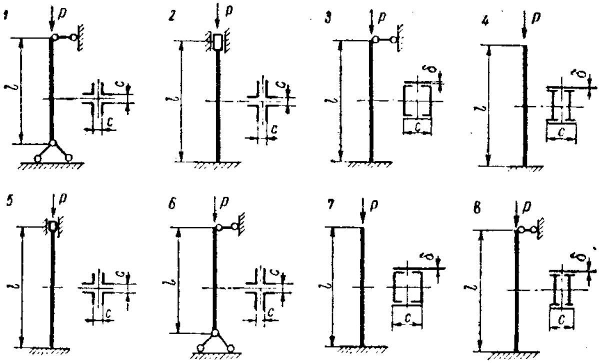
246 *. Для заданной стойки из стали Ст.3 определить допускаемое значение сжимающей силы при заданной величине $[n_у] = 2,0$.



К задаче 244



К задаче 245



К задаче 246

Таблица данных к задаче 246

Вариант	Схема	l, м	c, мм	δ, мм	Угольник	№ двутавра	№ швеллера
1	1	3,0	40	—	80×80×5,5	—	—
2	1	3,6	40	—	80×80×6	—	—
3	1	3,8	38	—	80×80×7	—	—
4	1	4,0	38	—	80×80×8	—	—
5	2	4,6	30	—	63×40×4	—	—
6	2	4,7	32	—	63×40×5	—	—
7	2	4,8	34	—	63×40×8	—	—
8	2	5,0	32	—	63×40×8	—	—
9	3	4,8	80	10	—	—	6,5
10	3	4,3	86	12	—	—	6,5
11	3	4,7	90	8	—	—	6,5
12	3	4,5	88	10	—	—	6,5
13	4	1,2	150	8	—	12	—
14	4	1,3	150	10	—	12	—
15	4	1,4	150	12	—	12	—
16	4	1,3	150	10	—	12	—
17	5	5,8	42	—	80×80×5,5	—	—
18	5	7,0	40	—	80×80×6	—	—
19	5	7,2	38	—	80×80×7	—	—
20	5	7,5	40	—	80×80×8	—	—
21	6	2,5	38	—	63×40×4	—	—
22	6	2,6	36	—	63×40×5	—	—
23	6	2,8	34	—	63×40×6	—	—
24	6	2,9	36	—	63×40×8	—	—
25	7	1,7	78	8	—	—	6,5
26	7	1,8	84	10	—	—	6,5
27	7	1,7	90	10	—	—	6,5
28	7	1,65	90	12	—	—	6,5
29	8	4,6	160	10	—	12	—
30	8	4,5	170	10	—	12	—
31	8	4,3	160	10	—	12	—
32	8	4,4	170	10	—	12	—

§ 32. Расчет сжатых стержней на устойчивость по коэффициентам продольного изгиба

В тех случаях, когда задано основное допускаемое напряжение, расчет на устойчивость выполняется с помощью таблицы коэффициентов φ (см. таблицу) по формуле $\sigma = \frac{P}{F} \leqslant \varphi [\sigma]$.

Коэффициенты φ уменьшения основного допускаемого напряжения при расчете стержней на устойчивость

Гибкость	Материал			
	сталь Ст. 2, Ст. 3, Ст. 4	сталь Ст. 5	чугун	дерево
0	1,00	1,00	0,10	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43	—	0,25
120	0,45	0,37	—	0,22
130	0,40	0,36	—	0,18
140	0,36	0,29	—	0,16
150	0,32	0,26	—	0,14
160	0,29	0,24	—	0,12
170	0,26	0,21	—	0,11
180	0,23	0,19	—	0,10
190	0,21	0,17	—	0,09
200	0,19	0,16	—	0,08

247 *. Определить допускаемое значение силы P для колонны, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}. Материал колонны — сталь Ст.3. С каким коэффициентом запаса устойчивости будет работать колонна при $P = [P]$?

Решение. Допускаемое значение силы P находим по формуле

$$[P] = \varphi\ [\sigma]\ F.$$

Вычислим гибкость колонны; из таблицы сортамента для двутавра № 30 имеем

$$J_{\min} = J_y = 337\ см^4;\ i_{\min} = i_y = 2{,}69\ см;\ F = 46{,}5\ см^2;$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 400}{2{,}69} = 148.$$

По вычисленной гибкости стержня ($\lambda = 148$) из таблицы коэффициентов уменьшения основного допускаемого напряжения находим $\varphi = 0{,}328$.

$$[P] = 0{,}328 \cdot 160 \cdot 46{,}5 \cdot 10^2 = 244 \cdot 10^3 \ н = 244 \ кн.$$

Так как гибкость стержня больше предельной, то критическую силу вычисляем по формуле Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 337 \cdot 10^4}{(1 \cdot 4000)^2} =$$

$$= 418 \cdot 10^3 \ н = 418 \ кн$$

Таблица данных к задаче 250

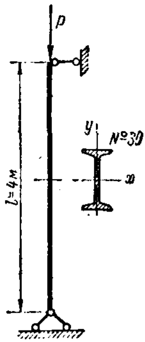
Вариант	Схема	l, *м*	c (*мм*)	δ (*мм*)	Угольник	№ двутавра	№ швеллера
1	1	4,0	60	—	90×90×6	—	—
2	1	3,8	64	—	90×90×7	—	—
3	1	3,9	70	—	90×90×8	—	—
4	1	4,1	50	—	90×90×9	—	—
5	2	7,0	40	—	100×63×6	—	—
6	2	7,1	46	—	100×63×7	—	—
7	2	7,3	48	—	100×63×8	—	—
8	2	7,4	46	—	100×63×10	—	—
9	3	5,0	150	10	—	—	12
10	3	5,1	160	12	—	—	14
11	3	5,1	160	10	—	—	14*а*
12	3	5,2	170	12	—	—	16
13	4	2,7	170	12	—	12	—
14	4	2,8	180	14	—	14	—
15	4	2,9	200	16	—	16	—
16	4	3,1	210	14	—	18	—
17	5	8,1	30	—	100×100×8	—	—
18	5	7,9	38	—	100×100×10	—	—
19	5	7,7	42	—	100×100×12	—	—
20	5	7,6	44	—	100×100×14	—	—
21	6	5,7	50	—	80×50×5	—	—
22	6	5,4	52	—	80×50×6	—	—
23	6	5,5	56	—	90×56×6	—	—
24	6	5,6	54	—	90×56×8	—	—
25	7	4,1	200	10	—	—	16
26	7	3,8	180	12	—	—	14
27	7	3,9	210	12	—	—	12
28	7	3,7	200	12	—	—	14
29	8	5,6	180	12	—	12	—
30	8	4,7	180	12	—	14	—
31	8	4,5	200	14	—	16	—
32	8	4,4	280	14	—	18	—

Коэффициент запаса устойчивости

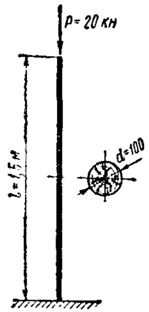
$$n_у = \frac{P_{кр}}{|P|} = \frac{418}{244} = 1,71.$$

248. Проверить на устойчивость деревянную стойку, если $[\sigma] = 10\ н/мм^2$.

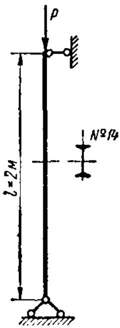
Ответ. Стойка перегружена на 15%.



К задаче 247



К задаче 248

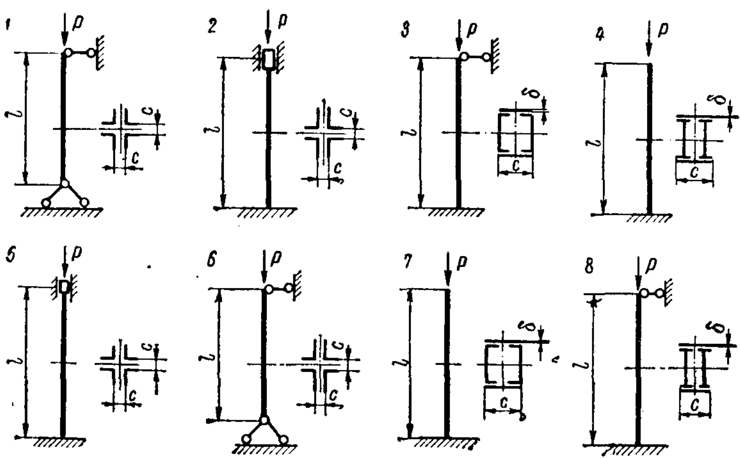


К задаче 249

249. Определить допускаемую нагрузку для стойки, если $[\sigma] = 160\ н/мм^2$. Материал — сталь Ст.3.

Ответ. 145 *кн.*

250 **. Определить допускаемое значение силы P, если $[\sigma] = 160\ н/мм^2$. Материал стойки — сталь Ст.3.



К задаче 250

ГЛАВА 10

ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ И РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

a — ускорение

ω — угловая скорость

ε — угловое ускорение

J — момент вращающихся деталей

h — высота падения груза

$\Delta_{ст}$ — перемещение сечения при статическом нагружении

$n_\sigma = \dfrac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\sigma_a + \psi_\sigma\sigma_m}$ — коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$n_\tau = \dfrac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D\,\tau_a + \psi_\tau\tau_m}$ — то же по касательным напряжениям

σ_{-1} (τ_{-1}) — предел выносливости при симметричном цикле

σ_a (τ_a) — амплитуда цикла

σ_m (τ_m) — среднее напряжение цикла

$(K_\sigma)_D$, $(K_\tau)_D$ — общий коэффициент снижения предела выносливости при симметричном цикле изменения напряжений

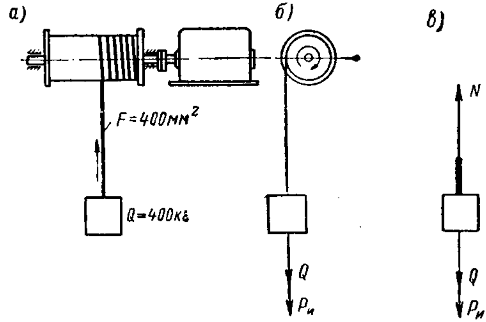
ψ_σ, ψ_τ — коэффициент, позволяющий переходить от рабочих напряжений заданного цикла к эквивалентному напряжению симметричного цикла. При решении задач принимать $\psi_\sigma = 0{,}14$, $\psi_\tau = 0{,}07$

$n = \dfrac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$ — коэффициент запаса прочности при расчете на изгиб с кручением

§ 33. Расчеты на прочность с учетом влияния сил инерции

251 *. Определить напряжения, возникающие в поперечном сечении троса (рис. *а*), при подъеме груза с ускорением $a = 2$ *м/сек*^{2}. Массой троса пренебречь.

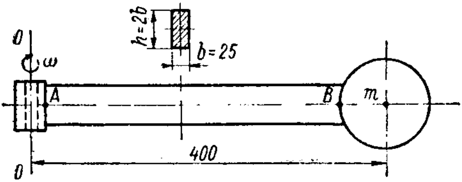
Р е ш е н и е. Применяя принцип Д'Аламбера, прикладываем к движущемуся грузу силу инерции $P_и = mc$, направленную противоположно ускорению (рис. *б*).



К задаче 251

Пользуясь методом сечений (рис. *в*), определяем продольную силу, возникающую в поперечном сечении троса:

$$N = Q + P_и = mg + ma = 4000 \cdot 9{,}81 + 4000 \cdot 2 = 47{,}2 \cdot 10^3\ н.$$



К задаче 253

Так как масса троса не учитывается, то продольная сила во всех поперечных сечениях одинакова.

Напряжения, возникающие в поперечном сечении троса при ускоренном движении груза:

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{47{,}2 \cdot 10^3}{400} = 118\ н/мм^2.$$

252. Вычислить напряжения в тросе (см. рисунок к предыдущей задаче), если груз опускается с постоянным ускорением $a = 2$ *м/сек*². Массой троса пренебречь.

Ответ. 78 *н/мм*².

253. К стальному стержню, вращающемуся в горизонтальной плоскости вокруг оси O—O с постоянной угловой скоростью ω, прикреплен груз массой $m = 5$ *кг*.

Определить [ω], если [σ]= = 160 *н/мм*². При решении массой стержня пренебречь и не учитывать напряжения изгиба от силы тяжести груза.

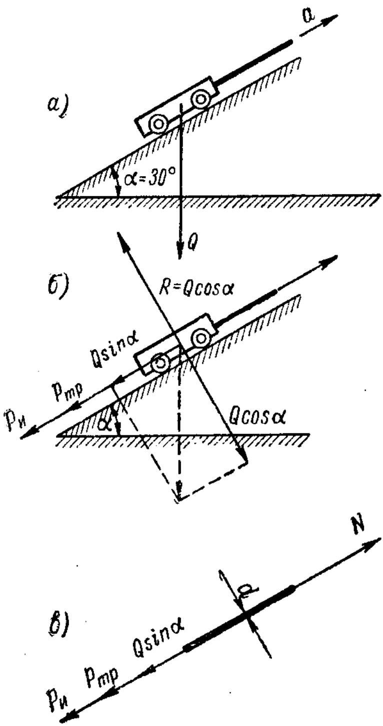
Ответ. 316 *рад/сек*.

254. Насколько удлинится стержень AB (см. рисунок к предыдущей задаче), если ω = = 300 *рад/сек*; $l_{AB} = 380$ *мм*. Массу стержня не учитывать.

Ответ. 0,27 *мм*.

255 *. Вагонетка с грузом движется по наклонной плоскости с постоянным ускорением $a = 1$ *м/сек*² (рис. *а*).

Определить требуемый диаметр троса, если масса вагонетки с грузом $m = 6000$ *кг*; коэффициент трения $f = 0{,}20$;



К задаче 255

допускаемое напряжение для троса $[\sigma] = 50$ *н/мм²*. Массу троса не учитывать.

Решение. Применяя принцип Д'Аламбера, прикладываем к движущейся вагонетке силу инерции $P_и = ma$ (рис. *б*). $P_{тр} = Rf = Qf\cos\alpha$ — сила трения, направленная противоположно скорости; R — сила нормального давления.

Пользуясь методом сечений (рис. *в*), определяем продольную силу, возникающую в поперечном сечении троса:

$$N = Q\sin\alpha + P_{тр} + P_и = Q\sin\alpha + Qf\cos\alpha + ma =$$
$$= 6000\cdot 9{,}81\cdot 0{,}5 + 6000\cdot 9{,}81\cdot 0{,}866\cdot 0{,}2 + 6000\cdot 1 =$$
$$= 45{,}6\cdot 10^3\ н = 45{,}6\ кн.$$

Условие прочности троса

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} \leqslant [\sigma],$$

отсюда

$$d \geqslant \sqrt{\frac{4N}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4\cdot 45{,}6\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 50}} \approx 34\ мм.$$

256*. Вал диаметром 60 *мм*, имеющий частоту вращения $n_0 = 1200$ *об/мин*, после включения тормоза останавливается, сделав 10 оборотов. Определить максимальное касательное напряжение, возникающее в поперечном сечении вала при торможении, если момент инерции маховика $J = 40$ *кг·м²*. При расчете считать силу торможения постоянной и движение вала равнозамедленным. Момент инерции вала не учитывать.

Решение. Как известно из теоретической механики, при равнозамедленном вращении угловое ускорение постоянно и вычисляется по формуле (при конечной скорости, равной нулю)

$$\varepsilon = \frac{\omega_0^2}{2\varphi},$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

Вычислим угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{\pi n_0}{30}\right)^2}{2(2\pi\cdot 10)} = \frac{\left(3{,}14\cdot\frac{1200}{30}\right)^2}{2(2\cdot 3{,}14\cdot 10)} = 126\ рад/сек^2.$$

Момент от сил инерции $m = J\varepsilon = 40\cdot 126 = 5040$ *н·м*.

В данном случае крутящий момент в поперечном сечении вала M

$$\tau_{max} \approx \frac{M_z}{0{,}2d^3} = \frac{50\cdot 40\cdot 10^3}{0{,}2\cdot 60^3} = 117\ н/мм^2.$$

257. Стальной вал через 2 *сек* после включения электродвигателя вращается с $n = 800$ *об/мин*. Считая движение вала в период пуска равноускоренным, определить, какой величины достигнут в конце вто-

рой секунды после включения электродвигателя угол закручивания вала и наибольшие касательные напряжения. Момент инерции маховика 200 *кг*·*м*². Моменты инерции вала, муфты и ротора электродвигателя не учитывать.

Ответ. $\tau_{max} = 122$ *н/мм*²; $\varphi = 17{,}5 \cdot 10^{-3}$ *рад*.

258. Между канатом и грузом поставлен пружинный амортизатор. Вычислить максимальные напряжения в пружине, в тяге AB и стойках DC и EF. Масса груза, поднимаемого с ускорением $a = 3$ *м/сек*², $m = 20$ *кг*.

Ответ. $\tau_{max} = 246$ *н/мм*², $\sigma_{AB} = 2{,}26$ *н/мм*²; $\sigma_{CD} = \sigma_{EF} = 1{,}13$ *н/мм*².

259 *. К оси, имеющей постоянную частоту вращения, прикреплены стержни, несущие на концах грузы массой $m = 5$ *кг* (рис. *а*). Определить диаметр оси из условия прочности, если $[\sigma] = 50$ *н/мм*², $n = 1000$ *об/мин*.

Массой стержней, силами тяжести грузов и деформацией оси пренебречь.

Решение. При вращении оси возникают силы инерции $P_и = m\omega^2 R$, лежащие в одной плоскости, но направленные в противоположные стороны. На рис. *б* показана расчетная схема оси.

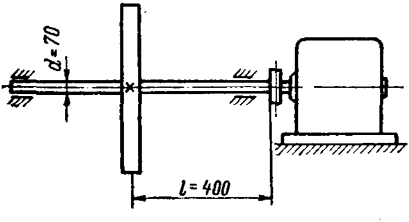
Определив опорные реакции, строим эпюру изгибающих моментов (рис. *в*).

Подставляя значение $P_и$, получаем

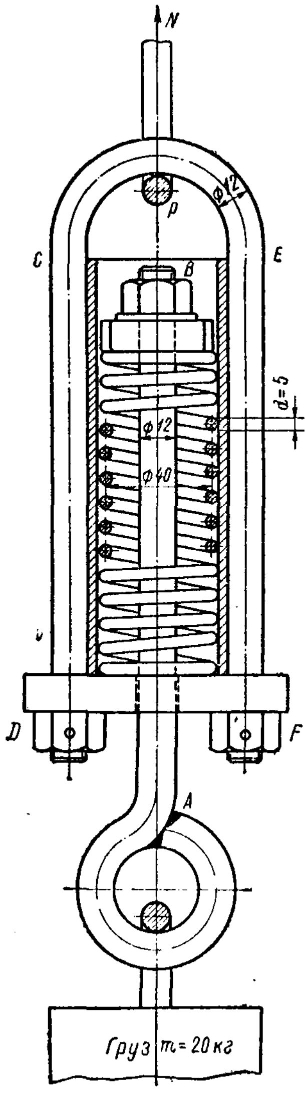
$$\max M_x = 92 P_и = 92 \cdot 1{,}1 \cdot 10^4 = 101 \cdot 10^4 \ н \cdot мм.$$

Из условия прочности оси

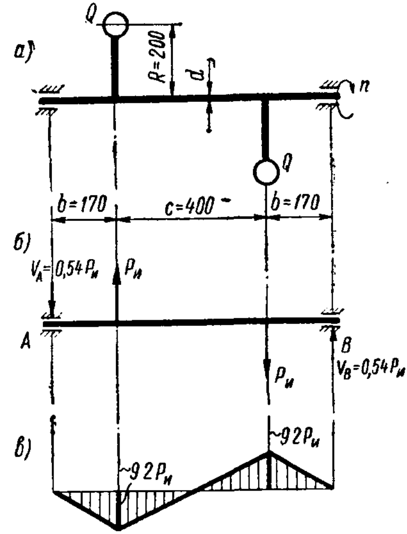
$$\sigma_{max} = \frac{\max M_x}{W_x} = \frac{101 \cdot 10^4}{0{,}1\, d^3} \leqslant [\sigma]$$



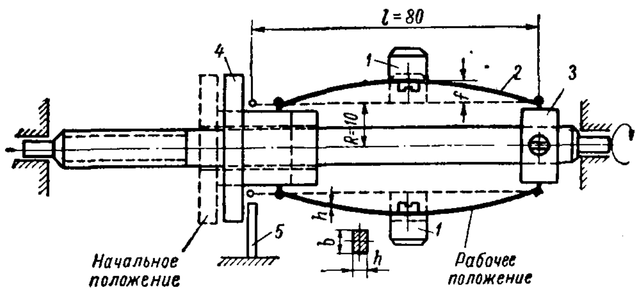
К задаче 257



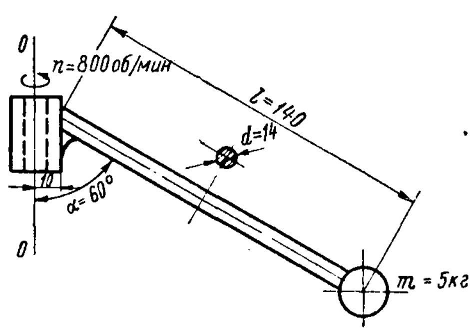
К задаче 258



К задаче 259



К задаче 260



К задаче 261

определим диаметр

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{1010 \cdot 10^3}{0{,}1 \cdot 50}} = 59 \text{ мм}.$$

Округлив до стандартного значения, примем $d = 60$ *мм*.

260. На рисунке изображен центробежный регулятор скорости. Грузики *1* массой $m = 30$ *г* прикреплены к пружинам *2* прямоугольного поперечного сечения с размерами $b = 5$ *мм* и $h = 1$ *мм*. Один конец пружины прикреплен к неподвижной шайбе *3*, а другой — к подвижной втулке *4*. При вращении грузов возникают силы инерции, вызывающие деформацию пружин, в результате чего подвижная втулка перемещается вдоль оси. При достижении предельной частоты вращения подвижная втулка касается упора *5*, после чего дальнейшее увеличение частоты вращения становится невозможным. Считая пружины балками, шарнирно закрепленными по концам и нагруженными посередине сосредоточенными силами, вычислить максимальные напряжения и прогибы посередине пролета при $n_{\text{пред}} = 1580$ *об/мин*. При вычислении сил инерции деформацией пружин пренебречь, т. е. принять расстояние от оси вращения до центров тяжести грузиков $R = 10$ *мм*.

Ответ. $\sigma_{\max} = 197$ *н/мм*^{2}; $f = 1{,}05$ *мм*.

261. Рычаг с прикрепленным на конце грузом массой $m = 0{,}5$ *кг* вращается с постоянной частотой вращения относительно оси O—O. Проверить прочность рычага, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}. Массой рычага пренебречь, рычаг считать балкой, жестко закрепленной одним концом.

Ответ. $\sigma_{\max} = 0{,}75\ [\sigma]$.

§ 34. Расчеты на прочность при ударном действии нагрузки

262 *. Стальной брус кольцевого сечения ($d = 100$ *мм*; $d_0 = 80$ *мм*) длиной $l = 2$ *м* нагружается (сжимается) грузом массой $m = 1000$ *кг*. Вычислить напряжения, возникающие в брусе: а) при статическом нагружении; б) при мгновенном (внезапном) нагружении; в) при падении груза на брус с высоты 50 *мм*; г) при падении груза с высоты 50 *мм* на стальную пружину ($D = 80$ *мм*; $d = 16$ *мм*; $i = 10$), установленную на торце бруса.

Р е ш е н и е.

$$\text{а) } \sigma_{\text{ст}} = \frac{N}{F} = \frac{1000 \cdot 9{,}81}{\frac{3{,}14}{4} 100^2 (1 - 0{,}8^2)} = 3{,}46 \text{ н/мм}^2;$$

$$\text{б) } k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{0}{\Delta_{\text{ст}}}} = 2;$$

$$\sigma_{\text{д}} = k_{\text{д}}\sigma_{\text{ст}} = 2 \cdot 3{,}46 = 6{,}92 \text{ н/мм}^2;$$

$$\text{в) } k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 50}{\frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2000}{2 \cdot 10^5 \cdot 2820}}} \approx 55;$$

здесь

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{Ql}{EF}$$

$$\text{и } F = \frac{3,14}{4} 100^2 (1 - 0,8^2) = 2820 \text{ мм}^2;$$

$$\sigma_{\text{д}} = k_{\text{д}} \sigma_{\text{ст}} = 55 \cdot 3,46 = 185 \text{ н/мм}^2;$$

$$\text{г) } \Delta_{\text{ст}} = Q \left(\frac{8D^3 i}{Gd^4} + \frac{l}{EF} \right) =$$

$$= 1000 \cdot 9,81 \left(\frac{8 \cdot 80^3 \cdot 10}{8 \cdot 10^4 \cdot 16^4} + \frac{2000}{2 \cdot 10^5 \cdot 2820} \right) = 76,5 \text{ мм};$$

$$k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 50}{76,5}} = 2,52;$$

$$\sigma_{\text{д}} = 2,52 \cdot 3,46 = 8,7 \text{ н/мм}^2.$$

Как и следовало ожидать, наиболее неблагоприятным оказался третий случай нагружения.

263. Брус, статически сжатый силой Q, укорачивается па 3 *мм*. Определить укорочение бруса, если тот же груз сожмет его, падая с высоты 3 *мм*.

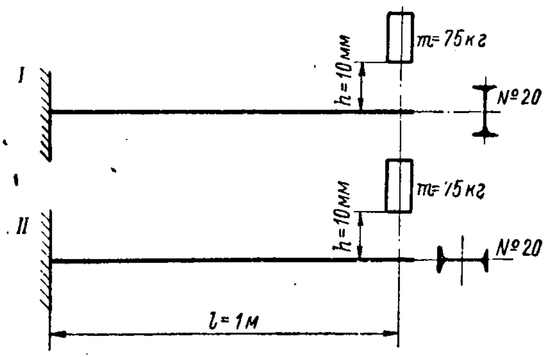
Ответ. 8,2 *мм*.

264. Определить из условия прочности стального бруса ($F = 4$ *см*^{2}; $l = 4$ *м*), испытывающего растягивающий удар, допускаемую высоту h падения груза массой $m = 4000$ *кг*. Принять $[\sigma] = 160$ *н/мм*^{2}. Динамический коэффициент определить по приближенной формуле

$$k_{\text{д}} = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}}.$$

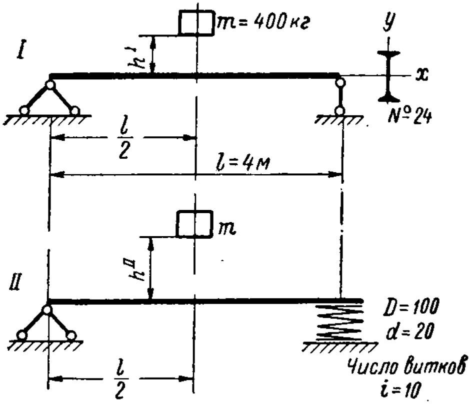
Ответ. $h \approx 2,6$ *мм*.

265. Сравнить наибольшие статические и динамические напряжения в поперечных сечениях балок и прогибы под грузом.



К задаче 265

Ответ. $\sigma^{\mathrm{I}}_{\text{ст}} = 4{,}06$ *н/мм*²; $f^{\mathrm{I}}_{\text{ст}} = 6{,}76 \cdot 10^{-2}$ *мм*; $\sigma^{\mathrm{I}}_{\text{д}} = 74$ *н/мм*²; $f^{\mathrm{I}}_{\text{д}} = 1{,}23$ *мм*; $\sigma^{\mathrm{II}}_{\text{ст}} = 32{,}8$ *н/мм*²; $f^{\mathrm{II}}_{\text{ст}} = 109 \cdot 10^{-2}$ *мм*; $\sigma^{\mathrm{II}}_{\text{д}} = 177$ *н/мм*²; $f^{\mathrm{II}}_{\text{д}} = 5{,}9$ *мм*.

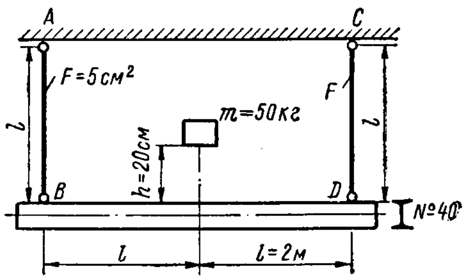


К задаче 266

266. Для стальных балок одинаковой длины и одинакового поперечного сечения определить из условия прочности допускаемую высоту падения груза, если $[\sigma] = 160$ *н/мм*².

Принять $k_{\text{д}} = \sqrt{\dfrac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}}$.

Ответ. $h^{\mathrm{I}} = 51$ *мм*; $h^{\mathrm{II}} = 475$ *мм*.



К задаче 267

267. Вычислить напряжения в поперечных сечениях стержней AB, CD и наибольшие нормальные напряжения в поперечном сечении балки $ГD$ при падении на нее груза (см. рисунок).

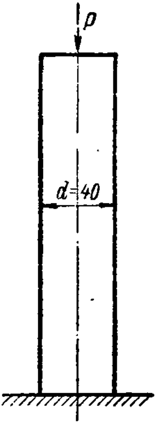
Задачу решить в двух вариантах: 1) при определении статического перемещения не учитывать изгиба балки BD, 2) при определении $\Delta_{\text{ст}}$

учесть изгиб балки. Принять $k_д = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{ст}}}$. Собственный вес балки не учитывать.

Ответ. 1) $\sigma_{AB} = \sigma_{CD} = 140$ *н/мм²*, $\sigma_{BD} = 148$ *н/мм²*; 2) $\sigma_{AB} = \sigma_{CD} = 66$ *н/мм²*, $\sigma_{BD} = 70$ *н/мм²*.

§ 35. Расчеты на прочность при переменных напряжениях

268*. Определить коэффициент запаса прочности стального стержня, если он нагружается силой P, изменяющейся от —150 *кн* (сжатие) до +150 *кн* (растяжение). Как изменится коэффициент запаса прочности, если сила P будет изменяться от 0 до +150 *кн*. При расчете принять $\sigma_т = 310$ *н/мм²*; $\sigma_{-1} = 200$ *н/мм²*; $\psi_\sigma = 0{,}14$; $(K_\sigma)_D = 1{,}5$.



К задаче 268

Решение. Вычислим минимальное и максимальное напряжения цикла:

$$\sigma_{min} = -\frac{150 \cdot 10^3}{\frac{3{,}14 \cdot 40^2}{4}} = -119 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_{max} = \frac{150 \cdot 10^3}{\frac{3{,}14 \cdot 40^2}{4}} = 119 \text{ н/мм}^2.$$

Напряжения изменяются по симметричному циклу. Для определения коэффициента запаса прочности используем формулу

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D\sigma_a + \psi_\sigma\sigma_m},$$

где

$$\sigma_a = \sigma_{max} = |\sigma_{min}| = 119 \text{ н/мм}^2, \quad \sigma_m = 0.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$n_\sigma = \frac{200}{1{,}5 \cdot 119} = 1{,}12.$$

Вычислим коэффициент запаса по отношению к пределу текучести

$$n_{т\sigma} = \frac{\sigma_т}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{310}{119} = 2{,}6.$$

В данном случае возможность разрушения стержня от усталости значительно больше, чем возможность возникновения в нем пластических деформаций.

Вычислим коэффициент запаса прочности при втором варианте нагружения стержня.

$$\sigma_{min} = 0; \quad \sigma_{max} = 119 \text{ н/мм}^2.$$

Напряжения изменяются по отнулевому (пульсирующему) циклу.

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2} = \frac{119}{2} = 59{,}5 \ н/мм^2;$$

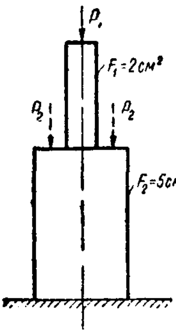
$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{200}{1{,}5 \cdot 59{,}5 + 0{,}14 \cdot 59{,}5} = 2{,}04.$$

Как и следовало ожидать, более опасным является первый вариант нагружения, т. е. симметричный цикл.

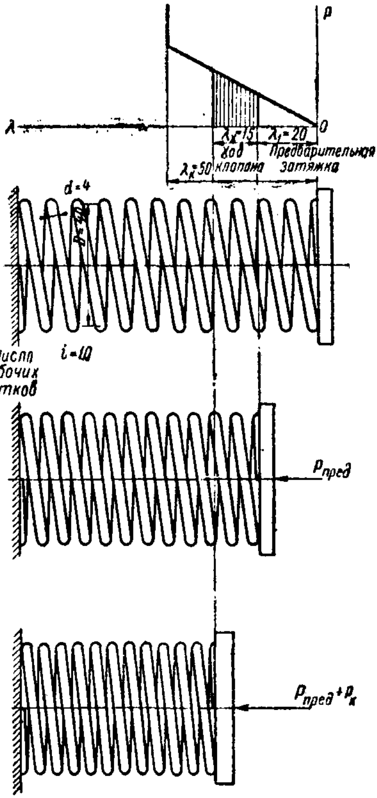
269. Стальной стержень диаметром 40 *мм* растягивается силой P, изменяющейся в пределах от нуля до P. Определить допускаемое значение силы P, если $[n] = 2$; $\sigma_{-1} = 230$ *н/мм*²; $(K_\sigma)_D = 1{,}5$.

Ответ. 177 *кн*.

270. Проверить прочность стойки, нагруженной постоянной силой $P_1 = 20$ *кн* и переменными силами P_2 ($P_{2min} = 5$ *кн*; $P_{2max} = 30$ *кн*). Принять $\sigma_1 = 200$ *н/мм*²; $[n] = 2$; $[K_\sigma]_D = 1{,}85$.



К задаче 270



К задаче 271

Указание. При средних напряжениях сжатия ($\sigma_m < 0$) принять $\psi_\sigma = 0$.

Ответ. $n = 1{,}83$.

271*. Определить коэффициент запаса прочности клапанной пружины, изготовленной из хромоникелевой стали ($\tau_т = 420$ *н/мм*²; $\tau_{-1} = 240$ *н/мм*²). Характеристика и размеры пружины приведены на рисунке.

Р е ш е н и е. Наибольшее напряжение в поперечном сечении витка определяем по формуле

$$\tau = k\frac{8PD}{\pi d^3}.$$

Осадку пружины находим по формуле

$$\lambda = \frac{8PD^3 i}{Gd^4}.$$

Из формул для τ и λ получаем

$$\tau = k\frac{Gd}{\pi D^2 i}\lambda,$$

где

$$k = \frac{\frac{D}{d} + 0{,}25}{\frac{D}{d} - 1} = \frac{10 + 0{,}25}{10 - 1} = 1{,}14.$$

Вычислим минимальные (клапан закрыт $\lambda_{min} = \lambda_1$) и максимальные напряжения в пружине (клапан открыт $\lambda_{max} = \lambda_1 + \lambda_x$):

$$\tau_{min} = \frac{k}{\pi}\cdot\frac{Gd}{D^2 i}\lambda_1 = \frac{1{,}14\cdot 8\cdot 10^4\cdot 4}{3{,}14\cdot 40^2\cdot 10}\cdot 20 = 146\ н/мм^2;$$

$$\tau_{max} = \frac{1{,}14\cdot 8\cdot 10^4\cdot 4}{3{,}14\cdot 40^2\cdot 10}\cdot 35 = 254\ н/мм^2.$$

Тогда

$$\tau_m = \frac{254 + 146}{2} = 200\ н/мм^2;$$

$$\tau_a = \frac{254 - 146}{2} = 54\ н/мм^2.$$

Коэффициент запаса прочности $n_\tau = \dfrac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D\tau_a + \psi_\tau\tau_m}$. При $(K_\tau)_D = 1$, подставив числовые значения, получим

$$n_\tau = \frac{200}{1\cdot 54 + 0{,}07\cdot 200} = 3{,}53.$$

Коэффициент запаса по отношению к пределу текучести

$$n_{\tau т} = \frac{\tau_т}{\tau_{max}} = \frac{420}{254} = 1{,}65.$$

272. По данным предыдущей задачи вычислить коэффициент запаса прочности пружины, если $\lambda_{min} = 0$; $\lambda_{max} = 35$ *мм*.

Ответ. 1,76.

273. Вычислить коэффициент запаса прочности вала $d = 50$ *мм*, который скручивается моментом m, изменяющимся от —2,5 *кн·м* до

$+2{,}5$ *кн·м*. Вал изготовлен из легированной стали ($\tau_1 = 400$ *н/мм²*). Принять $(K_\tau)_D = 2{,}5$.

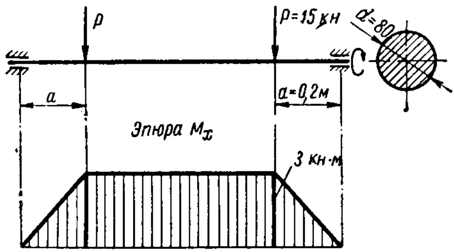
Ответ. 1,58.

274. По данным предыдущей задачи вычислить коэффициент запаса прочности вала, если момент m изменяется от 0 до 2,5 *кн·м*.

Ответ. 3,05.

275*. Проверить прочность вращающейся оси (см. рисунок) из стали Ст.4, если $\sigma_т = 260$ *н/мм²*; $\sigma_{-1} = 210$ *н/мм²*; $[n] = 3{,}0$; $(K_\sigma)_D = 2{,}2$.

Решение. При работе оси нормальные напряжения, возникающие в ее поперечных сечениях, изменяются по симметричному циклу.



К задаче 275

Вычислим номинальное значение максимального нормального напряжения.

$$\sigma_{max} = |\sigma_{min}| = \frac{\max M_x}{0{,}1 d^3} = \frac{3\cdot 10^6}{0{,}1\cdot 80^3} = 58{,}6 \text{ н/мм}^2.$$

Коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_{max}} = \frac{210}{2{,}2\cdot 58{,}6} = 1{,}62.$$

Прочность недостаточна: n намного меньше $[n]$.

276*. Вал цилиндрической зубчатой передачи получает от электродвигателя мощность $N = 29{,}4$ *квт* при частоте вращения $n = 800$ *об/мин*. Определить коэффициент запаса прочности для сечения вала под серединой шестерни. Материал вала — сталь 45 ($\sigma_т = 370$ *н/мм²*; $\sigma_{-1} = 240$ *н/мм²*; $\tau_т = 190$ *н/мм²*; $\tau_{-1} = 140$ *н/мм²*); принять $(K_\sigma)_D = (K_\tau)_D = 2{,}0$. При расчете принять, что нормальные напряжения изгиба изменяются по симметричному циклу, а касательные напряжения кручения — по отнулевому (пульсирующему). Размеры вала приведены на рис. *а*.

Решение. Расчетная схема вала показана на рис. *б*. Вычислим скручивающий момент, приложенный к валу,

$$m = \frac{N}{\omega} = \frac{29{,}4\cdot 10^3}{83{,}6} = 352 \text{ н·м},$$

где $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}14\cdot 800}{30} = 83{,}6$ *рад/сек*.

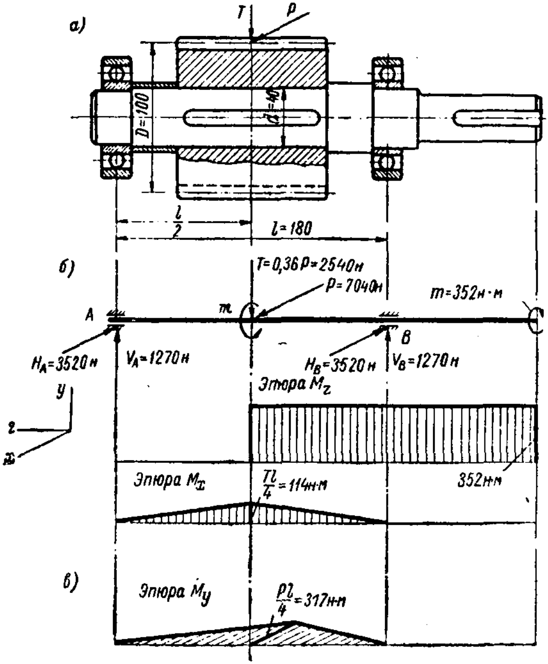
Усилия, возникающие в зацеплении,

$$P = \frac{2m}{D} = \frac{2 \cdot 352}{0,1} = 7040 \text{ н};$$

$$T = 0,36P = 0,36 \cdot 7040 = 2540 \text{ н}.$$

Эпюры M_z, M_x, M_y приведены на рис. *в*. Результирующий изгибающий момент в сечении под серединой шестерни

$$M_и = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{114^2 + 317^2} = 336 \text{ н} \cdot \text{м}.$$



К задаче 276

Номинальное значение максимального напряжения изгиба

$$\sigma_{max} = \frac{M_и}{W_x} = \frac{336 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 40^3} = 52,5 \text{ н/мм}^2.$$

Номинальное значение максимального касательного напряжения от кручения

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{352 \cdot 10^2}{0,2 \cdot 40^3} = 27,5 \text{ н/мм}^2.$$

Коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_{\max}} = \frac{240}{2 \cdot 52,5} = 2,28.$$

Коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям при отнулевом цикле

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{27,5}{2} = 13,8 \ \text{н/мм}^2;$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{140}{2 \cdot 13,8 + 0,07 \cdot 13,8} = 4,9.$$

Общий коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{2,28 \cdot 4,9}{\sqrt{2,28^2 + 4,9^2}} = 2,07.$$

277. В опасном сечении вала $d = 60$ *мм* возникают изгибающий момент $M_и = 400$ *н·м* и крутящий момент $M_z = 600$ *н·м*. Определить коэффициент запаса прочности, если нормальные напряжения от изгиба и касательные напряжения от кручения изменяются по симметричному циклу; $\sigma_{-1} = 280$ *н/мм*^{2}; $\tau_{-1} = 150$ *н/мм*^{2}; $(K_\sigma)_D = (K_\tau)_D = 2,3$.
Ответ. 3,83.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ДЕТАЛИ МАШИН

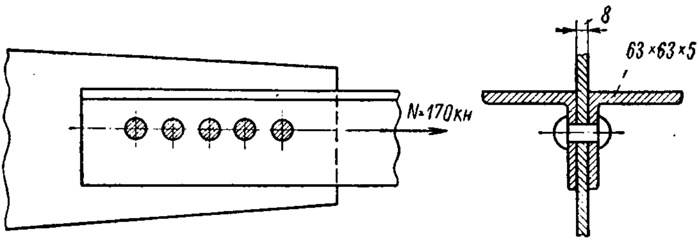
ГЛАВА 11

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Основные условные обозначения даны в гл. 5. Там же приведены примеры решения задач.

Стандартные диаметры заклепок и отверстий для них, а также допускаемые напряжения для заклепочных соединений представлены в табл. 5 приложения.

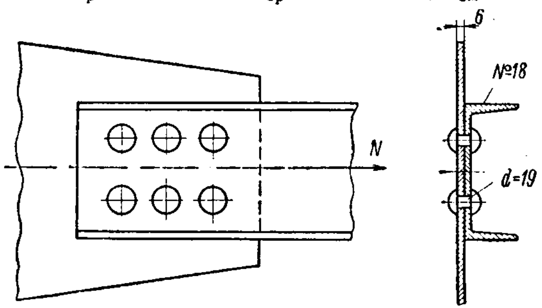
На чертежах указаны номинальные диаметры непоставленных заклепок; расчет на срез и смятие ведется по диаметру отверстия (см. табл. 5 приложения).



К задаче 1

1. В поперечных сечениях стержня фермы возникает растягивающее усилие $N = 170$ *кн*. Проверить прочность стержня и заклепочного соединения, если материал всех элементов конструкции — сталь Ст.3 ($[\sigma_р] = 160$ *н/мм*^{2}); отверстия для заклепок сверленые; точная сборка, диаметр заклепок $d = 13$ *мм*.

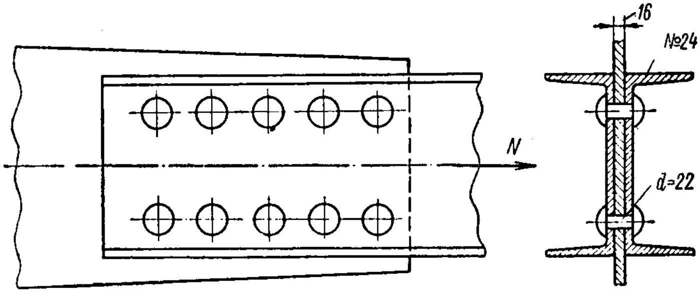
Ответ. $\sigma_р = 156$ *н/мм*^{2}, $\tau_{ср} = 119$ *н/мм*^{2}; $\sigma_{см} = 314$ *н/мм*^{2}.



К задаче 2

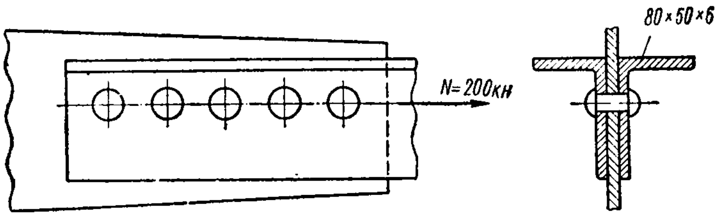
2. Определить допускаемую нагрузку заклепочного соединения. Материал всех элементов конструкции — сталь Ст.3; отверстия сверленые; грубая сборка. Принять $[\sigma_p] = 160$ *н/мм*².

Ответ. 205 *кн*.



К задаче 3

3. Проверить, является ли заданное заклепочное соединение равнопрочным прикрепляемым швеллерам. Материал — сталь Ст.3; отверстия сверленые; грубая сборка.



К задаче 4

4. Растянутый раскос фермы состоит из двух неравнобоких угольников. Выбрать диаметр заклепок, определить их число и дать чертеж узла со всеми необходимыми размерами. Материал — сталь Ст.3; отверстия сверленые; грубая сборка.

ГЛАВА 12

СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$[\sigma_p]$ — допускаемое напряжение на растяжение основного металла конструкции

$[\sigma_p]'$ — допускаемое напряжение для стыкового шва при растяжении

$[\sigma_c]'$ — то же при сжатии

$[\tau_{cp}]$ — допускаемое напряжение для валикового (углового) шва при срезе

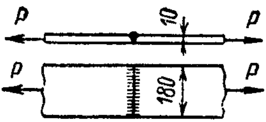
k — катет валикового (углового) шва

Допускаемые напряжения для сварных швов даны в табл. 7 приложения.

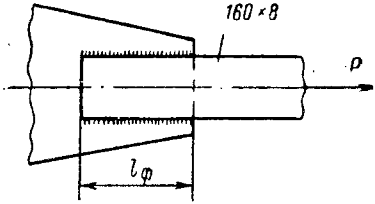
5. Две полосы из стали Ст.3 ($[\sigma_p] = 160$ *н/мм²*) сварены встык и нагружены растягивающими силами P.

Определить допускаемое значение силы P для следующих случаев: 1) сварки ручной электродами Э-34; 2) то же электродами Э-42; 3) сварки автоматической под слоем флюса. Для каждого из вариантов указать процент использования основного металла.

Ответ. 1) 172 *кн*; 60%; 2) 230 *кн*; 80%; 3) 259 *кн*; 90%.



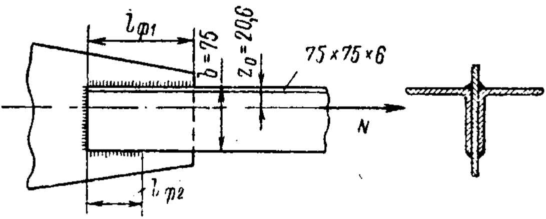
К задаче 5



К задаче 6

6. Определить требуемую длину ($l_ф$) фланговых швов катетом $k = 6$ *мм* для приварки полосы к фасонному листу (косынке). Материал полосы — сталь Ст.3; $[\sigma_p] = 160$ *н/мм²*. Сварка ручная электродами Э-42. Соединение должно быть равнопрочно привариваемой полосе.

Ответ. 254 *мм*.



К задаче 7

7*. Растянутый раскос фермы состоит из двух равнобоких угольников 75×75×6, приваренных к косынке лобовыми и фланговыми швами катетом $k = 5$ *мм*. Материал угольников — сталь Ст.3; $[\sigma_p] = 160$ *н/мм²*; сварка ручная электродами Э-42А.

Определить длины фланговых швов ($l_{ф1}$ и $l_{ф2}$) из условия равнопрочности раскоса и его соединения с косынкой.

Решение. Определяем допускаемую величину продольной силы из расчета раскоса на растяжение

$$[N] = [\sigma_p]\, F = 2F_{уг}\,[\sigma_p] = 2 \cdot 8{,}78 \cdot 10^2 \cdot 160 = 281 \cdot 10^3 \ н,$$

где $F_{уг} = 8{,}78$ *см²* — площадь сечения одного угольника по ГОСТ 8509—57.

Определяем допускаемое усилие для лобового шва, принимая $[\tau_{ср}]' = 0{,}65\,[\sigma_p] = 0{,}65 \cdot 160 = 104$ *н/мм²* (см. табл. 7 приложения),

$$[P_л] = 2 \cdot 0{,}7kb\ [\tau_{ср}]' = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 5 \cdot 75 \cdot 104 \approx 52 \cdot 10^3 \ н.$$

Определяем усилие, которое должно быть передано фланговыми швами:

$$P_ф = [N] - [P_л] = 281 \cdot 10^3 - 52 \cdot 10^3 = 229 \cdot 10^3 \ н.$$

Определяем суммарную длину фланговых швов

$$2l_ф = 2(l_{ф1} + l_{ф2}) = \frac{P_ф}{0{,}7k\ [\tau_{ср}]} =$$

$$= \frac{229 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 5 \cdot 104} = 630 \ мм.$$

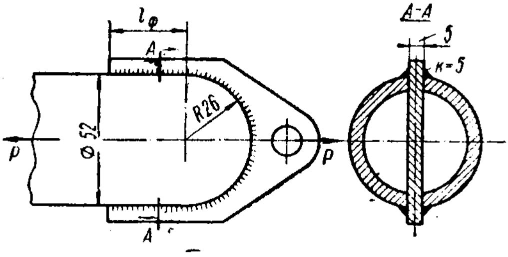
Для одного угольника

$$l_{ф1} + l_{ф2} = \frac{630}{2} = 315 \ мм.$$

Определяем размеры $l_{ф1}$ и $l_{ф2}$

$$l_{ф1} = \frac{b - z_0}{b}(l_{ф1} + l_{ф2}) = \frac{75 - 20{,}6}{75} 315 = 228 \ мм;$$

$$l_{ф2} = 315 - 228 = 87 \ мм.$$



К задаче 8

8. Решить задачу 7 в предположении, что раскос работает на сжатие; его свободная длина равна 2,1 *м*. Концы раскоса считать закрепленными шарнирно.

Указание. Учесть опасность продольного изгиба раскоса. Значение коэффициента φ продольного изгиба взять из таблицы, приведенной в гл. 9.

Ответ. $l_{ф1} = 139$ *мм*; $l_{ф2} = 52$ *мм*.

9. Определить длину ($l_ф$) фланговых швов для приварки уха подкоса из стали 30ХГС. Подкос нагружен силой $P = 180$ *кн*. Принять $[\tau_{ср}]' = 165$ *н/мм*^{2}.

Ответ. ~ 38 *мм*.

ГЛАВА 13

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

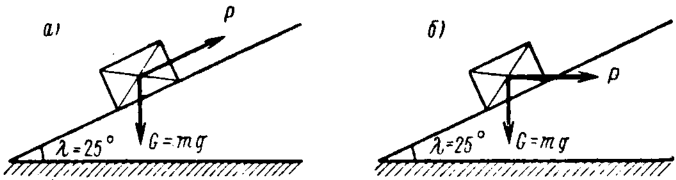
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

d — номинальный (наружный) диаметр резьбы
d_2 — средний диаметр резьбы
d_1 — внутренний диаметр резьбы
λ — угол подъема резьбы
S — шаг резьбы
z — число заходов резьбы
f — коэффициент трения
f' — приведенный коэффициент трения
ρ — угол трения
ρ' — приведенный угол трения
η — коэффициент полезного действия

Размеры метрической и трапецеидальной резьб приведены в табл. 8, 9 приложения. Допускаемые напряжения для затянутых болтов при контролируемой затяжке $[\sigma_р] = \frac{\sigma_т}{[n_т]}$, где $[n_т] = 1{,}8 \div 2{,}5$. При неконтролируемой затяжке допускаемые усилия затяжки принимать по табл. 10 приложения.

Трение на наклонной плоскости. Трение клинчатого ползуна. Силовые соотношения и трение в винтовой паре.

10. Определить величину движущей силы P, необходимой для равномерного движения вверх по наклонной плоскости тела массой $m = 600$ *кг*, если коэффициент трения между телом и плоскостью $f = 0{,}18$. Рассмотреть два случая: сила параллельна наклонной плоскости (рис. *а*);



К задаче 10

сила направлена горизонтально (рис. *б*). Для каждого из указанных случаев определить относительный выигрыш в силе $\left(\xi = \frac{G-P}{G}\right)$ и к. п. д.

Ответ. *а*) $P = 3{,}44$ *кн*; $\xi = 0{,}416$; $\eta = 0{,}722$; *б*) $P = 4{,}15$ *кн*; $\xi = 0{,}295$; $\eta = 0{,}660$.

11. По данным предыдущей задачи определить величину горизонтально направленной силы P, при которой тело будет равномерно скользить вниз по плоскости. Определить для этого случая величину к. п. д.

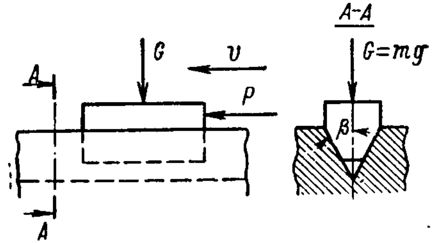
Ответ. $P = 1580$ *н*; $\eta = 0{,}565$.

12. Тело массой m равномерно поднимается по наклонной плоскости под действием горизонтально направленной силы P (см. рис. б к задаче 10). Построить графики зависимости относительного выигрыша в силе ξ (см. задачу 10) и к. п. д. η от угла подъема λ при $f = 0{,}15$. Указать, при каком значении $\lambda = \lambda_1$ выигрыш в силе $\xi = 0$, а также, при

каком значении $\lambda = \lambda_{max}$ подъем тела становится невозможным вне зависимости от величины силы P.

Ответ. $\lambda_1 = 36^\circ 28'$; $\lambda_{max} = 81^\circ 28'$; $\eta_{max} = 0{,}738$.

13. Определить величину силы P, необходимой для обеспечения равномерного движения клинчатого ползуна со скоростью $v = 0{,}6$ *м/сек*. Масса ползуна $m = 70$ *кг*; коэффициент трения ползуна о направляющие

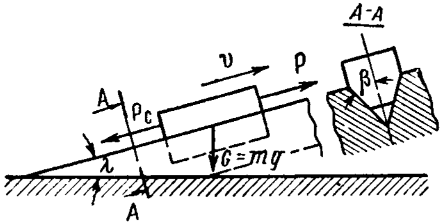


К задаче 13

$f = 0{,}12$; половина угла заострения клина $\beta = 25^\circ$. Определить величину мощности $N_{тр}$, теряемой на трение ползуна, при его равномерном движении.

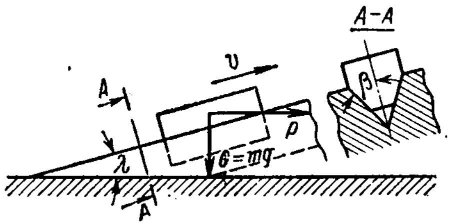
Ответ. $P = 198$ *н*; $N_{тр} = 118{,}5$ *вт*.

14. Клинчатый ползун массой $m = 60$ *кг* движется вверх по наклонной плоскости с постоянной скоростью под действием силы P, параллельной этой плоскости. К ползуну приложена сила полезного сопротивления $P_c = 1500$ *н*. Определить величину силы P, а также к. п. д. η, если коэффициент трения ползуна о направляющие $f = 0{,}10$; $\lambda = 20^\circ$; $\beta = 30^\circ$.



К задаче 14

Ответ. $P = 1780$ *н*; $\eta = 0{,}942$.



К задаче 15

15. Клинчатый ползун массой $m = 120$ *кг* движется вверх по наклонным направляющим с постоянной скоростью $v = 0{,}15$ *м/сек* под действием горизонтально направленной силы P. Коэффициент трения ползуна о направляющие $f = 0{,}12$; угол подъема направляющих $\lambda = 20°$; половина угла заострения клина $\beta = 30°$.

Определить величину силы P; потери мощности на трение $N_{тр}$ и к. п. д. η.

Ответ. $P = 780$ *н*; $N_{тр} \approx 92$ *вт*; $\eta = 0{,}551$.

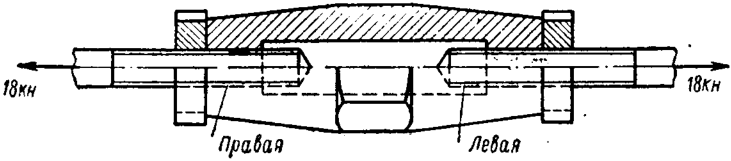
16. Определить расчетный угол подъема двухзаходной стандартной трапецеидальной резьбы наружным диаметром $d = 80$ *мм* и шагом $S = 16$ *мм*. Является ли эта резьба самотормозящей, если $f = 0{,}15$?

Ответ. 8° 03′.

17. Какое из условий следующей задачи представляется сомнительным: «Определить работу, затраченную на подъем винтовым домкратом груза $G = 1200$ *кгс* на высоту 0,25 *м*; коэффициент полезного действия домкрата $\eta = 0{,}55$». Ответ обосновать.

18. Для винтовой пары с однозаходной трапецеидальной резьбой ($d = 60$ *мм*; $S = 8$ *мм*) экспериментально определили, что к. п. д. $\eta = 0{,}284$. Какова величина коэффициента трения между витками резьбы винта и гайки?

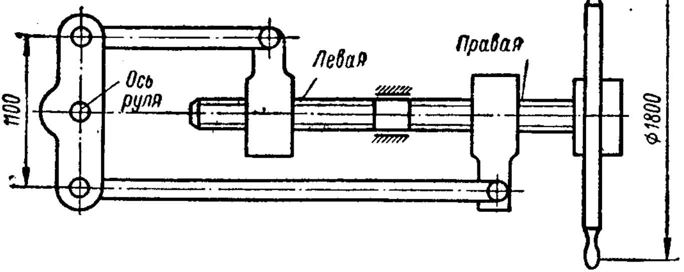
Ответ. $f \approx 0{,}11$.



К задаче 19

19. Натяжное устройство (талреп) для штурвальных тросов рулевого управления судна состоит из двух винтов, один из которых имеет правую, а другой — левую резьбу, и стяжной резьбовой муфты. Определить величину силы, которую надо приложить к рукоятке гаечного ключа на расстоянии $L = 600$ *мм* от оси винтов, чтобы натянуть тросы с усилием 18 *кн*. Резьба трапецеидальная ($d = 50$ *мм*; $S = 8$ *мм*) двухзаходная; $f = 0{,}15$.

Ответ. 373 *н*.



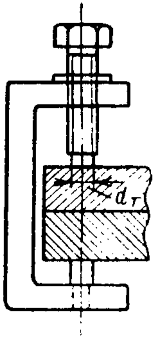
К задаче 20

20. На рисунке показана схема ручного рулевого привода судна. Определить величину момента, действующего на баллер (ось) руля, если к рукоятке штурвала приложена сила 400 *н*. Винт имеет двухзаходную трапецеидальную резьбу с шагом $S = 20$ *мм*, углом профиля $\alpha = 30°$ и средним диаметром $d_2 = 120$ *мм*. Коэффициент трения $f = 0{,}14$.

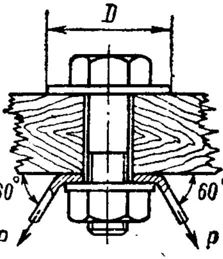
Ответ. 129 *н·м*.

21. Определить силу сжатия деталей в струбцине, если винт имеет трапецеидальную резьбу диаметром $d = 30$ *мм* и шагом $S = 3$ *мм*; усилие рабочего, затягивающего винт, равно 300 *н* и приложено к рукоятке гаечного ключа, имеющей расчетную длину $L = 450$ *мм*. Коэффициент трения в резьбе и на торце винта $f = 0{,}15$; диаметр торца $d_т = 22$ *мм*.

Ответ. 34 *кн*.



К задаче 21

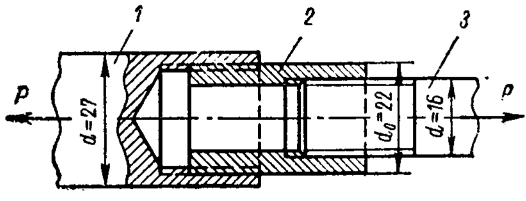


К задаче 22

Расчет на прочность

22. Скоба для крепления расчалок соединена с деревянной балкой при помощи болта. Определить требуемый диаметр болта, если $P = 16$ *кн*; $[\sigma_р] = 85$ *н/мм*^{2} (болт рассматривать как незатянутый). Определить нужный диаметр D шайбы, если для дерева $[\sigma_{см}] = 5{,}0$ *н/мм*^{2} и внутренний диаметр шайбы на 1 *мм* больше диаметра болта.

Ответ. Болт с резьбой М24; $D = 81$ *мм*.



К задаче 23

23. Стержни *1* и *3* соединены между собой резьбовой муфтой *2*. Соединение нагружено осевыми силами P. Определить, какая из деталей соединения является наиболее напряженной и где ее опасное сечение. Найти величину допускаемой нагрузки, если метрическая резьба всех деталей соединения имеет шаг $S = 1{,}5$ *мм* и $[\sigma_р] = 80$ *н/мм*^{2}.

Ответ. Сечения муфты там, где она имеет наружную резьбу, и сечения стержня *3* в нарезанной части примерно равноопасны; $[P] \approx 13$ *кн*.

24. Как изменится величина допускаемой осевой нагрузки для незатянутого болта диаметром $d = 20$ *мм*, определенной из условия прочности его стержня, если вместо метрической резьбы с крупным шагом на нем будет нарезана резьба с шагом $S = 1,5$ *мм*? То же в случае, если резьба будет иметь шаг $S = 0,75$ *мм*.

Ответ. Увеличится при $S = 1,5$ *мм* в 1,13 раза и при $S = 0,75$ *мм* в 1,23 раза.

25. При затяжке болта с резьбой М30 в его поперечном сечении возникла продольная сила $N = 32$ *кн*. В результате неточности изготовления центр тяжести опорной поверхности головки болта смещен от оси стержня на 1 *мм*. Насколько (в процентах) наибольшие нормальные напряжения в поперечном сечении такого болта больше напряжений в сечении болта, изготовленного точно?

Указание. Принять, что равнодействующая сил взаимодействия между опорной поверхностью головки и деталью, с которой она соприкасается, приложена в центре тяжести указанной поверхности.

Ответ. На 30,7%.

26. Определить погрешность (в процентах) от пренебрежения влиянием кручения при расчете болта по данным предыдущей задачи (в случаях центрального и внецентренного растяжения). Принять $f = 0,18$. Расчет выполнить по гипотезе наибольших касательных напряжений.

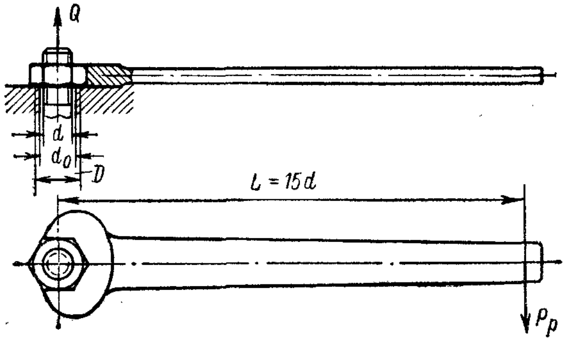
Указание. Величину погрешности определить из выражения

$$\frac{\sigma_э - \sigma}{\sigma_э} \cdot 100\%,$$

где $\sigma_э$ — эквивалентное напряжение для опасной точки болта, вычисляемое по заданной гипотезе прочности;

σ — наибольшее нормальное напряжение в поперечном сечении болта.

Ответ. При центральном нагружении 31,7%; при внецентренном —22,2%.



К задаче 27

27*. Болт с резьбой М24 затягивают нормальным ($L = 15d$) гаечным ключом, к рукоятке которого приложено усилие $P_р = 200$ *н*. Проверить прочность болта, изготовленного из стали Ст.3. Коэффициент трения в резьбе и на опорной поверхности гайки $f = 0,15$.

Решение. Момент, создаваемый усилием рабочего,

$$M_{кл} = P_р L = 200 \cdot 15 \cdot 24 = 720 \cdot 10^2 \ н \cdot мм.$$

Сила Q затяжки болта определяется из соотношения

$$M_{\text{кл}} = M_{\text{р}} + M_{\text{тр}},$$

где $M_{\text{р}} = Q \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\lambda + \rho')$ — момент, вызывающий деформацию кручения болта;

$M_{\text{тр}} = \frac{fQ(D^3 - d_0^3)}{3(D^2 - d_0^2)}$ — момент сил трения на опорном торце гайки;

$$M_{\text{кл}} = Q \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\lambda + \rho') + \frac{fQ(D^3 - d_0^3)}{3(D^2 - d_0^2)}.$$

По ГОСТ 9150—59 (см. табл. 8 приложения) $d_2 = 22{,}051$ *мм*; шаг резьбы $S = 2{,}5$ *мм*, тогда тангенс угла подъема резьбы

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{S}{\pi d_2} = \frac{2{,}5}{3{,}14 \cdot 22{,}051} = 0{,}0361$$

и

$$\lambda = 2^\circ\, 04'.$$

Приведенный угол трения

$$\rho' = \operatorname{arctg} f',$$

где

$$f' = \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{0{,}15}{\cos 30^\circ} = 0{,}173$$

($\alpha = 60^\circ$ — угол профиля резьбы);

$$\rho' = \operatorname{arctg} 0{,}173 = 9^\circ\, 50'.$$

При определении момента $M_{\text{тр}}$ опорная поверхность гайки рассматривается как кольцо наружным диаметром $D = 36$ *мм* (размер под ключ) и внутренним $d_0 = 25$ *мм* ($d_0 = d + 1$ *мм* — диаметр отверстия под болт).

После подстановки числовых значений получаем

$$M_{\text{кл}} = 720 \cdot 10^2 = Q \frac{22{,}051}{2} \operatorname{tg}(2^\circ\, 04' + 9^\circ\, 50') + \frac{0{,}15Q\,(36^3 - 25^3)}{3\,(36^2 - 25^2)},$$

откуда $Q = 15{,}5 \cdot 10^3$ *н*.

В поперечном сечении болта возникают продольная сила $N = Q = 15{,}5 \cdot 10^3$ *н* и крутящий момент $M_{\text{к}} = M_{\text{р}} = Q \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\lambda + \rho') = 15{,}5 \cdot 10^3 \frac{22{,}051}{2} \operatorname{tg} 11^\circ\, 54' = 36{,}0 \cdot 10^3$ *н·мм*.

Определяем соответствующие напряжения

$$\sigma_р = \frac{N}{\frac{\pi}{4} d_1^2} = \frac{15{,}5 \cdot 10^3}{\frac{3{,}14}{4} 20{,}75^2} = 45{,}8 \ н/мм^2,$$

где $d_1 = 20{,}75$ *мм* — внутренний диаметр резьбы (см. табл. 8 приложения);

$$\tau_{max} = \frac{M_к}{W_p} = \frac{M_к}{\frac{\pi d_1^3}{16}} = \frac{36{,}0 \cdot 10^3}{\frac{3{,}14 \cdot 20{,}75^3}{16}} = 20{,}6 \ н/мм^2.$$

Эквивалентное напряжение по гипотезе наибольших касательных напряжений

$$\sigma_э = \sqrt{\sigma_р^2 + 4\tau_{max}^2} = \sqrt{45{,}8^2 + 4 \cdot 20{,}6^2} = 61{,}7 \ н/мм^2.$$

Для стали Ст.3 $\sigma_т = 240$ *н/мм²*, следовательно, коэффициент запаса

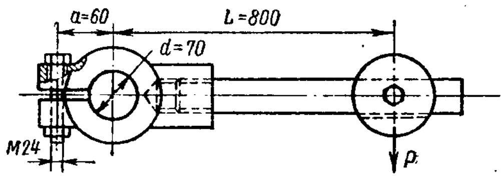
$$n_т = \frac{\sigma_т}{\sigma_э} = \frac{240}{61{,}7} = 3{,}9,$$

что значительно выше допускаемого даже при неконтролируемой затяжке, т. е. болт недогружен.

28. Рабочий при затяжке болта с резьбой М16 надел на рукоятку гаечного ключа отрезок трубы, увеличив таким образом расчетную длину ключа до 400 *мм*. Выяснить, не будет ли затяжка, производимая таким удлиненным ключом, опасна для прочности болта, если усилие рабочего на рукоятке $P_р = 25$ *кгс*; коэффициент трения в резьбе и на торце гайки $f = 0{,}2$. Материал болта — сталь Ст.4; $\sigma_т = 26$ *кгс/мм²*; $D = 27$ *мм*; $d_0 = 17$ *мм* (см. задачу 27).

Ответ. $\sigma_э = 24{,}2$ *кгс/мм²* (при расчете по гипотезе наибольших касательных напряжений), т. е. близко к пределу текучести, следовательно, такая затяжка недопустима.

29. Затянутые болты обычно рассчитывают на растяжение, увеличивая расчетную осевую силу в k раз для того, чтобы учесть влияние кручения. Для болтов (винтов, шпилек) с однозаходной метрической резьбой принимают $k = 1{,}3$. Увеличить или уменьшить следует коэффициент k, если резьба будет двухзаходной? Ответ обосновать.



К задаче 30

30. Определить допускаемое значение силы P, приложенной к рычагу, укрепленному на валу с помощью клеммового соединения. Материал болтов — сталь Ст.3; число болтов $z = 2$. Коэффициент трения между валом и ступицей рычага $f = 0{,}15$. Затяжка болтов неконтролируемая.

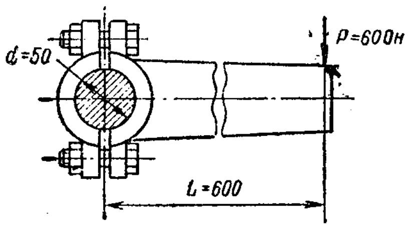
Указание. Момент сил трения, вызванных затяжкой болтов, принять на 20% больше момента, создаваемого силой P.

Ответ. $P = 1{,}36$ *кн.*

31 *. Определить требуемый диаметр болтов клеммового соединения. Болты из стали Ст.3; число болтов $z = 2$. Коэффициент трения между валом и ступицей рычага $f = 0{,}16$. Учесть указание к задаче 30.

Решение. Момент силы P относительно оси вала

$$M_p = PL = 600 \cdot 600 = 360 \cdot 10^3 \ н \cdot мм.$$



К задаче 31

Требуемый момент сил трения

$$M_{тр} = 1{,}2 M_p = 1{,}2 \cdot 360 \cdot 10^3 = 432 \cdot 10^3 \ н \cdot мм.$$

Требуемая сила трения

$$T = \frac{M_{тр}}{d} = \frac{432 \cdot 10^3}{50} = 8{,}46 \cdot 10^3 \ н.$$

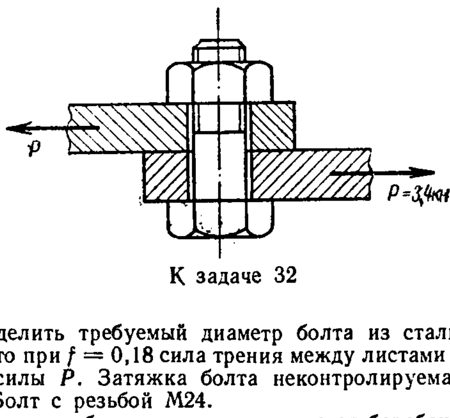
Требуемая сила нормального давления между ступицей и валом

$$N = \frac{T}{f} = \frac{8{,}46 \cdot 10^3}{0{,}16} = 54 \cdot 10^3 \ н;$$

соответствующая (требуемая) сила затяжки болта

$$Q = \frac{N}{z} = \frac{54 \cdot 10^3}{2} = 27 \cdot 10^3 \ н = 27 \ кн.$$

По табл. 10 приложения выбираем болт с резьбой М27, для которого $[Q] = 33{,}0$ *кн.*

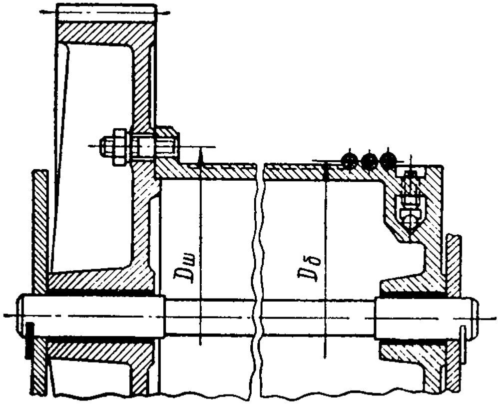


К задаче 32

32. Определить требуемый диаметр болта из стали Ст.3, исходя из условия, что при $f = 0{,}18$ сила трения между листами на 20% больше сдвигающей силы P. Затяжка болта неконтролируемая.

Ответ. Болт с резьбой М24.

33. Момент от зубчатого колеса передается барабану грузоподъемной машины за счет сил трения, обеспечиваемых затяжкой шести шпилек, центры которых находятся на окружности диаметром $D_ш = 510$ *мм*. Определить требуемый диаметр шпилек (резьба метрическая с крупным

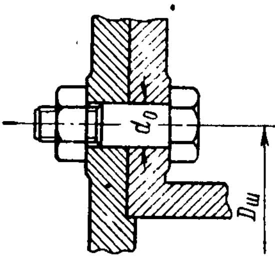


К задаче 33

шагом), если усилие в тросе, навиваемом на барабан, $Q_к = 15$ *кн*; диаметр барабана $D_б = 420$ *мм*; материал шпилек — сталь Ст.4, коэффициент трения между колесом и барабаном $f = 0{,}12$.

Указание. При расчете момент сил трения принять на 20% больше момента от усилия в тросе. Затяжка шпилек неконтролируемая.

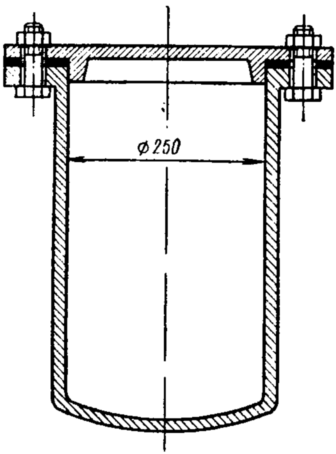
Ответ. Шпильки с резьбой М22.



К задаче 34

34. По данным предыдущей задачи подобрать взамен шпилек болты, устанавливаемые без зазора в отверстия из-под развертки (см. рисунок). Число болтов $z = 3$; $[\tau_{ср}] = 50$ *н/мм*^{2}.

Ответ. По расчету $d_0 = 9{,}18$ *мм*; принимаем болты с резьбой М10; $d_0 = 11$ *мм*.



К задаче 35

35. Крышка цилиндрического резервуара прикреплена к его фланцу 16 болтами из стали Ст.3. Определить требуемый диаметр болтов, если избыточное давление газа в резервуаре $p = 2{,}5 \cdot 10^6$ *н/м*^{2}. Между фланцем резервуара и крышкой имеется асбестовая прокладка.

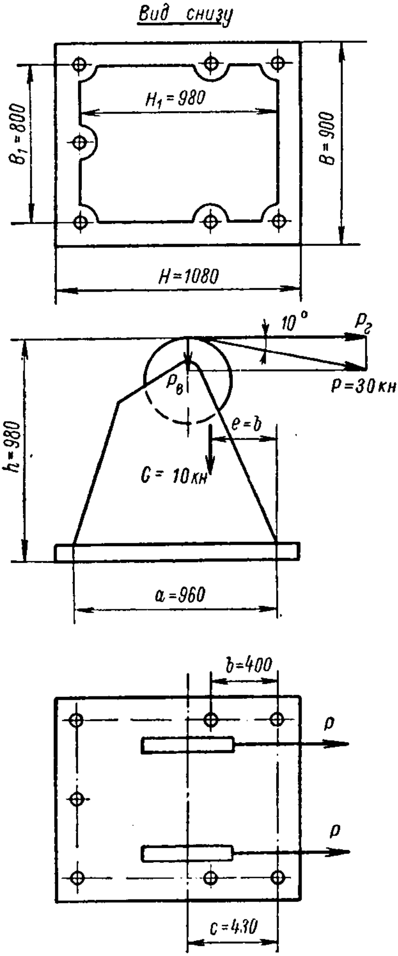
36. Определить требуемый диаметр болтов для крепления брашпиля (механизм для подъема якорей) к палубе. Расчет вести для случая одновременного подъема двух якорей. Натяжение каждой из якорных цепей $P = 30$ *кн*. Вес брашпиля $G = 10$ *кн*. Материал болтов — сталь Ст.4. Допускаемое напряжение смятия между палубой и основанием брашпиля $[\sigma_{см}]=50$ *кгс/см²*. Расположение болтов и их количество принять по рисунку.

Расчет резьбы

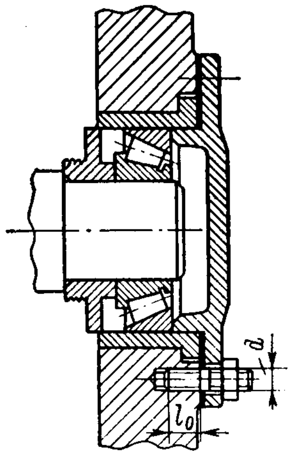
37. Гайка болта с резьбой M30 имеет высоту $H = 24$ *мм*. Во сколько раз можно уменьшить высоту гайки при той же прочности резьбы на срез, если болт будет иметь резьбу M30×1,5?

Ответ. ~1,08.

38. Винт с трапецеидальной резьбой диаметром 50 *мм* и шагом $S = 8$ *мм* несет осевую нагрузку $Q = 40$ *кн*.



К задаче 36



К задаче 39

Определить требуемую высоту H гайки из условного расчета резьбы на износ, если допускаемое давление $[p] = 8$ *н/мм²*.

Ответ. ~64 *мм*.

39. Крышка подшипникового узла крепится к алюминиевому корпусу механизма шпильками с резьбой M14. Исходя из условия равнопрочности стержня шпильки на растяжение и резьбы в корпусе на срез, определить отношение $l_0 : d$ — глубины завинчивания к диаметру шпильки, если отношение допускаемых напряжений $[\tau_{ср}] : [\sigma_р] = 0,12$.

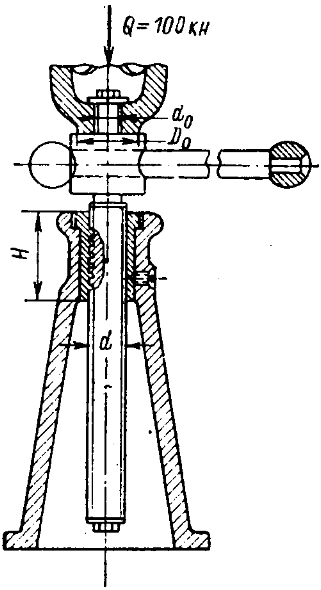
Ответ. 1,57 (при коэффициенте полноты среза резьбы в корпусе $\xi = 0,88$).

Передача винт—гайка

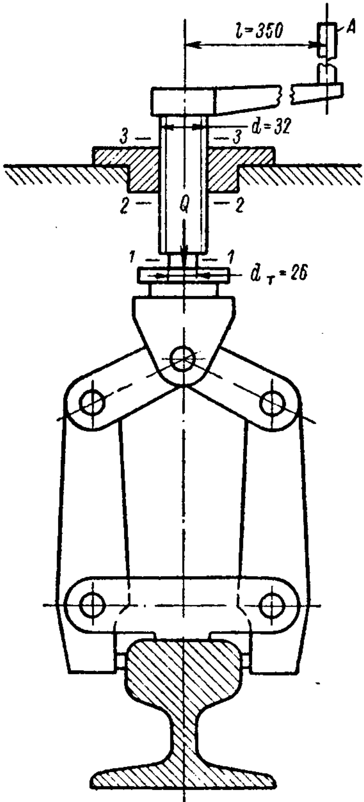
40. Винт домкрата грузоподъемностью $Q = 100$ *кн* имеет однозаходную квадратную резьбу ($d = 60$ *мм*; $S = 12$ *мм*). Определить величину момента $M_{рук}$, требуемого для подъема груза, если коэффициент трения в резьбе $f = 0{,}10$ и на опорной поверхности головки $f_т = 0{,}15$; $D_0 = 100$ *мм*; $d_0 = 45$ *мм*.

Определить коэффициент запаса $n_т$ (по отношению к пределу текучести) для нарезанной части винта, если материал винта — сталь Ст.4; $\sigma_т = 260$ *н/мм*^{2}. Коэффициент запаса определить по гипотезе наибольших касательных напряжений.

Ответ. $M_{рук} = 1040$ *н·м*; $n_т = 3{,}72$.



К задаче 40



К задаче 42

41. По данным предыдущей задачи определить из расчета винта на устойчивость максимально допускаемую высоту (h_{max}) подъема груза, если требуемый коэффициент запаса устойчивости $[n_y] = 4{,}0$.

Определить требуемую высоту H гайки, если допускаемое давление для резьбы $[p] = 10$ *н/мм*^{2}.

Указания.

1. При расчете на устойчивость рассматривать випт как стойку с нижним жестко защемленным и верхним свободным концами. Расчет вести по внутреннему диаметру винта.

2. Модуль продольной упругости $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ *н/мм²*.

Ответ. $[h_{max}] = 580$ *мм*; $H = 120$ *мм*.

42. Винт клещевого зажима противоугонного устройства * имеет двухзаходную трапецеидальную резьбу с шагом $S = 2$ *мм*. Суммарное усилие двух рабочих, приложенное к рукоятке A, равно 320 *н*. Определить осевое усилие Q, создаваемое винтом, если коэффициент трения в резьбе $f = 0{,}1$ и на торце $f_т = 0{,}18$. Проверить винт на прочность, если требуемый коэффициент запаса $[n_т] = 4{,}5$ (по отношению к пределу текучести $\sigma_т$) и для материала винта $\sigma_т = 280$ *н/мм²*.

Указание. Проверку прочности выполнить для сечений *1—1*, *2—2*, *3—3*, применив гипотезу удельной потенциальной энергии формоизменения.

Ответ. $Q = 27{,}3$ *кн*; $n_{т\,min} = 5{,}43$.

ГЛАВА 14

ШПОНОЧНЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Размеры шпонок:
- h — высота
- b — ширина
- l — длина
- d — диаметр вала

$\tau_{ср}$ и $[\tau_{ср}]$ — соответственно расчетное и допускаемое напряжения среза

$\sigma_{см}$ и $[\sigma_{см}]$ — соответственно расчетное и допускаемое напряжения смятия

D — наружный диаметр зубчатого (шлицевого) соединения

d — внутренний диаметр зубчатого соединения

z — число зубьев (шлицев)

43 *. Подобрать призматическую шпонку для соединения зубчатого колеса *1* с валом редуктора и проверить соединение на прочность (см. рисунок). Передаваемый момент $M = 1200$ *н·м* нагрузка со слабыми толчками. Материал вала и зубчатого колеса — сталь 45.

Решение.

1. Из табл. 11 приложения по $d = 70$ *мм* определяем размеры поперечного сечения призматической шпонки $b = 20$ *мм*; $h = 12$ *мм*. Длину шпонки принимаем на 10 *мм* меньше длины ступицы; $l = 90$ *мм*.

Условное обозначение призматической шпонки со скругленными торцами:

Шпонка 20×12×90, ГОСТ 8789—68.

2. Определяем усилие, действующее на шпонку:

$$P = \frac{2M}{d} = \frac{2 \cdot 1200 \cdot 10^3}{70} = 34{,}3 \cdot 10^3\ н.$$

---

* Противоугонные устройства служат для обеспечения неподвижности подъемного крана на подкрановом пути в нерабочем состоянии при действии на кран ветровой нагрузки.

3. Напряжение смятия

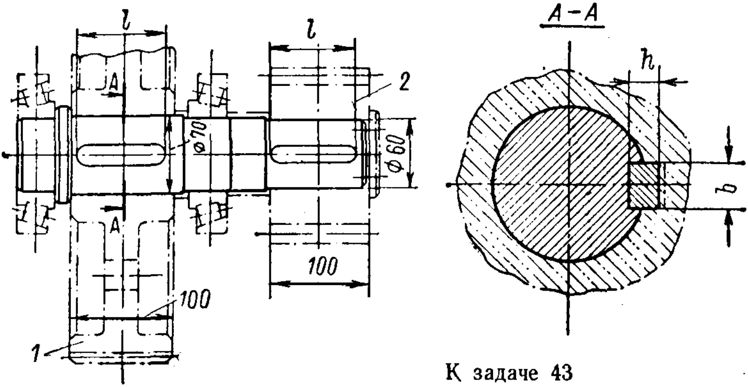
$$\sigma_{см} = \frac{P}{F} = \frac{34{,}3 \cdot 10^3}{378} = 88{,}4 \ н/мм^2;$$

$$F \approx 0{,}45 h l_р = 0{,}45 \cdot 12 \cdot 70 = 378 \ мм^2;$$

$$l_р = l - b = 90 - 20 = 70 \ мм;$$

$$\sigma_{см} < [\sigma_{см}] = 100 \ н/мм^2$$

(см. табл. 15 приложения).



К задаче 43

1 — зубчатое колесо; *2* — шестерня

4. Напряжения среза в продольном сечении шпонки

$$\tau_{ср} = \frac{P}{bl} = \frac{34{,}3 \cdot 10^3}{20 \cdot 90} = 19 \ н/мм^2;$$

$\tau_{ср} \leqslant [\tau_{ср}] = 60$ $н/мм^2$ (см. табл. 15 приложения).

Так как $\sigma_{см} \leqslant [\sigma_{см}]$ и $\tau_{ср} \leqslant [\tau_{ср}]$, то выбранные размеры шпонки принимаем к исполнению.

44. Выяснить, достаточна ли длина шпонки для соединения вала с шестерней *2* из стали 50 (см. рисунок к задаче 43) при передаче момента $M = 1200$ *н·м*. Длина шпонки $l_1 = 80$ *мм*. Размеры ее сечения принять по ГОСТ.

Ответ. $\sigma_{см} = 131$ $н/мм^2 > [\sigma_{см}] = 100$ $н/мм^2$.

45. Проверить соединение призматической шпонкой с плоскими торцами 16×10×63 (ГОСТ 8789—68) при передаче момента $M = 400$ *н·м*. Вал ($d = 50$ *мм*) стальной, ступица чугунная.

Нагрузка спокойная.

Ответ. $\sigma_{см} = 56{,}3$ $н/мм^2 \leqslant [\sigma_{см}]$.

46. Определить минимально допустимую длину обыкновенной призматической и направляющей призматической шпонок конической фрикционной муфты (см. рисунок). Материал полумуфт — чугун. Передаваемая мощность $N = 7{,}36$ *квт* при частоте вращения вала $n = 200$ *об/мин*. Нагрузка спокойная. Принять $[\sigma_{см}] = 40$ $н/мм^2$ для подвижного соединения; шпонки со скругленными торцами.

Ответ. $l_{\min} = 62$ *мм* (по ГОСТ 8789—68 $l = 63$ *мм*) для неподвижного соединения; $l = 125$ *мм* (ГОСТ 8789—68) для подвижного соединения.

47 *. Подобрать стандартные размеры клиновой врезной шпонки с головкой для соединения чугунного шкива со стальным валом (рис. *а*) $M = 400$ *н·м.*; нагрузка спокойная; $f = 0,15$.

Р е ш е н и е.

1. По табл. 12 приложения по $d = 50$ *мм* находим поперечное сечение клиновой шпонки: $b = 16$ *мм*; $h = 10$ *мм*. Длина шпонки

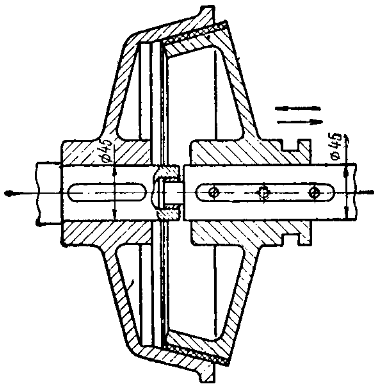
$$l = l_{\text{раб}} + h + b \text{ (рис. } б\text{)};$$

$$l_{\text{раб}} = l_{\text{ст}} - 10 = 70 - 10 = 60 \text{ мм};$$

$$l = 60 + 10 + 16 = 86 \text{ мм}.$$

Примем $l = 90$ *мм*.

Условное обозначение клиновой врезной шпонки с головкой



К задаче 46

Шпонка 16×10×90, ГОСТ 8793—68.

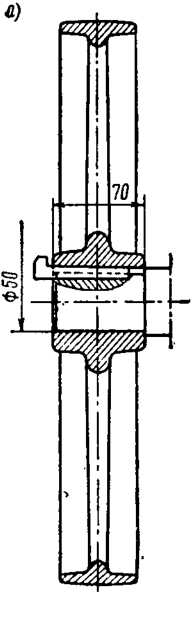
2. Определяем напряжения смятия

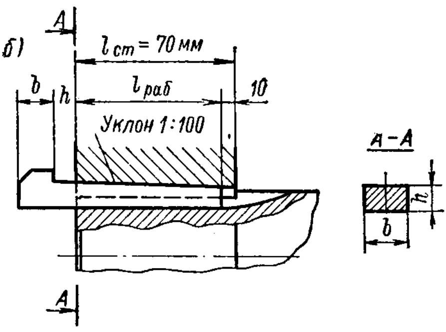
$$\sigma_{\text{см}} = \frac{12M}{bl_{\text{раб}}(b + 6fd)} =$$

$$= \frac{12 \cdot 400 \cdot 10^3}{16 \cdot 60\,(16 + 6 \cdot 0,15 \cdot 50)} = 82 \text{ н/мм}^2;$$

$\sigma_{\text{см}} > [\sigma_{\text{см}}] = 80$ *н/мм²*, на 2,5%, что допустимо.

а)





К задаче 47

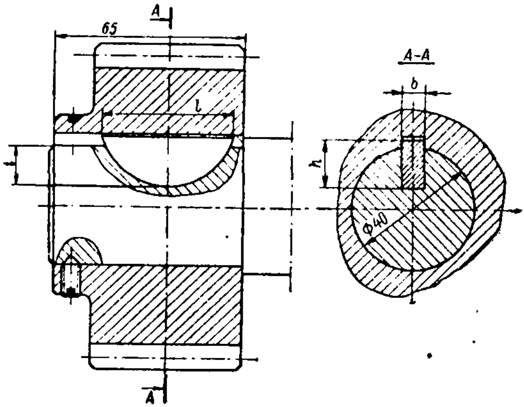
48. Определить, какую мощность передает соединение клиновой врезной шпонкой 12×8×70, если расчетное напряжение смятия $[\sigma_{см}] = 80$ *н/мм²*. Вал ($d = 40$ *мм*) имеет частоту вращения $n = 300$ *об/мин*. Принять $l_{раб} = 60$ *мм* и $f = 0{,}15$.

Ответ. $N = 7{,}2$ *квт*.

49 *. Подобрать сегментную шпонку и проверить прочность шпоночного соединения шестерни с валом. При частоте вращения $n = 200$ *об/мин* передаваемая валом мощность $N = 6{,}75$ *квт*. Нагрузка со слабыми толчками.

Решение.

1. По ГОСТ 8794—68 по $d = 40$ *мм* выбираем размеры шпонки: $b = 12$ *мм*; $h = 19$ *мм*; $l = 59{,}1$ *мм*; $t = 16$ *мм* (см. табл. 13 приложения).



К задаче 49

Условное обозначение сегментной шпонки:

Шпонка сегментная 12×19, ГОСТ 8795—68.

2. Момент, передаваемый шпонкой:

$$M = \frac{N}{\omega} = \frac{6{,}75 \cdot 10^3}{21} = 320 \text{ н}\cdot\text{м},$$

где

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 200}{30} = 21 \text{ рад/сек}.$$

3. Усилие, действующее на шпонку:

$$P = \frac{2M}{d} = \frac{2 \cdot 320 \cdot 10^3}{40} = 16 \cdot 10^3 \text{ н}.$$

4. Напряжение смятия

$$\sigma_{см} = \frac{P}{l\,(h - 0{,}7t)} = \frac{16 \cdot 10^3}{59{,}1\,(19 - 0{,}7 \cdot 16)} = 34{,}8 \text{ н/мм}^2;$$

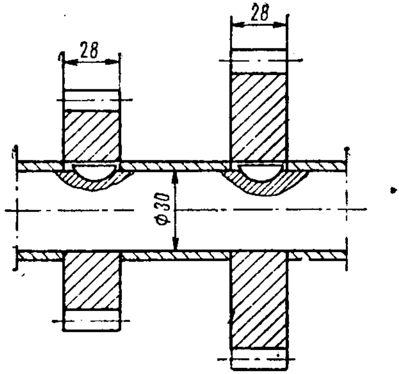
$$\sigma_{см} < [\sigma_{см}] = 100 \text{ н/мм}^2.$$

6. Напряжение среза

$$\tau_{cp} = \frac{P}{lb} = \frac{16 \cdot 10^3}{59{,}1 \cdot 12} = 22{,}7 \ н/мм^2.$$

50. Проверить прочность сегментных шпонок 8×11, ГОСТ 8795—68 соединения шестерен с валом коробки передач (см. рисунок). Все сопрягаемые детали выполнены из стали. Нагрузка спокойная; $M = 150 \ н \cdot м$.

Ответ. $\sigma_{см} = 67{,}5 \ н/мм^2$.



К задаче 50

51 *. Подобрать размеры прямобочных зубьев (шлицев) для вала конструкции, показанной на рисунке. Расчетный диаметр вала $d = 46 \ мм$; $M = 800 \ н \cdot м$. Нагрузка со слабыми толчками. Вал термически не обработан.

Решение.

1. По ГОСТ 1139—59 (см. табл. 14 приложения) выберем предварительно размеры зубчатого (шлицевого) соединения, приняв расчетный диаметр вала за внутренний диаметр зубьев: легкая серия $d = 46 \ мм$; $D = 50 \ мм$; $z = 8$.

2. Напряжение смятия

$$\sigma_{см} \approx \frac{2M \cdot 2}{d_{cp}(D-d) \cdot l 0{,}75 z} =$$

$$= \frac{2 \cdot 800 \cdot 10^3 \cdot 2}{48(50-46)\, 38 \cdot 0{,}75 \cdot 8} = 73 \ н/мм^2,$$

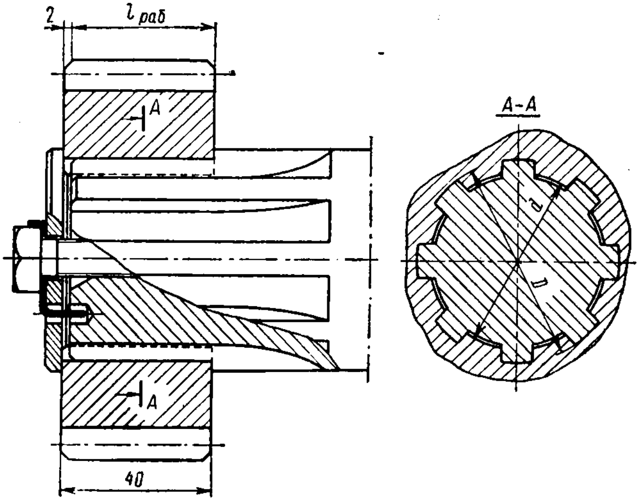
где

$$d_{cp} = \frac{d+D}{2} = \frac{46+50}{2} = 48 \ мм;$$

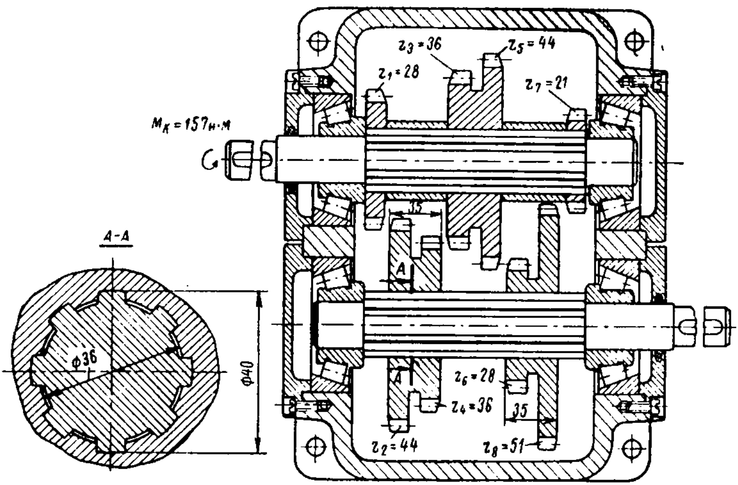
$\sigma_{см} < [\sigma_{см}] = 100 \ н/мм^2$ (см. табл. 16 приложения).

52. Определить величину максимального напряжения смятия, возникающего в шлицевом соединении одного из подвижных блоков шестерен коробки передач, показанной на рисунке.

Ответ. $\sigma_{см} \approx 48 \ н/мм^2$. Возникает в блоке $z_6 - z_8$.



К задаче 51



К задаче 52

ГЛАВА 15

ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, УКАЗАНИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Цилиндрические катки

A — межцентровое (межосевое) расстояние
D_1 и D_2 — диаметры ведущего и ведомого катков

$$D_1 = \frac{2A}{i+1}; \quad D_2 = D_1 (1 - \xi)\, i$$

ξ — коэффициент скольжения; $\xi = 0{,}005 \div 0{,}105$
M_1 и M_2 — вращающие моменты на ведущем и ведомом катках
f — коэффициент трения (см. табл. 17 приложения)
Q — усилие нажатия между катками
β — коэффициент запаса сцепления ($\beta = 1{,}25 \div 1{,}8$)
b — ширина катка

Передачи с катками из материалов, не подчиняющихся закону Гука, рассчитывают на ограничение нагрузки, приходящейся на единицу длины контактной линии:

$$q = \frac{Q}{b} \leqslant [q],$$

$[q]$ — допускаемая нагрузка на 1 *мм* ширины катка принимается по следующим данным, *н/мм*:

Для фибры по стали или чугуну	34—39
» кожи » » » »	15—25
» резины » » » »	10—30

При проектном расчете определяется межцентровое расстояние между катками

$$A = \sqrt{\frac{\beta M_1 (i+1)}{f \psi [q]}},$$

где $\psi = \frac{B}{A}$ — коэффициент ширины катков ($\psi = 0{,}2 \div 0{,}4$).

Передачи с металлическими и текстолитовыми катками рассчитывают на усталостную контактную прочность.

$\sigma_{\text{к}}$ — максимальное контактное напряжение на поверхности катков;

$[\sigma_{\text{к}}]$ — допускаемое контактное напряжение принимается по следующим данным:

Для закаленной стали по стали (в масле)	600—800 $н/мм^2$
» чугуна по чугуну	1,5 $\sigma_{\text{пчи}}$
» текстолита по чугуну или стали	100—120 $н/мм^2$

$\sigma_{\text{пчи}}$ — предел прочности чугуна при изгибе.

$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_3}$ — приведенный модуль упругости, где E_1 и E_2 — модули продольной упругости материалов.

Межосевое расстояние из условия контактной прочности определяется по формуле

$$A = 0{,}56\,(i+1)\sqrt[3]{\frac{\beta M_1 E_{\text{пр}}}{f\,[\sigma_{\text{к}}]^2 i \psi}}.$$

Конические катки

L и $L_{ср}$ — максимальное и среднее конусное расстояние в конической фрикционной передаче

$$L = L_{ср} + \frac{b}{2},$$

где b — ширина катка, измеренная вдоль образующей конуса.

Условие контактной прочности для конической фрикционной передачи

$$\sigma_к = 0{,}418\sqrt{\frac{E_{пр}\beta M_1\left(\sqrt{i^2+1}\right)^3}{fL_{ср}^2 bi}} \leqslant [\sigma_к].$$

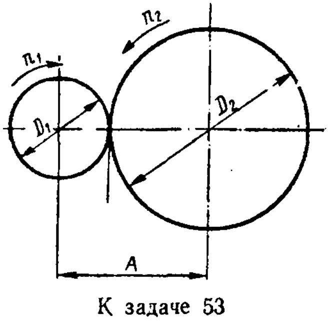
При проектном расчете $L_{ср}$ определяют по формуле

$$L_{ср} = 0{,}56\sqrt{i^2+1}\sqrt[3]{\frac{\beta M_1 E_{пр}}{f[\sigma_к]^2 i\psi_L}},$$

где $\psi_L = \frac{b}{L_{ср}}$; обычно принимают $\psi_L = 0{,}22 \div 0{,}29$.

Примечание. Во всех формулах для расчета на контактную прочность передаточное отношение $i \geqslant 1$.

53 *. Ведущий вал цилиндрической фрикционной передачи, схема которой изображена на рисунке, вращается с частотой вращения $n_1 = 1400$ *об/мин*, а ведомый с $n_2 = 400$ *об/мин*. Межосевое расстояние передачи $A = 450$ *мм*. Определить, пренебрегая скольжением, передаточное число, вычислить диаметры катков и их окружную скорость.



К задаче 53

Решение. Передаточное число передачи

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1400}{400} = 3{,}5.$$

Диаметры катков:
ведущего

$$D_1 = \frac{2A}{i+1} = \frac{2\cdot 450}{3{,}5+1} = 200 \text{ мм};$$

ведомого

$$D_2 = D_1 \cdot i = 200\cdot 3{,}5 = 700 \text{ мм};$$

окружная скорость

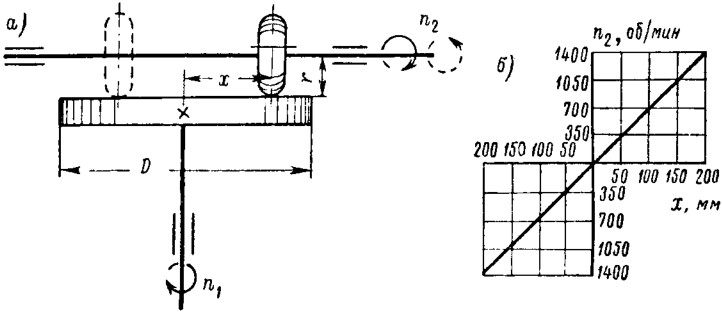
$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{60\cdot 1000} = \frac{3{,}14\cdot 200\cdot 1400}{60\cdot 1000} = 14{,}7 \text{ м/сек}.$$

54. Цилиндрическая фрикционная передача с передаточным числом 1,8 имеет ведущий каток диаметром 300 *мм*. Определить диаметр ведомого катка, межосевое расстояние и частоту вращения катков, если окружная скорость 3,14 *м/сек*. Скольжением пренебречь.

Ответ. $D_2 = 540$ *мм*; $A = 420$ *мм*; $n_1 = 200$ *об/мин*; $n_2 = 111$ *об/мин*.

55. Диаметр ведущего катка лобовой фрикционной передачи (вариатора) (см. рис. *а*) $D = 400$ *мм*; диаметр ведомого катка $d = 2r = 100$ *мм*. При каком положении $x = x_2$ ведомого катка его вал будет иметь частоту вращения $n_2 = 1050$ *об/мин*, если окружная скорость обода ведущего катка $v = 7{,}3$ *м/сек*? Построить зависимость частоты вращения n_2 ведомого катка от его положения x. Скольжением пренебречь.

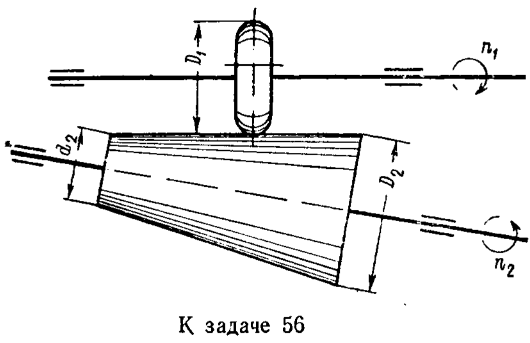
Ответ. $x_2 = 150$ *мм*; см. рис. *б*.



К задаче 55

56. Ведущий каток фрикционной передачи, показанной на рисунке, имеет диаметр $D_1 = 100$ *мм* и частоту вращения $n_1 = 240$ *об/мин*. Ведомый каток имеет форму усеченного конуса с диаметрами оснований $d_2 = 80$ *мм* и $D_2 = 160$ *мм*. Определить, пренебрегая скольжением, наибольшую и наименьшую частоту вращения ведомого катка. В каких пределах изменяется передаточное число передачи?

Ответ. $n_{2\,\max} = 300$ *об/мин*; $n_{2\,\min} = 150$ *об/мин*; $0{,}8 \leqslant i \leqslant 1{,}6$.

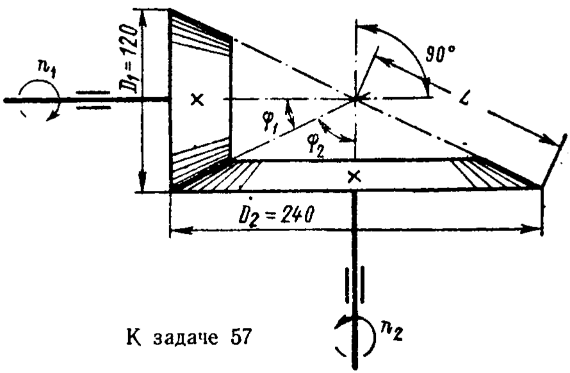


К задаче 56

57. Для конической фрикционной передачи, изображенной на рисунке, определить передаточное число, конусное расстояние, углы конусов и частоту вращения ведомого вала, если частота вращения ведущего вала $n_1 = 180$ *об/мин*. Скольжением пренебречь.

Ответ. $i = 2$; $L = 134$ *мм*; $\varphi_1 = 26°\,32'$; $\varphi_2 = 63°\,28'$; $n_2 = 90$ *об/мин*.

58. Определить необходимое усилие нажатия между цилиндрическими катками фрикционной передачи (см. рисунок), если мощность на ведущем валу $N_1 = 3{,}7$ *квт* при $n_1 = 720$ *об/мин*; $n_2 = 180$ *об/мин*;



К задаче 57

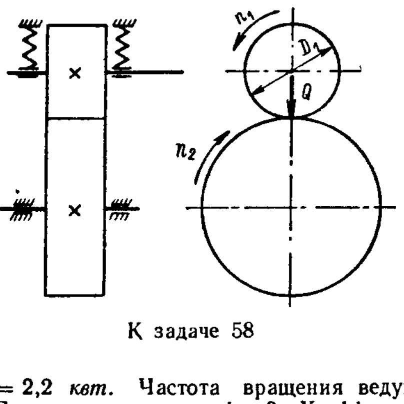
$D_1 = 150$ *мм*. Материал катков — закаленная сталь ($f = 0{,}15$ — работа без смазки). Принять коэффициент запаса сцепления $\beta = 1{,}5$.

Ответ. $Q = 6{,}55$ *кн*.

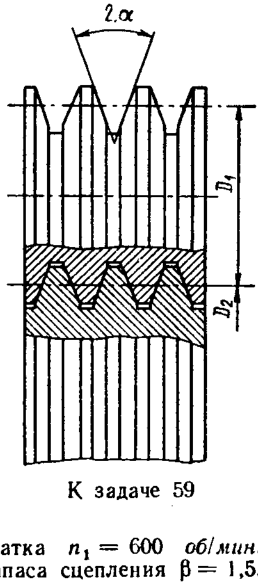
59. Какая сила давления необходима между катками фрикционной передачи (по данным предыдущей задачи), если цилиндрические катки сделать клинчатыми с углом наклона боковых поверхностей $\alpha = 20°$ (см. рисунок)?

Ответ. $Q = 2{,}24$ *кн*.

60 *. Рассчитать фрикционную передачу цилиндрическими катками (см. рисунок) для передачи мощности $N_1 =$



К задаче 58



К задаче 59

$= 2{,}2$ *квт*. Частота вращения ведущего катка $n_1 = 600$ *об/мин*. Передаточное число $i = 3$. Коэффициент запаса сцепления $\beta = 1{,}5$. Материал катков: обода ведущего — фибра, ведомого — чугун СЧ15-32.

Решение.

1. Вращающий момент на ведущем катке

$$M_1 = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{2,2 \cdot 10^3}{62,8} = 35 \ н \cdot м = 35 \cdot 10^3 \ н \cdot мм,$$

где

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 600}{30} = 62,8 \ рад/сек.$$

2. Требуемое межосевое расстояние определяем из условия износостойкости

$$A = \sqrt{\frac{\beta M_1 (i+1)}{f \psi [q]}}.$$

Примем $\psi = b/A = 0,3$; $f = 0,25$ (см. табл. 17 приложения) и $[q] = 35 \ н/мм$ (см. стр. 351).

$$A = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 35 \cdot 10^3 (3+1)}{0,25 \cdot 0,3 \cdot 35}} = 283 \ мм.$$

Примем $A = 280 \ мм$.

3. Диаметры катков

$$D_1 = \frac{2A}{i+1} = \frac{2 \cdot 280}{3+1} = 140 \ мм;$$

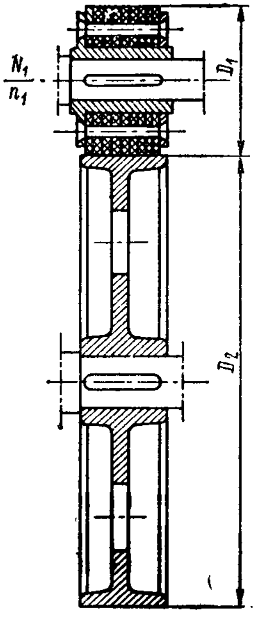
$D_2 = D_1 \cdot i = 140 \cdot 3 = 420 \ мм$ (без учета скольжения).

4. Ширина катка

$$b = \psi A = 0,3 \cdot 280 = 84 \ мм.$$

5. Окружное усилие

$$P = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 35 \cdot 10^3}{140} = 500 \ н.$$



К задаче 60

6. Требуемая сила давления между катками

$$Q = \frac{\beta P}{f} = \frac{1,5 \cdot 500}{0,25} = 3000 \ н.$$

7. Проверка удельной нагрузки

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{3000}{84} = 35,7 \ н/мм,$$

$q > [q]$ на 2%, что допустимо.

61 *. Рассчитать фрикционную передачу гладкими цилиндрическими катками, схема которой показана на рисунке. Мощность на ведущем катке $N_1 = 3,7 \ квт$; частота вращения $n_1 = 600 \ об/мин$. Передаточное число $i = 3$. Коэффициент запаса сцепления $\beta = 1{,}5$. Материал катков — чугун СЧ15-32.

Решение. Вращающий момент на ведущем катке

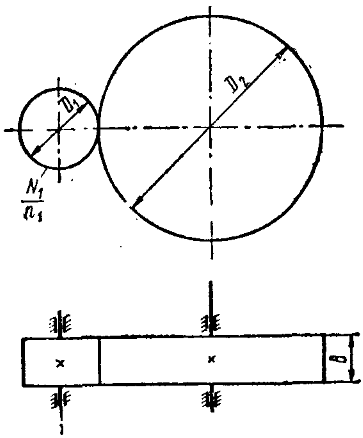
$$M_1 = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{3{,}7 \cdot 10^3}{62{,}8} = 59 \ н \cdot м,$$

где

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 600}{30} = 62{,}8 \ рад/сек.$$

Коэффициент трения для чугуна по чугуну $f = 0{,}15$ (см. табл. 17 приложения).

Допускаемое контактное напряжение для чугуна СЧ15-32 при $\sigma_{пчи} = 32 \ кГ/мм^2 = 318 \ н/мм^2$.



К задаче 61

$$[\sigma_к] = 1{,}5\sigma_{пчи} = 1{,}5 \cdot 318 = 477 \ н/мм^2.$$

Коэффициент ширины катка ψ принимаем равным 0,3.

1. Требуемое межосевое расстояние из условия контактной прочности рабочих поверхностей катков определяем по формуле

$$A = 0{,}56\,(i + 1)\sqrt[3]{\frac{\beta M_1 E_{пр}}{f\,[\sigma_к]^2\, i\psi}}.$$

Здесь

$$E_{пр} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} = E_{чуг} = 1{,}1 \cdot 10^5 \ н/мм^2.$$

Тогда

$$A = 0{,}56\,(3 + 1)\sqrt[3]{\frac{1{,}5 \cdot 59 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^5}{0{,}15 \cdot 477^2 \cdot 3 \cdot 0{,}3}} = 152 \ мм.$$

2. Ширина катков

$$B = \psi A = 0{,}3 \cdot 152 \approx 46 \ мм.$$

3. Диаметры катков

$$D_1 = \frac{2A}{i + 1} = \frac{2 \cdot 152}{3 + 1} = 76 \ мм;$$

$$D_2 = D_1 \cdot i = 76 \cdot 3 = 228 \ мм \text{ (без учета скольжения).}$$

4. Окружное усилие

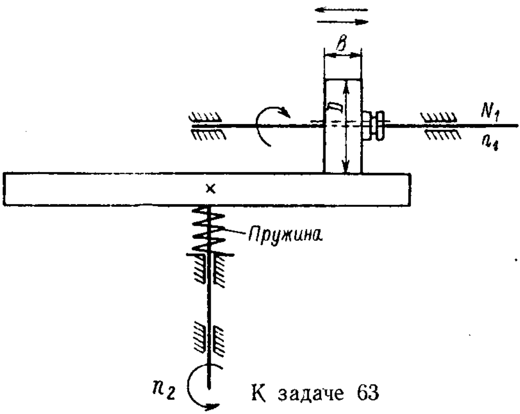
$$P = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 59 \cdot 10^3}{76} = 1550 \ н = 1{,}55 \ кн.$$

5. Необходимое усилие нажатия

$$Q = \frac{\beta P}{f} = \frac{1{,}5 \cdot 1{,}55}{0{,}15} = 15{,}5 \ кн.$$

62. По данным предыдущей задачи рассчитать фрикционную передачу с ведущим катком из текстолита и ведомым — из чугуна. Принять для текстолита $E = 6{,}0 \cdot 10^3$ *н/мм²* и $[\sigma_к] = 100$ *н/мм²*; $f = 0{,}22$ (текстолит по чугуну); $\psi = 0{,}3$; $\beta = 1{,}5$.

Ответ. $A \approx 180$ *мм*; $B = 54$ *мм*.



К задаче 63

63. Определить ширину ведущего катка лобового вариатора, схема которого показана на рисунке. Дано: $N_1 = 1{,}5$ *квт*; $n_1 = 400$ *об/мин*; $D_1 = 80$ *мм*.

Материал ведущего катка — текстолит, ведомого — чугун СЧ15-32; $f = 0{,}25$. Принять $\beta = 1{,}5$.

Указания.

1. Расчет вести из условия контактной прочности

$$\sigma_{max} = 0{,}418 \sqrt{\frac{QE_{пр}}{b\rho_{пр}}} \leqslant [\sigma_к]$$

Для текстолита $[\sigma_к] = 100$ *н/мм²*.

2. Так как ведущий каток контактирует с плоскостью, кривизна которой $1/R_2 = 0$, то приведенная кривизна $\frac{1}{\rho_{пр}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} = \frac{2}{D_1}$, следовательно, $\rho_{пр} = \frac{D_1}{2}$.

3. Принять $E_ч = 1{,}1 \cdot 10^5$ *н/мм²*; $E_т = 6{,}0 \cdot 10^3$ *н/мм²*.

Ответ. $B \approx 27$ *мм*.

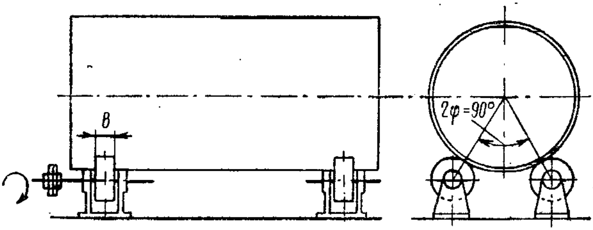
64. Определить необходимую ширину катка механизма поворота барабана (см. рисунок). В одном ряду расположены два катка. Масса барабана $m = 5000$ *кг*. Материал катков — сталь с резиновой обкладкой, барабан стальной.

Указание. Расчет вести по допускаемой удельной нагрузке, приняв $[q] = 20$ *н/мм*.

Ответ. $B \approx 90$ *мм*.

65. Коническая фрикционная передача имеет передаточное число $i = 3$ (см. рисунок). Момент на ведущем валу $M_1 = 300$ *н·м*. Про-

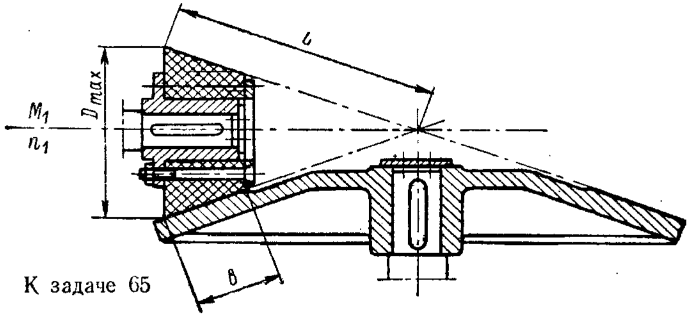
верить контактную прочность рабочих поверхностей катков, если ведущий каток выполнен из текстолита, а ведомый — из чугуна СЧ15-32. $f = 0{,}2$; $E_{пр} = 1{,}14 \cdot 10^4$ *н/мм²*; для текстолита $[\sigma_к] = 100$ *н/мм²*.



К задаче 64

Максимальный диаметр ведущего катка $D_1 = 180$ *мм*; размер $B = 88$ *мм*. Коэффициент запаса сцепления $\beta = 1{,}5$.

Ответ. $\sigma_к = 0{,}96\ [\sigma_к]$.



К задаче 65

66. По данным предыдущей задачи определить осевые усилия Q_1 и Q_2, действующие на катки. К какому катку целесообразнее приложить осевое усилие для обеспечения передачи заданного момента?

Ответ. $Q_1 \approx 9{,}3$ *кн*; $Q_2 \approx 27{,}9$ *кн*.

ГЛАВА 16

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

D_1 и D_2 — диаметры ведущего и ведомого шкивов (стандартные значения см. в табл. 18 приложения)

L — длина ремня

A — межцентровое расстояние

α — угол обхвата шкива ремнем

ξ — коэффициент скольжения

S_1 и S_2 — натяжение ведущей и ведомой ветвей ремня

S_0 — предварительное натяжение ветвей ремня

σ_0 — напряжение в поперечном сечении ремня от предварительного натяжения

$k_{п0}$, $[k_{п0}]$ — соответственно приведенные и допускаемые удельные окружные усилия (см. табл. 19 и 31 приложения)

δ — толщина ремня

b — ширина ремня

C_1 — коэффициент, учитывающий угол обхвата (см. табл. 21 и 29 приложения)

C_2 — коэффициент, учитывающий скорость ремня (см. табл. 22 и 30 приложения)

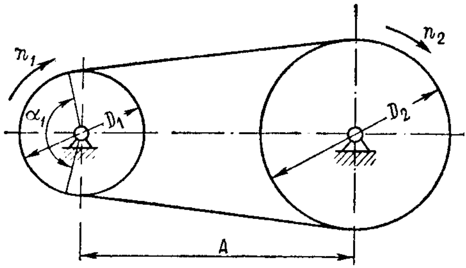
C_3 — коэффициент, учитывающий режим работы (см. табл. 23 приложения)

C_4 — коэффициент, учитывающий положение ременной передачи (см. табл. 20 приложения)

z — число клиновых ремней

67 *. С помощью открытой ременной передачи (см. рисунок) приводится в движение станок, на валу которого укреплен шкив диаметром $D_2 = 360$ *мм*. Частота вращения вала $n_2 = 320$ *об/мин*.

Какова должна быть частота вращения вала электродвигателя, приводящего в движение станок, если передаточное число ременной передачи $i = 3$? Определить диаметр шкива, укрепленного на валу



К задаче 67

двигателя, угол его обхвата ремнем и геометрическую длину ремня, если расстояние между валами $A = 1200$ *мм*.

Решение. Частота вращения вала электродвигателя

$$n_1 = n_2 i = 320 \cdot 3 = 960 \text{ об/мин}.$$

Диаметр ведущего шкива

$$D_1 = \frac{D_2}{i} = 120 \text{ мм}$$

(без учета скольжения).

Принимаем $D_1 = 125$ *мм* (см. табл. 18 приложения); угол обхвата ведущего шкива

$$\alpha_1 = 180° - 57° \frac{D_2 - D_1}{A} = 180° - 57° \frac{360 - 125}{1200} \approx 169°;$$

геометрическая длина ремня

$$L = 2A + \frac{\pi}{2}(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A} = 2 \cdot 1200 +$$

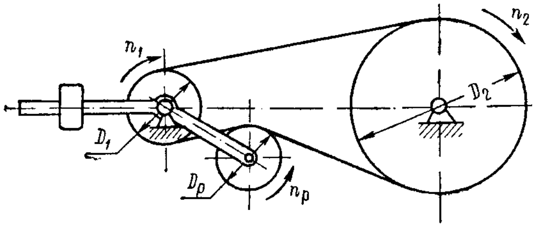
$$+ \frac{3{,}14}{2}(360 + 125) + \frac{(360 - 125)^2}{4 \cdot 1200} = 3172 \text{ мм}.$$

68. Диаметр ведущего шкива ременной передачи равен 200 *мм*; диаметр ведомого шкива 500 *мм*. Определить частоту вращения шкивов, если скорость ремня 6,23 *м/сек*. Скольжением пренебречь.

Ответ. $n_1 = 600$ *об/мин*; $n_2 = 240$ *об/ мин*.

69. Ременная передача с натяжным роликом диаметром $D_p = 120$ *мм* имеет передаточное число $i = 6$. Диаметр ведущего шкива $D_1 = 160$ *мм*. Определить частоту вращения ведущего и ведомого шкивов, если частота вращения натяжного ролика $D_p = 1000$ *об/мин*. Каков диаметр ведомого шкива? Скольжением пренебречь.

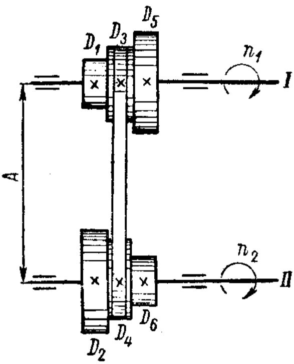
Ответ. $n_1 = 750$ *об/мин*; $n_2 = 125$ *об/мин*; $D_2 = 960$ *мм*.



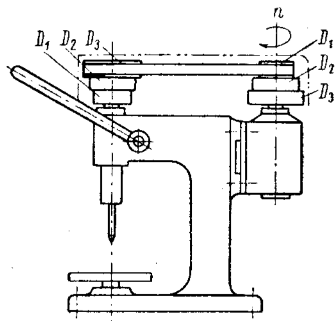
К задаче 69

70. Ступенчатый шкив сидит на ведущем валу *I*, причем его ступени имеют диаметры: $D_1 = 140$ *мм*; $D_3 = 180$ *мм* и $D_5 = 220$ *мм*. От этого шкива получает вращение сидящий на валу *II* второй ступенчатый шкив, диаметры которого $D_2 = 200$ *мм*; $D_4 = 160$ *мм* и $D_6 = 120$ *мм*. Какую частоту вращения будет иметь ведомый вал, если частота вращения ведущего вала $n_1 = 320$ *об/мин*? Определить скорости ремня для всех трех ступеней и величину наименьшего угла обхвата шкива, если расстояние между валами 500 *мм*. Скольжением пренебречь.

Ответ. $n_2 = 224$; 360; 585 *об/мин*; $v = 2{,}34$; 3,0; 3,7 *м/сек*; $\alpha_6 = 169°$.



К задаче 70



К задаче 72

71. Открытая ременная передача имеет: $D_1 = 280$ *мм*; $D_2 = 730$ *мм*. Частота вращения шкивов: $n_1 = 940$ *об/мин* и $n_2 = 350$ *об/мин*. Определить коэффициент скольжения ξ ременной передачи и действительное передаточное число.

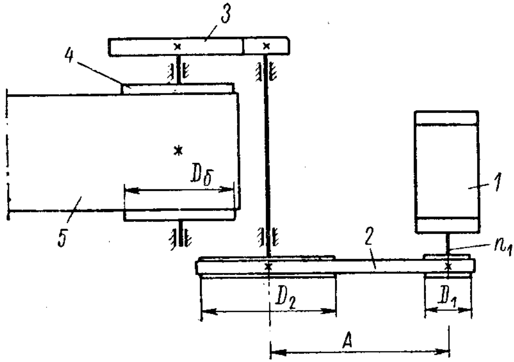
Ответ. $\xi = 0{,}03$; $i = 2{,}69$.

72. Какую частоту вращения будет иметь шпиндель быстроходного настольного сверлильного станка (см. рисунок), если частота вращения вала электродвигателя $n = 1460$ *об/мин*? Диаметры отдельных ступеней шкивов равны: $D_1 = 80$ *мм*; $D_2 = 100$ *мм*; $D_3 = 120$ *мм*. Коэффициент скольжения $\xi = 0{,}03$.

Ответ. $n_1 = 2120$ *об/мин*; $n_2 = 1416$ *об/мин*; $n_3 = 942$ *об/мин*.

73. Требуется определить частоту вращения $n_б$ вала барабана и скорость v ленты транспортера (см. рисунок). Дано: $D_1 = 80$ *мм*; $D_2 = 360$ *мм*; частота вращения вала электродвигателя $n_1 = 1425$ *об/мин*, передаточное число зубчатой передачи $i_{зуб} = 3$ и диаметр барабана $D_б = 250$ *мм*. Коэффициент скольжения для ремня и ленты транспортера принять $\xi = 0{,}02$.

Ответ. $n_б \approx 104$ *об/мин*; $v \approx 1{,}36$ *м/сек*.



К задаче 73
Привод ленточного транспортера

1 — электродвигатель; *2* — ременная передача плоским ремнем; *3* — зубчатая передача; *4* — ведущий барабан; *5* — лента транспортера

74. Какое предварительное натяжение S_0 следует дать каждой ветви прорезиненного ремня в состоянии покоя, если $\sigma_0 = 1{,}77$ *н/мм*^{2}; $b = 75$ *мм* и $\delta = 5$ *мм*?

Ответ. $S_0 = 662$ *н*.

75. Определить натяжение ведущей и ведомой ветвей плоскоременной передачи, если передаваемая мощность $N_1 = 9$ *квт*; диаметр ведущего шкива $D_1 = 200$ *мм* и частота его вращения $n_1 = 980$ *об/мин*. Сечение ремня: $b = 75$ *мм*; $\delta = 5$ *мм*; $\sigma_0 = 1{,}77$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $S_1 = 1102$ *н*; $S_2 = 222$ *н*.

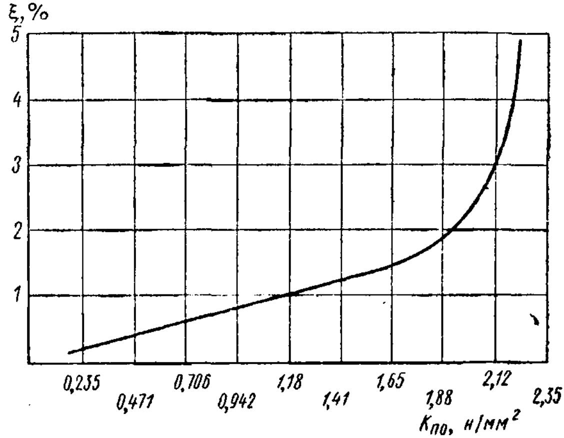
76. Скорость ремня плоскоременной передачи равна 18 *м/сек*. Длина ремня $L = 3{,}0$ *м*. Дайте заключение о долговечности передачи (по числу пробегов в секунду).

77. При реконструкции цеха потребовалось уменьшить расстояние между осями шкивов ременной передачи привода конвейера на 25%. Как это повлияет на нагрузочную способность и долговечность передачи?

78. На рисунке представлена кривая скольжения для прорезиненного клинового ремня сечения *B*. Дано: окружное усилие $P =$

$= 432$ *н*; скорость ремня $v = 15$ *м/сек*; угол обхвата меньшего шкива $\alpha = 160°$. Площадь поперечного сечения ремня $F = 230$ *мм*^{2}. Передача работает со спокойной нагрузкой и имеет горизонтальное расположение. Определить коэффициент скольжения ремня, а также дать заключение о работоспособности передачи.

Ответ. $\xi = 3{,}0\%$.



К задаче 78

79 *. Рассчитать плоскоременную передачу привода поршневого компрессора (см. рисунок). Электродвигатель развивает мощность $N_1 = 11$ *квт* при частоте вращения его вала $n_1 = 970$ *об/мин* и вала компрессора $n_2 = 240$ *об/мин.*

Ремень прорезиненный. Передача расположена под углом 15° к горизонту и работает в две смены.

Решение.

1. Передаточное число

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{970}{240} = 4{,}04.$$

2. Диаметр ведущего шкива

$$D_1 = 1150\sqrt[3]{\frac{N_1}{n_1}} = 1150\sqrt[3]{\frac{11}{970}} = 249 \text{ мм};$$

по ОСТ 1655 принимаем $D_1 = 250$ *мм* (см. табл. 18 приложения).

3. Диаметр ведомого шкива (при $\xi = 0{,}02$)

$$D_2 = (1 - \xi)\, iD_1 = (1 - 0{,}02)\cdot 4{,}04\cdot 250 = 990 \text{ мм};$$

по ОСТ 1655 $D_2 = 1000$ *мм.*

4. Уточняем передаточное число

$$i = \frac{D_2}{D_1(1-\xi)} = \frac{1000}{250\,(1-0{,}02)} = 4{,}08.$$

Расхождение с заданным передаточным числом составляет

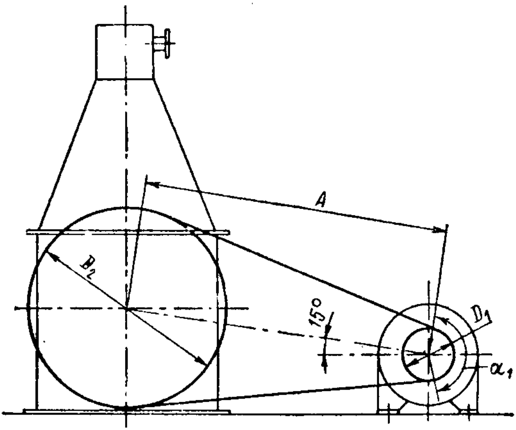
$$\Delta i = \frac{4{,}08 - 4{,}04}{4\ 04} \cdot 100\% \approx 1{,}0\%,$$

что вполне приемлемо, так как в передачах общего назначения обычно допускают $[\Delta i] \leqslant 5\%$.

5. Скорость ремня

$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{3{,}14 \cdot 250 \cdot 970}{60 \cdot 1000} = 12{,}7 \ \text{м/сек}.$$

Обычно рекомендуют проектировать передачу так, чтобы скорость ремня была не менее 10 *м/сек*.



К задаче 79

6. Межосевое расстояние A в открытых ременных передачах рекомендуется принимать не менее $(1{,}5 \div 2)\ (D_1 + D_2)$, т. е. $A \approx (1{,}5 \div 2)\ (D_1 + D_2) = (1{,}5 \div 2)\ (250 + 1000) = 1875—2500$ *мм*; принимаем $A = 2000$ *мм*.

7. Длина ремня

$$L = 2A + \frac{\pi}{2}\,(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A} = 2 \cdot 2 +$$

$$+ \frac{\pi}{2}\,(1 + 0{,}25) + \frac{(1 - 0{,}25)^2}{4 \cdot 2} = 6{,}03 \ \text{м}.$$

8. Проверяем долговечность ремня по числу пробегов в единицу времени

$$u = \frac{v}{L} = \frac{12{,}7}{6{,}03} = 2{,}1 \frac{1}{\text{сек}} < [u].$$

$$[u] = 3 \div 5 \frac{1}{\text{сек}}.$$

9. Определяем по табл. 19 приложения приведенное удельное окружное усилие для прорезиненного ремня, принимая

$$\frac{\delta}{D_{\min}} = \frac{1}{40} \quad \text{и} \quad \sigma_0 = 1,77 \ н/мм^2,$$

при этом

$$k_{п0} = 2,45 - 9,81 \frac{\delta}{D_{\min}} = 2,45 - 9,81 \frac{1}{40} = 2,2 \ н/мм^2.$$

10. Окружное усилие

$$P = \frac{N_1}{v} = \frac{11 \cdot 10^3}{12,7} = 865 \ н.$$

11. Угол обхвата меньшего шкива

$$\alpha_1 = 180° - \frac{D_2 - D_1}{A} \cdot 57° = 180° - \frac{1000 - 250}{2000} \cdot 57° \approx 158°.$$

12. Требуемая площадь сечения ремня

$$F = b\delta = \frac{P}{k_{п0} C_1 C_2 C_3 C_4},$$

где $C_1 \approx 0,94$ при $\alpha_1 = 158°$ (см. табл. 21 приложения);
$C_2 \approx 0,98$ при $v = 12,7$ *м/сек* (см. табл. 22 приложения);
$C_3 \approx 0,8$ при двухсменной работе и незначительных колебаниях нагрузки (см. табл. 23 приложения);
$C_4 = 1$ при угле наклона передачи к горизонту до 60° (см. табл. 20 приложения).

После подстановки в формулу числовых данных получим

$$F = b\delta = \frac{865}{2,2 \cdot 0,94 \cdot 0,98 \cdot 0,8 \cdot 1} = 535 \ мм^2.$$

13. Размеры поперечного сечения ремня:

а) тип ремня. Согласно ГОСТ 101—54 (см. табл. 25 приложения) могут быть выбраны ремни типов *Б* и *В* из бельтинга Б-820 без резиновых прослоек с толщиной прокладки $\Delta = 1,25$ *мм*;

б) толщина ремня и число слоев. Из принятого ранее отношения

$$\frac{\delta}{D_{\min}} = \frac{1}{40}$$

(см. п. 9 расчета),

$$\delta = \frac{D_1}{40} = \frac{250}{40} = 6,25 \ мм.$$

Число слоев

$$z = \frac{6,25}{1,25} = 5;$$

в) ширина ремня

$$b = \frac{F}{\delta} = \frac{535}{6,25} = 86 \ мм.$$

По ГОСТ 101—54 для ремня типа *Б* рекомендуемая минимальная ширина ремня при $z = 5$ равна 150 *мм*, поэтому принимаем ремень типа *В* с пятью прокладками толщиной $\delta = 1{,}25 \cdot 5 = 6{,}25$ *мм* и шириной $b = 90$ *мм*.

14. Натяжение ветвей ремня при работе передачи ($\sigma_0 = 1{,}77$ *н/мм*²): ведущая ветвь

$$S_1 = \sigma_0 b\delta + \frac{P}{2} = 1{,}77 \cdot 90 \cdot 6{,}25 + \frac{865}{2} = 1428 \text{ н};$$

ведомая ветвь

$$S_2 = \sigma_0 b\delta - \frac{P}{2} = 1{,}77 \cdot 90 \cdot 6{,}25 - \frac{865}{2} = 562 \text{ н}.$$

15. Сила давления на валы

$$Q = 2S_0 \sin\frac{\alpha_1}{2} = 2 \cdot 995 \cdot \sin\frac{158^\circ}{2} \approx 1950 \text{ н},$$

где

$$S_0 = \sigma_0 b\delta = 1{,}77 \cdot 90 \cdot 6{,}25 = 995 \text{ н}.$$

80. Используя данные задачи 79, определить размеры поперечного сечения хлопчатобумажного ремня (D_1, D_2, A, v, P и другие связанные с ними расчетные величины остаются неизмененными).

Ответ. По ГОСТ 6982—54 $b = 115$ *мм*; $\delta = 6{,}5$ *мм* при $\dfrac{D}{\delta} = 40$.

81. Какую мощность может передать прорезиненный ремень сечением $b \cdot \delta = 150 \cdot 7{,}5$ *мм* при скорости ремня $v = 15$ *м/сек*; $D_1 = 280$ *мм*; $\alpha_1 = 160°$? Передача работает в одну смену со спокойной нагрузкой и имеет горизонтальное расположение.

Ответ. $N = 33$ *квт*.

82*. Используя исходные данные задачи 79, рассчитать плоскоременную передачу с натяжным роликом (см. рисунок).

Решение.

1. Диаметры шкивов принимаем теми же, что и в задаче 79, т. е. $D_1 = 250$ *мм* и $D_2 = 1000$ *мм* при $i = 4{,}08$.

2. Диаметр ролика $D_р \approx 0{,}8$; $D_1 = 0{,}8 \cdot 250 = 200$ *мм*, что соответствует ОСТ 1655.

3. Межосевое расстояние

$$A \approx 1{,}0\,(D_1 + D_2) = 1{,}0\,(250 + 1000) = 1250 \text{ мм}.$$

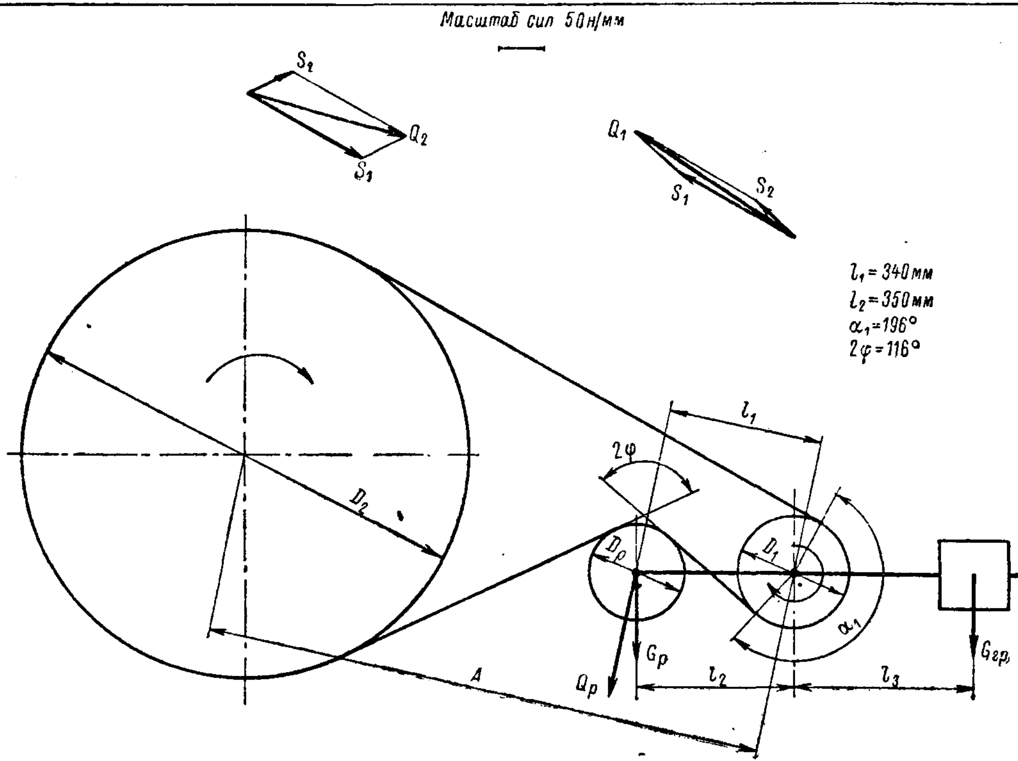
4. Вычерчиваем в масштабе схему передачи и определяем геометрические параметры, необходимые для расчета (см. рисунок). Зазор между ободами ведущего шкива и натяжного ролика равен $0{,}5D_1$.

5. Длину ремня определяем по схеме графически

$$L = 4700 \text{ мм}.$$

6. Скорость ремня

$$v = 12{,}7 \text{ м/сек (см. п. 5 решения задачи 79)}.$$


Масштаб сил 50н/мм
S_2
Q_2
S_1
Q_1
S_1
S_2
$l_1 = 340$ мм
$l_2 = 350$ мм
$\alpha_1 = 196°$
$2\varphi = 116°$
l_1
2φ
D_2
D_p
D_1
α_1
G_p
Q_p
l_2
l_3
$G_{гр}$
A

К задаче 82

7. Проверяем долговечность ремня по числу пробегов в единицу времени

$$u = \frac{v}{L} = \frac{12,7}{4,7} = 2,7.$$

$$u < [u] = 3 \frac{1}{сек}.$$

8. Определяем по табл. 19 приложения приведенное удельное окружное усилие для прорезиненного ремня при $\sigma_0 = 1,77$ *н/мм²*. Приняв предварительно $\frac{\delta}{D_{\min}} = \frac{1}{40}$, находим толщину ремня

$$\delta = \frac{D_1}{40} = \frac{250}{40} = 6,25 \text{ мм}.$$

Согласно ГОСТ 101—54 (см. табл. 25 приложения) могут быть выбраны ремни типа *Б* и *В* без резиновых прослоек с толщиной прокладки $\Lambda = 1,25$ *мм*, тогда число прокладок будет

$$\frac{\delta}{\Lambda} = \frac{6,25}{1,25} = 5;$$

$$k_{по} = 2,45 - 9,81 \frac{\delta}{D_{\min}} = 2,45 - 9,81 \frac{1}{40} = 2,2 \text{ н/мм}^2.$$

9. Окружное усилие

$P = 865$ *н* (см. п. 10 решения задачи 79).

10. Угол обхвата меньшего шкива $\alpha_1 = 195°$ (найден графически).

11. Требуемая площадь поперечного сечения ремня

$$F = b\delta = \frac{P}{k_{по} C_1 C_2 C_3 C_4},$$

где $C_1 = 1,07$ при $\alpha_1 = 195°$ (см. табл. 21 приложения);
$C_2 = 0,98$ (см. табл. 22 приложения);
$C_3 = 0,8$ при двухсменной работе и незначительных колебаниях нагрузки (см. табл. 23 приложения).

Коэффициенты C_2 и C_3 остались теми же, что и в задаче 79. Подставив в формулу для F числовые данные, получим

$$F = b\delta = \frac{865}{2,2 \cdot 1,07 \cdot 0,98 \cdot 0,8} = 467 \text{ мм}^2.$$

12. Размеры поперечного сечения ремня.

Ширина ремня при ранее выбранной толщине

$$b = \frac{F}{\delta} = \frac{467}{6,25} = 75 \text{ мм}.$$

По ГОСТ 101—54 (см. табл. 25 приложения) выбираем ремень типа *В* шириной 75 *мм*, толщиной $\delta = 6,25$ *мм* с пятью прокладками без резиновых прослоек.

13. Натяжение ветвей ремня:
ведущей

$$S_1 = \sigma_0 b\delta + \frac{P}{2} = 1{,}77 \cdot 75 \cdot 6{,}25 + \frac{865}{2} = 1262 \text{ н};$$

ведомой

$$S_2 = \sigma_0 b\delta - \frac{P}{2} = 1{,}77 \cdot 75 \cdot 6{,}25 - \frac{865}{2} = 398 \text{ н}.$$

14. Силы давления на валы находим графически (см. рисунок):
на ведущий вал $Q_1 = 1670$ *н*;
на ведомый вал $Q_2 = 1570$ *н*.

15. Сила давления на ролик

$$Q_p \approx 2S_2 \cos\varphi = 2 \cdot 398 \cos 58^\circ \approx 420 \text{ н при } 2\varphi = 116^\circ.$$

16. Вес груза натяжного ролика согласно схеме передачи

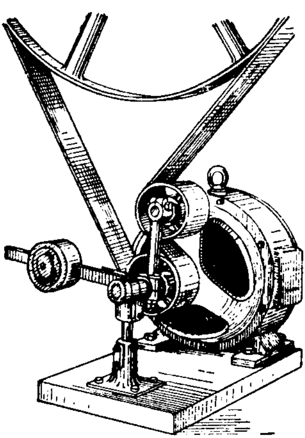
$$G_{гр} = \frac{Q_p l_1 + G_p l_2}{l_3}.$$

Вес шкива натяжного ролика G_p ориентировочно принимаем равным 250 *н*; весом рычагов ролика и груза пренебрегаем. Найдя графически на схеме размеры $l_1 = 340$ *мм* и $l_2 = 350$ *мм* и приняв плечо груза $l_3 = 500$ *мм*, получим

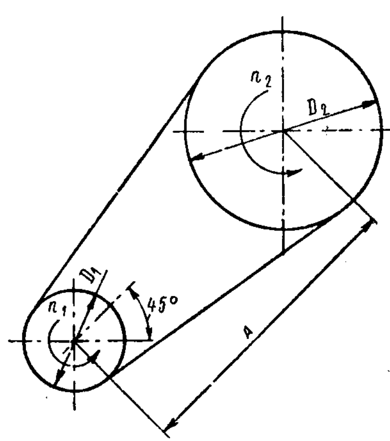
$$G_{гр} = \frac{420 \cdot 340 + 250 \cdot 350}{500} = 462 \text{ н}.$$

83. Рассчитать плоскоременную передачу с натяжным роликом для привода смесителя (см. рисунок). Мощность, потребляемая электродвигателем, $N_1 = 10$ *квт*; частота вращения ведущего шкива $n_1 = 1440$ *об/мин*, ведомого $n_2 = 240$ *об/мин*. Ремень прорезиненный. Межцентровое расстояние $A = D_1 + D_2$.

Работа в одну смену, с небольшими колебаниями нагрузки.



К задаче 83



К задаче 85

Таблица к задаче 85

Определяемая величина	Единица	Результаты Сечение ремня	
		А	*Б*
Размеры сечения ремня согласно ГОСТ 1284—68 (табл. 28 приложения):			
a	*мм*	13	17
h	*мм*	8	10,5
F	*мм*^{2}	81	138
Диаметр ведущего шкива (расчетный) D_1 согласно ГОСТ 1284—68 (табл. 32 приложения при $\varphi=34°$)	*мм*	100	140
Диаметр ведомого шкива (расчетный) $D_2 \approx D_1 i$ согласно ГОСТ 1284—68	*мм*	400	560
Действительное передаточное число $i' = \frac{D_2}{D_1(1-\xi)}$ (при $\xi=0{,}01$)	—	4,05	4,05
Отклонение передаточного числа от заданного $\Delta i = \frac{i'-i}{i}\cdot 100$	%	1	1
Скорость ремня $v = \frac{\pi D_1 n_1}{60\cdot 1000}$	*м/сек*	7,55	10,6 *
Окружное усилие $P = \frac{N}{v}$,	*н*	950	670
где N	*квт*	—	—
v	*м/сек*	—	—
Межцентровое расстояние предварительно принимаем $A=1{,}0\,(D_2+D_1) > A_{\min}$	*мм*	500	700

Определяемая величина	Единица	Результаты	
		Сечение ремня	
		А	*Б*
Расчетная длина ремня $L = 2A + \frac{\pi}{2}(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A}$,	*мм*	1830	2562
где $2A$	*мм*	1000	1400
$\frac{\pi}{2}(D_2 + D_1)$	*мм*	785	1099
$\frac{(D_2 - D_1)^2}{4A}$	*мм*	45	63
Ближайшая расчетная длина по ГОСТ 1284—68 (табл. 28 приложения)	*мм*	1800	2500
Фактическое межцентровое расстояние при стандартной длине ремня $A = 2L - \pi(D_2 + D_1) + \frac{\sqrt{[2L - \pi(D_2 + D_1)]^2 - 8(D_2 - D_1)^2}}{8}$	*мм*	480	670
Число пробегов $u = \frac{v}{L}$	1/*сек*	4,2	4,25
Угол обхвата меньшего шкива $\alpha_1 = 180° - 57° \frac{D_2 - D_1}{A}$	°	142	125
Коэффициенты:			
угла обхвата C_1 (табл. 29 приложения)	—	0,89	0,82
скорости C_2 (табл. 30 приложения)	—	1,02	1,0
режима работы C_3 (табл. 23 приложения)	—	0,8	0,8

Определяемая величина	Единица	Результаты	
		Сечение ремня	
		А	Б
Приведенное удельное окружное усилие $k_{п0}$ (табл. 31 приложения) при $\sigma_0 = 1,5$ *н/мм²*		1,67	1,67
Число ремней $z = \frac{P}{k_{п0} C_1 C_2 C_3 F}$	—	9,5	4,12
Округлив, получим z **	—	10	5
Предварительное натяжение каждой ветви ремня $S_0 = \sigma_0 F$	*н*	—	207
Сила давления на валы $Q = 2S_0 z \sin \frac{\alpha_1}{2}$	*н*	—	1840

* Скорость несколько больше заданной, однако согласно табл. 27 приложения при этой скорости и заданной мощности рекомендуются те же типы ремней.

** Так как число ремней типа *А* получилось слишком большим (~10), то принимаем ремни типа *Б* при числе их $z = 5$. Габаритные размеры привода при использовании ремней типа *Б* увеличиваются незначительно.

84. Определить основные конструктивные размеры ведомого шкива для плоскоременной передачи по данным, приведенным в условиях и в решении задачи 79, и выполнить в масштабе эскиз шкива.

85 *. Рассчитать клиноременную передачу привода фрикционного пресса, схема которой показана на рисунке. Развиваемая электродвигателем мощность $N_1 = 7$ *квт* при частоте вращения ведущего шкива $n_1 = 1440$ *об/мин*. Передаточное число $i = 4$. Натяжение ремня периодическое. $A \leqslant 1000$ *мм*.

Р е ш е н и е. Выбор сечения ремня.

Приняв предварительно скорость ремня в пределах от 5 до 10 *м/сек* по табл. 27 приложения при $N_1 = 7$ *квт*, найдем два рекомендуемых сечения ремня *А* и *Б*. Для выбора оптимального варианта расчет будем вести для двух сечений ремня.

Результаты подсчета сведем в таблицу (см. стр. 369—371).

86. Определить сечение и число ремней клиноременной передачи привода электрической лебедки (см. рисунок к задаче 85). Дано: $N_1 = 1,84$ *квт*; $n_1 = 1420$ *об/мин*; $i = 5$; $A = D_1 + D_2$; $C_3 = 0,8$; $\sigma_0 = 1,50$ *н/мм²*.

Таблица данных к задачам 89 и 90

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N_1, *квт*	3	5	7	10	12	15	18	20	25	28	30	35	8	12	16	20
n_1, *об/мин*	1420				960				720				1460			
n_2, *об/мин*	284				240				180				320			
Тип плоского ремня	Хлопчатобумажный		Прорезиненный		Кожаный		Прорезиненный		Кожаный		Хлопчатобумажный		Прорезиненный		Прорезиненный	
Режим работы передачи	Тяжелый				Средний				Легкий							
Число смен работы в сутки	2				1				2				3			
Расположение передачи	Горизонтальное								Вертикальное							

Продолжение

Вариант	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
N_1, *квт*	22	25	30	35	10	15	20	25	28	5	10	15	5	10	15	20
n_1, *об/мин*	940				1460				720				960			
n_2, *об/мин*	235				380				320				300			
Тип плоского ремня	Кожаный		Хлопчатобумажный		Кожаный		Хлопчатобумажный		Кожаный		Прорезиненный		Хлопчатобумажный		Кожаный	
Режим работы передачи	Средний				Тяжелый				Средний				Легкий			
Число смен работы в сутки	2				2				1				1			
Расположение передачи	Под углом 45° к горизонту								Горизонтальное							

Указание. При выборе сечения ремня по табл. 27 приложения ориентироваться на диапазон скоростей от 5 до 10 *м/сек*.

Ответ. Сечение $O - 4$ ремня при $D_1 = 100$ *мм*;

» $A - 2$ » » $D_1 = 140$ *мм*.

87. Требуется установить допустимую по тяговой способности мощность для клиноременной передачи.

Дано: $D_1 = 400$ *мм*; $D_2 = 1250$ *мм*; $A = 1500$ *мм*. Ремень сечения Г; $n_1 = 720$ *об/мин*; $C_3 = 0{,}9$; $\sigma_0 = 1{,}2$ *н/мм²*. Число ремней $z = 6$.

Ответ. $N \approx 63$ *квт*.

88. Определить основные конструктивные размеры ведомого шкива клиноременной передачи по данным задачи 85 и сделать в масштабе эскиз шкива.

89 **. Рассчитать открытую плоскоременную передачу от электродвигателя, развивающего мощность N_1, при частоте вращения его вала n_1 *об/мин*, на вал, имеющий частоту вращения n_2 *об/мин*. Данные для расчета приведены в таблице к задаче.

90 **. По данным предыдущей задачи рассчитать открытую ременную передачу клиновыми ремнями.

ГЛАВА 17

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, УКАЗАНИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ *

A — межосевое расстояние
m — модуль зацепления
m_n — нормальный модуль зацепления
m_s — то же торцовый
$m_{ср}$ — средний модуль (модуль по среднему диаметру делительного конуса) конического зубчатого колеса
z_1, $z_ш$ — число зубьев шестерни
z_2, $z_к$ — то же колеса
d_1, $d_ш$, $d_{д1}$ — диаметр делительной окружности шестерни
d_2, $d_к$, $d_{д2}$ — то же колеса
D_{e1}, D_{e2} — диаметры окружностей выступов шестерни и колеса соответственно
D_{i1}, D_{i2} — то же окружностей впадин
b — ширина зубчатого венца (для конических колес длина зуба)

Основные расчетные зависимости для стальных зубчатых колес при 20-градусном некорригированном зацеплении

I. Расчет на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев

Цилиндрические зубчатые колеса прямозубые

А. Межосевое расстояние (проектный расчет)

$$A = 48{,}7\,(i \pm 1)\sqrt[3]{\frac{M_{бр}}{[\sigma_к]^2\,\psi_A i}}. \qquad (a)$$

* В решениях и ответах задач этой главы использованы формулы и некоторые справочные данные из учебника М. С. Мовнина и Д. Г. Гольцикера «Детали машин». Л., «Судостроение», 1971.

Б. Расчетное (рабочее) контактное напряжение (проверочный расчет):

1) задан момент на быстроходном валу

$$\sigma_{\text{к}} = \frac{340}{A} \sqrt{\frac{M_{\text{бр}}(i \pm 1)^2}{bi}} \leqslant [\sigma_{\text{к}}]; \qquad (б)$$

2) задано окружное усилие

$$\sigma_{\text{к}} = 340 \sqrt{\frac{P_{\text{р}}(i \pm 1)^2}{Abi}} \leqslant [\sigma_{\text{к}}].$$

Примечание. Во всех случаях $i \geqslant 1$. Знак плюс в выражении $(i \pm 1)$ при внешнем зацеплении, знак минус — при внутреннем.

Косозубые и шевронные зубчатые колеса

Для косозубых и шевронных колес в формуле (*а*) коэффициент 48,7 заменяется на 44,3, а в формуле (*б*) коэффициент 340 — на 294.

Конические зубчатые колеса

А. Конусное расстояние (проектный расчет) при $\psi_L = \frac{b}{L} = \frac{1}{3}$

$$L = 80{,}3\sqrt{i^2+1}\sqrt[3]{\frac{M_{\text{бр}}}{i[\sigma_{\text{к}}]^2}}.$$

Б. Расчетное (рабочее) контактное напряжение (проверочный расчет)

$$\sigma_{\text{к}} = 720 \sqrt{\frac{M_{\text{бр}}\left(\sqrt{i^2+1}\right)^3}{iL^3}} \leqslant [\sigma_{\text{к}}],$$

$M_{\text{бр}}$ — расчетный момент на быстроходном валу; $M_{\text{бр}} = KM_{\text{б}}$, где K — коэффициент нагрузки;

$M_{\text{б}}$ — номинальный момент на быстроходном валу;

$P_{\text{р}}$ — расчетное окружное усилие; $P_{\text{р}} = KP$;

$\psi_A = \frac{B}{A}$ — коэффициент ширины колеса (по A);

$\sigma_{\text{к}}$, $[\sigma_{\text{к}}]$ — соответственно рабочее (расчетное) контактное напряжение в поверхностном слое зубьев и допускаемое контактное напряжение;

$\psi_L = \frac{b}{L}$ — коэффициент длины зуба.

При твердости $HB \leqslant 350$ $[\sigma_{\text{к}}] = 2{,}75HB$.

При большой разности твердости $HB_{\text{шест}} - HB_{\text{колеса}} \geqslant 50$ принимают для непрямозубых колес расчетное значение

$$[\sigma_{\text{к}}] = 0{,}5\left\{([\sigma_{\text{к}}])_{\text{шест}} + ([\sigma_{\text{к}}])_{\text{кол}}\right\},$$

но не более $1{,}25\,[\sigma_{\text{к}}]$ для косозубых и не более $1{,}15\,[\sigma_{\text{к}}]$ для шевронных колес.

II. Расчет зубьев на изгиб

Цилиндрические зубчатые колеса	Конические зубчатые колеса
А. Проверочный расчет	
1. По заданному моменту:	
а) прямозубые $\sigma_и = \frac{2M_р\gamma}{yzbm^2} \leqslant [\sigma_и]$.	$\sigma_и = \frac{2M_р\gamma}{yzbm_{ср}^2} \leqslant [\sigma_и]$.
б) косозубые и шевронные $\sigma_и = \frac{1{,}42M_р\gamma}{yzbm_n^2} \leqslant [\sigma_и]$.	—
2. По заданному окружному усилию:	
а) прямозубые $\sigma_и = \frac{P_р\gamma}{ybm} \leqslant [\sigma_и]$.	$\sigma_и = \frac{P_р\gamma}{ybm_{ср}} \leqslant [\sigma_и]$.
б) косозубые и шевронные $\sigma_и = \frac{0{,}71P_р\gamma}{ybm_n} \leqslant [\sigma_и]$.	—
Б. Проектный расчет	
$m = \sqrt[3]{\frac{2M_р\gamma}{y[\sigma_и]\psi z}}$	$m_{ср} = \sqrt[3]{\frac{2M_р\gamma}{y[\sigma_и]\psi z}}$

Примечания: 1. Модуль следует определять для того из сцепляющихся зубчатых колес, для которого произведение $y[\sigma_и]$ меньше.

2. При расчете по заданному моменту расчетный момент и число зубьев должны относиться к одному и тому же зубчатому колесу ($M_{бр}$ и z_1 либо $M_{тр}$ и z_2); $M_р = MK$.

Обозначения:

K — коэффициент нагрузки;

$\sigma_и$, $[\sigma_и]$ — расчетное и допускаемое напряжения изгиба для зуба шестерни или колеса; $[\sigma_{0и}]$ — при одностороннем действии нагрузки;

$[\sigma_{-1и}]$ — при переменном направлении изгиба зубьев;

$M_р$ и $P_р$ — пояснение см. выше;

γ — коэффициент, учитывающий уменьшение момента сопротивления опасного сечения зуба вследствие износа. Для закрытых передач $\gamma = 1{,}0$; для открытых передач $\gamma = 1{,}25 \div 1{,}5$; бóльшие значения при ожидаемом интенсивном износе;

y — коэффициент формы зуба. Принимается по табл. 34 приложения в зависимости от числа зубьев [действительного для прямозубых и фиктивного для косозубых и шевронных $\left(z_ф = \frac{z}{\cos^3 \beta}\right)$ или конических $\left(z_ф = \frac{z}{\cos \varphi}\right)$] рассчитываемого колеса;

$\beta = \beta_д$ — угол наклона зуба на делительном цилиндре;

φ — половина угла при вершине делительного конуса;

z — число зубьев шестерни или колеса;

$\psi = \frac{b}{m} = \frac{b}{m_n} = \frac{b}{m_{ср}}$ — коэффициент ширины колеса (для конических колес — длины зуба).

При одностороннем направлении нагрузки

$$[\sigma_{0и}] = \frac{1{,}5\sigma_{-1}}{[n]\,k_\sigma};$$

при переменном направлении нагрузки

$$[\sigma_{-1и}] = \frac{\sigma_{-1}}{[n]\,k_\sigma};$$

σ_{-1} — предел выносливости материала колеса или шестерни при симметричном цикле изгиба;

$\sigma_{-1} = 0{,}43\sigma_{пч}$ — для углеродистой стали и $\sigma_{-1} \approx 0{,}45\sigma_{пчр}$ для чугуна;

$\sigma = 0{,}35\sigma_{пч} + 90$ *н/мм*^{2} — для легированной стали; $\sigma_и$ — рабочее (расчетное) напряжение изгиба ($\sigma'_и$ — для шестерни и $\sigma''_и$ — для колеса);

$[n]$ — коэффициент запаса прочности; принимается по следующим данным: отливки стальные чугунные, термически не обработанные, $[n] = 1{,}9$; отливки стальные, подвергнутые нормализации или улучшению, $[n] = 1{,}7$; поковки стальные, подвергнутые нормализации и улучшению, $[n] = 1{,}5$; поковки стальные, подвергнутые объемной закалке, $[n] = 1{,}8$;

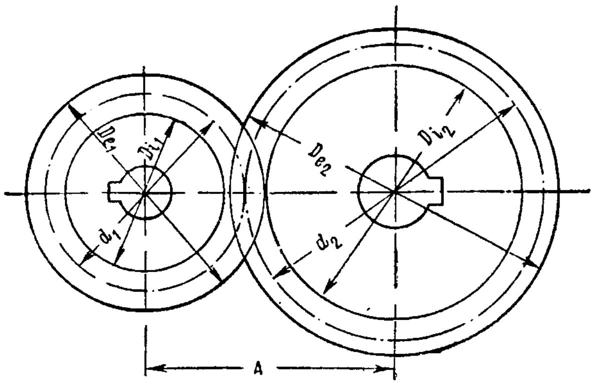
k_σ — эффективный коэффициент концентрации напряжений у корня зуба: для стальных колес (нормализованные и улучшенные зубчатые колеса) $k_\sigma = 1{,}4 \div 1{,}6$; для колес с закаленными зубьями $k_\sigma = 1{,}8$; для зубчатых колес из серого чугуна $k_\sigma = 1{,}2$.

Модули зубчатых колес в миллиметрах брать по ГОСТ 9563—60: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7; 0,8; 1,0; 1,25; 1,5; (1,75); 2; (2,25); 2,5; (2,75); 3; (3,5); 4; (4,5); 5; (5,5); 6; (7); 8; (9); 10; (11); 12; (14); 16; (18); 20; (22); 25; (28); 32; (36); 40; (45); 50.

При назначении модулей значения без скобок предпочтительнее. Единицы измерения величин, входящих в расчетные зависимости

P, $P_р$	$н$	$d_д$, d	$мм$
$M_б$, $M_ш$, $M_к$, $M_р$	$н \cdot мм$	$L_{ср}$, L	$мм$
$\sigma_к$, $[\sigma_к]$	$н/мм^2$	m, m_n, $m_{ср}$	$мм$
A	$мм$	$\sigma_н$, $[\sigma_н]$	$н/мм^2$
b	$мм$		

91 *. Определить основные размеры одноступенчатой цилиндрической прямозубой передачи от вала электродвигателя, имеющего частоту вращения $n_1 = 1400$ *об/мин*, к станку, частота вращения вала



К задаче 91

которого $n_2 = 400$ *об/мин*. Число зубьев шестерни $z_1 = 22$; модуль зацепления $m = 4$ *мм*. Какова окружная скорость зубчатого венца?

Решение. Передаточное число

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1400}{400} = 3{,}5;$$

число зубьев колеса

$$z_2 = z_1 i = 22 \cdot 3{,}5 = 77;$$

диаметры делительных окружностей:
шестерни

$$d_1 = mz_1 = 4 \cdot 22 = 88 \ мм;$$

колеса

$$d_2 = mz_2 = 4 \cdot 77 = 308 \ мм;$$

межосевое расстояние

$$A = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{88 + 308}{2} = 198 \ мм;$$

диаметры окружностей выступов:

$$D_{e1} = d_1 + 2m = 88 + 2\cdot 4 = 96 \text{ мм},$$

$$D_{e2} = d_2 + 2m = 308 + 2\cdot 4 = 316 \text{ мм};$$

диаметры окружностей впадин:

$$D_{i1} = d_1 - 2{,}5m = 88 - 2{,}5\cdot 4\cdot 4 = 78 \text{ мм},$$

$$D_{i2} = d_2 - 2{,}5m = 308 - 2{,}5\cdot 4 = 298 \text{ мм};$$

окружная скорость зубчатого венца

$$v = \frac{\pi d_2 n_2}{60\cdot 1000} = \frac{3{,}14\cdot 308\cdot 400}{60\cdot 1000} = 6{,}4 \text{ м/сек}.$$

92. Диаметр делительной окружности шестерни прямозубой передачи $d_1 = 64$ *мм*, число зубьев колеса $z_2 = 24$. Определить z_1, d_2 и A, если модуль зацепления $m = 4$ *мм*.

Ответ. $z_1 = 16$; $d_2 = 96$ *мм*; $A = 80$ *мм*.

93. Диаметр окружности выступов прямозубого колеса 190 *мм*, число зубьев 36. Определить модуль зацепления и диаметр делительной окружности.

Ответ. $m = 5$ *мм*; $d = 180$ *мм*.

94. Передаточное число пары прямозубых колес $i = 3$, модуль зацепления $m = 5$ *мм*. Желательно, но не обязательно, чтобы межосевое расстояние было примерно 185 *мм*. Найти числа зубьев и действительное межосевое расстояние передачи.

Ответ. $z_1 = 18$; $z_2 = 54$; $A = 180$ *мм* или $z_1 = 19$; $z_2 = 57$; $A = 190$ *мм*.

95 *. Определить частоту вращения ведущего вала и основные размеры прямозубой цилиндрической передачи внутреннего зацепления, если частота вращения ведомого вала $n_2 = 380$ *об/мин*; передаточное число $i = 4{,}2$; модуль зацепления $m = 3$ *мм* и межосевое расстояние $A = 96$ *мм*.

Решение. Частота вращения ведущего вала

$$n_1 = in_2 = 4{,}2\cdot 380 = 1596 \text{ об/мин};$$

диаметр делительной окружности шестерни

$$d_1 = \frac{2A}{i-1} = \frac{2\cdot 96}{4{,}2-1} = 60 \text{ мм};$$

то же колеса

$$d_2 = 2A + d_1 = 2\cdot 96 + 60 = 252 \text{ мм};$$

числа зубьев:
шестерни

$$z_1 = \frac{d_1}{m} = \frac{60}{3} = 20;$$

колеса

$$z_2 = \frac{d_2}{m} = \frac{252}{3} = 84.$$

Диаметры окружностей выступов:
шестерни

$$D_{e1} = d_1 + 2m = 60 + 2 \cdot 3 = 66 \text{ мм};$$

колеса

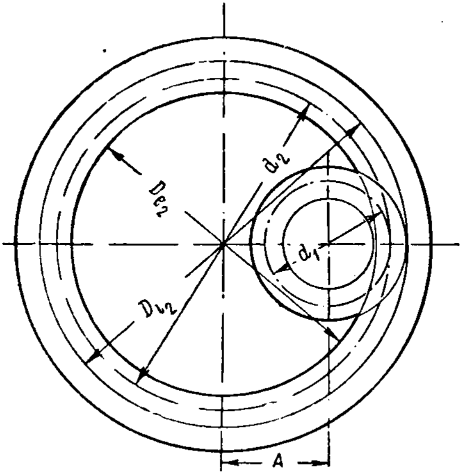
$$D_{e2} = d_2 - 2m = 252 - 2 \cdot 3 = 246 \text{ мм}.$$

Диаметры окружностей впадин:
шестерни

$$D_{i1} = d_1 - 2{,}5m = 60 - 2{,}5 \cdot 3 = 52{,}5 \text{ мм};$$

колеса

$$D_{i2} = d_2 + 2{,}5m = 252 + 2{,}5 \cdot 3 = 259{,}5 \text{ мм}.$$



К задаче 95

96. Определить передаточное число прямозубой передачи внутреннего зацепления, если частота вращения ведущего вала $n_1 = 940$ *об/мин*; диаметры делительных окружностей зубчатых колес $d_1 = 60$ *мм* и $d_2 = 195$ *мм*. Определить частоту вращения ведомого вала, числа зубьев и сделать эскиз передачи, если модуль зацепления $m = 3$ *мм* и ширина колес 40 *мм*.

Ответ. $i = 3{,}25$; $n_2 = 290$ *об/мин*; $z_1 = 20$; $z_2 = 65$; $A = 67{,}5$ *мм*.

97. В проектируемой открытой цилиндрической прямозубой передаче ($i = 4$) шестерня с $z_1 = 20$ должна быть выполнена из нормализованной стали 45 ($\sigma_{пч} = 569$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 284$ *н/мм*^{2}), а зубчатое колесо — из нормализованного стального литья марки 35Л ($\sigma_{пч} = 490$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 275$ *н/мм*^{2}). Передача нереверсивная.

Требуется установить, зубья колеса или шестерни имеют меньшую прочность на изгиб.

Ответ. Колеса.

98. Установить необходимые величины пределов прочности материалов зубчатых колес открытой прямозубой передачи ($m = 6$ *мм*; $z_1 = 18$; $z_2 = 54$), если известно, что расчетное напряжение изгиба в зубьях колеса $\sigma''_и = 160$ *н/мм*^{2}.

Передача нереверсивная. Материал — углеродистая сталь нормализованная. Принять $k_\sigma = 1{,}5$.

Ответ. $\sigma_{пч} = 726$ *н/мм*^{2} для шестерни; $\sigma_{пч} = 556$ *н/мм*^{2} для колеса.

99 *. Определить модуль и основные размеры открытой цилиндрической зубчатой передачи привода электрической лебедки (см. рисунок к задаче 338, стр. 120). Электродвигатель развивает мощность $N_{дв} = 10$ *квт* при частоте вращения его вала $n_{дв} = 1440$ *об/мин*. Передаточное число ременной передачи $i_{рем} = 4$, зубчатой $i_{зуб} = 6$.

Решение.

1. Материал зубчатой пары. Выбираем (по табл. 33 приложения) для шестерни сталь 50 ($\sigma_{пч} = 590$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 295$ *н/мм*^{2}); для колеса стальное литье 35Л ($\sigma_{пч} = 490$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 275$ *н/мм*^{2}).

Для колеса выбрано стальное литье в предположении, что при $i_{зуб} = 6$ диаметр колеса будет более 500 *мм*.

Предел выносливости при симметричном цикле изгиба:

для шестерни

$$\sigma_{-1} = 0{,}43\sigma_{пч} = 0{,}43 \cdot 590 = 252 \text{ н/мм}^2;$$

для колеса

$$\sigma_{-1} = 0{,}43 \cdot 490 = 210 \text{ н/мм}^2.$$

2. Допускаемое напряжение изгиба.

Так как передача нереверсивная, то

$$[\sigma_{0и}] = \frac{1{,}5\sigma_{-1}}{[n]\,K_\sigma}.$$

Принимая для шестерни $[n] = 1{,}5$; $k_\sigma = 1{,}5$ и для колеса $[n] = 1{,}7$; $k_\sigma = 1{,}5$ (см. стр. 377), находим:

для шестерни

$$[\sigma_{0и}]' = \frac{1{,}5 \cdot 252}{1{,}5 \cdot 1{,}5} = 168 \text{ н/мм}^2;$$

для колеса

$$[\sigma_{0и}]'' = \frac{1{,}5 \cdot 210}{1{,}7 \cdot 1{,}5} = 124 \text{ н/мм}^2.$$

3. Числа зубьев.

Принимаем $z_1 = 18$, тогда

$$z_2 = z_1 i_{зуб} = 18 \cdot 6 = 108.$$

4. Коэффициенты формы зуба (по табл. 34, приложения):

для шестерни с $z_1 = 18$, $y_1 = 0{,}354$;

для колеса $z_2 = 108$, $y_2 = 0{,}482$.

5. Сравнительная оценка прочности зубьев шестерни и колеса на изгиб:

для шестерни $y_1\,[\sigma_{0и}]' = 0{,}354 \cdot 168 = 59{,}5$ *н/мм*^{2};

для колеса $y_2\,[\sigma_{0и}]'' = 0{,}482 \cdot 124 = 59{,}8$ *н/мм*^{2}.

Расчет следует вести для зубьев шестерни как менее прочных.

6. Мощность, передаваемая шестерней:

$$N_б = N_{дв}\eta_р\eta_п = 10 \cdot 0,97 \cdot 0,99 = 9,6 \text{ квт},$$

где $\eta_р = 0,97$ — к. п. д. ременной передачи;
$\eta_п = 0,99$ — к. п. д., отражающий потери в паре подшипников качения.

7. Угловая скорость шестерни

$$\omega_1 = \frac{\omega_{дв}}{i_{рем}} = \frac{150,7}{4} = 37,7 \text{ рад/сек},$$

где

$$\omega_{дв} = \frac{\pi n_{дв}}{30} = \frac{\pi \cdot 1440}{30} = 150,7 \text{ рад/сек}.$$

8. Вращающий момент на валу шестерни

$$M_б = \frac{N_б}{\omega_1} = \frac{9,6 \cdot 10^3}{37,7} = 255 \text{ н} \cdot \text{м}.$$

9. Требуемый модуль зацепления

$$m = \sqrt[3]{\frac{2M_б K\gamma}{y_1 [\sigma_{0и}]' \psi z_1}},$$

где K — коэффициент нагрузки, принимаем $K = 1,5$ (несимметричное расположение колес относительно опор);
γ — коэффициент износа; принимаем $\gamma = 1,5$ (20% износа), учитывая запыленность воздуха и коррозию рабочих поверхностей зубьев;
$\psi = b/m$ — коэффициент длины зуба; принимаем $\psi = 10$.

Подставляя числовые значения, получаем

$$m = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 255 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 1,5}{0,354 \cdot 168 \cdot 10 \cdot 18}} = 4,76 \text{ мм}.$$

По ГОСТ 9563—60 принимаем ближайший больший модуль $m = 5$ *мм*.

10. Определения расчетных напряжений изгиба в зубьях не производим, так как принятое значение стандартного модуля больше полученного из расчета.

11. Основные размеры зубчатой пары.

Диаметры делительных окружностей:

$$d_{д1} = mz_1 = 5 \cdot 18 = 90 \text{ мм};$$

$$d_{д2} = mz_2 = 5 \cdot 108 = 540 \text{ мм}.$$

Диаметры окружностей выступов:

$$D_{e1} = d_{д1} + 2m = 90 + 2 \cdot 5 = 100 \text{ мм};$$

$$D_{e2} = d_{д2} + 2m = 540 + 2 \cdot 5 = 550 \text{ мм}$$

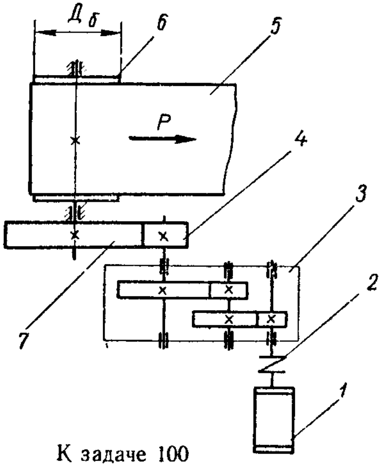
Ширина зубчатых колес (длина зуба)

$$b = \psi m = 10 \cdot 5 = 50 \text{ мм}.$$

Полученные диаметры $D_{e1} = 100$ *мм* и $D_{e2} = 550$ *мм* соответствуют предварительно заданным размерам заготовок при выборе механических материалов зубчатых колес, поэтому никаких изменений в выборе материала не производим.

100. Рассчитать открытую зубчатую передачу привода ленточного конвейера, схема которого показана на рисунке, если окружное усилие на барабане $P = 17\,000$ *н*, а диаметр барабана $D_б = 500$ *мм*; $i = 4$. Материал зубчатой пары: шестерня *4* выполнена из стали 45 нормализованной ($[\sigma_{0и}]' = 163$ *н/мм*^{2}), а зубчатое колесо *7* — из стального литья марки 35Л нормализованного ($[\sigma_{0и}]'' = 124$ *н/мм*^{2}); $\gamma = 1,5$; $K = 1,5$. Потери в опорах не учитывать.

Ответ. Из расчета $m = 7,43$ *мм* принимаем по ГОСТ 9563—60 $m = 8$ *мм* при $z_ш = 20$ и $\psi = 10$.



К задаче 100

Привод ленточного конвейера

1 — электродвигатель; *2* — муфта; *3* — редуктор; *4*, *7* — открытая зубчатая передача; *5* — лента конвейера; *6* — ведущий барабан

101. Какой момент на шестерне может передать открытая прямозубая цилиндрическая передача, у которой $m = 6$ *мм*; $z_ш = 16$; $z_к = 64$; $b = 120$ *мм*. Шестерня выполнена из стали Ст.5 ($\sigma_{пч} = 530$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 265$ *н/мм*^{2}), а зубчатое колесо — из чугуна СЧ21-40. $K = 1,25$; $\gamma = 1$. Принять $[\sigma_{0и}]'' = 0,29\sigma_{пчр}$. Нагрузка нереверсивная.

Ответ. $[M_ш] = 790$ *н·м*.

102. Определить основные размеры косозубой цилиндрической передачи, если частота вращения ведущего вала $n_1 = 2835$ *об/мин* и ведомого вала $n_2 = 630$ *об/мин*; суммарное число зубьев передачи $z_c = z_1 + z_2 = 99$; $m_n = 6$ *мм*; $\beta = 8° 6' 34''$.

Р е ш е н и е. Передаточное число

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2835}{630} = 4,5;$$

межосевое расстояние

$$A = \frac{m_n z_c}{2 \cos \beta} = \frac{6 \cdot 99}{2 \cdot 0,99} = 300 \text{ мм};$$

диаметры делительных окружностей:

$$d_1 = \frac{2A}{i + 1} = \frac{2 \cdot 300}{4,5 + 1} = 109,09 \text{ мм};$$

$$d_2 = 2A - d_1 = 2 \cdot 300 - 109,09 = 490,91 \text{ мм};$$

торцовый модуль

$$m_s = \frac{m_n}{\cos\beta} = \frac{6}{0{,}99} = 6{,}06 \text{ мм};$$

диаметры окружностей выступов:

$$D_{e1} = d_1 + 2m_n = 109{,}09 + 2\cdot 6 = 121{,}09 \text{ мм};$$

$$D_{e2} = d_2 + 2m_n = 490{,}91 + 2\cdot 6 = 502{,}91 \text{ мм};$$

диаметры окружностей впадин:

$$D_{i1} = d_1 - 2{,}5m_n = 109{,}09 - 2{,}5\cdot 6 = 94{,}09 \text{ мм};$$

$$D_{i2} = d_2 - 2{,}5m_n = 490{,}91 - 2{,}5\cdot 6 = 475{,}91 \text{ мм};$$

числа зубьев

$$z_1 = \frac{z_c}{i+1} = \frac{99}{4{,}5+1} = 18;$$

$$z_2 = z_c - z_1 = 99 - 18 = 81.$$

103. Замерами некоторых элементов цилиндрической передачи с шевронными зубьями определены: межосевое расстояние $A = 800$ *мм*; диаметр окружности выступов шестерни $D_{e1} = 270$ *мм*; числа зубьев шестерни $z_1 = 32$ и колеса $z_2 = 168$; ширина колес $B = 320$ *мм*. Определить основные размеры передачи и сделать ее эскиз.

Ответ. $m_s = 8$ *мм*; $m_n = 7$ *мм*; $\beta = 28^\circ\,57'\,18''$; $d_1 = 256$ *мм*; $d_2 = 1344$ *мм*; $i = 5{,}25$.

104. Частота вращения шестерни косозубой цилиндрической передачи, имеющей 60 зубьев, 1450 *об/мин*. Частота вращения колеса 630 *об/мин*. Определить модуль зацепления (нормальный и торцовый), если межосевое расстояние передачи 400 *м* и угол наклона зубьев $8^\circ\,06'34''$. Каково число зубьев колеса?

Ответ. $m_n = 2$ *мм*; $m_s = 2{,}02$ *мм*; $z_к = 138$.

105. Пара шевронных зубчатых колес с числами зубьев 24 и 35 вращается так, что окружная скорость зубчатых венцов равна 4,2 *м/сек*. Найти частоту вращения колес и диаметры d_1 и d_2 начальных окружностей, если межосевое расстояние передачи 120 *мм* и угол наклона зубьев $28^\circ\,57'\,18''$. Каковы модули зацепления?

Ответ. $n_1 = 836$ *об/мин*; $n_2 = 557$ *об/мин*; $d_1 = 96$ *мм*; $d_2 = 144$ *мм*; $m_s = 4$ *мм*; $m_n = 3{,}5$ *мм*.

106*. Рассчитать одноступенчатый редуктор с цилиндрическими косозубыми колесами. Схема редуктора показана на рисунке. Дано: $N_1 = 10$ *квт*; $n_1 = 960$ *об/мин*; $i = 3{,}5$.

Передача нереверсивная.

Решение.

1. Частота вращения тихоходного вала

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{960}{3{,}5} = 274 \text{ об/мин}.$$

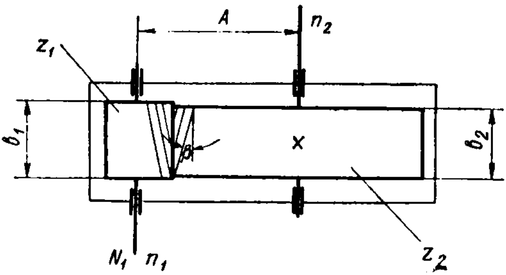
2. Выбор материалов для шестерни и колеса.

Для получения передачи с небольшими габаритами выбираем материалы с повышенными механическими качествами. Для шестерни принимаем сталь 40Х с механическими характеристиками (см. табл. 33

приложения): $\sigma_{пч} = 835$ *н/мм²*; $\sigma_т = 590$ *н/мм²*; *HB* 243; термообработка — улучшение (считаем, что диаметр заготовки шестерни будет в пределах до 150 *мм*). Для колеса принимаем сталь 40Х с механическими характеристиками: $\sigma_{пч} = 735$ *н/мм²*; $\sigma_т = 490$ *н/мм²*; *HB* 215; термообработка — нормализация (считаем, что диаметр заготовки колеса будет в пределах до 300 *мм*). При выборе материалов учтено, что твердость зубьев колеса должна быть на 25—50 единиц Бринелля ниже твердости зубьев шестерни.

3. Допускаемое контактное напряжение, так как перепад твердостей материалов шестерни и зубчатого колеса незначителен, определяем для материала колеса

$$[\sigma_К] = 2{,}75HB = 2{,}75 \cdot 215 = 590 \text{ н/мм}^2.$$



К задаче 106

4. Допускаемые напряжения изгиба

$$[\sigma_{ои}] = \frac{1{,}5\sigma_{-1}}{[n]\, k_\sigma}.$$

Для шестерни

$$\sigma_{-1} = 0{,}35\sigma_{пч} + 90 \text{ н/мм}^2 = 0{,}35 \cdot 835 + 90 = 382 \text{ н/мм}^2,$$

принимаем $\sigma_{-1} = 380$ *н/мм²*; $[n] = 1{,}5$ — требуемый коэффициент запаса прочности; для поковок стальных, подвергнутых улучшению, $k_\sigma = 1{,}6$ — коэффициент концентрации напряжений у корня зуба. При этих значениях

для шестерни

$$[\sigma_{ои}]' = \frac{1{,}5 \cdot 380}{1{,}5 \cdot 1{,}6} = 238 \text{ н/мм}^2;$$

для колеса

$$\sigma_{-1} = 0{,}35 \cdot 735 + 90 \approx 350 \text{ н/мм}^2.$$

При тех же значениях $[n]$ и k_σ

$$[\sigma_{ои}]'' = \frac{1{,}5 \cdot 350}{1{,}5 \cdot 1{,}6} = 218 \text{ н/мм}^2.$$

5. Угловая скорость ведущего вала (шестерни)

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 960}{30} = 100 \text{ рад/сек}.$$

6. Вращающий момент на ведущем валу

$$M_б = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{100} = 100\ н \cdot м$$

7. Межосевое расстояние из условия контактной прочности

$$A = 44,3\,(i+1)\sqrt[3]{\frac{M_{бр}}{[\sigma_к]^2\, i \psi_A}}\,.$$

а) Расчетный момент на валу шестерни

$$M_{бр} = M_б K = 100 \cdot 1,3 = 130\ н \cdot м,$$

где $K = 1,3$ — коэффициент нагрузки при симметричном расположении колес.

б) Коэффициент ширины колеса $\psi_A = \frac{b}{A}$ принимаем равным 0,3.

Подставив значения, получим

$$A = 44,3\,(3,5+1)\sqrt[3]{\frac{130 \cdot 10^3}{590^2 \cdot 3,5 \cdot 0,3}} = 141\ мм.$$

Примем $A = 145$ *мм.*

8. Нормальный модуль зацепления

$$m_n = (0,01 \div 0,02)\,A = (0,01 \div 0,02)\,145 = 1,45 \div 2,9\ мм.$$

В соответствии с ГОСТ 9563—60 принимаем $m_n = 2,5$ *мм.*

9. Числа зубьев и угол наклона зубьев.

Примем предварительно угол наклона зубьев $\beta = 10°$, тогда суммарное число зубьев

$$z_c = z_1 + z_2 = \frac{2A\cos\beta}{m_n} = \frac{2 \cdot 145 \cos 10°}{2,5} = 114,2.$$

Примем $z_c = 114$.

Число зубьев шестерни $z_1 = \frac{z_c}{i+1} = \frac{114}{3,5+1} \approx 25$, тогда

$$z_2 = z_c - z_1 = 114 - 25 = 89.$$

Фактическое передаточное отношение

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{89}{25} = 3,56.$$

Угол наклона зубьев (уточненное значение следует вычислять с точностью до пяти значащих цифр)

$$\cos\beta = \frac{z_c m_n}{2A} = \frac{114 \cdot 2,5}{2 \cdot 145} = 0,98276, \quad \beta = 10°\,38'\,50''.$$

10. Диаметры делительных окружностей:

$$d_{д1} = \frac{m_n}{\cos\beta} z_1 = \frac{2,5}{\cos 10°\,38'\,50''} \cdot 25 = 63,59\ мм;$$

$$d_{д2} = \frac{m_n}{\cos\beta} z_2 = \frac{2,5}{\cos 10°\,38'\,50''} \cdot 89 = 226,41\ мм.$$

Значения $d_{\partial 1}$ и $d_{\partial 2}$ следует вычислять с точностью до сотых долей миллиметра и проверять точное соблюдение равенства

$$A = \frac{d_{\partial 1} + d_{\partial 2}}{2}.$$

В нашем случае это равенство соблюдается

$$A = \frac{63,59 + 226,41}{2} = 145 \text{ мм}.$$

11. Ширина шестерни и колеса:

$$b_1 = \psi_A A + 5 \text{ мм} = 0,3 \cdot 145 + 5 \approx 48 \text{ мм};$$

$$b_2 = \psi_A A = 0,3 \cdot 145 \approx 43 \text{ мм}.$$

12. Проверяем расчетные контактные напряжения при прямых размерах зацепления

$$\sigma_к = \frac{294}{A}\sqrt{\frac{M_{бр}(i+1)^3}{b_2 i}} = \frac{294}{145}\cdot\sqrt{\frac{130\cdot 10^3 (3,56+1)^3}{43\cdot 3,56}} = 575 \text{ н/мм}^2.$$

13. Силы, действующие в зацеплении.

Окружное усилие

$$P = \frac{N_1}{v} = \frac{10\cdot 10^3}{3,18} = 3140 \text{ н},$$

где

$$v = \omega_1 \frac{d_{\partial 1}}{2} = 100\cdot\frac{63,59}{2}\cdot 10^{-3} = 3,18 \text{ м/сек}.$$

Радиальное усилие

$$T = P\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta} = 3140\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ 38'50''} = 1170 \text{ н},$$

где $\alpha = 20^\circ$ — угол зацепления.

Осевое усилие

$$A = P \operatorname{tg}\beta = 3140 \operatorname{tg} 10^\circ 38'50'' = 591 \text{ н}.$$

14. Проверяем зубья шестерни и колеса на выносливость по напряжениям изгиба

$$\sigma_и = \frac{0,71PK}{y m_n b} \leqslant [\sigma_и].$$

а) Коэффициенты формы зубьев находим по фиктивным числам зубьев:

$$z_{1ф} = \frac{z_1}{\cos^3\beta} = \frac{25}{\cos^3 10^\circ 38'50''} \approx 26,$$

$$z_{2ф} = \frac{z_2}{\cos^3\beta} = \frac{89}{\cos^3 10^\circ 38'50''} \approx 91.$$

По табл. 34 приложения находим:

для шестерни $y_1 = 0,404$, для колеса $y_2 = 0,480$.

б) Сравнительная оценка прочности зубьев шестерни и колеса на изгиб:

$$[\sigma_{0и}]' y_1 = 238 \cdot 0,404 = 96,2 \ н/мм^2;$$

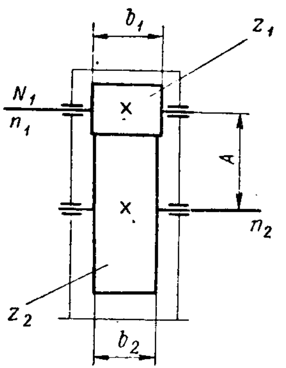
$$[\sigma_{0и}]'' y_2 = 218 \cdot 0,480 = 104 \ н/мм^2.$$

Дальнейший расчет ведем по зубу шестерни как менее прочному

$$\sigma_и' = \frac{0,71 \cdot 3140 \cdot 1,3}{0,404 \cdot 2,5 \cdot 48} = 59,5 \ н/мм^2;$$

$$\sigma_и' < [\sigma_{0и}]'.$$

107. Из условия контактной прочности определить основные параметры редуктора с цилиндрическими прямозубыми колесами, схема которого приведена на рисунке.



К задаче 107

Дано: $N_1 = 24$ *квт*; $n_1 = 980$ *об/мин*; $i = 4$.

При расчете принять: $K = 1,3$; $z_1 = 24$; $[\sigma_к] = 520$ $н/мм^2$ (для материала колеса); $\psi_A = 0,3$.

Ответ. $A = 240$ *мм*; $m = 4$ *мм*.

108. По данным, приведенным на рисунке, установить, являются ли быстроходная и тихоходная ступени редуктора равнопрочными по контактной выносливости. Материалы, из которых выполнены зубчатые пары обеих ступеней, одинаковы; $K = 1,3$.

Ответ. $\sigma_{к1} = 422$ $н/мм^2$; $\sigma_{к2} = 545$ $н/мм^2$.

109. Используя данные, приведенные на рисунке к задаче 108, определить силы, действующие в зацеплении каждой ступени редуктора. Установить, какой подшипник ведомого вала воспринимает осевую нагрузку, если ведущий вал вращается по ходу часовой стрелки (если смотреть с торца его выходного конца).

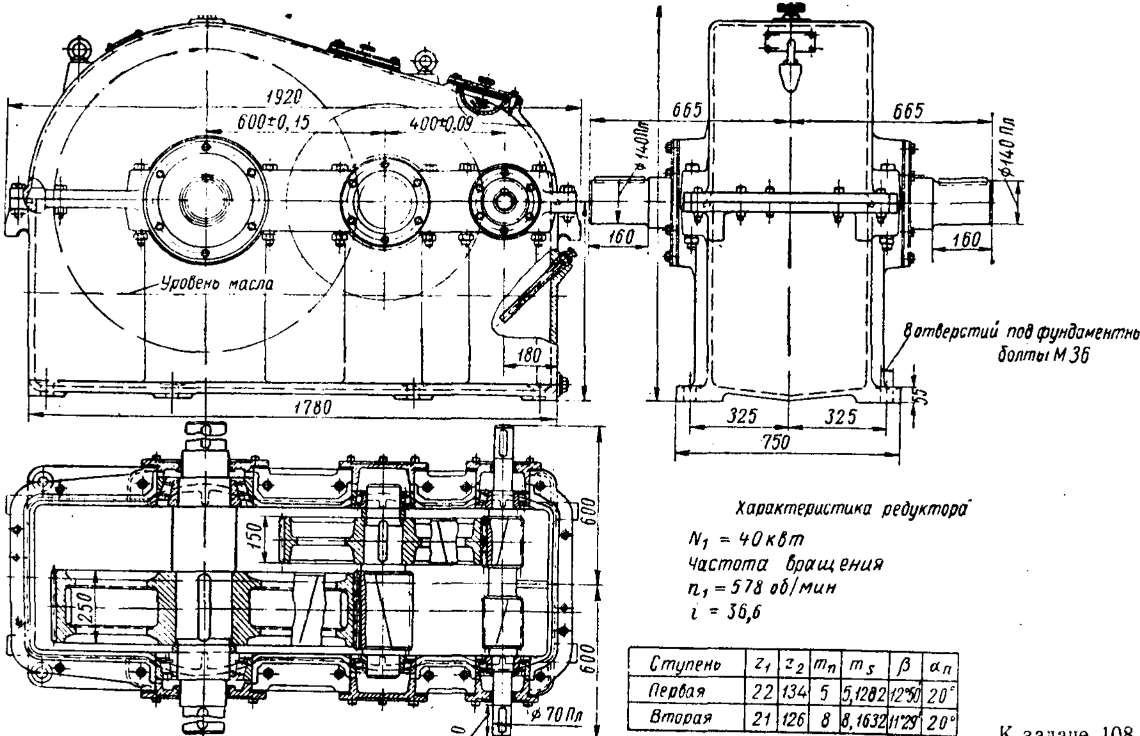
Ответ. $P = 11,700$ *кн*; $T_1 = 4,36$ *кн*; $A_1 = 2,78$ *кн*. $P_2 = 46,90$ *кн*; $T_2 = 17,20$ *кн*; $A_2 = 9,55$ *кн*.

110. Определить из условия контактной прочности допускаемую величину номинального момента на ведомом валу одноступенчатого редуктора (см. рисунок), данные которого: $m_n = 3$ *мм*; $\beta = 7° 54'$; $z_1 = 20$; $z_2 = 120$; $b = 64$ *мм*; твердость материала шестерни $HB_1 200$, колеса $HB_2 182$; $K = 1,3$.

Ответ. $M_2 = 706$ $н \cdot м$, без учета потерь в зубчатом зацеплении и в подшипниках.

111.** Рассчитать одноступенчатый цилиндрический зубчатый редуктор (см. рисунок) по данным, приведенным в таблице к задаче.

112. Редуктор с зубчатыми шевронными колесами имеет следующие характеристики: $m_s = 4,5$ *мм*; $z_1 = 24$; $z_2 = 96$; $b = 140$ *мм*; материал зубчатой пары: шестерня — сталь 40ХН ($\sigma_{пч} = 885$ $н/мм^2$; $\sigma_т = 686$ $н/мм^2$); HB 265; колесо — сталь 40Х ($\sigma_{пч} = 686$ $н/мм^2$; $\sigma_т = 440$ $н/мм^2$); HB 215. Как используется нагрузочная способность

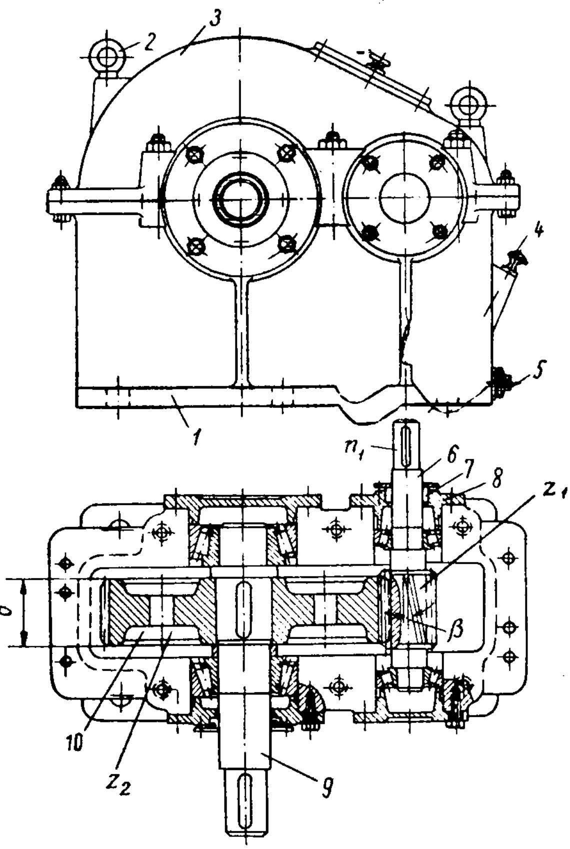


Характеристика редуктора

$N_1 = 40$ квт
Частота вращения
$n_1 = 578$ об/мин
$i = 36,6$

Ступень	z_1	z_2	m_n	m_s	β	α_n
Первая	22	134	5	5,1282	12°50'	20°
Вторая	21	126	8	8,1632	11°29'	20°

К задаче 108



К задаче 110

Одноступенчатый зубчатый редуктор с цилиндрическими косозубыми колесами

1 — основание корпуса; *2* — рым-болт; *3* — крышка корпуса; *4* — маслоуказатель жезловый; *5* — пробка маслоспускная; *6* — ведущий вал-шестерня; *7* — уплотнение; *8* — крышка торцовая; *9* — ведомый вал; *10* — зубчатое колесо.

редуктора по контактной прочности зубьев при $K = 1$, если мощность на ведущем валу $N_1 = 75$ *квт* при $\omega_1 = 100$ *рад/сек*.

Ответ. На 45,5% при $[\sigma_к] = 0{,}5\ \{[\sigma_к]_{шест} + [\sigma_к]_{кол}\}$.

113. По данным предыдущей задачи установить, как используется нагрузочная способность редуктора по прочности зубьев на изгиб.

114 *. Ведущий вал конической зубчатой передачи имеет частоту вращения $n_1 = 720$ *об/мин*, ведомый — $n_2 = 240$ *об/мин*. Число зубьев шестерни $z_1 = 18$; модуль зацепления (производственный)

Таблица данных к задаче 111

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Передаваемая мощность N_1, *квт*	10	15	20	25	30	35	40	50	10	20	30	40	50	60	70	80
Частота вращения ведущего вала n_1, *об/мин*	780	960	730	960	1440	960	1440	960	730	960	1440	1460	960	735	960	960
Передаточное число i	3	4	5	4	4	5	5	4	2	3	4	5	6	4	5	6
Тип передачи	Прямозубая				Косозубая		Прямозубая						Шевронная			
Материал шестерни	Сталь 45		Сталь 50		Сталь 50Г		Сталь 40Х		Сталь 55		Сталь 40Х		Сталь 40ХН			
Материал колеса	Сталь 35		Сталь Ст.5		Сталь 45		Сталь 50		Сталь 45		Сталь 35Х		Сталь 40Х			

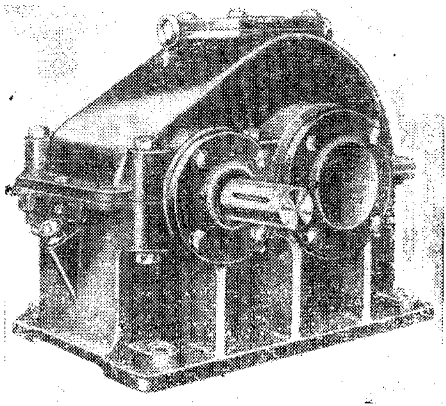
Продолжение

Вариант	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Передаваемая мощность N_1, *квт*	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	70	80	20	25	30	40
Частота вращения ведущего вала n_1, *об/мин*	1460	1460	730	960	1460	960	1460	960	1460	960	1460	1460	730	960	1460	960
Передаточное число i	3	3	4	5	3	4	4	5	5	6	4	5	6	4	5	5
Тип передачи	Прямозубая				Косозубая				Шевронная				Косозубая			
Материал шестерни	Сталь 50		Сталь 50Г		Сталь 40Х		Сталь 30ХГС		Сталь 40Х		Сталь 30ХГС		Сталь 45		Сталь 50	
Материал колеса	Сталь 35		Сталь 45		Сталь 50		Сталь 35Х		Сталь 45		Сталь 40Х		Сталь 35		Сталь Ст.5	

Примечания. 1. Материал шестерни подвержен улучшению или нормализации, а материал колеса — нормализации.

2. Срок службы редуктора не ограничен.

3. Коэффициент нагрузки принять равным 1,3.



К задаче 111

$m = 5$ *мм*. Определить основные размеры передачи и сделать ее эскиз, если коэффициент ширины колес $\psi_L = \frac{b}{L} = \frac{1}{3}$.

Р е ш е н и е. Передаточное число

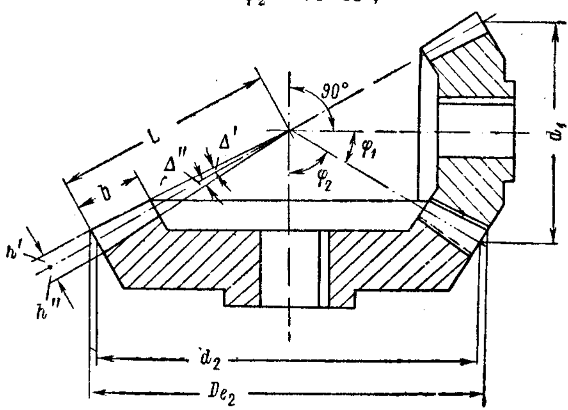
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{720}{240} = 3;$$

углы при вершинах делительных конусов:

$$\operatorname{ctg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 = i = 3;$$

$$\varphi_1 = 18^\circ\, 25';$$

$$\varphi_2 = 71^\circ\, 35';$$



К задаче 114

число зубьев колеса

$$z_2 = z_1 i = 3 \cdot 18 = 54;$$

диаметры оснований делительных конусов:

$$d_1 = mz_1 = 5 \cdot 18 = 90 \text{ мм};$$
$$d_2 = mz_2 = 5 \cdot 54 = 270 \text{ мм};$$

конусное расстояние

$$L = \frac{d_1 \sqrt{i^2+1}}{2} = \frac{90\sqrt{3^2+1}}{2} = 142{,}2 \text{ мм};$$

длина зуба по начальному конусу

$$b = L\psi_L = 142{,}2 \frac{1}{3} \approx 47 \text{ мм};$$

диаметры окружностей выступов:

$$D_{e1} = d_1 + 2m\cos\varphi_1 = 90 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}95 = 99{,}5 \text{ мм};$$
$$D_{e1} = d_2 + 2m\cos\varphi_2 = 270 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}316 = 273{,}2 \text{ мм};$$

угол головки зуба

$$\operatorname{tg}\Delta' = \frac{m}{L} = \frac{5}{142{,}2} = 0{,}0352;$$
$$\Delta' = 2^\circ\,0';$$

угол ножки зуба

$$\operatorname{tg}\Delta'' = \frac{1{,}2m}{L} = \frac{1{,}2 \cdot 5}{142{,}2} = 0{,}0422;$$
$$\Delta'' = 2^\circ\,25''.$$

115. Частота вращения ведомого вала конической передачи 180 *об/мин*; число зубьев шестерни 24, колеса — 36. Определить основные размеры передачи и сделать эскиз колёса, если производственный модуль 4 *мм* и коэффициент длины зуба $\psi_L = b : L = 1 : 3$. Какова частота вращения шестерни?

Ответ. $n_1 = 270$ *об/мин*; $L = 86{,}54$ *мм*; $b = 29$ *мм*.

116. Шестерня конической передачи имеет 20 зубьев; максимальный модуль зацепления 6 *мм*; коэффициент длины зубьев $\psi_L = \frac{b}{L} = \frac{1}{3}$. Сделать эскиз шестерни.

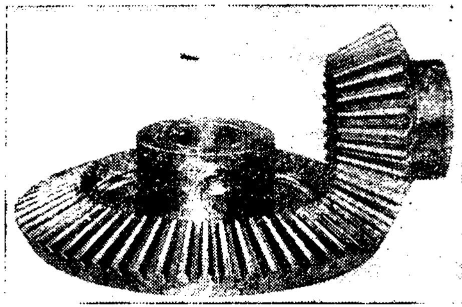
117. Произвести сравнительную оценку прочности на изгиб зубьев шестерни и колеса конической передачи с $z_1 = 18$ и $z_2 = 36$. Шестерня выполнена из стали 45 ($\sigma_{пч} = 590$ *н/мм²*; $\sigma_т = 295$ *н/мм²*), колесо — из стали 35 ($\sigma_{пч} = 490$ *н/мм²*; $\sigma_т = 255$ *н/мм²*). Заготовки получены ковкой с последующей нормализацией.

Ответ. Зубья колеса прочнее.

118. Определить требуемые механические качества стали для открытой конической зубчатой пары (см. рисунок), предназначенной для передачи момента на колесе $M_к = 350$ *н·м*; $m = 3$ *мм*; $b = 34$ *мм*; $z_1 = 30$; $z_2 = 60$. Передача нереверсивная.

Принять: $K = 1,5$; $\gamma = 1,25$. Заготовка — поковка ($[n] = 1,5$; $k_\sigma = 1,5$).

Ответ. $\sigma_{пч} = 850$ *н/мм*^{2} (шестерня); $\sigma_{пч} = 742$ *н/мм*^{2} (колесо).



К задаче 118

119*. Рассчитать открытую коническую передачу $z_9 - z_{10}$ приводной станции подвесного конвейера. Момент на коническом колесе z_{10} $M_к = 5000$ *н·м*; $i = 4$.

Решение.

1. Углы при вершинах делительных конусов:

$$\varphi_9 = \varphi_ш = \operatorname{arcctg} i = \operatorname{arcctg} 4 = 14°\,02';$$

$$\varphi_{10} = \varphi_к = 90° - \varphi_ш = 90° - 14°\,02' = 75°\,58'.$$

2. Материал зубчатой пары.

Примем для шестерни сталь Ст.5 ($\sigma_{пч} = 490$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 255$ *н/мм*^{2}); для колеса — чугун СЧ18-36.

3. Допускаемые напряжения изгиба:

для шестерни из стали Ст.5

$$[\sigma_{0и}]' = \frac{1,5\sigma_{-1}}{[n]\,K_\sigma} = \frac{1,5\cdot 210}{1,5\cdot 1,5} = 140\,н/мм^2,$$

где

$$\sigma_{-1} = 0,43\,\sigma_{пч} = 0,43\cdot 490 = 210\ н/мм^2;$$

$$[n] = 1,5;\ k_\sigma = 1,5;$$

для колеса из чугуна СЧ15-32

$$[\sigma_{0и}]'' = \frac{1,5\cdot 80}{1,7\cdot 1,2} = 59\ н/мм^2,$$

где

$$\sigma_{-1} \approx 0,45\sigma_{пчр} = 0,45\cdot 177 \approx 80\ н/мм^2;\quad [n] = 1,7;\ k_\sigma = 1,2.$$

4. Числа зубьев.

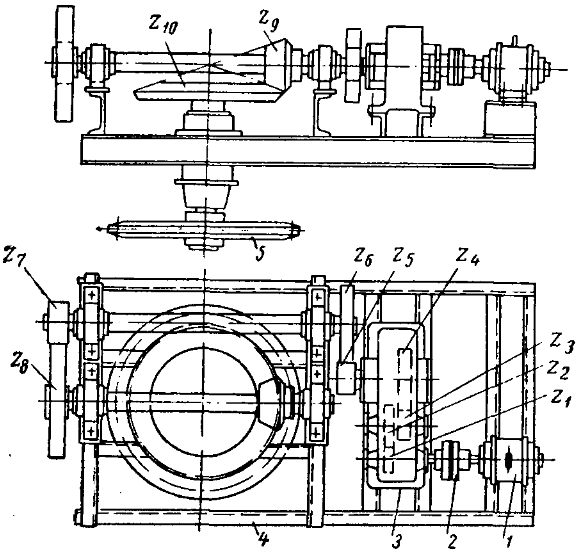
Примем $z_9 = z_ш = 18$, тогда $z_{10} = z_к = z_9 \cdot i = 18\cdot 4 = 72$.

5. Коэффициент формы зуба находим по фиктивному числу зубьев из табл. 34 приложения:

$$z_{фш} = \frac{z_ш}{\cos \varphi_ш} = \frac{18}{\cos 14^\circ\ 0{,}2'} \approx 19;$$

$$z_{фк} = \frac{z_k}{\cos \varphi_k} = \frac{72}{\cos 75^\circ\ 58'} \approx 298;$$

$$y_ш = 0{,}354;\ y_к = 0{,}496.$$



К задаче 119
Приводная станция подвесного конвейера

1 — электродвигатель; *2* — упругая муфта; *3* — редуктор зубчатый двухступенчатый с цилиндрическими колесами; *4* — рама; *5* — звездочка; z_5, z_6 и z_7, z_8 — цилиндрические открытые зубчатые передачи; z_9, z_{10} — коническая открытая зубчатая передача

6. Сравнительная оценка прочности на изгиб зубьев шестерни и колеса: $y_ш\ [\sigma_{0и}]' = 0{,}354 \cdot 140 = 49{,}5$ *н/мм*^{2}; $y_к\ [\sigma_{0и}]'' = 0{,}496 \times$ $\times 59 = 29{,}3$ *н/мм*^{2}. Дальнейшие расчеты ведем по зубьям колеса как менее прочным.

7. Коэффициент длины зуба.

Назначим $\psi_L = \frac{b}{L} = 0{,}25$, тогда

$$\psi = \frac{b}{m_{ср}} = \frac{z_ш}{7 \sin \varphi_ш} = \frac{18}{7 \sin 14^\circ 02'} \approx 10{,}6.$$

8. Коэффициент нагрузки K принимаем равным 1,5.

9. Коэффициент износа $\gamma = 1{,}5$.

10. Модуль зацепления (средний)

$$m_{ср} = \sqrt[3]{\frac{2M_к K\gamma}{y_к [\sigma_{0и}]'' z_к \psi}} = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 5000\cdot 10^3\cdot 1,5\cdot 1,5}{0,496\cdot 59\cdot 72\cdot 10,6}} = 10,0 \ мм.$$

11. Модуль максимальный при принятом значении $\psi_L = \frac{b}{L} = 0,25$

$$m = m_{ср} + \frac{b \sin \varphi_ш}{z_ш} = 10 + \frac{106 \sin 14°\,02'}{18} = 11,42 \ мм,$$

где

$$b = \psi m_{ср} = 10,6\cdot 10,0 = 106 \ мм.$$

По ГОСТ 9563—60 ближайший $m = 12$ *мм* *.

12. Диаметры оснований делительных конусов:

$$d_ш = d_9 = mz_9 = 12\cdot 18 = 216 \ мм;$$

$$d_к = d_{10} = mz_{10} = 12\cdot 72 = 864 \ мм.$$

13. Конусное расстояние

$$L = \frac{m}{2}\sqrt{z_9^2 + z_{10}^2} = \frac{12}{2}\sqrt{18^2 + 72^2} = 445,2 \ мм.$$

120. Определить допускаемую величину момента для колеса открытой конической зубчатой передачи привода питателя, конструкция и основные данные которого приведены на рисунке.

Принять $z_1 = 20$; $K = 1,5$; $\gamma = 2$; $\psi_L = b : L = 0,25$; допускаемые напряжения изгиба для шестерни из стали 45 $[\sigma_{0и}]' = 160$ *н/мм*^{2}, для колеса из чугуна СЧ21-40 $[\sigma_{0и}]'' = 61$ *н/мм*^{2}.

Ответ. Тип *А* — 3220 *н·м*; тип *Б* — 5200 *н·м*; тип *В* — 8650 *н·м*.

121 *. Рассчитать конический редуктор (см. рисунок) привода смесителя. Дано: $N_1 = 7$ *квт*; $n_1 = 940$ *об/мин*; $i = 3$. Передача нереверсивная. $K = 1,5$. Срок службы не ограничен.

Решение.

1. Углы при вершинах делительных конусов:

$$\varphi_1 = \operatorname{arcctg} i = \operatorname{arcctg} 3 = 18°\,26';$$

$$\varphi_2 = 90° - \varphi_1 = 90° - 18°\,26' = 71°\,34'.$$

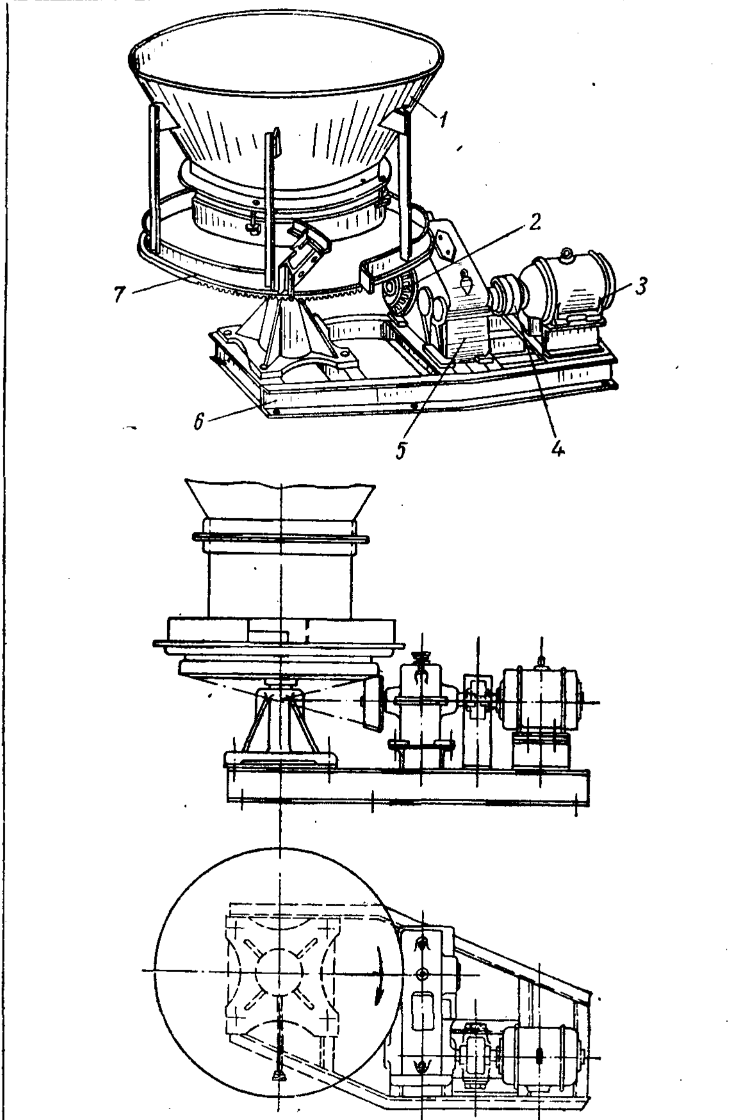
2. Материал зубчатой пары. Выберем для шестерни сталь 45 ($\sigma_{пч} = 685$ *н/мм*^{2}; $\sigma_т = 390$ *н/мм*^{2}), термообработка — улучшение *НВ* 194; для колеса — сталь 35 ($\sigma_{пч} = 490$ *н/мм*^{2}, $\sigma_т = 255$ *н/мм*^{2}), термообработка — нормализация *НВ* 140.

3. Допускаемое контактное напряжение для колеса

$$[\sigma_к] = 2,75HB = 2,75\cdot 140 = 385 \ н/мм^2.$$

---

* Для конических зубчатых колес округление максимального модуля по ГОСТ не обязательно, но все же чаще принимают стандартное значение.



К задаче 120

1 — бункер; *2* — коническая передача; *3* — электродвигатель; *4* — муфта; *5* — редуктор; *6* — рама; *7* — тарельчатый питатель

Тип А $i = 4$; $m = 10$ *мм*; $n_2 = 7{,}5$ *об/мин*. Тип Б $i = 4$; $m = 12$ *мм*; $n_2 = 7{,}5$ *об/мин*. Тип В $i = 4$; $m = 14$ *мм*; $n_2 = 5$ *об/мин*

4. Допускаемые напряжения изгиба:
для шестерни

$$[\sigma_{0и}]' = \frac{1{,}5\sigma_{-1}}{[n]\,k_\sigma} = \frac{1{,}5\cdot 295}{1{,}5\cdot 1{,}5} = 197 \ н/мм^2,$$

где

$$\sigma_{-1} = 0{,}43\sigma_{пч} = 0{,}43\cdot 685 = 295 \ н/мм^2;$$

$$[n] = 1{,}5 \text{ и } k_\sigma = 1{,}5 \text{ (см. стр. 377);}$$

для колеса

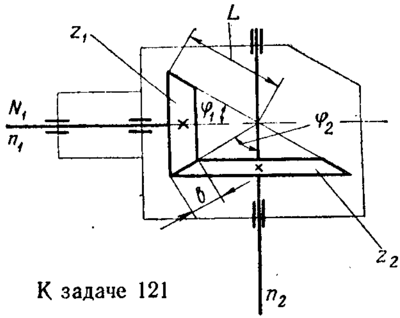
$$[\sigma_{0и}]'' = \frac{1{,}5\cdot 210}{1{,}5\cdot 1{,}5} = 140 \ н/мм^2,$$

где $\sigma_{-1} \doteq 0{,}43\cdot 490 = 210 \ н/мм^2$.

5. Числа зубьев.

Назначаем $z_1 = 20$, тогда $z_2 = z_1\cdot i = 20\cdot 3 = 60$.

6. Конусное расстояние определяем из условия контактной прочности.



К задаче 121

Принимаем $\psi_L = \frac{b}{L} = \frac{1}{3}$, при этом

$$L = 80{,}3\sqrt{i^2+1}\sqrt[3]{\frac{M_б K}{[\sigma_к]^2 i}} = 80{,}3\sqrt{3^2+1}\sqrt[3]{\frac{71\cdot 10^3\cdot 1{,}5}{385^2\cdot 3}} \approx 160 \ мм.$$

Здесь

$$M_б = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{7\cdot 10^3}{98{,}5} = 71 \ н\cdot м,$$

где $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3{,}14\cdot 940}{30} = 98{,}5 \ рад/сек.$

7. Максимальный модуль

$$m = \frac{2L\sin\varphi_1}{z_1} = \frac{2\cdot 160\sin 18^\circ 26'}{20} = 5{,}05 \ мм.$$

По ГОСТ 9563—60 примем $m = 5$ мм.

8. Действительное конусное расстояние при $m = 5$ мм

$$L = \frac{mz_1}{2\sin\varphi_1} = \frac{5\cdot 20}{2\sin 18^\circ 26'} = 158{,}3 \ мм.$$

9. Длина зубьев

$$b = \psi_L L = \frac{1}{3}\,58{,}3 = 52{,}6 \ мм.$$

Примем $b = 52$ мм.

10. Проверка расчетных контактных напряжений (эта проверка необходима, так как принятые значения m и L ниже требуемых):

$$\sigma_{\text{к}} = 720 \sqrt{\frac{M_{\text{б}} K \left(\sqrt{i^2+1}\right)^3}{iL^3}},$$

так как $L = \frac{b}{\psi_L}$, то

$$\sigma_{\text{к}} = 720 \sqrt{\frac{M_{\text{б}} K \left(\sqrt{i^2+1}\right)^3}{i\left(\frac{b}{\psi_L}\right)^3}} =$$

$$= 720 \sqrt{\frac{71 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5\left(\sqrt{3^2+1}\right)^3}{3 \cdot \left(\frac{52}{\frac{1}{3}}\right)^3}} = 390 \ н/мм^2;$$

$\sigma_{\text{к}} > [\sigma_{\text{к}}]$ на 1,4%, что допустимо.

11. Коэффициенты формы зуба шестерни и колеса находим из табл. 34 приложения по фиктивным числам зубьев:

$$z_{1\text{ф}} = \frac{z_1}{\cos \varphi'} = \frac{20}{\cos 18^\circ 26'} \approx 21;$$

$$z_{2\text{ф}} = \frac{z_2}{\cos \varphi_2} = \frac{60}{\cos 71^\circ 34'} \approx 190;$$

$$y_1 = 0{,}377; \ y_2 = 0{,}492.$$

12. Сравнительная оценка прочности зубьев шестерни и колеса на изгиб:

$$y_1 \, [\sigma_{0\text{и}}]' = 0{,}377 \cdot 197 = 74 \ н/мм^2;$$

$$y_2 \, [\sigma_{0\text{и}}]'' = 0{,}492 \cdot 140 = 68{,}8 \ н/мм^2.$$

Расчет на изгиб ведем по зубьям колеса как менее прочным

$$\sigma_{\text{и}}'' = \frac{2M_{\text{к}}K}{y_2 z_2 b m_{\text{ср}}^2} = \frac{2 \cdot 213 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5}{0{,}377 \cdot 60 \cdot 52 \cdot 4{,}18^2} = 31{,}1 \ н/мм^2,$$

где

$$M_{\text{к}} = M_{\text{б}} i = 71 \cdot 3 = 213 \ н \cdot м;$$

$$m_{\text{ср}} = m - \frac{b \sin \varphi_1}{z_1} = 5 - \frac{52 \sin 18^\circ 26'}{20} = 4{,}18 \ мм.$$

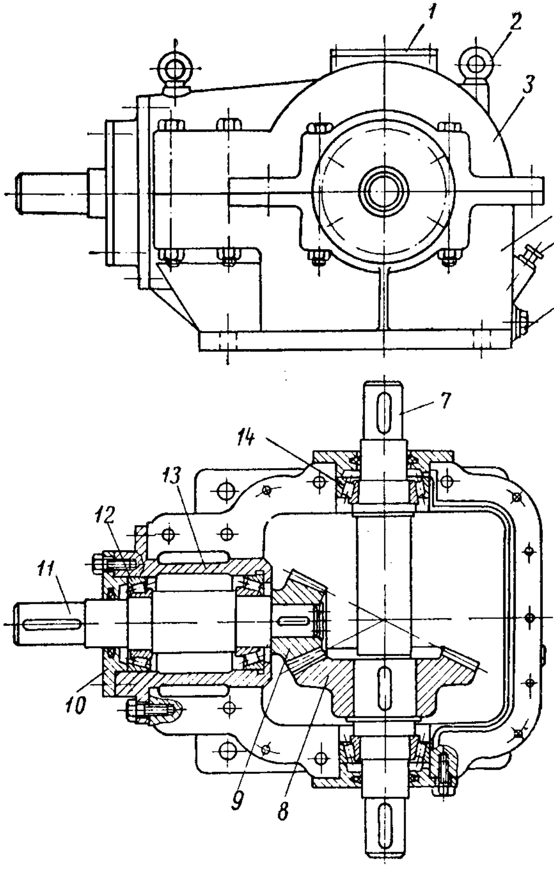
14. Основные размеры зубчатой пары:

$$d_1 = mz_1 = 5 \cdot 20 = 100 \ мм;$$

$$d_2 = mz_2 = 5 \cdot 60 = 300 \ мм;$$

$L = 158{,}3$ *мм*; $b = 52$ *мм* (см. пп. 8 и 9).

122. Найти величины сил, действующих в зацеплении конического редуктора, схема и характеристика которого приведены на рисунке.



К задаче 122

Редуктор одноступенчатый с коническими зубчатыми колесами

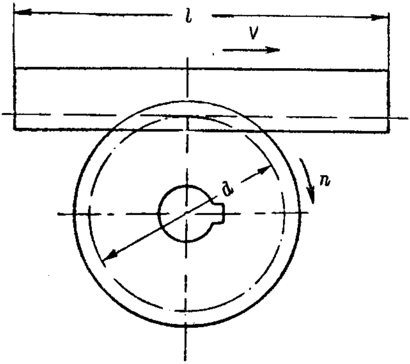
1 — крышка люка; *2* — рым-болт; *3* — крышка корпуса; *4* — основание корпуса; *5* — маслоуказатель жезловый; *6* — пробка маслоспускная; *7* — ведомый вал; *8* — зубчатое колесо коническое; *9* — шестерня коническая; *10* — крышка торцовая с уплотнением; *11* — ведущий вал; *12* — роликоподшипник конический ведущего вала; *13* — стакан; *14* — роликоподшипник конический ведомого вала

Характеристика редуктора:

$N = 6$ *квт*; $n_1 = 960$ *об/мин*; $m = 5$ *мм*; $z_1 = 25$; $z_2 = 50$; $b = 50$ *мм*

Вычертив схематически шестерню и колесо, указать векторы этих сил на шестерне и колесе при выбранном направлении вращения ведущего вала. По чертежу установить, какой из подшипников ведущего вала воспринимает осевую силу, действующую на шестерню.

Ответ. $P = 1170$ *н*; $T_к = 191$ *н*; $A_к = 377$ *н*.



К задаче 123

123. Какую частоту вращения должна иметь шестерня реечного механизма с $z_1 = 17$ зубьев, чтобы рейка перемещалась со скоростью $v = 0{,}4$ *м/сек*? Диаметр начальной окружности шестерни $d_1 = 59{,}5$ *мм*. Определить число зубьев z_2 рейки, при котором обеспечивается ее перемещение на $l = 880$ *мм*.

Ответ. $n = 128$ *об/мин*; $z_2 = 80$.

124. Частота вращения шестерни реечного механизма 57 *об/мин*. Число зубьев шестерни 25, модуль зацепления 4 *мм*. Определить скорость движения рейки.

Ответ. 0,3 *м/сек*.

ГЛАВА 18

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ. РЕДУКТОРЫ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, УКАЗАНИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

A — межосевое (межцентровое) расстояние передачи

z_1 — число заходов резьбы червяка

z_2 — число зубьев червячного колеса

$d_{дч}$ — диаметр делительного цилиндра червяка

$d_{дк}$ — диаметр делительной окружности червячного колеса

$D_{еч}$ — диаметр цилиндра выступов червяка

$D_{ек}$ — диаметр окружности выступов червячного колеса

$D_{iч}$ — диаметр цилиндра впадин червяка

$D_{iк}$ — диаметр окружности впадин червячного колеса

B — ширина венца червячного колеса

m_s — осевой модуль червяка (торцовый модуль червячного колеса)

$q = d_{дч}/m_s$ — относительная толщина червяка

λ — угол подъема нарезки червяка по делительному цилиндру

$M_к$ — момент (номинальный) на валу червячного колеса

Основные расчетные зависимости

I. Расчет на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев.

А. Определение требуемого межосевого расстояния (проектный расчет) при стальном червяке и бронзовом или чугунном венце червячного колеса

$$A = 30{,}7\left(\frac{z_2}{q} + 1\right)\sqrt[3]{\frac{M_{\text{рк}}}{\left(\frac{z_2}{q}\,[\sigma_{\text{к}}]\right)^2}}.$$

Б. Проверка прочности

$$\sigma_{\text{к}} = \frac{476}{d_{\partial\text{к}}}\sqrt{\frac{M_{\text{рк}}}{d_{\partial\text{ч}}}} \leqslant [\sigma_{\text{к}}].$$

II. Расчет зубьев червячного колеса на выносливость по напряжениям изгиба.

А. Определение требуемого модуля зацепления

$$m_s = \sqrt[3]{\frac{1{,}2M_{\text{рк}}\gamma}{[\sigma_{\text{и}}]\,z_2 q y_{\text{к}}}}.$$

Б. Проверка прочности

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{1{,}2M_{\text{рк}}\gamma}{m_s^2 z_2 d_{\partial\text{ч}} y_{\text{к}}} \leqslant [\sigma_{\text{и}}].$$

III. Коэффициент полезного действия редуктора (с учетом потерь в опорах валов, а также на перемешивание масла).

$$\eta = (0{,}95 \div 0{,}96)\,\frac{\operatorname{tg}\lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \rho')}.$$

ОБОЗНАЧЕНИЯ И УКАЗАНИЯ К РАСЧЕТАМ

$M_{\text{рк}}$ — расчетный момент на валу червячного колеса; $M_{\text{рк}} = KM_{\text{к}}$, где K — коэффициент нагрузки (см. табл. 35 приложения)

$\sigma_{\text{к}}$ — расчетное контактное напряжение

$[\sigma_{\text{к}}]$ — допускаемое контактное напряжение для венца червячного колеса (см. табл. 38 и 39 приложения)

$\sigma_{\text{и}}$ — расчетное напряжение изгиба в зубьях червячного колеса

$[\sigma_{\text{и}}]$ — допускаемое напряжение изгиба для зубьев червячного колеса (см. табл. 39 приложения)

γ — коэффициент, учитывающий ослабление зуба в результате износа (для закрытых передач $\gamma = 1$)

$y_{\text{к}}$ — коэффициент формы зуба (см. табл. 34 приложения) принимают по эквивалентному (фиктивному) числу зубьев червячного колеса

$$z_э = \frac{z_2}{\cos^3\lambda},$$

где $\operatorname{tg}\lambda = \frac{z_1}{q}$.

Значения q и m_s рекомендуется принимать по ГОСТ 2144—66 (см. табл. 36 приложения).

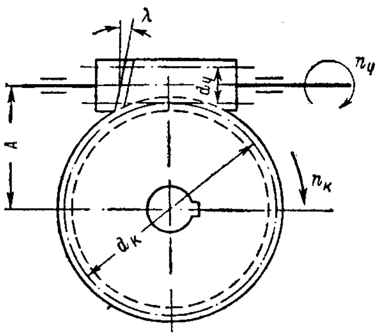
Единицы измерения величин, входящих в расчетные зависимости: A, m_s, $d_{\partial\text{ч}}$ и $d_{\partial\text{к}}$, *мм*; $M_{\text{рк}}$, *н·мм*; $\sigma_{\text{к}}$, $\sigma_{\text{и}}$, $[\sigma_{\text{к}}]$ и $[\sigma_{\text{и}}]$, *н/мм²*

125*. Частоты вращения ведущего вала червячной передачи $n_1 = n_{\text{ч}} = 1440$ *об/мин*. Число заходов червяка $z_1 = 2$; число зубьев колеса $z_2 = 74$; осевой модуль $m_s = 5$ *мм*; число модулей в диаметре делительного цилиндра червяка $q = 12$. Определить частоту вращения вала червячного колеса и основные размеры передачи.

Решение. Передаточное число $i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{74}{2} = 37$; частота вращения колеса

$$n_к = \frac{n_ч}{i} = \frac{1440}{37} = 39 \text{ об/мин};$$

диаметр делительного цилиндра червяка



К задаче 125

$$d_{\partial ч} = qm_s = 12 \cdot 5 = 60 \text{ мм};$$

диаметр делительной окружности червячного колеса

$$d_{\partial к} = m_s z_2 = 5 \cdot 74 = 370 \text{ мм};$$

межосевое расстояние

$$A = \frac{d_{\partial к} + d_{\partial ч}}{2} = \frac{370 + 60}{2} = 215 \text{ мм};$$

угол подъема винтовой линии на делительном цилиндре червяка

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{12} = 0{,}1667;$$

$$\lambda = 9°27'44''.$$

126. Межосевое расстояние червячной передачи 240 *мм*; число зубьев колеса 52; осевой модуль 8 *мм*. Определить основные размеры передачи и частоту вращения червяка, если частота вращения червячного колеса 45 *об/мин*. Передаточное число $i = 26$; червяк двухзаходный.

Ответ. $d_{\partial ч} = 64$ *мм*; $d_{\partial к} = 416$ *мм*; $q = 8$; $\lambda = 14°\,02'10''$; $n_ч = 1770$ *об/мин*.

127. Частота вращения червяка червячной передачи $n_ч = 960$ *об/мин*, частота вращения колеса $n_к = 60$ *об/мин*. Определить основные размеры передачи, если $z_1 = 2$; $\lambda = 14°\,02'\,10''$; $m_s = 12$ *мм*.

Ответ. $A = 240$ *мм*; $q = 8$; $d_{\partial ч} = 96$ *мм*; $d_{\partial к} = 384$ *мм*.

128. Червячный редуктор с однозаходным червяком ($z_1 = 1$) имеет $m_s = 5$ *мм*; $q = 10$ и $z_2 = 30$ (см. рисунок). Определить к. п. д. редуктора, приняв, что потери мощности в опорах и на перемешивание масла в редукторе составляют 5%. Приведенный коэффициент трения между шлифованными витками стального червяка и зубьями бронзового венца f' принять равным 0,05. Составить кинематическую схему и указать особенности конструкции.

Ответ. $\eta \approx 0{,}63$.

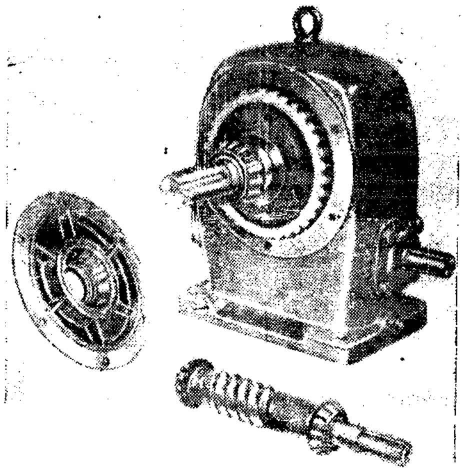
129. На рисунке изображен канатный привод, у которого $z_1 = 2$; $z_2 = 40$; $m_s = 5$ *мм*; $q = 10$; у зубчатой передачи $z_{шест} = 18$; $z_{кол} = 72$; к. п. д. зубчатой пары $\eta_1 = 0{,}97$; к. п. д., учитывающий потери в одной паре подшипников скольжения, $\eta_2 = 0{,}96$.

Потери мощности в опорах и на перемешивание масла в редукторе составляют 5%. Приведенный коэффициент трения между червяком и бронзовым венцом $f' = 0{,}05$.

Составить кинематическую схему, определить общее передаточное число и к. п. д. привода.

Ответ. $i = 80$; $\eta \approx 0,7$.

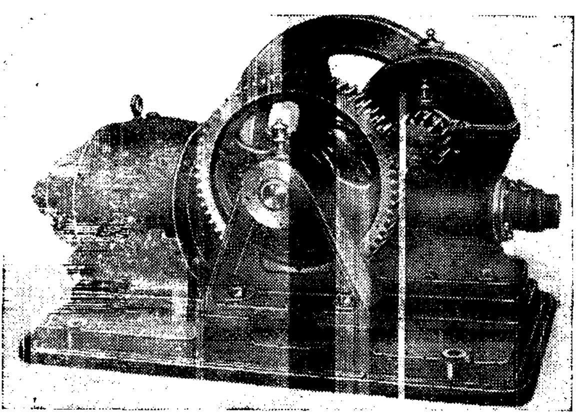
130. Используя данные, приведенные к задаче 128, определить момент, который можно снять с вала червячного колеса редуктора



К задаче 128

(см. рисунок к задаче 128), если подводимая к валу червяка мощность составляет 5 *квт*. Угловая скорость вала червяка равна 153 *рад/сек*.

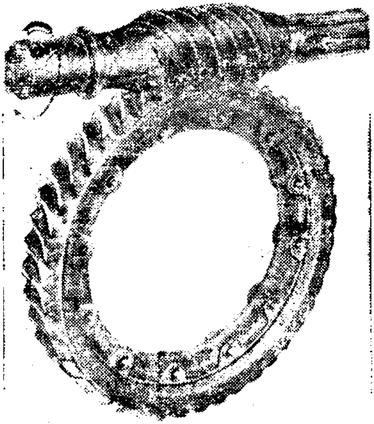
Ответ. $M_к = 616$ *н·м*.



К задаче 129

131. Однозаходный стальной червяк с $m_s = 5$ *мм* и $q = 10$ работает в паре с червячным колесом (в одном случае венец из бронзы, в другом из чугуна). Приведенный коэффициент трения сталь—бронза $f' = 0{,}05$; сталь—чугун $f' = 0{,}1$. Установить, будут ли передачи самотормозящими.

132. На рисунке показана червячная пара. С учетом принятых условных обозначений для схем сделать эскизы червяка и червячного колеса, каждый в двух проекциях. Указать векторами отдельно на червяке и на червячном колесе составляющие силы, действующие в зацеплении при работе червячной передачи. Направлением вращения червяка следует задаться.



К задаче 132

133. Определить величины составляющих сил, действующих в зацеплении червячного редуктора, если вращающий момент на червячном колесе $M_к = 1200$ *н·м*; $m_s = 8$ *мм*; $q = 8$; $z_2 = 37$. Червяк стальной двухзаходный; венец червячного колеса из бронзы. Принять $f' = 0{,}05$.

Ответ. $P_к = Q_ч = 8100$ *н*; $T_к = T_ч = 2950$ *н*; $Q_к = P_ч = 2450$ *н*.

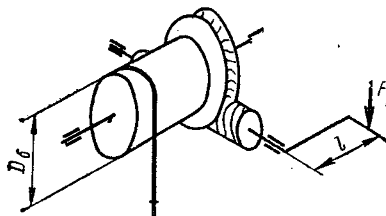
134 *. Определить модуль и основные параметры червячной пары настенного ворота. Максимальное натяжение каната $Q = 800$ *кгс* (см. рисунок). Усилие рабочего $P_р = 100$ *н*. Диаметр барабана (расчетный) $D_б = 220$ *мм*. Плечо рукоятки $l = 345$ *мм*. Червяк из стали 45; червячное колесо из чугуна СЧ15-32.

Решение.

1. Момент на барабане (на червячном колесе)

$$M_к = \frac{QD_б}{2} = \frac{0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}22}{2} = 864 \ н \cdot м$$

(к. п. д. барабана не учитываем).



К задаче 134

2. Момент, создаваемый рабочим (момент на червяке)

$$M_ч = P_р l = 100 \cdot 0{,}345 = 34{,}5 \ н \cdot м.$$

3. Требуемое передаточное число при предварительно принятом к. п. д. червячной передачи $\eta = 0{,}6$

$$i = \frac{M_к}{M_ч \eta} = \frac{864}{34{,}5 \cdot 0{,}6} = 41{,}8;$$

принимаем $i = 42$.

4. Заходность червяка * и число зубьев колеса

$$z_1 = \frac{z_{2\min}}{i} = \frac{28}{42} < 1.$$

Принимаем $z_1 = 1$, тогда

$$z_2 = z_1 i = 1 \cdot 42 = 42.$$

5. Допускаемое напряжение изгиба для зубьев червячного колеса из чугуна СЧ15-32 при нереверсивной работе из табл. 39 приложения

$$[\sigma_{0и}] = 37{,}3 \ н/мм^2.$$

6. Относительную толщину червяка $q = \frac{d_{дч}}{m_s}$ примем предварительно равной 10.

7. Коэффициент нагрузки $K = 1$ (нагрузка спокойная; см. табл. 35 приложения).

8. Коэффициент износа γ принимаем равным 1,25 ввиду малой скорости скольжения червяка (ручной привод).

9. Коэффициент формы зуба находим по табл. 34 приложения: $y_к = 0{,}447$ при

$$z_э = \frac{z_2}{\cos^3 \lambda} = \frac{42}{\cos 5° \, 42' \, 38''} = 42{,}7,$$

где

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{z_1}{q} = \operatorname{arctg} \frac{1}{10} = 5° \, 42' \, 38''.$$

10. Требуемый модуль зацепления

$$m_s = \sqrt[3]{\frac{1{,}2 M_к K \gamma}{y_к q z_2 [\sigma_{0и}]}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}2 \cdot 864 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 1{,}25}{0{,}447 \cdot 10 \cdot 42 \cdot 37{,}3}} = 5{,}5 \ мм.$$

По ГОСТ 2144—66 принимаем $m_s = 6$ *мм* и $q = 10$ (см. табл. 36 приложения); так как относительная толщина червяка q не изменилась, то не изменится и угол $\lambda = 5° \, 42' 38''$.

11. Уточняем η, i, z_2 и m_s.

а) Приведенный коэффициент трения $f'' = 0{,}09$ (чугунное червячное колесо и стальной червяк; см. примечание к табл. 37 приложения).

Приведенный угол трения $\rho' = \operatorname{arctg} f' \approx 5° \, 09'$.

Коэффициент полезного действия

$$\eta = 0{,}95 \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \rho')} = 0{,}95 \frac{\operatorname{tg} 5° \, 42' \, 38''}{\operatorname{tg}(5° \, 42' \, 38'' + 5° \, 09')} \approx 0{,}50.$$

---

* Ориентировочно можно выбирать число заходов из следующего соотношения: $z_1 = \frac{z_{2\min}}{i} = \frac{28}{i}$, где $z_{2\min}$ — минимально допустимое число зубьев колеса, равное 28.

Если $z_1 < \frac{28}{i}$, то принимают $z_1 = 1$; если $z_1 > 1$, то принимают $z_1 = 2$ и т. д б) Требуемое передаточное число при уточненном значении к. п. д.

$$i = \frac{M_к}{M_ч \eta} = \frac{864}{34,5 \cdot 0,5} = 50.$$

в) Число зубьев колеса

$$z_2 = z_1 i = 1 \cdot 50 = 50.$$

г) Коэффициент формы зуба $y_к = 0,459$ по табл. 34 приложения при

$$z_э = \frac{z_2}{\cos^3 \lambda} = \frac{50}{\cos^3 5^\circ 42' 38''} = 51,8.$$

д) Требуемый модуль зацепления при измененном числе зубьев колеса

$$m_s = \sqrt[3]{\frac{1,2 \cdot 864 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 1,25}{0,459 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 37,3}} = 5,3 \text{ мм}.$$

По ГОСТ 2144—66 окончательно принимаем $m_s = 6$ *мм*; $q = 10$.

12. Размеры червячной пары.

Червяк:

$$d_{\partial ч} = m_s q = 6 \cdot 10 = 60 \text{ мм};$$

$$D_{eч} = d_{\partial ч} + 2m_s = 60 + 2 \cdot 6 = 72 \text{ мм};$$

$$D_{iч} = d_{\partial ч} - 2,4m_s = 60 - 2,4 \cdot 6 = 45,6 \text{ мм}.$$

Длина нарезаемой части червяка при числе заходов $z_1 = 1$

$$L_ч = (11 + 0,06z_2)\, m_s = (11 + 0,06 \cdot 50) \cdot 6 = 84 \text{ мм}.$$

Червячное колесо:

$$d_{\partial к} = m_s z_2 = 6 \cdot 50 = 300 \text{ мм};$$

$$D_{eк} = d_{\partial к} + 2m_s = 300 + 2 \cdot 6 = 312 \text{ мм};$$

$$D_{iк} = d_{\partial к} - 2,4m_s = 300 - 2,4 \cdot 6 = 285,6 \text{ мм};$$

$$B = 0,75 D_{eч} = 0,75 \cdot 72 = 54 \text{ мм}.$$

13. Проверим напряжения изгиба в зубьях червячного колеса при принятых значениях m_s и q

$$\sigma_и = \frac{1,2 M_к K \gamma}{m_s^2 y_к z_2 d_{\partial ч}} = \frac{1,2 \cdot 864 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 1,25}{6^2 \cdot 0,459 \cdot 50 \cdot 60} = 26,1 \text{ н/мм}^2;$$

$$\sigma_и < [\sigma_и].$$

14. Проверим расчетные контактные напряжения при принятых размерах зацепления

$$\sigma_к = \frac{476}{d_{\partial к}} \sqrt{\frac{M_{рк}}{d_{\partial ч}}} = \frac{476}{300} \sqrt{\frac{864 \cdot 10^3}{60}} = 60 \text{ н/мм}^2.$$

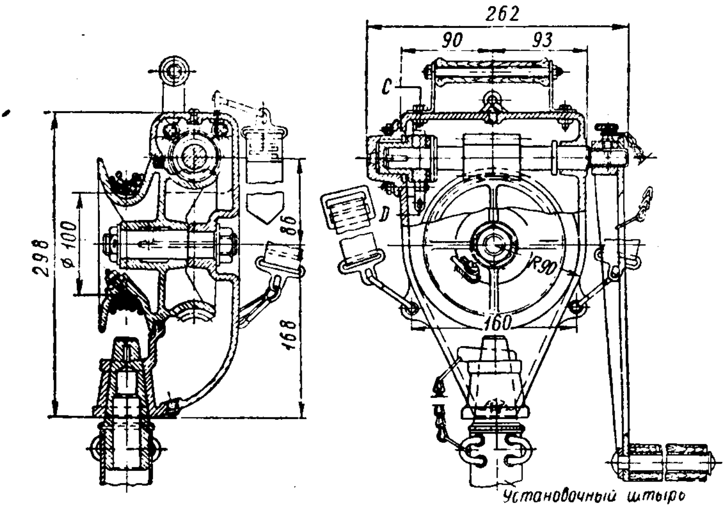
Это напряжение значительно ниже допускаемого (см. табл. 38 приложения), следовательно, передача обладает достаточной стойкостью против заедания.

135. Определить из условия прочности зубьев червячного колеса на изгиб допускаемую расчетную грузоподъемность (натяжение каната) ручной лебедки (см. рисунок).

Основные данные лебедки: $m_s = 4$ *мм*; $q = 10$; $z_1 = 3$; $z_2 = 33$. Материал червячного колеса — чугун СЧ15-32, материал червяка — сталь 45.

Расчетный диаметр барабана $D_б = 100$ *мм*. Принять $K = 1$; $\gamma = 1{,}25$.

Ответ. $[Q] = 4{,}50$ *кн*.



К задаче 135

136. Определить модуль и основные размеры открытой червячной передачи. Вращающий момент на валу червячного колеса $M_к = 1500$ *н·м*. Передаточное число $i = 30$. Червяк стальной, однозаходный; зубчатое колесо из чугуна СЧ18-36.

137*. Определить основные размеры зацепления червячного редуктора с верхним расположением червяка (см. рисунок). Мощность на валу червяка $N_1 = 5$ *квт*; частота вращения червяка $n_1 = 960$ *об/мин*; передаточное число редуктора $i = 20$. Передача нереверсивная, без толчков и ударов.

Решение.

1. Число заходов червяка

$$z_1 = \frac{z_{2\min}}{i} = \frac{28}{20} > 1,$$

принимаем $z_1 = 2$.

2. Число зубьев червячного колеса

$$z_2 = z_1 i = 2 \cdot 20 = 40.$$

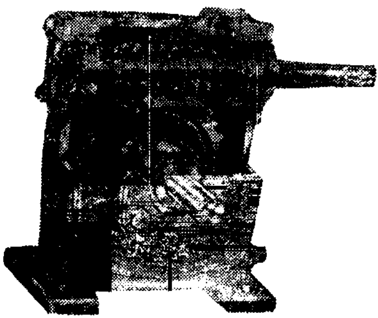
3. Частота вращения червячного колеса

$$n_{к} = \frac{n_1}{i} = \frac{960}{20} = 48 \text{ об/мин}$$

4. Материал червячной пары. Выбираем для червяка сталь 45 ($\sigma_{пч} = 735$ *н/мм*²; $\sigma_т = 440$ *н/мм*²; *HB* 207), а для венца червячного колеса—бронзу Бр.ОФ10-1. Отливка в землю ($\sigma_{пч} = 177$ *н/мм*²). Червяк шлифованный.

5. Допускаемое контактное напряжение для зубьев червячного колеса по табл. 39 приложения $[\sigma_к] = 128$ *н/мм*².

6. Допускаемое напряжение изгиба для зубьев червячного колеса по табл. 39 приложения $[\sigma_{0и}] = 39,2$ *н/мм*².



К задаче 137

7. К. п. д. передачи. Примем коэффициент трения между шлифованными витками стального червяка и зубьями бронзового венца при наличии смазки $f' = 0,04$

$$\eta = 0,95 \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \rho')} = 0,95 \frac{\operatorname{tg} 14°02'10''}{\operatorname{tg}(14°02'10'' + 2°30')} \approx 0,8,$$

где ρ' — приведенный угол трения $\rho' = \operatorname{arctg} f'$

$$f' = \frac{f}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{0,04}{\cos 20°} = 0,0426;$$

$$\rho' = 2°30'$$

($\alpha = 40°$ — угол профиля резьбы червяка);

λ — угол подъема винтовой линии червяка (предварительно примем $q = \frac{d_{дч}}{m} = 8$).

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{8} = 0,25; \quad \lambda = 14°02'10''.$$

8. Вращающий момент на валу червяка

$$M_ч = \frac{N_1}{\omega_1} = \frac{5 \cdot 10^3}{100} = 50 \ н \cdot м,$$

где $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 960}{30} = 100$ *рад/сек*.

9. Вращающий момент на валу червячного колеса

$$M_к = M_ч i \eta = 50 \cdot 20 \cdot 0,8 = 800 \ н \cdot м.$$

10. Коэффициент нагрузки K примем равным 1,2.

11. Требуемое по условию контактной прочности межосевое расстояние

$$A = 30{,}7\left(\frac{z_2}{q}+1\right)\sqrt[3]{\frac{M_к K}{\left([\sigma_к]\frac{z_2}{q}\right)^2}} =$$

$$= 30{,}7\left(\frac{40}{8}+1\right)\sqrt[3]{\frac{800\cdot 10^3\cdot 1{,}2}{\left(128\cdot\frac{40}{8}\right)^2}} = 243 \text{ мм.}$$

12. Модуль зацепления

$$m_s = \frac{2A}{z_2+q} = \frac{2\cdot 243}{40+8} = 10{,}15 \text{ мм.}$$

По ГОСТ 2144—66 примем $m_s = 10$ *мм* и $q = 8$ (см. табл. 36 приложения).

13. Скорость скольжения

$$v_{ск} = \frac{m_s n_1}{19100}\sqrt{z_1^2+q^2} =$$

$$= \frac{10\cdot 960}{19100}\sqrt{2^2+8^2} = 4{,}13 \text{ м/сек.}$$

14. Уточняем коэффициент трения. По табл. 37 приложения при $v_{ск} = 4{,}13$ *м/сек* в среднем $f' = 0{,}027$.

15. Уточненное значение к. п. д.

$$\eta = 0{,}95\frac{\operatorname{tg} 14^\circ 02' 10''}{\operatorname{tg}(14^\circ 02' 10'' + 1^\circ 33')} = 0{,}847,$$

где $\rho' = \operatorname{arctg} f' = \operatorname{arctg} 0{,}027 = 1^\circ 33'$.

16. Уточненное значение момента на колесе

$$M_к = M_ч i\eta = 50\cdot 20\cdot 0{,}847 = 847 \text{ н}\cdot\text{м.}$$

17. Основные размеры червячной передачи:

$$A = \frac{m_s}{2}(z_2+q) = \frac{10}{2}(40+8) = 240 \text{ мм;}$$

$$d_{дч} = m_s q = 10\cdot 8 = 80 \text{ мм;}$$

$$d_{дк} = m_s z_2 = 10\cdot 40 = 400 \text{ мм.}$$

Остальные размеры определяются так же, как в задаче 134.

18. Контактные напряжения при принятых параметрах передачи

$$\sigma_к = \frac{476}{d_{дк}}\sqrt{\frac{M_к K}{d_{дч}}} = \frac{476}{400}\sqrt{\frac{847\cdot 10^3\cdot 1{,}2}{80}} = 134 \text{ н/мм}^2;$$

$\sigma_к > [\sigma_к]$ на 4,67%, что допустимо.

138 **. Произвести расчет червячного редуктора с верхним расположением червяка (см. рисунок). Расчет вести на контактную прочность зубьев червячного колеса с последующей проверкой их на изгиб. Нагрузка спокойная. Срок службы редуктора не ограничен. Исходные данные приведены в таблице (стр. 412—413).

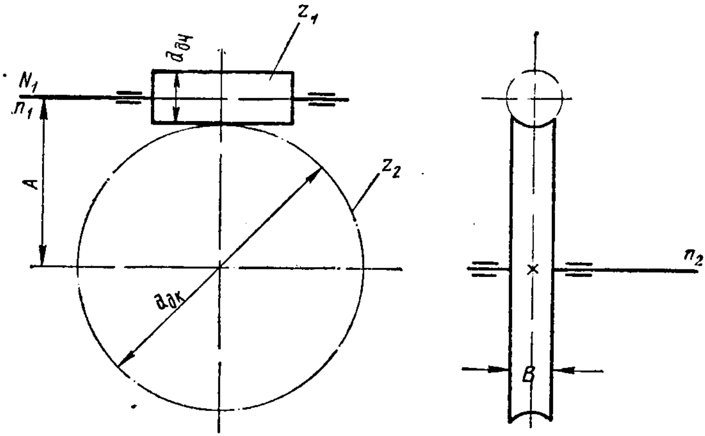
Таблица данных к задаче 138

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N_1, *квт*	5	5	8	8	12	12	15	15	20	20	3	6	8	10	12
n_1, *об/мин*	730	960	960	1440	720	940	1440	1440	960	960	1460	960	1460	960	1440
n_2, *об/мин*	36,5	40	40	40	30	47	36	72	48	32	36,5	32	36,5	30	48
Материал червяка	Сталь 40X										Сталь 45				
Материал венца червячного колеса и способ отливки	Бр.АЖ9-4Л Литье в землю			Бр.ОНФ Центробежное литье			Бр.ОФ10-1 Литье в кокиль		Бр.ОНФ Центробежное литье		Бр.ОФ10-1 Литье в землю		Бр.ОФ10-1 Литье в кокиль		
Характер передачи	Реверсивная						Нереверсивная				Реверсивная		Реверсивная		

Продолжение

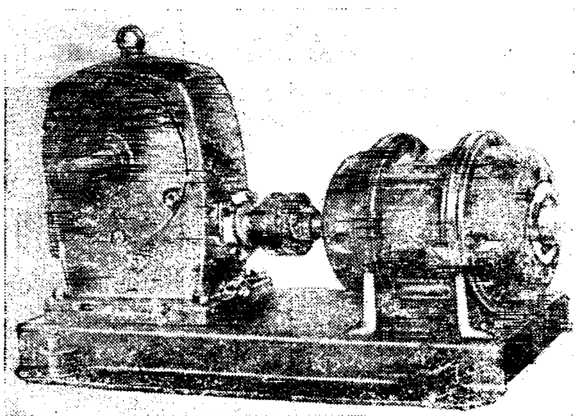
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
N_1, *квт*	4	8	12	16	20	2	3	4	5	6	10	15	20	25	30	35	35
n_1, *об/мин*	960	960	730	960	730	960	730	960	730	960	1450	1450	930	930	720	1450	960
n_2, *об/мин*	48	20	36,5	32	28	24	32	40	23	40	50	29	40	50	36	50	48
Материал червяка	Сталь 45					Сталь 40Х											
Материал венца червячного колеса и способ отливки	Бр.АЖ9-4Л Литье в землю					Чугун СЧ21-40 Литье в землю						Бр.ОФ10-1 Литье в кокиль					
Характер передачи	Нереверсивная					Реверсивная						Нереверсивная					

139 **. Из условия контактной прочности определить допустимый вращающий момент на ведомом валу приводной установки с червячным редуктором (см. рисунок). Исходные данные приведены в таблице (стр. 415—416).



К задаче 138

140. Определить расчетные контактные напряжения, возникающие в зубьях червячного колеса редуктора, и подобрать по полученным напряжениям марку бронзы.



К задаче 139

Параметры редуктора: $A = 180$ *мм*; $m_s = 6$ *мм*; $q = 9$; $z_1 = 3$; $z_2 = 51$; $n_1 = 960$ *об/мин*; $\eta = 0{,}75$; $N_1 = 3{,}7$ *квт*. Принять $K = 1{,}2$.
Ответ. $\sigma_к = 160$ *н/мм²*.

Таблица данных к задаче 139

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Модуль m_s, *мм*	5	5	6	6	6	6	8	8	8	10	5	5	6	6	6
Относительная толщина червяка q	10	10	9	9	9	9	8	8	8	10	10	12	9	10	9
Число заходов червяка z_1	1	2	1	2	3	1	1	2	3	1	1	2	1	2	3
Число зубьев червячного колеса z_2	40	40	31	36	63	50	37	37	37	49	40	40	48	48	48
Частота вращения червяка n_1, *об/мин.*	960	960	1440	1440	1440	960	960	960	960	960	1440	1440	960	960	960
Материал венца червячного колеса и способ его отливки	Бр.АЖ9-4Л Отливка в землю					Бр.ОФ0-1 Отливка в кокиль					Бр.АЖ9-4Л Отливка в землю		Бр.АЖ9-4Л Отливка в землю		
Характер нагрузки	Спокойная														

Продолжение

Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Модуль m_s, *мм*	3	3	3	4	4	8	8	8	10	10	7	7	7	8	8	10	10
Относительная толщина червяка q	12	12	12	10	12	8	8	8	8	8	9	9	9	8	8	8	8
Число заходов червяка z_1	1	2	3	1	2	1	2	3	1	2	1	2	3	1	2	1	2
Число зубьев червячного колеса z_2	28	52	54	48	48	52	52	60	48	48	36	36	48	40	40	36	72
Частота вращения червяка n_1, *об/мин*	730	730	730	960	960	1460	1460	1460	960	960	720	720	960	960	1440	1440	1440
Материал венца червячного колеса и способ его отливки	Чугун СЧ21-40 Отливка в землю					Бр.ОФ10-1 Отливка в кокиль				Бр.ОНФ Центробежное литье							
Характер нагрузки	Слабые толчки					Спокойная											

141**. Сделать в масштабе (М1 : 1) эскиз поперечного сечения венца червячного колеса по следующим данным:

Параметры	Вариант											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Модуль m_s, *мм*	5	5	6	6	7	7	8	8	10	10	12	12
q	10	12	9	12	9	12	8	10	8	10	8	10
z_1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
z_2	20	40	30	20	25	30	30	25	40	50	40	40

Примечание. Недостающие данные выбрать самостоятельно.

142. Определить, применив гипотезу энергии формоизменения, эквивалентное (приведенное) напряжение для опасного сечения одиозаходного червяка, если передаваемый им момент $M_ч = 60$ *н·м*. Основные параметры передачи: $m_s = 8$ *мм*; $q = 8$; $z_2 = 32$; $\lambda = 7° \, 07' \, 30''$.

Расстояние между опорами червяка $L = 200$ *мм*. Приведенный коэффициент трения между стальным червяком и бронзовым венцом $f' = 0{,}05$.

Ответ. $\sigma_э \approx 50$ *н/мм*^{2}.

143. Сравнить величины стрел прогибов у двух червяков из стали с одинаковыми модулями $m_s = 6$ *мм*, но с разными значениями $q = 9$ и $q = 12$. Расстояние между опорами червяка $L = 340$ *мм*. Возникающие в зацеплении силы равны: окружное усилие на червячном колесе 750 *кгс*, радиальное 274 *кгс*, окружное усилие на червяке 213 *кгс*.

Ответ. При $q = 9$ $f \approx 0{,}12$ *мм*; при $q = 12$ $f \approx 0{,}024$ *мм*.

144. Определить температуру масла в червячном редукторе при установившемся теплообмене. Дано: мощность на червяке $N_ч = 3{,}57$ *квт*; к. п. д. редуктора $\eta = 0{,}75$; теплоотдающая поверхность редуктора $F = 0{,}9$ *м*^{2}; температура окружающего воздуха $t_в = 20°$ С; коэффициент теплопередачи $k = 14$ *вт/(м*^{2}·°С).

Если температура масла окажется выше допустимой, то указать, какие меры необходимо принять для установления нормального температурного режима.

Ответ. $t_м \approx 90°$ С.

145. Установить, какую мощность (на червяке) может передавать редуктор при нормальном теплообмене и непрерывной работе.

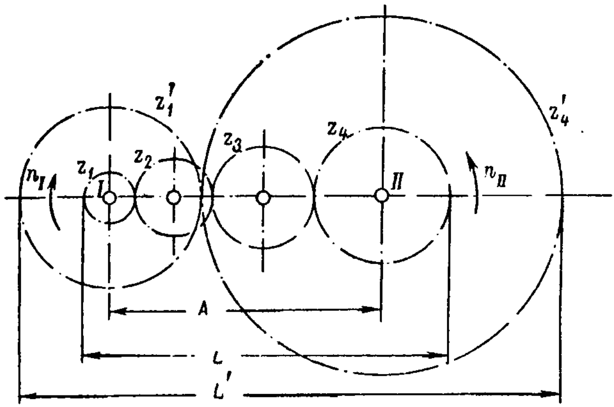
Допускаемая температура масла в редукторе $[t_м] = 75°$ С; температура окружающего воздуха $t_в = 25°$ С; теплоотдающая поверхность $F = 0{,}6$ *м*^{2}; коэффициент теплопередачи $k = 17{,}5$ *вт/(м*^{2}·°С); к. п. д. редуктора $\eta = 0{,}70$.

Ответ. $[N_ч] = 1{,}75$ *квт*.

146. Частота вращения ведущего вала I $n_1 = 720$ *об/мин*. Через два промежуточных зубчатых колеса движение передается на вал II. Числа зубьев колес: $z_1 = 20$; $z_2 = 24$; $z_3 = 30$ и $z_4 = 40$; модуль зацепления $m = 3$ *мм*. Определить частоту вращения вала II, межосе-

вое расстояние A и габариты передачи L. Как изменятся габариты, если при том же A передачу осуществить с помощью только двух колес такого же модуля? Сколько зубьев должны иметь эти колеса?

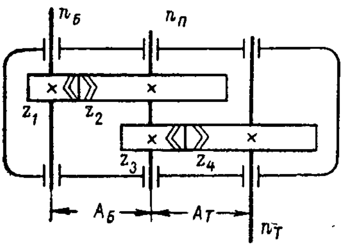
Ответ. $n_{II} = 360$ *об/мин*; $A = 252$ *мм*; $L = 342$ *мм*; $L' = 504$ *мм*; $z'_1 = 56$, $z'_4 = 112$.



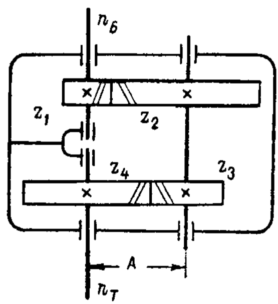
К задаче 146

147. На рисунке показана кинематическая схема двухступенчатого цилиндрического редуктора с шевронными зубчатыми колесами. Частота вращения быстроходного вала $n_б = 1500$ *об/мин*. Числа зубьев колес: $z_1 = 24$; $z_2 = 96$; $z_3 = 29$ и $z_4 = 131$. Определить общее передаточное число редуктора, частоту вращения промежуточного и тихоходного валов и межосевые расстояния каждой ступени, если торцовый модуль $m_s = 2{,}5$ *мм*.

Ответ. $i = 18{,}1$; $n_п = 375$ *об/мин*; $n_т = 82{,}9$ *об/мин*; $A_б = 150$ *мм*; $A_т = 200$ *мм*.



К задаче 147



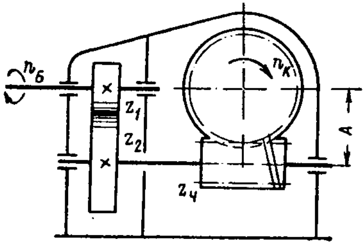
К задаче 148

148. Частота вращения быстроходного вала соосного редуктора с цилиндрическими косозубыми колесами $n_б = 930$ *об/мин*. Дано $z_1 = 18$; $z_2 = 81$ и $z_3 = 20$; $m_n = 2$ *мм*. $\beta = 80° 06' 34''$. Определить общее передаточное число редуктора, частоту вращения тихоходного вала и межосевое расстояние.

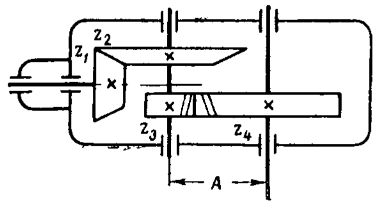
Ответ. $i = 17{,}8$; $n_т = 51$ *об/мин*; $A = 100$ *мм*.

149. Частота вращения быстроходного вала зубчато-червячного редуктора $n_б = 2800$ *об/мин*. Числа зубьев колес цилиндрической передачи: $z_1 = 20$ и $z_2 = 50$. Параметры червячной передачи: $z_ч = 2$; $m_s = 6$ *мм*; $q = 12$; $A = 300$ *мм*. Определить частоту вращения червячного колеса.

Ответ. $n_к = 25{,}5$ *об/мин*.



К задаче 149



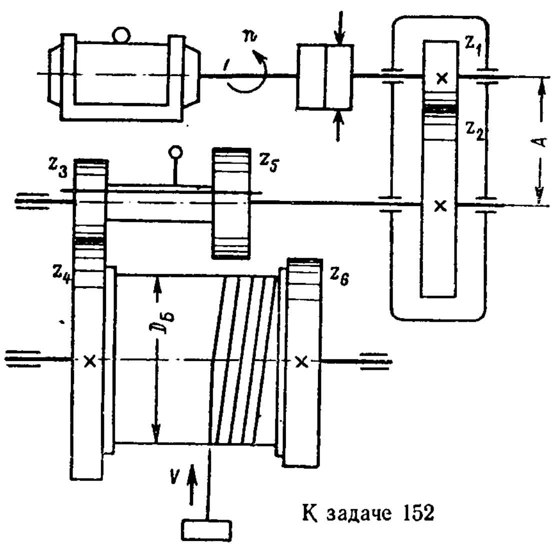
К задаче 150

150. Определить общее передаточное число двухступенчатого коническо-цилиндрического редуктора, колеса которого имеют числа зубьев: $z_1 = 20$; $z_2 = 62$; $z_3 = 18$ и $z_4 = 81$. Каково межосевое расстояние тихоходной ступени, если нормальный модуль $m_n = 3$ *мм* и угол наклона зубьев $\beta = 8° 06' 34''$?

Ответ. $i = 13{,}95$; $A = 150$ *мм*.

151. Для коробки передач, показанной на рисунке к задаче 52, определить все возможные передаточные числа; вычислить частоту вращения ведомого вала, если частота вращения ведущего вала 1500 *об/мин*.

Ответ. i : 1,57; 1; 0,636; 2,43; n_2 : 954; 1500; 2355; 615 *об/мин*.



К задаче 152

152. На рисунке изображена кинематическая схема подъемной лебедки. При помощи механизма переключения можно получить две различные частоты вращения барабана: меньшую — при включении зубчатых колес *3* и *4* и большую — при включении колес *5* и *6*. Числа зубьев колес: $z_1 = 25$; $z_2 = 75$; $z_3 = 14$; $z_4 = 89$; $z_5 = 18$; $z_6 = 85$. Частота вращения вала электродвигателя $n = 720$ *об/мин*. Определить скорости v_1 и v_2 навивания каната на барабан и межосевое расстояние редуктора, если диаметр барабана $D_б = 600$ *мм* и модуль зацепления $m = 4$ *мм*.

Ответ. $v_1 = 1{,}19$ *м/сек*; $v_2 = 1{,}6$ *м/сек*; $A = 200$ *мм*.

ГЛАВА 19
ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, УКАЗАНИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Шаг цепи t, *мм*, для роликовых и втулочных цепей предварительно определяют по формуле

$$t = 2{,}8\sqrt[3]{\frac{M_{p1}}{[p]z_1 m}};$$

для зубчатых цепей по формуле

$$t = 3{,}3\sqrt[3]{\frac{M_{p1}}{[p]\psi_t z_1}}.$$

M_{p1}, M_1 — соответственно расчетный и номинальный вращающий момент на меньшей звездочке ($M_{p1} = k_э M_1$), *н·мм*;

m — число рядов цепи;

$k_э$ — коэффициент эксплуатации; $k_э = k_1 k_2 k_3$;

k_1 — коэффициент, учитывающий характер нагрузки: при спокойной нагрузке $k_1 = 1$; при значительных ударах $k_1 = 1{,}4$;

k_2 — коэффициент, учитывающий способ смазки: при непрерывной смазке $k_2 = 1$; при капельной смазке — 1,3; при периодической смазке цепи — 1,5;

k_3 — коэффициент продолжительности работы: при односменной работе $k_3 = 1$; при двухсменной — 1,25; при трехсменной — 1,45;

p, $[p]$ — соответственно среднее расчетное и допускаемое давления в шарнирах цепи, *н/мм²*.

Ориентировочно задаются $(p) = 20$ *н/мм²* для роликовых и втулочных цепей и $[p] = 10$ *н/мм²* для зубчатых цепей. Уточненные значения $[p]$ приведены в табл. 42 приложения;

z_1 — число зубьев ведущей (меньшей) звездочки;

ψ_t — коэффициент ширины зубчатой цепи:

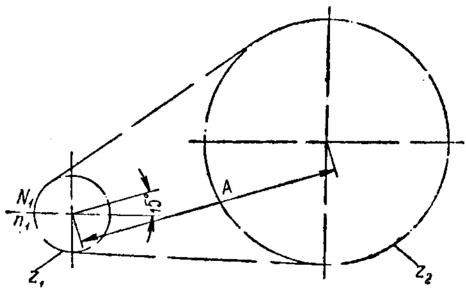
$\psi_t = \frac{b}{t} = 2 \div 8$, где b — ширина зубчатой цепи, *мм*;

F — проекция опорной поверхности шарнира; для роликовых и втулочных цепей $F = dl_{вт}$, где d — диаметр валика; $l_{вт}$ — длина втулки (ширина внутреннего звена, см. табл. 44 и 45 приложения); для зубчатых цепей $F = F_1 b$ (значения F_1 и b приведены в табл. 46 приложения);

A и A_t — межосевое расстояние соответственно в миллиметрах и шагах;
u и $[u]$ — рабочее и допускаемое число ударов в одну секунду (значения $[u]$ приведены в табл. 41 приложения);
L_t — число звеньев цепи:

$$L_t = \frac{L}{t} = 2A_t + \frac{z_2 + z_1}{2} + \frac{\left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi}\right)^2}{A_t};$$

n и $[n]$ — расчетный и допускаемый коэффициенты запаса прочности (значения $[n]$ приведены в табл. 43 приложения);
$P_ц$ — усилие от центробежной силы;
P_f — усилие от провисания цепи: $P_f = k_f qA$ (A, *м*; q, *н/м*);
k_f — коэффициент, зависящий от угла наклона линии центров передачи к горизонту; $k_f = 1$ при угле наклона $>40°$; $k_f = 2 \div 2{,}5$ при угле наклона $\leqslant 40°$; при горизонтальном расположении $k_f = 4{,}0$;
q — вес одного метра цепи, *н* (значения приведены в табл. 44, 45 и 46 приложения).



К задаче 153

153 *. Рассчитать цепную передачу с роликовой цепью от электродвигателя к смесителю. Дано: $N_1 = 15$ *квт*; $n_1 = 720$ *об/мин*; $i = 3$; межосевое расстояние $A = 800$ *мм*. Передача наклонена к горизонту под углом 15°. Работа односменная. Смазка непрерывная (цепь в кожухе).

Решение.

1. По табл. 40 приложения выбираем число зубьев ведущей звездочки $z_1 = 25$. Тогда $z_2 = z_1 i = 25 \cdot 3 = 75$.

2. Коэффициент эксплуатации $k_э = k_1 k_2 k_3 = 1{,}2 \cdot 1 \cdot 1 = 1{,}2$, где $k_1 = 1{,}2$ — умеренные толчки;
$k_2 = 1{,}0$ — смазка непрерывная;
$k_3 = 1{,}0$ — работа в одну смену.

3. Для выбора цепи следует выполнить несколько вариантов расчета при разных значениях шага цепи. Для удобства дальнейших расчетов выразим скорость и окружное усилие как функцию шага цепи:

$$v = \frac{z_1 n_1}{60 \cdot 1000} t = \frac{25 \cdot 720}{60 \cdot 1000} = 0{,}3t \ м/сек;$$

$$P = \frac{N_1}{v} = \frac{15 \cdot 10^3}{0{,}3t} = \frac{5 \cdot 10^4}{t},$$

где t — шаг, *мм*

Таблица к задаче 153

Определяемая величина	Единица	Шаг цепи t, *мм*	
		19,05	25,4
Разрушающая нагрузка Q (по табл. 44)	*н*	25 000	50 000
Вес 1 *м* цепи q (по табл. 44)	*н*	15,2	25,7
Проекция опорной поверхности шарнира $F = dl_{вт}$; $l_{вт} = B$	*мм*^{2}	106	180
Скорость цепи $v = 0{,}3t$	*м/сек*	5,71	7,6
Межосевое расстояние $A_t = \frac{A}{t}$	шаг	42	31,5
Число звеньев цепи $L_t = 2A_t + \frac{z_2 + z_1}{2} + \frac{\left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi}\right)^2}{A_t}$ (округляется до четного числа)	—	136	116
Число ударов в 1 *сек* $u = \frac{4z_1 n_1}{60L_t} = \frac{1200}{L_t}$	—	8,8	10,3
Допускаемое число ударов в 1 *сек* $[u]$ (по табл. 41)	—	35	30
Окружное усилие $P = \frac{5 \cdot 10^4}{t}$ (см. п. 3)	*н*	2630	1970

Определяемая величина	Единица	Шаг цепи t, *мм*	
		19,05	25,4
Расчетное давление в шарнирах $p = \frac{Pk_э}{F}$	*н/мм*²	29,8 *	13,1
Допускаемое давление $[p]$ (по табл. 42)	*н/мм*²	20,6 *	20,6
Усилие от центробежной силы $P_ц = \frac{qv^2}{g}$	*н*	—	151
Усилие от провисания цепи $P_f = k_f qA = 2qA$ (при $k_f = 2$)	*н*	—	41
Коэффициент запаса прочности $n = \frac{Q}{k_1 P + P_ц + P_f}$	—	—	19,6
Допускаемый коэффициент запаса прочности $[n]$ (по табл. 43)	—	—	11,7
Сила давления на валы $Q_в = P + 2k_f qA$	*н*	—	2052

* Так как $p > [p]$ для цепи с шагом $t = 19{,}05$ *мм*, то дальнейший расчет проводим только для цепи с шагом $t = 25{,}4$ *мм*. Подходит цепь ПР-25,4-5000 (ГОСТ 10947—64).

4. Вращающий момент на меньшей звездочке

$$M_1 = \frac{N}{\omega_1} = \frac{15 \cdot 10^3}{75,3} = 200 \ н \cdot м,$$

где

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 720}{30} = 75,3 \ рад/сек.$$

5. Расчетный момент

$$M_{p1} = M_1 k_э = 200 \cdot 1,2 = 240 \ н \cdot м.$$

6. Ориентировочное значение шага цепи (при $[p] = 20 \ н/мм^2$ и $m = 1$)

$$t = 2,8 \sqrt[3]{\frac{M_{p1}}{[p]\, m z_1}} = 2,8 \sqrt[3]{\frac{240 \cdot 10^3}{20 \cdot 1 \cdot 25}} = 21,9 \ мм.$$

Примем по табл. 44 приложения ближайшие значения $t = 19,05$ *мм* и $t = 25,4$ *мм* и произведем проверку износостойкости и прочности цепей. Результаты расчета сведем в таблицу (см. стр. 422—423).

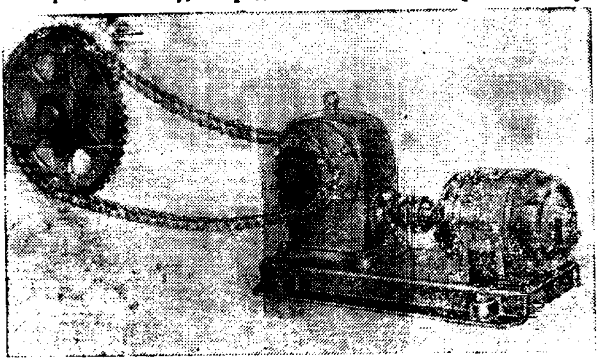
7. Уточняем межосевое расстояние для цепи с $t = 25,4$ *мм*

$$A = \frac{L_t - \frac{z_2 + z_1}{2} + \sqrt{\left(L_t - \frac{z_2 + z_1}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi}\right)^2}}{4}\, t =$$

$$= \frac{116 - \frac{75 + 25}{2} + \sqrt{\left(116 - \frac{75 + 25}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{75 - 25}{2 \cdot 3,14}\right)^2}}{4} \times$$

$$\times 25,4 = 810 \ мм.$$

154. Рассчитать цепную передачу привода, изображенного на рисунке. Задано: $N_1 = 5$ *л. с.*, $n_1 = 960$ *об/мин* (частота вращения вала электродвигателя); передаточное число червячного редуктора



К задаче 154

$i = 20$, цепной передачи $i = 3$. К. п. д. червячного редуктора $\eta = 0,8$. Расстояние между осями звездочек $A \approx 1000$ *мм*. Нагрузка спокойная. Передача тихоходная.

Указания.

1. Число зубьев z_1 принять минимальным.

2. Число ударов цепи в секунду и усилие от центробежной силы не определять, так как передача тихоходная.

155. Возможно ли применение цепи ПР-50,8-16 000 (ГОСТ 10947—64) для передачи мощности $N_1 = 15$ *квт*, при частоте вращения ведущей звездочки $n_1 = 80$ *об/мин*; $z_1 = 15$; $i = 2,5$ и $k_э = 1,56$?

Указание. Число ударов цепи в секунду и усилия от центробежной силы не определять, так как передача тихоходная. Принять $[n] = 7$.

156. Какую мощность, исходя из условия износостойкости цепи при $[p] = 25$ *н/мм²*, можно передать роликовой цепью ПР-44,45-13 000 (ГОСТ 10947—64) при $n_1 = 235$ *об/мин*; $z_1 = 25$? Нагрузка спокойная, смазка периодическая, работа односменная.

Ответ. $[N] = 34,2$ *квт* при $k_э = 1,5$.

157*. Рассчитать цепную передачу зубчатой цепью привода шнека (см. рисунок). Дано: $N_1 = 6$ *квт*; $n_1 = 960$ *об/мин*; $i = 3$. Работа в две смены. Межосевое расстояние $A = 800$ *мм*.

Решение.

1. По табл. 40 приложения примем $z_1 = 30$, тогда $z_2 = z_1 i = 30 \cdot 3 = 90$.

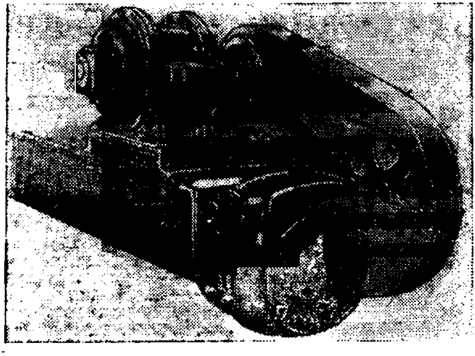
2. Коэффициент эксплуатации

$$k_э = k_1 k_2 k_3 = 1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,25 = 1,50,$$

где $k_1 = 1,2$ — умеренные толчки;
$k_2 = 1,0$ — смазка непрерывная;
$k_3 = 1,25$ — двухсменная работа.

3. Угловая скорость ведущей звездочки

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 960}{30} \approx 100 \text{ рад/сек}.$$



К задаче 157

4. Расчетный вращающий момент на ведущей звездочке

$$M_{p1} = M_1 k_э = \frac{N_1}{\omega_1} k_э = \frac{6 \cdot 10^3}{100} \cdot 1{,}50 = 90\ н \cdot м.$$

5. Шаг цепи. Принимаем предварительно $[p] = 10\ н/мм^2$ и $\psi_t = 2{,}5$

$$t = 3{,}3 \sqrt[3]{\frac{M_{p1}}{[p]\, \psi_t z_1}} = 3{,}3 \sqrt[3]{\frac{90 \cdot 10^3}{10 \cdot 2{,}5 \cdot 30}} = 16{,}3\ мм.$$

Ориентировочная ширина цепи $b = \psi_t t = 2{,}5 \cdot 16{,}3 = 40{,}6$ *мм*. По табл. 46 приложения принимаем зубчатую цепь с шагом $t = 15{,}87$ *мм*.

6. Характеристика цепи по ГОСТ 13552—68 (см. табл. 46 приложения):

Шаг цепи t, *мм*	15,87
Ширина цепи (с боковыми направляющими пластинами) b, *мм*	38
Разрушающая нагрузка (при переводе *кгс* в *н* принято 1 *кгс* $\approx$ 10 *н*) Q, *н*	48
Вес одного метра цепи q, *н*	27
Площадь опорной поверхности шарнира, приходящаяся на 1 *мм* ширины цепи F_1, *мм²*	2,96

7. Опорная поверхность шарнира

$$F = F_1 b = 2{,}96 \cdot 38 \approx 112{,}5\ мм^2.$$

8. Скорость цепи

$$v = \frac{z_1 t n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{30 \cdot 15{,}87 \cdot 960}{60 \cdot 1000} = 7{,}6\ м/сек.$$

9. Число звеньев цепи (длина цепи в шагах)

$$L_t = 2A_t + \frac{z_2 + z_1}{2} + \frac{\left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi}\right)^2}{A_t} = 2 \cdot 50{,}3 + \frac{90 + 30}{2} + \frac{\left(\frac{90 - 30}{2 \cdot 3{,}14}\right)^2}{50{,}3} = 162{,}4,$$

где

$$A_t = \frac{A}{t} = \frac{800}{15{,}87} = 50{,}3.$$

Принимаем $L_t = 162$ (четное число).

10. Уточняем межосевое расстояние

$$A = \frac{L_t - \frac{z_2 + z_1}{2} + \sqrt{\left(L_t - \frac{z_2 + z_1}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi}\right)^2}}{4}\, t = \frac{162 - \frac{90 + 30}{2} + \sqrt{\left(162 - \frac{90 + 30}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{90 - 30}{2\pi}\right)^2}}{4} \times 15{,}87 = 794\ мм.$$

11. Число ударов в 1 секунду

$$u = \frac{4z_1 n_1}{60L_t} = \frac{4 \cdot 30 \cdot 960}{60 \cdot 162} = 11{,}8\ 1/сек;$$

$u < [u] = 65$ (см. табл. 41 приложения).

12. Окружное усилие

$$P = \frac{N_1}{v} = \frac{6 \cdot 10^3}{7{,}6} = 920\ н.$$

13. Расчетное давление в шарнире

$$p = \frac{Pk_э}{F} = \frac{920 \cdot 1{,}5}{112{,}5} = 12{,}5\ н/мм^2;$$

$p < [p] = 13\ н/мм^2$ (см. табл. 42 приложения).

14. Усилие от центробежной силы

$$P_ц = \frac{qv^2}{g} = \frac{27 \cdot 7{,}6^2}{9{,}81} = 160\ н.$$

15. Усилие от провисания цепи

$$P_f = k_f qA = 2 \cdot 27 \cdot 0{,}794 \approx 43\ н,$$

где принято $k_f = 2$.

16. Коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{Q}{Pk_1 + P_ц + P_f} = \frac{48000}{920 \cdot 1{,}2 + 160 + 43} = 36{,}8;$$

$n > [n] = 30{,}5$ (см. табл. 43 приложения).

158. Рассчитать цепную передачу привода компрессора по следующим данным: цепь зубчатая; $N_1 = 10$ *квт*; $n_1 = 960$ *об/мин*; $i = 3{,}2$; $A \approx 700$ *мм*.

Передача горизонтальная. Смазка постоянная. Работа двухсменная.

ГЛАВА 20

ОСИ И ВАЛЫ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

$\sigma_{пч}$ — предел прочности

$\sigma_т$ — предел текучести

σ_{-1} — предел выносливости при симметричном цикле напряжений изгиба

σ_0 — то же при отнулевом цикле

$[\sigma_{-1и}]$ — допускаемое напряжение изгиба при симметричном цикле изменения напряжений, выбираемое по соотношению

$$[\sigma_{-1и}] = \frac{\sigma_{-1}\varepsilon_м\beta}{[n]\,k_\sigma},$$

$\varepsilon_м$ — масштабный фактор (см. табл. 48 приложения)

β — коэффициент качества поверхности (см. табл. 48 приложения)

k_σ — эффективный коэффициент концентрации нормальных напряжений (см. табл. 48 приложения)

k_τ — то же касательных (см. табл. 48 приложения)

$[n]$ — требуемый (допускаемый) коэффициент запаса прочности (обычно $[n] = 1{,}4 \div 2{,}5$ — меньшие значения при точном учете концентрации напряжений и действующих нагрузок)

$[\sigma_{0и}]$ — допускаемое напряжение изгиба при отнулевом цикле изменения напряжений выбирается по зависимости

$$[\sigma_{0и}] = \frac{2\sigma_{-1}}{[n]\left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_м \beta} + \psi_\sigma\right)},$$

где коэффициент $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$ принимается по следующим данным:

$\sigma_{пч}$, *н/мм²*	350—550	650—750	800—1100
ψ_σ	0,05	0,10	0,15

$[\tau_к]$ — допускаемое напряжение кручения

$[\varphi_0]$ — допускаемый относительный угол закручивания

G — модуль сдвига (для стали в среднем $G = 8 \cdot 10^4$ *н/мм²*)

z — число зубьев зубчатого колеса

i — передаточное число

m — модуль зацепления

m_n — нормальный модуль зацепления косозубых и шевронных колес

α — угол зацепления (в задачах данной главы везде принимать $\alpha = 20°$)

При округлении диаметров осей и валов до стандартных значений следует руководствоваться ГОСТ 6636—69, выдержка из ряда R_a20 которого приводится.

Нормальные диаметры

10, 11, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 71, 80, 100, 110, 125, 140, 160, 180, 200.

159. Для стали 40ХН известно значение предела прочности $\sigma_{пч} = 900$ *н/мм²*. Определить ориентировочное значение допускаемого напряжения $[\sigma_{0и}]$, если предполагаемый диаметр рассчитываемой оси примерно 80 *мм*, поверхность чисто обточенная, эффективный коэффициент концентрации напряжений $k_\sigma = 1{,}7$ и $[n] = 2{,}0$.

Предел выносливости определить по эмпирической формуле

$$\sigma_{-1} \approx 0{,}35\sigma_{пч} + 90 \text{ н/мм}^2.$$

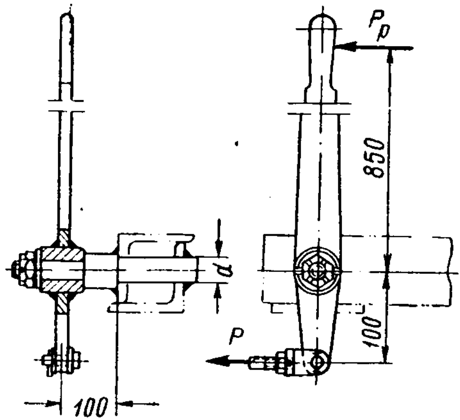
Ответ. ~120 *н/мм²*.

160. Увеличится или уменьшится и насколько (в процентах) допускаемое напряжение (см. предыдущую задачу), если в результате изменения конструкции ось будет работать при напряжениях, изменяющихся по симметричному циклу? Насколько (в процентах) примерно изменится требуемый диаметр оси?

Ответ. Допускаемое напряжение уменьшится примерно на 47%; диаметр оси увеличится примерно на 23%.

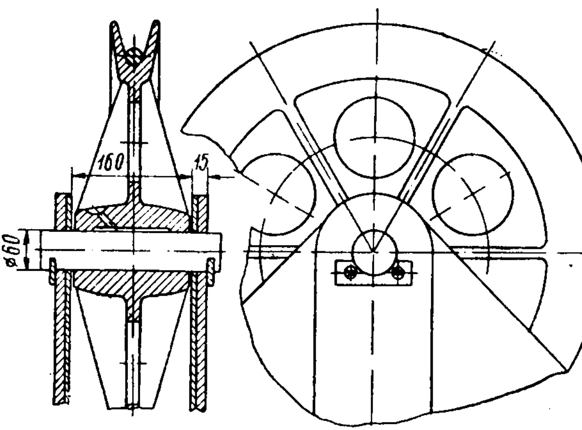
161. Определить минимальный диаметр d оси рычага. Материал оси — сталь Ст.4; $[\sigma_{0и}] = 130$ *н/мм²*. Усилие рабочего $P_р = 250$ *н*.

Ответ. $d \approx 25$ *мм*.



К задаче 161

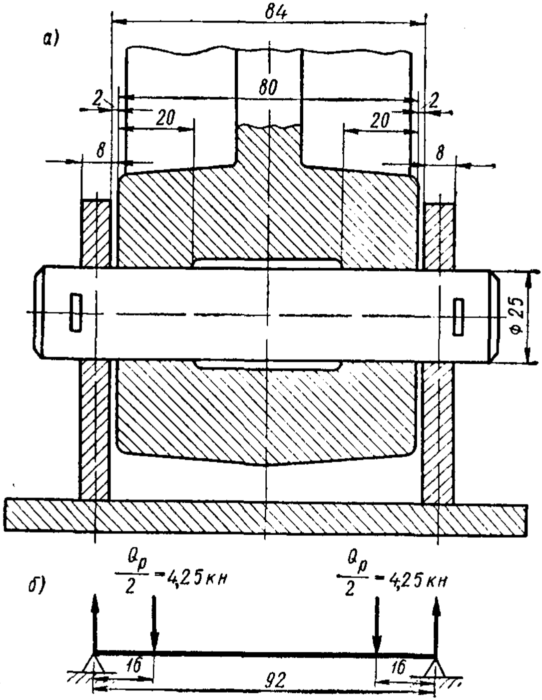
162. Диаметр оси блока определен по допускаемому давлению между ступицей блока и осью. Проверить ось на изгиб, рассматривая ее как двухопорную балку пролетом 175 *мм*, несущую на части длины (см. рисунок) равномерно распределенную нагрузку. Равнодействующая указанной нагрузки изменяется от $Q_{min} = 0$ до $Q_{max} = 20$ *кн*. Материал оси — сталь Ст.3.



К задаче 162

163. Проверить ось тормозного рычага (рис. *а*) по расчетной схеме, представленной на рис. *б*. Расчетная нагрузка оси $Q_р = 8{,}5$ *кн*. Материал оси — сталь 45 (термическая обработка — улучшение), $\sigma_{-1} = 350$ *н/мм*^{2}. Принять, что нагрузка изменяется по отнулевому циклу; $\varepsilon_м = 0{,}88$; $\beta = 0{,}85$; $k_\sigma = 1{,}0$; $\psi_\sigma = 0{,}12$.

164. Определить из расчета на прочность и жесткость при кручении требуемый диаметр стального вала, передающего мощность $N = 38$ *квт* при $n = 310$ *об/мин*, если $[\tau_к] = 35$ *н/мм*^{2}; $[\varphi_0] = 0{,}4°/м$.
Ответ. 68 *мм*.

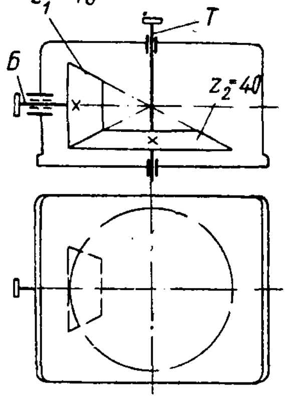


К задаче 163

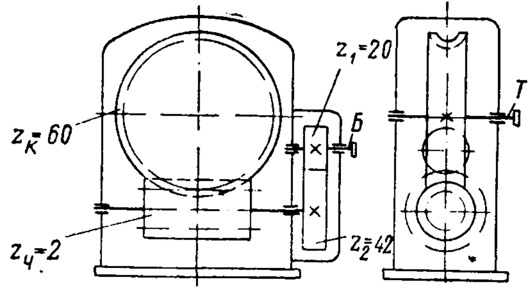
165. В ряде справочников для ориентировочного проектного расчета валов рекомендуется формула $d = k_1 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ *мм*, где N — передаваемая мощность, *квт*; n — частота вращения, *об/мин*; k_1 — коэффициент, зависящий от характера нагрузки, материала и условий работы вала. Определить, какая величина $[\tau_к]$ принята в указанной формуле, если $k_1 = 100$. То же при $k_1 = 110$; то же при $k_1 = 120$.

166. Для расчета валов на жесткость при кручении в справочной литературе рекомендуется формула $d = k_2 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ *мм* (значения N и n см. в предыдущей задаче), где коэффициент $k_2 = 100 \div 125$. Определить, каким значениям допускаемого относительного угла закручивания соответствуют указанные значения k_2.

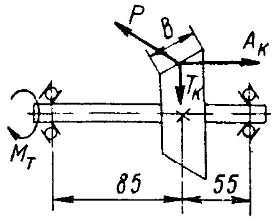
167. Определить из расчета на кручение диаметры ($d_Б$ и $d_Т$) входного и выходного концов валов конического редуктора, если с вала T



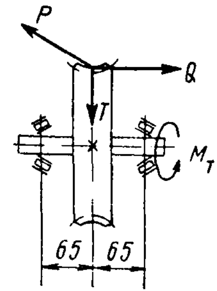
К задаче 167



К задаче 168



К задаче 169



К задаче 170

снимается мощность $N = 12{,}6$ *квт* и его частота вращения $n_T =$ $= 290$ *об/мин*. $[\tau_к] = 30$ *н/мм²*. Потери в редукторе не учитывать.

Ответ. $d_Б = 32$ *мм*; $d_T = 52$ *мм*.

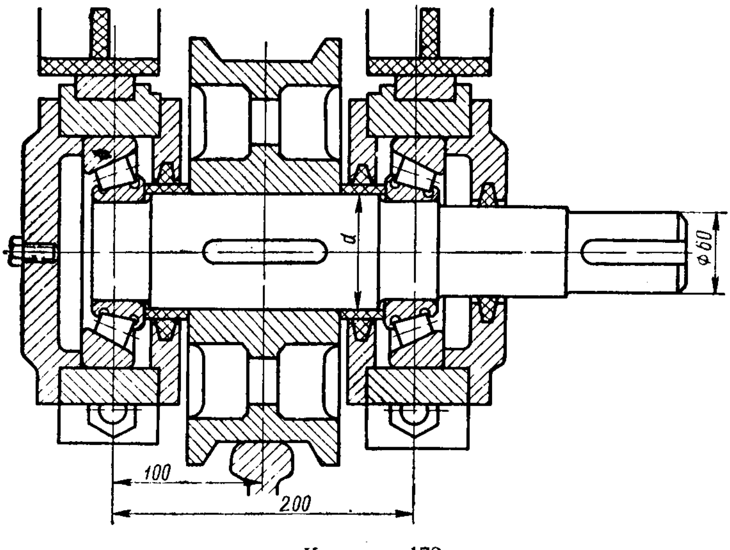
168. Определить из условия равнопрочности на кручение отношение диаметров (d_T к $d_Б$) выходного и входного валов зубчато-червячного редуктора. Принять, что расчет указанных валов выполняется только на кручение. Учесть потери в редукторе, приближенно оценив его к. п. д.

Ответ. $\sim 3{,}6$.

169. Построить эпюры крутящих и изгибающих моментов для вала конического зубчатого колеса. Предварительно определить силы P, $T_к$, $A_к$ и реакции опор. $N = 12{,}5$ *л. с.*; $n = 340$ *об/мин*; $m = 5$ *мм*; $z = 50$; $B = 46$ *см*; $i = 2{,}5$.

170. Построить эпюры крутящих и изгибающих моментов для вала червячного колеса. Действующие в зацеплении усилия определить по следующим данным: $N_T = 7{,}2$ *квт*; $n_T = 72$ *об/мин*; $z_к = 40$; $m_s = 10$ *мм*; $\alpha = 20°$; $d_{дч} = 80$ *мм*; $z_ч = 2$; $\eta \approx 0{,}7$.

171. По данным задачи 170 определить диаметр опасного сечения вала. Допускаемое напряжение $[\sigma_{-1и}]$ выбрать по данным табл. 47 приложения. Материал вала — сталь 45 (см. табл. 33 приложения). Приближенно учесть концентрацию напряжений от шпоночной канавки.



К задаче 172

172. Определить требуемый диаметр d опасного сечения ведущей оси (в данном случае ось работает как вал) крановой тележки. Расчетная нагрузка на ходовое колесо $Q_р = 50$ *кн*; подводимый вращающий момент $M = 390$ *н·м*. Материал оси — сталь 45 (термическая обработка — нормализация). Допускаемое напряжение $[\sigma_{-1и}]$ принять по табл. 47 приложения.

ГЛАВА 21

ОПОРЫ ОСЕЙ И ВАЛОВ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Подшипники скольжения

d — диаметр цапфы (вала)
l — длина вкладыша или втулки
p и $[p]$ — давление и допускаемое давление
pv — условная характеристика нагрева
$[pv]$ — допускаемое значение условной характеристики нагрева (значения $[p]$ и $[pv]$ приведены в табл. 49 и 50 приложения)

Подшипники качения

$C_{треб}$ — требуемый коэффициент работоспособности (из расчета)
C — коэффициент работоспособности (численные значения для различных типоразмеров подшипников приведены в табл. 56—60 приложения)
Q — условная нагрузка подшипника
R — радиальная нагрузка
A — осевая нагрузка
m — коэффициент приведения осевой нагрузки к эквивалентной радиальной (см. табл. 51 приложения)
$K_к$ — коэффициент, учитывающий зависимость долговечности от того, какое кольцо вращается — наружное или внутреннее (см. табл. 54 приложения).
K_σ — коэффициент, учитывающий влияние характера нагрузки на долговечность (см. табл. 52 приложения)
$K_т$ — температурный коэффициент
h — долговечность подшипника, *час*
ω — угловая скорость, *рад/сек*
n — частота вращения, *об/мин* (при решении задач на подшипники качения значения $(nh)^{0,3}$ можно принимать по табл. 55 приложения)

173 *. Рассчитать подшипник скольжения вала червячного колеса редуктора, показанного на рисунке (определить l и наружный диаметр D торцовой части вкладыша, воспринимающей осевую нагрузку). Материал вкладыша — бронза Бр.ОЦС6-6-3, $d = 60$ *мм*; $d_1 = 65$ *мм*; $\omega = 7{,}65$ *рад/сек*; $R_1 = 9000$ *н*; $R_2 = 7000$ *н*; $A = 3000$ *н* (осевая сила).

Решение.

1. Принимая по табл. 49 приложения $[p] = 3{,}0$ *н/мм²*, определяем из расчета на износостойкость требуемую длину l вкладыша левого подшипника, воспринимающего бо́льшую радиальную нагрузку, чем правый,

$$p = \frac{R_1}{dl} \leqslant [p],$$

откуда

$$l \geqslant \frac{R_1}{[p]\, d} = \frac{9000}{3{,}0 \cdot 60} = 50 \text{ мм}.$$

2. Проверяем пару цапфа—вкладыш на нагрев по условию

$$pv \leqslant [pv].$$

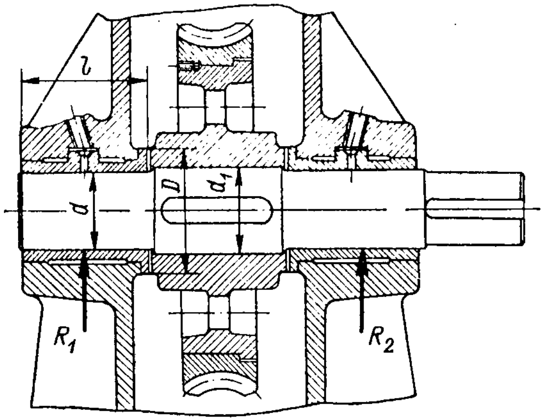
Окружная скорость

$$v = \omega \frac{d}{2} = 7{,}65 \frac{60 \cdot 10^{-3}}{2} \approx 0{,}23 \text{ м/сек.}$$

Критерий $pv = 3{,}0 \cdot 0{,}23 = 0{,}69$ *н·м/(мм² · сек)* $= 0{,}69$ *Мн·м/(м²×
×сек)*, что значительно меньше $[pv] = 4 \div 6$ *Мн·м/(м²·сек)* (см. табл. 49 приложения).

3. Из условия износостойкости торцовой части вклыдыша

$$p_1 = \frac{A}{\frac{\pi}{4}\left(D^2 - d_1^2\right)} \leqslant [p].$$



К задаче 173

Определяем требуемый размер D:

$$D \geqslant \sqrt{\frac{4A}{\pi [p]} + d_1^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3000}{3{,}14 \cdot 3{,}0} + 65^2} = 75 \text{ мм.}$$

4. Проверяем на нагрев торцовую часть вкладыша при линейной скорости, соответствующей среднему диаметру опорной поверхности:

$$v_{\text{ср}} = \omega \frac{D + d_1}{2} = 7{,}65 \frac{75 + 65}{2} 10^{-3} = 0{,}267 \text{ м/сек.}$$

При этом критерий

$$p_1 v_{\text{ср}} = 3{,}0 \cdot 0{,}267 = 0{,}801 \text{ н·м/(мм}^2 \cdot \text{сек)}$$

значительно меньше допускаемого значения $[pv]$.

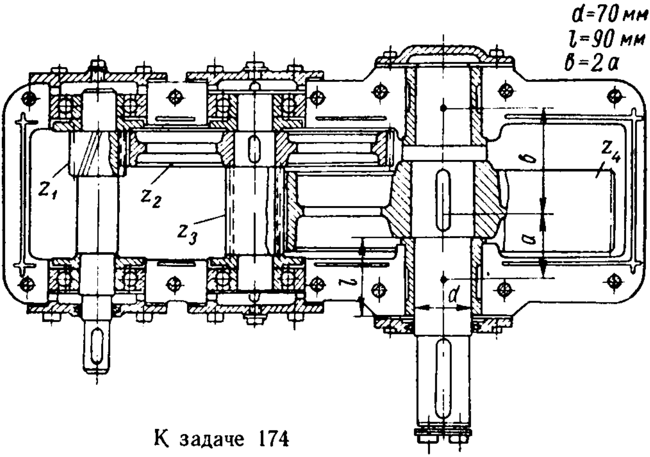
174. Произвести проверочный расчет подшипника скольжения ведомого вала редуктора (см. рисунок). Известно: $m = 4$ *мм* (для всех колес); $z_1 = 20$; $z_2 = 80$; $z_3 = 20$; $z_4 = 80$; мощность, передаваемая ведущим валом, $N_1 = 10$ *квт* при частоте вращения $n_1 = 960$ *об/мин*. Материал вкладыша — антифрикционный чугун АСЧ-2. Остальные данные приведены на рисунке.

Указание. Потерями в зацеплении и в опорах пренебречь. Значения $[p]$ и $[pv]$ принять по табл. 50 приложения.

Ответ. $p = 1{,}12$ *н/мм*$^2 < [p]$; $pv = 0{,}284$ *Мн·м/(м*^{2}*·сек)*.

175. Определить допустимую нагрузку для подшипника, изображенного на рисунке. Материал вкладыша — бронза Бр.АЖ9-4Л; $[p] = 15$ *н/мм*^{2}.

Ответ. $R = 52{,}5$ *кн*.



К задаче 174

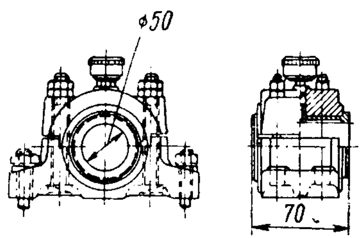
176. Произвести проверочный расчет подшипника скольжения канатного блока (см. рисунок). Натяжение каната $Q = 10$ *кн*; скорость каната $v = 15$ *м/мин*. Материал втулки блока — антифрикционный чугун АСЧ-3. Остальные данные взять из чертежа.

Указание. $[p]$ и $[pv]$ взять из табл. 50 приложения.

Ответ. $p \approx 4{,}0$ *н/мм*$^2 < [p]$; $pv \approx 0{,}2$ *Мн·м/(м*^{2}*·сек)* $< [pv]$.

177. Подобрать радиальные шарикоподшипники для ведомого вала редуктора (см. рисунок). Известны: $R_1 = 800$ *н*; $R_2 = 400$ *н*; $\omega = 8$ *рад/сек*; $h = 10\,000$ *час*; $K_\sigma = 1{,}3$.

Ответ. Радиальный шарикоподшипник 212.



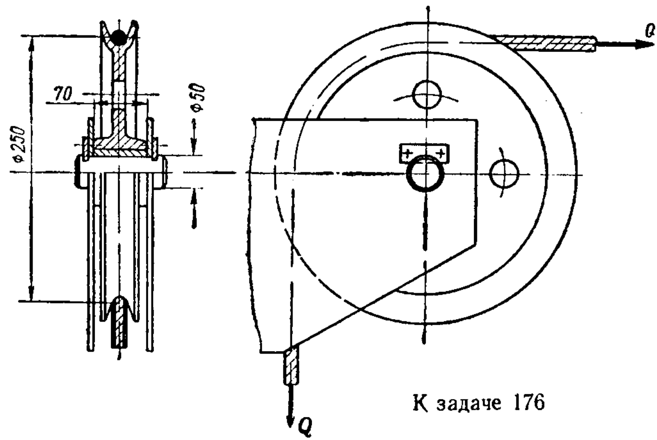
К задаче 175

178*. Подобрать подшипники качения для вала червяка редуктора (см. рисунок). Известны: $P_к = 8{,}7$ *кн*; $Q = 1{,}4$ *кн*; $T = 3{,}2$ *кн*; $d_{дч} = 54$ *мм*; $n = 960$ *об/мин*. Желаемый срок службы $h = 5000$ *час*; $K_\sigma = 1{,}1$. Передача реверсивная. Остальные данные приведены на чертеже.

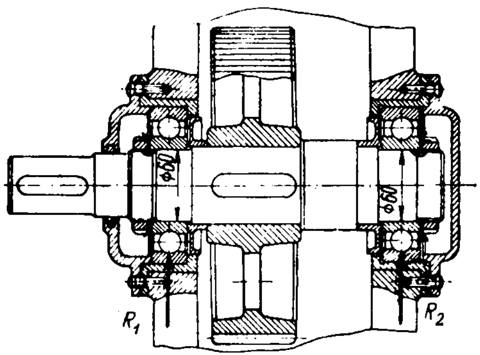
Решение.

1. Реакции опор (см. рисунок):

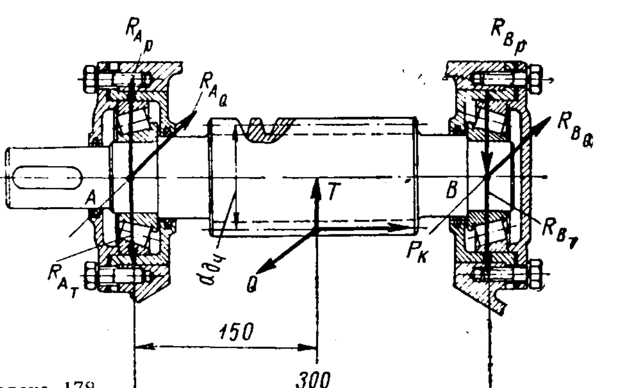
$$R_{A_Q} = R_{B_Q} = \frac{Q}{2} = \frac{1{,}4}{2} = 0{,}7\ кн;\quad R_{A_T} = R_{B_T} = \frac{T}{2} = \frac{3{,}2}{2} = 1{,}6\ кн;$$



К задаче 176



К задаче 177



К задаче 178

$$R_{A_P} = -R_{B_P} = \frac{P\frac{d_{\partial ч}}{2}}{l} = \frac{8{,}7 \cdot 54}{2 \cdot 300} = 0{,}78\ кн;$$

$$R_A = \sqrt{\left(R_{A_T} - R_{A_P}\right)^2 + R^2_{A_Q}} = \sqrt{(1{,}6 - 0{,}78)^2 + 0{,}7^2} = 1{,}08\ кн;$$

$$R_B = \sqrt{\left(R_{B_T} + R_{B_P}\right)^2 + R^2_{B_Q}} = \sqrt{(1{,}6 + 0{,}78)^2 + 0{,}7^2} = 2{,}47\ кн.$$

2. Выбор типа подшипника. Так как осевая сила значительна, выбираем роликовые конические подшипники с углом $\beta \approx 12°$.

3. Требуемый коэффициент работоспособности. Расчет ведем по наиболее нагруженной опоре B (на опору B действуют осевая сила $A = P_к = 8{,}7$ *кн* и наибольшая радиальная нагрузка $R_B = 2{,}47$ *кн*):

$$C_{треб} = [R_B K_к + m\,(A + S_A - S_B)]\,K_\sigma K_т\,(nh)^{0{,}3},$$

где S_A и S_B — осевые составляющие, возникающие в радиально-упорных подшипниках от действия радиальных нагрузок:

$$S_A = 1{,}3 R_A \operatorname{tg}\beta = 1{,}3 \cdot 1{,}08 \operatorname{tg} 12° = 0{,}3\ кн;$$

$$S_B = 1{,}3 R_B \operatorname{tg}\beta = 1{,}3 \cdot 2{,}47 \operatorname{tg} 12° = 0{,}685\ кн;$$

$m = 1{,}8$ — для роликового конического подшипника средней серии (см. табл. 51 приложения);
$K_к = 1{,}0$ — вращается внутреннее кольцо подшипника (см. табл. 54 приложения);
$K_\sigma = 1{,}1$ — см. условия задачи;
$K_т = 1{,}0$ — температура подшипника $< 100°$ С;
$A = P_к = 8{,}7$ *кн*;
$R_B = 2{,}47$ *кн*;
$h = 5000$ *час* — желаемый срок службы подшипника (см. условия задачи).

После подстановки в формулу расчетных величин имеем

$$C_{треб} = 0{,}102\,[2{,}47 \cdot 1{,}0 + 1{,}8\,(8{,}7 + 0{,}3 - 0{,}685)] \times$$
$$\times 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}0\,(960 \cdot 5 \cdot 10^3)^{0{,}3} = 177 \cdot 10^3.$$

По каталогу (табл. 59 приложения) из роликовых конических подшипников средней серии подходит 7312, для которого $C = 194\,000$. Таким образом, диаметр вала червяка в месте посадки подшипника должен быть равным 60 *мм*. Конструкцию червяка следует изменить: диаметр под подшипники оказался больше, чем $d_{\partial ч}$.

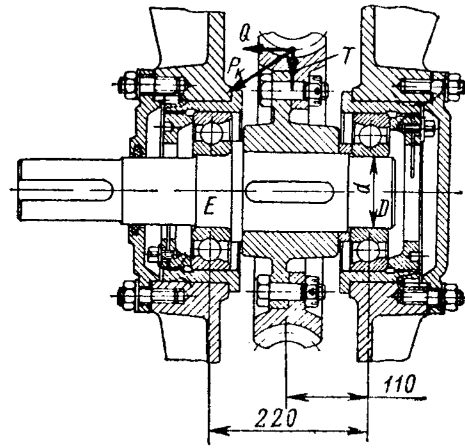
179. По данным предыдущей задачи подобрать шариковые радиально-упорные подшипники качения для вала червячного колеса редуктора (см. рисунок к задаче); $m_s = 6$ *мм*; $z_2 = 48$; $n = 20$ *об/мин*; $d = 60$ *мм*. Принять $h = 5000$ *час*; $K_\sigma = 1{,}0$; $K_т = 1{,}0$.

Ответ. $C_{треб}$ для опоры $E \sim 22\,000$, с большим запасом подходит подшипник 36212.

180. Определить теоретическую долговечность наиболее нагруженного роликового конического подшипника 7515 ($\beta = 14°$) ведущего вала конического редуктора (см. рисунок).

Дано: результирующие радиальные реакции $R_B = 4150$ *н*; $R_A = 10\,300$ *н*; осевая составляющая усилия в зацеплении $S = 760$ *н*; $\omega = 152$ *рад/сек*; $K_\sigma = 1{,}2$; $K_т = 1{,}0$.

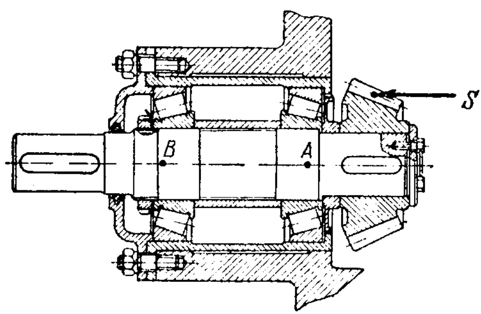
Ответ. $\sim 12\,000$ *час.*



К задаче 179

181. Как изменится теоретическая долговечность радиального шарикоподшипника, если его частота вращения будет увеличена с 1600 до 2500 *об/мин*? При 1600 *об/мин* $h = 8000$ *час.*

Ответ. Уменьшится до 5000 *час.*



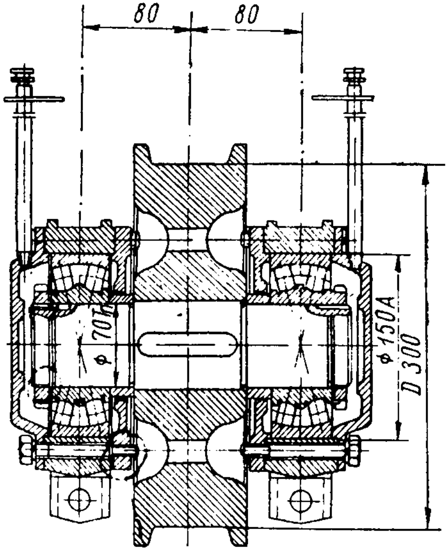
К задаче 180

182. Определить теоретическую долговечность подшипников 3614 оси катка тележки мостового крана (см. рисунок). Нагрузка на каток $Q = 90$ *кн*. Скорость передвижения тележки $v = 50$ *м/мин*. Остальные данные указаны на рисунке. Принять $K_\sigma = 1{,}2$; $K_т = 1{,}0$.

Ответ. $h \approx 20\,000$ *час.*

183. Подобрать упорный подшипник для вала диаметром $d = 40$ *мм*, вращающегося с угловой скоростью $\omega = 80$ *рад/сек*; $A = 5000$ *н*; $K_\sigma = 1{,}2$; $h = 10\,000$ *час*. Нагрузка действует в одну сторону.

Ответ. 8308.



К задаче 182

184. Установить обозначение упорного подшипника, пригодного для восприятия силы $A = 80$ *кн*, для вала диаметром $d = 50$ *мм*. Частота вращения вала $n = 0{,}5$ *об/мин*.

Указание. При $n < 1$ *об/мин* подшипник подбирается по статической грузоподъемности.

Ответ. 8210.

ГЛАВА 22

МУФТЫ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

$k_р$ — коэффициент режима работы

Значения $k_р$ при передаче от электродвигателя:

транспортеры ленточные	1,25—1,50
транспортеры цепные, винтовые, скребковые	1,50—2,0
компрессоры и вентиляторы	1,25—1,50
насосы центробежные	1,50—2,0
станки металлорежущие с непрерывным движением	1,25—1,50
станки металлорежущие с возвратно-поступательным движением	1,50—2,50
краны, подъемники, элеваторы	3,0—4,0

f — коэффициент трения (см. табл. 17 приложения)

β — коэффициент запаса сцепления ($\beta = 1{,}2 \div 1{,}5$)

p — давление

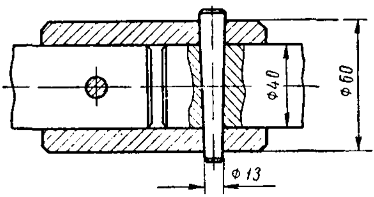
$[p]$ — допускаемое давление

Значения $[p]$ для фрикционных муфт

Материал трущихся деталей	$[p]$, $н/мм^2$	
	муфты дисковые	муфты конусные
Работа со смазкой		
Закаленная сталь по закаленной стали	0,8	—
Чугун по чугуну или по закаленной стали	0,6—0,8	0,40
Бронза по закаленной стали	0,4—0,5	0,6
Сталь по текстолиту	0,4—0,6	—
Работа без смазки		
Асбестовые обкладки по стали или чугуну	0,2—0,3	0,3
Чугун по чугуну или по закаленной стали	0,2—0,3	0,3

Примечание. Для предохранительных муфт следует принимать $[p]$ примерно на 30% больше указанных в таблице.

185. На рисунке представлена втулочная муфта со штифтами. Установить, равнопрочны ли втулка и штифты, если передаваемый момент $M = 528$ $н \cdot м$. Для втулки $[\tau_к] = 40$ $н/мм^2$; для штифтов $[\tau_{ср}] = 75$ $н/мм^2$.

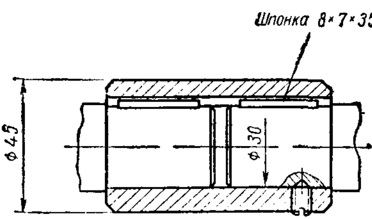


К задаче 185

Указание. Ослабление втулки отверстиями под штифты при расчете не учитывать. Расчет штифтов вести по d_{min}.

Ответ. При $k_р = 1{,}0$; $\tau_к = 15{,}4$ $н/мм^2$—для втулки; $\tau_ф = 100$ $н/мм^2$ — для штифтов.

186. Какой номинальный момент может передать втулочная муфта со шпонками (см. рисунок)? Принять для втулки и вала $[\tau_к] = 30$ $н/мм^2$; для шпоночного соединения $[\sigma_{ст}] = 100$ $н/мм^2$; $K_р = 1{,}3$.



К задаче 186

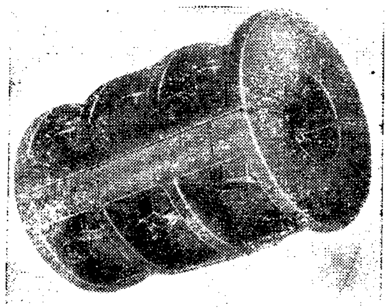
Указание. Ослабление втулки пазом под шпонку не учитывать.

Ответ. $[M] = 116$ $н \cdot м$.

187. Определить мощность, которую может передать изображенная на рисунке продольно-свертная муфта для вала диаметром $d = 60$ *мм*. Болты М16 выполнены из стали 35 нормализованной; $\sigma_т = 314$ *н/мм*^{2}. Угловая скорость муфты $\omega = 10$ *рад/сек*; $k_p = 1{,}3$; $f = 0{,}2$.

Указание. Принять для болтов $[\sigma_p] = 0{,}35\sigma_т$.

Ответ. $[N] = 3{,}5$ *квт.*



К задаче 187

188 *. Проверить прочность болтов поперечно-свертной муфты, предназначенной для передачи момента $M = 40{,}0$ *кгс·м* (конструкцию см. на рис. *а* к задаче 189). Болты М16 из стали 35 ($\sigma_{пч} = 56$ *кгс/мм*^{2}; $\sigma_т = 32$ *кгс/мм*^{2}) поставлены с зазором; $f = 0{,}2$. Число болтов $z = 4$; $D_0 = 160$ *мм*; $k_p = 1{,}25$.

Решение.

1. Определяем требуемое усилие затяжки болта (считаем, что все болты затянуты одинаково):

$$Q = \frac{Mk_p}{\frac{D_0}{2} zf} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 1{,}25}{\frac{140}{2} 4 \cdot 0{,}2} = 890 \text{ кгс}$$

2. Эквивалентное напряжение для стержня болта (с учетом кручения от затяжки)

$$\sigma_э = \frac{1{,}3}{\frac{\pi}{4} d_1^2} = \frac{1{,}3 \cdot 890}{\frac{3{,}14}{4} 13{,}835^2} = 7{,}75 \text{ кгс/мм}^2,$$

где для М16 $d_1 = 13{,}835$ *мм* (см. табл. 8 приложения).

3. Допускаемое напряжение растяжения (см. указание к задаче 187) для болта М16 $[\sigma_p] = 0{,}35\sigma_т = 0{,}35 \cdot 32 = 11{,}2$ *кгс/мм*^{2}.

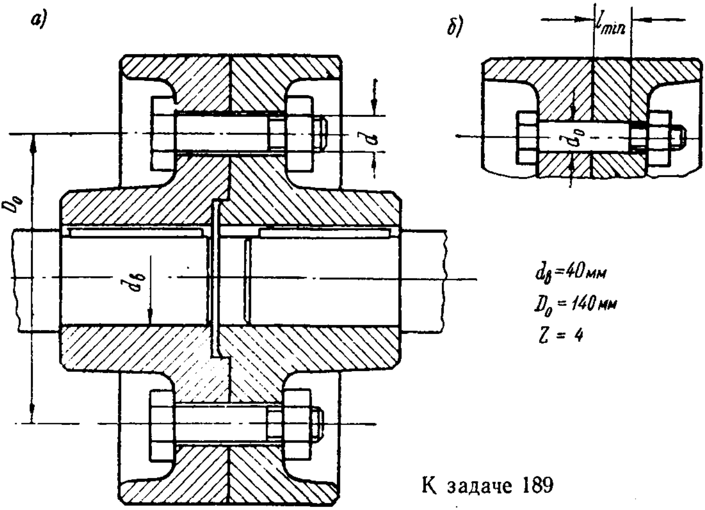
189. Определить диаметр болтов поперечно-свертной муфты, изображенной на рисунке. Передаваемый (расчетный) момент $M_p = 475$ *н*$\times$ $\times$*м*. Материал болтов — сталь 35; $\sigma_т = 314$ *н/мм*^{2}. Для материала муфты $[\sigma_{см}] = 80$ *н/мм*^{2}. Остальные данные приведены на рисунке. Расчет произвести в двух вариантах: *а*) болты поставлены с зазором ($f = 0{,}2$); *б*) болты поставлены без зазора $[\tau_{ср}] = 60$ *н/мм*^{2}.

Указание. Принять для болтов $[\sigma_p] = 0{,}3\sigma_т$.

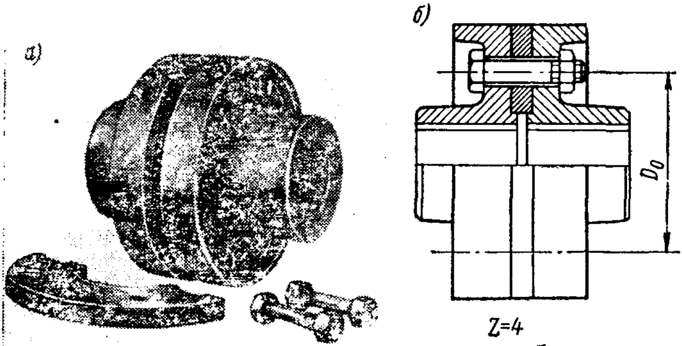
Ответ. а) М16 — болты с зазором; *б*) М6 — болты без зазора (из расчета); приняты конструктивно болты с резьбой М10, у которых $d_0 = 11$ *мм*.

190. Какой момент может передать поперечно-свертная муфта (рис. *а*)? Болты М18 из стали 35 поставлены с зазором. Диаметр окружности, на которой расположены центры болтовых отверстий, $D_0 = 180$ *мм* (рис. *б*). Принять для болтов $[\sigma_p] = 100$ *н/мм*^{2}; $f = 0{,}2$; $k_p = 1$. Какое удобство в монтаже данной конструкции по сравнению с представленной на рисунке к задаче 189?

Ответ. $[M] = 1060$ *н·м*.

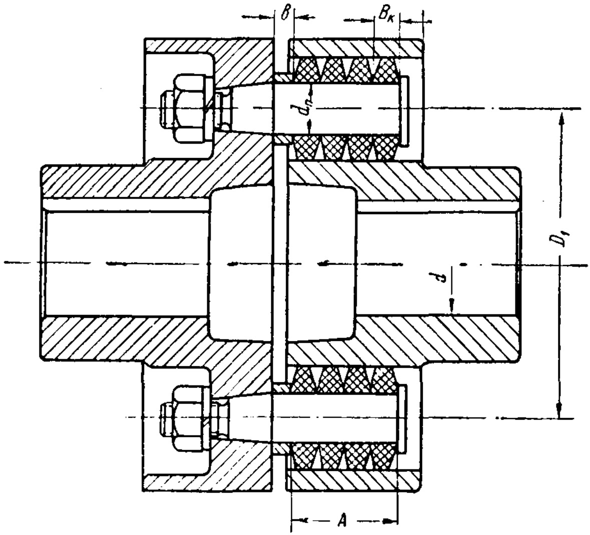


К задаче 189



К задаче 190

191. На рисунке приведена конструкция упругой втулочно-пальцевой муфты и даны основные размеры для некоторых типоразмеров муфт. Определить величину напряжения смятия для резиновых колец и максимальное напряжение изгиба в опасном сечении пальца при работе муфты.



К задаче 191

Муфта упругая втулочно-пальцевая

№ муфты	Максимальный вращающий момент, *н·м*	Размеры, *мм*				Число пальцев
		D_1	$d_п$	$B_к$	b	
1	128	82	14	7	5	4
2	235	100	14	7	5	6
3	466	120	18	9	6	6
4	725	140	18	9	6	8

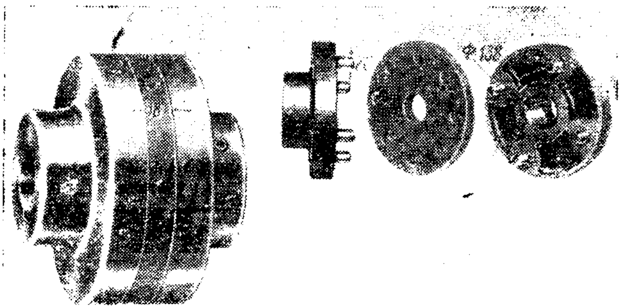
Указания.

1. При определении напряжения смятия полагать, что окружная сила, действующая на палец, равномерно распределяется между резиновыми кольцами.

2. При определении напряжения изгиба палец рассматривать как консольную балку с сосредоточенной силой, приложенной посередине участка A.

$\sigma_и$, $н/мм^2$	$\sigma_{см}$, $н/мм^2$	$\sigma_и$, $н/мм^2$	$\sigma_{см}$, $н/мм^2$
1 — 54,9	20	3 — 53,8	20
2 — 54,7	20	4 — 53,8	20

192. Определить величину допускаемого момента для муфты, изображенной на рисунке. Материал диска — резина, материал паль-

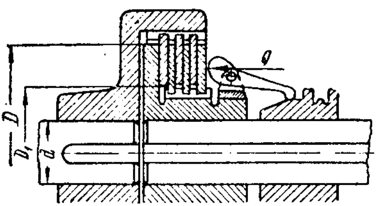


К задаче 192

цев — сталь 40, их диаметр 20 *мм*. Центры пальцев расположены на окружности $D = 138$ *мм*; толщина диска $\delta = 18$ *мм*. Принять $[\sigma_и] = 50$ $н/мм^2$; $[\sigma_{см}] = 1{,}0$ $н/мм^2$.

Ответ. $[M] = 99$ $н \cdot м$ при $k_р = 1{,}0$.

193 *. Рассчитать многодисковую фрикционную муфту, схема которой приведена на рисунке. Дано: $N = 14{,}7$ *квт*; $n = 500$ *об/мин*; диаметр вала $d = 40$ *мм*.



К задаче 193

Решение.

1. Расчетный момент. Приняв $\beta = 1{,}3$, получим

$$M_р = \beta M = \beta 97\,400 \frac{N}{n} =$$

$$= 1{,}3 \cdot 97\,400 \frac{14{,}7}{500} =$$

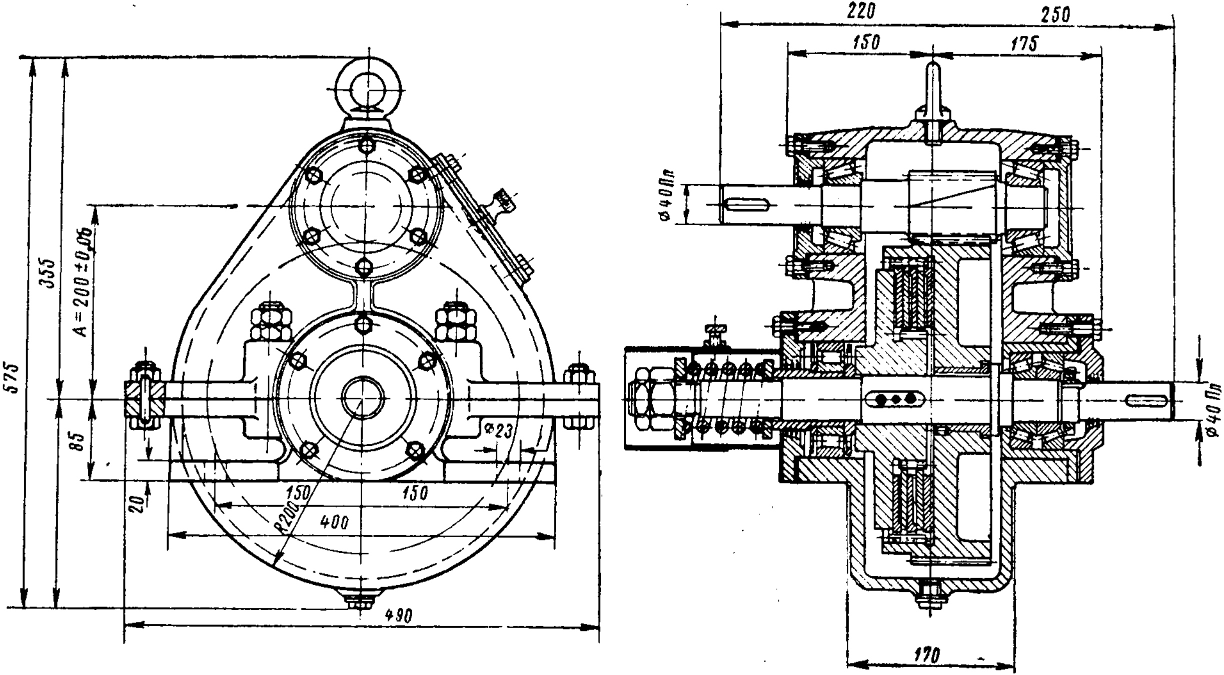
$$= 3730 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

2. Размеры дисков. Обычно для муфт, работающих без смазки,

$$D_1 = (2{,}0 \div 3{,}0)\, d \text{ и } D = (1{,}5 \div 2{,}5)\, D_1.$$

Примем $D_1 = 3d = 3 \cdot 40 = 120$ *мм*; $D = 1{,}4 D_1 = 1{,}5 \cdot 120 = 180$ *мм*.

3. Материал трущихся поверхностей. Ведущие диски выполнены с асбестовыми обкладками, ведомые — из стали. При этом $[p] = 2{,}0$ $кгс/см^2$ (см. стр. 440) и $f = 0{,}3$ (см. табл. 17 приложения).


220
250
150
175
Ф40Пп
575
355
A=200±0,06
85
20
Ф23
150
150
R200
400
490
Ф40Пп
170

К задаче 194

4. Число пар трущихся поверхностей

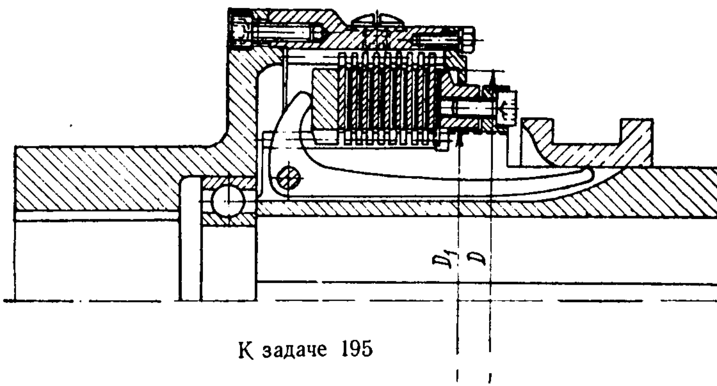
$$z=\frac{12M_р}{\pi\left(D^3-D_1^3\right)f\,[p]}=\frac{12\cdot 3730}{3{,}14\,(18^3-12^3)\,0{,}3\cdot 2{,}0}\approx 5{,}8;$$

примем $z=6$.

5. Число дисков:

ведущих $z_1=\frac{z}{2}=\frac{6}{2}=3;$

ведомых $z_2=z_1+1=3+1=4.$



К задаче 195

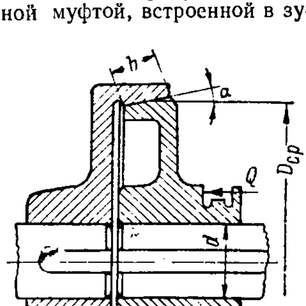
6. Фактическое (расчетное) давление

$$p=\frac{12M_p}{\pi f z\left(D^3-D_1^3\right)}=\frac{12\cdot 3730}{3{,}14\cdot 0{,}3\cdot 6\,(18^3-12^3)}=1{,}93\ кгс/см^2.$$

7. Сила давления на диск при включении муфты

$$Q=\frac{\pi}{4}\left(D^2-D_1^2\right)p=\frac{3{,}14}{4}(18^2-12^2)\,1{,}93=272\ кгс.$$

194. На рисунке приведена конструкция редуктора с перегрузочной муфтой, встроенной в зубчатое колесо. Дать описание конструкции и определить предельный ($M_п$) и номинальный ($M_{ном}$) моменты на ведомом валу. Известны: усилие пружины $P=3500$ *н*; расчетные наружный и внутренний диаметры дисков $D=260$ *мм*; $D_1=180$ *мм*; $\beta=1{,}2$. Остальные данные взять из чертежа.



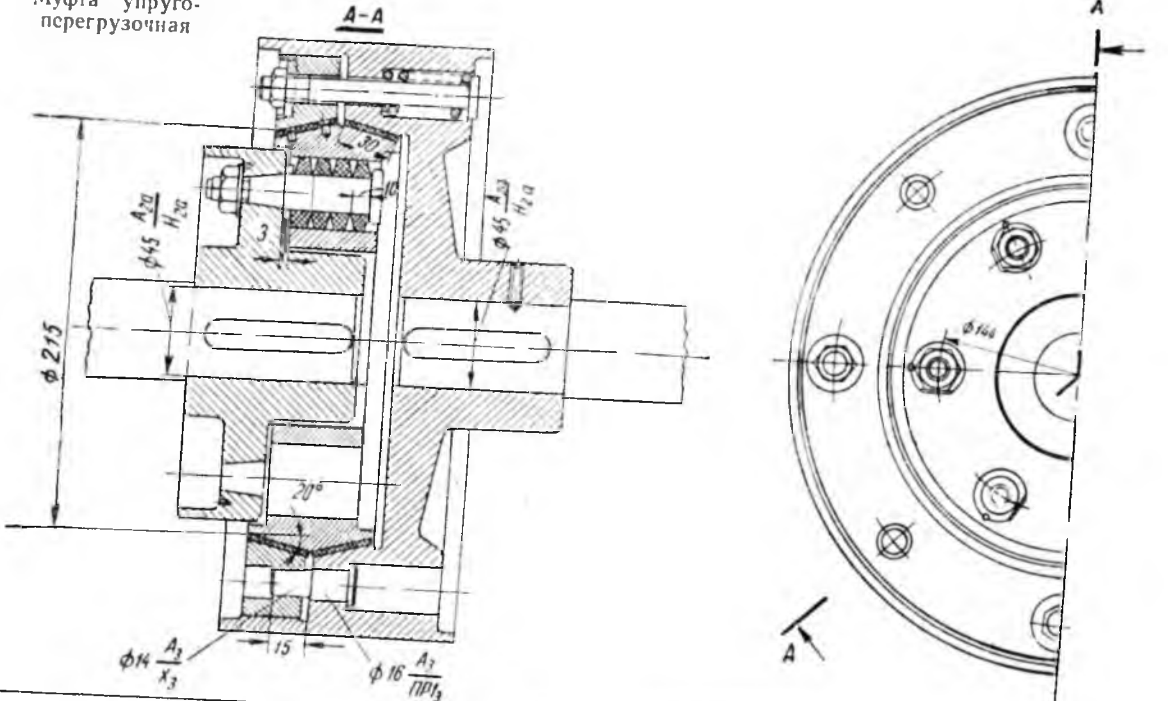
К задаче 196

Указание. Принять $f=0{,}05$ (для дисков из латуни при наличии смазки).

Ответ. $M_п=96{,}2$ *н·м*; $M_{ном}=80{,}2$ *н·м*.

195. Составить описание конструкции муфты, изображенной на рисунке, и проверить давление между дисками. Дано: $M=1400$ *н·м*; $D=200$ *мм*; $D_1=$

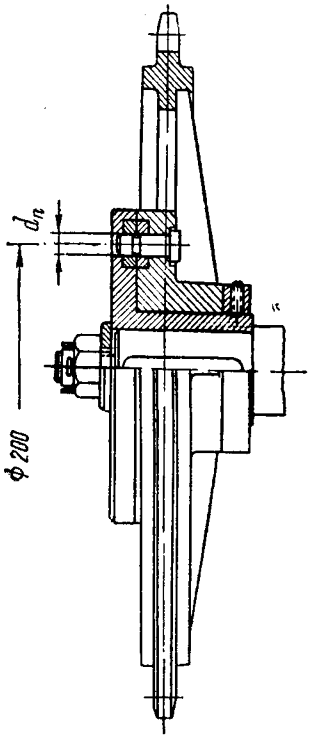
К задаче 197
Муфта упруго-перегрузочная



$= 150$ *мм*. Материал дисков — закаленная сталь ($f = 0,1$ — со слабой смазкой).

Ответ. $p = 0,64$ *н/мм*^{2}.

196 *. Рассчитать коническую фрикционную муфту, схема которой приведена на рисунке. Дано: $M = 60$ *н·м*; $\omega = 20$ *рад/сек*; $\beta = 1,2$. Материал трущихся поверхностей — чугун по чугуну (без смазки). Диаметр вала $d = 30$ *мм*.



К задаче 199
Муфта предохранительная со срезным пальцем

Решение.

1. Расчетный момент. Приняв $\beta = 1,2$, получим

$$M_р = \beta M = 1,2 \cdot 60 = 72 \text{ н·м}.$$

2. Размеры муфты. Обычно $D_{ср} = 3 \div 5d$; примем $D_{ср} = 5d = 5 \cdot 30 = 150$ *мм*.

Угол конуса α примем равным 10° (необходимо, чтобы было $\alpha > \rho$, где ρ — угол трения).

3. Ширина конусной поверхности

$$b = \frac{2M_р}{\pi D_{ср}^2 [p] f} = \frac{2 \cdot 72 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 150^2 \cdot 0,4 \cdot 0,15} = 34 \text{ мм},$$

где $[p] = 0,4$ *н/мм*^{2} (см. стр. 440) и $f = 0,15$ (см. табл. 17 приложения)

Примем $b = 35$ *мм*. Обычно $\frac{b}{D_{ср}} = 0,15 \div 0,25$. В данном случае

$$\frac{b}{D_{ср}} = \frac{35}{150} = 0,23.$$

4. Фактическое (расчетное) давление

$$p = \frac{2M_р}{\pi D_{ср}^2 fb} = \frac{2 \cdot 72 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 150^2 \cdot 0,15 \cdot 35} = 0,39 \text{ н/мм}^2.$$

5. Сила давления на конус при включении муфты

$$Q = \pi D_{ср} bp \sin\alpha = 3,14 \cdot 150 \cdot 35 \times$$
$$\times 0,39 \sin 10^\circ = 1140 \text{ н}.$$

197. Составить описание конструкции комбинированной муфты, изображенной на рисунке, и определить максимальное давление на рабочих поверхностях конической фрикционной муфты и напряжение смятия для резиновых колец упругой пальцевой муфты. Дано: усилие одной пружины $P = 350$ *н*; обкладки асбестовые ($f = 0,35$); $\beta = k_р =$

$= 1{,}2$; диаметр пальца $d_п = 18$ *мм*. Остальные данные взять из чертежа.

Ответ. $p = 0{,}23$ *н/мм²*; $\sigma_{см} = 1{,}24$ *н/мм²*.

198. Определить допускаемую величину расчетного момента для конической фрикционной муфты, если $D_{ср} = 220$ *мм*; $b = 30$ *мм*; $\alpha = 20°$ (см. рисунок к задаче 196). Материал трущейся пары — сталь—асбест ($f = 0{,}3$); $\beta = 1{,}2$; $[p] = 0{,}3$ *н/мм²*.

Ответ. $M_р = 205$ *н·м*.

199. Определить диаметр срезного пальца предохранительной муфты ведущего вала скребкового конвейера (см. рисунок). Дано: $M_{max} = 3000$ *н·м*; материал пальца — сталь 45 ($\sigma_{пч} = 800$ *н/мм²*; $\sigma_т = 540$ *н/мм²*). Принять для пальца $\tau_{пч} = 0{,}75\sigma_{пч}$.

Ответ. $d \approx 8$ *мм*.

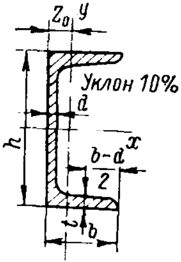
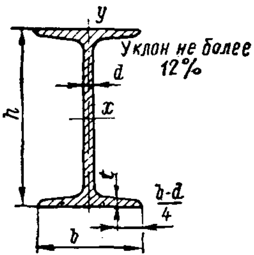


Таблица 2

Сталь прокатная. Швеллеры (по ГОСТ 8240—56)

№ профилей	Основные размеры, *мм*				Площадь сечения F, $см^2$	J_x, $см^4$	W_x, $см^3$	J_y, $см^4$	W_y, $см^3$	z_0, $см$
	h	b	d	t						
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	5,61	2,75	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	8,70	3,68	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	12,8	4,75	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	20,4	6,46	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	31,2	8,52	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	45,4	11,0	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	57,5	13,3	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	63,3	13,8	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	923	103	78,8	16,4	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	86,0	17,0	1,94
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	113	20,5	2,07
24	240	90	5,6	10,0	36,0	2900	242	208	31,6	2,42
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	410	51,8	2,59



ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Сталь прокатная. Балки двутавровые (по ГОСТ 8239—56)

№ профилей	Основные размеры, *мм*				Площадь сечения F, *см*^{2}	J_x, *см*^{4}	W_x, *см*^{3}	S_x, *см*^{3}	J_y, *см*^{4}	W_y, *см*^{3}
	h	b	d	t						
10	100	70	4,5	7,2	14,2	244	48,8	28,0	35,3	10,1
12	120	75	5,0	7,3	16,5	403	67,2	38,5	43,8	11,7
14	140	82	5,0	7,5	18,9	632	90,3	51,5	58,2	14,2
16	160	90	5,0	7,7	21,5	945	118	67,0	77,6	17,2
18	180	95	5,0	8,0	23,8	1 330	148	83,7	94,6	19,9
20	200	100	5,2	8,2	26,4	1 810	181	102	112	22,4
22	220	110	5,3	8,6	30,2	2 530	230	130	155	28,2
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3 460	289	163	198	34,5
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5 010	371	210	260	41,5
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7 080	472	268	337	49,9
30а	300	145	6,5	10,7	49,9	7 780	518	292	436	60,1
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13 380	743	423	516	71,1
40	400	155	8,0	13,0	71,4	18 930	947	540	666	85,9
70	700	210	12,7	20,8	174	133 890	3830	2220	2730	260

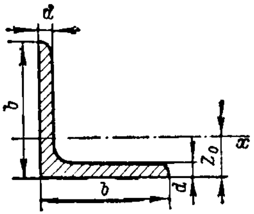


Таблица 3

Сталь прокатная угловая равнобокая (по ГОСТ 8509—57)

№ профилей	Основные размеры, *мм*		Площадь сечения *F*, *см*²	J_x, *см*⁴	z_0, *см*
	b	*d*			
3,2	32	3	1,86	1,77	0,89
		4	2,43	2,26	0,94
4	40	3	2,35	3,55	1,09
		4	3,08	4,58	1,13
4,5	45	3	2,65	5,13	1,21
		4	3,48	6,63	1,26
		5	4,29	8,03	1,30
5	50	3	2,96	7,11	1,33
		4	3,89	9,21	1,38
		5	4,80	11,2	1,42
5,6	56	3,5	3,86	11,6	1,50
		4	4,38	13,1	1,52
		5	5,41	16,0	1,57
6,3	63	4	4,96	18,9	1,69
		5	6,13	23,1	1,74
		6	7,28	27,1	1,78
7	70	4,5	6,20	29,0	1,68
		5	6,86	31,9	1,90
		6	8,15	37,6	1,94
		7	9,42	43,0	1,99
		8	10,7	48,2	2,02
7,5	75	5	7,39	39,5	2,02
		6	8,78	46,6	2,06
		7	10,1	53,3	2,10
		8	11,5	59,8	2,15
		9	12,8	66,1	2,18
8	80	5,5	8,63	52,7	2,17
		6	9,38	57,0	2,19
		7	10,8	65,3	2,23
		8	12,3	73,4	2,27
9	90	6	10,6	82,1	2,43
		7	12,3	94,3	2,47
		8	13,9	106	2,51
		9	15,6	118	2,55
10	100	8	15,6	147	2,75
		10	19,2	179	2,83
		12	22,8	209	2,91
		14	26,3	237	2,99
		16	29,7	264	3,06

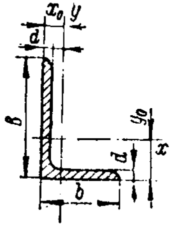


Таблица 4

Сталь прокатная угловая неравнобокая (по ГОСТ 8510—57)

№ профилей	Основные размеры, *мм*			Площадь сечения F $см^2$	J_x, $см^4$	J_y, $см^4$	Координаты центра тяжести *см*	
	B	b	d				y_0	x_0
4/2,5	40	25	4	1,94	1,93	0,57	1,12	0,53
			3	1,89	3,06	0,93	1,32	0,59
			4	2,47	3,93	1,18	1,87	0,63
5/3,2	50	32	3	2,42	6,17	1,99	1,60	0,72
			4	3,17	7,98	2,56	1,65	0,76
6,3/4,0	63	40	4	4,04	16,3	5,16	2,03	0,91
			5	4,98	19,9	6,26	2,08	0,95
			6	5,90	23,3	7,28	2,12	0,99
			8	7,68	29,6	9,15	2,20	1,07
8/5	80	50	5	6,36	41,6	12,7	2,60	1,13
			6	7,55	49,0	14,8	2,65	1,17
9/5,6	90	56	6	8,54	70,6	21,2	2,95	1,28
			8	11,18	90,9	27,1	3,04	1,36
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	30,6	3,23	1,42
			7	11,1	113	35,0	3,28	1,46
			8	12,6	127	39,2	3,32	1,50
			10	15,5	154	47,1	3,40	1,58
12,5/8	125	80	10	19,7	312	100	4,14	1,92
16/10	160	100	14	34,7	897	272	5,40	2,43

Таблица 5

Стандартные диаметры заклепок и рекомендуемые диаметры сверлений под заклепки, *мм*

Номинальный диаметр заклепки	Диаметр сверления		Номинальный диаметр заклепки	Диаметр сверления	
	Точная сборка	Грубая сборка		Точная сборка	Грубая сборка
10	10,5	11,0	19	21	21
11,5	12,0	12,5	22	23	24
13,0	13,5	14,0	25	26	27
16,0	16,5	17,0	28	29	30

Таблица 6

Допускаемые напряжения, $н/мм^2$, для заклепочных соединений стальных конструкций при статическом действии нагрузок

Род напряжения	Для заклепок из стали Ст. 2		Для заклепок из стали Ст. 3	
	Способ подготовки отверстий			
	В	*С*	*В*	*С*
Срез $[\tau_{ср}]$	140	100	140	100
Смятие $[\sigma]_{см}$	280	240	320	280

Примечания. 1. *В* — отверстия сверленые или продавленные (на меньший диаметр) с последующей рассверловкой; *С* — продавленные отверстия.

2. Допускаемые напряжения на растяжение для основного металла конструкции: для стали Ст.2 $[\sigma_р] = 140$ $н/мм^2$, для стали Ст.3 $[\sigma_р] = 160$ $н/мм^2$.

Таблица 7

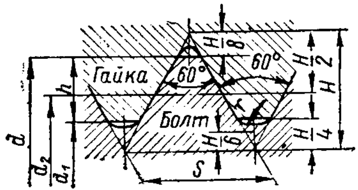
Допускаемые напряжения для сварных швов

Способ сварки и тип электрода	Допускаемые напряжения		
	Стыковые швы		Валиковые (угловые) швы при срезе $[\tau_{ср}]'$
	при растяжении $[\sigma_р]'$	при сжатии $[\sigma_{сж}]'$	
Ручной, электроды Э-34	0,6 $[\sigma_р]$	0,75 $[\sigma_р]$	0,5 $[\sigma_р]$
Ручной, электроды Э-42	0,8 $[\sigma_р]$	0,9 $[\sigma_р]$	0,6 $[\sigma_р]$
Автоматический под слоем флюса, контактный стыковой с оплавлением, ручной, электроды Э-42А	0,9 $[\sigma_р]$	$[\sigma_р]$	0,65 $[\sigma_р]$

Примечание. Допускаемые напряжения указаны при статическом действии нагрузки; $[\sigma_р]$ — допускаемое напряжение для основного металла конструкции при растяжении.

Таблица 8

Резьба метрическая (по ГОСТ 9150—59)

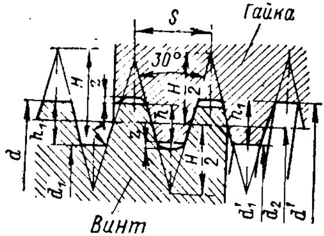


$H = 0{,}86603S$
$h = 0{,}54125S$
$r = 0{,}144S$

Наружный диаметр резьбы d	Резьбы с крупным шагом			Резьбы с мелким шагом					
	Средний диаметр d_2	Внутренний диаметр d_1	Шаг S	Средний диаметр d_2	Внутренний диаметр d_1	Шаг S	Средний диаметр d_2	Внутренний диаметр d_1	Шаг S
10	9,026	8,376	1,5	9,513	9,188	0,75	9,350	8,918	1
12	10,863	10,106	1,75	11,513	11,188	0,75	11,350	10,918	1
(14)	12,701	11,835	2	13,513	13,188	0,75	13,026	12,376	1,5
16	14,701	13,835	2	15,513	15,188	0,75	15,026	14,376	1,5
(18)	16,376	15,294	2,5	17,513	17,188	0,75	17,026	16,376	1,5
20	18,376	17,294	2,5	19,513	19,188	0,75	19,026	18,376	1,5

Таблица 9

Резьба трапецеидальная одноходная (по ГОСТ 9484—60)



Наружный диаметр винта d, *мм*	Шаг резьбы S	Средний диаметр резьбы d_2	Внутренний диаметр d_1	Площадь сечения стержня винта, $см^2$
	мм			
30	3 6 10	28,5 27,0 25,0	26,5 23 19	5,52 4,16 2,84
32	3 6 10	30,5 29,0 27,0	28,5 25 21	6,38 4,91 3,46
50	3 8 12	48,5 46,0 44,0	46,5 41 37	16,98 13,20 10,75
60	3 8 12	58,5 56,0 54,0	56,5 51 47	25,07 20,43 17,35
80	4 10 16	78 75,0 72,0	75,5 69 62	44,77 37,39 30,19

Продолжение

Наружный диаметр резьбы d	Резьбы с крупным шагом			Резьбы с мелким шагом					
	Средний диаметр d_2	Внутренний диаметр d_1	Шаг S	Средний диаметр d_2	Внутренний диаметр d_1	Шаг S	Средний диаметр d_2	Внутренний диаметр d_1	Шаг S
(22)	20,376	19,294	2,5	21,513	21,188	0,75	21,026	20,376	1,5
24	22,051	20,752	3	23,513	23,188	0,75	23,026	22,376	1,5
(27)	25,051	23,752	3	26,513	26,188	0,75	26,026	25,376	1,5
30	27,727	26,211	3,5	29,513	29,188	0,75	29,026	28,376	1,5
(33)	30,727	29,211	3,5	32,513	32,188	0,75	32,026	31,376	1,5
36	33,402	31,670	4	35,350	34,918	1	34,701	33,835	2
(39)	36,402	34,670	4	38,350	37,918	1	37,701	36,835	2
42	39,077	37,129	4,5	41,350	40,918	1	40,701	39,835	2
(45)	42,077	40,129	4,5	44,350	43,918	1	43,701	42,835	2
48	44,752	42,587	5	47,026	46,376	1,5	46,051	44,752	3

Примечания. 1. Размеры даны в миллиметрах.

2. Наружные диаметры, значения которых даны в скобках, соответствуют второму ряду (в интервале 5—60 *мм*) по ГОСТ 8724—58; остальные диаметры соответствуют первому ряду. Предпочтительно применение резьб с диаметрами по первому ряду.

3. Резьбы с мелким шагом в интервале диаметров 10—48 *мм* включены в таблицу частично.

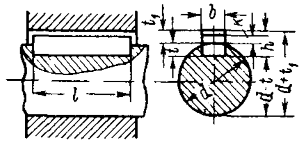
Таблица 10

Допускаемые усилия затяжки, *кн*, болтов при неконтролируемой затяжке

Резьба	Марка стали			Резьба	Марка стали		
	Ст. 3	45	30ХН3		Ст. 3	45	30ХН3
М8	1,40	2,20	3,90	М24	23,0	40,0	64,0
М10	2,40	3,80	6,40	М27	33,0	53,0	84,0
М12	3,60	5,80	9,70	М30	45,0	74,0	114
М14	5,00	8,50	15,00	М36	70,0	110	170
М16	7,50	12,0	21,0	М39	90,0	140	217
М18	10,0	16,0	28,5	М42	100	159	240
М20	14,0	24,0	40,0	М45	117	189	280
М22	19,0	32,0	52,0	М48	132	210	316

Таблица 11

Шпонки призматические. Размеры сечений шпонок и пазов (по ГОСТ 8788—68)



Диаметр вала d	Номинальные резьбы сечений шпонок		Глубина пазов	
	b	h	вала t	втулки t_1
30—38	10	8	5	3,3
38—44	12	8	5	3,3
44—50	14	9	5,5	3,8
50—58	16	10	6	4,3
58—65	18	11	7	4,4
65—75	20	12	7,5	4,9
75—85	22	14	9	5,4

Примечания. 1. Таблица приведена с сокращениями. 2. Размеры даны в миллиметрах. 3. Длина призматических шпонок: 36, 40, 45, 50, 56, 63, 70, 80, 90, 110, 125, 150, 160. 4. Примеры условного обозначения призматических шпонок с размерами: $b = 18$ *мм*; $h = 11$ *мм*; $l = 100$ *мм*; со скругленными торцами (исполнение 1)

Шпонка 18×11×100, ГОСТ 8789—68;

с одним плоским и другим закругленным торцами (исполнение 2)

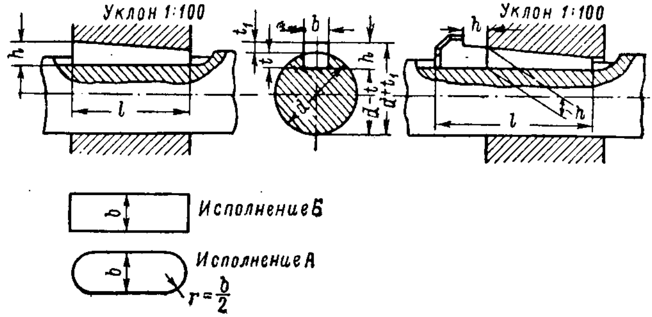
Шпонка 2—18×11×100, ГОСТ 8789—68;

с плоскими торцами (исполнение 3)

Шпонка 3—18×11×100, ГОСТ 8789—68.

Таблица 12

Шпонки клиновые. Размеры сечений шпонок и пазов (по ГОСТ 8791—68)



Диаметр вала d	Номинальные размеры сечений шпонок		Глубина пазов		l
	b	h	вала t	втулки t_1	
30—36	10	8	4,5	3,0	22—90
36—42	12	8	4,5	3,0	28—110
42—48	14	9	5,0	3,5	36—140
48—55	16	10	5,0	4,5	45—180
55—65	18	11	5,5	5,0	50—200

Примечания. 1. Размеры даны в миллиметрах.

2. Длина шпонок: 40, 45, 50, 56, 65, 70, 80, 90, 100, 110, 125.

3. Размеры шпонок клиновых по ГОСТ 8792—68, размеры шпонок клиновых с головкой по ГОСТ 8793—68.

4. Пример условного обозначения шпонки исполнения А с размерами $b = 18$ *мм*; $h = 11$ *мм*; $l = 100$ *мм*: *Шпонка 18×11×100, ГОСТ 8792—68*; пример условного обозначения такой же шпонки исполнения Б: *Шпонка Б 18×11×100, ГОСТ 8792—68*; пример условного обозначения шпонки с головкой с размерами $b = 18$ *мм*; $h = 11$ *мм*; $l = 100$ *мм*: *Шпонка 18×11×100, ГОСТ 8793—68.*

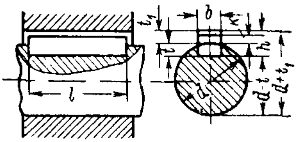
Таблица 10

Допускаемые усилия затяжки, *кн*, болтов при неконтролируемой затяжке

Резьба	Марка стали			Резьба	Марка стали		
	Ст. 3	45	30ХН3		Ст. 3	45	30ХН3
М8	1,40	2,20	3,90	М24	23,0	40,0	64,0
М10	2,40	3,80	6,40	М27	33,0	53,0	84,0
М12	3,60	5,80	9,70	М30	45,0	74,0	114
М14	5,00	8,50	15,00	М36	70,0	110	170
М16	7,50	12,0	21,0	М39	90,0	140	217
М18	10,0	16,0	28,5	М42	100	159	240
М20	14,0	24,0	40,0	М45	117	189	280
М22	19,0	32,0	52,0	М48	132	210	316

Таблица 11

Шпонки призматические. Размеры сечений шпонок и пазов (по ГОСТ 8788—68)



Диаметр вала d	Номинальные резьбы сечений шпонок		Глубина пазов	
	b	h	вала t	втулки t_1
30—38	10	8	5	3,3
38—44	12	8	5	3,3
44—50	14	9	5,5	3,8
50—58	16	10	6	4,3
58—65	18	11	7	4,4
65—75	20	12	7,5	4,9
75—85	22	14	9	5,4

Примечания. 1. Таблица приведена с сокращениями. 2. Размеры даны в миллиметрах. 3. Длина призматических шпонок: 36, 40, 45, 50, 56, 63, 70, 80, 90, 110, 125, 150, 160. 4. Примеры условного обозначения призматических шпонок с размерами: $b = 18$ *мм*; $h = 11$ *мм*; $l = 100$ *мм*; со скругленными торцами (исполнение 1)

Шпонка 18×11×100, ГОСТ 8789—68;

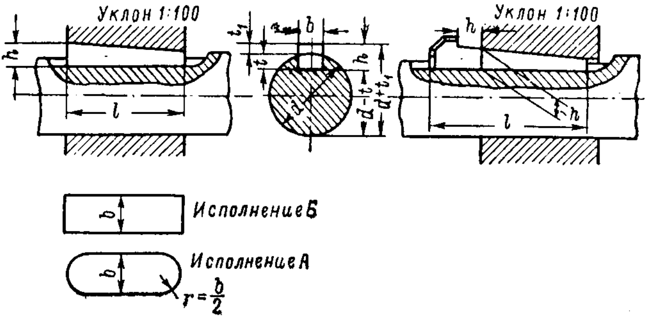
с одним плоским и другим закругленным торцами (исполнение 2)

Шпонка 2—18×11×100, ГОСТ 8789—68;

с плоскими торцами (исполнение 3)

Шпонка 3—18×11×100, ГОСТ 8789—68.

Шпонки клиновые. Размеры сечений шпонок и пазов (по ГОСТ 8791—68)



Диаметр вала d	Номинальные размеры сечений шпонок		Глубина пазов		l
	b	h	вала t	втулки t_1	
30—36	10	8	4,5	3,0	22—90
36—42	12	8	4,5	3,0	28—110
42—48	14	9	5,0	3,5	36—140
48—55	16	10	5,0	4,5	45—180
55—65	18	11	5,5	5,0	50—200

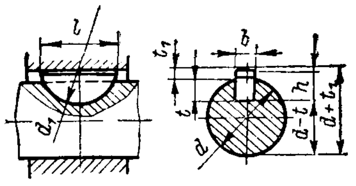
Примечания. 1. Размеры даны в миллиметрах.

2. Длина шпонок: 40, 45, 50, 56, 65, 70, 80, 90, 100, 110, 125.

3. Размеры шпонок клиновых по ГОСТ 8792—68, размеры шпонок клиновых с головкой по ГОСТ 8793—68.

4. Пример условного обозначения шпонки исполнения А с размерами $b = 18$ *мм*; $h = 11$ *мм*; $l = 100$ *мм*: *Шпонка 18×11×100, ГОСТ 8792—68*; пример условного обозначения такой же шпонки исполнения Б: *Шпонка Б 18×11×100, ГОСТ 8792—68*; пример условного обозначения шпонки с головкой с размерами $b = 18$ *мм*; $h = 11$ *мм*; $l = 100$ *мм*: *Шпонка 18×11×100, ГОСТ 8793—68.*

Шпонки сегментные. Размеры сечений шпонок и пазов (по ГОСТ 8794—68)



Диаметр вала d	Номинальные размеры шпонок				Глубина пазов	
	b	h	d_1	l	вала t	втулки t_1
17—22	6	(7,5) 9 10 11 13 15	(19) 22 25 28 32 38	18,6 21,6 24,5 27,3 31,4 37,1	(5) 6,5 7,5 8,5 10,5 12,5	2,8
22—30	8	(9) 11 13 15	(22) 28 32 38	21,6 27,3 31,4 37,1	(6) 8 10 12	3,3
30—38	10	13 15 16 17	32 38 45 55	31,4 37,1 43,1 50,8	10 12 13 14	3,3
38—44	12	19	65	59,1	16	3,3

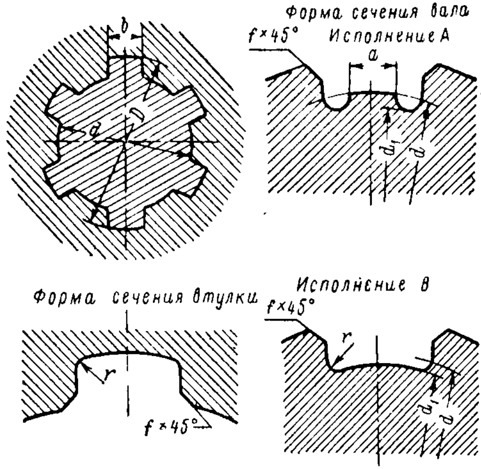
Примечания. 1. Размеры даны в миллиметрах.

2. Таблица приведена с сокращениями.

3. Размеры сегментных шпонок по ГОСТ 8795—68. Пример условного обозначения шпонки с размерами $b = 6$ *мм*; $h = 10$ *мм*

Шпонка сегментная 6×10, ГОСТ 8795—68

Соединения зубчатые (шлицевые) прямобочные (по ГОСТ 1139—59)



Число зубьев	Номинальный размер d	Номинальный размер D	Номинальный размер b	d_1 не менее	a не менее	Номинальный размер f	r не более
Легкая серия							
8	32	36	6	30,4	2,71	0,4	0,3
8	36	40	7	34,5	3,46	0,4	0,3
8	42	46	8	40,4	5,03	0,4	0,3
8	46	50	9	44,6	5,75	0,4	0,3
8	52	58	10	49,7	4,89	0,5	0,5
8	56	62	10	53,6	6,38	0,5	0,5
Средняя серия							
8	32	38	6	29,4	—	0,4	0,3
8	36	42	7	33,5	1,02	0,4	0,3
8	42	48	8	39,5	2,57	0,4	0,3
8	46	54	9	42,7	—	0,5	0,5
8	52	60	10	48,7	2,44	0,5	0,5
8	56	65	10	52,2	2,5	0,5	0,5
Тяжелая серия							
10	42	52	6	36,9	—	0,4	0,3
10	46	56	7	40,9	—	0,5	0,5
16	52	60	5	47,0	—	0,5	0,5
16	56	65	5	50,6	—	0,5	0,5

Примечание. Размеры даны в миллиметрах.

Таблица 15

Допускаемые напряжения для шпоночных соединений

Напряжение, $н/мм^2$	Вид соединения	Материал ступицы	Характер нагрузки		
			спокойная	слабые толчки	ударная
$[\sigma_{см}]$	Неподвижное	Сталь Чугун	150 80	100 60	50 27
	Подвижное	Сталь	50	40	30
$[\tau_{ср}]$	—	—	90	60	

Таблица 16

Допускаемые напряжения $[\sigma_{см}]$, $н/мм^2$, для зубчатых (шлицевых) соединений

Вид соединения	Обработка поверхностей шлицев	Характер нагрузки		
		спокойные	слабые толчки	ударная
Неподвижное	Без термообработки	80—120	60—100	35—50
	С термообработкой	120—200	100—140	50—70
Подвижное	Без термообработки	25—40	20—30	15—20
Не под нагрузкой	С термообработкой	40—70	30—60	20—35

Таблица 17

Значения коэффициента трения

Материал и условия работы	f
С обильной смазкой (в масляной ванне)	
Сталь по стали (закаленные) или по чугуну	0,04—0,08
Сталь по текстолиту или фибре	0,10
Бронза по стали	0,04—0,08
Бронза по чугуну или бронзе	0,12
Без смазки — всухую	
Сталь по чугуну, сталь по стали, чугун по чугуну	0,12—0,22
Асбестовая обкладка по стали или чугуну	0,25—0,35
Кожа по чугуну	0,25—0,35
Фибра, текстолит по чугуну или стали	0,20—0,25

Таблица 18

Диаметры шкивов D, *мм* (по ОСТ 1655)

50	100	200	400	800	—	140	280	560	1120
—	112	225	450	900	80	160	320	630	1250
63	125	250	500	1000	90	180	360	710	1400

Таблица 19

Допускаемое приведенное удельное окружное усилие $k_{п0}$ и D_{min} для плоских приводных ремней при $\sigma_0 = 1,77$ *н/мм²*

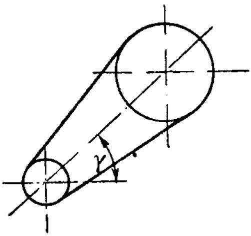
Ремень	$k_{п0}$, *н/мм²*	$\frac{\delta}{D_{min}}$ рекомендуемое	$\frac{\delta}{D_{min}}$ наибольшее допускаемое
Кожаный	$2,84—29,4 \frac{\delta}{D_{min}}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{25}$
Прорезиненный	$2,45—9,81 \frac{\delta}{D_{min}}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{30}$
Хлопчатобумажный тканый	$2,06—14,7 \frac{\delta}{D_{min}}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{25}$
Шерстяной	$1,77—14,7 \frac{\delta}{D_{min}}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{25}$

Таблица 23

Коэффициент режима и длительности работы C_3

Приводимые в движение рабочие машины			Род двигателя на ведущем валу					
			Группа *А*			Группа *Б*		
Класс машин	Характер нагрузки	Наименование машин	Электродвигатели постоянного тока. Электродвигатели однофазные. Электродвигатели асинхронные с короткозамкнутым ротором. Турбины водяные и паровые			Электродвигатели синхронные. Электродвигатели асинхронные с контактными кольцами. Двигатели внутреннего сгорания и паровые машины. Трансмиссионные валы		
			1	2	3	1	2	3
I	Легкая пусковая нагрузка до 120% нормальной Почти постоянная рабочая нагрузка	Небольшие вентиляторы и компрессоры Токарные, сверлильные и шлифовальные станки Ленточные транспортеры и т. п.	1,0	0,9	0,8	0,9	0,8	0,7
II	Пусковая нагрузка до 150% нормальной Незначительные колебания рабочей нагрузки	Станки: фрезерные, зубофрезерные и револьверные Поршневые насосы и компрессоры с относительно тяжелыми маховиками Пластинчатые транспортеры и т. п.	0,9	0,8	0,7	0,8	0,7	0,6

Значение коэффициента C_4



Передача	Наклон к горизонту $\gamma°$		
	0—60	60—80	80—90
Открытая с периодическим подтягиванием	1,0	0,9	0,8
Перекрестная	0,9	0,8	0,7
Полуперекрестная	0,8	0,7	0,6

Таблица 21

Геометрический коэффициент C_1 (коэффициента угла обхвата)

Угол обхвата $\alpha°$	150	160	170	180	190	200	210	220
Коэффициент C_1	0,91	0,94	0,97	1,0	1,05	1,1	1,15	1,2

Таблица 22

Скоростной коэффициент C_2

Скорость ремня v, *м/сек*	1	5	10	15	20	25	30
Коэффициент C_2	1,04	1,03	1,00	0,95	0,88	0,70	0,68

Примечание. Для самонатяжных передач при любых расположениях и скорости принимают произведение $C_0C_2 = 1$.

Продолжение

Приводимые в движение рабочие машины			Род двигателя на ведущем валу					
			Группа *А*			Группа *Б*		
			Электродвигатели постоянного тока. Электродвигатели однофазные. Электродвигатели асинхронные с короткозамкнутым ротором. Турбины водяные и паровые			Электродвигатели синхронные. Электродвигатели асинхронные с контактными кольцами. Двигатели внутреннего сгорания и паровые машины. Трансмиссионные валы		
Класс машин	Характер нагрузки	Наименование машин	1	2	3	1	2	3
IV	Пусковая нагрузка до 300% нормальной Весьма неравномерная или ударная рабочая нагрузка	Подъемники, экскаваторы Бегуны, глиномялки Лесопильные рамы Мельницы жерновые, шаровые, вальцовые Ножницы, молоты, дробилки и т. п.	0,7	0,6	0,5	0,6	0,5	0,4

Примечания. 1. Обозначение в группах *А* и *Б*: 1 — односменная, 2 — двухсменная, 3 — трехсменная (непрерывная) работа.

2. Для передач с периодической нагрузкой или с редко используемой максимальной мощностью двигателя значения C_3 могут быть увеличены примерно на 20%.

Продолжение

Приводимые в движение рабочие машины			Род двигателя на ведущем валу					
			Группа *А*			Группа *Б*		
Класс машин	Характер нагрузки	Наименование машин	Электродвигатели постоянного тока. Электродвигатели однофазные. Электродвигатели асинхронные с короткозамкнутым ротором. Турбины водяные и паровые			Электродвигатели синхронные. Электродвигатели асинхронные с контактными кольцами. Двигатели внутреннего сгорания и паровые машины. Трансмиссионные валы		
			1	2	3	1	2	3
III	Пусковая нагрузка до 200% нормальной Значительные колебания рабочей нагрузки	Реверсивные приводы Станки: строгальные, долбежные и зубодолбежные Транспортеры винтовые и скребковые Элеваторы Винтовые и эксцентриковые прессы с относительно тяжелыми маховиками	0,8	0,7	0,6	0,7	0,6	0,5

Таблица 24

Размеры кожаных ремней, *мм*
(по ОСТ НКЛП 5773/176)

Ширина	Толщина δ	
	одинарных	двойных
20; 25; 30	3,0	—
(35); 40; (45); 50	3,5	—
60; 70; (75); 80	4,0	—
(85); 90; (95); 100; (115)	4,5	7,5
125; 150	5,0	9,0
175; 200; 225; 250; (275); 300	5,5	9,5

Таблица 25

Ремни прорезиненные из бельтинга Б-820
(по ГОСТ 101—54)

Число прокладок z	Ширина ремней b, *мм*		
	типа *А*	типа *Б*	типа *В*
2	—	20; 25; 30; 40; 45	—
3	—	—	20; 25; 30; 40
3—5	20; 25; 30; 40; 45; 50; 60; (65); 70; 75	—	50; 60; (65); 70; 75
3—6	80; 85; 90; 100	—	80; 85; 90; 100
4—6	(115, 120); 125; 150; (175); 200; (225); 250	150; 200; 250	125; 150; 200; 250

Примечания. 1. Ремни типа *А* применяются при небольшом отношении $\frac{D}{\delta}$ и скорости $v > 20$ *м/сек*. Резиновые прослойки между всеми прокладками. Ремни типа *Б* применяются для тяжелых условий работы с прерывной нагрузкой при $v \leqslant 20$ *м/сек*; изготовляются с резиновыми прослойками и без них. Ремни типа *В* применяются для работы с небольшими нагрузками при $v \leqslant 15$ *м/сек*; изготовляются без резиновых прослоек.

2. Толщина одной прокладки 1,25 *мм*; с резиновой прослойкой 1,50 *мм*.

Таблица 26

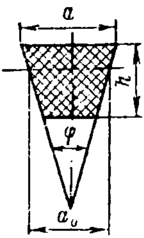
Размеры цельнотканых хлопчатобумажных ремней (по ГОСТ 6982—54)

Ширина b	Толщина δ	Слойность
мм		
30; 40; 50; 60; 75; 100	4,5±0,5	4
30; 40; 50; 60; 75; 90; 100; 115; 125; 150; 175	6,5±0,5	6
50; 75; 90; 100; 115; 125; 150; 175; 200; 225; 250	8,5±0,5	8

Таблица 27

Выбор сечения клинового ремня по мощности и скорости

Передаваемая мощность N, *квт*	Сечение ремня при скорости v, *м/сек*		
	до 5	5—10	более 10
До 1	О, А	О, А	О
1—2	О, А, Б	О, А	О, А
2—4	А, Б	О, А, Б	О, А
4—7,5	Б, Р	А, Б	А, Б
7,5—15	Б, В	А, Б	Б, В
15—30	—	В, Г	В, Г
30—60	—	Г, Д	В, Г
60—120	—	Д	Г, Д



Размеры клиновых ремней (по ГОСТ 1284—68)

Размер	Сечение ремня						
	О	А	Б	В	Г	Д	Е
a, *мм*	10	13	17	22	32	38	50
h, *мм*	6	8	10,5	13,5	19	23,5	30
a_0, *мм*	8,5	11	14	19	27	32	42
F, *мм*^{2}	47	81	138	230	476	692	1170
Расчетная длина ремня, *мм*	400—2500	560—4000	800—6300	1800—10 000	3150—15 000	4500—18 000	6300—18 000

Стандартный ряд расчетных длин

400; (425); 450 (475); 500 (530); 560 (600); 630 (670); 710; (750); 800 (850); 900 (950); 1000 (1060); 1120 (1180); 1250 (1320); 1400 (1500); 1600 (1700); (1800) (1900); 2000 (2120); 2240 (2360); 2500 (2650); 2800 (3000); 3150 (3350); 3550 (3750); 4000 (4250); 4500 (4750); 5000 (5300); 5600 (6000); 6300 (6700); 7100 (7500); 8000 (8500); 9000 (9500); 10 000 (10 600); 11 200 (11 800); 12 500 (13 200); 14 000 (15 000); 16 000 (17 000); 18 000

Таблица 29

Значение коэффициента C_1 угла обхвата для клиноременных передач

α_1°	70	80	90	100	110	120
C_1	0,56	0,62	0,68	0,74	0,79	0,83
α_1°	130	140	150	160	170	180
C_1	0,86	0,89	0,92	0,95	0,98	1,0

Таблица 30

Значения скоростного коэффициента C_2 для клиноременных передач

v, *м/сек*	1	5	10	15	20	25
C_2	1,05	1,04	1,00	0,94	0,85	0,74

Таблица 31

Приведенные удельные окружные усилия для клиновых ремней при $\alpha = 180°$, $v = 10$ *м/сек* и спокойной нагрузке

Диаметр малого шкива D_1, *мм*	Тип ремня	$k_{п0}$, *н/мм²* при $\sigma_0 = 1,2$ *н/мм²*	$k_{п0}$, *н/мм²* при $\sigma_0 = 1,5$ *н/мм²*
63	О	1,35	—
71	О	1,45	1,62
80	О	1,57	1,74
90 и более	О	1,65	1,86
(90)	А	1,35	—
100	А	1,51	1,67
112	А	1,61	1,80
125 и более	А	1,70	1,91
(125)	Б	1,35	—
140	Б	1,51	1,67
160	Б	1,67	1,88
180 и более	Б	1,74	2,05
200	В	1,51	1,67
225	В	1,69	2,89
250	В	1,84	2,07
280 и более	В	1,91	2,24
315	Г	1,51	1,67
355	Г	1,72	1,93
400	Г	1,91	2,16
450 и более	Г	1,92	2,24
500	Д	1,51	1,67
560	Д	1,72	1,93
630 и более	Д	1,92	2,24
800	Е	1,51	1,67
900	Е	1,73	1,95
1000 и более	Е	1,92	2,24

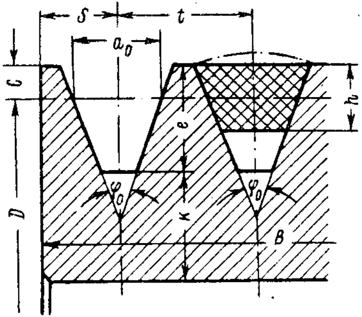
Таблица 33

Механические свойства стали некоторых марок, применяемых для изготовления зубчатых колес

Марка стали	Диаметр заготовки, *мм*	Предел прочности и предел текучести $н/мм^2$		Твердость *НВ*	Термообработка
		$\sigma_{пч}$	$\sigma_т$		
Ст.5	До 100	530	265	140—165	—
	100—300	490	256		
	300—500	450	236		
Ст.6	До 100	630	295	170—217	—
	100—300	590	295		
	300—500	550	265		
35	До 100	510	265	140—187	Нормализация
	100—300	490	255		
	300—500	470	235		
45	До 100	590	295	167—217	
	100—300	570	285		
	300—500	550	275		
45	40—60	785—883	540	223—250	Улучшение
	60—90	735—835	440	207—236	
	90—120	685—785	390	194—222	
	180—250	637—735	345	180—207	
50	До 100	610	315	180—229	
	100—300	590	295		
	300—500	570	285		
55	До 100	647	325	185—229	Нормализация
	100—300	628	315		
	300—500	608	305		
50Г	До 150	637	364	190—229	
	150—400	610	315		
50Г2	До 80	735	405	195—229	
	100—300	686	350		
35Х	До 60	935	735	190—240	
	60—100	735	490		
	100—200	685	440		
40Х	До 60	980	785	200—230	
	100—200	765	490		
	200—300	735	490		
	300—600	685	440		
40Х	До 120	883—980	685	257—285	Улучшение
	120—150	835—935	590	243—271	
	150—180	785—823	540	230—357	
	180—250	735—835	490	215—243	

Таблица 32

Шкивы для клиновых ремней (по ГОСТ 1284—68)



Расчетные диаметры	63 71 80 90 100 112 125 140 160 180 200 224 250 280 315 355 400 450 500 560 630 710 800 900 1000 1120 1250 1400 1600 1800 2000 2250 2800 3150 3550 4000								
Сечение режима	Размеры канавок					Расчетные диаметры при φ°			
	c	e	l	s	k	34	36	38	40
О	2,5	10	12	8	5,5	63—71	80—100	112—160	⩾180
А	3,5	12,5	16	10	6	90—112	125—160	180—400	⩾450
Б	5	16	20	12,5	7,5	125—160	180—224	250—500	⩾560
В	6	21	26	17	10	200	224—315	355—630	⩾710
Г	8,5	28,5	37,5	24	12	—	315—450	500—900	⩾1000
Д	10	34	44,5	29	15	—	⩽560	630—1120	⩾1250
Е	12,5	43	58	38	18	—	—	800—1400	⩾1600

Примечания. 1. Размеры даны в миллиметрах.

2. Размеры *c*, *e*, *l*, *s*, *k* не распространяются на шкивы для передач с вертикальными валами и полуперекрестных, а также на сварные шкивы.

Марка стали	Диаметр заготовки, *мм*	Предел прочности и предел текучести, *н/мм²*		Твердость *HB*	Термообработка
		$\sigma_{пч}$	$\sigma_{т}$		
30ХГС	До 60	980	835	215—230	Нормализация
	100—160	883	685		
	160—250	785	637		
40ХН	До 60	980	785	220—250	
	60—100	835	590		
	100—300	785	570		
	300—500	736	550		
35Л	—	490	275	143—187	
40Л	—	520	295	147—196	
45Л	—	540	315	153—205	
50Л	—	570	330	174—210	
55Л	—	590	345	155—217	

Таблица 34

Коэффициент формы зуба y для некорригированных передач при коэффициенте высоты головки $f_0 = 1,0$

Число зубьев, z	12	14	16	18	20	22	24
Коэффициент y	0,304	0,324	0,339	0,354	0,372	0,383	0,395
Число зубьев, z	26	28	30	35	40	45	50
Коэффициент y	0,404	0,411	0,416	0,431	0,422	0,451	0,457
Число зубьев, z	65	80	100	150	300	Рейка	
Коэффициент y	0,472	0,478	0,481	0,490	0,496	0,523	

Таблица 35

Коэффициенты нагрузки K для червячных передач при расчете на контактную прочность и на изгиб

Характеристика режима работы передачи	Окружная скорость червячного колеса, *м/сек*	K
Постоянная передаваемая нагрузка, работа без толчков и ударов	>3	1,05—1,25
То же	$\leqslant 3$	1,0—1,1
Незначительные колебания нагрузки, возможны небольшие толчки и удары	>3	1,15—1,4
То же	$\leqslant 3$	1,1—1,25
Значительные колебания нагрузки, имеются толчки и удары	>3	1,25—1,5
То же	$\leqslant 3$	1,2—1,35

Примечание. Меньшие значения коэффициентов относятся к передачам, изготовленным с повышенной точностью.

Таблица 36

Модули m_s в осевом сечении, коэффициенты $q = \frac{d_{дч}}{m_s}$ и числа заходов z_1 червяков (по ГОСТ 2144—66)

m_s, *мм*	q	z_1	m_s, *мм*	q	z_1
3	10	1, 2, 4	7	12	1, 2, 4
	12	1, 2, 4	8	8	1, 2, 4
	(14)	1, 2, 4		9	1, 2, 4
3,5	(10)	1, 2, 4		10	1, 2, 4
	12	1, (2), (4)	(9)	8	1, 2, 4
	14	1		10	1, 2, 4
4	9	1, 2, 4		12	1
	10	1, 2, 4	10	8	1, 2, 4
	12	1, (2), (4)		10	1, 2, 4
	(14)	1		12	1, (2), (4)
	16	1	(11)	8	1, 2, 4
5	9	1, 2, 4		10	1, 2, 4
	(10)	1, 2, 4		12	1
	12	1, 2, 4	12	8	1, 2, 4
	16	1		10	1, 2, 4
6	9	1, 2, 4		(12)	1
	10	1, 2, 4	14	8	1, 2, 4
	(12)	1, 2, 4		10	1, 2, 4
	(14)	1, 2, 4	16	8	1, 2, 4
7	9	1, 2, 4		9	1, 2, 4
	10	1, 2, 4			

Таблица 37

Приведенные коэффициент трения f' и угол трения ρ' при венце червячного колеса из оловянной бронзы и стальном червяке

$v_{ск}$ *м/сек*	f'	ρ'	$v_{ск}$ *м/сек*	f'	ρ'
0,1	0,08—0,09	4°34′—5°09′	2,5	0,3—0,04	1°43′—2°17′
0,5	0,055—0,065	3°09′—3°43′	3,0	0,028—0,035	1°36′—2°00′
1,0	0,045—0,055	2°35′—3°09′	4,0	0,023—0,03	1°19′—1°43′
1,5	0,04—0,05	2°17′—2°52′	7,0	0,018—0,026	1°02 —1°29
2,0	0,035—0,045	2°00 —2°35′			

Примечания. 1. Для чугунного червячного колеса и стального червяка можно принимать $f' \approx 0{,}08$—$0{,}12$.

2. При венцах из безоловянных бронз f' и ρ' следует принимать на 50% выше табличных значений.

Таблица 38

Допускаемые контактные напряжения $[\sigma_К]$, *н/мм²*, при чугунных колесах

Материалы червячной пары	При скорости скольжения червяка $v_{ск}$, *м/сек*				
	0	0,25	0,5	1,0	2,0
Червяк из СЧ18-36 или СЧ21-40 Червячное колесо из СЧ12-28 или СЧ15-32	209	196	184	170	141
Червяк из стали 20 или 20Х цементованной Червячное колесо из СЧ15-32 или СЧ18-36	184	155	128	113	84,5
Червяк из стали Ст.6 (или стали 45) Червячное колесо из СЧ12-28 или СЧ15-32	170	141	113	98	70,7

Таблица 39

Допускаемые контактные напряжения $[\sigma_к]$ и допускаемые напряжения изгиба $[\sigma_и]$ для некоторых материалов червячных колес

Марка материала	Форма для отливки	Механические свойства, $н/мм^2$		$[\sigma_и]$, $н/мм^2$	$[\sigma_к]$, $н/мм^2$ при $v_{ск}$, $м/сек$						
		$\sigma_{пч}$	$\sigma_т$		0,5	1	2	3	4	6	8
Бр.ОФ10-1	Земляная	177	98,1	$\frac{39,2}{28,4}$	157 (128)						
Бр.ОФ10-1	Металлическая	225	147	$\frac{57}{41,2}$	221 (186)						
Бр.ОНФ	Центробежное литье	284	167	$\frac{63,8}{45,1}$	246 (206)						
Бр.АЖ9-4Л	Земляная	392	196	$\frac{80,5}{62,8}$	182	179	173	167	161	150	138
СЧ15-32	Земляная	147	—	$\frac{37,3}{23,6}$	—						
СЧ18-36	Земляная	177	—	$\frac{42,2}{26,5}$	—						

Примечания. 1. Значения $[\sigma_к[$ без скобок даны для червяков, имеющих твердость поверхностей витков $HRC \geqslant 45$ и чистоту обработки не менее $\nabla 7$. Значение $[\sigma_к]$ в скобках даны для червяков, имеющих твердость поверхностей витков $HRC < 45$ и чистоту обработки не менее $\nabla 9$. 2. При работе червячных колес из Бр.АЖ9-4Л с червяками, имеющими твердость $HRC < 45$, величину $[\sigma_к]$ следует принять на 20—25% меньше значений, приведенных в таблице. 3. Значения $[\sigma_и]$ — бóльшие при нереверсивной и меньшие при реверсивной работе.

Таблица 40

Рекомендуемое число зубьев меньшей звездочки

Тип цепи	Передаточное число i					Минимальное число зубьев
	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	
Роликовые и втулочные	31—27	27—25	25—23	23—21	21—17	13 (9)
Зубчатая	40—35	35—31	31—27	27—23	23—19	17 (13)

Примечание. Минимальное число зубьев, указанное в скобках, допускается только для тихоходных передач.

Таблица 41

Наибольшее допускаемое число ударов [u] звена цепи в секунду

Цепи	Шаг цепи *t*, *мм*							
	12,7	15,875	19,05	25,4	31,75	38,1	44,45	50,8
Роликовые и втулочные	60	45	35	30	25	20	15	12
Зубчатые	80	65	50	30	25	—	—	—

Таблица 42

Значения допускаемого давления [p], *н/мм²*, для приводных цепей

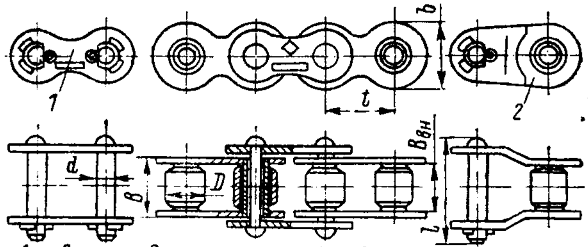
Шаг цепи, *мм*	Частота вращения меньшей звездочки, *об/мин*						
	до 50	200	400	600	800	1000	1200
Для роликовой и втулочной цепей							
12,7—15,875	34,3	30,9	28,1	25,7	23,7	22,0	20,6
19,05—25,4	34,3	29,4	25,7	22,9	20,6	18,6	17,6
31,75—38,1	34,3	28,1	23,7	20,6	18,1	16,3	14,7
44,45—50,8	34,3	25,7	20,6	17,2	14,7	—	—
Для зубчатой цепи							
12,7—15,875	19,6	17,6	16,1	14,7	13,7	12,9	11,8
19,05—25,4	19,6	16,7	14,7	12,9	11,8	10,8	9,8
31,75	19,6	16,1	13,7	11,8	10,3	9,32	8,43

Таблица 43

Допускаемый коэффициент запаса прочности [n] для цепей

Шаг *t*, *мм*	Частота вращения меньшей звездочки, *об/мин*								
	до 50	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000
Цепи роликовые и втулочные									
12,7—15,875	7	7,8	8,5	9,3	10,2	11	11,7	13,2	14,8
19,05—25,4	7	8,2	9,3	10,3	11,7	12,9	14	16,3	—
31,75—38,1	7	8,5	10,2	13,2	14,8	16,3	19,5	—	—
44,45—50,8	7	9,3	11,7	14	16,3	—	—	—	—
Цепи зубчатые									
12,7—15,87	20	22	24	29	29	31	33	37	42
19—25,4	20	23	26	30	33	36	40	46	53
31,75	20	26	32	36	41	46	51	—	—

Цепи роликовые приводные однорядные (по ГОСТ 10947—64)



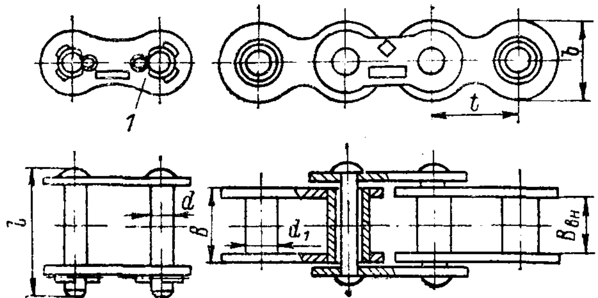
1 - звено соединительное; 2 - звено переходное

Обозначение цепей	Основные параметры					Габаритные размеры, не более			Вес 1 *м* длины *q*, *н*
	шаг	расстояние $B_{вн}$ не менее	диаметр ролика *D*	диаметр валика *d*	разрушающая нагрузка *Q*, *кн*, не менее	ширина внутренней пластины *b*	ширина внутреннего звена *B*	длина валика *l*	
ПР-15,875-2300	15,875	6,48	10,16	5,08	23	14,73	10,11	20,1	8,0
ПР-19,05-2500	19,05	12,70	11,91	5,96	25	18,08	17,75	30,6	15,2
ПР-25,4-5000	25,04	15,88	15,88	7,95	50	24,13	22,61	38,5	25,7
ПР-31,75-7000	31,75	19,05	19,05	9,55	70	30,18	27,46	46,0	37,3
ПР-38,1-10 000	38,1	25,40	22,23	11,12	100	36,10	36,46	56,9	55,0
ПР-44,45-13 000	44,45	25,40	25,40	12,72	130	42,24	37,19	61,3	75,0
ПР-50,8-16 000	50,8	31,75	28,58	14,29	160	48,26	45,21	72,0	97,0

П р и м е ч а н и е. Размеры даны в миллиметрах.

Таблица 45

Цепи втулочные приводные однорядные (по ГОСТ 10947—64)



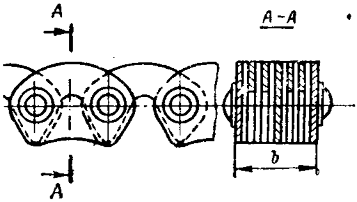
1 – звено соединительное

Обозначение цепей	Основные параметры					Габаритные размеры, не более			Вес 1 *м* длины *q*, *н*
	шаг *t*	расстояние $B_{вн}$ не менее	диаметр втулки d_1	диаметр валика *d*	разрушающая нагрузка *Q*, *кн*, не менее	ширина внутренней пластины *b*	ширина внутреннего звена *B*	длина валика *l*	
ПВ-9,525-1100	9,525	7,60	5,00	3,59	11	8,80	10,95	16,3	4,4
ПВ-9,525-1200	9,525	9,52	6,00	4,45	12	9,80	13,20	19,0	6,2

Примечание. Размеры даны в миллиметрах.

Таблица 46

Цепи приводные зубчатые (по ГОСТ 13552—68)



Шаг цепи t, *мм*	Ширина цепи b, *мм*	Площадь опорной поверхности шарнира F_1, *мм*, приходящаяся на 1 *мм* ширины цепи	Разрушающая нагрузка Q, *кн*	Вес 1 *м* длины q, *н*
12,7	22,5	2,62	24	13
	28,5		29	16
	34,5		34	20
	40,5		40	23
	46,5		47	27
	52,5		53	30
15,875	30	2,96	39	22
	38		48	27
	46		57	33
	54		67	39
	62		78	44
	70		89	50
19,05	45	3,72	72	39
	57		87	49
	69		103	59
	81		122	70
	93		141	80
25,4	57	44,8	116	65
	67		138	79
	81		163	93
	93		189	106
	105		216	120

Примечания. 1. Таблица приведена в сокращенном виде. 2. Цепь со средней направляющей пластиной. 3. Пример условного обозначения зубчатой цепи с шагом 12,7 *мм* и разрушающей нагрузкой 4000 *кг*

Цепь приводная 12,7-4000, ГОСТ 13552—68.

Таблица 47

Допускаемые напряжения изгиба для приближенного расчета осей и валов

Материал		Допускаемые напряжения, *н/мм²*	
Наименование	Предел прочности $\sigma_{пч}$, *н/мм²*	при отнулевом цикле изменения напряжений $[\sigma_{0и}]$	при симметричном цикле изменения напряжений $[\sigma_{-1и}]$
Углеродистая сталь	400	70	40
	500	75	45
	600	95	55
	700	110	65
Легированная сталь	800	130	75
	1000	150	90

Примечание. При наличии в рассчитываемом сечении вала (оси) концентратора напряжений (шпоночной канавки и т. п.) табличное значение допускаемого напряжения следует снизить на 25—35%.

Таблица 48

Значения масштабного фактора ($\varepsilon_м$), коэффициента качества поверхности β и эффективных коэффициентов концентрации напряжений k_σ и k_τ

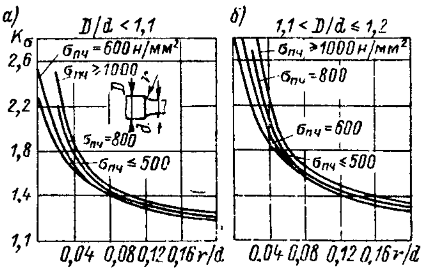
Масштабный фактор $\varepsilon_м$								
Диаметр детали, *мм*								
15	20	30	40	50	70	100	150	200
При изгибе для углеродистой стали								
0,95	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,70	0,65	0,61
При изгибе для высокопрочной легированной стали и при кручении для всех сталей								
0,87	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,53	0,52
Коэффициент качества поверхности β								
Шлифованная — 0,90 β; чисто обточенная — 0,85 β; грубо обработанная — 0,75 β.								

Эффективный коэффициент концентрации напряжений

Для вала с одной шпоночной канавкой (при расчете по моменту сопротивления брутто)

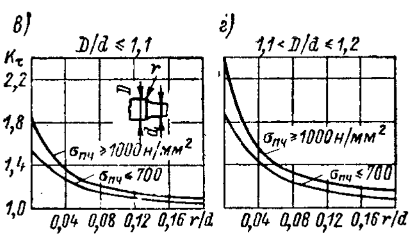
Предел прочности, $н/мм^2$	500	600	700	800	900	1000
k_σ	1,65	1,85	1,92	2,02	2,11	2,20
k_τ	1,54	1,65	1,76	1,87	2,0	2,30

Для вала с галтелью при изгибе



Примечание. При $\frac{D}{d} > 1{,}2$ значения k_σ принимать на 10% больше, чем при $1{,}1 < \frac{D}{d} < 1{,}2$.

Для вала с галтелью при кручении



Примечание. При $\frac{D}{d} > 1{,}2$ значения k_τ принимать на 10% больше, чем при $1{,}1 \leqslant \frac{D}{d} < 1{,}2$.

Таблица 49

Бронза для вкладышей подшипников

Марка	Характеристика	$[p]$, н/мм²	$[pv]$ Мн·м/(м²·сек)
Бр.ОЦС5-5-5 Бр.ОЦС6-6-3	Отличается высокими антифрикционными свойствами; прочность невысокая. Применяется при умеренной удельной нагрузке и небольшой скорости	3,0—6,0	4,0—6,0
Бр.ОФ10-1	Отличается весьма высокими антифрикционными свойствами. Сравнительно дорогая. Применяется в ответственных конструкциях	15	15
Бр.АЖ9-4Л	Высокопрочная бронза с хорошими антифрикционными и антикоррозионными показателями	15—20	8—12

Таблица 50

Отливки из антифрикционного чугуна (по ГОСТ 1585—70)

Марка	Твердость HB	Характеристика	$[p]$, н/мм²	v, м/сек	$[pv]$ Мн·м/(м²·сек)
АСЧ-1	180—229	Серый чугун, легированный хромом и никелем; для работы с закаленным или нормализованным валом	0,05	2	0,10
			8,85	0,2	0,178
АСЧ-2	190—229	Легирован хромом, никелем, титаном и медью. Для работы с закаленным или нормализованным валом	0,10	3	0,30
			5,9	0,75	4,4
АСЧ-3	160—190	Легирован титаном и медью. Для работы с незакаленным валом	0,10	3	0,30
			5,9	0,75	4,4

Таблица 51

Значение коэффициента *m*

Тип подшипника	Обозначение типа и серии подшипника	Внутренний диаметр подшипника, *мм*	m
Шарикоподшипники радиальные однорядные	100, 200, 300, 400	Для всех диаметров	1,5
Шарикоподшипники радиальные сферические легкой серии	1 200, 11 200 111 200	До 17 20—40 45 и выше	2,5 3,5 4,5
То же средней серии	1 300, 11 300, 111 300	До 30 35 и выше	3 4
Роликоподшипники радиальные сферические легкой серии	3 500, 13 500, 113 500	Для всех диаметров	4,5
То же средней серии	3 600, 13 600, 113 600		3,5
Шарикоподшипники радиально-упорные однорядные	36 000 46 000 66 000		1,5 0,7 0,5
Роликоподшипники конические особо легкой и легкой серии	7 100 7 200 7 500		1,5
То же средней серии	7 300 7 600		1,8
То же с большим углом конуса	27 300		0,7

Примечание. Коэффициент m для радиальных однорядных подшипников зависит от соотношения радиальной R и осевой A нагрузок; при $\frac{R}{A} > 2$ значения берутся по таблице; при $\frac{R}{A} \approx 2$ значения m увеличиваются на 15%; при $\frac{R}{A} \approx 1$ значения m увеличиваются на 25%; при $\frac{R}{A} > 5$ осевую нагрузку на радиальные однорядные и радиально-упорные шарикоподшипники, а также на конические роликовые подшипники можно не учитывать.

Таблица 52

Примерные значения коэффициента K_σ

Характер нагрузки на подшипник	K_σ
Спокойная нагрузка; толчки отсутствуют	1
Легкие толчки. Кратковременные перегрузки до 125% нормальной (расчетной) нагрузки	1—1,2
Умеренные толчки. Вибрация нагрузки. Кратковременная перегрузка до 15% нормальной (расчетной) нагрузки	1,3—1,8
Нагрузка со значительными толчками и вибрацией. Кратковременные перегрузки до 200% нормальной (расчетной) нагрузки	1,8—2,5
Нагрузка с сильными ударами и кратковременные перегрузки до 300% нормальной (расчетной) нагрузки	2,5—3

Таблица 53

Значение температурного коэффициента $K_т$

Рабочая температура подшипника, °C	125	150	175	200	225	250
$K_т$	1,05	1,1	1,15	1,25	1,35	1,4

Таблица 54

Значение коэффициента $K_к$

Какое кольцо вращается	$K_к$
Внутреннее кольцо	1
Наружное кольцо:	
для сферических подшипников	1,1
» прочих подшипников	1,2

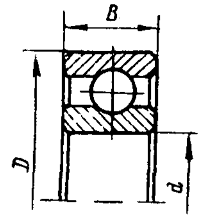
Таблица 55

Значения $(nh)^{0,3}$ для подшипников

h, час	*n, об/мин*													
	20	40	50	80	100	125	200	400	500	800	1000	1250	1600	2500
2 500	25,7	32,0	34,0	39,0	41,7	44,7	51,3	63,0	67,6	77,7	83,2	89,0	95,5	110
3 200	27,5	34,0	36,3	41,7	44,7	48,0	55,0	67,6	72,5	83,2	89,0	95,5	102	117
4 000	29,5	36,3	39,0	44,7	48,0	51,3	59,0	72,5	77,7	89,0	95,5	102	110	126
5 000	32,0	39,0	41,7	48,0	51,3	55,0	63,0	77,7	83,2	95,5	102	110	117	135
6 300	34,0	41,7	44,7	51,3	55,0	59,0	67,6	83,2	89,0	102	110	117	126	145
8 000	36,3	44,7	48,0	55,0	59,0	63,0	72,5	89,0	95,5	110	117	126	135	155
10 500	39,0	48,0	51,3	59,0	63,0	67,6	77,7	95,5	102	117	126	135	145	166
12 500	41,7	51,3	55,0	63,0	67,6	72,5	83,2	102	110	126	135	145	155	178
16 000	44,7	55,0	59,0	67,6	72,5	77,7	89,0	110	117	135	145	155	166	191
25 000	51,3	63,0	67,6	77,7	83,2	89,0	102	126	135	155	166	178	191	219
32 000	55,0	67,6	72,5	83,2	89,0	95,5	110	135	145	166	178	191	204	235
40 000	59,0	72,5	77,7	89,0	95,5	102	117	145	155	178	191	204	219	251

Таблица 56

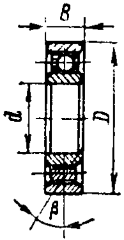
Шарикоподшипники радиальные однорядные



Условное обозначение по ГОСТ 8338—57	Размеры подшипников по ГОСТ 8338—57, *мм*			Характеристика подшипников		
	d	*D*	*B*	*C* в тыс.	$Q_{ст}$, *кн*	*n*, *об/мин*, наибольшее
Легкая серия						
208	40	80	18	39	17	10 000
209	45	85	19	39	17	8 000
210	50	90	20	42	19	8 000
211	55	100	21	52	24	8 000
212	60	110	22	62	30	6 300
213	65	120	23	68	33	6 300
Средняя серия						
310	50	110	27	72	35	6 300
311	55	120	29	84	41	6 300
312	60	130	31	94	46	5 000
313	65	140	33	106	54	5 000
314	70	150	35	120	62	5 000
Тяжелая серия						
410	50	130	31	108	53	5 000
411	55	140	33	120	60	5 000
412	60	150	35	132	67	4 000
413	65	160	37	144	76	4 000

Таблица 57

Шарикоподшипники радиально-упорные однорядные

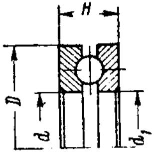


Условное обозначение по ГОСТ 831—62		Размеры подшипников по ГОСТ 831—62, *мм*				Характеристика подшипников серий 36 200 и 46 200				
Серия 36 000 β-12°	Серия 46 000 β = 26°	*d*	*D*	*B* и *T* наибольшие	*T* наименьшее	*C*, в тыс.		$Q_{ст}$, *кн*		*n*, *об/мин*, наибольшее
						серия 36 000	серия 46 000	серия 36 000	серия 46 000	
Легкая серия										
36 208	46 208	40	80	18	17,7	49	42	29	21	10 000
36 209	46 209	45	85	19	18,7	52	44	26	22	8 000
36 210	46 210	50	90	20	19,7	54	48	28	24	8 000
36 211	46 211	55	100	21	20,6	64	57	34	31	8 000
36 212	46 212	60	110	22	21,6	76	70	41	38	6 000
Средняя серия										
36 308	46 308	40	90	23	22,6	60	57	—	28	8 000
36 309	46 309	45	100	25	24,6	75	70	—	36	6 300
36 310	46 310	50	110	27	26,6	87	80	—	44	6 300
36 312	46 312	60	130	31	30,5	120	112	—	64	5 000

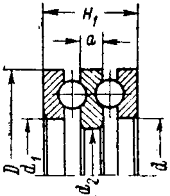
Таблица 58

Шарикоподшипники упорные одинарные и двойные

$d_1 \geq d + 0{,}2$ *мм*



Тип 8000



Тип 38000

Условное обозначение по ГОСТ 7872—58		Размеры подшипников по ГОСТ 6874—54 и ГОСТ 7872—56, *мм*						Характеристика подшипников		
тип 8000	тип 38 000	d	D	H	d_2	H_1	a	C в тыс.	$Q_{ст}$, *кн*	n, *об/мин*
Легкая серия										
8208	38 208	40	68	19	30	36	9	57	75	5000
8209	38 209	45	73	20	35	37	9	60	85	4000
8210	38 210	50	78	22	40	39	9	70	99	4000
8211	38 211	55	90	25	45	45	10	86	120	3200
8214	38 214	70	105	27	55	47	10	100	150	2500
Средняя серия										
8308	38 308	40	78	26	30	49	12	78	100	3200
8309	38 309	45	85	28	35	52	12	90	125	3200
8310	38 310	50	95	31	40	58	14	108	155	2500
8311	38 311	55	105	35	45	64	15	140	200	2500

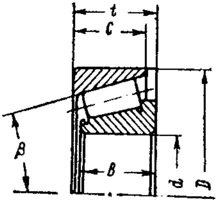


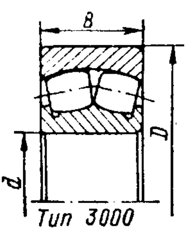
Таблица 59

Роликоподшипники конические однорядные

Условное обозначение по ГОСТ 333—59	Размеры подшипников по ГОСТ 333—59, *мм*						Характеристика подшипников		
	d	*D*	*B*	*C*	*t* наибольшее	*t* наименьшее	*C* в тыс.	$Q_{ст}$, *кн*	*n*, *об/мин*, наиб.
Легкая серия ($\beta = 13° \div 16°$)									
7208	40	80	19	16	20	19,5	66	38	6000
7209	45	85	20	16	21	20,5	70	37	5000
7210	50	90	21	17	22	21,5	82	45	5000
7211	55	100	21	18	23	22,5	90	50	4000
7212	60	110	23	19	24	23,5	112	64	4000
7214	70	125	26	21	26,5	25,5	152	90	3000
Средняя серия ($\beta = 10°30' \div 12°30'$)									
7308	40	90	23	20	25,5	25	92	48	5000
7309	45	100	26	22	27,5	27	128	64	5000
7310	50	110	29	23	29,5	29	152	83	4000
7311	55	120	29	25	32	31	164	90	4000
7312	60	130	31	27	24	33	194	105	4000
7313	65	140	33	28	36,5	35,5	230	120	3000
Легкая широкая серия ($\beta = 14°31' - 15°10'$)									
7514	70	125	31	27	33,5	—	182	113	3000
7515	75	130	31	27	33,5	—	188	118	3000

Таблица 60

Роликоподшипники радиальные сферические двухрядные



Условное обозначение по ГОСТ 5721—57	Размеры подшипников по ГОСТ 5721—57, *мм*				Характеристика подшипников		
	d	*D*	*B*	d_1	*C* в тыс.	$Q_{ст}$, *кн*	*n*, *об/мин*, наиб.
Средняя широкая серия							
3610	50	110	40	45	182	105	4000
3611	55	120	43	50	210	115	4000
3612	60	130	46	55	240	135	3200
3613	65	140	48	60	290	160	3200
3614	70	150	51	—	330	185	3200
3615	75	160	55	65	370	210	2500

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антюков Б. Я., Стальные конструкции. Киев, Госстройиздат УССР, 1960.

2. Бать М. И., Кельзон А. С., Сороков С. А. Сборник задач по теоретической механике. М., Физматгиз, 1959.

3. Белявский С. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. М., «Высшая школа», 1967.

4. Беляев Н. М. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., Физматгиз, 1959.

5. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Шнейдерович Р. М. Расчет на прочность деталей машин. М., «Машиностроение», 1966.

6. Боков В. Н. Детали машин. М., «Высшая школа», 1960.

7. Гохберг М. М. Металлические конструкции кранов. М., Машгиз, 1959.

8. Детали машин. М., «Машиностроение», 1968, 1970, 1971. Авт.: Батурин А. Т., Ицкович Г. М., Панич Б. Б., Чернин И. М.

9. Добровольский В. А. Расчет деталей машин. Киев, Гостехиздат, УССР, 1961.

10. Жданов С. М. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., МЭИ, 1952.

11. Иванов Н. И. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., Гостехиздат, 1956.

12. Иванов П. И. Задачник по технической механике для судоводителей. М., «Морской транспорт», 1955.

13. Ицкович Г. М. Сопротивление материалов. М., «Высшая школа», 1970.

14. Ицкович Г. М. Сопротивление материалов. Руководство для учащихся механико-машиностроительных специальностей заочных техникумов. М., «Высшая школа», 1961.

15. Ицкович Г. М., Винокуров А. И., Барановский Н. В. Сборник задач по сопротивлению материалов. Л., «Судостроение», 1970, 1972.

16. Кинасошвили Р. С. Сопротивление материалов. М., Физматгиз, 1962.

17. Курсовое проектирование деталей машин. М., «Машиностроение», 1970. Авт.: Ицкович Г. М., Киселев В. А., Чернавский С. А., Боков К. Н., Панич Б. Б.

18. Лившиц Я. Д., Скатынский В. О. Сборник задач по сопротивлению материалов. Киев, Гостехиздат, УССР, 1959.

19. Любошиц М. И. Геометрические характеристики сечений. Минск, изд-во МВ и ССО и ПО БССР, 1959.

20. Любошиц М. И., Ицкович Г. М. Справочник по сопротивлению материалов. Минск, «Высшая школа», 1969.

21. Мазель Ю. С., Поляков А. Г. Грузозахватные приспособления. М.—Л., Машгиз, 1959.

22. Мещерский И. В. Сборник задач по теоретической механике. М., Физматгиз, 1959.

23. Мовнин М. С., Израелит А. Б. Теоретическая механика. Л., «Судостроение», 1971.

24. Мовнин М. С., Израелит А. Б. Сопротивление материалов. Л., «Судостроение», 1971.

25. Мовнин М. С., Гольцикер Д. Г. Детали машин. Л., «Судостроение», 1971.

26. Никитин Е. М. Теоретическая механика. М., «Наука», 1969.

27. Николаев Г. А. Расчет сварных конструкций и соединений. М., «Высшая школа», 1965.

28. Павлов Н. Г. Примеры расчета кранов. М.—Л., Машгиз, 1961.

29. Павлов Я. М. Детали машин. М.—Л., «Машиностроение», 1968.

30. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. М. «Высшая школа», 1967. Авт.: Миролюбов И. Н., Енгалычев С. А. и др.

31. Расчеты крановых механизмов и деталей подъемно-транспортных машин. М., Машгиз, 1959.

32. Решетов Д. Н. Детали машин. М., «Машиностроение», 1964.

33. Рубинин М. В. Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов. М., Росвузиздат, 1963.

34. Сборник задач и примеров расчета по курсу деталей машин. М., «Машиностроение», 1965. Авт.: Ицкович Г. М., Киселев В. А., Чернавский С. А., Боков К. Н., Бонч-Осмоловский М. А.

35. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., «Наука», 1965. Авт.: Уманский А. А. и др.

36. Серебренников Ю. Н. Детали машин. М., Оборонгиз, 1960.

37. Сторожев Л. П. Сборник задач по теоретической механике и элементам теории механизмов и машин. М., Трудрезервиздат, 1959.

38. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М., «Наука», 1967.

39. Часовников Л. Д., Козинцев Б. П. Расчет резьбовых соединений. М., МЭИ, 1956.

40. Decker K. Verbindungselemente. Leipzig, Fachbuchverlag, 1955.

41. Menge und Zimmerman. Mechanik-Aufgaben, Band II — Festigkeitslehre. Leipzig, Fachbuchverlag, 1956.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ДЕТАЛИ МАШИН

ВЛАДИМИР ВЛАДИМИРОВИЧ БАГРЕЕВ
АНАТОЛИЙ ИВАНОВИЧ ВИНОКУРОВ
ВЯЧЕСЛАВ АЛЕКСАНДРОВИЧ КИСЕЛЕВ
БОРИС БЕНЦИОНОВИЧ ПАНИЧ
ГЕОРГИЙ МЕЕРОВИЧ ИЦКОВИЧ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Редактор *О. В. Мсоева*
Технические редакторы *А. И. Казаков, П. С. Фрумкин*
Корректоры *С. Х. Кумачева, Е. Г. Лукин*
Переплет художника *П. Т. Калюжного*

Сдано в набор 27/XI 1972 г. Подписано к печати 5/IV 1973 г. М-18764
Формат издания 84 × 108/32. Бумага типографская № 3. Физ. печ. л. 15,5
Усл. печ. л. 26,04. Уч.-изд. л. 28,0. Тираж 83 800 (2-й завод 40 001—67 200) экз.
Заказ № 198. Цена 87 коп. Изд № 2722—72

Издательство «Судостроение», 191065. Ленинград, ул. Гоголя, 8.

Ленинградская типография № 6 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
193144, Ленинград, ул. Моисеенко, 10